

சேயல்முறைப் புள்ளியியல்

(பட்டப்படிப்பிற்குரியது)

(திருத்தப்பட்ட பாடத் திட்டத்தின்படி வெளியிடப்படுகிறது)

ஆசிரியர்

மி. சங்கரநாராயணன், பி.எஸ்ஸி.,

உதவி புள்ளியியல் இயக்குநர்,

சென்னை.



தமிழ்நாட்டுப் பாடநூல் நிறுவனம்

சேயல்முறைப் புள்ளியியல்

(பட்டப்படிப்பிற்குரியது)

(திருத்தப்பட்ட பாடத் திட்டத்தின்படி வெளியிடப்படுகிறது)

ஆசிரியர்

மி. சங்கரநாராயணன், பி.எஸ்ஸி.,

உதவி புள்ளியியல் இயக்குநர்,

சென்னை.



தமிழ்நாட்டுப் பாடநூல் நிறுவனம்

First Edition—October, 1972

T.N.T.B.S. (C.P.) No. 364

© Tamil Nadu Text Book Society

Applied Statistics

M. SANKARANARAYANAN

Price Rs. 9-50

‘Published by the Tamil Nadu Text Book Society under the Centrally Sponsored Scheme of Production of books and literature in regional languages at the University level, of the Government of India in the Ministry of Education and Social Welfare (Department of Culture), New Delhi.’

Printed by

Srinivasam Press of Jupiter Enterprises,
1, Smith Lane,
Madras-2.

அணிந்துரை

திரு. இரா. நெடுஞ்செழியன்

(தமிழகக் கல்வி-உள்ளாட்சித்துறை அமைச்சர்)

தமிழைக் கல்லூரிக் கல்வி மொழியாக ஆக்கிப் பன்னிரண்டாண்டுகள் ஆகிவிட்டன. குறிப்பிட்ட சில கல்லூரிகளில் பி. ஏ வகுப்பு மாணவர்கள் தங்கள் பாடங்கள் அனைத்தையும் தமிழிலேயே கற்றுவந்தனர். 1968ஆம் ஆண்டின் தொடக்கத்தில் புகுமுக வகுப்பிலும் (P.U.C.), 1969ஆம் ஆண்டிலிருந்து பட்டப் படிப்பு வகுப்புகளிலும் அறிவியல் பாடங்களையும் தமிழிலேயே கற்பிக்க ஏற்பாடு செய்துள்ளோம். தமிழிலேயே கற்பிப்போம் என முன்வந்துள்ள கல்லூரி ஆசிரியர்களின் ஊக்கம், பிற பல துறைகளிலும் தொண்டு செய்வோர் இதற்கெனத் தந்த உழைப்பு, தங்கள் சிறப்புத் துறைகளில் நூல்கள் எழுதித் தர முன்வந்த நூலாசிரியர்கள் தொண்டுணர்ச்சி இவற்றின் காரணமாக இத் திட்டம் நம்மிடையே மகிழ்ச்சியும் மன நிறைவும் தரத்தக்க வகையில் நடைபெற்று வருகிறது. இவ்வகையில், கல்லூரிப் பேராசிரியர்கள் கலை, அறிவியல் பாடங்களை மாணவர்க்குத் தமிழிலேயே பயிற்றுவிப்பதற்குத் தேவையான பயிற்சியைப் பெறுவதற்கு மதுரைப் பல்கலைக்கழகம் ஆண்டுதோறும் எடுத்துவரும் பெருமுயற்சியைக் குறிப்பிட்டுச் சொல்ல வேண்டும்.

பலதுறைகளில் பணிபுரியும் பேராசிரியர்கள் எத்தனையோ நெருக்கடிகளுக்கிடையே குறுகிய காலத்தில் அரிய முறையில் நூல்கள் எழுதித் தந்துள்ளனர்.

வரலாறு, அரசியல், உளவியல், பொருளாதாரம், தத்துவம், புனியியல், புனியமைப்பியல், மனையியல், கணிதம், இயற்பியல், வேதியியல், உயிரியல், வானியல், புள்ளியியல், விலங்கியல், தாவரவியல், பொறியியல் ஆகிய எல்லாத் துறைகளிலும் தனி நூல்கள், மொழிபெயர்ப்பு நூல்கள் என்ற இரு வகையிலும் தமிழ்நாட்டுப் பாடநூல் நிறுவனம் வெளியிட்டு வருகிறது.

இவற்றுள் ஒன்றான 'செயல்முறைப் புள்ளியியல்' என்ற இந்நூல் தமிழ்நாட்டுப் பாடநூல் நிறுவனத்தின் 364 ஆவது வெளியீடாகும். இதுவரை 399 நூல்கள் வெளி வந்துள்ளன. இந்நூல் மைய அரசு கல்வி, சமூக நல அமைச்சகத்தின் மாநில மொழியில், பல்கலைக்கழக நூல்கள் வெளியிடும் திட்டத்தின் கீழ் வெளியிடப்படுகிறது.

உழைப்பின் வாரா உறுதிகள் இல்லை; ஆதலின், உழைத்து வெற்றி காண்போம். தமிழைப் பயிலும் மாணவர்கள் உலக மாணவர்களிடையே சிறந்த இடம் பெறவேண்டும். அதுவே தமிழன்னையின் குறிக்கோளுமாகும். தமிழ்நாட்டுப் பல்கலைக்கழகங்களின் பலவகை உதவிகளுக்கும் ஒத்துழைப்புக்கும் நம் மனம்கலந்த நன்றி உரியதாகுக.

இரா. நெடுஞ்செழியன்

முன்னுரை

பட்டப் படிப்பில் 'புள்ளியியல்' ஒரு துணைப் பாடமாகவே முன்பு கருதப்பட்டு வந்தது. புள்ளியியலின் பெருமையை உணர்ந்த பின்னர், துணைப்பாடம் என்ற நிலையிலிருந்து உயர்ந்து இன்று பட்டப் படிப்பில் முதற்பாடமாகவும் புள்ளியியல் அமைந்துள்ளது. இஃது உண்மையில் முன்னேற்றத்தின் அறிகுறியே.

'புள்ளியியலை' முதற்பாடமாகக் கொண்ட பட்டப் படிப்பிற்குச் 'செயல்முறைப் புள்ளியியல்' (Applied Statistics) என்ற ஒரு பிரிவு உளது. செயல்முறைக் கல்வியின்றி ஏட்டுக் கல்வியினால் மாத்திரம் முழுப் பலனையும் அடைய முடியாது என்ற கருத்தினால் செயல்முறைப் புள்ளியியல் என்ற ஒரு பிரிவும் பட்டப்படிப்பிற்காக இணைக்கப்பட்டுள்ளது.

செயல்முறைப் புள்ளியியலில் அடங்கிய குறியீட்டெண் (Index Number), காலத் தொடர்வரிசை (Time Series), ஆயுள் விவரம் (Vital Statistics), தேசிய வருமானம் (National Income) என்ற நான்கு பொருள்களும் புள்ளியியல் பிரிவுக்கு மாத்திரமல்லாது பொருளாதாரப் பிரிவுக்கும் பொருந்துவதாகும். மேலும் புள்ளியியலும் பொருளாதாரமும் ஒன்றற்கொன்று உறுதுணையாகும். எனவே இந்நூல் புள்ளியியல் மாணவர்களுக்காக எழுதப்பெற்றதெனினும் பொருளாதார மாணவர்களுக்கும் பொருந்துமாறு கணிதப் பகுதிகள் யாவும் தெளிவாக விளக்கப்பட்டு எளிய முறையில் எழுதப்பட்டுள்ளது.

கல்லூரிக் கல்வியையும் தாய் மொழியிலேதான் கற்க வேண்டுமென்ற தாகம் எழுந்துள்ள இந்நாளில் தமிழ்நாட்டு மாணவர்களுக்குப் பயன்படும் முறையில் இந்நூல் எழுத எனக்குக் கிடைத்த இந்த வாய்ப்பைப் பெரிதாகப் போற்றுகின்றேன். இந்த அரிய வாய்ப்பை அளித்த தமிழ்நாட்டுப் பாடநூல் நிறுவனத்திற்கு எனது நன்றியையும் தெரிவித்துக் கொள்ளுகின்றேன்.

மி. சங்கரநாராயணன்

பொருளடக்கம்

	பக்கம்
1. குறியீட்டெண்கள்	... 1
2. காலத் தொடர்வரிசை	... 106
3. ஆயுள் விவரங்கள்	... 314
4. தேசிய வருமானம்	... 392
கலைச்சொற்கள் (தமிழ்—ஆங்கிலம்)	... 435
கலைச்சொற்கள் (ஆங்கிலம்—தமிழ்)	... 493
Bibliography	... 500

செயல்முறைப் புள்ளியியல்
(APPLIED STATISTICS)

1(1) குறியீட்டெண்கள்

(Index Numbers)

எண்குறியீடுதல்:

எண்களின் மூலமாக ஒன்றைச் சுட்டிக்காட்டுவதை அல்லது குறிப்பிடுவதை எண்குறியீடுதல் எனக் கூறலாம். இவ்வாறு பொதுவாகக் கூறினும் புள்ளியியலில் (Statistics) இம் முறைக்குப் புதியதொரு பொருளும் விளக்கமும் உண்டு.

தம் மில் வெவ்வேறு குணங்கள் கொண்ட பல பொருள்களடங்கிய ஒரு குழுவினது உருவ அளவிலோ அல்லது எடையளவிலோ அல்லது விலைமதிப்பிலோ பல்வேறு காலங்களில் தோன்றும் வேறுபாடுகளின் ஒருங்கிணைந்த கூட்டு அளவைக் (Composite) குறிப்பதற்குப் பயன்படும் ஓர் ஏதுவாகவே (device) இன்று குறியீட்டெண்கள் பெரிதும் கருதப் படுகின்றன. ஒரு நாட்டின் ஒரு குறிப்பிட்ட ஆண்டில் அல்லது காலத்தில் அல்லது பருவத்தில் விளைந்த விவசாயப் பொருள்கள் அவைகளின், விளை பொருள்களின் விலை மதிப்பு, தொழில் துறை உற்பத்தி, ஏற்றுமதி, இறக்குமதி இன்னும் இது போன்ற எத்தனையோ ஏனைய விவரங்கள் யாவும் இன்று குறியீட்டெண்கள் மூலமாகவே வெளிப்படுகின்றன; விளக்கிக் காட்டப் படுகின்றன. மேலும், மக்களின் வாழ்க்கைத் தரச் செலவு எந்த அளவிற்கு ஏறியுள்ளது என்பதை அறுதியிடுவதற்கும் குறியீட்டெண்களே துணைபுரிகின்றன. எனவே, நாட்டு மக்களின் அன்றாட வாழ்க்கைத்தரச் செலவை மாத்திரமல்லாது, நாட்டின் பல துறைகளின் சாதனைகளையும், முன்னேற்றங்களையும், அளந்தறிவதற்குப் பயன்படும் குறியீட்டெண்கள் கணிக்கப்படும் முறைகள் பற்றியும், அவற்றிலடங்கியுள்ள கோட்பாடுகள் பற்றியும் நாம் தெரிந்து கொள்வது இன்றியமையாததென்று.

ஒப்பளவுகள் :

ஒரு குறிப்பிட்ட காலத்தின் அல்லது ஆண்டின் நாட்டின் உற்பத்தியளவையோ அல்லது இதர வேறு விவரங்களையோ கணித்துக் குறியீட்டெண்கள் மூலமாகக் கூறும்போது அதற்கு முன்னம் உள்ள ஏதாவது ஓர் ஆண்டின் அல்லது காலத்தின் நிலையோடு ஒப்பிட்டுக் கூறப்படுகின்றன என்பதை நாம் தெளிவாக நினைவில் வைத்துக் கொள்வேண்டும். இவ்வாறு முன்னம் உள்ள ஒரு ஆண்டுடன் ஒப்பிடும்போது இவ்வாண்டின் நிலை எத்தனை மடங்கு ஏறியுள்ளது அல்லது இறங்கியுள்ளது என்று கூறப்படுகின்றது. இவ்வண்ணம் ஒப்பிட்டுப் பார்ப்பதற்குப் பயன்படும் குறியீட்டெண்களை ஒப்பளவுகள் (measures of comparison) என உரைக்கிறோம் ஒக்கும்.

அடிப்படையாண்டும் நடப்பாண்டும்:

ஒப்பிட்டுக் கூறுவதற்கு இரு பொருள்கள் தேவை. ஆனால் குறியீட்டெண்களைப் பொறுத்தளவில் தேவைப்படுவன டிஜீ பருவங்கள், அல்லது காலங்கள் அல்லது ஆண்டுகள். எந்த ஆண்டுடன் ஒப்பிடப்படுகின்றதோ அவ்வாண்டு அடிப்படையாண்டு (base year) என்றும், ஒப்பிடப்படுமாண்டு நடப்பாண்டு (current year) என்றும் நடைமுறையில் வழங்கப்படுகின்றன.

விலைவிகிதம்:

ஒரு பொருளின் விலை ஒரு குறிப்பிட்ட அடிப்படையாண்டில் ரூ. 5/- ஆகவும் அதேயளவு கொண்ட அப்பொருளின் விலை நடப்பாண்டில் ரூ. 7 ஆகவும் இருந்தால், அப்பொருளின் நடப்பாண்டு விலை அடிப்படையாண்டு விலையை விட அல்லது அடிப்படையாண்டு விலையைப் போன்று 2/5 மடங்கு அதிகம் எனக் கூறலாம். இது பின்ன அளவாகும். இப்பின்ன அளவு, விலை விகிதத்தைக் காட்டுவதால், இதை விலை விகிதம் (price relative) என்றே கூறலாம். இவ்வாறு இவ்வளவுகளைப் பின்னத்தில் கூறுவதால் எளிதில் புரிந்து கொள்வதும் சிரமமாகத் தோன்றலாம். ஆகவே எல்லோருக்கும் எளிதில் புரிகின்ற விதத்திலும், என்றும் நினைவில் நிலைத்திருக்கும் விதத்திலும் இதைக் கூறுவது நலம்.

சதவிகித அளவு:

மேலேயுள்ள எடுத்துக் காட்டில் கூறிய விலையை வேறு விதமாகவும் விளக்கலாம். அடிப்படையாண்டில் 100 ரூபா

யாக இருந்த அதேயளவு கொண்ட அப்பொருளின் விலை நடப்பாண்டில் 140 ரூபாயாக உயர்ந்து விட்டது. இவ்விதம் கூறுவதைச் சதவிகிதத்தில் கூறுவதாகக் கருதலாம்.

பொருள்களின் விலை வேறுபாட்டிற்குக் குறியீட்டெண்கள் கணிப்பது போன்று, பொருள்களின் மொத்த உற்பத்தியளவிற்கும் உற்பத்தித் திறனளவிற்கும் குறியீட்டெண்கள் கணிக்கலாம். பொருள்களின் விலை குறியீட்டெண்ணிற்கு விலை விகிதமும் (price relative), 'அளவு குறியீட்டெண்ணிற்கு' அளவு விகிதமும் (quantity relative), 'உற்பத்தித்திறன் குறியீட்டெண்ணிற்கு' உற்பத்தித் திறன் விகிதமும் (productivity relative) தேவை என்பது நன்கு விளங்கும். இத்தகைய விகித அளவுகளையே (relatives) 100 கொண்டு பெருக்கினால் குறியீட்டெண்கள் சத அளவில் (percentage) கிடைக்கும். *

பலதரப்பட்ட பொருள்கள்: (Hetrogeneous Commodities)

இன்று மக்களின் தேவை ஒரே ஒரு பொருளினால் மாத்திரம் பூர்த்தி செய்யப்படுவதில்லை. உணவு, உடை, இருக்கை இது போன்று இன்னும் எத்தனையோ பல பொருள்கள் தேவைப்படுகின்றன. தேவைப்படுகின்ற பொருள்கள் எல்லாம் ஒரே உருவிலோ அல்லது ஒரே தன்மையிலோ இருப்பதில்லை. சில சில திடப்பொருளாகவும் சில திரவப் பொருளாகவும் சில வாயுப் பொருளாகவும், இருக்கின்றன. இவற்றின் அளவுகள், நீட்டல், நிறுத்தல் முகத்தல் என்ற விகிதத்திலும் இன்னும் சில பொருள்கள் எண்ணிக்கையளவிலும் நிலவுகின்றன. இவ்வாறு பல்வேறு உருவில், பல்வேறு அளவுகளில் இருக்கும் பலதரப்பட்ட (hetrogeneous) பொருள்களின் விலைகளினால் பாதிக்கப்படும் மக்களின் வாழ்க்கைத் தரச் செலவு (cost of living) எம் முறையில் கணிக்கப்படுகிறது என்பதை அறிந்து கொள்வது நலன்பயக்கும். இது போன்றே நிறுத்தலளவில் உள்ள விலை பொருள்கள், முகத்தலளவில் உள்ள எண்ணைப் பொருள்கள், நீட்டலளவில் உள்ள துணிகள், கட்டளவில் உள்ள பருத்தி, சணல் போன்ற பொருள்கள், எண்ணிக்கையளவில் இயங்கும் இயந்திரங்கள் என பலவித அளவுகளில் நிலவும் பல பொருள்களின் ஒருங்கிணைந்த ஒரு நாட்டின்மொத்த உற்பத்தி எவ்வாறு கவணிக்கப்படுகிறது என்பதைத் தெரிந்து கொள்வதும் தேவையான தொன்றாகும்.

கீழே கொடுத்துள்ள உதாரணத்தைக் கவனிக்கவும். ஒரு ஊரில் ஒவ்வொரு ஆண்டிலும் உள்ள நெற்பயிரின் பரப்பளவு

கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இதில் 1961-62-ம் ஆண்டு பரப்பளவை அடிப்படையாண்டு அளவாகப் பாவித்து குறியீட்டெண்கள் கணிக்கப்பட்டுள்ளன.

எடுத்துக் காட்டு 1.

ஆண்டு (1)	நெற் பயிரின் பரப்பளவு (ஹெக்டர்) (2)	பரப்பளவு விகிதம் ப. வி. (3)	குறியீட்டெண் ப. வி. $\times 100$. (4)
1961-62	2457	—	100.0
1962-63	2666	$2666 \div 2457$	108.5
1963-64	2619	$2619 \div 2457$	106.7
1964-65	2626	$2626 \div 2457$	107.0
1965-66	2502	$2502 \div 2457$	101.9
1966-67	2689	$2689 \div 2457$	109.5
1967-68	2660	$2660 \div 2457$	108.3
1968-69	2559	$2559 \div 2457$	104.2
1969-70	2695	$2695 \div 2457$	109.7

இங்கே அடிப்படையாண்டு பரப்பளவாகிய 2457 ஹெக்டர் 100 எனக் கருதப்பட்டுள்ளது. ஒவ்வொரு ஆண்டிலுமுள்ள பரப்பை அடிப்படையாண்டு பரப்பால் வகுத்து, பரப்பு விகிதம் 3 வது கட்டத்தில் (column) கொடுத்துள்ளது போல் கணிக்கப்பட்டது. பின்னர், ஒவ்வொரு ஆண்டின் பரப்பு விகிதத்தை 100 கொண்டு பெருக்கி 4 வது கட்டத்தில் காட்டியது போல் குறியீட்டெண்கள் கணிக்கப்பட்டுள்ளன. இம் முறை மிக எளியதும் நேரடியானதுமாகும். ஆனால் எல்லா வழிகளும் இதுபோன்று எளிமையானதும் நேரானதுமாக இரா என்றுதான் கூறவேண்டும். குறியீட்டெண்கள் கணிப்பதில் கவனிக்க வேண்டியவற்றை ஆய்வதற்கு முன்னால், குறியீட்டெண்கள் கணிப்பதில் கையாளப்படும் விதி முறைகள் பற்றி விளக்கமாகத் தெரிந்து கொள்வது நன்று. குறியீட்டெண்களை

இரு வகையாய்ப் பிரிக்கலாம். அவை விலை குறியீட்டெண் (price index) என்றும், அளவு குறியீட்டெண் (quantity index) என்றும் இருவகைப்படும். விலை குறியீட்டெண்ணிற்கான விதி முறைகளை முதலில் ஆய்வோம்.

I (2) கூட்டு விலைகளின் குறியீட்டெண்கள் (Aggregative Price Index Number)

விலை குறியீட்டெண்களில் இரு முறைகள் கையாளப்படுகின்றன. ஒரு முறையில், பொருள்களின் விலைகளின் மொத்த மதிப்பின் அடிப்படையிலும், மறு முறையில், விலை விகிதங்களின் சராசரியின் அடிப்படையிலும் குறியீட்டெண்கள் கணிக்கப்படுகின்றன. முதல் முறை நேரானதும் எளியதுமாகும். இரண்டாவது முறை சுற்றிவளைந்தாயினும் செயல் வகை நுட்பமானதுமாகும். எனவே முதல் முறையைவிட பின்னர் கூறிய முறையே பெரிதும் பயன்படுகின்றது.

எளிய கூட்டு: (Simple aggregate)

இம் முறையில், ஒவ்வொரு பொருளின் அடிப்படையாண்டு விலையும் நடப்பாண்டு விலையும் நமக்குத் தெரிய வேண்டும். இங்கு விலை என்று கூறும்போது, அது 1 கிலோ கிராம் பொருளுக்குள்ள விலையையோ அல்லது 1 விட்டர் பொருளுக்குள்ள விலையையோ அல்லது ஒன்றின் விலையையோ, பொருளின் உருவத்திற்கும், தன்மைக்கும் தகுந்தவாறு குறிக்கும் என்பதை நினைவுறுத்திக் கொள்ள வேண்டும். சுருங்கக் கூறின் இது விலை வீதத்தைக் (rate per unit measure) குறிக்கும். பொருளின் மூல அளவு மீட்டர், கிலோ, விட்டர் என்று பொருளுக்குத் தகுந்தவாறு மாறலாம்.

ஐந்து வகைதானியங்களின் விலை வீதங்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. 1930-ம் ஆண்டு விலையை அடிப்படையாகக் கொண்டு இதர ஆண்டு விலைகளுக்கான குறியீட்டெண்களைக் கணிப்போம்.

எ. கா. 2:

தானியம்	ஒரு குவிண்டல் தானியத்தின் விலை (ரூபாய்)			
	1960	1961	1962	1963
1. அரிசி	51	52	54	57
2. கோதுமை	54	55	56	56
3. சோளம்	48	49	51	52
4. கம்பு	45	46	47	49
5. தினை	32	33	34	36
மொத்தம்	230	235	242	250
குறியீட்டெண்	$\frac{230 \times 100}{230}$	$\frac{235 \times 100}{230}$	$\frac{242 \times 100}{230}$	$\frac{250 \times 100}{230}$
	= 100	= 102.2	= 105.2	= 108.7

இங்கு நமக்குத் தேவையான எல்லாப் பொருள்களின் விலை வீதங்களைக் கூட்டி மொத்தம் கண்டுபிடிக்க வேண்டும். இவ்வாறு ஒவ்வொரு ஆண்டிற்கும் விலை வீதங்களின் மொத்தம் கண்டுபிடிக்க வேண்டும். பின்னர், அடிப்படை யாண்டு விலை வீதங்களின் மொத்தத்தால் நடப்பாண்டு விலை வீதங்களின் மொத்தத்தை (அல்லது குறியீட்டெண் கணிக்கப் பட வேண்டிய ஆண்டின் விலை வீதங்களின் மொத்தத்தை) வகுத்துக் கிடைத்த அளவை 100 கொண்டு பெருக்கினால், நடப்பாண்டிற்குரிய குறியீட்டெண் கிடைக்கும். அடிப்படை யாண்டு விலை வீதங்களின் மொத்தத்தை 100 ஆக பாவித்து இதர ஆண்டு பொருள்களின் விலைவீதங்களின் மொத்தத்திற்கு குறியீட்டெண்கள் கணிக்கப்பட்டுள்ளன. இவ்வாறு விலை வீதங்களின் கூட்டு மொத்தத்திற்கு குறியீட்டெண் கணிக்கப்

படுவதால், இதை கூட்டு விலைகளின் குறியீட்டெண் எனக் கூறின் பொருந்தும். இம்முறையில் உள்ள குறை யாதெனில், பொருள்களின் எண்ணிக்கையை எவ்வளவோ அதிகரித்த போதிலும் ஒரே ஒரு பொருளின் விலைவீதமே குறியீட்டெண்ணின் மதிப்பு பெருமளவில் ஏறுவதற்கும் இறங்குவதற்கும் ஏதுவாக இருக்கலாம்.

(1) அ.வி. : அடிப்படையாண்டு விலைவீதம். (p_0)

(2) ந. வி. : நடைப்பாண்டு விலைவீதம். (p_n)

(3) அ.வி. 1 : முதல் பொருளின் அடிப்படையாண்டு விலைவீதம். (p_{01})

(4) ந. வி. 1 : முதல் பொருளின் நடைப்பாண்டு விலைவீதம். (p_{n1})

(5) அ.வி. 2. : இரண்டாவது பொருளின் அடிப்படையாண்டு விலைவீதம் (p_{02})

(6) ந. வி. 2. : இரண்டாவது பொருளின் நடைப்பாண்டு விலைவீதம் (p_{n2})

(7) அ. வி. க. : 'க' என்ற கடைசிப் பொருளின் அடிப்படையாண்டு விலைவீதம் (p_{0k})

(8) ந. வி. க. : 'க' என்ற கடைசிப் பொருளின் நடைப்பாண்டு விலைவீதம் (p_{nk})

விலை குறியீட்டெண்;

$$\text{வி. கு. எண்} = \frac{\text{ந. வி. 1} + \text{ந. வி. 2} + \text{ந. வி. 3} + \dots + \text{ந. வி. க.}}{\text{அ. வி. 1} + \text{அ. வி. 2} + \text{அ. வி. 3} + \dots + \text{அ. வி. க.}}$$

$k = \text{க} = \text{கடைசிப் பொருளின் வரிசை எண்ணைக் குறிப்பதாகும்.}$

$$\text{வி. கு. எண்} = \frac{\sum \text{ந. வி.}}{\sum \text{அ. வி.}}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{p_{n1} + p_{n2} + p_{n3} + \dots + p_{nk}}{p_{01} + p_{02} + p_{03} + \dots + p_{0k}} \\ &= \frac{\sum p_n}{\sum p_0} \quad (n : \text{current year } 0 : \text{base year}) \end{aligned}$$

எடை ஏறிய கூட்டு : (Weighted Aggregates)

முன்பு கொடுத்துள்ள எடுத்துக்காட்டில் ஒவ்வொரு பொருளுக்கும் ஒரு மூல அளவிற்குள்ள (One Unit of measure) விலையை அல்லது விலைவீதத்தை மாத்திரம் கவனித்தோம். இம்முறையில் உள்ள ஒரு பெருங்குறை என்னவெனில், எல்லாப் பொருளுக்கும் சமமாக ஒரே முக்கியத்துவம் தான் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இது நடைமுறைக்குப் பொருத்தமன்று. ஏனெனில், மக்களுக்குத் தேவைப்படும் உணவு தானியங்களான அரிசி, கோதுமை, சோளம், கம்பு, தினை முதலிய பொருள்கள் ஒவ்வொன்றிலும் சம அளவுதானியம் தேவைப்படுவதில்லை. தென் இந்தியாவில் அரிசி அதிகமாகவும், கோதுமை மிகக் குறைந்த அளவிலும் தேவைப்படும். இது போன்றே, நாட்டில் விளைகின்ற விவசாயப் பொருள்களின் அளவும் எல்லாப் பொருள்களுக்கும் ஒன்றுபோன்று இரா. ஆகவே நாம் முதல் உதாரணத்தில் கொடுத்தது போல் சம அளவு அடிப்படையில் குறியீட்டெண் கணிப்பது சரியன்று. எனவே, ஒவ்வொரு பொருளுக்கும் கொடுக்கப்படும் முக்கியத்துவம் அப்பொருள் தேவைப்படும் அளவிற்குத் தகுந்தவாறே அல்லது அப்பொருளின் உற்பத்தியளவிற்குத் தகுந்தவாறே இருப்பது பொருத்தமாக அமையும். இவ்வாறு பொருள்களின் அளவிற்குத் தகுந்தவாறு முக்கியத்துவம் கொடுக்கும்போது, பொருள்களின் விலைக்கு எடை (Weight) தானாகவே ஏறும். ஆகவே பொருள்களின் விலைக்கு எடை கொடுத்து பொருள்களின் மொத்த கூட்டு விலைக்குக் கணிக்கப்படும் குறியீட்டெண்ணை எடைகொள் கூட்டு குறியீட்டெண் (Weighted Aggregative Index number) என அழைக்கலாம்.

முன்னம் கொடுத்துள்ள இரண்டாவது எடுத்துக் காட்டில் தானியங்களின் அளவுகள் கீழ்க்கண்டவாறு அமைந்திருந்தால், பொருளின் விலை குறியீட்டெண் எவ்வாறு மாறும் என்பதைக் கவனிப்போம்.

எ. கா. 3

தானியங்கள்	அளவு
1. அரிசி	2.00 குவிண்டல்
2. கோதுமை	0.04 „
3. சோளம்	0.50 „
4. கம்பு	0.25 „
5. திணை	0.10 „

தானியம்	தானியங்களின் அளவு அ. அ. கு	அடிப் படை யாண்டு விலை (1960) அ.வி. ரூ	நடப் பாண்டு விலை (1963) ந.வி. ரூ	மொத்தவிலை	
				அ. ஆண்டு க (1) = க (2) × ரூ (5)	ந. ஆண்டு க (3) = க (2) × க (4) ரூ (6)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1. அரிசி	2.00	51	57	102.00	114.0
2. கோதுமை	0.04	54	56	2.16	2.24
3. சோளம்	0.50	48	52	24.00	26.00
4. கம்பு	0.25	45	49	11.25	12.25
5. திணை	0.10	32	36	3.20	3.60
மொத்தச் செலவு.				142.61	158.09
கு. எண்				100.00	110.9

பொருள்களின் எளிய விலைகளின் மொத்தக் கூட்டிற்கும் எடைகொள் விலைகளின் மொத்தக் கூட்டிற்கும் கணிக்கப் பெற்ற விலை குறியீட்டெண்களில் கண்டுள்ள வேறுபாடு கூடாகத் தெரிகின்றது.

இங்கு, பொருள்களின் விலைகளில் கண்டுள்ள எடை ஏற்றம் பொருள்களின் அளவுகளால் ஏற்பட்டது என்பது விளங்கும். ஆனால் கொடுக்கப் பெற்ற அளவு, அடிப்படையாண்டு அளவா அல்லது நடப்பாண்டு அளவா என்று தெளிவாகக் கூறப்படவில்லை. மேலும் அடிப்படையாண்டிற்கும் நடப்பாண்டிற்கும் இடையேயுள்ள தூரம் அதிகமாக இருந்தால், இவ்விரு ஆண்டுகளிலும் பொருள்களின் அளவுகளிடையேயும் அதிக வேறுபாடு தோன்றலாம். எனவே இதில் பல முறைகள் கையாளப்படுகின்றன.

எடையளவுகள் : (Weights)

1. அடிப்படையாண்டு அளவுகள் ($a = q_0$).
2. நடப்பாண்டு அளவுகள் ($n = q_n$).
3. இரு ஆண்டு அளவுகளின் மொத்தம். ($a + n = q_0 + q_n$)

$$4. \text{ இரு ஆண்டு அளவுகளின் சராசரி } \frac{a + n}{2} \\ = \frac{(q_0 + q_n)}{2}$$

5. அடிப்படையாண்டு நடப்பாண்டுகளுக்கு முறையே அவ்வாண்டுகளுக்கான அளவை எடையாகக் கொள்ளல்.

மேலே கூறிய எடைகளில் ஏதாவது ஒன்றைப் பயன்படுத்தலாம். என்றாலும், இடத்திற்கு ஏற்ற பொருத்தமான அளவுகளை எடையாகக் கொள்வதே சிறந்ததாகும். இது குறித்து விளக்கமாக விதி முறைகளை ஆயும்போது காண்போம்.

வாய்பாடு (Formula)

விலை குறியீட்டெண்ணிற்கான விதி கீழ்க்கண்டவாறு அமையும்.

$$\text{வி. கு. எ.} = \frac{\sum \text{ந. வி.} \times \text{எ}}{\sum \text{அ. வி.} \times \text{எ}} \\ = \frac{\sum pn \times w}{\sum p \times w}$$

இங்கு, 'எ' (w) என்று குறிப்பிட்டிருப்பது எடையைக் குறிக்கும். அதிலும் தற்போது அடிப்படையாண்டு அளவைக் குறிப்பதாகக் கருதுவோம். இதிலடங்கிய கொள்கை என்ன

வெளில், ஒரு குறிப்பிட்ட அளவு (Fixed Quantity) கொண்ட பொருள்களின் இரு ஆண்டு விலைகளுக்கிடையேக் காணப்படும் ஏற்ற இறக்கங்களால் ஏற்படும் மொத்தசெலவிற்குக் (Total Expenditure) குறியீட்டெண் கணிப்பதாக அமையும்.

எடை தேர்ந்தெடுத்தல் (Selection of Weights)

அடிப்படையாண்டு அளவுகளையோ அல்லது நடப்பாண்டு அளவுகளையோ எடையாகக் கொள்ளலாம் என்று முன்பு கூறினோம். ஒவ்வொரு பொருளிலும் தேவைப்படும் அளவு ஆண்டு தோறும் மாறலாம் என்பதும் தெரிந்ததே. ஆனால் எல்லாப் பொருள்களின் அளவுகளும், அடிப்படையாண்டுடன் ஒப்பிடும் போது ஒரே அல்லது சம விகிதாச்சாரத்தில் (same proportion) கூடவோ அல்லது குறையவோ செய்யுமானால் ஏதாவது ஒரு ஆண்டு அளவை எடையாக எடுத்துக் கொள்ளலாம். எந்த ஆண்டு அளவுகளை எடையாக எடுத்தபோதிலும் இரண்டும் ஒன்றாகவே அமையும். ஆனால் நடைமுறையில் உள்ள நிலை வேறு. எல்லாப் பொருள்களின் தேவையினை ஒரே விகிதாச்சாரத்தில் ஒன்றுபோல் வேறுபடுவதில்லை. மக்கள் வாங்கும் பொருள்களின் அளவுகள் பொருள்களின் விலைக்குத் தகுந்தவாறு இருக்கும். ஆனால் பொருள்களின் விலைகளோ, மக்களின் தேவையின் அளவிற்கேற்றவாறு அமையும். இவ்வாறு ஒன்றை ஒன்றுச்சுற்றிச் செல்வதால் இது உண்மையில் சிக்கல் நிறைந்த சுழலாகவே தோன்றுகிறது.

இச்சிக்கலைத் தீர்ப்பதற்கான ஒரே வழி, நம் குறியீட்டெண் கணிப்பதின் குறிக்கோள் என்ன என்பதைப் பொறுத்துள்ளது. ஒரு குறிப்பிட்ட நிலையான அளவுடைய பொருள்களை வெவ்வேறு காலங்களில் வாங்குவதில் உள்ள மொத்தச் செலவில் காணப்படும் வேறுபாட்டை விளக்குவதே குறியீட்டெண் கணிப்பதின் குறிக்கோள் என ஒரு சாரார் கூறுவர். இன்னொருசாரார், பொருள்களின் விலையை விட பொருளால் பெறும் இன்பத்திற்கே ஏற்றம் கொடுப்பர். இவர்கள், ஒரு குறிப்பிட்ட நிலையான அளவு இன்பம் அல்லது பயன் அல்லது நன்மை அடைவதற்குத் தேவையான பொருள்களுக்கான மொத்தச் செலவின் வேறுபாட்டை விளக்குவதே குறியீட்டெண்ணின் குறிக்கோள் என்பர். இதில் பொருள்களின் அளவுகள் மாறலாம். ஆனால் ஒரேயளவு இன்பபுச்சர்ச்சியை (satisfaction) அல்லது பயனை இரு வெவ்வேறு காலங்களில் அனுபவிக்கத் தேவையான பொருளின் அளவுகளைக் கணிப்பது

நடைமுறையில் கடினமே. ஆனால், ஒரு குறிப்பிட்ட நிலையான அளவுகள் கொண்ட பொருள்களின் மொத்தச் செலவில் ஏற்படும் ஏற்றத்தாழ்வுகளை அளந்தறிவது நடைமுறையில் சாத்தியமே. என்றாலும் ஒரேயளவில் பயனைக் கொடுப்பதற்குத் தேவையான பொருளின் மொத்த விலையைக் கணிப்பதில் நேரும் குறைகளைத் தவிர்ப்பதற்காக, பொருளின் பட்டியல் தயார் செய்வதில் தனி கவனம் செலுத்தல் நலம். இச்சிரமங்களைத் தவிர்ப்பதற்காகவே, பல விதி முறைகள் குறியீட்டெண் கணிப்பதில் கையாளப்படுகின்றன.

I. (3) வாய்பாடுகள்

(Formulae)

அ. அடிப்படையாண்டு அளவுகளை (அ.அ.) எடையாகக் கொள்ளல்:

முன்னம் கொடுத்த உதாரணத்தில் கையாண்ட முறையே இது. இம்முறையில், அடிப்படையாண்டிற்கும் நடப்பாண்டிற்கும் கொடுக்கப்படும் அளவு, அடிப்பயாண்டு அளவே. அடிப்படையாண்டில் ஒவ்வொரு பொருளுக்குரிய அதே அளவு எடையையே நடப்பாண்டிலும் அதே பொருளுக்கு எடையாகக் கொள்ளப்படும். அடிப்படையாண்டு வாங்கிய அதே பொருள்களை அந்தந்த அளவில் நடப்பாண்டில் நடப்பாண்டு விலைகளில் வாங்கினால் ஏற்படும் மொத்த செலவுகளிடையே எழும் வேறுபாட்டைக் கணிப்பதுதான் இதில் பொதிந்துள்ள கொள்கை. இம்முறையில் கணிக்கப்படும் குறியீட்டெண்ணும் இதனையே காட்டுவதாக அமையும். பொருள்களின் எடையளவு பொருள்கள் தம்மில் வேறுபட்ட போதிலும் ஒரே பொருளுக்கும் இரு ஆண்டுகளிலும் உள்ள எடையளவு ஒன்றே என்பதையும் அந்த எடையளவும் அடிப்படையாண்டு அளவே என்பதையும் நினைவில் நிறுத்த வேண்டும். இவ்விதி லாஸ்பியர் விதி (Laspeyre's Law) என்றழைக்கப்படும்.

$$\begin{aligned}
 \text{வி. கு. எ.} &= \frac{\left\{ \begin{aligned} &(\text{ந.வி. 1} \times \text{அ.அ. 1}) + (\text{ந.வி. 2} \times \text{அ.அ. 2}) \\ &\dots\dots\dots + (\text{ந.வி. க} \times \text{அ.அ. க}) \end{aligned} \right\}}{\left\{ \begin{aligned} &(\text{அ.வி. 1} \times \text{அ.அ. 1}) + (\text{அ.வி. 2} \times \text{அ.அ. 2}) \\ &\dots\dots\dots + (\text{அ.வி. க} \times \text{அ.அ. க}) \end{aligned} \right\}} \times \frac{100}{1} \\
 &\quad \text{அல்லது} \\
 &= 100 \times \frac{\sum (\text{ந. வி.} \times \text{அ.அ.})}{\sum (\text{அ.வி.} \times \text{அ.அ.})} \\
 &= 100 \times \frac{\sum (p_n \times q_0)}{\sum (p_0 \times q_0)} = 100 \frac{\sum p_n q_0}{\sum p_0 q_0}
 \end{aligned}$$

செயல் முறை:

1) ஒவ்வொரு பொருளின் நடப்பாண்டு விலை வீதத்தை அப்பொருளுக்கான அடிப்படையாண்டு அளவால் பெருக்கி, அப் பொருளுக்கான நடப்பாண்டுச் செலவைக் கணக்கிட வேண்டும். (ந.வி $\times$ அ.அ. = $p_n \times q_0$). இவ்வாறு எல்லாப் பொருள்களுக்கும் கணித்துக் கிடைத்த செலவுகளைக் கூட்டினால், நடப்பாண்டில் எல்லாப் பொருள்களுக்கும் உள்ள மொத்தச் செலவு கிடைக்கும். $\sum (\text{ந. வி} \times \text{அ.அ.}) = \sum p_n q_0$.

2) இது போன்று, ஒவ்வொரு பொருளுக்கும் அடிப்படையாண்டு விலை வீதங்களால் அதே அடிப்படையாண்டு அளவுகளால் பெருக்கி பின்னர் எல்லாப் பொருள்களுக்கும் உள்ள அடிப்படையாண்டிற்கான மொத்தச் செலவையும் கணக்கிட வேண்டும் $\sum (\text{அ.வி} \times \text{அ.அ.}) = \sum p_0 \times q_0$.

3) பின்னர், நடப்பாண்டிற்காகக் கணித்துக் கிடைத்த மொத்தச் செலவை அடிப்படையாண்டிற்காகக் கணித்த மொத்தச் செலவால் வகுத்துக் கிடைக்கும் அளவை 100 கொண்டு பெருக்கினால், நடப்பாண்டிற்கான விலை குறியீட்டெண் கிடைக்கும்.

$$\left(\frac{\sum (\text{ந.வி.} \times \text{அ.அ.})}{\sum (\text{அ.வி.} \times \text{அ.அ.})} \right) \times \frac{100}{1} \\ = \left(\frac{\sum (p_n \times q_0)}{\sum (p_0 \times q_0)} \right) \times \frac{100}{1}$$

கீழே கொடுத்துள்ள எடுத்துக்காட்டை நோக்கின் இன்னும் தெளிவாகும்.

எ.கா. 4 :

தானியம் (1)	அ. ஆ. எடை அளவு (சூவிண் டல்) (2)	அ. விளை வு (3)	ந.வி ரு (4)	அ. செலவு ரு (5)	ந. செலவு ரு (6)
1. அரிசி	2.00	51	57	102.00	114.00
2. கோதுமை	0.04	54	56	2.16	2.24
3. சோளம்	0.50	49	52	24.00	26.00
4. கம்பு	0.25	45	49	11.25	12.25
5. தினை	0.10	32	36	3.20	3.60
மொத்தச் செலவு				142.61	158.09

(1) ந.வி. $\times$ அ.அ. = 6-வது கட்டத்தில் கொடுக்கப்
பட்டுள்ளது.

(2) Σ (ந.வி. $\times$ அ.அ.) = 6-வது கட்டத்தினடியில்
கொடுத்துள்ள மொத்தம் =
ரு 158.09

(3) அ.வி. $\times$ அ.அ. = 5-வது கட்டத்தில் கொடுக்கப்
பட்டுள்ளது.

(4) Σ (அ.வி. $\times$ அ.அ.) = 5-வது கட்டத்தினடியில்
கொடுக்கப்பட்டுள்ள மொத்தம்
= ரு 142.61

$$\begin{aligned} \text{வி.கு.எண்} &= \left(\frac{\Sigma (\text{ந. வி} \times \text{அ.அ.})}{\Sigma (\text{அ.வி} \times \text{அ.அ.})} \right) \times 100 \\ &= \frac{158.09}{142.61} \times 100 \\ &= 110.9 \end{aligned}$$

இம்முறையில் உள்ள குறை:

மக்களின் நுகர்ச்சிகளிலோ, பழக்க வழக்கங்களிலோ
அல்லது சுற்றுப்புற சூழ்நிலைகளிலோ அடிப்படையாண்டு

டப்பாண்டு காலங்களிடையே எவ்வித மாற்றங்கள் ஏற்படா திருந்தாலும், விலை அதிகரித்த பொருளின் வாங்கப்படும் நடப் பாண்டு அளவு அடிப்படையாண்டு அளவைவிடக் குறைவதும் இயற்கையே. இது போன்றே, விலை குறைந்த பொருள்களின் நடப்பாண்டில் வாங்கப்படும் அளவு அடிப்படையாண்டு அளவை விடக் கூடுவதும் கண்கூடு. என்றாலும், விலை குறைந்துள்ள பொருள்களில் வாங்கப்படும் அளவு விலைக் குறைவிற்கேற்றவாறு ஏறிக் கொண்டே செல்வதில்லை. ஏனெனில் அடிப்படையாண்டில் ஒரு பொருளிலிருந்து அடைந்த அதே அளவு நுகர்ச்சியை நடப்பாண்டில் விலை குறையும்போது குறைந்த செலவிலேயே அடைந்துவிட முடியும். ஆனால் நடப்பாண்டில் விலை ஏறிய பொருள்களின் நிலையே வேறு. அதிக அளவில் இப்பொருள்களை வாங்குவதில் விலையேற்றமே ஒரு தடையாகியிருக்கும். இந்த நிலையில் எல்லாப் பொருள்களுக்கும், குறிப்பாக விலை ஏறியுள்ள பொருள்களுக்கு அடிப்படையாண்டு அளவுகளையே நடப்பாண்டிற்கும் எடையாகக் கொள்வதால் நடப்பாண்டிற்கான மொத்த செலவு அதிகமாகத்தென்பதும். ஏனெனில் ஒரேயளவு கொண்ட பொருள்களை வாங்குவதற்கானச் செலவு, அப்பொருளிலிருந்து ஒரேயளவு பயனை நுகர்வதற்கானச் செலவைவிட அதிகமாக இருக்கும். எனவே அடிப்படையாண்டு அளவை எடையாகக் கொண்டு கணிக்கப்படும் விலை குறியீட்டெண்கள் விலைகளின் ஏற்றத்தை ஏற்றியே காண்பிக்கும் குற்றமுடையதாய் அமையும் (upward bias) என்பர் ஒரு சாரார்.

ஆ. நடப்பாண்டு அளவுகளை எடையாகக் கொள்ளல் :
எடை :

இவ்விரண்டாவது முறையும் முதல்முறையைப் போன்றதே என்றாலும் எடையளவைப் பொறுத்தளவில் இருமுறைகளும் வெவ்வேறுனவை. இம்முறையில், அடிப்படையாண்டிற்கும் நடப்பாண்டிற்கும், நடப்பாண்டு காலத்தில் உள்ள பொருள்களின் அளவுகளையே எடையாகக் கொள்ள வேண்டும்.

செயல்முறை:

(1) ஒரு பொருளின் நடப்பாண்டு விலையை நடப்பாண்டு அளவால் பெருக்கி அப்பொருளுக்கான நடப்பாண்டு செலவை முதலில் கணிக்க வேண்டும். (ந. வி. $\times$ ந. அ. = $p_n \times q_n$).

(2) இது போன்று, ஒவ்வொரு பொருளுக்கும் அதனதன் நடப்பாண்டு விலைகளை அவற்றின் நடப்பாண்டு அளவுகளால் பெருக்கி பின்னர் எல்லாப் பொருள்களுக்கும் உள்ள நடப்

பாண்டின் மொத்தச் செலவைக் கணக்கிட வேண்டும்
 $\sum(\text{ந. வி.} \times \text{ந. அ.}) = \sum(p_n \times q_n)$.

(3) இதே முறையில் ஒவ்வொரு பொருளின் அடிப்படை யாண்டு விலையை அதனதன் நடப்பாண்டு அளவுகளால் பெருக்கி, அடிப்படையாண்டிற்கான மொத்தச் செலவையும் கணிக்க வேண்டும். $\sum(\text{அ. வி.} \times \text{ந. அ.}) = \sum(p_o \times q_n)$

(4) பின்னர், நடப்பாண்டிற்கான மொத்தச் செலவால் வகுத்து, பின் 100 கொண்டு பெருக்கினால், நடப்பாண்டிற்கான விலை குறியீட்டெண் கிடைக்கும்.

கொடுத்துள்ள எடுத்துக்காட்டை நோக்கின் எளிதில் விளங்கும் இவ்விதி பாஸ்கல் விதி (PASCHEL'S LAW) என வழங்கப்படும்.

$$\text{வி. கு. எ.} = \left\{ \frac{(\text{நவி } 1 \times \text{நஅ } 1) + (\text{நவி } 2 \times \text{நஅ } 2) + \dots + (\text{நவி } k \times \text{நஅ } k)}{(\text{அவி } 1 \times \text{நஅ } 1) + (\text{அவி } 2 \times \text{நஅ } 2) + \dots + (\text{அவி } k \times \text{நஅ } k)} \right\} \times \frac{100}{1}$$

$$\frac{\sum(\text{நவி} \times \text{நஅ})}{\sum(\text{அவி} \times \text{நஅ})} \times \frac{100}{1} = \frac{\sum(p_n \times q_n)}{\sum(p_o \times q_o)} \times \frac{100}{1}$$

எ. கா. 5:

தானியங்கள்	ந. ஆண்டு அளவு (குண்டல்)	அ. விலை கு.	ந. விலை கு.	அ.ஆண்டு செலவு கு.	ந. ஆண்டு செலவு கு.
1.	2.	3.	4.	5.	6.
1. அரிசி	1.80	51	57	91.80	102.60
2. கோதுமை	10.16	54	56	8.64	8.96
3. சோளம்	0.40	48	52	19.20	20.80
4. கம்பு	0.25	45	49	11.25	12.25
5. தினை	0.08	88	86	2.56	2.88
மொத்தம்				138.45	147.49

(ந. வி. $\times$ ந. அ.) = 6 வது கட்டத்தில் கொடுக்கப்
பட்டுள்ளது.

(அ. வி. $\times$ ந. அ.) = 5 வது கட்டத்தில் கொடுக்கப்
பட்டுள்ளது.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{(ந. வி. } \times \text{ ந. அ.)} = 6 \text{ வது கட்டத்தில் கொடுக்கப்} \\ \text{பட்டுள்ள மொத்தம்} = \text{ரூ. } 147.49 \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{(அ. வி. } \times \text{ ந. அ.)} = 5 \text{ வது கட்டத்தில் கொடுக்கப்} \\ \text{பட்டுள்ள மொத்தம்} = \text{ரூ. } 133.45 \end{array} \right\}$$

$$\begin{aligned} \text{வி.கு. எண்} &= \left[\frac{\sum (\text{ந. வி. } \times \text{ ந. அ.})}{\sum (\text{அ. வி. } \times \text{ ந. அ.})} \right] \times 100 \\ &= \frac{147.49}{133.45} \times 100 \\ &= 110.5. \end{aligned}$$

இம்முறையிலேயும் குறை :

(1) இம்முறையில் நடப்பாண்டு பொருள்களின் அளவு நடப்பாண்டிற்கும் அடிப்படையாண்டிற்கும் எடைகளாக எடுக்கப்பட்டுள்ளன. மக்களின் பழக்க வழக்கங்களிலோ நுகர்ச்சியிலோ அல்லது குழந்தைகளிலோ பெரிய மாற்றங்கள் அடிப்படையாண்டு நடப்பாண்டு காலங்களுக்கிடையே ஏற்படாதிருந்தாலும் ஒவ்வொரு பொருளின் வாங்கப்படும் அளவு அதன் விலையைப் பொறுத்தே இருக்கும். அடிப்படையாண்டு விலையை விட அதிகமான விலை உயர்ந்துள்ள பொருள்களின் வாங்கப்படும் அளவு கூடுதலாகவும் இருப்பது இயற்கையே. பொருள்களின் விலைகள் இறங்கிவரும் சூழ்நிலைகளில், அடிப்படையாண்டு அளவுகளையே அடிப்படையாண்டிற்கும் கையாண்டு கணித்துக் கிடைக்கும் அடிப்படையாண்டிற்கான மொத்தச் செலவு அதிகமாகவே தென்படும். எனவே நடப்பாண்டு அளவுப்பொருள்களை அடிப்படையாண்டில் வாங்குவதற்கான மொத்தச் செலவு உண்மையில் நடப்பாண்டு அளவுதிருப்தியை (பயனை) அடிப்படையாண்டில் அடைவதற்கான மொத்தச் செலவை விட அதிகமாகும். ஆகவே, அடிப்படையாண்டு அதிகச் செலவின் அடிப்படையில் கணிக்கப்படும் விலை குறியீட்டெண் விலைகளில் இறக்கத்தை ஏற்றியே (downward bias) காண்பிப்பதாக அமையும்.

(2) மேலும் ஒரு குறை என்னவெனில், நடப்பாண்டு அளவில் பொருள்களை அடிப்படையாண்டிலும் வாங்கியிருந்ததாகக் கருதி நடப்பாண்டு மொத்தச் செலவை ஒப்பிடும்போது

இல்லாத ஒன்றோடு அல்லது இயலாத ஒன்றோடு நடப்பாண்டு செலவை ஒப்பிடுவதாகத் தான் அமையும். ஏனெனில், கழிந்த காலம் இனி மீண்டும் வருவதில்லை. ஆகவே கழிந்த காலச் செலவை மீண்டும் திருத்தியமைக்க முடியாது. அவ்விதம் நடப்பாண்டளவில் திருத்தியமைத்ததாகக் கருதுவது ஒரு கற்பனைக் காட்சியாகவே இருக்கும். இது நடை முறைக்கு ஒத்ததாக இருக்காது. மாறாக, அடிப்படையாண்டு அளவுகளை எடையாகக் கொள்வதால் இந்நிலை ஏற்படா. ஏனெனில் அடிப்படையாண்டு அளவில் நடப்பாண்டிலும் பொருள்களை வாங்குவதற்கு இயலும் அல்லது நினைத்தால் அதற்குரிய வாய்ப்புக்களும் சாத்தியக் கூறுகளும் உண்டு.

(3) மேலும் கணிப்பு முறையில் சிரமங்களும் எழுகின்றன இம்முறையில் ஒவ்வொரு ஆண்டும், நடப்பாண்டிற்கு ஏற்ற வாறு பொருள்களின் எடையளவுகளை மாற்றிக் கொண்டே இருக்க வேண்டும். இதனால் கணிப்பு முறையில் காலமும் வேலைப்பளுவும் அதிகமாகும். மாறாக அடிப்படையாண்டு அளவுகளை எடையாகக் கொள்ளும்போது, அடிப்படையாண்டிற்குரிய மொத்தச் செலவு ஓர் நிலையானதாக இருக்கும். நடப்பாண்டிற்கு ஏற்றவாறு மாறுது. அடிப்படையாண்டிற்கான மொத்தச் செலவை ஒரு தடவைக் கணித்தாலே போதுமானது. அதையே எல்லா நடப்பாண்டுகளுக்கும் பயன்படுத்தலாம்.

(4) நடப்பாண்டு அளவுகளை எடையாக எடுத்தாள்வதில் மேலும் ஒரு சிக்கலும் ஏற்படும். இரு ஆண்டுகளில் உள்ள விலை நிலவரங்களை விலை குறியீட்டெண்களினால் தேரிடையாக ஒப்புநோக்க முடியாது. இரு ஆண்டுகளுக்கும் கணித்த கிடைத்த விலை குறியீட்டெண்கள் ஒரே அடிப்படையாண்டுடன் ஒப்பு நோக்கியே கணித்தபோதிலும், அவ்வடிப்படையாண்டிற்கான மொத்தச் செலவு அதோடு ஒப்பிட்டுள்ள நடப்பாண்டிற்கேற்றவாறு ஆண்டுதோறும் மாறியிருக்கும். ஒரு நிலையான மொத்தச் செலவுடன் ஒப்பிடுவதாக இராது. இது உண்மையில் ஒரு பெருங்குறையே.

இ. மார்ஷல் எட்ஜ்வொர்த் விதி : (Marshall-Edgeworth Law)

முன்னர் கூறிய இரு முறைகளிலும் குறைகளாகத் தோன்றிய நிலைகளை மாற்றியமைக்கலாம். முதல் விதியில் கூறிய அடிப்படையாண்டு அளவுகளையோ அல்லது இரண்டாவது விதியில் கூறிய நடப்பாண்டு அளவுகளையோ எடை

யாகக் கொள்ளாமல், இரண்டிற்கும் பொதுவாக, இவ்விரண்டு ஆண்டுகளுக்கான மொத்த அளவை அந்தந்த பொருள்களுக்கு எடையாகக் கொள்ளலாம். (அ.அ + ந.அ.) = $(q_0 + q_n)$.

$$\begin{aligned} \text{வி. கு. எ.} &= \frac{\left\{ \begin{array}{l} \text{நவி 1 (அஅ1 + நஅ1) + நவி 2 (அஅ 2 + நஅ 2)} \\ \text{ஆவி 1 (அஅ1 + நஅ1) + ஆவி 2 (அஅ 2 + நஅ 2)} \\ + \dots \dots \dots + \text{நவிக (அஅக + நஅக)} \\ + \dots \dots \dots + \text{அவிக (அஅக + நஅக)} \end{array} \right\} \times \frac{100}{1}}{\left[\frac{\sum \text{நவி (அஅ + நஅ)}}{\sum \text{அவி (அஅ + நஅ)}} \right] \times \frac{100}{1}} \\ &= \left\{ \frac{\sum p_n (q_0 + q_n)}{\sum p_0 (q_0 + q_n)} \right\} \times \frac{100}{1} \end{aligned}$$

எ. கா. 6:

பொருள்	அ.அ. (கு)	ந. அ. (கு)	மொத்த அளவு (கு)	அ. வி. கு	ந. வி. கு	அ. செலவு கு	ந. செலவு கு
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
அரிசி	2.00	1.80	3.80	51	57	198.80	216.60
கோதுமை	0.04	0.16	0.20	54	56	10.80	11.20
சோளம்	0.50	0.40	0.90	48	52	48.20	46.80
கம்பு	0.25	0.25	0.50	45	49	22.50	24.50
தினை	0.10	0.08	0.18	32	36	5.76	6.48
மொத்தச் செலவு						276.06	305.68

கட்டம் (7) = கட்டம் (4) × கட்டம் (5)

கட்டம் (8) = கட்டம் (4) × கட்டம் (6)

செயல் முறை :

1) ஒவ்வொரு பொருளுக்கும் உள்ள அடிப்படையாண்டு அளவையும் நடப்பாண்டு அளவையும் கூட்டி மொத்த அளவை எடுத்துக் காட்டில் (எ. கா. 6.) 4 வது கட்டத்தில் காட்டியிருப்பது போல் கணக்கிட வேண்டும்.

2) பின்னர், ஒவ்வொரு பொருளின் அடிப்படையாண்டு விலைவீதத்தை (கட்டம் 5) மொத்த அளவுகளினால் பெருக்கி அப்பொருளுக்குரிய அடிப்படையாண்டு செலவை 7 வது கட்டத்தில் கொடுத்துள்ளது போல் கணக்கிட வேண்டும். பின்னர், இவ்வாறு கணக்கிட்ட எல்லா பொருளுக்கும் உள்ள அடிப்படையாண்டு செலவுகளைக் கூட்டி அடிப்படையாண்டு மொத்தச் செலவைக் கணிக்க வேண்டும். இதே அடிப்படையில் ஒவ்வொரு பொருளுக்கும் உள்ள நடப்பாண்டு விலைவீதத்தை (6 வது கட்டம்) அப்பொருளுக்குரிய மொத்த எடையால் பெருக்கிச் செலவை 8 வது கட்டத்தில் காட்டியது போல் கணக்கிட வேண்டும். பின் எல்லாப் பொருள்களுக்கும் உள்ள நடப்பாண்டிற்கான மொத்தச் செலவை கணக்கிட வேண்டும்.

3) இவ்விதம் கணித்துக் கிடைத்த நடப்பாண்டிற்கான மொத்தச் செலவை அடிப்படையாண்டிற்கான மொத்தச் செலவால் வகுத்து 100 கொண்டு பெருக்கினால் நடப்பாண்டிற்கான விலை குறியீட்டெண் கிடைக்கும்.

$$\sum \text{ந. வி.} \times (\text{அ.அ.} + \text{ந. அ.})$$

அல்லது

$$\sum p_n \times (q_o + q_n) = 305.58$$

$$\sum \text{அ.வி} \times (\text{அ.அ.} + \text{ந.அ.})$$

அல்லது

$$\sum p_o \times (q_o + q_n) = 276.06$$

$$\text{வி. கு. எண்} : = \frac{305.58}{276.06} \times \frac{100}{1} = 110.7.$$

நிறை குறை:

1) அடிப்படையாண்டு அளவுகளை எடையாகக் கொண்டு கணிக்கப் பெறும் விலை குறியீட்டெண்கள் விலை ஏற்றத்தையே ஏற்றிக்காட்டும் போக்கையும், நடப்பாண்டுகளை எடையாகக் கொண்டு கணிக்கப் பெறும் விலை குறியீட்டெண்கள் விலை இறக்கத்தையே ஏற்றிக் காட்டும் போக்கையும் இப்புது முறையில் தவிர்க்கலாம். இவ்விரண்டு ஆண்டுகளின் அளவுகளை ஒன்று சேர்த்துக் கவனிப்பதால் இக்குறை நிறை செய்யப்படும்.

2) இம்முறையில் மேற் கூறிய நிறை ஏற்பட்ட போதிலும், சில குறைகளும் உள்ளன. நடப்பாண்டு அளவுகளை எடையாகக் கொள்வதால் கணிப்பு முறையில் காலமும், வேலையும்

அதிகமாகும். ஏனெனில் ஒவ்வொரு நடப்பாண்டிற் கேற்ற வரறு அடிப்படையாண்டின் மொத்தச் செலவைக் கணிக்க வேண்டி வரும்.

3) இரண்டு ஆண்டு விலை விவரங்களை, விலை குறியீட்டெண்களின் உதவி கொண்டு நேரடியாக ஒப்பு நோக்க முடியாது. இரண்டு நடப்பாண்டுகளின் விலை குறியீட்டெண்கள் ஒரே அடிப்படையாண்டு விலையோடு ஒப்பிட்டே கணிக்கப்பட்ட போதிலும், அடிப்படையாண்டிற்கு கொடுக்கப்பட்டுள்ள எடை நடப்பாண்டு அளவிற்கு ஏற்றாற்போல் மாறும் தன்மையுடையது. இது உண்மையில் ஒரு பெருங் குறையேயாகும்.

ஈ) இரு ஆண்டுகளின் சராசரி அளவை எடையாகக் கொள்ளல்:

இம்முறையில் முன்னம் கூறியது போல் இரண்டு ஆண்டுகளிலும் உள்ள அளவுகளை எடையாக எடுப்பதற்குப் பதிலாக அவற்றின் சராசரி அளவை எடையாகக் கொள்ளலாம்.

$$\left[\frac{அ.அ. + ந. அ.}{2} \right] = \frac{q_0 + q_n}{2}$$

கூர்ந்து நோக்கினால் இது புதிய முறையாகத் தோன்றுது. முன்பு காட்டிய மூன்றாவது முறையே இது. ஒரே வேறுபாடு என்னவெனில், இம்முறையில் ஒவ்வொரு பொருளுக்கும் கொடுக்கப்படும் எடையளவு அந்த முறையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள எடையளவின் நேர் பாதியாகும். எனவே இம் முறையை மூன்றாவது முறையின் திரிபு என்ற கூறலாம்.

எனவே, மூன்றாவது முறைக்குரிய நிறை குறைகள் யாவும் இம்முறையில் கணிக்கப்படும் விலை குறியீட்டெண்களுக்கும் பொருந்தும் என்பதை உணர்ந்து கொள்க.

எ. கா. 7

பொருள்	அ.அ. கு.	ந.அ. கு.	சராசரி அளவு கு.	அ. வி. கு.	ந. வி. கு.	அ. செலவு கு.	ந. செலவு கு.
(1)	(8)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
அரிசி	2.00	1.80	1.90	51	57	96.90	108.30
கோதுமை	0.04	0.16	0.10	54	56	5.40	5.60
சோளம்	0.50	0.40	0.45	48	52	21.60	28.40
கம்பு	0.25	0.25	0.25	45	49	11.75	12.25
திணை	0.10	0.08	0.09	32	36	2.88	3.24
மொத்தச் செலவு						185.93	152.79

$$\text{கட்டம் (7)} = \text{கட்டம் (4)} \times \text{கட்டம் (5)}$$

$$\text{கட்டம் (8)} = \text{கட்டம் (4)} \times \text{கட்டம் (6)}$$

வி. கு. எ. =

$$\begin{aligned}
 &= \frac{100}{1} \times \left[\frac{\text{ந வி 1} \left(\frac{\text{அஅ1} + \text{நஅ1}}{2} \right) + \text{ந வி 2}}{\text{அ வி 1} \left(\frac{\text{அஅ1} + \text{நஅ1}}{2} \right) + \text{அ வி 2}} \right. \\
 &\quad + \left(\frac{\text{அஅ2} + \text{நஅ2}}{2} \right) + \dots + \text{நவிக} \left(\frac{\text{அஅக} + \text{நஅக}}{2} \right) \\
 &\quad \left. + \left(\frac{\text{அஅ2} + \text{நஅ2}}{2} \right) + \dots + \text{அவிக} \left(\frac{\text{அஅக} + \text{நஅக}}{2} \right) \right] \\
 &= \left[\frac{\sum \text{நவி} \times \left[\frac{(\text{அஅ1} + \text{நஅ1})}{2} \right]}{\sum \text{அவி} \times \left[\frac{(\text{அஅ1} + \text{நஅ1})}{2} \right]} \right] \frac{100}{1}
 \end{aligned}$$

$$= \frac{\sum p_n \cdot \left(\frac{q_o + q_n}{2} \right)}{\sum p_o \left(\frac{q_o + q_n}{2} \right)} \times \frac{100}{1}$$

$$\sum \text{நவி} \times \frac{(\text{அஅ1} + \text{நஅ1})}{2} = 152.79$$

$$\sum \text{அவி} \times \frac{(\text{அஅ1} + \text{நஅ1})}{2} = 188.58$$

$$\text{வி.கு.எண்} = \frac{152.79}{188.58} \times 100 = 110.7$$

பின்னோடி ஆய்வு : (Retrospect)

நாம் இதுவரை கவனித்த விதி முறைகளையும், அவற்றின் மூலம் கணித்த விலை குறியீட்டெண்களையும், அவைகள் தம்மில் உள்ள வேறுபாடுகளையும் மீண்டும் ஒரு முறை ஆய்வோம்.

முறைகள்

கணித்த வி.கு.எண்

1. எளிய கூட்டு முறை 108.7

2. எடை ஏறிய கூட்டு முறை

அ. அடிப்படையாண்டு அளவை

எடையாகக் கொண்டு கணித்தல் (அ.அ.) 110.9

ஆ. நடப்பாண்டு அளவை எடையாகக்

கொண்டு கணித்தல் (ந.அ.) 110.5

இ. இருவாண்டு அளவுகளையும் எடை

யாகக் கொண்டு கணித்தல். (அஅ + நஅ) 110.7

ஈ. இருவாண்டு அளவுகளின் சராசரி

அளவை எடையாகக் கொண்டு கணித்தல். 110.7

$$\left(\frac{\text{அஅ} + \text{நஅ}}{2} \right)$$

விதி முறைகள் :

1. எளிய கூட்டு முறை :

$$\frac{\sum \text{நவி}}{\sum \text{அவி}} = \frac{\sum p_n}{\sum p_o}$$

2. எடை ஏறிய கூட்டு முறை :

$$\text{அ) } \frac{\sum (\text{நவி} \times \text{அஅ})}{\sum (\text{அவி} \times \text{அஅ})} = \frac{\sum (p_n \times q_o)}{\sum (p_n \times q_o)}$$

$$\begin{aligned}
 \text{அ)} \quad \frac{\sum (\text{நவி} \times \text{நஅ})}{\sum (\text{அவி} \times \text{அஅ})} &= \frac{\sum (p_n \times q_n)}{\sum (p_o \times q_n)} \\
 \text{இ)} \quad \frac{\sum \text{நவி} \times (\text{அஅ} + \text{நஅ})}{\sum \text{அவி} \times (\text{அஅ} + \text{நஅ})} &= \frac{\sum q_n \times (q_o + p_n)}{\sum p_o \times (q_o + q_n)} \\
 \text{ஈ)} \quad \sum \text{நவி} \times \left[\frac{(\text{அஅ} + \text{நஅ})}{2} \right] &= \sum p_n \times \left[\frac{q_o + q_n}{2} \right] \\
 \hline
 \frac{\sum \text{அவி} \times \left[\frac{(\text{அஅ} + \text{நஅ})}{2} \right]}{\sum p_o \times \left[\frac{q_o + q_n}{2} \right]} &=
 \end{aligned}$$

இங்கு கொடுத்துள்ள விதிகளில் எல்லாம் 100 கொண்டு பெருக்குவது கொடுக்கப்படவில்லை. பொதுவாக விதிகளில் இதைக் கொடுப்பதில்லை. ஆகவே கொடுபடாத இடங்களில் எல்லாம் 100 கொண்டு பெருக்க வேண்டும் என்பதை நினைவில் வைத்துக் கொள்ள வேண்டும்.

கணித்துக் கிடைத்த குறியீட்டெண்களை மீண்டும் கவனிக் கவும்.

1. அடிப்படையாண்டு அளவை எடையாகக் கொண்டு கணித்தல். 110.9
2. நடப்பாண்டு அளவை எடையாகக் கொண்டு கணித்தல். 110.5
- இவ்விரண்டு வி.கு எண்களின் கூட்டு 221.4
- இவ்விரண்டு வி.கு எண்களின் சராசரி 110.7

கூர்ந்து கவனித்தால் இவ்விரண்டு குறியீட்டுகளின் சராசரியே பின்னால், அடிப்படையாண்டு, நடப்பாண்டு அளவுகளின் மொத்தத்தையும், சராசரியையும் எடையாகக் கொண்டு கணித்த விலை குறியீட்டெண்ணிற்குச் சமமாக இருப்பதைக் காணலாம். இதில் புதுமை ஒன்றும் இல்லை. நிலைமை இவ்வாறுதான் இருக்கும் என்பது தெரிந்ததொன்றே.

நாம் இதுவரைக் கவனித்த விதிகளையும், அவ்விதிகளின் உதவியால் கணிக்கும் முறைகளையும், எடுத்துக்காட்டுகளையும், கணித்துக் கிடைத்த குறியீட்டெண்களையும் மீண்டும் ஒரு தடவை கூர்ந்து நோக்கின் ஒரு உண்மை விளங்கும்.

நாம் கவனித்த ஒவ்வொரு எடுத்துக்காட்டிலும் 5 பொருள் களையே கவனித்தோம். ஒவ்வொரு எடுத்துக் காட்டிலும் இவ்வைந்து பொருள்களுக்கான மொத்தச் செலவுகளை அடிப்படையாண்டிற்கும், நடப்பாண்டிற்கும் தனித்தனியே கணித்தோம். எல்லா விதி முறைகளிலும் நடப்பாண்டிற்கான மொத்தச் செலவைக் கணக்கிடும்போது, பொருளின் நடப்பாண்டு விலை வீதங்களையே பயன்படுத்தினோம். இது போன்று அடிப்படையாண்டுக்கான மொத்தச் செலவைக் கணிக்கும்போது அடிப்படை விலைவீதங்களைக் கையாண்டோம். வேறுபட்டதெல்லாம் எடையளவுகளே.

இவ்வாறு நடப்பாண்டிற்கும் அடிப்படையாண்டிற்கும் கணித்துக் கிடைத்த மொத்த செலவுகளுக்கிடையேயுள்ள வேறுபாட்டைக் கணித்தோம். நடப்பாண்டின் மொத்தச் செலவை அடிப்படையாண்டின் மொத்தச் செலவால் வகுத்து பின்னர் 100 கொண்டு பெருக்கி விலை குறியீட்டெண் கணித்தோம். இவ்விதம் 5 பொருள்களுக்கான மொத்த செலவுகளுக்குப் பதிலாக அவைகளின் சராசரி செலவைக் கண்டு பிடித்து, அச்சராசரி அளவுகளின் அடிப்படையில் குறியீட்டெண் கணிக்கும்போது, முன்னம் கிடைத்த அதே குறியீட்டெண்களே கிடைக்கும். எவ்வித மாற்றமும் ஏற்படுவதில்லை. இவ்வுண்மை கீழே கொடுத்துள்ள அட்டவணையை நோக்கின் விளங்கும்.

அட்டவணை 1

கா. எண்	மொத்தச் செலவு		வி.கு. எ.	சராசரிச் செலவு		வி.கு. எ.
	அ. ஆண்டு.	ந. ஆண்டு		அ. ஆண்டு	ந. ஆண்டு	
1	2.	3.	4.	5.	6.	7.
2	230.00	250.00	103.7	43.00	50.00	103.7
4	142.61	153.09	110.9	23.52	31.62	110.9
5	133.45	147.49	110.5	26.9	29.50	110.5
6	236.06	305.58	110.7	55.21	61.12	110.7
7	138.03	152.79	110.7	27.60	30.56	110.7

4 வது கட்டத்திலும் 7-வது கட்டத்திலும் கொடுத்துள்ள வி. கு. எண்கள் ஒவ்வொரு எடுத்துக்காட்டிலும் சமமாக இருப்பதைக் காண்க. ஆகவே, விலை குறியீட்டெண்ணை பொருள்களின் மொத்தச் செலவின் அடிப்படையிலோ அல்லது சராசரிச் செலவின் அடிப்படையிலோ கணித்தாலும் ஒன்றுதான். ஆனால் சராசரிச் செலவைக் கண்டுபிடிப்பதற்கு, மொத்தச் செலவைக் கணித்து, பின்னர் பொருள்களின் எண்ணிக்கையால் வகுத்து 100 கொண்டு பெருக்கி விலை குறியீட்டெண் கணக்கிடலாம். ஒவ்வொரு பொருளுக்கும் உள்ள செலவை எல்லாம் சேர்த்துக் கூட்டிக் கிடைத்த பொருள்களின் மொத்தச் செலவை பொருள்களின் எண்ணிக்கையால் வகுத்துக் கிடைக்கும் சராசரி செலவை பொருள்களின் எண்ணிக்கையால் வகுத்துக் கிடைக்கும் சராசரி செலவு உண்மையில் கூட்டுச் சராசரி (arithmetic average) செலவேயாகும். ஆகவே, இம்முறையில் விலை குறியீட்டெண்கள் கணக்கிடுவதைப்போதுவாக கூட்டுச்சராசரி முறையில் கணிக்கப் படுவதாகக் கூறலாம்.

கூட்டுச் சராசரி போன்று பெருக்கல் சராசரி (geometric average) முறையையும், தலைகீழ் எண்களின் தலைகீழ் சராசரி (harmonic average) முறையையும் பின்பற்றலாம். ஆனால் எல்லா முறைகளும் எல்லா இடங்களுக்கும் பயன்படுவதில்லை. ஒவ்வொரு முறையிலும் அதற்கே உரித்தான சில நன்மைகளும் குறைகளும் உண்டு. அவற்றைப் பின்னால் விரிவாகக் காணலாம். எனினும் பெருக்கல் சராசரி முறையில் அமைந்துள்ள புதுமையானதோர் ஒரு முறையை மாத்திரம் தற்போது காண்போம்.

ஊ. பிஷெரின் விழுமிய குறியீட்டெண்: (Fisher's Ideal Index Number)

இதுவரை நாம் கண்டுள்ள முறைகளில் எல்லாம் கூட்டுப் பலன்களை அல்லது கூட்டல் சராசரியை வைத்தே குறியீட்டெண் கணித்துள்ளோம். ஆனால் இப்புதிய முறையில் பெருக்கல் பலன்களை வைத்துக் குறியீட்டெண் கணிக்கும் முறையைக் காண்போம்.

செயல்முறை:

இம்முறையில் கணிப்பிற்காக எடுத்துக் கொள்ளப்படுவதெல்லாம் இருவிதமான குறியீட்டெண்களே என்பதை நன்கு

நினைவுறுத்தவேண்டும். முதலில் அடிப்படையாண்டு அளவுகளை எடையாக வைத்து, 4வது எடுத்துக்காட்டில் கொடுத்தது போல் குறியீட்டெண் கணிக்க வேண்டும்.

$$\text{வி. கு. எண்} = \frac{\sum (\text{ந.வி.} \times \text{அ.அ.})}{\sum (\text{அ.வி.} \times \text{அ.அ.})} \times \frac{100}{1}$$

அல்லது

$$\frac{\sum (p_n \times q_n)}{\sum (p_o \times q_o)} \times \frac{100}{1}$$

பின்னர் நடப்பாண்டு அளவுகளை எடையாகக் கொண்டு 5வது எடுத்துக்காட்டில் காண்பித்தது போல் குறியீட்டெண் கணிக்கவேண்டும்.

$$\text{வி.கு.எண்:} = \frac{\sum (\text{ந.வி.} \times \text{ந.அ.})}{\sum (\text{அ.வி.} \times \text{ந.அ.})} \times \frac{100}{1}$$

அல்லது

$$\frac{\sum (p_n \times q_n)}{\sum (p_o \times q_o)} \times \frac{100}{1}$$

இவ்வாறு கணித்த இவ்விரு குறியீட்டெண்களைப் பெருக்கி பின்னர் பெருக்கிக் கிடைத்த பலனுக்கு பெருக்கல் சராசரி (Geometric mean) கண்டுபிடிக்க வேண்டும். இங்கு இரு எண்களே இருப்பதால் பெருக்கல் சராசரியும் வர்க்க மூலமும் (Squar root) ஒன்றே

$$\begin{aligned} & \sqrt{\left(\frac{\sum (\text{நவி} \times \text{அஅ})}{\sum (\text{அவி} \times \text{அஅ})} \times \frac{100}{1} \right) \times \left[\frac{\sum (\text{நஅ} \times \text{நஅ})}{\sum (\text{அஅ} \times \text{நஅ})} \times \frac{100}{1} \right]} \\ &= 100 \sqrt{\left\{ \frac{\sum (\text{நஅ} \times \text{அஅ})}{\sum (\text{அஅ} \times \text{அஅ})} \right\} \times \left\{ \frac{\sum (\text{நஅ} \times \text{நஅ})}{\sum (\text{அஅ} \times \text{நஅ})} \right\}} \\ &= 100 \sqrt{\left\{ \frac{\sum (p_n \times q_o)}{\sum (p_o \times q_o)} \right\} \times \left[\frac{\sum (p_n \times q_n)}{\sum (p_o \times q_n)} \right]} \end{aligned}$$

நமது எடுத்துக்காட்டில் கிடைத்த அ. கு. எண்களை கையாண்டால் குறியீட்டெண் கீழ்க்கண்டவாறு மாறும்.

$$\begin{aligned} \text{வி. கு. எண்:} & \sqrt{110.9 \times 110.5} \\ &= 110.7 \end{aligned}$$

இது விழுமிய அல்லது சிறப்புடைக் குறியீட்டெண் (Ideal) என வழங்கப்படுகிறது. அதற்குரிய காரணத்தைப் பின்னர் காண்போம்.

இதுவரையிலும் நாம் கணித்துள்ள முறைகளில் எல்லாம் பலவிதமான எடைகளைக் கையாளும் முறை பற்றிக் கவனித்தோம். என்றாலும் ஒரு உண்மையை உணராமலிருக்க முடியாது. எவ்விதமான எடைகளைப் பின்பற்றிய போதிலும் கணித்துக் கிடைக்கும் குறியீட்டெண்களிடையே அதிக வேறுபாடு தோன்றுவதில்லை என்பது தெரியவரும். பின்ன அளவில் (fraction) இருக்கும் எடையளவுகளை முழு எண்கள் அளவில் மாற்றிக் கணித்த போதிலும் குறியீட்டெண்களில் அதிக வேற்றுமை தோன்றாது. அதிலும் குறிப்பாக எல்லாப் பொருள்களின் விலைகள் ஒரே திசையில் மாறும்போதும் ஒன்றாக உயரவோ அல்லது குறையவோ செய்யும் போதும் அல்லது பொருள்களின் விலைகளில் ஒரே விகிதாச்சாரத்தில் ஏறும் போது அல்லது இறங்கும்போது, எந்த அளவுகளை எடையாகக் கொண்டபோதும் விலை குறியீட்டெண்களில் வேறுபாடு தோன்றாது. ஆனால் விலைகளைப் பொறுத்த அளவில் மிகக் கவனம் தேவை. விலைகளில் ஒரு சிறு மாற்றம் தேரினும் குறியீட்டெண்கள் பெரிதும் பாதிக்கப்படும் என்பதை உணர வேண்டும்.

எ. சங்கிலித் தொடர் குறியீட்டெண்கள்: (chain index numbers)

குறியீட்டெண்களை சங்கிலித் தொடர் போன்றும் கணிக்கலாம். இம்முறையில் ஒவ்வொரு நடப்பாண்டும் அடிப்படை ஆண்டோடு நேரடியாக ஒப்பிடப்படுவதில்லை. மாறாக, ஒவ்வொரு நடப்பாண்டின் மொத்த விலை மதிப்பை அதற்கு முன்னுள்ள ஆண்டின் விலை மதிப்பை அடிப்படையாகக் கொண்டு ஒப்பிட்டு நடப்பாண்டின் விலை மதிப்பிற்கு ஓர் இணைப்பு விகிதம் (link ratio) முதலில் கணிக்கப் பெறும். பிறகு இவ்வாறு கணித்துக் கிடைத்த இணைப்பு விகிதங்களை சங்கிலித் தொடர்போல் இணைத்து குறியீட்டெண்கள் கணிக்கலாம்.

முன்னம் கொடுத்துள்ள எடுத்துக் காட்டு 2-ஐப் பார்ப்போம்.

ஆண்டு 1.	மொத்தச் செலவு ரூ. 2	அடுத்த முன் ஆண்டுடன் ஒப்பிட்டுக் கிடைத்த இணைப்பு விகிதம். 3.	சங்கவி குறியீட்டெண். 4.
1960	230		100
1961	235	$\frac{235}{230} \times 100 = 102.2$	102.2
1962	242	$\frac{242}{230} \times 100 = 105.2$	$\frac{102.2 \times 103.0}{100} = 105.2$
1963	250	$\frac{250}{242} \times 100 = 103.3$	$102.2 \times \frac{103.0}{100} \times \frac{103.8}{100} = 108.7$

இம்முறையில் உள்ள நன்மை தீமைகள் பின்னர் அடுத்துள்ள துறையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

ஏ. வெவ்வேறு அடிப்படை ஆண்டுகள் கொண்ட குறியீட்டெண்கள்: (Index numbers with changing base years)

இதுவரை ஒரு நிலையான ஆண்டை அடிப்படையாண்டாகக் கொண்டு குறியீட்டெண் கணிப்பது குறித்து கவனித்தோம். இனிமேல் அடிப்படையாண்டை அடிக்கடி மாற்றிவிடக் குறியீட்டெண் கணிப்பது குறித்து ஆய்வோம்.

காலப்போக்கில் மக்களின் பழக்க வழக்கங்களிலும் சூழ்நிலைகளிலும் பெரிய மாற்றங்கள் ஏற்படுவது இயற்கை. சில பொருள்கள் மறைந்து புதுப்பொருள்கள் தோன்றலாம். அடிப்படையாண்டிலுள்ள ஒரு பொருள் நடப்பாண்டில் அறவே மறையலாம். மேலும் நடப்பாண்டில் உள்ள ஒரு புதிய பொருள் அடிப்படையாண்டில் இல்லாதிருக்கலாம். இந்நிலையில் முன்னம் என்றோ தேர்ந்தெடுத்த ஒரு அடிப்படையாண்

டுடன் ஒத்து நோக்கி குறியீட்டெண்களைக் கணித்துக் கொண்டே செல்வது நடைமுறைக்கு ஒவ்வாததும் உண்மை நிலைக்குப் புறம்பானதுமாகும்.

இக்குறையைத் தவிர்க்க, நடப்பாண்டை அடிப்படை யாண்டுடன் ஒப்பிடாமல், நடப்பாண்டிற்கு முன் உள்ள நேர் அடுத்த ஆண்டையே அடிப்படையாண்டாகக் கருதி குறியீட்டெண்கள் கணிக்கலாம். இது உண்மை நிலைக்கு ஒத்துக் கொள்வதாக இருக்கும். ஏனெனில் அடுத்தடுத்த இரு ஆண்டுகளில் மக்களின் பழக்க வழக்கங்களிலோ, அங்காடியில் வரும் பொருள்களிலோ பெரிய மாற்றங்கள் இருக்கா. இவ்வாறு ஒவ்வொரு நடப்பாண்டையும் அதற்கு முன்னுள்ள ஆண்டுடன் ஒப்பிட்டு குறியீட்டெண்கள் கணிக்கப்படுவதை எடுத்துக் காட்டு மூலம் கவனிப்போம்.

முன்னம் கொடுத்துள்ள எ. கா. 2-யைப் பார்ப்போம்:

ஆண்டு (1)	மொத்தச் செலவு (2)	சங்கிலி குறியீட்டெண் (3)
1960	280	... 100.0
1961	295	$\frac{295}{280} \times 100 = 102.2$
1962	242	$\frac{242}{280} \times 100 = 103.0$
1963	250	$\frac{250}{242} \times 100 = 103.8$

அட்டவணை 2

	1960	1961	1962	1963
சாதாரண முறையில் கணித்த வி. கு. எண்	100	102.2	105.2	103.7
வெவ்வேறு அடிப்படையாண்டின் மேல் கணித்த வி. கு. எண்கள்	100	102.2 (100.0)	— 103.0 (100.0)	— — 103.8

இதில் கவனத்திற்குரியது யாதெனில், அடிப்படை யாண்டை ஆண்டுதோறும் மாற்ற வேண்டும். நாம் முன்னம் கூறிய எடைகொள் விதிகளில் எதைவேண்டுமானாலும் பயன்படுத்தலாம். ஆனால் இம்முறையில் உள்ள குறை யாதெனில் ஏதாவது இரு ஆண்டு நிலவரங்களை அவ்வாண்டுகளுக் குரிய குறியீட்டெண்கள் மூலம் ஒப்பு நோக்க முடியாது. ஏனெனில் இரண்டு ஆண்டிற்கும் பொதுவான அடிப்படையாண்டில்லை. ஓர் ஆண்டை அதன் முன் உள்ள அல்லது பின் உள்ள ஆண்டுடன் தான் நேரடியாக ஒப்பிட முடியும். ஏதாவது இரு ஆண்டுகளை ஒப்பிட வேண்டுமேல், ஏதாவது ஒரு ஆண்டின் நிலையை முன்னும் அல்லது பின்னும் உள்ள ஆண்டுகளுடன் தொடர்ந்து ஒப்பிட்டுப் பார்க்க வேண்டும். பின்னர் அதற் கடுத்தாண்டுடன் பார்க்க வேண்டும். இவ்வாறு தொடர்ந்து நமக்குத் தேவையான ஆண்டு வருமளவும் ஒப்பிட்டுக் கொண்டே செல்ல வேண்டும். இது சற்று சிரமமாகத் தோன்றலாம்.

இம்முறைக்கும் முன்னம் கொடுத்துள்ள சங்கிலித் தொடர் முறைக்கும் உள்ள ஒற்றுமை வேற்றுமைகளை ஊன்றிக் கவனிக் கவும். இம் முறையிலிருந்துதான் சங்கிலித் தொடருக்குச் செல்ல வேண்டும். எனவே இம்முறை சங்கிலித் தொடர்க்கான முதற் படியாகும். இம் முறையில் உள்ள நன்மை தீமைகள் சங்கிலித் தொடர்க்கும் பெரும்பான்மையும் பொருந்தும்.

ஐ. சராசரி விலைவிகிதங்களின் குறியீட்டெண்: (index number of average of price relatives)

இதுகாறும் நாம் குறியீட்டெண்கள் கணிப்பதற்கு விலை வீதங்களைப் பயன்படுத்தினோம். இனிமேல் விலை வீதங்களுக்குப் பதிலாக விலை விகிதங்களைக் கையாண்டு குறியீட்டெண்கள் கணிப்பதைக் காண்போம்.

இம்முறையில் விலைவீதங்களை விட விலை விகிதங்களுக்கே (price relatives) முக்கியத்துவம் கொடுக்கப்படுகிறது. ஒரு பொருளின் நடப்பாண்டு விலைவீதத்தை (ந.வி), அடிப்படையாண் விலைவீதத்தால் (அ.வி.) வகுத்தால் கிடைப்பது விலை விகிதம் (ந.வி.)/(அ.வி.) இவ்வாறே எல்லாப் பொருள்களுக்கும் விலை விகிதங்கள் கணிக்கப்படும். நூன்னர் எல்லா விலைவிகிதங்களைக் கூட்டி மொத்த விலைவிகிதம் காணலாம்.

$$\left(\sum \frac{\text{ந.வி}}{\text{அ.வி}} \right)$$

மொத்த விலைவிகிதத்ததைப் பொருள்களின் எண்ணிக்கை யால் வகுத்தால் $\left(\sum \frac{\text{ந.வி}}{\text{அ.வி}} \right) \times \frac{1}{\text{எ}}$ ஒரு பொருளுக்குரிய சராசரி விகிதம் கிடைக்கும். இவ்வண்ணம் கிடைத்த சராசரி விலை விகிதத்தை 100 கொண்டு பெருக்கினால் விலை குறியீட்டெண் கிடைக்கும்.

எ. கா. 9

பொருள்கள் (1)	அ. விலை (ரூ) (2)	ந. விலை (ரூ) (3)	விலை விகிதம் ()
1. அரிசி	51	57	$57 \div 51 = 1.118$
2. கோதுமை	54	56	$56 \div 54 = 1.037$
3. சோளம்	48	52	$52 \div 48 = 1.083$
4. கம்பு	45	49	$49 \div 45 = 1.091$
5. தினை	57	36	$36 \div 52 = 1.125$

மொத்த விலைவிகிதம் = 5.454

சராசரி விலைவிகிதம்: $5.454 \div 5 = 1.091$

நடப்பு விலை = ந.வி p_0

அடிப்படை விலை = அ.வி. p_0

விலை விகிதம் = $\frac{\text{ந. வி. } p_n}{\text{அ.வி. } q_0}$

பொருள்களின் எண்ணிக்கை : எ. N

மொத்த விலை விகிதம் = $\sum \frac{\text{ந வி}}{\text{அவி}} = \sum \frac{p_n}{q_0}$

சராசரி விலைவிகிதம் = $\frac{\sum (\text{ந வி})}{\text{எ}} = \sum \frac{p_n}{q_n} \times \frac{I}{N}$

குறியீட்டெண். = $\sum \frac{(\text{நவி})}{\text{அ வி}} \times 100 = \sum \frac{p_n}{q_0} \times \frac{I}{N} \times 100$

கு. எண். = $\frac{5.454}{5} \times 100$

= 1.091×100

= 109.1

மேற்கூறிய முறையில் ஒரு சிறு மாற்றம் செய்தும் விலை குறியீட்டெண் கணிக்கலாம். இம்முறையில் ஒவ்வொரு பொருளின் விலைவிகிதத்தை ஆரம்பத்திலேயே 100 கொண்டு பெருக்கி, விலைவிகிதத்தைச் சதமானத்தில் மாற்றிக் கொள்ளலாம். பின்னர் விலைவிகிதச் சதமானங்களின் மொத்தம் கண்டு பிடித்து பொருளின் எண்ணிக்கையால் வகுத்தால், விலை குறியீட்டெண் கிடைக்கும்.

எ. கா. 10

பொருள் (1)	அ.வி. (ரு) (3)	ந. வி. (ரு) (3)	வி.விகிதம் (4)	வி.வி. சத மானம். (5)
1. அரிசி	51	57	1.118	111.8
2. கோதுமை	54	56	1.037	103.7
3. சோளம்	48	52	1.083	108.3
4. கம்பு	45	49	1.091	109.1
5. தினை	32	36	1.125	112.5

கட்டம் (5) = கட்டம் (4) × 100

மொத்தம் 545.4
சராசரி 109.1

வி.கு.எண். 109.1

குறை:

மேற்காட்டிய இரு முறைகளிலும் உள்ள குறை யாதெனில் எல்லாப் பொருள்களுக்கும் ஒரே சமமான எடை கொடுக்கப் பட்டுள்ளது. பொருளின் நிலைக்கும் தன்மைக்கும் தகுந்தவாறு எடை கொடுக்கப்படவில்லை. இது நடைமுறைக்கு ஒவ்வாத தொன்று. ஏனெனில் மனிதனுக்குத் தேவைப்படும் அரிசியின் அளவும் தினையின் அளவும் சமமாக இராது. இதுபோன்றே இதர இடங்களிலும் இம்முறைப் பொருத்தமாகத் தெரியாது. விலைவிகிதங்களைக் கொண்டு குறியீட்டெண் கணிக்குமிடங்களிலும் எளிய முறையை விட்டு எடை கொள்முறையைக் கைகொள்வதே ஏற்புடைத்தாகும்.

ஒ. விலைவிகிதங்களின் எடைகொள் குறியீட்டெண்கள் :
(Weighted Index of Price Relatives)

விலைவிகிதங்களைப் பற்றிக் கூறும்போது, எளிய சாதாரண குறியீட்டெண்களைவிட எடைகொள் குறியீட்டெண்களே சிறந்தவை என்று கண்டோம். எனவே எடைக்கு முக்கியத்துவம் கொடுப்பதேண்டும் என்பது தெளிவாகிறது. விலைவிகிதத்திலும் எடையைக் கவனித்து கணிப்பதே நன்று. ஆனால் எத்தகைய எடைகளை எடுக்கலாம் என்பது குறித்து விரிவாய் ஆய்வோம்.

எடைகள் :

பொருள்களின் விலைகளின் கூட்டிற்கு குறியீட்டெண்கள் கணிக்கும்போது, பொருள்களின் அளவையே எடையாகக் கொள்ளலாம் என்று கண்டோம். ஒரு முறையில் அடிப்படை யாண்டு அளவுகளை எடையாகவும், வேறொரு முறையில் நடப்பாண்டு அளவுகளை எடையாகவும், மற்றொரு முறையில் இவ்விரண்டு ஆண்டுகளின் மொத்த அளவையோ அன்றி சராசரி அளவையோ எடையாகவும் தேர்ந்தெடுக்கலாம் என்பதைத் தெரிந்து கொண்டோம். இங்கும் அதே போன்று எடைகளைக் கையாளலாம். எனினும் இரண்டிற்கும் உள்ள அடிப்படை வேறுபாடுகளை நன்கு கவனிக்கவேண்டும். முதல் கூறியவற்றில் விலைவீதத்தையும் (rate per unit) இப்போதைய விலைவிகிதத்தையும் (price relative) பயன் படுத்த வேண்டும். மேலும் எடையைப் பொறுத்தளவிலும் இரண்டிற்குமிடையே வேறுபாடுண்டு. விலைவிகிதங்களைக் கையாளும்போது, பொருள்களின் அளவுகளை எடையாகக் கொண்டோம். ஆனால் விலைவீதங்களை வைத்துக் கணிக்கும்போது, ஒவ்வொரு பொருளுக்கான மொத்த விலையை அல்லது மொத்தச் செலவை எடையாகக் கொள்ள வேண்டும். ஈண்டு, பொருள்களின் மொத்த விலை மதிப்பு என்று கூறும்போது விலையையும் (வி) அளவையும் (அ) பெருக்கிக் கிடைத்தத் தொகையைக் ($அ \times வி$) குறிப்பதாகக் கொள்ள வேண்டும் ($p \times q$).

பொருள்களின் அளவிற்கேற்றவாறு எடையை நான்கு வகையாக முன்னம் பிரித்ததுபோன்று, பொருள்களின் செலவுகளினாலான எடையையும் பலவாறு பிரிக்கலாம்.

- (1) பொருள்களை அடிப்படை யாண்டு விலையிலும் அடிப்படையாண்டு அளவிலும் வாங்கினால் ஏற்படும் செலவு: $அவி \times அஅ = p_0 \times q_0$

(2) பொருள்களை அடிப்படை யாண்டு விலையிலும் நடப்பாண்டு அளவிலும் வாங்கும்போதுள்ள செலவு: $அவி \times நஅ = p_0 \times q_n$

(3) பொருள்களை நடப்பாண்டு விலையிலும் அடிப்படை யாண்டு அளவிலும் வாங்கினால் ஆகும் செலவு: $நவி \times அஅ = p_n \times q_0$

(4) பொருள்களை நடப்பாண்டு விலையிலும் நடப் பாண்டு அளவிலும் வாங்கினால் ஆகும் செலவு: $நவி \times நஅ = p_n \times q_n$

மேற்காட்டிய நான்குவிதமான எடைகளைக் கையாண்டு விலைவிகிதத்தின் உதவியால் எவ்வாறு விலை குறியீட்டெண் கணிக்கலாம் என்பதை எடுத்துக்காட்டுகள் மூலம் காண் போம்.

பொருள்களை அடிப்படையாண்டு விலையிலும் அடிப்படை யாண்டு அளவிலும் வாங்கினால் ஏற்படும் செலவை (அவி $\times$ அஅ) எடையாகக் கொள்ளல்.

எ.கா. 11.

பொருள்	அ.அ.	அ. விலை	அ. ஆண்டு மொத் தச் செலவு	ந.வி.	வி. விகி தம் (வி. வி)	வி.வி. $\times$ மொத் தச் செலவு
(1)	(2) ரூ	(3) ரூ	(4) ரூ.	(5) ரூ.	(6)	(7) ரூ.
1. அரிசி	2.00	51	102.00	57	1.118	114.04
2. கோதுமை	0.04	54	2.16	56	1.037	2.24
3. சோளம்	0.05	48	24.00	52	1.053	25.99
4. கம்பு	0.25	45	11.25	49	1.091	12.27
5. தினை	0.10	32	3.20	36	1.125	3.60
மொத்தம்			142.61			158.14

1. கட்டம் (4) = கட்டம் (2) × கட்டம் (3)
2. கட்டம் (6) = கட்டம் (5) ÷ கட்டம் (3)
3. கட்டம் (7) = கட்டம் (4) × கட்டம் (6)

செயல் முறை :

ஒவ்வொருபொருளின் அளவையும் விலை வீதத்தையும் பெருக்கி கிடைத்த அப் பொருளுக்கான செலவை 4 வது கட்டத்தில் கொடுத்துள்ளது போல் கணிக்க வேண்டும். பின்னர் ஒவ்வொரு பொருளின் நடப்பாண்டு விலையை அப்பொருளுக்குரிய அடிப்படையாண்டு விலையால் வகுத்து அப்பொருளுக்குரிய விலைவிகிதத்தை 6 வது கட்டத்தில் கொடுத்துள்ளது போல் கணக்கிட வேண்டும். பின்னர் ஒவ்வொரு பொருளின் விலை விகிதத்தை அப்பொருளுக்குரிய அடிப்படையாண்டு மொத்தச் செலவால் (4 வது கட்டத்தில் கொடுத்துள்ளது) பெருக்கி, நடப்பாண்டிற்குரிய மொத்தச் செலவை 7 வது கட்டத்தில் கொடுத்துள்ளது போல் கணிக்க வேண்டும். இவ்வாறு கணித்துக் கிடைத்த நடப்பாண்டிற்குரிய மொத்தச் செலவின் கூட்டுத் தொகையை அடிப்படையாண்டுக்குரிய மொத்தச் செலவின் கூட்டுத்தொகையால் வகுத்து, பின்னர் 100 கொண்டு பெருக்கினால் நடப்பாண்டிற்குரிய விலை குறியீட்டெண் கிடைக்கும்.

$$\text{வி. கு. எண்} : \frac{158.14}{142.61} \times \frac{100}{1} = 110.9$$

இவ் விலை குறியீட்டெண், நாம் முன்னர், பொருள்களின் விலையுடன் பொருள்களின் அடிப்படையாண்டு அளவை எடையாகக் கொண்டு கணித்துக் கிடைத்த விலை குறியீட்டெண்ணிற்குச் சமமாக இருப்பதைக் காணலாம். (எ. கா.4). இதில் புதிர் ஒன்றுமில்லை. விதியைப் பார்த்தால் விளங்கும்.

$$\text{நடப்பாண்டிற்குரிய விலை விகிதம்} = \frac{\text{ந.வி.}}{\text{அ.வி.}}$$

$$\text{அடிப்படையாண்டிற்குரிய விலைவிகிதம்} = \frac{\text{அ.வி.}}{\text{அ.வி.}} = 1$$

$$\text{விதி} : = \frac{\sum \left\{ \left[\frac{(\text{ந.வி.})}{(\text{அ.வி.})} \right] \times \left[\frac{(\text{அ.வி.} \times \text{அ.அ.})}{1} \right] \right\}}{\sum \left\{ \left[\frac{(\text{அ.வி.})}{(\text{அ.வி.})} \right] \times \left[\frac{(\text{அ.வி.} \times \text{அ.அ.})}{1} \right] \right\}}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\sum \left[\left(\frac{pn}{po} \right) \times \left(\frac{po \times qo}{1} \right) \right]}{\sum \left[\left(\frac{po}{po} \right) \times \left(\frac{po \times qo}{1} \right) \right]} \\
 &= \frac{\sum \left\{ \frac{(\text{ந.வி.})}{(\text{அ.வி.})} \right\} \times (\text{அ.வி.} \times \text{அ.அ.})}{\sum (\text{அ.வி.} \times \text{அ.அ.})} \\
 &= \left(\frac{\sum \left\{ \left(\frac{pn}{qo} \right) \times (po \times qo) \right\}}{po \times qo} \right) \\
 &= \frac{\sum (\text{ந.வி.}) \times \text{அ.வி.}}{\sum (\text{அ.வி.}) \times \text{அ.அ.}} \\
 &= \frac{\sum (pn \times qo)}{\sum (po \times qo)}
 \end{aligned}$$

ஒவ்வொரு பொருளின் நடப்பாண்டு விலையை அடிப்படையாண்டு அளவால் பெருக்கி கிடைத்த எல்லாப் பொருள்களின் மொத்த விலையை அப்பொருள்களின் அடிப்படையாண்டு விலையை அடிப்படையாண்டு அளவுகளால் பெருக்கிக் கிடைத்த எல்லாப் பொருள்களின் மொத்த விலையால் வகுத்துக் கிடைக்கும் எண்ணே விலை குறியீட்டெண்ணாக மாறுகிறது என்பது தெரியவரும்.

எனவே, பொருள்களின் விலைகளுடனே அல்லது விலை விகிதங்களுடனே அவற்றிற்குரிய அடிப்படையாண்டு அளவுகளை எடையாக வைத்துக் கணிக்கப்படும் விலைகுறியீட்டெண்கள் தம்மில் சமமாக இருக்கும் என்பதை உணரலாம்.

2. பொருள்களை அடிப்படையாண்டு விலையிலும் நடப்பாண்டளவிலும் வாங்கினால் ஆகும் செலவை எடையாகக் கொள்ளல்.

எ. கா. 12

பொருள் (1)	ந. ஆண்டு (கு) (2)	அ. வி. ரு (3)	ந. வி. ரு (4)	வி. வி. ரு (5)	அ. ஆண்டு செலவு ரு (6)	ந. ஆண்டு செலவு ரு (7)
1. அரிசி	1.80	51	57	1.118	91.80	103.63
2. கோதுமை	0.16	54	56	1.037	8.64	3.96
3. சோளம்	0.40	48	52	1.055	19.20	20.79
4. கம்பு	0.25	45	49	1.091	11.25	12.27
5. தினை	0.09	52	36	1.25	2.56	2.68
					133.45	147.53

1. கட்டம் (5) = கட்டம் (4) ÷ கட்டம் (3)
 2. கட்டம் (6) = கட்டம் (2) × கட்டம் (3)
 3. கட்டம் (7) = கட்டம் (5) × கட்டம் (6)

செயல்முறை :

ஒவ்வொரு பொருளின் நடப்பாண்டு அளவையும் அடிப்படையாண்டு விலையையும் பெருக்கி, அப்பொருளுக்கான அடிப்படையாண்டுச் செலவை 6 வது கட்டத்தில் கொடுத்துள்ளது போல் கணக்கிட வேண்டும். பின்னர் எல்லாப் பொருள்களுக்கும் உள்ள அடிப்படையாண்டிற்கான மொத்தச் செலவையும் கணக்கிட வேண்டும். பின்னர் ஒவ்வொரு பொருளின் அடிப்படையாண்டுச் செலவையும் நடப்பாண்டிற்கான விலை விகிதத்தையும் பெருக்கி அப்பொருளின் நடப்பாண்டிற்கான செலவை எடுத்துக்காட்டில் 7 வது கட்டத்தில் கொடுத்துள்ளது போல் கணிக்க வேண்டும். பின் எல்லாப் பொருள்களுக்கும் உள்ள நடப்பாண்டிற்கான மொத்தச் செலவையும் காண வேண்டும். பிறகு நடப்பாண்டிற்கான மொத்தச் செலவை அடிப்படை ஆண்டிற்கான மொத்தச் செலவால் வகுத்து 100 கொண்டு பெருக்கினால் விலை குறியீட்டெண்கிடைக்கும். நடப்பாண்டின் மொத்தச் செலவு : ரூ 147.53

அடிப்படையாண்டின் மொத்தச் செலவு ரூ 133.45.

$$\text{விலை குறியீட்டெண்} : \frac{147.53}{133.45} \times \frac{100}{1} \\ = 110.5$$

மேற்கண்டவாறு கணித்துக் கிடைத்த குறியீட்டெண் நாம் முன்னம் பொருள்களின் நடப்பாண்டு அளவை எடையாக்கக் கொண்டு பொருள்களின் விலை வீதங்களோடு சேர்த்துக் கணித்து கிடைத்த குறியீட்டெண்ணிற்குச் சமமாக இருப்பதைக் காணலாம். முன் விதியில் கூறியதுபோல் ஈண்டும் விதிமுறைகளைக் கவனித்தால் விளக்கம் கிடைத்து விடும்.

ஒரு பொருளின் அடிப்படையாண்டிற்கான விலைவிகிதம்:

$$\frac{\text{அ.வி.}}{\text{அ.வி.}} = 1$$

பொருளின் நடப்பாண்டு விலைவிகிதம் = $\frac{\text{ந.வி.}}{\text{அ.வி.}}$

விதி:

$$\begin{aligned} \text{வி. கு. எண்} &= \frac{\sum \left\{ \left[\frac{(\text{ந.வி.})}{(\text{அ.வி.})} \right] \times \left[\frac{(\text{அ. வி.} \times \text{ந.அ.})}{1} \right] \right\}}{\sum \left\{ \left[\frac{(\text{அ.வி.})}{(\text{அ.வி.})} \right] \times \left[\frac{(\text{அ. வி.} \times \text{ந.அ.})}{1} \right] \right\}} \\ &= \frac{\sum \left\{ \left[\frac{pn}{po} \right] \times \left[\frac{po \times qn}{1} \right] \right\}}{\sum \left\{ \left(\frac{po}{po} \right) \times \left(\frac{po \times qn}{1} \right) \right\}} \\ &= \frac{\sum \left[\frac{(\text{ந.வி.})}{(\text{அ.வி.})} \times (\text{அ.வி.} \times \text{ந.அ.}) \right]}{\sum \left(\frac{\text{அ.வி.} \times \text{ந.வி.}}{\text{அ.வி.} \times \text{ந.அ.}} \right)} \\ &= \frac{\sum \left[\frac{pn}{po} \times (po \times qn) \right]}{\sum (po \times qn)} \\ &= \frac{\sum (\text{ந.வி.} \times \text{ந.அ.})}{\sum (\text{அ.வி.} \times \text{ந.அ.})} = \frac{\sum (pn \times qn)}{\sum (po \times qn)} \end{aligned}$$

பொருளின் விலைகளோடு நடப்பாண்டு அளவை எடையாகக் கொண்டு வி. கு. எண் கணிப்பதும், விலைவிகிதங்களோடு அடிப்படையாண்டு விலையில் நடப்பாண்டளவில் வாங்கப்படும் செலவை எடையாக வைத்து விலை குறியீட்டெண் கணிப்பதும் ஒன்றே என்பது தெரியவரும். விலை விகிதங்களுக்காக கொடுத்துள்ள நான்கு முறைகளில் முதலிரு முறைகளும் ஏற்கனவே நாம் கையாண்ட முறைகளே என்பதை உணரலாம்.

சராசரிகள் :

விலைவிகிதங்களுக்கு நான்கு முறைகளில் இரண்டு முறைகளை இதுவரை ஆராய்ந்தோம். மீதி உள்ள இரு முறைகளை ஆய்வதற்கு முன்னால் 'சராசரி' (Average or mean) பற்றிச் சற்று சிந்திப்பது நலம்.

சராசரிகள், கூட்டுச் சராசரி (Arithmetic mean) பெருக்கல் சராசரி (Geometric mean) தலைகீழ் எண்களின் தலைகீழ் கூட்டுச் சராசரி (Harmonic mean) என மூவகைப் படுத்தலாம் என்பது தெரிந்ததே. இதுவரை நாம் கவனித்த பெரும்பான்மை முறைகள் எல்லாம் கூட்டுச் சராசரி அல்லது எடைகொள் கூட்டுக் சராசரியின்பால் (Weighted Arithmetic Mean) சார்ந்தவையே. ஆனால் மிசரின் (Fisher's Ideal Index Number) விழுமியக் குறியீட்டெண் பெருக்கல் சராசரியின்பால் படும். ஈண்டு தலைகீழ் எண்களின் தலைகீழ் சராசரியைக் கவனிப்போம்.

எ.கா. 13

கொடுத்துள்ள மூன்று எண்கள் 10 8 6

இதே எண்களைக் கீழ்க்கண்டவாறும் மாற்றி எழுதலாம்.

$$\frac{10}{1} \quad \frac{8}{1} \quad \frac{6}{1}$$

எண்களின் கூட்டு $= 10 + 8 + 6 = 24.$

எண்களின் சராசரி $= \frac{24}{3} = 8.$

கொடுத்துள்ள மூன்று எண்களின் தலைகீழ் எண்கள் (Reciprocals) முறையே கீழ்க்கண்டவாறும் மாறும்.

$$\frac{1}{10} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{6}$$

$$\text{தலைகீழ் எண்களின் கூட்டு} = \frac{1}{10} + \frac{1}{8} + \frac{1}{6}$$

$$\begin{aligned} \text{தலைகீழ் எண்களின் சராசரி} &= \left[\left(\frac{1}{10} + \frac{1}{8} + \frac{1}{6} \right) \right] \div 3 \\ &= \frac{1}{3} \times \left[\frac{1}{10} + \frac{1}{8} + \frac{1}{6} \right] \\ &= \frac{\left[\frac{1}{10} + \frac{1}{8} + \frac{1}{6} \right]}{\frac{1}{3}} = \frac{188 \times 1}{480 \times 3} \end{aligned}$$

இச்சராசரியைத் தலைகீழாக மாற்றினால்

$$\begin{aligned} \frac{3}{\frac{1}{188}} &= \frac{3 \times 188}{1} \\ \left[\frac{1}{10} + \frac{1}{8} + \frac{1}{6} \right] &= \frac{3 \times 188}{1} \\ &= 7 \frac{31}{47} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{தலைகீழ் எண்களின் தலைகீழ் சராசரி} = 7 \frac{31}{47}$$

இதுபோன்றத் தலைகீழ்ச் சராசரியை இங்கும் பின்பற்று வோம். எனவே இங்கு விசைவிகிதங்களை முதலில் தலைகீழாக அல்லது தலைகீழ் விகிதங்களாக மாற்ற வேண்டும். இதை வேறு விதமாகக் கூறுவதாயிருந்தால் நடப்பாண்டு விலையில் வகுத்து விசைவிகிதம் காண்பதுபோல் அமையும். இவ்வாறு கண்டுபிடித்த தலைகீழ் விசைவிகிதத்திற்கான எடையைக் காண வேண்டும். இங்கும் எடையை இருவகையாகக் கையாள லாம். முதலில் பொருள்களை நடப்பாண்டு விலையில் அடிப் படையாண்டளவில் செலவை எடையாகவும் பின்னர் நடப் பாண்டு விலையில் நடப்பாண்டளவிலாகும் செலவை எடை யாகவும் கணக்கிடலாம். இவ்விதம் கணிப்பதே நாம் முன்பு விசைவிகிதத்திற்காக கூறிய மூன்றாவது, நான்காவது முறை களாகும்.

3. நடப்பாண்டு விலையில் அடிப்படையாண்டு அளவிற் காகும் செலவை எடையாகக் கொள்ளல்:

நடப்பாண்டு விலையில் அடிப்படையாண்டு அளவு கொண்ட ஒரு பொருளுக்காகும் செலவு = ந.வி. × அ.அ. ($p_n \times q_0$) இதே முறையில் எல்லாப் பொருள்களுக்கும் உள்ள மொத்தச் செலவு $\sum (\text{ந.வி.} \times \text{அ.அ.}) = \sum (p_n \times q_0)$

$$\text{விலை விகிதம்} = \frac{\text{ந. வி.}}{\text{அ. வி.}} = \frac{p_n}{p_o}$$

$$\text{தலைகீழ் விகிதம்} = \frac{\text{அ. வி.}}{\text{ந. வி.}} = \frac{p_o}{p_n}$$

எடை... கொண்டுப் பெருக்கினால் கிடைக்கும் எடைகொள் குறியீட்டெண்

$$\begin{aligned} & \sum \left[\left(\frac{\text{அவி}}{\text{ந வி}} \right) \times \frac{(\text{நவி} \times \text{அஅ})}{1} \right] \sum \left(\frac{p_o}{p_n} \right) \times \frac{(p_n \times q_o)}{1} \\ & \sum \left[\left(\frac{\text{அவி}}{\text{அவி}} \right) \times \frac{(\text{நவி} \times \text{அஅ})}{1} \right] \sum \left(\frac{p_n}{p_o} \right) \times \frac{(p_n \times q_o)}{1} \\ & \sum \left(\frac{\text{அவி}}{\text{ந வி}} \right) \times \frac{(\text{நவி} \times \text{அஅ})}{1} \sum \left(\frac{p_o}{p_n} \right) \times (p_n \times q_o) \\ & \frac{\sum (\text{அவி} \times \text{அஅ})}{\sum (\text{ந வி} \times \text{அஅ})} = \frac{\sum (p_o \times q_o)}{\sum (p_n \times q_o)} \end{aligned}$$

இதைத் தலை கீழாக மாற்றினால் கீழ் கண்டவாறு மாறும்.

$$\frac{\sum (\text{ந வி} \times \text{அஅ})}{\sum (\text{அவி} \times \text{அஅ})} = \frac{\sum (p_n \times q_o)}{\sum (p_o \times q_o)}$$

இது நாம் முன்னம் பொருளின் விலைவீதங்களோடு அடிப்படையாண்டு அளவை எடையாகக் கொண்டு கணித்த குறியீட்டெண்ணிற்குரிய விதியாக மாறுவதைக் காணலாம். இதுபோன்று அடுத்த விதியும் மாறுவதைக்காணலாம். கொடுத்துள்ள எடுத்துக்காட்டை நோக்கினும் இது விளங்கும்.

எ. கா. 14

பொருள் (1)	அ.வி. (2)	ந. வி. (3)	வி.விகிதம் (4)	தலைகீழ் விகிதம் (5)
1. அரிசி	51	57	57 ÷ 51	51 ÷ 57 = 0.895
2. கோதுமை	54	56	56 ÷ 54	54 ÷ 56 = 0.964
3. சோளம்	48	52	52 ÷ 48	48 ÷ 52 = 0.923
4. கம்பு	45	49	49 ÷ 45	45 ÷ 49 = 0.918
5. தினை	32	36	36 ÷ 32	32 ÷ 36 = 0.889

எ.கா. 15

பொருள் (1)	அ.அ. (2) ரூ	ந வி. (3) ரூ	அ. அளவில் மொத்தச் செலவு (4) ரூ	தலை கீழ் விகிதம் (5)	தலைகீழ் விகிதம் × மொத்தச் செலவு (6) ரூ
1. அரிசி	2.00	57	114.00	0.865	102.08
2. கோதுமை	0.04	56	2.24	0.964	2.16
3. சோளம்	0.50	52	23.00	0.923	24.00
4. கம்பு	0.25	49	12.25	0.918	11.25
5. தினை	0.10	36	3.60	0.889	3.20
மொத்தம்			158.09		142.64

$$\text{கட்டம் (4)} = \text{கட்டம் (2)} \times \text{கட்டம் (3)}$$

$$\text{கட்டம் (6)} = \text{கட்டம் (4)} \times \text{கட்டம் (5)}$$

$$\frac{\text{கட்டம் 6}}{\text{கட்டம் 4}} = \frac{142.64}{158.09}$$

இதைத் தலைகீழாக மாற்றினால் கிடைப்பது

$$\frac{158.09}{142.64}$$

$$\text{வி. கு. எண்} : \frac{158.09}{142.64} \times 100 = \underline{110.83} \text{ அல்லது}$$

$$\underline{110.8}$$

4. நடப்பாண்டு விலையில் நடப்பாண்டு அளவிற்காகும் செலவை எடையாகக் கருதுதல்.

ஒரு பொருளின் நடப்பாண்டளவிற்கு நடப்பாண்டு விலையில் ஆகும் செலவு ந.வி. × ந.அ. = $p_n \cdot q_n$. எல்லாப் பொருள்களுக்கும் ஆகும் மொத்தச் செலவு $\sum (\text{ந.வி.} \times \text{ந.அ.}) = \sum (p_n \times q_n)$.

$$\text{விலை விகிதம் : } \frac{\text{ந. வி.}}{\text{அ. வி.}} = \frac{p_n}{p_o}$$

$$\text{தலைகீழ்விகிதம் : } \frac{\text{அ. வி.}}{\text{ந. வி.}} = \frac{p_o}{p_n}$$

தலைகீழ் விலைவிகிதத்துடன் எடையைச் சேர்க்கும் போது கிடைக்கும் குறியீட்டெண்

$$\begin{aligned} & \sum \left[\left(\frac{\text{அ.வி.}}{\text{ந.வி.}} \right) \times \left(\frac{\text{ந.வி.} \times \text{ந.அ.}}{1} \right) \right] \sum \left(\frac{p_o}{p_n} \right) \times \left(\frac{p_n \times q_n}{1} \right) \\ &= \frac{\sum \left[\left(\frac{\text{அ.வி.}}{\text{அ.வி.}} \right) \times \left(\frac{\text{ந.வி.} \times \text{ந.அ.}}{1} \right) \right] \sum \left(\frac{p_o}{p_o} \right) \times \left(\frac{p_n \times q_n}{1} \right)}{\sum \left(\frac{\text{அ.வி.}}{\text{ந.வி.}} \right) \times \left(\text{ந.வி.} \times \text{ந.அ.} \right) \sum \left(\frac{p_o}{p_n} \right) \times \left(p_n \times q_n \right)} \\ &= \frac{\sum \left(\text{ந.வி.} \times \text{ந.அ.} \right) \sum \left(p_n \times q_n \right)}{\sum \left(\frac{\text{அ.வி.} \times \text{ந.அ.}}{\text{ந.வி.} \times \text{ந.அ.}} \right) \sum \left(\frac{p_o \times q_n}{p_n \times q_n} \right)} \end{aligned}$$

இதைத் தலைகீழாக மாற்றும்போது கீழ்க்கண்டவாறு அமையும் :

$$\frac{\sum (\text{ந.வி.} \times \text{ந.அ.})}{\sum (\text{அ.வி.} \times \text{ந.அ.})} = \frac{\sum (p_n \times q_n)}{\sum (p_o \times q_n)}$$

இது, முன்னம் விலைவிகிதங்களோடு பொருள்களின் நடப்பாண்டு அளவுகளை எடையாகக் கொண்டு விலை குறியீட்டெண்கணிப்பதற்கான விதியாக மாறியதைக் காணலாம். எடுத்துக் காட்டைப் பார்த்தாலும் இது புரியும்.

எ. கா. 16.

பொருள்	ந. அ. ரூ	அ. வி. ரூ	ந. வி. ரூ	தலை கீழ் வி. வி.	த.விஸையில் செலவு	தலைகீழ் வி. விகிதம் × செலவு
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
1. அரிசி	1.80	51	57	0.895	102.60	91.68
2 கோதுமை	0.13	54	56	0.964	8.06	8.64
3. சோளம்	0.40	43	52	0.913	20.50	19.20
4. கம்பு	0.25	45	49	.18	12.25	11.25
5. தினை	0.09	22	36	0.899	2.56	2.56
மொத்தம்					147.61	133.48

- 1) கட்டம் (5) = கட்டம் (3) ÷ கட்டம்(4)
 2) கட்டம் (6) = கட்டம் (2) × கட்டம் (4)
 3) கட்டம் (7) = கட்டம் (5) × கட்டம் (6)

$$\frac{\text{கட்டம் 7}}{\text{கட்டம் 6}} = \frac{133.48}{147.49}$$

இதைத் தலைகீழாக மாற்றினால் கீழ்க் கண்டவாறு மாறும்.

$$\frac{147.49}{133.48}$$

$$\begin{aligned} \text{வி. கு. எண்} &: \frac{147.49}{133.48} \times 100 \\ &= 110.5 \end{aligned}$$

விஸை விகிதங்களின் உதவி கொண்டு பல விதி முறைகள் மூலம் கணித்துக் கிடைத்த எடைகொள் விஸை குறியீட்டெண்கள், விஸைவீதங்களோடு அடிப்படையாண்டு அளவையோ அல்லது நடப்பாண்டு அளவையோ எடையாகக் கொண்டு கணித்த குறியீட்டெண்களில் ஏதாவது ஒன்றிற்கு இணையாகவும் சமமாகவும் இருப்பதைக் கண்ணுற்றோம்.

விஸைவிகிதங்களுக்குப் பொருள்களின் அடிப்படையாண்டு செலவையோ அல்லது நடப்பாண்டு செலவையோ எடையாக

வைத்துக் குறியீட்டெண் கணிப்பது சுற்றி வளைந்த வழியாகும். மேலும் காலதாமதமும் வீண் சிரமும் ஆகும் என்றே கூறலாம். மாறாத பொருள்களின் அடிப்படையாண்டு அளவை அல்லது நடப்பாண்டு அளவை பொருள்களின் விலை வீதங்களோடு எடையாகக் கொண்டு கணிக்கும் முறை எளிதில் புரிவதும், நினைவில் நீண்டு நிற்பதுமாகும். மேலும் கணிப்பதிலாகும் அதிக காலத்தையும் சிரமத்தையும் தவிர்க்கலாம். ஆனால் விலைவிகிதங்களைப் பற்றி விரிவான ஆய்வு நடத்தும் இடங்களில் விலைவிகிதங்களைக் கொண்டு குறியீட்டெண்கள் கணிப்பதுமுண்டு.

பொருள்களின் விலைவிகிதங்களை வைத்து குறியீட்டெண் கணிக்கும்போது எடைகொள்வதில் கீழே கொடுத்துள்ளதைக் கவனத்தில் கொள்ள வேண்டும்.

(1) பொருள்களின் விலைவிகிதங்களின் கூட்டுச் சராசரியை (A.M) பயன்படுத்துவதாக இருந்தால், பொருளின் அளவுகளோடு அடிப்படையாண்டு விலைவிகிதத்தால் பெருக்கி கிடைத்தச் செலவை எடையாகக் கொள்ள வேண்டும். ஆனால் நடப்பாண்டு விலைவிகிதத்தில் கணித்துக் கிடைக்கும் பொருள்களின் செலவை எடையாகக் கொண்டு விலைவிகிதங்களின் துணை கொண்டு குறியீட்டெண் கணிப்பதாக இருந்தால், தலைகீழ் சராசரியைப் (H.M) பின்பற்றல் நலம்.

(2) எந்தச் சூழ்நிலையிலும், விலைவிகிதங்களின் கூட்டுச் சராசரியுடன் நடப்பாண்டு விலைகளின் தொடர்புடைய எடைகளை எடுக்க வேண்டாம். ஏனெனில் நடப்பாண்டு விலை ஏற்றத்தால் கணித்துக் கிடைக்கும் குறியீட்டெண் மேலும் சற்று ஏற்றமுடையதாகவே தோன்றும்.

I 4. அளவு குறியீட்டெண்கள் (Quantity index numbers)

விலை குறியீட்டெண்கள் கணிப்பது குறித்து விரிவாக இது காரும் கண்டோம். ஆனால் குறியீட்டெண்கள் விலைகளுக்கு மாத்திரமல்லாது, வேறு பல தொழில் துறைகளிலும், குறிப்பாக ஒரு நாட்டின் வேளாண்மைத்துறை, தொழில் துறை போன்ற இனங்களின் மொத்த உற்பத்திக்கும்-உற்பத்தித் திறனுக்கும் குறியீட்டெண்கள் கணிப்பதுண்டு என்று முன்பே கூறியதுண்டு. இவ்வாறு மொத்த உற்பத்திக்கும், உற்பத்தித் திறன் இன்னும் ஏனைய இனங்களுக்கும் கணிக்கப்படும் குறியீட்டெண்கள் எல்லாம் அளவிற்பால் படும். ஆகவே இவ்வகை குறியீட்டெண்களை அளவு குறியீட்டெண்கள் என்றே அழைக்கலாம்.

விலைகுறியீட்டெண்கள் கணிக்கும்போது, பொருள்களின் தன்மை, திடம், திரவம், வாயு, எண்ணிக்கை என்று மாறுபடுவதாகவும், அதற்கேற்ப அவற்றிற்குரிய மூல அளவுகளும் கிலோகிராம், லிட்டர், மீட்டர் என்றும் மாறுபடுவதாகவும் கண்டோம். இவ்வாறு மாற்றங்கள் தன்மையிலும் மூல அளவுகளிலும் வேறுபட்டபோதிலும் பொருள்களின் விலைகளைக் குறிக்கும் அளவுகள் எல்லாம் ஒன்றாகத்தானிருக்கும். நாட்டிற்கு நாடு நாணயங்களின் பேரும் அளவும் பெரிதும் வேறுபட்டபோதும், ஒரு நாட்டைப் பொறுத்தளவில் நாணயம் ஒன்றே. ஆனால் விளை பொருளின் நிலையோ வேறு. நாடு ஒன்றாக இருந்தபோதிலும், நாட்டில் விளையும் விளைபொருள்கள் வேவ்வேறு அளவுகளில் குறிக்கப்படுவனவாயிருக்கும் என்பதை நினைவில் வைத்துக் கொள்ள வேண்டும். எனவே இவ்வாறு வேறுபட்ட அளவுகளில் உள்ள பல பொருள்களின் உற்பத்தியளவில் காணப்படும் வேறுபாட்டை ஒருங்கிணைத்து அறுதியிடுவதே அளவு குறியீட்டெண்ணின் நோக்கமாகும். (அ. கு. எ: Q.I)

அளவு குறியீட்டெண்ணிற்கும் அடிப்படையாண்டு நடப்பாண்டு என்ற இரு வெவ்வேறு காலங்கள் தேவை. எளிமையைக் கருதி நமது எடுத்துக் காட்டில் உள்ள பொருள்களின் அளவுகள் யாவும் ஒரே இனத்தைச் சார்ந்தவையாகக் கருதி கணிப்போம்.

எ. கா. 17

பொருள்கள் (1)	அ. ஆண்டு உற்பத்தி (டன்) (2)	நடப்பாண்டு உற்பத்தி (டன்) (3)
1. அரிசி	3560	5303
2. சோளம்	631	547
3. கம்பு	301	321
4. மக்காச்சோளம்	7	19
5. தினை	360	345
6. இதர தானியங்கள்	427	371
மொத்தம்	5286	6906

Q I. அ. கு எ. :

$$\begin{aligned}
 &= \frac{n_1a_1 + n_2a_2 + \dots + n_6a_6}{a_1 + a_2 + \dots + a_6} \\
 &= \frac{qn_1 + qn_2 + \dots + qn_6}{qo_1 + qo_2 + \dots + qo_6} \\
 &= \frac{\sum n_i a_i}{\sum a_i} \left[\frac{\sum qn_i}{\sum qo_i} \right] \\
 \text{அ. கு. எ.} &= \frac{\sum n_i a_i}{\sum a_i} \times 100 = \frac{6906}{5286} \times \frac{100}{1} = 130.6 \\
 &\left[\frac{\sum qn_i}{\sum qo_i} \times 100 \right]
 \end{aligned}$$

இம்முறை எளிய கூட்டுமுறையின்பால் (Simple Aggregate) படும். விலையைப் பொருத்த அளவிலும் முதலில் இம் முறையையேப் பின்பற்றினோம். இவ்வாறு எளிய கூட்டு முறைக்குப் பதிலாக எளிய சராசரி முறையைப் (Simple Average) பின்பற்றலாம். என்றாலும் இரண்டும் ஒன்றாகத்தான் அமையும்.

அ. ஆண்டு உற்பத்தி ந. ஆண்டு உற்பத்தி

மொத்த உற்பத்தி : 5286 டன் 6906 டன்

சராசரி உற்பத்தி = $\frac{5286}{6}$ 6906 டன்

குறியீட்டெண்: $\frac{1151}{851} \times 100$
= 130.6

இம் முறையிலும் முன்னம் கூறிய அதே குறையே காணப்படுகிறது. எல்லாப் பொருள்களுக்கும் சமவாய்ப்பு அல்லது சம எடையே கொடுக்கப்படுகிறது. இது பொருத்த முடையதன்று என்பதை முன்னம் கண்டோம். எனவே எளிய கூட்டுமுறையைவிட அல்லது எளிய சராசரி முறையைவிட, எடைகொள் கூட்டு முறையே அல்லது எடைகொள் சராசரி முறையேச் சிறந்தது எனக் கூறலாம்.

ஒரு நாட்டின் விலாபொருள்கள் எல்லாம் அந் நாட்டின் செல்வமே. ஒரு நபரின் அல்லது நாட்டின் செல்வத்தைப் பொதுவாக மதிப்பிடுவது அந்நாட்டில் வழங்கும் நாணய அளவில்தான் என்று கூற வேண்டும். நாட்டில் உள்ள விலாபொருள்களின் மூல அளவுகள் ஒரே இனத்தைச்

சேர்ந்தவையாக இரா என்பதும் தெரிந்ததே. ஆகவே பொருள்களின் மதிப்பை எடையளவிலோ அல்லது எண்ணிக்கையளவிலோ மதிப்பிடுவதைவிட விலையளவில் மதிப்பிடுவது எளிதாகும். ஆனால் பொருள்களின் விலை மதிப்பை அறுதியிட பொருள்களின் விலைவீதங்கள் (Rate per unit) தேவைப்படும். எனவே அளவு குறியீட்டெண்கணிப்பில் விலைவீதம் எடையாகப் பயன்படும் என்பதை உணரவேண்டும். விலைகுறியீட்டெண்கணிப்பில் பொருள்களின் அளவுகள் எடையாகவும், அளவு குறியீட்டெண்ணில் விலை மதிப்பு எடையாகவும் பயன்படுகின்றன என்பதை நன்கு உணரவேண்டும். இதுவே இவ்விரண்டிற்கும் உள்ள வேறுபாடு.

விலைக்கு, அளவு எடையாகவும், அளவிற்கு, விலை எடையாகவும் அமைவதால் இரண்டும் ஒன்றுபோல் தோற்றமளித்தாலும், இரண்டு குறியீட்டெண்களும் வெவ்வேறுனவையே. முன்பு அளவை எடையாகக் கொண்டபோது, அடிப்படையாண்டு அளவு, நடப்பாண்டு அளவு என்ற இருவித எடைகளைக் கையாண்டது போன்று ஈண்டும் அடிப்படையாண்டு விலைவீதம் அல்லது விலை நிரக்கு, நடப்பாண்டு விலைவீதம் அல்லது விலை நிரக்கு என்ற இருவித விலைகளை எடையாகக் கொள்ளலாம்.

அளவெண்குறியீட்டிற்குரிய விதிமுறைகளில் அதற்கேற்றவாறு மாற்றம் தோன்றலாம்.

அ) விதிமுறைகள்:

அடிப்படையாண்டு விலையை எடையாகக் கொள்ளல்:

ஒரு பொருளின் நடப்பாண்டு விலைச்சலுக்குரிய அடிப்படையாண்டு விலைமதிப்பு:

$$= \text{ந.அ.} \times \text{அ.வி.} = (qn \times po)$$

எல்லாப் பொருள்களின் நடப்பாண்டு விலைச்சலின் அடிப்படையாண்டு நிரக்கில் கணித்த மதிப்பு:

$$= \sum \text{நஅ} \times \text{அவி} = \sum (qn \times po.)$$

இது போன்று எல்லாப் பொருள்களின் அடிப்படையாண்டு விலைச்சலின் அடிப்படையாண்டு நிரக்கில் கணித்த மொத்த மதிப்பு:

$$= \sum (\text{அ.அ.} \times \text{அ.வி.}) = \sum (q_0 \times p_0)$$

$$\text{அ. கு. எண்} : = \left[\frac{\sum (\text{ந. அ.} \times \text{அ. வி.})}{\sum (\text{அ. அ.} \times \text{அ. வி.})} \right] \times \frac{100}{1}$$

$$= \left[\frac{\sum (qn \times po)}{\sum (qo \times po)} \right] \times \frac{100}{1}$$

எ. காட்டு 18.

பொருள் 1.	அ. அளவு (கு) 2.	ந.அளவு (கு) 3.	அ. விலை (ரூ) 4.	அ ஆண் டின் மதிப்பு ரூ 5.	ந. ஆண் டின் மதிப்பு (ரூ) 6.
1. அரிசி	2.00	1.80	51	102.00	91.80
2. கோதுமை	0.04	0.16	54	2.16	8.64
3. சோளம்	0.50	0.40	43	24.00	19.20
4. கம்பு	0.25	0.25	45	11.25	11.25
5. தினை	0.10	0.08	32	3.20	2.56
மொத்தம்				142.61	133.45

$$1. \text{ கட்டம் (5) = கட்டம் (2) } \times \text{ கட்டம் (4).}$$

$$2. \text{ கட்டம் (6) = கட்டம் (3) } \times \text{ கட்டம் (4).}$$

$$\text{அ. கு. எ.} : = \frac{\sum (\text{ந. அ.} \times \text{அ. வி.})}{\sum (\text{அ. அ.} \times \text{அ. வி.})}$$

$$= \frac{\sum (qn \times po)}{\sum (qo \times po)}$$

$$= \frac{(133.45)}{(142.61)} \times 100$$

$$= 93.61.$$

விதி முறைகள் ஒன்றுபோல் தோன்றினும் விலை குறியீட்டெண் கணிப்பில் கொடுத்த அதே அளவு விலைகளை கடைப்பிடித்த போதிலும், கணித்துக் கிடைத்த இருவித குறியீட்டெண்களிடையேயுள்ள வேறுபாட்டைக் கண்டுணர்க.

ஆ. நடப்பாண்டு விலையை எடையாகக் கொள்ளல்

எ. காட்டு 19

பொருள் 1.	அ. கு. அ. 2	ந. அ. கு. 3.	ந. வி. எ. 4.	மொத்த விலை மதிப்பு	
				அ. ஆண்டு ரூ 5.	ந. ஆண்டு ரூ 5
1. அரிசி	2.00	1.80	57	114.00	102.60
2. கோதுமை	0.04	0.16	56	2.24	8.96
3. சோளம்	0.50	0.40	52	2.60	20.80
4. கம்பு	0.25	0.25	49	12.25	12.25
5. தினை	0.10	0.08	56	5.60	4.48
மொத்த விலை மதிப்பு				158.09	147.49

1. கட்டம் (5) = கட்டம் (2) × கட்டம் (4).
2. கட்டம் (6) = கட்டம் (3) × கட்டம் (4).

1. நடப்பாண்டு விலைவின் மதிப்பு:

$$\sum(\text{ந.அ.} \times \text{ந.வி.}) = \sum(q_n \times p_n) = 147.49$$

2. அடிப்படையாண்டு விலைவின் மதிப்பு:

$$\sum(\text{அ.அ.} \times \text{ந.வி.}) = \sum(q_o \times p_n) = 158.09$$

$$\begin{aligned} \text{அ. கு. எண்} &= \left[\frac{\sum(\text{ந.அ.} \times \text{ந.வி.})}{\sum(\text{அ.வி.} \times \text{ந.வி.})} \right] \times \frac{100}{1} \\ &= \frac{147.49}{158.09} \times \frac{100}{1} \\ &= 93.3 \end{aligned}$$

இங்கும் விதிமுறைகள் ஒன்றுபோல் தோன்றினும் விலை குறியீட்டெண்ணிற்கும், அளவு குறியீட்டெண்ணிற்குமிடையே யுள்ள வேறுபாட்டைக் காண்க. விலைவேறு, அளவு வேறு என்பதால் அவைகளுக்குரிய குறியீட்டெண்கள் வேறுபடுவது

தான் பொருத்தம். எனினும் விதிகள்ஒன்று போலிருப்பதால் தான் சிறு குழப்பம் தோன்றும் என்றாலும் கீழே கொடுத்துள்ள விதிகளை ஊன்றிக் கவனிப்பின் உண்மைநிலை விளங்கும்.

எடை 1.	விலைகுறியீட்டெண் கணித்தல் 2.	அளவு குறியீட் டெண் கணித்தல் 3.
1. அடிப்படை யாண்டு அளவு அல்லது விலை	$\frac{\sum (\text{ந.வி} \times \text{அ.அ})}{\sum (\text{அ.வி} \times \text{அ.அ})}$ $\frac{\sum (p_n \times q_0)}{\sum (p_0 \times q_0)}$	$\frac{\sum (\text{ந.அ.} \times \text{அ.விலை})}{\sum (\text{அ.அ} \times \text{அ.விலை})}$ $\frac{\sum (q_n \times p_0)}{\sum (q_0 \times p_0)}$
2. நடப் பாண்டு விலை அல்லது அளவு	$\frac{\sum (\text{ந.அ} \times \text{ந.வி})}{\sum (\text{அ.வி} \times \text{ந.வி})}$ $\frac{\sum (p_n \times q_n)}{\sum (p_0 \times q_n)}$	$\frac{\sum (\text{ந.அ.} \times \text{ந.வி.})}{\sum (\text{அ.அ} \times \text{ந.வி.})}$ $\frac{\sum (p_n \times q_n)}{\sum (p_n \times q_0)}$

விலை குறியீட்டெண்ணிற்கும் அளவு குறியீட்டெண்ணிற்கும் கொடுத்துள்ள முதல் விதிகள் இரண்டிலும் தொகுதி (Denominator) $\sum (\text{அ.வி} \times \text{அ.அ}) = \sum (p_0 \times q_0)$ ஒன்றுதான். எனினும் பகுதி (Numerator) வெவ்வேறுனவை. எனவே தான் இரு குறியீட்டெண்களும் அளவில் வேறுபடுகின்றன. ஆனால் இரண்டிற்கும் இரண்டாவது கொடுத்துள்ள விதிகளில் பகுதி (numerator) $\sum (\text{ந.வி.} \times \text{ந.அ.}) = \sum (p_n \times q_n)$ ஒன்று தான் என்றாலும் தொகுதி வேறுனவை. எனவே இரு குறியீட்டெண்களும் தம்மில் வேறுபடுகின்றன.

விலை குறியீட்டெண்ணில் நடப்பாண்டு விலையும் அடிப்படையாண்டு விலையும் ஒப்பு நோக்கப்படுகின்றன. ஆனால் அளவு குறியீட்டெண்ணில், நடப்பாண்டு அளவும் அடிப்படையாண்டு அளவும் ஒப்பு நோக்கப்படுகின்றன. முதல் வகை குறியீட்டெண்ணில், எடைகளை மாற்றுவது போல் விலை

களை மாற்ற முடியாது. இரண்டாவது வகையில், விலைகளைத் தான் மாற்றலாமே தவிர அளவுகளை மாற்ற முடியாது. இது தான் வேறுபாட்டின் முதற்காரணம்.

ஒரு குறியீட்டிட அளவுடைய பொருள்களை வெவ்வேறு காலங்களில், வேறுபாட்டான விலை நிரக்கில் அல்லது விலை வீதங்களில் வாங்கும் போது மொத்தச் செலவில் ஏற்படும் வேறுபாட்டை விலை குறியீட்டெண் விளக்கும். ஆனால், பொருள்களை ஒரே விலை நிரக்கில் வெவ்வேறு காலங்களில் வெவ்வேறு அளவுகளில் வாங்கும் போது மொத்தச் செலவில் ஏற்படும் வேறுபாட்டை அளவு குறியீட்டெண் விளக்கும். முதல் வகையில் மொத்தச் செலவில் காணப்படும் வேறுபாடு விலைகளின் வேறுபாட்டால் என்பதையும், இரண்டாவது வகையில் மொத்தச் செலவில் தோன்றும் வேறுபாடு அளவு வேறுபாட்டால் என்பதையும் அறிந்துகொள்ள வேண்டும்.

3) விலை குறியீட்டெண்ணிற்குக் கூறியது போல் அடிப்படையாகாது விலையையோ அல்லது நடப்பாண்டு விலையையோ எடையாகக் கொள்ளாமல் இரண்டு ஆண்டுகளுக்கும் பொதுவாக இரண்டு ஆண்டுகளின் மொத்த அளவையோ அல்லது இரண்டு ஆண்டுகளுக்கும் உள்ள சராசரி அளவையோ எடையாகக் கொள்ளலாம்.

விவரம்	அடிப்படையாகாது	நடப்பாண்டு
--------	----------------	------------

1. விலை	அ.வி. po	ந.வி. $= pn$
---------	------------	--------------

2. அளவு	அ.அ. qo	ந.அ. qn
---------	-----------	-----------

3. மொத்தச் செலவு	அ.வி. $\times$ அ.அ. $(po \times qo)$	ந.வி. $\times$ ந.வி. $(pn \times qn)$
------------------	--------------------------------------	---------------------------------------

4. இரண்டு ஆண்டிலும் வாங்கிய மொத்த அளவு	அ.அ. $+ $ ந.அ. $= (qo + qn)$
--	------------------------------

5. இரண்டு ஆண்டிலும் வாங்கிய பொருளின் மொத்தச் செலவு	$\frac{(அவி \times அஅ) + [(po \times qo) + (நவி \times நஅ)]}{(qn \times qn)}$
--	---

$\therefore$ சராசரி விலை $= \frac{[(அவி \times அஅ) + (நவி \times நஅ)]}{[அ.அ. + ந.அ.]}$

$$\frac{[(po \times qo) + pn \times qn]}{(qo + qn)}$$

இங்கு கொடுத்துள்ள விலை எளிய சாராசரி விலையன்று. மாறாக, எடைகொள் சாராசரி விலையேயாகும். விலைகுறியீட்கணிப்பதில் எளிய சராசரி அளவுகளை

$$\frac{அ.அ. + ந.அ.)}{2} = \frac{(p_0 + q_n)}{2}$$

எடையாகக் கொண்டோம். ஆனால் இங்கு எடைகொள் சராசரி விலையை எடையாகக் கொள்ளுகோம். விதியும் கீழ்க் கண்டவாறு மாற்றலாம்.

$$\begin{aligned} & ந.அ. \times \left[\frac{(அ. வி. \times அ.அ.) + (ந.வி.ந.அ.)}{(அ.அ. + ந.அ.)} \right] \times \frac{100}{1} \\ & \frac{அ.அ. \times \left[\frac{(அ.வி. \times அ.அ.) + (ந.வி. \times ந.அ.)}{(அ.அ. + ந.அ.)} \right]}{qn \times \left[\frac{(p_0 q_0 + p_n q_n)}{(p_0 q_n)} \right] \times \frac{100}{1}} \\ & \frac{qn \times \left[\frac{(p_0 q_0 + p_n q_n)}{(p_0 q_n)} \right] \times \frac{100}{1}}{p_0 \times \left[\frac{(p_0 q_0 \times p_n q_n)}{(p_0 + q_n)} \right]} \end{aligned}$$

மேலும் விலைவீதங்களுக்குப் பதில் விலை விகிதங்களைக் கொண்டு விலை குறியீட்டெண்கள் கணித்ததுபோல் அளவு விகிதங்களை வைத்தும் அளவு குறியீட்டெண்கள் கணிக்கலாம். அதற்குரிய விதிகள் மாத்திரம் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. விளக்கங்கள் யாவும் ஒன்றாய் இருப்பதால் மாணவர்கள் எளிதில் புரிந்து கொள்ளலாம்.

(1) நடப்பாண்டு அளவு ந.அ. q_n

(2) அடிப்படையாண்டு அளவு அ.அ. q_0

(3) அளவு விகிதம் : $\frac{அ.அ.}{ந.அ.}$ $\frac{q_0}{q_n}$

எடைகொள் கூட்டுச் சாராசரி முறை :

1. அடிப்படையாண்டு அளவில் அடிப்படையாண்டு விலையில் ஆகும் செலவை எடையாகக் கொள்ளல். (அ.வி. $\times$ அ.அ.) = $(p_0 + q_0)$

$$\begin{aligned}
 \text{அ.கு.எ} &= \frac{\frac{\text{ந.அ.}}{\text{அ.அ.}} \times (\text{அ.வி.} \times \text{அ.அ.})}{(\text{அ.வி.} \times \text{அ.அ.})} \\
 &= \frac{\frac{q_n}{q_o} \times (p_o \times q_o)}{(p_o \times q_o)} \\
 &= \frac{\frac{(\text{ந.அ.} \times \text{அ.வி.})}{(\text{அ.அ.} \times \text{அ.வி.})}}{(\text{அ.அ.} \times \text{அ.வி.})} = \frac{(p_o \times q_o)}{(p_o \times q_o)} \\
 &= \frac{(\text{ந.அ.} \times \text{அ.வி.})}{(\text{அ.அ.} \times \text{அ.வி.})} = \frac{(p_n \times q_n)}{(p_o \times q_o)}
 \end{aligned}$$

2. நடப்பாண்டு விலையில் அடிப்படையாண்டு அளவிற்காகும் செலவை எடையாகக் கொள்ளல் : (ந. வி. $\times$ அ. அ. = $(p_n \times q_o)$)

$$\begin{aligned}
 \text{அ.கு.எ} &= \frac{\sum \frac{\text{ந.அ.}}{\text{அ.அ.}} \times (\text{ந. வி.} \times \text{அ.அ.})}{\sum (\text{ந. வி.} \times \text{அ.அ.})} = \frac{\sum \frac{q_n}{q_o} (p_n \times q_o)}{\sum (p_n \times q_o)} \\
 &= \frac{\sum (\text{ந.அ.} \times \text{ந.வி.})}{\sum (\text{அ.அ.} \times \text{ந.வி.})} = \frac{\sum (q_n \times p_n)}{\sum (q_o \times p_n)}
 \end{aligned}$$

2) தலைகீழ் விகித சராசரி (HM)

$$\text{விகிதம்} = \frac{\text{ந. அ.}}{\text{அ.அ.}} = \frac{q_n}{q_o}$$

$$\text{தலைகீழ் விகிதம்} = \frac{\text{அ.அ.}}{\text{ந. அ.}} = \frac{q_o}{q_n}$$

அ) நடப்பாண்டு விலையில் நடப்பாண்டு அளவிற்காகும் செலவை எடையாகக் கொள்ளல் :

$$\begin{aligned}
 \text{ந.வி.} \times \text{ந.அ.} &= (p_n \times q_n) \\
 \text{அ.கு.எ} &= \frac{\sum \frac{\text{அ.அ.}}{\text{ந. அ.}} \times (\text{ந.வி.} \times \text{ந.அ.})}{\sum (\text{ந.வி.} \times \text{ந.அ.})} = \frac{\sum \frac{q_n}{q_n} \times (p_n \times q_n)}{\sum (p_n \times q_n)} \\
 &= \frac{\sum (\text{அ.அ.} \times \text{ந.வி.})}{\sum (\text{ந.அ.} \times \text{ந.வி.})} = \frac{\sum (q_o \times p_n)}{\sum (q_n \times p_n)}
 \end{aligned}$$

இதைத் தலைகீழாக மாற்றும்போது

$$\frac{\sum \text{ந.அ.} \times \text{ந.வி.}}{\sum \text{அ.அ.} \times \text{ந.வி.}} = \frac{\sum (q_n \times p_n)}{\sum (q_o \times p_n)}$$

ஆ) அடிப்படையாண்டு விலையில் அளவிற்காகும் செலவை எடையாகக் கொள்ளல் :

$$\text{அ.வி.} \times \text{ந.அ.} = (p_n \times q_n)$$

$$\begin{aligned} \text{அ.கு எ.} &= \frac{\sum \frac{\text{அ.அ.} \times (\text{அ.வி.} \times \text{ந.அ.})}{\text{ந.அ.}}}{\sum (\text{அ.வி.} \times \text{ந.அ.})} = \frac{\sum \frac{q_o \times (p_o \times q_n)}{q_n}}{\sum (p_o \times q_n)} \\ &= \sum \frac{\text{அ.அ.} \times \text{அ.வி.}}{\text{அ.வி.} \times \text{ந.அ.}} = \frac{\sum (q_o \times p_o)}{\sum (p_n \times q_n)} \end{aligned}$$

இதைத் தலைகீழாக மாற்றினால்

$$\frac{\sum \text{ந.அ.} \times \text{அ.வி.}}{\sum \text{அ.அ.} \times \text{அ.வி.}} = \frac{\sum (q_n \times p_o)}{\sum (q_o \times p_o)}$$

I 5. குறியீட்டெண்களுக்குரிய சோதனைகள்: (Text for numbers)

குறியீட்டெண்களைக் கணிப்பதற்குப் பயன்படும் வெவ்வேறு விதிமுறைகளை அல்லது வாய்பாடுகளை இதுகாறும் கண்ணுற்றோம். எனினும் இவ்வாறு கணிக்கப்படும் குறியீட்டெண்கள் உண்மையில் சிறந்தவையே என்று அறுதியிட சில சோதனைகளும் தேவைப்படுகின்றன. பொதுவாக எல்லாக் குறியீட்டெண்களும் மூன்று விதமான கணித விதிகளுக்கு முரணில்லாமல் (inconsistent) கட்டுப் பட்டதாபிருப்பின் நலம். வேறுவிதமாகக் கூறின், குறியீட்டெண்கள் மூன்று விதமான கணித சோதனைகளுக்கு ஒத்துவர வேண்டும்.

சோதனைகள்:

குறியீட்டெண்கள் பொதுவாக கீழ்க்கண்ட மூன்று சோதனைகளுக்கு இலக்காகவேண்டும்.

1. பொருளின் இடமாற்றுச் சோதனை (commodity reversal test)
2. காலமாற்றுச் சோதனை (time reversal test)
3. காரணி மாற்றுச் சோதனை (factor reversal test)

குறியீட்டெண்களில் வரும் காலம் அடிப்படையாண்டு என்றும் நடப்பாண்டு என்றும் இருவகைப்படும். இது போன்று காரணிகளை அல்லது உறுப்புகளை அல்லது சினைகளை,

அளவென்றும், விலையென்றும் இருவகைப்படுத்தலாம். இதை எளிதில் நினைவுறுத்தும் வகையில் இச்சோதனைகளை (1) பொருள் இடம், (2) காலம், (3) சினை, மாற்று சோதனை எனக் கூறியும் பொறுத்தமுடையதாய்த் தோன்றலாம். எல்லா விதிகளின் மூலம் கணித்த குறியீட்டெண்கள் எல்லாம் இம்மூன்று விதிகளுக்கும் கட்டுப்பட்டதாய் இரா. இவ்வாறு எல்லாச் சோதனைகளுக்கும் பொருந்தாதிருப்பினும் பெரும்பான்மை சோதனைகளுக்குப் பொருந்தினாலே போதுமானது.

இச்சோதனைகள் யாவும் வாத அடிப்படையாக வந்துள்ளன என்றே கொள்ளலாம். ஒரு பொருளுக்குப் பொருந்தும் ஒரு விதி, ஒரு குழுவில் உள்ள பொருள்களை எல்லாம் ஒன்றுச் சேர்ந்து கருதினும் பொருந்த வேண்டும். பொதுவாக குறியீட்டெண்கள் முன்னும் பின்னும் முரணின்றிச் (inconsistent) செல்லும் வகையில் அமைதல் நலம்.

அ. பொருள்களின் இடமாற்றுச் சோதனை: (commodity reversal test)

பொதுவாக குறியீட்டெண்கள் கணிப்பதாகயிருந்தால் ஒரு பொருளுக்காகயிராமல் பல பொருள்களுக்காகவே யிருக்கும் என்பதை நாம் அறிந்துள்ளோம். முதலில், குழுவில் உள்ள பொருள்களை எல்லாம் வரிசைப் படுத்தி பின்னரே குறியீட்டெண்கள் கணிக்க முற்படுவோம். இவ்வாறு பொருள்களை வரிசைப் படுத்தி குறியீட்டெண் கணித்த பின்பு, முன் அமைத்த பொருள்களின் வரிசையை மாற்றியமைக்க வேண்டும். பொருள்களின் வரிசையை மாற்றும் போது பொருள்கள் முன் வரிசையிலிருந்த இடத்தை விட்டுப் பெயர்ந்து அல்லது நகர்ந்து செல்லலாம். இவ்வாறு ஏற்படும் இடப்பெயர்சியைத் தான் பொருளையே மாற்றியமைப்பதாகக் கருதுவார்கள். பொருள் மாற்றுச்சோதனையில் நாம் முக்கியமாக நினைவு கூறவேண்டியது என்னவெனில், ஒரு பொருளை கணியிலிருந்து மாற்றி அதற்குப் பதிலாக வேறு பொருளை புதியதாகச் சேர்ப்பதாகாது. மாறாக, ஒரு பொருள் இருந்த இடத்தில் வேறு இடத்திலிருந்த பொருளை மாற்றிவைப்பதே யாகும். இவ்வாறு பொருள்களை இடம் பெயர்த்து வைத்தபின் கிடைக்கும் புதிய வரிசையில் உள்ள பொருள்களுக்கு குறியீட்டெண் கணிக்க வேண்டும். இவ்வாறு கணித்த குறியீட்டெண்ணும் ஒன்றாக இருக்க வேண்டும். பொருளின் இடப் பெயர்ச்சி காரணமாக எந்தவிதமான வேறுபாடும் குறியீட்டெண்ணில் தோன்றக் கூடாது. பொதுவாகக் கூறின் எல்லா

விதிமுறைகள்மூலம் கணிக்கப்படும் குறியீட்டெண்கள் எல்லாம் இச்சோதனைக்குப் பட்டதாய் அல்லது இவ்விதிக்கு ஏற்புடையதாகவே இருக்கும். ஏனெனில், இம்முறையில் பொருள்களின் இடத்தைத்தான் மாற்றுகின்றோம். பொருளையே மாற்றவில்லை. மேலும் பொருளின் இடத்தை மாற்றினாலும் அப்பொருளுக்குரிய அளவும் விலையும் மாற்றப்படவில்லை. ஆகவே ஒரு பொருள் வரிசையின் முதல், இடை, கடை, என்ற எந்த இடங்களிலிருந்த போதிலும், குறியீட்டெண்ணில் அதற்குரிய பங்கு கொடுக்கப்படும். எனவேதான் குறியீட்டெண்ணளவில் மாற்றம் ஏற்படுவதில்லை. எல்லா குறியீட்டெண்களும் இவ்விதிக்குத் தானாகவே இணங்கியிருப்பதால் ஒரு சாரார் இதை ஒரு சோதனையாகக் கொள்ளாமல், குறியீட்டெண்ணின் இலக்கணமாகக் கொள்வர். இலக்கணமாயினும் அல்லது ஏற்புடைச் சோதனையாயினும் இரண்டும் ஒன்றாகவே கருதலாம்.

ஆ. காலமாற்றுச் சோதனை: (time reversal test)

இதிலடங்கிய குறிக்கோள் என்னவெனில், குறியீட்டெண்கள் முன்னும் பின்னும் முரணின்றிச் செல்ல வேண்டும். குறியீட்டெண் கணிப்பில் அடிப்படையாண்டென்றும் நடப்பாண்டென்றும் இரு கலங்கள் உள்ளன. பொதுவாக அடிப்படையாண்டின் நிலவரங்களின் அடிப்படையில் நடப்பாண்டின் நிலவரங்களுக்கு குறியீட்டெண் கணிக்கவேண்டும். இவ்வாறு நடப்பாண்டின் அடிப்படையில் கணித்துக் கிடைக்கும் அடிப்படையாண்டின் குறியீட்டெண்ணிற்கும் முன்னம் அடிப்படையாண்டின் அடிப்படையில் கணித்துக் கிடைக்கும் நடப்பாண்டின் குறியீட்டெண்ணிற்கும் இடையில் நெருங்கிய ஒற்றுமை இருக்கவேண்டும். இந்த ஒற்றுமை உறவின் ஆழத்தை ஒன்றியத்தன்மை என்றே உரைக்கலாம். இதை இன்னும் உயர்த்திக் கூறுவதாயிருந்தால் இரண்டும் நெருங்கிக் கூடும்போது ஒன்றாகும் நிலைமை ஏற்படும் எனக் கூறலாம். ஆகவே இவ்விரு குறியீட்டெண்களைப் பெருக்கினால், பெருக்கிக் கிடைக்கும் பலன் ஒன்றாக (1) இருக்க வேண்டும். பொதுவாக குறியீட்டெண்கள், விலைவிகிதங்களை அல்லது அளவு விகிதங்களை 100 கொண்டு பெருக்கிக் கிடைக்கும் எண்களைக் குறிப்பதாக இருப்பதால், இக்குறியீட்டெண்களின் பெருக்குப்பலனும் $100 = (1 \times 100)$ ஆக இருத்தல் வேண்டும். இதுவே காலமாற்று சோதனையிலடங்கிய கருப்பொருளாகும். இதைச் சுருங்கக் கூறின் இவ்விரு குறியீட்டெண்களின் பெருக்குப் பலனின் வர்க்கமூலம் (square root) 100 ஆக இருக்கும். இதிலிருந்து தெரிவது யாதெனில் ஒரு குறியீட்

டெண்ணிலிருந்து அடுத்த குறியீட்டெண்ணை கணிக்கலாம் என்பதே. இது எவ்வாறு சாத்தியமாகும் என்பதை எடுத்துக் காட்டின் மூலம் நோக்குவோம்.

எடுத்துக் காட்டு 20

அடிப்படையாண்டில் 4 ரூபாயாக இருந்த ஒரு பொருளின் விலை நடப்பாண்டில் 5 ரூபாயாக உயர்ந்துவிட்டது. நடப்பாண்டின் விலைக்கும் அடிப்படையாண்டின் விலைக்கும் உள்ள குறியீட்டெண்களிடையே உள்ள தொடர்பைக் காண்போம்.

$$\text{அடிப்படையாண்டின் விலை} = \text{ரூ. } 4$$

$$\text{நடப்பாண்டில் விலை} = \text{ரூ. } 5$$

$$\therefore \text{நடப்பாண்டு விலையின் குறியீட்டெண்} = \frac{5}{4} \times 100 = 125.$$

$$\text{நடப்பாண்டில் விலை.} = \text{ரூ. } 5$$

$$\text{அடிப்படையாண்டில் விலை.} = \text{ரூ. } 4$$

$$\therefore \text{அடிப்படையாண்டு விலையின் குறியீட்டெண்} = \frac{4}{5} \times 100 = 80$$

$$\text{இவ்விரு குறியீட்டெண்களின் பெருக்குத்தொகை} = 125 \times 80 = 10000$$

$$\text{வர்க்க மூலம் (square root)} = \sqrt{10000} = 100$$

குறியீட்டெண்களை முதலிலேயே 100 கொண்டு பெருக்கா திருந்தால், குறியீட்டெண்களின் பெருக்குப் பலன் 1 ஆக முடியும்.

$$\text{நடப்பாண்டிற்கான கு. எண்.} = \frac{5}{4} = 1.25$$

$$\text{அடிப்படையாண்டிற்கான கு. எண்.} = \frac{4}{5} = 0.80$$

$$\text{இவைகளின் பெருக்குத் தொகை} = 1.25 \times 0.80 = 1.0$$

குறிப்பு :

இங்கு குறியீட்டெண் என்று கூறியபோது விலைவிகிதங்களை 100 கொண்டு பெருக்கவில்லை என்பதை நினைவில் வைத்துக் கொள்ளவும்.

எனவே ஒரு குறியீட்டெண் தெரியுமானால் அடுத்த குறியீட்டெண்ணைக் கீழ்க்கண்டவாறு கண்டுபிடிக்கலாம்.

$$(1) \frac{1}{1.25} = 0.8$$

$$(2) \frac{1}{0.8} = 1.25$$

இங்கு கொடுத்துள்ள எடுத்துக்காட்டில் ஒரே ஒரு பொருளைப்பற்றியே கவனித்தோம். இவ்வாறு ஒரு பொருளுக்கும் பொருத்தும் விதி, குழுவில் உள்ள எல்லாப் பொருள்களுக்கும் பொருந்த வேண்டும். பொருந்துகின்றனவா என்பதை எடுத்துக்காட்டுகள் இல்லாமல் விதிகளை வைத்தே காண்போம்.

நாம் முன்னம் கூறிய விலைகுறியீட்டெண்ணிற்கும், அளவு குறியீட்டெண்ணிற்கும் உரித்தான விதிகளில் காலத்தைக் குறிப்பதற்காக உள்ள, அ.ந. (a,n) என்ற இரு அடையாள எழுத்துக்களை மாற்றியமைப்போம்.

அ. அடிப்படையாண்டு அளவை எடையாகக் கொண்ட நடப்பாண்டிற்கான விலைகுறியீட்டெண்ணின் விதி.

$$\frac{\sum (\text{நவி} \times \text{அஅ})}{\sum (\text{அவி} \times \text{அஅ})} \quad \frac{\sum (p_n \times q_0)}{\sum (p_0 \times q_0)}$$

இவ்விதியில் உள்ள காலங்களை (அ அல்லது ந) மாற்றியமைக்கும் போது விதி கீழ்க்கண்டவாறு மாறும்.

$$\frac{\sum (\text{அவி} \times \text{நஅ})}{\sum (\text{நவி} \times \text{நஅ})} \quad \frac{\sum (p_0 \times q_n)}{\sum (p_n \times q_n)}$$

ஊன்றிக் கவனிக்கவும். இப்போது கிடைத்துள்ள விதி அடிப்படையாண்டின் குறியீட்டெண்ணிற்கானது. அதுவும் குறிப்பாக பொருள்களின் நடப்பாண்டு அளவை எடையாகக் கொண்டு நடப்பாண்டை அடிப்படையாக வைத்து முன்னம் உள்ள அடிப்படையாண்டை நடப்பாண்டாக மாற்றியமைத்த போது கிடைத்த குறியீட்டெண்ணிற்கான விதி. சுருங்கக் கூறின் முன்னம் உள்ள அடிப்படையாண்டிற்கான விதி.

இவ்விரு விதிகளின் பெருக்குப் பலன் (product):

$$\left\{ \frac{\sum (\text{ந.வி.} \times \text{அ.அ.})}{\sum (\text{அ.வி.} \times \text{அ.அ.})} \right\} \times \left\{ \frac{\sum (\text{அ.வி.} \times \text{ந.அ.})}{\sum (\text{ந.வி.} \times \text{ந.அ.})} \right\} \neq 1.$$

$$\left\{ \frac{\sum (p_n \times q_0)}{\sum (p_0 \times q_0)} \right\} \times \left\{ \frac{\sum (p_0 \times q_n)}{\sum (p_n \times q_n)} \right\} \neq 1$$

இவ்விதிகளின் பெருக்கு பலன் 1 ஆக அமையவில்லை எனவே இவ்விதி காலமாற்றுச் சோதனைக்கு உட்பட்டதாக இல்லை.

ஆ. நடப்பாண்டு அளவை எடையாகக் கொண்ட விதியை நோக்குவோம் :

$$\frac{\sum (\text{ந.வி} \times \text{ந.அ.})}{\sum (\text{அ.வி.} \times \text{ந.அ.})} = \frac{\sum (p_n \times q_n)}{\sum (p_o \times q_n)}$$

காலங்களை மாற்றியமைக்கும்போது விதி கீழ்க்கண்டவாறு மாறும்:—

$$\frac{\sum (\text{அவி} \times \text{அஅ})}{\sum (\text{நவி} \times \text{அஅ})} = \frac{\sum (p_o \times q_o)}{\sum (p_n \times q_o)}$$

இது அடிப்படையாண்டு அளவை எடையாகக் கொண்ட அடிப்படையாண்டிற்கான விலை குறியீட்டெண்ணின் விதியாகும். இவ்விரண்டு விதிகளின் பெருக்குப்பலன்

$$\left\{ \frac{\sum (\text{நவி} \times \text{நஅ})}{\sum (\text{அவி} \times \text{நஅ})} \right\} \times \left\{ \frac{\sum (\text{அவி} \times \text{அஅ})}{\sum (\text{நவி} \times \text{அஅ})} \right\} \neq 1$$

$$\left\{ \frac{\sum (p_n \times q_n)}{\sum (p_o \times q_n)} \right\} \times \left\{ \frac{\sum (p_o \times q_o)}{\sum (p_n \times q_o)} \right\} \neq 1$$

இங்கும் இவ்விதிகளின் பெருக்குப் பலன் '1' ஆக அமையவில்லை. ஆகவே இவ்விதியும் காலமாற்றுச் சோதனைக்குக் கட்டுப்பட்டதாய்த் தோன்றவில்லை.

இ: பிசரின் விழுமிய குறியீட்டெண் கீழி (Fisher's ideal index number)

இனி பிசர் கொடுத்துள்ள விதியைச் சோதிப்போம், அடிப்படையாண்டு அளவை எடையாகக் கொண்டு கணித்த குறியீட்டெண்ணையும் நடப்பாண்டு அளவை எடையாகக் கொண்டு கணித்த குறியீட்டெண்ணையும் பெருக்கி, பின்னர் பெருக்கல் சராசரி (இங்கு வர்க்கமூலம்) எண்டுபிடித்தால் பிசர் கொடுத்துள்ள குறியீட்டெண் கிடைக்கும். எனவே இதற்கான நடப்பாண்டு விதி கீழ்க்கண்டவாறு இருக்கும்.

$$\sqrt{\left[\frac{\sum (\text{நவி} \times \text{அஅ})}{\sum (\text{அவி} \times \text{அஅ})} \right] \times \left[\frac{\sum (\text{நவி} \times \text{நஅ})}{\sum (\text{அவி} \times \text{நஅ})} \right]} \quad (1)$$

$$\sqrt{\left\{ \frac{\sum (p_n \times q_o)}{\sum (p_o \times q_o)} \right\} \times \left\{ \frac{\sum (p_n \times q_n)}{\sum (p_o \times q_n)} \right\}}$$

காலத்திற்கான அடையாளக் குறியை மாற்றியமைத்த போது விதி கீழ்க்கண்டவாறு அமையும்.

$$\sqrt{\frac{\left\{ \frac{\sum (\text{அவி} \times \text{நஅ})}{\sum (\text{நவி} \times \text{நஅ})} \right\} \times \left\{ \frac{\sum (\text{அவி} \times \text{அஅ})}{\sum (\text{நவி} \times \text{அஅ})} \right\}}{\frac{\left\{ \frac{\sum (p_o \times q_n)}{\sum (p_n \times q_n)} \right\} \times \left\{ \frac{\sum (p_o \times q_o)}{\sum (p_n \times q_o)} \right\}}} \quad (2)$$

இவ்விதி பிசர் தத்துவப்படி அடிப்படையாண்டின் குறியீட்டெண்ணிற்கான விதி. இவ்விரு விதிகளின் பெருக்குப் பலன் '1' ஆக மாறுவதைக் காணலாம்.

$$\begin{aligned} & \frac{\left\{ \frac{\sum (\text{நவி} \times \text{அஅ})}{\sum (\text{அவி} \times \text{அஅ})} \right\} \times \left\{ \frac{\sum (\text{நவி} \times \text{நஅ})}{\sum (\text{அவி} \times \text{நஅ})} \right\}}{\left\{ \frac{\sum (\text{அவி} \times \text{நஅ})}{\sum (\text{நவி} \times \text{நஅ})} \right\} \times \left\{ \frac{\sum (\text{அவி} \times \text{அஅ})}{\sum (\text{நவி} \times \text{அஅ})} \right\}} \\ &= 1 \\ & \frac{\sqrt{\left\{ \frac{\sum (p_n \times q_o)}{\sum (p_o \times q_o)} \right\} \times \left\{ \frac{\sum (p_n \times q_o)}{\sum (p_o \times q_o)} \right\} \times \left\{ \frac{\sum (p_o \times q_n)}{\sum (p_n \times q_n)} \right\}}}{\left\{ \frac{\sum (p_o \times q_o)}{\sum (p_n \times q_o)} \right\} \times \left\{ \frac{\sum (p_o \times q_o)}{\sum (p_n \times q_o)} \right\}} \\ &= 1. \end{aligned}$$

பகுதியிலும் தொகுதியிலும் உள்ள பெருக்குப் பலன் ஒன்றை ஒன்று நேர் செய்வதைக் காணலாம். இவ்விதி கால மாற்று சோதனைக்குக் கட்டுப்பட்டதாய் அமைந்துள்ளது. எனவேதான் இவ்விதி விழுமியது (Ideal) என வழங்கப்படுகிறது.

இ. காரணிகள் (சிகை அல்லது உருப்பு)மாற்றுச் சோதனை (factor reversal test)

குறியீட்டெண்கள் கணிப்பதில் (1) பொருள்களின் விலை, (2) பொருள்களின் அளவுகள் என்ற இருவகை விவரங்கள்

பயன்படுத்தப் படுகின்றன. இவற்றைச் சுருக்கமாக விலை (வி:ந்) என்றும் அளவு (அளவு:q) என்றும் குறிப்பிடுவோம். ஆகவே இவ்விரு விவரங்களை, காரணிகள் (factors) என்றோ உறுப்புகள் என்றோ அல்லது சினைகள் என்றோ கூறலாம்.

இச்சோதனையிலடங்கிய கருத்து என்னவெனில், குறியீட்டெண் கணிப்பிற்குரிய விதி முறைகளில் விலை, அளவு என்ற இரு அங்கங்களையும் தம்மில் மாற்றி அமைக்கும்போது குறியீட்டெண்ணின் தன்மையும் மாறும். இதை இன்னும் விரிவாகக் கூறினால், விலை குறியீட்டெண்ணிற்கான விதியில் உறுப்புகளை முன் கூறியது போன்று மாற்றி அமைத்தால் கிடைக்கும் விதி, அளவு குறியீட்டெண்ணிற்கானதாகும். இது போன்று அளவு குறியீட்டெண்ணிற்கான விதி முறையில் மாற்றங்கள் செய்தால் கிடைப்பது விலை குறியீட்டெண்ணிற்கான விதி முறையாகும்.

எனவே, இவ்வாறு மாற்றும்போது, விலை குறியீட்டெண்ணிலிருந்து புதிதாக அளவு குறியீட்டெண் கிடைக்கும். ஆகவே, விலை குறியீட்டெண்ணையும் இவ்வாறு கிடைத்துள்ள அளவு குறியீட்டெண்ணையும் பெருக்கினால் கிடைக்கும் பலன் பொருள்களின் மொத்த விலை மதிப்பிற்கான குறியீட்டெண்ணாக அமைய வேண்டும். இதுபோன்றே அளவு குறியீட்டெண்ணையும் பெருக்கினால், பொருள்களின் மொத்த விலை மதிப்பிற்கான குறியீட்டெண்ணாக அமைய வேண்டும். இவ்வாறு நேர்கின்றதா என்று சோதிப்பதே காரணிமாற்றுச் சோதனையின் பால்படும்.

இதை ஓர் எடுத்துக்காட்டு மூலம் கவனிப்போம்.

எடுத்துக் காட்டு 21.

அடிப்படையாண்டு, நடப்பாண்டு என்ற இரு ஆண்டுகளிலும் ஒரு பொருளின் விலைவீதமும் அதில் வாங்கிய அளவும் கீழ்க் கண்டவாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

இரண்டாவது கணித்துள்ள குறியீட்டெண் உண்மையில் நடப்பாண்டு விலையை எடையாகக் கொண்ட நடப்பாண்டு அளவிற்கான அளவு குறியீட்டெண். முன்னம் கணித்தது நடப்பாண்டு விலைக்கான குறியீட்டெண். பின்னுள்ளது நடப்பாண்டு அளவிற்கான குறியீட்டெண்ணாக அமையவேண்டும் அவ்வாறு அமைகின்றதா என்று பார்ப்போம்.

நடப்பாண்டின் பொருளின் மொத்த விலை

$$\begin{aligned} \text{நடப்பாண்டின் பொருளின் மொத்தவிலை மதிப்பு} \\ = 10 \times 6 = 60 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{அடிப்படையாண்டில் பொருளின் மொத்த விலை மதிப்பு} \\ = 8 \times 4 = 31 \end{aligned}$$

∴ நடப்பாண்டின் பொருளின் மொத்தவிலை மதிப்பிற்கான

$$\text{குறியீட்டெண்} = \frac{60}{31} \times 100 = 187.5$$

$$\text{வி.கு.எண்.} = 125$$

$$\text{அ.கு.எண்.} = 150$$

$$\text{இரண்டின் பொருக்குப்பலன்} = 125 \times 150 = 18750$$

இவ்விரு குறியீட்டெண்களையும் கணிக்கும் போது, தனித் தனியாக ஒவ்வொரு தடவையும் 100 கொண்டு மொத்தம் 2 தடவைகள் பொருக்கியுள்ளோம். எனவே இவைகளின் மூலம் மொத்த விலைமதிப்பிற்கு குறியீட்டெண் கணிப்பதற்கு பெருக்குப் பலனை 100 கொண்டு வகுக்கவேண்டும்.

$$\begin{aligned} \text{மொத்த விலை மதிப்பின் குறியீட்டெண்} \\ = \frac{18750}{100} = 187.50. \end{aligned}$$

குறியீட்டெண்களை முதலிலேயே 100 கொண்டு பெருக்காதிருந்தால் அவைளின் பெருக்குப் பலன் ($1.25 \times 1.50 = 1.875$) என்று மாறும். பின்னர் இப்பெருக்குப்பலனை 100 கொண்டு பெருக்கினால் மொத்த விலைமதிப்பின் குறியீட்டெண் கிடைக்கும்.

$$1.875 \times 100 = 187.5$$

இது முன்னம் கணித்த மொத்த விலை மதிப்பின் குறியீட்டெண்ணிற்குச் சமமானது என்று தெரிகிறது.

ஆ) அடிப்படையாண்டு அளவை எடையாகக் கொண்ட நடப்பாண்டின் விலைக்கான குறியீட்டெண்.

$$\begin{aligned} \text{கு.எண்} &= \frac{\text{நவி} \times \text{அஅ}}{\text{அவி} \times \text{அஅ}} \times \frac{100}{1} = \frac{p_n}{p_o} \times \frac{q_n}{q_o} \times \frac{100}{1} \\ &= \frac{10 \times 4}{6 \times 8} \times 100 = 125. \end{aligned}$$

இவ்விதத்தில் உள்ள உறுப்புகள் தம்மை மாற்றும்போது விதி கீழ்க் கண்டவாறு மாறும்.

$$\begin{aligned} \frac{\text{நஅ} \times \text{அவி}}{\text{அஅ} \times \text{அவி}} \times \frac{100}{1} &= \frac{q_n \times b_o}{q_o \times p_o} \times \frac{100}{1} \\ &= \frac{6}{4} \times \frac{8}{8} \times 100 = 150 \end{aligned}$$

இது அடிப்படையாண்டு விலையை எடையாகக் கொண்ட நடப்பாண்டின் அளவிற்கான அளவு குறியீட்டெண்ணாகும் முன்னம் கணித்தது அடிப்படையாண்டு அளவை எடையாகக் கொண்ட நடப்பாண்டின் விலைக்கான விலை குறியீட்டெண். எனவே இவ்விரு குறியீட்டெண்களையும் பெருக்கி 100 கொண்டு வகுத்தால் நடப்பாண்டில் பொருளின் மொத்த விலை மதிப்பிற்கான குறியீட்டெண் கிடைக்க வேண்டும்.

$$\text{நடப்பாண்டின் பொருளின் மொத்த விலை} = \left\{ \frac{10 \times 6 \times 100}{8+4} \right.$$

$$\text{மதிப்பிற்கான குறியீட்டெண்} = 187.6 \text{ என்று முன்னம்}$$

கண்டோம்.

$$\text{தற்போது கணித்த வி.கு.எண்} = 125$$

$$\text{அ.கு.எண்} = 150$$

இரண்டு குறியீட்டெண்களின் பெருக்குப் பலன் $= 125 \times 150 = 18750$ முன்னம் கூறியது போல் இப்பெருக்குப்பலனை 100

கொண்டு வகுத்தால் $\frac{18750}{100} = 187.58$ பொருளின் மொத்த விலை மதிப்பிற்கான குறியீட்டெண் கிடைக்கும்.

இது நாம் முன்னம் கணித்த பொருளின் மொத்த விலை மதிப்பின் குறியீட்டெண்ணிற்குச் சமமாக இருப்பது தெரியும். எடுத்துக்காட்டில் ஒரே ஒரு பொருளைப் பற்றியேக் கவனித்தோம். இவ்வாறு ஒரு பொருளுக்குப் பொருந்தும் விதி குழுவில் உள்ள எல்லாப் பொருள்களுக்கும் பொருந்துகின்றனவா என்பதை எடுத்துக்காட்டுகள் இல்லாமல் விதிகளை வைத்தே காணலாம்.

குறியீட்டெண்கள் கணிப்பிற்கான விதிகளில் இக்காரணிகளை மாற்றியமைத்து, விலையை அளவாகவும், அளவை விலையாகவும் மாற்றும்போது ஏற்படும் வேறுபாடுகளைக் கவனிப்போம்.

அ) அடிப்படையாண்டு அளவை எடையாகக் கொண்ட விதி

$$\frac{\sum (\text{நவி} \times \text{அஅ})}{\sum (\text{அவி} \times \text{அஅ})} = \frac{\sum (p_n \times q_o)}{\sum (p_o \times q_o)} \quad (1)$$

காரணிகளை (வி அல்லது அ) மாற்றியமைத்தால் விதியின் தன்மை கீழ்க்கண்டவாறு வேறுபடும்:

$$\frac{\sum (நஅ \times அவி)}{\sum (அஅ \times அவி)} = \frac{\sum (q_n \times p_o)}{\sum q_o \times p_o}$$

இவ்விதி, அடிப்படையாண்டு விலையை எடையாகக் கொண்ட நடப்பாண்டு அளவிற்கான அளவு குறியீட்டெண்கணிப்பிற்கான விதி. இவ்விரு விதிகளின் பெருக்குப் பலனைக் காண்போம்.

$$\left\{ \frac{\sum (ந.வி. \times அஅ)}{\sum (அ.வி. \times அஅ)} \right\} \times \left\{ \frac{\sum (நஅ \times அவி)}{\sum (அஅ \times அவி)} \right\} \neq \frac{\sum (நவி \times நஅ)}{\sum (அவி \times அஅ)}$$

$$\left\{ \frac{\sum (p_n \times q_o)}{\sum (p_o \times q_o)} \right\} \times \left\{ \frac{\sum (q_n \times p_o)}{\sum (q_o \times p_o)} \right\} \neq \frac{\sum (p_n \times q_n)}{\sum (p_o \times q_o)}$$

பெருக்குப் பலன் 1 ஆக அமையவில்லை. எனவே இவ்விதி காரணிகள் மாற்றுச் சோதனைக்குக் கட்டுப்பட்டதால் தோன்றவில்லை.

ஆ. நடப்பாண்டு அளவை எடையாகக் கொண்ட விதியைக் காண்போம்:

$$\frac{\sum (நவி \times நஅ)}{\sum (அவி \times நஅ)} \times \frac{\sum (p_n \times q_n)}{\sum (p_o \times q_n)}$$

காரணிகளை மாற்றுப்போது விதி கீழ்க்கண்டவாறு மாறும்:

$$\frac{\sum (நஅ \times நவி)}{\sum (அஅ \times நவி)} = \frac{\sum (q_n \times p_n)}{\sum (q_o \times p_n)}$$

இவ்விதி நடப்பாண்டு விலையை அடிப்படையாகக் காண்டு கணிக்கும் அளவு குறியீட்டெண்ணிற்கான பதி.

மூன் விதி விலை குறியீட்டிற்கானது. மின்னது அளவு குறியீட்டிற்கானது. ஆகவே இவ்விரு எண்களின் பெருக்குப் பலன் உண்மையில் மொத்தச் செலவிற்கான குறியீட்டெண்ணாக அமையும். மேலும் இவ்விரு விதிகளும் விலைக்கும் அளவிற்குமான குறியீட்டெண்களாயினும் நடப்பு வருட விலைக்கும், நடப்பு வருட அளவிற்குமான குறியீட்டெண்கள் என்பதை நன்கு உணர வேண்டும். ஆகவே இவைகளின் பெருக்குப் பலன் நடப்பு வருடச் செலவிற்கான குறியீட்டெண்ணாக அமையும் அல்லது அமைய வேண்டும்.

நடப்பு வருடச் செலவு $\sum (நவி \times நஅ) = \sum (p_n \times q_n)$
 அடிப்படை வருடச் செலவு $\sum (அவி \times அஅ) = \sum (p_o \times q_o)$
 நடப்பு வருடச் செலவிற்
 கான குறியீட்டெண் $= \frac{\sum (நவி \times நஅ)}{\sum (அவி \times அஅ)} = \frac{\sum (p_n \times q_n)}{\sum (p_o \times q_o)}$

இனி, விதிகளின் பெருக்குப் பலனைக் காண்போம்:

$$\left\{ \frac{\sum (நவி \times நஅ)}{\sum (அவி \times நஅ)} \right\} \times \left\{ \frac{\sum (நஅ \times நவி)}{\sum (அஅ \times நவி)} \right\} \neq \frac{\sum (நவி \times நஅ)}{\sum (அவி \times அஅ)}$$

$$\left\{ \frac{\sum (p_n \times q_n)}{\sum (p_o \times q_n)} \right\} \times \left\{ \frac{\sum (q_n \times p_n)}{\sum (q_o \times p_n)} \right\} \neq \frac{\sum (p_n \times q_n)}{\sum (p_o \times q_o)}$$

இவ்விதி காரணிகள் மாற்றுவிதிக்கு உடன்படாது என்பது நன்கு விளங்குகிறது.

ஈ. பிசரின் ஸ்டூடிய குறியீட்டெண் விதி

பிசர் கண்டுபிடித்துள்ள விதி காரணிகள் மாற்றுச் சோதனைக்குக் கட்டுப்படுவதைக் காண்போம்.

விதி:

$$\sqrt{\left\{ \frac{\sum (நவி \times அஅ)}{\sum (அவி \times அஅ)} \right\} \times \left\{ \frac{\sum (நவி \times நஅ)}{\sum (அவி \times நஅ)} \right\}} \quad (1)$$

$$= \sqrt{\left\{ \frac{\sum (p_n \times q_o)}{\sum (p_o \times q_o)} \right\} \times \left\{ \frac{\sum (p_n \times q_n)}{\sum (p_o \times q_n)} \right\}}$$

காரணிகளை மாற்றியமைப்போம்:

இவ்விதி:

$$\sqrt{\left\{ \frac{\sum (நஅ \times அவி)}{\sum (அஅ \times அவி)} \right\} \times \left\{ \frac{\sum (நஅ \times நவி)}{\sum (அஅ \times நவி)} \right\}} \quad (2)$$

$$\sqrt{\left\{ \frac{\sum (q_n \times p_o)}{\sum (q_o \times p_o)} \right\} \times \left\{ \frac{\sum (q_n \times p_n)}{\sum (q_o \times p_n)} \right\}}$$

இரண்டாவது விதி, விலையை எடையாகக் கொண்ட அளவின் குறியீட்டெண் கணிப்பிற்கான பிசரின் விதியாக மாறுவதைக் காணலாம்.

பெருக்குப் பலன்

$$\sqrt{\frac{(i)}{\left\{ \frac{\sum (நவி \times அஅ)}{\sum (அவி \times அஅ)} \right\} \times \left\{ \frac{\sum (நவி \times நஅ)}{\sum (அவி \times நஅ)} \right\}}} \quad (2)$$

$$\frac{(2)}{\left\{ \frac{\sum (நஅ \times அவி)}{\sum (அஅ \times அவி)} \right\} \times \left\{ \frac{\sum (நஅ \times நவி)}{\sum (அஅ \times நவி)} \right\}} \quad (1)$$

$$\begin{aligned}
&= \sqrt{\left\{ \frac{\sum (நவி \times நஅ)}{\sum (அவி \times அஅ)} \right\} \times \left\{ \frac{\sum (நஅ \times நவி)}{\sum (அஅ \times அவி)} \right\}} \\
&= \frac{\sum (நவி \times நஅ)}{\sum (அவி \times அஅ)} \\
&\sqrt{\left\{ \frac{\sum (p_n \times q_o)}{\sum (p_o \times q_o)} \right\} \times \left\{ \frac{\sum (p_n \times q_n)}{\sum (p_o \times q_n)} \right\} \times \left\{ \frac{\sum (p_o \times q_n)}{\sum (p_o \times q_o)} \right\}} \\
&\quad \times \left\{ \frac{\sum (p_n \times p_n)}{\sum (p_n \times q_n)} \right\} \\
&\sqrt{\frac{\sum (p_n \times q_n)}{\sum (p_o \times q_o)} \times \frac{\sum (p_n \times p_n)}{\sum (q_o \times p_o)}} \\
&= \frac{\sum (p_n \times q_n)}{\sum (p_o \times q_o)}
\end{aligned}$$

சம உறுப்புகளை (factors) நேர் செய்த பின்பு கிடைத்த பலன், காரணிகள் மாற்று சோதனைக்குக் கட்டுப்பட்டதாய்த் தோன்றுகிறது. எனவேதான் இது விழுமியதாக வழங்கப்படுகிறது.

1 (6) குறியீட்டெண்களிலுள்ள நடைமுறை கோட்பாடுகள் (Practice)

இதுகாறும், நாம் குறியீட்டெண்கள் கணிப்பதில் கடைப்பிடிக்கும் பலவித வாய்பாடுகள் பற்றியும் குறியீட்டெண்கணிப்பிலுள்ள தத்துவக் கோட்பாடுகளைப் பற்றியும் விரிவாய் கண்டோம். தத்துவக் கோட்பாடுகள் போன்று உடைப்பிடிக்க வேண்டிய சில நடைமுறைக் கோட்பாடுகளும் உண்டு என்பதை உணரவேண்டும். இந் நடைமுறைகளை கவனியாதிருந்தால் பல இன்னல்கள் நேரும். ஏனெனில், குறியீட்டெண்கள் மிகச் சிறந்த நுண்ணிய கருவிகள். கூர்மையான கருவிகளைக் கையாளுவதில் அதிகக் கவனம் தேவைப்படுவது போல் குறியீட்டெண்களைக் கையாளுவதிலும் கவனம் வேண்டும். சில பொருளாதாரத் தத்துவங்களையும் சில கருத்துக்களையும் தெளிவாக மக்களிடம் எடுத்துச்சொல்வதற்கு குறியீட்டெண்கள் சரியான அடிப்படையில் கவனிக்காது போனால், அக் குறியீட்டெண்கள் கருத்தை தெளியவைப்பதற்குப் பதில் தெளிவற்ற குழப்ப நிலையை உண்டாக்கும். இதைத் தவிர்ப்பதற்காகவே சில நடைமுறைக் கோட்பாடுகளைத் தவறாது கைக்கொள்ளல் நலம்.

குறியீட்டெண்கள் கணிப்பதற்காகத் தேவைப்படும் அடிப்படை (Basic) விவரங்களிலோ அல்லது எடுத்துக் கொள்ளப்படும் எடையளவுகளிலோ ஏற்படும் கவனக் குறைவு குறியீட்டெண்களின் பலனைப் பெருமளவு பாதிப்பதோடு, தரக்குறைவான குறியீட்டெண்களை எடுத்தாள்வதினால் ஏற்படும் இன்னல்களுக்கு எல்லை இல்லை என்றே சொல்லலாம். எனவே சில இனங்களில் அதிலும் குறிப்பாக கீழே கொடுத்துள்ள இனங்களில் தெளிவான கருத்து இருத்தல் நலம்.

1. குறியீட்டெண்கள் கணிப்பதின் நோக்கம் (Object) குறித்துத் தெளிவான கருத்து தேவை.
2. அடிப்படைத் தெரிந்தெடுப்பதில் ஆழ்ந்த கவனம் வேண்டும்.
3. எத்தகையப் பொருள்களின் விவரங்கள் கையாளப்பட வேண்டும் என்பது குறித்துத் தெளிவான, நிலையான எண்ணம் வேண்டும்.
4. பொருள்களைப் பற்றி முடிவு செய்தபின் எத்தகைய விவரங்கள் எடுத்தாளப்பட வேண்டுமென்பது குறித்துத் தெளிவான கருத்து வேண்டும். குறிப்பாக பொருள்களின் விலைகளைப் பற்றிக் கணிக்கும்போது எடுத்தாளப்பட வேண்டிய விலைகள் சில்லறை விலைகளா (Retail price) அல்லது மொத்த விலைகளா (Wholesale price) என்பது குறித்து தெளிவு வேண்டும்.
5. தேவைப்படும் விவரங்கள் எத்தகைய ஆதாரங்களிலிருந்து சேகரிக்கப்பட வேண்டும் என்பது குறித்து தெளிவு வேண்டும்.
6. சேகரித்த விவரங்களை எவ்வாறு இணைக்கப்பட வேண்டும்.
7. எத்தகைய அளவுகள் எடையாக எடுத்தாளப்பட வேண்டும், என்பது பற்றியும் தெளிந்த கருத்து நிலவ வேண்டும்.

பொருள்களின் அட்டவணை தயார் செய்வதற்கு முன்பும் விவரங்களைச் சேகரிப்பதற்கு முன்பும், எதை அறுதியிட்டு குறியீட்டெண் கணிக்க முற்பட்டுள்ளோம் என்பது பற்றி நல்ல

தோர் தெளிவான கருத்து நமக்குத் தேவை. மேலும், கணித்துக் கிடைத்த குறியீட்டெண்கள், யாரால், எந்த இடங்களில், எவ்வாறு கையாளப்பட்டுள்ளன என்பது பற்றி நல்லதோர் முன்னறிவும் எச்சரிக்கையும் வேண்டும். ஏனெனில் தேவையைச் சீர்தூக்கி, அதற்கேற்றவாறு திட்டமிட்டுக் கணித்த குறியீட்டெண் சிறந்ததோர் கருவியாகும். (Tool)

விலைகளின் தன்மை :

மக்களது வாழ்கைத்தரச் செலவு விலைவாசிகளால் எவ்வாறு பாதிக்கப் படுகிறது என்பதைக் கணிப்பது நமது நோக்கமாகில், பொருள்களின் மொத்த விலைகளைப் (Whole sale price) பயன்படுத்துவதை விட சில்லறை விலைகளையேப் பெரிதும் பயன்படுத்த வேண்டும். ஏனெனில், பொருளாதார நிலையில் பெரும்பான்மையான மக்கள் நடுத்தர மக்களாகவும், அதற்குக் குறைந்தவர்களாகவுமே இருப்பார்கள். இத்தரப்பினர் தங்களுக்குத் தேவையான பொருள்களை பெரிய அளவில் மொத்த விலையில் வாங்குவது மிகவும் அரிது; சில்லறை விலையில் தான் வாங்குவார்கள். இத்த சூழ்நிலையில் சில்லறை விலையே மொத்த விலையைவிடச் சிறந்ததாக அமையும். எனவேதான், எத்தகைய மக்களின் வாழ்க்கைத் தரச் செலவு குறித்து குறியீட்டெண் கணிக்க வேண்டியது என்பதுபற்றி, கணிப்பின் நோக்கம் பற்றி, நல்ல கவனம் செலுத்த வேண்டும். பொருளாதார உயர்மட்ட நிலைகளில் உள்ளவர்களின் வாழ்க்கைத்தரச் செலவைக் கணிப்பதாயிருந்தால், மொத்த விலையையே பின்பற்ற வேண்டும். இது போன்று விளைபொருள்களின் உற்பத்தியைக் குறியீட்டெண்கள் மூலம் கணிக்கும்போது, மொத்த விலையையே, அதிலும் அங்காடி விலையைவிட (Market price) களத்து விலையையேப் (Farm price) பெரிதும் பயன்படுத்த வேண்டுமென்பதை உணர்க.

விலை விவரங்கள் சேகரிக்கும் காலம் :

விலை விவரங்கள் சேகரிக்கும் காலத்தைப் பற்றியும் கவனம் தேவைப்படும். அரசாங்க அலுவலர்கள் மாதச் சம்பளக்காரர்கள். சம்பளங்கள் மாத முதல் தேதியில் விநியோகமாகும். ஆலைத்தொழிலாளர்கள் வாரத்திற்கொரு முறை சம்பளம் வாங்குபவர்களாக இருப்பார்கள். இன்னும் நிலையான தொழிலில் இல்லாதவர்கள் அன்றாடம் கூலி பெறுபவர்களாக இருப்பார்கள். ஆகவே இவர்களில் எந்த வகுப்பினர்களின் வாழ்க்கைத் தரச் செலவைக் கணிக்க வேண்டி

யுளது என்பதை முதலில் முடிவு செய்து, பின் அதற்கேற்ற வாறு விலைவிவரங்கள் சேகரிக்கப்பட வேண்டும். அரசாங்க அலுவலர்களின் செலவைப் பற்றி கணிப்பதாயிருந்தால், மாதத்தில் முதல் வாரத்தில் நிலவும் விலைகளைச் சேகரிப்பது பொருத்தமானதாகும். ஏனெனில் பெரும்பான்மையான அலுவலர்கள் தங்களது தேவையை முதல் வாரத்திலேயே வாங்கிவிடுவார்கள். மாறாக, வாரக்கூலியாளர்களின் வாங்கைத் தரத்தைப்பற்றிக் கணிப்பதாயிருந்தால், வாராந்திர விடுமுறை நாட்களில் நிலவும் விலைகளையே பெரிதும் பயன்படுத்த வேண்டும். ஏனென்றால் அன்றுதான் தங்களது தேவையானப் பொருள்களை வாங்குவதாகயிருக்கும்.

பொருள்களின் தரங்கள் : (Sort)

விலை விவரங்கள் சேகரிக்கப்படும் பொருள்களின் தரம் (Sort) குறித்துத் தனிக் கவனம் தேவை. அங்காடியில் ஒரே பொருள் பல தரங்களில் நிலவலாம். வியாபாரிகளிடையே நிலவும் போட்டியும் இதற்கு ஒரு காரணமாகயிருக்கலாம். போட்டி மாத்திரமல்லாமல் போலிச் சரக்குகளாலும் தரங்கள் வேறுபட்டிருப்பதால் விலைகளும் தரத்திற்கேற்றவாறு வேறு படும். எனவே எல்லோரும் ஒரே தரமானப் பொருள்களை வாங்குவதில்லை. இதற்கு மக்களின் வாங்கும் சக்தி அல்லது பொருளாதார நிலை பெரிதும் காரணமாகும். இச்சூழ்நிலையில், நாம் ஆய்விற்காக எடுத்துக் கொண்ட மக்களின் பெரும் பாலோர் விரும்பி வாங்குகின்ற தரத்தின் விலையையே நாமும் நமது கணிப்பில் சேர்த்துக் கொள்ள வேண்டுமென்று கூறத் தேவை இல்லை. இதுதான் உண்மை நிலையை விளக்குவதாக அமையும். இல்லையானால் கற்பனைக் கணக்காகிவிடும். இதைத் தவிர்ப்பது நலம்.

விவரங்கள் சேகரிக்கப்படும் இடங்கள் :

மேலும் ஒரே பொருள் பல கடைகளில் விற்பனையாகலாம். பொருள்களின் விலையும் கடைகள் தோறும் போட்டியின் காரணமாகவும் வேறுபடுவது இயற்கையே. என்றாலும் நமது ஆய்வுக்காக எடுத்துள்ள மக்களில் பெரும்பான்மையோர் எந்தக் கடையில் பெரிதும் வாங்குகிறார்களோ அந்தக் கடையில் நிலவும் விலைவிவரங்களை நமது கணிப்பிற்காக எடுத்துக் கொள்வதுதான் ஏற்புடைத்தாகும்.

அடிப்படையாண்டைத் தேர்ந்தெடுத்தல் :

நடப்பாண்டு நிலவரம். எனவே, இத்தகைய அளவு கருவி கூர்மையாக இருத்தல் வேண்டும். தனி நபர்களின்

விருப்பு வெறுப்புக்கோ, அல்லது உலகில் நிகழும் சம்பவங்களான யுத்தம், உற்பத்தி நெருக்கடி, பற்றுக்குறை போன்ற ஏதுக்களால் பாதிக்கப்படாத காலமாக அடிப்படையாண்டு இருத்தல் வேண்டும். ஏனெனில் இத்தகைய சம்பவங்களால் பொருள்களின் விலை பெரிதும் பாதிக்கப்படும். பொதுவாகக் கூறின், அடிப்படையாண்டு அமைதியான சாதாரண ஆண்டாக (Normal year) இருப்பதுவே ஏற்றது. மேலும் யுத்தம் போன்ற சம்பவங்கள் திடீரென ஏற்படுவதில்லை. பல நெருக்கடிகள் தோன்றி, தொடர்ந்து பல மாதங்களான பிறகு தான் யுத்தம் போன்ற சம்பவங்கள் தோன்றலாம். ஆகவே யுத்தங்களால் ஏற்படும் விலைமாற்றங்கள் உண்மையில் யுத்தம் தோன்றுவதற்கு ஓரிரண்டு ஆண்டுகளுக்கு முன்பே ஏற்பட்டிருக்கலாம். ஆகவே நமது அடிப்படையாண்டு, இந் நெருக்கடி தோன்றுவதற்கு முன்புள்ளதாக இருக்கவேண்டும். இரண்டாவது உலக யுத்தம் 1939ம் ஆண்டு செப்டம்பர் திங்களில் ஆரம்பமானபோதும் வாழ்க்கைத் தரச் செலவின் குறியீட்டெண்களுக்காக நமது மாநிலத்தில் 1936ம் ஆண்டு சூன் திங்களில் நிலவிய விலைகளையோ அடிப்படை விலைகளாக எடுத்துள்ளனர். இது போன்றே, யுத்தம் நின்றபின்பும் ஓரிரண்டு ஆண்டுகள் யுத்த நெருக்கடி நிலைமை நீடித்து நிற்கலாம். இத்தகைய காலங்களையும் அடிப்படையாண்டுகளாக எடுத்துக் கொள்ளல் நல்லதன்று.

அடிப்படையாண்டை மாற்றியமைத்தல் :

எவ்வளவுதான் கவனத்துடன் பொருத்தமாக எடுத்த போதிலும் ஒரே அடிப்படையாண்டைத் தொடர்ந்து பல ஆண்டுகளாக நீடித்துச் செல்வது நல்லதல்ல. ஏனெனில், காலக்கிரமத்தில் பழையன கழிதலும், புதியன புதுதலும் என்பதற்கிணங்க பல மாற்றங்கள் நிகழலாம். பழைய பொருள்கள் அரிதாகி மறைந்து விடும். புதுக்கண்டுபிடிப்பால் புதுப் பொருள்கள் தோன்றலாம். எனவே, நமது குறியீட்டெண்கணிப்பு முறை நடைமுறைக்கு உகந்தாகயிருக்கவேண்டும். உண்மை நிலைக்கு ஒத்து வருவதாக இருத்தல் நலம். ஆகவே, நாமும் கணிப்பிலிருந்து மறைந்த பொருள்களை அகற்றியும், புதிய பொருள்களை கணிப்பில் புதுத்தியும், பொலியுற் செய்ய வேண்டும். ஆனால், முன்பு என்றே எடுத்த ஒரு ஆண்டையே என்றும் அடிப்படையாண்டாகக் கொண்டு சென்றால் புதுமையைப் புதுத்துவதற்குப் போதிய இடமிருக்காது. மக்களின் பழக்க வழக்கங்களில் நாளடைவில் கல்வி கேள்விகளினால் ஏற்படும் மாற்றங்களினாலும், மேற்கூறிய

மாற்றங்கள் தோன்றலாம். பழக்கவழக்கங்கள் மாறுபடும் போதும் எடையும் ஏறவும் இறங்கவும் செய்யும். எனவே ஒரு முறை தேர்ந்தெடுத்த அடிப்படையாண்டின் பொருத்தத்தை நடப்பகாண்டு நிலவரங்களோடு அடிக்கடி ஒத்து நோக்கி சீர்தூக்கிப் பார்த்தல் வேண்டும். இக்குறையைத் தவிர்ப்பதற்காக ஒரு குறிப்பிட்ட ஆண்டை அடிப்படை யாண்டாக எடுப்பதில் அடுத்தடுத்த சில வருடங்களுக்கான விலை நிலவரங்களை (எடுத்துக்காட்டில் சுட்டியதுபோல்) அடிப்படை யாண்டு நிலவரமாக எடுத்துக் கொள்வது உண்டு. ஆனால், இத்தகைய இன்னல்கள் எல்லாம் சங்கிவித் தொடர்கணிப்பில் ஏற்படா. ஏனெனில், அடுத்தடுத்த இரு ஆண்டுகளுக்கிடையில் மக்களின் பழக்க வழக்கங்களிலும், சந்தையில் வரும் பொருள்களின் தன்மையிலும் பெருமாற்றங்கள் தோன்று.

எ. காட்டு 22

ஆண்டு (1)	விலை வீதம் (2)	குறியீட்டெண் (3)
1960	38	100.00
1961	40	$\frac{120}{3} = 40$
1962	42	
		$42 \div 40 \times 100 = 105.0$
1963	45	$45 \div 40 \times 100 = 112.5$
1964	46	$46 \div 40 \times 100 = 115.0$
1965	48	$48 \div 40 \times 100 = 120.0$
1966	49	$49 \div 40 \times 100 = 122.5$
1967	49	$49 \div 40 \times 100 = 122.5$
1968	51	$51 \div 40 \times 100 = 127.5$
1969	52	$52 \div 40 \times 100 = 130.0$
1970	54	$54 \div 40 \times 100 = 135.0$
1971	55	$55 \div 40 \times 100 = 137.5$

1. (7) பலவகைக் குறியீட்டெண்கள்:

[Different kinds of Index Numbers]

பொருளாதாரத் துறையில் அவ்வப்போது காணப்படும் ஏற்றத் தாழ்வுகளை ஆய்ந்தறிந்து, அதற்கேற்ற நடவடிக்கைகளை உடனுக்குடன் எடுத்து, நாட்டு மக்களின் நலத்தையும் நாட்டின் நலத்தையும் பாதுகாக்க வேண்டியது ஒரு அரசின் தலையாயக் கடமையாகும். ஆகவே, ஒவ்வொரு அரசும் நாட்டின் பொருளாதார நாடியை அளந்தறிவதற்குப் பெரிதும் குறியீட்டெண்களை நாடுகின்றன என்று கூறலாம். குறியீட்டெண்கள் என்று பொதுப்பட கூறியதின் கருத்து யாதெனில், ஒவ்வொரு துறைக்கும் குறியீட்டெண்கள் கணிக்கப்படுவது. ஒல்தான் என்பதை உணர வேண்டும். நமது இந்திய நாட்டில், நமது மாநில அரசுகளும், மைய அரசும் பல வகையான குறியீட்டெண்களைத் தற்போது கணித்து வருகின்றன. தற்போது கணிக்கப்படும் குறியீட்டெண்களில் கீழே கொடுத்த உள்ளவை குறிப்பிடத் தக்கன :

1. விளைபொருள்களின் மொத்த விலைகளுக்கான குறியீட்டெண்கள். (whole sale price index)
2. கிராமத்திரங்களில் நிலவும் சில்லறை விலைகளுக்கான குறியீட்டெண்கள். (Rural Retail Price Index)
3. விவசாய விளைபொருள்களின் மொத்த உற்பத்திக்கான (Production) குறியீட்டெண்கள்.
4. விவசாய விளைபொருள்களின் உற்பத்தித் திறனுக்கான (Productivity) குறியீட்டெண்கள்.
5. தொழிலாளர்களுக்காக நுகர்வோர் நுகர்பொருள் அலை குறியீட்டெண். (consumer price index)
6. தொழில் உற்பத்திக்கான (Industrial Production)
7. ஏற்றுமதி இறக்குமதிக்கான குறியீட்டெண்கள். (export & import)

மேலும், மத்திய அரசிலுள்ள ஒவ்வொரு அமைச்சர் அலுவலகத்திலும், அதனைச் சார்ந்த துறைகளின் அபிவிருத்தி நிலையை அளந்தறிவதற்காக குறியீட்டெண்கள் கணிக்கப்படுகின்றன. குறிப்பாக சிம்லாவில் உள்ள தொழிலாளர் ஆய்வுக் கூடத்தில் (Director of Labour Bureau) தோட்டத் தொழிலாளர்களுக்காகவும் வாழ்க்கைத் தரச் செலவு குறித்து குறியீட்

டெண்கள் கணிக்கப்படுகின்றன. மேலும், விவசாயிகள் விளை பொருள் உற்பத்திக்காக விதை, உரம் வேலையாட்களின் உழைப்பு முதலியன விலைகொடுத்து வாங்குகின்றனர். பின்னர், விளைபொருள்களை விற்பனை செய்கின்றனர். இவ்வாறு விளைபொருள்களின் விற்பனையிலிருந்து கிடைக்கும் வரவு உற்பத்திக்காகும் செலவைவிட அதிகமாக இருந்தால்தான் விவசாயிகள் ஊக்கத்துடன் உழைத்து உணவு தானியங்கள் முதலியவற்றை அதிக அளவில் உற்பத்தி செய்து நாட்டைச் செழிப்புறச் செய்வார்கள். இவ்வாறு அவர்கள் உற்பத்திக்காக கொடுக்கின்ற விலைக்கும் (price paid) விற்பனைக்காக வாங்குகின்ற விலைக்கும் (price received) உள்ள பொருத்தத்தை (parity) குறியீட்டெண்கள் மூலமாகவே கணிக்கின்றனர். இத்தகைய குறியீட்டெண்கள் (parity index) என்றழைக்கப்படுகின்றன.

இவ்வாறு, அரசாங்க இலாக்காக்களால் கணிக்கப்படும் பலவகையான குறியீட்டெண்கள், அரசாங்கம் திட்டங்கள் தீட்டுவதற்கும், ஏற்ற நடவடிக்கைகள் உடனுக்குடன் எடுப்பதற்கும் பெரும்பான்மையும் பயன்படுகின்றன. இக் குறியீட்டெண்கள் நாட்டு மக்கள் நலன் கருதியேக் கணிக்கப்படுகின்றன என்றாலும், இதனால் ஏற்படும் பலனை உடனுக்குடன் நேரடியாக உணர்வதில்லை என்றே கூறவேண்டும். ஆகையால் இத்தகைய குறியீட்டெண்களில் மக்கள் அக்கரை செலுத்தாதிருப்பது இயற்கையே. என்றாலும், தொழிலாளர் நலன் கருதியே சில குறியீட்டெண்கள் கணிக்கப்படுகின்றன. தற்போது கணிக்கப்படும் நுகர்வோர் விலை குறியீட்டெண் அல்லது நுகர் பொருள் விலை குறியீட்டெண் (Consumer price index) குறிப்பாக ஆலைத் தொழிலாளர்களையும் ஆலை முதலாளிகளையும் உடனுக்குடன் பாதிக்கும். தற்போது ஆலைத் தொழிலாளர்களுக்கு அடிப்படைச் சம்பளத்துடன் (Basic pay) இணைத்துக் கொடுக்கப்படும் பற்றிக் குறைப்படி (Dearness allowance) யின் அளவு நுகர்பொருள் விலை குறியீட்டெண்ணுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. எனவே ஒரு மாதத்தில் நுகர் பொருள் விலை குறியீட்டெண் ஒரு புள்ளி (point) ஏறுமானால் அதற்கேற்றவாறு பற்றிக்குறைப்படியும் உயரும். ஒரு புள்ளி உயர்விற்காக ஒரு நபர் பெறுகின்ற ஊதிய உயர்வு ஒரு சில காசுகளே என்றாலும் ஆயிரக்கணக்கான ஆட்களை வேலைக்கு அமர்த்தியுள்ள ஆலை நிறுவனங்களுக்கு ஏற்படும் அதிகப்படியான செலவு, 'பலதுளி பெருவெள்ளம்' என்பதற்கிணங்க அதிகமாகவே இருக்கும். எனவேதான், குறியீட்டெண்களின் அளவு அதி

கரிக்குமானால் ஆலைமுதலாளியும், குறியீட்டெண்களின் அளவு குறையுமானால் கூலித் தொழிலாளியும் குறை கூறுவர். எனவே இவ்விரு சாராரும், தொழில் நிறுவனங்களும், தொழிற் சங்கங்களும் அரசாங்கத்தைவிட குறியீட்டெண் கணிப்பில் மிகவும் குறியாயுள்ளனர் என்று கூறலாம். இதுபோன்றே மத்திய அரசு ஊழியர்களுக்கு வழங்கப்படும் பற்றாக்குறைப்படியின் அளவு குறியீட்டெண்களுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. எனவே, இத்தகைய நுகர்பொருள் விலை குறியீட்டெண் கணிப்புக் குறித்து நாமும் விளக்கமாகத் தெரிந்து கொள்வது நலம்.

நுகர்பொருள் விலை குறியீட்டெண் (Consumer price index number)

கணிக்கப்படும் இடங்கள்

தற்போது தொழிலாளர்களைத் தோட்டத் தொழிலாளர்கள், ஆலைத் தொழிலாளர்கள், சுரங்கத் தொழிலாளர்கள் என மூன்று வகையாகப் பிரித்துள்ளனர். ஒவ்வொரு கைத்தொழிலுக்கும் சில குறிப்பிட்ட இடங்களைத் தேர்ந்தெடுத்து குறியீட்டெண்கள் கணிக்கப்படுகின்றன. தோட்டத் தொழிலாளர்களுக்காக, வால்பாறை, குன்னூர் என்ற இடங்களும் ஆலைத் தொழிலாளர்களுக்காக சென்னையையும் தேர்ந்தெடுத்து குறியீட்டெண்கள் கணிக்கப்படுகின்றன. மேலும், நம் மாநிலத்தில் கடலூர், கோவை, திருச்சி, மதுரை, நாகர்கோவில் என்ற ஆறு நகரங்களுக்கு தொழிலாளர் நுகர்பொருள் விலை குறியீட்டெண் மாதம் தோறும் கணிக்கப்படுகின்றன. அதிலும் சென்னை நகரத்திற்காக கணிக்கப்படும் நுகர்பொருள் விலை குறியீட்டெண், 1948ம் ஆண்டு குறைந்த கூலிச் சட்டத்தின் (Minimum wages of Act 1948) மூலம் எல்லாத் தொழிலாளர்களுக்குப் பொருந்தும்.

அடிப்படையாண்டு (Base Year)

நாகர்கோவில் நகரம் ஒன்றைத் தவிர ஏனைய இடங்களைப் பொறுத்த அளவில் 1936ம் ஆண்டு குன் மாதத்தில் நிலவிய விலைகள் அடிப்படையாண்டு விலைகளாகக் கருதப்படுகின்றன. ஆனால், நாகர்கோவில் நகரத்திற்கு, 1939ம் ஆண்டு ஆகஸ்ட் திங்கள் விலைகள் அடிப்படையாண்டு விலைகளாக எடுக்கப்பட்டுள்ளன. அடிப்படையாண்டு மிகப் பழமையானதால், அண்மையில் 1906ம் ஆண்டை அடிப்படையாண்டாக வைத்துத் தற்போது குறியீட்டெண்கள் கணிக்கப்பட்டு வருகின்றன.

விலைக் குறிப்புகள் (Price Quotations)

பொதுவாகத் தொழிலாளர்களுக்காகக் கணிக்கப்படும் குறியீட்டெண்களுக்கெல்லாம் சில்லறை விலைகளே பயன்படுத்தப்படுகின்றன. விலைகுறியீட்டெண் கணிக்கப்படயிருக்கும் நகரத்தை நான்கு அல்லது ஐந்து பெரும் பிரிவுகளாகப் பிரிக்கின்றனர். அவ்வாறு பிரிப்பதற்கு அங்குள்ள அங்காடிகளையும் தொழிலாளர்களின் குடியிருப்பையும் கவனித்துப் பிரிக்கின்றனர். பின்னர் இவ்வாறு பிரிக்கப்பட்ட ஒவ்வொரு அங்காடி பிரிவிலும் (Market Centre) இரண்டு கடைகளைத் தேர்ந்தெடுத்து விலைவிவரங்களைச் சேர்க்கின்றனர். இவ்வாறு தேர்ந்தெடுத்துள்ள கடைகளை Reference Shops என்று கூறுவர். மேலும், இதையடுத்து வேறு ஒரு கடையையும் தேர்ந்தெடுப்பர். இக்கடை இருப்புக் கடை (Reserve shop) எனப்படும். விலைவிவரங்கள் சேகரிக்கப்பட வேண்டிய ஒரு பொருள் நாம் முன்னம் ஏற்கனவே தெரிந்தெடுத்துள்ள கடைகளில் ஏதாவது ஒன்றில் இல்லாது போனால் அப்பொருளின் விலையை மேற்கூறிய கடையில் நின்றும் சேகரிக்கலாம். பின்னர், ஒரு வாரத்தில் பெரும்பான்மை வியாபாரம் அதிகம் ஆகும் நாளை முன்பேத் தெரிந்தெடுத்து, பின்னர் வாரந்தோறும் அந்த நாளில் முன்னம் தெரிந்தெடுத்த கடைகளிலிருந்து, பொருள்களின் விலைகளைச் சேகரிப்பர். இவ்வாறு ஒரு பொருளுக்கு ஒரு வாரத்தில் ஒரு நகரத்திலிருந்து சுமார் 8 கடைகளிலிருந்து சேகரித்த விலைவிவரங்கள் இருக்கும். இவ்வாறு ஒரு மாதத்திற்கு நான்கு அல்லது ஐந்து வாரங்களுக்கு சேகரித்த விலைகளின் சராசரி விலையை அப்பொருளின் அம்மாதத்திற்குரிய விலையாகக் கருதப்படும்.

விலைகணிப்பாளர் : (Price Collector)

மேற்கூறியவாறு தெரிந்தெடுத்த கடைகளிலிருந்து இதற்கென நன்குபயிற்சி பெற்ற ஆய்வாளர்கள் குறிப்பிட்ட நாளில் சென்று வியாபாரம் நடைபெறுவதைக் கவனித்து விலை விவரங்கள் சேகரிக்கின்றனர். அத்துடன் சென்ற வார விலையோடு ஒப்பிடும்போது காணப்படும் விலை வேறுபாட்டிற்குரிய காரணங்களையும் கேட்டு அறிந்து கொள்கின்றனர். இவர்களது வேலையும் தகுந்த முறையில் மேற்பார்வையிடப்பட்டு உடனுக்குடன் கண்காணிக்கப்படுகிறது.

எடைகள். (Weights)

நாம் முன்னம் கூறிய இருவித எடைகளில் பொருள்களின் அடிப்படையாண்டு அளவையே எடையாக எடுத்துச்

கொள்ளப் படுகிறது. ஆனால் பொருள்களின் அளவு நேரடியாக எடையாக எடுக்கப்படுவதில்லை. பொருள்களின் அடிப்படையாண்டு விலைகளோடு ஒப்பிடப்பட்டு விகிதமாக மாற்றப்பட்டு பின்னர் விலைவிகிதங்களே கணிப்பீல் எடுத்துக்கொள்ளப் படுகின்றன. இவ்வாறு விலைகளுக்குப் பதிலாக விலைவிகிதங்கள் (price relatives) பயன்படுத்தப்படுவதால் பொருள்களின் அடிப்படையாண்டு அளவிற்குப்பதிலாக, அடிப்படையாண்டில் அப்பொருளுக்காகக் செலவு செய்யப்பட்ட தொகை அப்பொருளுக்குரிய எடையாக கொள்ளப்படுகிறது. (அவி $\times$ அஅ = $p_0 \times q_0$)

மேலும் கணிப்பதில் ஏற்படும் சிரமத்தைத் தவிர்ப்பதற்காகவும் கணிப்பு முறையை விரைவு படுத்துவதற்காகவும் எடையில் ஒரு சிறிது மாற்றம் செய்கின்றனர். அடிப்படையாண்டில் ஒவ்வொரு பொருளுக்கான செலவை (அவி $\times$ அஅ = $p_0 \times q_0$) அடிப்படையாண்டில் எல்லாப் பொருள்களுக்கும் சேர்த்து ஆகும் மொத்த செலவோடு $\sum (அவி \times அஅ = p_0 \times q_0)$ ஒப்பிடுவர். பின்னர் மொத்தச் செலவில் ஒவ்வொரு பொருளுக்கு உரிய பங்கை சதவிகிதத்தில் (percentage) கணிப்பர். பின்னர் இச்சதவிகிதமே பொருளுக்கான எடையாக அமையும். அடிப்படையாண்டு மொத்தச் செலவை 100 என்ற அடிப்படையில் மாற்றி ஒவ்வொரு பொருளுக்கும் உரிய எடையைக் கணிப்பர். ஆகவே, எல்லாப் பொருள்களின் எடையைக் கூட்டிக் கிடைக்கும் மொத்த எடை 100 ஆக இருக்கும்.

இம்முறையில், ஒவ்வொரு பொருளுக்கும் உள்ள எடையின் அளவைச் சுருக்கி, பெருக்கினால் ஏற்படும் சிரமத்தைத் தவிர்க்கின்றோம். மேலும் அடிப்படையாண்டில் உள்ள கமாத்தச் செலவால் வகுத்துப் பின்னர் 100 கொண்டு பெருக்குவதையும் தவிர்க்கின்றோம். மாறாக, ஒவ்வொரு பொருளின் விலைவிகிதத்தை அதற்குரிய எடையால் பெருக்கி கிடைத்த பலன்களை எல்லாம் கூட்டினால் கூட்டிக் கிடைத்தப் பலனே விலைகுறியிட்டெண்ணாக அமைகிறது.

குடும்பச் செலவாய்வு: (family budget survey)

முன்னர் கூறியதுபோல், ஒருபொருளின் அடிப்படையாண்டுச் செலவின் அடிப்படையில் எடையை முடிவு செய்ய வேண்டுமென்றால், குடும்பச் செலவு ஆய்வு ஒன்று நடத்தியே அறுதிடவேண்டும். இதுபோன்றே பொருள்களிடையே உள்ள எடை விநியோகத்தை வேண்டுமானாலும் குடும்பச் செலவு ஆய்வு மூலமே மாற்ற வேண்டும்.

மக்களில் எவ்வகைப் பிரிவினருக்கு குறியீட்டெண் கணிக்க வேண்டுமென்பதைப் பொறுத்து, அம்மக்களால் தமது அன்றாட வாழ்க்கைச் செலவிற்கு வாங்கப்படும் பொருள்கள் அடங்கிய பட்டியில் (list) முதலில் தயார் செய்யப்பட வேண்டும். பின்னர், நகரத்தைப் பல பிரிவுகளாகப் பிரித்து ஒவ்வொரு பிரிவினருக்கும் மாதிரி ஆய்வு முறைகள் மூலம் சில குடும்பங்களைத் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும். தேர்ந்தெடுத்த ஒவ்வொரு குடும்பத்திலிருந்தும் அவர்கள் தனது அன்றாட வாழ்க்கையில் வாங்கப்படும் ஒவ்வொரு பொருளின் அளவையும், அப்பொருளுக்காகும் செலவைப் பற்றிய விவரங்களையும் சேகரிக்க வேண்டும். இவ்வாறு தேர்ந்தெடுத்த குடும்பங்களிலிருந்து கிடைத்த விவரங்களை எல்லாம் ஒருங்கிணைந்து ஒவ்வொரு பொருளுக்கும் உரிய எடைபின் அளவு முடிவு செய்யப்படும்.

குழு குறியீட்டெண்: (group index)

மக்களுக்குத் தேவைப்படும் பொருள்கள் நூற்றுக்கணக்கானவை. தேவைப்படுகின்ற பொருள்கள் எல்லாம் ஒரே இனத்தவையாக இருப்பதில்லை. சில பொருள்கள் உண்பதற்கும், சில உடுப்பதற்கும், சில படிப்பதற்கும், சில பொருள்கள் பார்த்து மகிழ்வதற்கும், இன்னும் சில எரிப்பதற்கும் எனப் பல வகைப்படும். இவ்வாறு பலவினங்களின் பால் படும் பொருள்களை எல்லாம் ஒரே இனமாகக் கருதாமல் பொருள்களை இனமாகக் கருதாமல் பொருள்களை இனவாரியாக பெரும் பிரிவுகளாகவோ அல்லது குழுக்களாகவோ (groups) பிரிப்பதுண்டு. பின்னர் ஒவ்வொரு குழுவுக்கும் தனித்தனியே குறியீட்டெண் கணிப்பார்கள். இவ்வாறு குழுவிடக்கு குறியீட்டெண் கணிக்கும்போது, அக்குழுவிருள்ளமொத்த எடையை 100 ஆக பாவித்தே, அக்குழுவில் உள்ள ஒவ்வொரு பொருளின் எடையையும் மாற்றியமைப்பார்கள்.

இவ்வாறு, ஒவ்வொரு குழுவிடக்கும் கணித்து கிடைத்த குறியீட்டெண், முன்னர் கொடுத்த எடையளவுகள் சூதவியவற்றின் உதவியால், எல்லாப் பொருள்களுக்கும் ஒருங்கிணைந்த கூட்டுக் குறியீட்டெண் கணிக்கப்படும். (composite index number)

தற்போது சென்னை நகரில் தொழிலாளர்களுக்காக கணிக்கப் பெறும் குறியீட்டெண்ணில் காணப்பெறும் குழுக்களும் குழுக்களுக்குக் கொடுத்துள்ள எடையும் கீழே கொடுக்கப் பெற்றுள்ளன :-

குழுக்கள்	எடைகள்
1. உணவுப் பொருள்கள்	60.2
2. வெற்றிலை, பாக்கு, புகையிலை போன்ற போதைப் பொருள்கள்.	2.4
3. எரி பொருள்கள்	6.2
4. வீட்டு வசதி	8.3
5. உடை, படுக்கை, காலணி	6.6
6. இதர பொருள்கள்.	16.3
மொத்தம்.	<u>100.0</u>

மேலும் உணவுப் பொருள்களையும் சில பிரிவுகளாகக் கீழ்க்
கண்டவாறுப் பிரித்துள்ளனர்.

உணவு பொருள்கள்	எடை
1. தானியவகைப் பொருள்களும்.	43.50
2. பயறும் பயறுவகைப் பொருள்களும்.	5.34
3. எண்ணையும் கொழுப்புப் பொருள்களும்.	4.99
4. இறைச்சி, மீன், முட்டை போன்ற மாமிசப் பொருள்கள்.	8.50
5. பால், தயிர், மோர்.	6.96
6. வாசனைதரும் மசால் பொருள்கள்.	7.95
7. காய்கறிகளும் பழங்களும்.	7.59
8. இதர உணவு வகைகள்.	15.17
	<u>100.00</u>

எ.கா. 23. 1971 ம் ஆண்டு சனவரி மாதத்திற்கான குறியிட்ட டெண் கணிப்பு முறைக்கீழே கொடுக்கப் பெற்றுள்ளது:-

பொருள் (1)	எடை (2)	மூலஅளவு (3)	அ. ஆ. வி.லை ரு.பை (4)	ந. ஆ. ரு.பை (5)	வி.லை வி.திதர் 100 (6)	வி.லை வி.திதம் X எடை (7)
அ. உணவுப் பொருள்கள் :						
1. தானிய வகைகள்	97.94	கி.கி	0.69	0.90	130.43	126.96
அரிசி	2.28	"	0.88	0.92	242.11	5.52
கோதுமை	0.88	"	0.83	0.46	189.49	0.53
கேழ்வரகு	100.00					188.00 (188.00)
2. பயறும் பயறு வகைப் பொருள்களும் :						
து. பருப்பு	57.141	லிட்டர்	0.68	1.67	265.08	151.47
க. பருப்பு	16.7	"	0.46	1.02	211.74	37.05
பா. பருப்பு	2.66	"	0.69	1.48	241.49	5.71
உ. பருப்பு	23.49	"	0.65	1.7	241.54	56.74
	100.00					250.97 (251.00)

(1) எண்ணையும் கொழும்புப் பொருள்களும்.	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
தே. எண்ணை	3.59	கி.கி.	2.88	8.10	815.97	11.84
ந. எண்ணை	84.88	"	2.82	5.18	228.28	144.70
க. எண்ணை	82.05	"	1.91	5.02	262.88	84.24
4. இழைச்சி, மின் :	100.00					289.28 (289.00)
இழைச்சி	52.84	"	3.14	6.80	219.75	116.12
பிரான் (எரு)	55.97	118 கிராம்	0.19	0.43	242.11	87.09
வாளை			1.79	3.07	175.55	6.02
கத்தளை	3.48	கி.கி.	1.42	2.55		
முட்டை	7.78	எண்	0.15	0.30	200.00	15.52
	100.00					224.75 (225.00)

கட்டம் (6) = கட்டம் (5) ÷ கட்டம் (4); கட்டம் (7) = கட்டம் (2) × கட்டம் (6)

பொருள்கள்	எடை	மூல அளவு	அ. ஆ. விசை	ந. ஆ. விசை	விசை விகிதம்	வி. வி. தீர். X எடை
5. பால்:						
பசும்பால்	85.55	லிட்டர்	0.88	1.55	186.75	159.76
தயிர்	9.88	"	0.46	0.99	216.22	21.16
எருமை நெய்	4.62	கி.கி	6.86	13.90	202.62	9.86
	100.00					190.28 (190.00)
6. மசால் வகை:						
உப்பு	2.02	கி.கி.	0.04	0.10	250.00	5.05
மஞ்சள்	3.87	"	1.51	4.48	296.69	11.48
மிளகாய் (பச்சை)	4.04	"	0.77	1.08	140.26	5.67
மிளகாய் வற்றல்	24.92	"	2.81	6.00	218.52	53.21
புளி	19.53	"	1.39	2.74	197.12	38.50
வெங்காயம்	10.94	"	0.27	0.42	155.56	17.02
பூண்டு	4.58	"	1.11	3.32	299.10	14.60
மல்லி	12.93	"	1.59	3.84	210.06	27.22
கக்கு	1.65	"	2.64	12.38	303.94	5.62
இஞ்சி		"	1.13	1.57		
நல்ல மிளகு	6.74	கிராம்	0.48	0.45	93.75	6.32
கடுகு	3.37	"	0.07	0.16	228.57	7.70
சீரகம்	4.83	"	0.20	0.32	160.00	7.81
	100.00					200.20 (200.00)

பொருள்கள்	எடை	மூல அளவு	அ.ஆ. விலை	ந.ஆ. விலை	விலை விகிதம்	வி. விகிதம் X எடை
7. காய்கறிகளும் பழவகைகளும்						
உருளைக்கிழங்கு	20.93	கி.கி.	0.47	0.99	210.64	44.09
முள்ளங்கி	1.41	"	0.22	0.49	223.73	3.15
காரட்	2.82	"	0.47	1.07	227.66	6.42
சேனை	3.42	"	0.36	0.74	205.56	7.03
கத்தரிக்காய்	16.50	"	0.43	0.52	120.93	19.95
முட்டைக்கோஸ்	5.03	"	0.44	0.85	192.18	9.72
வெண்டைக்காய்	5.83	"	0.57	1.00	175.44	10.23
தக்காளி	16.70	"	0.57	0.74	129.82	21.63
அவரை	4.23	"	0.06	0.08	133.83	5.64
கிரை வகைகள்	2.01	"	0.06	0.23	383.33	7.70
வாழைப்பழம்	6.64	டசன்	0.32	0.66	206.25	13.70
தேங்காய்	12.27	1 எண்	0.27	0.70	259.26	31.81
ஆரஞ்சு	2.21	1 எண்	0.12	0.20	166.67	3.63
	100.00					134.80 (135.00)
8. இதர உணவுகள்						
சீனி	11.96	கி.கி.	1.20	1.76	143.67	17.54
வெல்லம்	7.36	"	0.69	1.24	179.71	13.23
தேயிலை	0.67	50 கிராம்	0.38	0.55	144.74	0.97
காப்பிப் பொடி	11.29	"	6.64	13.90	209.34	23.63
இட்டிஷி	34.61	ஜோடி	0.11	0.20	181.32	62.93
ஜிலேபி	1.59	கி.கி.	2.10	4.85	230.95	3.67
தேயிலை பானம்	23.91	200 மி.லி.	0.12	0.13	150.00	35.87
காப்பி பானம்	8.61	"	0.14	0.24	171.43	14.76
	100.00					172.60 (173.00)

பொருள்கள்	எடை	மூல அளவு	அ. ஆ. விசை	ந. ஆ. விசை	வி. விசைத்ம்	வி. விசைத்ம் × எடை
ஆ. புகைபிழை போன்ற போதைப் பொருள்கள்						
வெற்றிலை	19.76	25 இலை	0.06	0.10	166.67	32.93
பாக்கு	15.67	கி.கி.	7.81	13.96	178.75	27.83
பீடி	80.64	25 கொண்ட பொட்டலம்	0.14	0.21	150.00	45.81
சிகரெட்	26.95	10 கொண்ட பெட்டி	0.15	0.33	220.00	59.29
புகைபிழை	2.09	கி. கி.	3.01	5.31	176.41	3.69
பொடி	5.09	50 கி.	0.44	0.77	175.00	8.91
	100.00					178.46
இ. எரிபொருள்கள்						
காட்டு விறகு	75.03	25 கி. கி.	2.01	4.24	228.59	171.51
காற்றாடி விறகு	12.06	லிட்டர்	2.12	5.32	151.85	18.25
ம. எண்ணெய்	3.50	1 பூனிட்டர்	0.87	0.56	164.18	5.75
மின்சாரம்	5.79	வாடகை	0.67	1.10	179.75	10.41
வரட்டி	3.62	100	0.79	1.42	140.00	5.07
தீப்பெட்டி	100.00	1 பெட்டி	0.05	0.07		210.99
	100.00				178.70	178.70
ஈ. வீட்டு வசதி						
வீட்டு வாடகை						

உ. ஆடையணிகள்	எடை	மூல அளவு	அ ஆ விகி	ந. ஆ விகி	வி. விகிதம்	வி. விகிதம் X எடை
வேட்டி	12.11	ஒன்று	2.21	3.54	160.18	19.40
ஆயத்த ஆடை						
பனியன்	0.76	"	1.37	2.50	182.48	1.39
சாரி (புடவை)	44.39	"	8.77	10.69	121.99	54.11
துண்டு	0.76	"	1.22	2.76	226.23	172.00
வெள்ளை டிரில்			1.84	4.37		13.36
காக்கி டிரில்	5.56	மீட்டர்	1.85	4.50	240.37	
சட்டைத் துணி 1	24.86	"	1.54	2.42	157.14	39.07
சட்டைத் துணி 2	4.25	"	1.53	2.08	135.95	5.78
லாங்கினாத்						
மேட்டுர் மில்	1.09	"	1.61	3.08	191.30	2.09
மக்						
மேட்டுர்	0.93	"	1.17	2.23	195.87	1.92
ம. 801	1.53	"	1.25	2.51	194.71	2.98
பேர்வை	0.55	ஒன்று	4.35	3.47	205.71	1.13
தலையணை உறை		"	1.40	1.88		
செருப்பு	3.16	இணை	4.16	6.88	165.38	5.23
	100.00					148.18

பொருள்கள்	எடை	மூல அளவு	அ.ஆ. விலை	ந.ஆ. விலை	விலை விகிதம்	வி.வி.தி தம் × எடை
ஊ. பலதரப்பட்டவை :						
1. மருந்துவம் :						
வைத்தியர் சம்பளம்	10.88	பார்வை	2.75	3.00	109.00	11.97
மருந்து	55.70		0.72	1.51	209.75	116.81
[E.S.I] ஈ. எஸ். ஐ. சந்தா	88.42		0.69	0.70	101.45	88.90
	100.00					162.58
2. கல்னியும் பொருதுபொருள்களும் :						
பள்ளிக்கூட கட்டணம்	20.48	ஒரு மாணவர்	8.50	—	—	—
பள்ளிப் புத்தகம்	19.21	ஒன்று	3.00	2.80	76.67	14.73
பென்சில்	1.88	ஒன்று	0.12	0.22	183.83	3.35
செய்திப்பத்திரிகை	8.84	ஒன்று	0.07	0.12	171.43	15.15
படக்காட்சி	49.69	தலைக்கு	0.40	0.71	177.50	88.20
	100.00					121.48

உ. ஆடையணிகள்	எடை	மூல அளவு	அ. ஆ. விசை	ந. ஆ. விசை	வி. விசை	வி. விசைத் தகவல்
ஆயத்த ஆடை						
வேட்டி	12.11	ஒன்று	2.21	3.54	160.18	19.40
பனியன்	0.78	"	1.87	2.50	182.48	1.89
சாரி (புடவை)	44.89	"	8.77	10.69	121.59	54.11
துண்டு	0.76	"	1.22	2.76	226.28	172.00
வெள்ளை டிரில்			1.84	4.87		13.86
காக்கி டிரில்	5.56	மீட்டர்	1.85	4.50	240.87	
சட்டைத் துணி 1	24.56	"	1.54	2.42	157.14	89.07
சட்டைத் துணி 2	4.25	"	1.53	2.08	185.95	5.78
லாங்கினாத்						
மேட்டுர் மில்	1.09	"	1.61	3.08	191.80	2.09
மல்						
மேட்டுர்						
ம. 801	0.98	"	1.17	2.23	195.87	1.92
பேர்வை	1.53	ஒன்று	1.25	2.51		2.98
தகையணை உறை	0.55	"	4.85	8.47	194.71	1.18
செருப்பு	8.16	இணை	1.40	2.88	205.71	5.23
	100.00		4.16	6.88	165.88	148.18

பொருள்கள்	எடை	மூல அளவு	அ.அ. விலை	ந.ஆ. விலை	விலை விகிதம்	வி.விகிதம் எடை
5. இதரப் பொருள்கள்.						
கட்டில்	1.00	ஒன்று	10.00	13.00	130.30	1.30
பாய்	5.02	ஒன்று	1.49	2.50	168.92	8.45
பெட்டி	0.38	ஒன்று	5.24	4.69	89.50	0.30
பித்தளைப் பாத்திரம்	3.01	கி.கி	60.2	16.75	278.24	8.38
மண் பாத்திரம்	2.34	ஒன்று	0.30	0.55	168.33	4.29
கண்ணாடி தம்பளர்	0.17	ஒன்று	03.2	0.55	171.89	0.29
லிளக்குமாறு	2.84	ஒன்று	0.12	0.28	2 3.33	6.63
வெளுப்புக் கூலி	49.16	ஒரு சட்டை	0.10	0.23	230.00	113.07
சோப்பு	18.57	துண்டு	0.08	0.12	150.00	29.36
தையல் கூலி	16.56	முழுச்சட்டை	1.00	1.83	186.00	30.80
	100.00					202.87

கிளைக் குழுக்கள்	எடை	குழுவிற்குரிய கு.எண்.	எடை × குழுவின் எ.கு.எண்.
1. தான்யங்கள்	43.40	133.01	5785.94
2. பயிறு வகைகள்	5.84	250.94	3340.13
3. எண்ணெய்ப்பொருள்கள்	4.99	239.28	1194.01
4. இறைச்சி, மீன், முட்டை	8.50	224.74	1910.29
5. பால், தயிர்வகைகள்	6.96	190.28	1324.35
6. மசால்	7.95	200.20	1591.59
7. காய்கறிவகைகள்	7.59	184.79	1402.56
8. இதர உணவுப்பொருள்	15.17	172.60	2618.34
	100.00		17167.21
கு.எண் : $\frac{17167.21}{100} = 171.67$			

(2) பல்தர குழுவிற்குரிய குறியீட்டெண்

பலதரப்பட்டவை	எடை	குழுவிற்குரிய கு.எண்.	எடை × குழுவின் கு.எண்
மருந்துவச் செலவு	16.88	162.58	2744.35
கல்வி	14.53	121.43	1764.49
போக்குவரத்து	18.70	135.63	2536.23
சுகபோகப் பொருள்கள்	23.39	188.60	4410.35
இதரச் செலவு	26.50	202.87	5376.06
	100.00		16831.53
கு.எண். $\frac{16831.53}{100} = 168.31$			

(3) ஒருங்கிணைந்த குறியீட்டெண்

குருக்கள்	எடை	கு.எண்.	எடை × கு.எண்
அ. உணவு	60.21	171.07	10334.53
ஆ. புகையிலை முதலியன	2.4	178.46	425.3
இ. எரி பொருள்	6.2	210.99	1308.14
ஈ. வீட்டு வாடகை	8.3	178.70	1488.31
உ. ஆடை	6.6	148.81	978.99
ஊ. இதர வகை	16.3	168.31	2743.45
	100.00		17275.62
கு.எண் : $= \frac{17275.62}{100} = 172.76 (173.00)$			

எச்சரிக்கை :

கீழே கொடுத்துள்ள எடுத்துக்காட்டை நோக்கவும்.

எ காட்டு 24

நகரம்	வி.கு.எ. (1963)
1. சென்னை	488
2. கடலூர்	487
3. திருச்சிராப்பள்ளி	465
4. மதுரை	473
5. கோவை	527
6. நாகத கோவில்	521

அடிப்படை ஆண்டு 1939. மற்ற இடங்களின் அடிப்படை யாண்டு 1936.

(1) முதலில் கொடுத்துள்ள 5 நகரங்களில் விலை குறியீட்டுக் கொள்கைகள் கோவையில் தான் அதிகமாகக் காணப்படுகின்றது. எனவே கோவையில் வாழ்கைத்தரச் செலவு சென்னையை விட அதிகம் என்று முடிவு கட்டுகிறோம். இது போன்று நாகர்கோவில் நகரத்தின் குறியீட்டெண்ணும் சென்னையைவிட அதிகமாக இருப்பதால் நாகர்கோவில் வாழ்க்கைத் தரச் செலவு சென்னையை விட அதிகம் என்று முடிவு கட்டுகிறோம். இது மிகத் தவறு.

முதலில் நாம் கவனிக்க வேண்டியது என்னவெனில், இரண்டு நகரங்களை குறியீட்டெண்கள் மூலம் நேரடியாக ஒப்பிடக் கூடாது. ஏனெனில் இவ்விரண்டிற்கும் பொதுவான தொடர்பு ஒன்றுமில்லை. ஒவ்வொரு இடத்தின் நடப்பாண்டின் குறியீட்டெண் அவ்வவிடத்தின் அடிப்படையான டோடு நடப்பாண்டு விலையை ஒப்பிட்டுக் கிடைத்ததே ஒழிய இரு இடங்களை ஒப்பிட்டுக் கணித்ததல்ல.

சென்னையில் ஒரு பொருளின் விலை 1936ல் ரூ 100/- என்றிருந்திருந்தால் 1963ம் ஆண்டில் 488 ஆக உயர்ந்து விடும். இதுபோல் கோவையில் அதே பொருளின் விலை 1936ல் 100 ரூபாயாக இருந்திருந்தால் 1963 ல் 527 ஆக உயர்ந்திருக்கும். ஆனால் உண்மையில் இரு நகரங்களிலும் அதே பொருளின் விலை 1936ல் 100 ரூபாயாகத்தான் உள்ளது. ஒரே விடையாகத் தானிருந்திருக்குமோ என்றால் இல்லை.

என்றே சொல்லலாம். மேலும் கோவையில் அப்பொருளின் விலை 1936ல் சென்னையின் விலையைவிட குறைந்திருக்கலாம். மேலும் 1963லும் அதேபொருளின் விலை கோவையில் சென்னையின் விலையைடகுறைவாக இருக்கலாம். என்றாலும் குறியீட்டெண் கோவையில் தான் அதிகமாயுள்ளது. காரணம் கோவையில் 1936ல் உள்ள விலை சென்னையைவிட மிகமிகக் குறைவாக இருந்திருக்கலாம். எனவேதான் இந்த நிலை ஏற்பட்டது. உண்மையில் இது எதைக்குறிக்கிறது என்பதைக் கவனிக்கவேண்டும். கோவையில் அப்பொருளின் விலை ஏற்ற வீதம் (Rate of increse) சென்னையில் உள்ள ஏற்ற வீதத்தை விட கூடுதல் எனக் கூறலாம்.

கீழே உள்ள எடுத்துக் காட்டை நோக்கின் இது நன்கு புரியும்.

	1936ல் விலை	1963ல் விலை	வி.கு.எண்
சென்னை	ரூ. 4	16 $\frac{16}{4}$ வி	100 = 400
கோவை	ரூ. 3	15 $\frac{15}{3}$ வி	100 = 500

ஒரே பொருளின் விலை அடிப்படை ஆண்டிலும் நடப்பு ஆண்டிலும் கோவையில் தான் குறையும் என்றாலும் கோவையில் குறியீட்டெண் அதிகமாக உள்ளது. கோவையில் அப்பொருளின் விலை 1936ம் ஆண்டு விலையைப் போல் 5 மடங்கு அதிகமாகி உள்ளது. ஆனால் சென்னையிலோ 4 மடங்கு தான் அதிகமாகியுள்ளது.

(2) நாகர்கோவிலுக்கும் மற்ற நகரங்களுக்குமிடையே அதிக வேறுபாடு தோன்றுவதற்கு ஒரு காரணம் அடிப்படை யாண்டு வேருளவை என்பதையும் உணரவேண்டும். ஆகவே குறியீட்டெண்கள் மூலம் இரு இடங்களின் விலை நிலவரங்களைக் குறித்து ஒப்பிட்டு விரைவான முடிவிற்கு வந்து விடக்கூடாது.

கிராமப்புற விலைவாசிகளின் குறியீட்டெண் (Index numbe. for Rural prices)

நகரப்புறங்களில் நிலவும் விலைகளுக்கு, நுகர்பொருள் விலை குறியீட்டெண் கணிப்பது போன்று தற்போது தமிழ்நாட்டில் சில குறிப்பிட்ட கிராமப்புறங்களில் நிலவும் விலைகளுக்கும் குறி

யீட்டெண்ட் கணிக்கப்படுகிறது. இவ்வாறு 'அகரம்' என்ற இடத்திற்கு 1969ம் ஆண்டு அக்டோபர் மாதத்தில் நிலவிய விலைகளுக்கு குறியீட்டெண்ட் கணிப்பு கீழே எடுத்துக்காட்டில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

**கிராமப்புற விலைவாசிகளின் குறியீட்டெண்
அகரம்**

பொருள் (1)	எடை (2)	மூலஅளவு (3)	1968ல் குன் மாதம் முடிந்த ஆண்டில் உள்ள விலை (4)	1969ல் அக் டோபர் விலை (5)	விலை விகிதம் (6)	× வி. விகிதம் எடை (7)
அ. உணவு						
அரிசி இரண்டாம் நரம்	32	லிட்டர்	0.09	0.68	756	24192
கம்பு, ராகி, வரகு	28	,,	0.06 0.05 0.08	0.68 0.61 0.80	967 1220 1000	7414 9953 7687
பயறு வகைகள்						
துவரம் பருப்பு	7	,,	0.10	1.31	1310	4585
உளுந்து			0.14	0.32	657	2300
மீனும் இறைச்சியும்						
மீன்	11	கி.	0.14	2.00	1429	7860
இறைச்சி			0.44	60 0	1364	7502

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
வாசனைப்பொருள்						
கள் :						
தேங்காய் உப்பு மிளகு வற்றல் புளி மஞ்சள் மல்லி கடுகு பூண்டு வெங்காயம் வெல்லம்	18	1 எண் . கி.கி.	0.05	0.40	800	1156
			0.6	0.08	133	192
			0.86	5.59	1553	2248
			0.10	1.66	1660	2398
			0.21	6.08	2895	4182
			0.19	2.27	1195	1726
			0.23	2.12	922	1332
			0.2	1.50	517	747
			0.38	0.74	1550	2672
			0.60	0.59	203	203
எண்ணை :						
க. எண்ணை	18					
ந. எண்ணை	100	"	0.38	5.00	1316	8554
			0.60	5.37	895	5317
எரிபொருள் :						
ம. எண்ணை	100	விட்டர்	0.13	0.60	462	231
தீப்பெட்டி	100	பெட்டி	0.02	0.07	350	175
						406
துணி						
வேட்டி	100	ஒன்று	1.12	5.50	491	174
மேல் துண்டு		"	0.31	1.25	403	134
புடவை	100	100	3.00	11.00	367	122
						420
இதரவகைகள் :						
1. வெற்றிலை	100	வெற்றிலை	0.03	0.23	933	156
2. பாக்கு		கிலோ	0.29	7.44	2566	428
3. புகையிலை		"	0.57	6.75	184	197
4. பீடி		25	0.03	0.17	283	47
5. சலவை		100 துணி	0.75	10.00	1833	222
6. முகச்சவரம்		ஒன்று	0.12	0.23	233	59
	100					1059

எடை	கு.கு. எண்	கு.கு. எண். X எடை
உணவு	78	1021
எரி பொருள்	3	403
உடை	12	420
இதர வகைகள்	7	1089
	100	93489
வி.கு. எண் : $\frac{93489}{100}$ 935		

விளைபொருள் உற்பத்தி குறியீட்டெண் : (Index Number for Agricultural production)

விளை பொருள்களின் உற்பத்தி குறியீட்டெண் கணிப்பிற்கு எல்லாப் பொருள்களின் உற்பத்தி குறித்து சரியான புள்ளி விவரங்கள் கிடைப்பதில்லை. எனவே, ஆரம்பத்தில் சுமார் 30 க்கு மேற்பட்ட சில முக்கிய பொருள்களின் உற்பத்தியின் அடிப்படையில் குறியீட்டெண்கள் கணிக்கப்பட்டுவந்தன. என்றாலும் விளைபொருள்களின் உற்பத்தி குறித்து சரியான புள்ளி விவரங்கள் சேகரிப்பதில் பல ஆக்க வழிகள் நடைபெற்று வருகின்றன. ஒவ்வொரு பொருளின் மொத்த விளைச்சலைக் கணிப்பதற்காக அப்பொருளின் மொத்தப் பரப்பையும் சராசரி மகுலையும் சோதனைகள் மூலம் கணித்து வருகிறார்கள். ஆண்டுதோறும் இக்கணிப்பில் சேர்க்கப்படும் பொருள்கள் எண்ணிக்கை விரிவடைந்து செல்லுகின்றன. விரைவில் எல்லா விளை பொருள்களும் கணிப்பில் இடம் பெற்றுவிடும். அடிப்படையாண்டில் ஒவ்வொரு பொருளின் மொத்த உற்பத்திக்கான விலைமதிப்பே எடையாகக் கருதப்படுகிறது.

தமிழ் நாட்டின் 1967-68ம் ஆண்டிற்குரிய விவசாய உற்பத்தி குறியீட்டெண் கணிப்பு கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

வினாபொருள்களின் உற்பத்தி குறியீட்டெண்

பொருள்கள் (1)	உற்பத்தி அளவு (000) டன்			சராசரி 1959-1962 (5)	உற்பத்தி 1962-63 (6)	கு. எண் - க6 $\times \frac{100}{க5}$ (7)
	1959-60 (2)	1960-61 (3)	1961-62 (4)			
அ. உணவுத் தானியங்கள் :	2333	3559	3907	36 0	4024	111.8
2. கோதுமை	1	1	1	1	1	100.0
3. சோளம்	681	631	601	361	590	95.0
4. கம்பு	312	301	306	308.3	319	104.0
மக்காச்சோளம்	11	7	6	8	9	112.5
கேழ்வரகு	976	360	338	356	350	97.8
இதர தானியங்கள்	416	416	455	426	389	91.8
மொத்த தானியங்கள்	5030	5283	5594	5320	5632	106.8

பொருள் (1)	உற்பத்தி அளவு (000) டன்			சராசரி 1959-62 (5)	உற்பத்தி 1962-63 (6)	கு. எண் $\frac{க6}{க5} \times \frac{100}{1}$ (7)
	1959-60 (2)	1960-61 (3)	1961-62 (4)			
பயறு வகைகள் :						
1. கொ. கடலை	1	1	1	1	2	200.0
2. து. பருப்பு	26	26	24	25.3	25	98.8
3. இதர பயறு வகைகள்	88	82	84	84.7	79	93.3
4. மொத்தப் பயறு வகைகள்	115	109	109	111.0	106	95.5
மொத்த உணவுத் தானியங்கள்	3792	5395	5703	5431.0	5788	106.6
கரும்பு (வெல்லம்)	85	686	632	570.0	465	81.5
மிளகாய்	81	102	85	92.7	96	103.5
உருளைக் கிழங்கு	255	81	64	75.3	55	73.0
மரவள்ளிக் கிழங்கு	161	283	235	253.0	241	96.2
வெங்காயம்		181	173	172	199	116.0
ஆ. உணவுப் பொருள் அல்லாதவை						
பருத்தி (177.8 கிலோ எண்ணெய் பொதி)	357	374	384	382	353	92
நிலக்கடலை	999	1057	1092	1046	1145	109.5
எள்	37	2	36	38.3	41	107.0
கொட்டை முத்து	4	5	5	4.7	5	106.8
புகையிலை	24	29	23	26.3	28	106.5

தொழில் உற்பத்திக் குறியீட்டெண் (Index number for Industrial Production)

விளைபொருள்களுக்குக் கூறிய அதே கருத்தே இதற்கும் பொருந்தும் என்றாலும், தொழில்கள் உற்பத்தி பற்றி சரியான புள்ளி விவரங்கள் கிடைக்கின்றன என்றே கூறலாம். ஏனெனில் பெரிய ஆகாரத் தொழில்கள் எல்லாம் அரசாங்கத் துறைகளின் கீழ் இயங்குகின்றன. எனவே உற்பத்தி குறித்து சரியான விவரங்கள் கிடைப்பதில் இடையூறு இல்லை.

பெரிய தொழில்களில் உற்பத்தி குறித்து அவ்வப்போது அரசாங்கத்திற்கு அறிவிக்க வேண்டுமென்று அரசு சட்டம் இயற்றியுள்ளது. ஆகவே உற்பத்தி விவரங்கள் எளிதில் கிடைக்கின்றன.

மேலும் ஆலைகள், நிலங்களைப் போல் எங்கும் பரந்திருப்பதில்லை. ஆகவே விவரங்கள் சேகரிப்பதில் சிரமம் குறைவு என்றே கூறவேண்டும்.

தமிழ்நாட்டில் தொழில் உற்பத்தி சம்பந்தமான குறியீட்டெண்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. கணிப்பு முறையைச் சோதித்துப் பார்த்தல் நல்லதோர் பயிற்சியாகும்.

னிலைபொருள் உற்பத்தியின் ஒருங்கிணைந்த குறியீட்டெண்

பொருள் (1)	சதவிகித எடை		கு. எண் (1982-83) (4)	கு. எண் குழுவின் சத விகித எண் க (3) × க (4) (5)	குழுவின் குறியீட்டெண் கட்டம் 5 $\frac{100}{(6)}$ (6)
	மொத்தத்தில் குழுவில் (2)	(3)			
அ. தானியங்கள்					
1. அரிசி	41.89	76.6	111.8	8563	85.63
2. சோளம்	5.04	9.3	95.1	864	8.64
3. கம்பு	2.33	4.3	104.0	447	4.47
4. ராசி	2.73	5.1	97.7	498	4.98
சிறு தானியங்கள்					
1. தினை	0.19	0.4	104.9	41	0.41
2. வரகு	1.69	3.1	88.3	273	2.73
3. சாமை	0.58	1.2	100.8	120	1.20
மொத்தம்	54.00	100.0		10826	108.26

ஆ. பயறு வகைகள் 1. து. பருப்பு 2. பா. பருப்பு 3. கொள்ளு 4. கொ. கடலை 5. உளுந்து மொத்தம்	0.23	23.4	100.0	2804	28.04
	0.10	12.20	102.0	1240	12.40
	0.33	40.20	38.7	3570	35.70
	0.01	1.20	193.7	230	2.30
	0.15	18.40	105.6	1940	19.40
	0.82	100.00		9784	97.84
இ. எண்ணை வகைகள் 1. நி. கடலை 2. எள் 3. கொட்டை முத்து 4. கொப்பரை 5. பருத்தி விதை மொத்தம்	12.35	60.1	109.6	6590	65.90
	0.83	4.1	107.5	440	4.40
	0.06	0.3	97.6	30	0.30
	6.14	30.0	113.6	3410	34.10
	1.13	5.5	93.4	510	5.10
	20.44	100.0		109.80	109.80

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
ஈ. பருத்தி இழை	3.83	100.0	92.8	9280	92.80
உ. தோட்டப் பயிர்					
1. தேயிலை	3.63	88.3	99.8	8810	88.10
2. காப்பி	0.36	8.8	68.4	610	6.10
3. ரப்பர்	0.12	2.9	128.4	870	3.70
	4.11	100.0		9790	97.90
ஊ. மசால் பொருள்					
1. மிளகாய்	3.82	86.0	106.5	9160	91.60
2. புளி	0.34	7.7	101.6	780	7.80
3. மஞ்சள்	0.28	6.8	123.7	780	7.80
	4.44	100.0		10720	107.20
எ. காய்களும் கனிகளும்					
1. வாழைப் பழம்	1.70	26.8	109.7	2940	29.40
2. சிட்ரஸ்	0.25	3.9	201.8	790	7.90
3. மாம்பழம்	2.23	35.1	113.9	3990	39.90
4. வெங்காயம்	0.58	9.1	116.0	1060	10.60
5. உருளைக் கிழங்கு	0.64	10.1	73.9	750	7.50
6. மரவள்ளிக் கிழங்கு	0.51	8.1	80.2	650	6.50
7. சர்க்கரை வள்ளி	0.16	2.5	68.2	170	1.70
8. முந்திரி	0.28	4.4	111.1	490	4.90
மொத்தம்	6.35	100.0		10840	108.40
ஏ. பலவகைப் பயிர்கள்					
1. கரும்பு	5.49	84.3	73.5	6620	66.20
2. புகையிலை	1.02	15.7	106.7	1680	16.80
மொத்தம்	6.51	100.0			83.00

குழு 1.	குழுவின் எடை 2.	குழுவின் கு.எண் 3.	எடை X குழு கு எண் 4.
அ. தாளியங்கள்	54.00	108.3	58.48
ஆ. பயறு வகைகள்	0.82	97.8	0.50
இ. எண்ணை விதைகள்	20.44	109.8	22.44
ஈ. பருத்தி இழை	3.33	92.8	3.09
உ. தோட்டப்பழை	4.11	97.9	4.02
ஊ. வாசனைப் பொருள்	4.44	107.2	4.76
எ. காய்கனிகள்	6.86	108.4	6.86
ஏ. பலவகைப்பயிர்கள்	6.51	84.0	5.40
	100.00	105.87	

தொழில்துறை உற்பத்திக்கான ஒருங்கிணைந்த குறியீட்டின்

பொருள்கள் (1)	மூல அளவுகள் (2)	எடை (3)	1960 ஆண்டு உற்பத்தி (4)	1961 ஆண்டு உற்பத்தி (5)	1961 கு. எண் க (5) க (4) (6)		எடை X கு. எண் க (3) X க (6) (7)
1. கோதுமை பண்டங்கள்	000 டன்	0.42	95	105	110.9	0.47689	
2. நெல்	மி. டன்	0.01	84	194	231.0	0.02310	
3. சர்க்கரை	000' மி. டன்	3.82	93	130	140.1	5.35182	
4. வெல்லம்	00' மி. டன்	0.02	72	157	220.6	0.04412	
5. இனிப்புப் பண்டங்கள்	மி. டன்	0.63	4552	5044	110.8	0.78128	
6. தாவர எண்ணெய்	மி. டன்	0.41	12357	12790	108.5	0.42435	
7. சுத்திகரித்த எண்ணெய்	மி. டன்	0.14	5506	6145	111.6	0.15624	
8. தேயிலை	மி டன்	4.06	37730	39768	105.4	4.27924	
9. காப்பி	மி. டன்	0.15	9822	6738	68.6	0.10390	
10. உப்பு	000' மி. டன்	0.07	575	535	93.0	0.06510	
11. ஜெர்டா	மி. டன்	0.48	6355	7912	94.7	0.45456	
12. பருத்தி நூல்	000' மி டன்	40.95	122	125	105.3	43.12025	
13. ப. நெசவுத் துணி	மி. மீட்டர்	10.27	184	190	103.2	10.59864	
14. செயற்கை இழை நூல்	மி. டன்	0.48	6857	16459	258.9	1.24272	
15. டயர்ஸ் (பெரியது)	000' எண்	1.85	1639	2003	122.2	2.26070	
16. சேணம்	மி. டன்	0.79	2726	2848	104.8	0.82397	
17. தொழிற்சாலை தேரல் கச்சை	1000' எண்	0.13	4.0	522	111.1	0.14443	
18. குப்பர் பாஸ்பேட்	மி. டன்	0.77	107435	102004	94.9	0.73078	
19. கலப்பு உரங்கள்	மி. டன்	0.48	63183	82334	130.3	0.62544	
20. கால்பிக் சோடா	மி. டன்	1.39	51076	53886	105.5	1.46645	

வாரீனிலும், சாயப் பொருள் தீப்பெட்டிகள்	மீ. டன் 000' குரோஸ் பெட்டிகள்	0.43	2500	3270	130.8	0.56244
23. தீயகமும், அசிட்டிலினும்	1000 கன. மீ.	1.85	20736	21690	104.6	1.98510
24. ஒளித்தடுப்புகள்	மீ. டன்	0.29	989	1301	134.4	0.38976
25. சிமிண்ட்	000' மீ. டன்	0.53	38279	42414	110.8	5.8724
26. அஸ்பெஸ்டஸ்	00' மீ. டன்	4.00	1124	1187	105.6	4.22400
27. அரவைச் சக்கரம்	00' மீ. டன்	0.66	330	354	98.2	0.64812
28. தேய்ப்புத்தாள்	மீ. டன்	0.44	758	854	112.7	0.49588
29. உள்தகன இயந்திரம்	00' ரீம்ஸ்	0.27	453	660	145.5	0.89285
30. மின்சார பம்புகள்	00 எண்	0.11	116	147	126.5	0.13915
31. தட்டெழுத்து இயந்திரம்	00' எண்	0.50	481	621	129.1	0.64550
32. மின்சக்தி மாற்றிகள்	000' KVA	0.23	4044	4863	107.9	0.24817
33. மின்விசைக் கருவி	00' எண்	0.28	210	331	153.3	0.3386
34. மின் உலர் கலங்கள்	00' எண்	0.46	180	278	154.1	0.70886
35. வாடுகைப் பெட்டிகள்	லட்சம்	0.25	381	459	120.2	0.30050
36. மோட்டார் வாகனங்கள்	00' எண்	0.05	87	116	132.4	0.06620
37. மோட்டார் வாகன	எண்	3.00	5381	5780	107.4	3.22200
38. வெளியார் உறுப்புகள்	எண்	0.10	836	892	106.7	0.10670
39. உருவான மேல் கூடுகள்	எண்	0.22	263	262	99.6	0.21912
40. மோட்டார் சைக்கிள்	எண்	0.43	3998	4682	117.1	0.50353
41. சைக்கிள்	000'	1.88	211	276	130.9	2.4692
42. பென்சில்	000' குரோஸ்	0.06	195	336	172.5	0.10350
43. பவுண்டன் பேனா	000' எண்	0.17	338	405	119.2	0.20264
44. பேனா முனைகள்	குரோஸ்	0.03	1069	4020	376.1	0.11288
45. மை	000' லிட்டர்	0.01	18	25	186.5	0.01865
46. மின்சார உற்பத்தி	கிலோ பத்து லட்சம்	0.03	11900	5474	46.0	0.01880
	யூனிட்	16.41	2312	2552	118.8	18.66458

2. காலத் தொடர்வரிசை

(Time series)

புள்ளி விவரங்கள் தற்போது எல்லாத் துறைகளிலும் தேவைப்படுகின்றன. திட்டங்கள் தீட்டுவதற்கும், செயல் முறையிலுள்ள திட்டங்களால் நேர்ந்துள்ள பலன்களை ஆய்வதற்கும், பல துறைகளில் நாட்டின் வளர்ச்சியை அளவிடுவதற்கும், புள்ளி விவரங்கள் சேகரிக்கப்படுகின்றன. சிலவேளைகளில் அவ்வப்போது ஏற்படும் தேவையைப் பொறுத்தும் சேகரிக்கப்படும் பெரும்பான்மையான விவரங்கள்; குறிப்பாக வேளாண்மைத்துறை, தொழில் துறை போன்ற இனங்களில் உற்பத்தி, விலைவாசி, ஏற்றுமதி, இறக்குமதி போன்ற விவரங்கள் தொடர்ச்சியாகச் சேகரிக்கப்படும். இதுபோன்றே, நாட்டில் பெய்கின்ற மழையினளவு மழை பெய்கின்ற போதெல்லாம் சேகரிக்கப்படும். சுருங்கக் கூறின் தேவைப்படும்போது சேகரிப்பதைவிட, சம்பவம் நேரும்போதெல்லாம் புள்ளி விவரங்கள் சேகரிக்கப்படுகின்றன என்றே கூறலாம். சில மாதவாரியாகவும், சில ஆண்டிற்கொருமுறையும் சேகரிக்கப்படும். விலைவாசிபோன்ற விவரங்கள் நாள்தோறும் சேகரிக்கப்படுகின்றன. இவ்வாறு சேகரித்த விவரங்களை நிகழ்ச்சி நேர்ந்த காலவரன் முறையில் வரிசைப்படுத்தி அமைக்கும்போது அவை ஒரு வரிசைத் தொடராக அமையும். இவ்வரிசைத் தொடர் கால அடிப்படையில் அமைவதால் இதைக் 'காலத் தொடர் வரிசை' என்றே அழைக்கலாம்.

ஒரு தொழிற்சாலையில் ஒரு குறிப்பிட்ட ஆண்டின் உற்பத்தியை மாதவாரியாக எடுத்துப் பார்த்தால், எல்லா மாதங்களிலும் உற்பத்தியினளவு ஒன்று போலிராது. உற்பத்தி மாதத்திற்கு மாதம் வேறுபடலாம். வேறுபாடு என்று கூறும் போது, உற்பத்தி உயர்ந்தும் குறைந்துமிருக்கலாம். இது போலவே தொடர்ச்சியான பல ஆண்டுகளின் உற்பத்தியிலும் வேறுபாட்டை ஆண்டுதோறும் காணலாம். விலைவாசி

போன்ற இனங்களில் நாள்தோறும் வேறுபாடு தோன்றுவது நாம் அறிந்ததொன்றே. நாட்டின் எந்தத் துறையை எடுத்தாலும் வளர்ச்சி எப்போதும் ஏறிக்கொண்டே இருப்பதில்லை. இது போன்றே வளர்ச்சியின் வேகம் இறங்கிக்கொண்டே செல்வதுமில்லை. வளர்ச்சியும், தளர்ச்சியும் இணைந்தே இருக்கும் என்பதுண்மை. இதற்குக் காரணங்கள் பல இருக்கலாம். காரணங்கள் பலவாயினும் காரியத்தில் நாம் காண்பது ஏற்றமும் இறக்கமும்தான்.

எல்லாத் துறைகளிலும் ஏற்றமும் இறக்கமும் இருக்கும் என்றாலும் ஒரு சிலத் துறைகளில் நிலைமை வேறுபட்டிருக்கும். குறிப்பாக, நாட்டில் மக்கள் தொகை ஆண்டு தோறும் அதிகரித்தேதான் செல்லும். பள்ளிக்குச் செல்லும் மாணவர்கள் தொகையும் ஆண்டுதோறும் ஏறிக்கொண்டே தானிருக்கும். நாட்டில் வீட்டிற்காக பயன்படும் மின்சாரத் தினளவு உயர்ந்து கொண்டேதான் செல்கின்றது. நாட்டில் உள்ள மொத்த வீடுகளின் எண்ணிக்கையும் அதிகரித்துக் கொண்டேதான் செல்லும். இவ்வாறு சில இனங்களில் உற்பத்தி ஏறுமுகமாகச் செல்வதற்கு மக்கள் தொகை அதிகரிப்பே முதல் காரணம் எனலாம். அத்துடன் மக்களின் செல்வம் அல்லது சேமிப்பு அல்லது வருவாய் அதிகரிப்பதும் நாட்டில் வசதிகள் அதிகரிப்பதும் சில வேளைகளில் இவ் வுயர்வுக்கு காரணங்களாக அமையும்.

தமிழ் நாட்டில் ஆரம்பப் பள்ளிகளில் உள்ள ஆண் மாணவர்கள்:

எடுத்துக் காட்டு 1

ஆண்டு	ஆண் மாணவர்கள் (000)
1957-58	1574
1958-59	1687
1959-60	1737
1960-61	1807
1961-62	1960
1962-63	2099
1963-64	2228
1964-65	2308
1965-66	2367
1966-67	2450
1967-68	2520
1968-69	2582
1969-70	2613 *
1970-71	2665 *

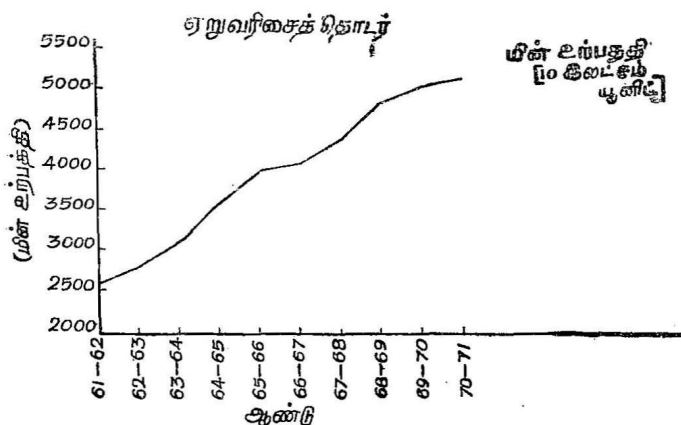
* தாற்காலிகமானவை.

எடுத்துக் காட்டு 2

தமிழ் நாட்டில் மின்சார உற்பத்தி (பத்து லட்சம் யூனிட்) :

ஆண்டு	மின்சார உற்பத்தி
1961-62	2552
1962-63	2836
1963-64	3129
1964-65	3572
1965-66	4041
1966-67	4103
1967-68	4441
1968-69	4596
1969-70	5152
1970-71	5216

எப்போதும் ஏறிக்கொண்டே செல்லும் காலத் தொடர் வரிசை போன்று எப்போதும் இறங்கிக் கொண்டே செல்லும், அல்லது குறைந்து கொண்டே செல்லும் கால வரிசைகளும் உண்டு. எடுத்துக்காட்டாக மக்களின் இறப்பு விகிதத்தைக் கூறலாம். நாட்டில் மருத்துவ வசதிகள் அதிக அளவில் கிடைப்பதாலும் மக்களின் இறப்பு வீதம் குறைந்து கொண்டே செல்லுதல் குணமுடையதே. எடுத்துக்காட்டிற்காக கொடுத்ததுள்ள விவரங்களைப் பார்த்தால் இவை நன்கு விளங்கும்.

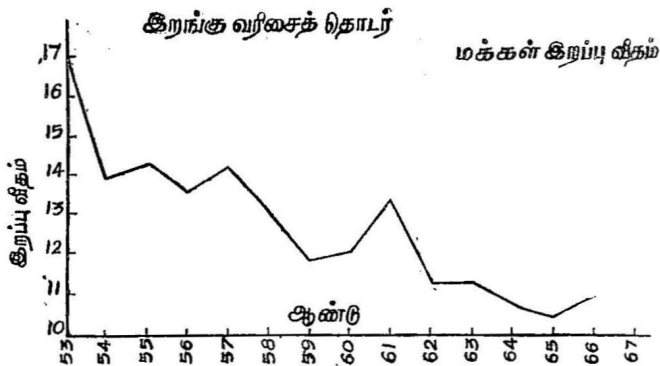


எடுத்துக் காட்டு 3

தமிழ் நாட்டில் மக்களின் இறப்பு விகிதம் :

ஆண்டு	நடுவாண்டு மக்கள் தொகையில் 1000 மக்களுக்கான இறப்பு வீதம்.	ஆண்டு	இறப்பு வீதம்
1951	17.1	1961	13.8
1952	16.0	1962	11.3
1953	17.2	1963	11.3
1954	14.0	1964	10.8
1955	14.3	1965	10.5
1956	13.6	1966	11.0
1957	14.2	1967	10.1
1958	13.1	1968	10.4
1959	11.9	1969	11.4
1960	12.1		

விவரங்கள் இடத்திற்கு ஏற்றவாறும் தன்மைக்கு ஏற்றவாறும், மாதவாரியாகவோ அல்லது பருவ வாரியாகவோ அல்லது ஆண்டு வாரியாகவோ சேகரிக்கப்படுகின்றன. இவ்வாறு பலவிதமான கால அடிப்படைகளில் சேகரிக்கப்படும் விவரங்கள் எப்போதும் ஒரே விதமான வேறுபாட்டைக் காண்பிப்பதில்லை. பல வகையான மாற்றங்கள் தோன்றலாம். இவ்வகையான ஏற்ற இறக்கங்கள் விவரங்களுக்குரிய வரை படங்களான வளைவு கோட்டிலிருந்து (graph) தெளிவாகத் தெரியும். இவ்வாறு காலத் தொடர் வரிசைகளில் காணப்படும்



மாற்றங்களை அல்லது வேறுபாடுகளைப் பொதுவாக அவைகளின் நன்மைக் கேற்றவாறு நான்கு பெரும் பிரிவுகளாகப் பகுக்கலாம். அவையாவன :

1. சார்பற்ற நேர் போக்கு (Secular Trend)
2. பருவமாற்றம் (Seasonal Variation)
3. சுழலும் மாற்றம் அல்லது சுழன்று வரும் மாற்றம் அல்லது சுழல் மாற்றம் (Cyclical Variation)
4. நியதியற்ற மாற்றம். (Irregular Variation)

சில காலத் தொடர் வரிசைகளில் மேற்கூறிய மாற்றங்களில் ஏதாவது ஒன்று தனித்தோ அல்லது ஒன்றிற்கு மேற்பட்ட மாற்றங்கள் சேர்ந்தோ தென்படலாம். ஒன்று மற் றொன்றை மறைக்கலாம். இன்னும் சில இடங்களில், இந்த நான்கு வித மாற்றங்களுமே இருக்கலாம். இந்நான்கும் வரும்போது அவைகள் தம்மில் இணைந்து ஒன்றாகவே தோன்றலாம். ஒன்றாகவே இயங்கலாம். எனவே காலத் தொடர் வரிசைகளில் காணப்படும் மாற்றங்களை அல்லது இயக்கங்களை (movements) வகைப்படுத்தி ஒவ்வொருவித மாற்றத்திற்குரிய பங்கை அளவிட்டு ஆய்வது 'கால வரிசைத் தொடர் பகுப்பாய்வு' (Analysis of time series) எனப்படும்.

சார்பற்ற நேர் போக்கு: (Secular Trend)

காலத்தொடர் வரிசை நீடித்துச் செல்லும்போது இத் தகையச் சார்பற்ற போக்கு (சுருக்கிக் கூறின் 'போக்கு') காணப் படுவது இயற்கை. பொதுவாக பத்து ஆண்டுகளுக்குமேல் நீடித்துச் செல்லும் வரிசைகளில் இதைக் காணலாம். இத் தகைய போக்கு ஏறு வரிசை போக்கு (upward trend) என்றும் இறங்கு வரிசை போக்கு (downward trend) என்றும் இருவகைப் படும். முன்பு கொடுத்துள்ள பள்ளி மாணவர்களின்

எண்ணிக்கை இத்தகைய ஏறுவரிசைப் போக்கிற்கு எடுத்துக் காட்டாக அமையும். இதுபோன்று, மக்களின் இறப்பு விகி தத்திற்கான கால வரிசைத் தொடர் இறங்கு வரிசைப் போக் கிற்கு எடுத்துக்காட்டாகும்.

காலத் தொடர் வரிசை ஏறிச் செல்லும் போக்கிற்கான காரணங்களை ஏற்கனவே கண்டோம். மக்கள் தொகை அதிகரிப்பு, செல்வச் செழிப்பு முதலானவை முதற்காரணங்

களாகும். மேலும் வேளாண்மை, தொழில் துறை போன்ற இனங்களில் புது நுட்பங்களைப் புகுத்துதலும், புது உத்திகளைக் கையாளுதலும் இத்தகைய ஏற்றத்திற்கு ஏதுவாகும். ஆனால் ஏற்றத்தின் வேகம் விஞ்ஞான வளர்ச்சியின் வேகத்திற்கேற்ற வாறு இல்லாது போயினும், விஞ்ஞானத்தால் உற்பத்தப்படும், நிர்வாகத்துறைகளில் ஏற்படும் நெறிமுறைகளாலும், சுய மேற்பார்வைகளாலும், தரக்கட்டுப்பாடுகளாலும் உற்பத்தியினளவு உயரலாம்.

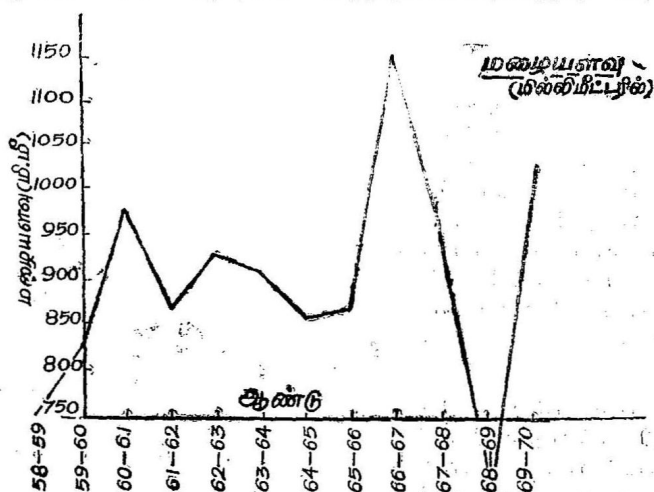
பொருளாதாரம் சம்பந்தப்பட்ட காலத்தொடர் வரிசைகள் காலப் போக்கில் இறங்கு முகமாகத் தோன்றலாம். எந்தத் துறையிலும் ஆரம்ப காலத்தில், வளர்ச்சி அதிகமாகவேத் தோன்றும். ஆனால் நாளடைவில் பல இன்னல்களால் வளர்ச்சி தளர்வடையலாம். ஏனெனில் புதுமுறை உற்பத்திகளைப் புகுத்துவது எப்போதும் இயலாது. தொழில் விரிவடைந்த போதிலும், உற்பத்தியாகும் பொருள்களை விற்பதற்கேற்ற சந்தைகள் விரிவடைவதில்லை. மேலும் தொழிலுக்குத் தேவையான மூலப் பொருள்கள் கிடைப்பதில் முட்டுக் கட்டைகள் உண்டாகலாம். பொருளாதார நெருக்கடி இன்னும் இது போன்ற பல ஏதுக்களால் வளர்ச்சி தளர்ச்சியடையும். சில வேளைகளில், வளர்ச்சியின் வேகம் தளர்ச்சியடைந்ததோடல்லாமல், மேல் வளர்ச்சிக்கே வாய்ப்பில்லாத நிலையும் ஏற்படலாம். பொதுவாக வளர்ச்சிவிதிகள் (Laws of growth)வேலைசெய்யும். (1) எந்தத்துறையிலும் ஆரம்பகாலம் சோதனைக் காலமாக இருப்பதால் வளர்ச்சி குறையலாம். (2) தொழிலின் வளர்ச்சி சமுதாயத்தோடுள்ள பிணைப்பின் காரணமாகவும் வளர்ச்சி குன்றலாம். (3) வளர்ச்சி உச்சநிலையை எட்டிய காரணத்தால் மேல் வளர்ச்சிக்கிடமில்லாது தடை ஏற்படலாம். (4) தொழில் சரியான நிலையை எட்டிய பின்பு வளர்ச்சி தளர்வடையலாம்.

கால வரிசைத் தொடரில் காணப்படும் போக்கு (Trend) பற்றி நாம் படிப்பதின் நோக்கம், போக்கின் அளவை அறிவதோடல்லாமல், இதர மாற்றங்களின் அல்லது வேறுபாடுகளின் அளவையும் அறிவதற்குப் பயன்படும். இக்குறிக்கோள் பொதுவானது. ஆனால் புள்ளியியலைப் பொருத்தளவில் தோன்றும் புதிர் என்ன வெனில், காலத் தொடர் வரிசையில் உள்ள புள்ளி விவரங்களிடையே காணப்படும் போக்கிற்குப் பொருத்தமானதொரு மாதிரியை அமைத்தலும், அமைத்த

மாதிரியைக் கொடுத்துள்ள விவரங்களுக்குப் பொருத்திக் காட்டுதலுமேயாகும்.

பருவ மாற்றங்கள் : (Periodic Movements)

ஒரு குறிப்பிட்ட காலவெளியில், ஒழுங்காக அல்லது நியதியாக மீண்டும் மீண்டும் தோன்றும் மாற்றமே அல்லது வேறுபாடே 'பருவ மாற்றம்' எனப்படும். பொதுவாகக் கூறின், ஆண்டில் பருவங்கள் தோறும் தோன்றும் மாற்றம் பருவ மாற்றம் எனலாம். ஆனால் இங்கு பருவங்களின் காலமும் இடமும் நிகழ்ச்சியின் தன்மைக்கு ஏற்றவாறு இருக்கும். எடுத்துக் காட்டாக, கடைகளில் துணி விற்பனையைக் கூறலாம். நமது நாட்டில் துணி விற்பனையின் அளவு, அக்டோபர், டிசம்பர், சனவரி மாதங்களில் பண்டிகை காரணமாக இதர மாதங்களை விட அதிகமாக இருக்காம். பால் உற்பத்தியை எடுத்துக் கொண்டால், கோடை காலங்களில் குறைவாகவும் குளிக்காலங்களில் உற்பத்தி அதிகமாகவும் இருக்கும். தமிழ் நாட்டில் பெய்த மழையின் அளவும் பருவங்கள் தோறும் பெய்த மழையினாலும் கீழேயுள்ள எடுத்துக்காட்டிலிருந்து அறிய



படம் 3

லாம். ஒவ்வொரு பருவங்களிலடங்கிய மாதங்களின் எண்ணிக்கை சிறிது வேறுபட்ட போதிலும் மழையின் அளவோ பெருமளவில் வேஜ்படுவது தெரியவரும்.

எடுத்துக் காட்டு 4

தமிழ்நாட்டில் பெய்த மழை அளவு (மில்லி மீட்டர்)

ஆண்டு	தென் மேற்குப் பருவக் காற்று (சூன் முதல் செப்டம்பர் வரை)	வட கிழக்குப் பருவக் காற்று அக்டோபர் முதல் டிசம்பர் வரை	குளிர் காலம் சனவரி முதல் பிப்ரவரி வரை	கோடை காலம் மார்ச் முதல் மே வரை.	மொத்தம்
1958-59	266.1	330.0	38.3	114.5	748.9
1959-60	241.5	432.5	16.4	131.5	821.9
1960-61	317.3	486.4	86.8	87.8	978.9
1961-62	371.0	309.8	31.1	155.1	978.0
1962-63	324.7	394.6	76.1	136.0	931.4
1963-64	315.0	506.1	10.7	75.8	907.6
1964-65	346.6	405.5	7.7	99.3	859.1
1965-66	314.9	441.4	13.9	95.7	870.9
1966-67	415.8	603.0	29.3	101.7	1152.3
1967-68	285.0	495.9	12.2	165.7	958.8
1968-69	270.9	312.1	8.2	91.3	682.5
1969-70	238.4	612.6	33.1	152.6	1036.7
1970-71	318.0	420.1	27.4		

(ஆதாரம் TamilNadu-An Economic Appraisal 1971)

பெரும்பான்மையான பருவமாற்றங்களுக்கு இயற்கையே ஏது என்றபோதிலும் இதர காரணங்களும் உண்டு. மழையின் அளவு வேறுபடுவதும், பால் உற்பத்தியினளவு பாதிக்கப்படுவதும் இயற்கையின் காரணமாகத்தான் என்று கூறலாம். ஆனால் துணிகளின் விற்பனையும், பள்ளி மாணவர்களுக்கான புத்தகங்களின் விற்பனை வேறுபடுவதும் இதர காரணங்கள் என்று தான் கூறவேண்டும். தீக்குச்சித் தொழிற்சாலைகளில் உற்பத்தியும், நெல் அரவை ஆலைகளில் உற்பத்தியும் இயற்கையைப் பொறுத்ததே. ஏனெனில் மழைகாலங்களில் உற்பத்தி பெருமளவு பாதிக்கப்படலாம்.

பருவ மாற்றங்கள் பற்றி படிப்பதின் நோக்கம் பலவகைப்படும். முதலில் பருவ மாற்றங்களின் அளவை அறுதியிட முடியும். பருவ மாற்றத்தை அகற்றி, இதர மாற்றங்களின் அளவுகளை எடை போட முடியும். பருவ மாற்றங்களை அறிந்தால், ஒரு ஆண்டில் ஏற்படும் பருவ மாற்றங்களால் ஏற்படும் வேறுபாட்டை விலக்க ஆவன செய்யலாம். மேலும், பருவ காலங்களினால் தொழிலில் மந்த நிலை ஏற்படாதவாறு வேறு மாற்றுத் தொழில்களையும் கவனிக்கலாம். பருவ மாற்ற காலங்களை நன்கு பயன் படுத்தலாம். புளி, மிளகாய் உற்பத்தி அதிக அளவில் உள்ள பருவங்களில் வீட்டிற்குத் தேவையான அளவு சேமித்து வைத்துச் செலவை குறைக்கலாம்.

ஓர் ஆண்டில் பருவ மாற்றங்கள் ஏற்படுவதுபோல், ஒவ்வொரு மாதத்திலும் பருவ மாற்றங்கள் ஏற்படலாம். காட்சிகளின் வகுலை எடுத்துக் கொண்டால், மாதத்தின் முதல் வாரத்தில் வகுல் அதிகமாகவும், மாத இறுதியில் மந்தமாகவும் காணப்படும். இந்நிகழ்ச்சி ஒரு மாதத்திற்கென்றில்லாமல் எல்லா மாதங்களுக்கும் பொருந்தும். ஏனெனில், மாதத்தின் ஆரம்பத்தில் மக்களிடம் பண வசதியிருக்கும். ஆனால் மாதக் கடைசியில் பண வசதிக்குப் பதிலாகப் பற்றுக்குறை தோன்றும். இந்நிலையில் பொழுதுபோக்கிற்கு இடமிராது. மாதத்தில் பருவ மாற்றங்கள் காணப்படுவது போல் வாரத்திலும் காணப்படும். பொதுவாக வங்கிகளை எடுத்துக் கொண்டால் திங்கட்கிழமை அவர்களது கொடுக்கல் வாங்கல் கூடுதலாகவும் சனிக்கிழமைகளில் குறைந்தும் காணப்படும். மேலும் இடையில் விடுமுறை வருமேல், விடுமுறைக்கடுத்த நாளும் வியாபாரம் விருவிருப்பாகவே இருக்கும்.

சுற்றிவரும் மாற்றம் அல்லது சுழல் மாற்றம்: (Cyclical Movement)

சுற்றி வரும் மாற்றம் அல்லது சுழன்றுவரும் மாற்றம், பருவ மாற்றம் போன்று ஒரு குறுகிய காலத்திற்குள் அல்லது இடைவெளிக்குள் நேருவதோ அல்லது ஓர் ஒழுங்கை அனுசரித்து நிகழ்வதோ அல்ல. வியாபாரங்களில் பொதுவாக ஏற்படும் சுழல் மாற்றம் அல்லது சுழற்சி அபூர்வமானதன்று. ஏனெனில், வியாபாரத்தில் ஒரு குறிப்பிட்ட காலத்தில் தோன்றும் மாற்றங்கள் அதற்கு முன்னம் ஏற்பட்ட மாற்றங்களின் எதிரொலியாக இருக்கலாம். மேலும் இது பின்னாலும் வரும் மாற்றத்தைப் பாதிக்கக்கூடிய தாயுமிருக்கலாம். பொதுவாகச் செழிப்பும் சீர்குலைவும் அல்லது இன்பமும் துன்பமும் மாறி மாறிச் சுழன்று வருவது இயற்கை. இவ்வாறு செழிப்பி னிருந்து கீழ் இறங்குவதும், பின் மேல் ஏறுவதும் முன்னேற்றத் தின் அறிகுறியே என்று கூறலாம். கடிகாரத்திலுள்ள ஆடும் குண்டு (Pendulum) அங்குமிங்கும் அசைந்தபோதிலும், பூமியின் ஈர்ப்பு சக்தியால் நேராகவே கீழ்நோக்கி ஈர்க்கப்படுவது போல், வியாபாரத்தில் எழுச்சியும், தாழ்ச்சியும் காணினும் முன்னேறிச் செல்வதையேக் குறிக்கும்.

ஒரு குறிப்பிட்ட தொழிலில் ஏற்படுகின்ற மாற்றம் இன்னொரு தொழிலையும் பாதிக்கும். இரும்புத் தொழில் போன்ற ஆதாரத் தொழில்களில் (Basic Industries) ஏற்படும் மாற்றம் ஏகதேசம் எல்லாத் தொழில்களையும் பாதிக்கலாம். பொதுவாகத் தோன்றும் சுழன்று வரும் மாற்றம் பலதுறைகளில் ஒரே நேரத்தில் தோன்றும் மாற்றத்தின் எதிரொலியாகவும் இருக்கலாம் அல்லது வியாபார உலகிற்கு புறம்பே ஏற்படுகின்ற அரசியல் மாற்றம், அரசியல் நெருக்கடி, யுத்தம், புதுக்கண்டு பிடிப்பு போன்ற காரணங்களாலும் ஏற்படலாம். ஏகதேசம் ஒரு குறிப்பிட்ட சமயத்தில் ஒழுங்காக வருவதுபோல் தோன்றும் சுழல் மாற்றம் கூட, வெளியே கால நிலைகளில் தோன்றும் பருவமாற்றங்களாலும் நிகழலாம் என்று கூறுவோரும் உண்டு.

ஒழுங்கில்லா அல்லது நியதியற்ற மாற்றம்: (Irregular Movement)

இத்தகைய மாற்றங்களில் எந்த விதமான ஒழுங்கையும் நியதியையும் காண்பதரிது. நியதியற்ற மாற்றங்களை இரு

வகைப்படுத்தலாம். நிகழ்ச்சி (episode) என்றும் எதிர்பாராதது (accident) என்றும் இரண்டாகப் பிரிக்கலாம். நிகழ்ச்சிகளால் நேரும் மாற்றங்களை விரைவில் அடையாளம் கண்டு கொள்ளலாம். பூமியதிர்ச்சி, பெருவெள்ளம், தீவிர வேலைநிறுத்தம் போன்ற காரணங்கள் ஒழுங்கற்ற மாற்றங்களை உண்டாக்கிவது வதாகவோ அல்லது அம்மாற்றங்களுக்கு உறுதுணையாகவோ இருக்கலாம்.

இதரமாற்றங்கள் :

நாம் இதுவரை கூறிய நான்கு முக்கிய மாற்றங்களைத்தவிர வேறுசில மாற்றங்களும் காலத் தொடர் வரிசைகளுள் காணப்படலாம். சில வேலைகளில் மிக நீண்ட சுழல் மாற்றங்கள் (long cycles) தோன்றலாம். இவை 50 ஆண்டுகளுக்குமேலாக நீடிக்கும். சில சந்தர்ப்பங்களில் இரண்டும் ஒரே சமயத்திலோ அல்லது ஒன்றினுள் ஒன்று அடக்கம் பெற்றதாகவோ தோன்றும்.

விவரங்களைச் சீர்செய்தமைத்துல் :

நாம் முன்னம் கூறிய நான்கு விதமாற்றங்களை விவரங்களுக்குரிய வகைகோட்டிலிருந்து எளிதில் பார்வையிடுவே அறியலாம். என்றாலும் நமது ஆய்வுக் கண்ணால் மதிப்பிடுவதோடன்றி மாற்றங்களைக் கணித்துக் கூறுவதாகும். ஆகவே அதற்குரிய முறைகளை ஆராய வேண்டும்.

காலத் தொடர் வரிசைகளில் காணப்படும் மாற்றங்கள் ஒரு வேளை விவரங்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ள முறைகளினாலும் தோன்றலாம். எனவே இதற்காக ஆரம்பத்தில் விவரங்களை விளக்கமாக ஆராய்வதற்கு முன்னால் சீர்படுத்துவது நலம்.

கால அளவு வேறுபாடு: (Calendar Variation)

ஆண்டிற்குப் பன்னிரண்டு மாதங்கள் என்ற போதிலும் மாதங்களுக்குரிய நாட்களின் எண்ணிக்கை ஒன்றுபோலில்லை. சில மாதங்கள் 30 நாட்கள் கொண்டதாயும், சில 31 நாட்கள் கொண்டதாயும், பிப்ரவரி 28 அல்லது 29 நாட்கள் கொண்டதாகவும் அமைந்துள்ளன. இந்நிலையில் நாட்களின் எண்ணிக்கை வேறுபட்டால், பால் உற்பத்தி போன்று எல்லா நாட்களிலும் உற்பத்தியாகும் இனங்களில் மாதங்களிடையே

உற்பத்தியளவில் மாற்றங்கள் காணலாம். மாதங்களில் ஒரு சில நாட்களை விடுமுறையாகக் கொண்டு இயங்கும் நிறுவனங்களின் நிலைவேறு. ஒவ்வொரு மாதத்திலும் வேலை நடக்கும் நாட்கள் எல்லாமாதங்களிலும் சமமாக இரா. இதன் காரணமாக மாதங்களின் உற்பத்தியினளவு வேறுபடலாம். இத்தகைய வேறுபாடுகள் உண்மையில் காலத்தினளவு ஒன்று போல் இல்லாத காரணத்தால் உண்டாகும். ஆகவேதான் இதைக் 'கால வேறுபாடு' (calendar variation) எனலாம்.

இவ்வாறு கால அளவுகளின் வேறுபாட்டால் தோன்றும் இவ்வேறுபாடுகளை மாற்றியமைக்கலாம். ஒரு வழி என்ன வெனில் ஆண்டை ஒன்று போன்ற காலாண்டுகளாகவும் பிரிக்கலாம். ஒன்று போன்ற காலாண்டுகள் என்னும்போது எல்லா மாதங்களும் ஒன்றுபோலமையாது, 30, 31 நாட்கள் கொண்ட மூன்று மாதங்களான காலாண்டுகளாகப் பிரிக்கலாம். இத்தகைய மூன்று விதமாதிரி மாதங்களின் அமைப்பை ஒவ்வொரு காலாண்டிற்கும் பின்பற்ற வேண்டும். இம்முறையில் அதிகமாக வரும் ஒரு நாளை வருடத்தின் நடுவில் வரும்படி அமைக்கலாம்.

மாதங்களில் உள்ள மொத்த நாட்களின் வேறுபாட்டிற்காகவோ அல்லது ஒவ்வொரு மாதங்களிலும் உள்ள வேலை நாட்களில் காணப்படும் வேறுபாட்டிற்காகவோ சீரமைப்புச் செய்யவேண்டியுள்ளது. விட்டிருத்த தேவைப்படும் அன்றாடப் பொருள்களின் எண்ணிக்கையை விட, கால நாட்களின் எண்ணிக்கையைச் சீரமைப்பதில்தான் சிந்தையைச் செலுத்த வேண்டும். இதற்காக மாதத்திற்குரிய மொத்த விவரங்களை மாதங்களின் நாட்களின் எண்ணிக்கையால் வகுத்து, ஒரு நாளுக்குரிய சராசரி கண்டுபிடிக்கவேண்டும். பின்னர் மாதவாரியாக மாற்றவேண்டுமென்றால் ஒவ்வொரு மாதத்திற்கும் வகுத்துக் கிடைத்த ஒரு நாட்குரிய சராசரியை மாதங்களின் சராசரி நாட்களால் $(80.4167 = \frac{865}{12})$ பெருக்க வேண்டும்.

ஆனால் உற்பத்தியைப் பொருத்தளவில், அதிலும் குறிப்பாக விடுமுறைகள் அனுசரிக்கப்படும் இடங்களில், ஒரு மாதத்தின் கால நாட்களைவிட வேலை நாட்களுக்குத்தான் முக்கியத்துவம் கொடுக்க வேண்டும். வேலைநாட்களைச் சீரமைப்பதில் கீழ்க்கண்ட முறைகளைக் கையாளலாம்.

(1) தொழிற்சாலை அனுசரிக்கும் விடுமுறை நாட்களை

கணக்கிடவேண்டும். இது இடத்திற்கும், இனத்திற்கும் ஏற்றவாறு மாறுபடலாம்.

(2) ஒவ்வொரு ஆண்டிலும் ஒவ்வொரு மாதத்திலும் அனுசரித்த விடுமுறை நாட்களை கவனிக்க வேண்டும்.

(3) ஒவ்வொரு ஆண்டும் மாதந்தோறும் ஞாயிற்றுக்கிழமை அல்லது வாரந்திர விடுமுறை நாட்களையும் எண்ணிக்கணக்காக்க வேண்டும்.

(4) இதுபோன்று இன்னும் வேறு ஏதாவது வாராந்திர விடுமுறை நாட்கள் இருந்தால் அதையும் கணக்காக்க வேண்டும். ஒருகால் இரண்டாவது வாரந்திர விடுமுறை அரைநாளாக இருந்தால் அதை அரைநாளாகவே கருதி கணிக்க வேண்டும்.

(5) மேற்கூறிய 2, 3, 4 என்ற மூன்று இனங்களில் உள்ள நாட்களை ஒவ்வொரு மாதத்திலும் கூட்டினால், அம்மாதத்தின் வேலை இல்லா நாட்களின் எண்ணிக்கை கிடைக்கும்.

(6) ஒவ்வொரு மாதத்திலும் உள்ள மொத்த கால நாட்களிலிருந்து முன்னர் கண்டுபிடித்த வேலை இல்லா நாட்களைக் கழித்து வேலை நாட்களைக் (working days) கணிக்க வேண்டும்.

(7) இவ்வாறு ஒவ்வொரு மாதத்திற்கும் கணித்துக் கிடைத்த வேலை நாட்களின் எண்ணிக்கையால் முறையே அம்மாதங்களுக்குரிய உற்பத்தியளவை வகுத்தால் ஒவ்வொரு மாதத்திலும் ஒருநாளைக்குரிய உற்பத்தி கிடைக்கும்.

(8) இவ்வாறு ஒவ்வொரு மாதத்திலும் ஒரு நாளைக்குரிய சராசரி உற்பத்தியை அவ்வாண்டில் ஒரு மாதத்திற்குரிய சராசரி வேலை நாட்களில் பெருக்கினால் ஒவ்வொரு மாதத்திற்குரிய உற்பத்திக் கிடைக்கும். ஒரு மாதத்திற்குரிய சராசரி வேலை நாட்களின் எண்ணிக்கை ஆண்டுதோறும் வேறுபடலாம்.

மேலே கூறிய முறைகளைக் கீழ்க்கண்டவாறு சுருக்கிக் கூறலாம்.

(1) ஒரு ஆண்டில் விடுமுறை நாட்கள் நீங்கலாக மீதி

உள்ள வேலை நாட்களைக் கணித்து 12 கொண்டு வகுத்தால் அவ்வாண்டில் ஒரு மாதத்திற்குரிய சராசரி வேலை நாட்கள் கிடைக்கும்.

(2) பின்னர் அவ்வாண்டில் ஒவ்வொரு மாதத்திலும் உள்ள விடுமுறை நாட்களை அம்மாதத்திலுள்ள நாட்கள் விருந்து கழித்து ஒவ்வொரு மாதத்திற்குரிய வேலை நடந்த நாட்களைக் கணிக்கலாம்.

(3) ஒவ்வொரு மாதத்திற்குரிய உற்பத்தியின் அளவை அந்தந்த மாதத்திலுள்ள வேலை நாட்களால் (வரிசை 2) வகுத்தால் அம்மாதங்களில் ஒரு நாளைக்குரிய சராசரி உற்பத்திக் கிடைக்கும்.

(4) பின்னர் ஒவ்வொரு மாதத்தின் சராசரியை ஒரு மாதத்திற்குரிய சராசரி வேலை நாட்களால் (வரிசை 1) பெருக்கினால் ஒவ்வொரு மாதத்திற்குரிய உற்பத்திக் கிடைக்கும்.

ஆனால் இவ்வாறு கால நாட்கள் வேறுபாட்டிற்காக எப்போதும் சீரமைக்கத் தேவை இல்லை. குறிப்பாக மாதச் சம்பளம் என்ற நிலையில் உள்ள ஆலைகளுக்கு இவ்வாறு நாட்களுக்குப் பார்த்து சிரமப்படத் தேவை இல்லை. ஏனெனில் இங்கெல்லாம் நாட்களுக்கென்று இல்லாது மாதத்திற்கே சம்பளம் கொடுக்கப்படும்.

மக்கள் வேறுபாடு :

மக்கள் தொகை எப்போதும் ஒரு நிலையாக இல்லாமல் மாறிக் கொண்டே போகலாம். இதுபோன்று ஆலையில் பணி புரியும் பணியாட்களின் எண்ணிக்கையும் மாதம் தோறும் வேறுபடலாம். ஆகவே இவ்வாறு நபர்களால் ஏற்படும் வேறுபாட்டைச் சீர்படுத்த மக்கள் தொகையால், அல்லது வேலையாட்களின் எண்ணிக்கையால் வகுத்தால் ஒரு நபருக்குரிய விவரம் கிடைக்கும். நரட்டின் தேசிய வருமானம் கணக்கிடும் போது இம்முறைப் பயன்படுத்தப் படுவதைக் காணலாம். ஒரு குறிப்பிட்ட ஓர் ஆண்டில், நாட்டின் தேசிய வருமானத்தின் (national income) மொத்தத்தைக் கணிப்பதோடு நிலைமல் அவ்வாண்டில் தனி நபரின் வருமானமும் கணிக்கப்படும். ஏனெனில் மக்கள் தொகை ஆண்டுதோறும் ஏறும். ஆகவே ஆய்வுகளுக்குப் பெரும்பாண்மையும் பயன்படுவது தனி ஒரு நபருக்குரிய (per capita income) தேசிய வருமானமே என்பதை உணர வேண்டும்.

எடுத்துக் காட்டு 5.

ஆண்டு	நடப்பு வருட விலையில் ஒரு நபருக் மாநில வருமானம். குரிய வரு (ரூபாய்—கோடி) மாணம்.	
		ரூ
1960-61	1126.56	335
1961-62	1214.75	358
1962-63	1256.95	359
1963-64	1370.98	384
1964-65	1497.31	410
1965-66	1598.4	430
1966-67	1915.78	505
1967-68	2126.33	549
1968-69	2176.53	551
1969-70	2443.53	606

விலை வேறுபாடு :

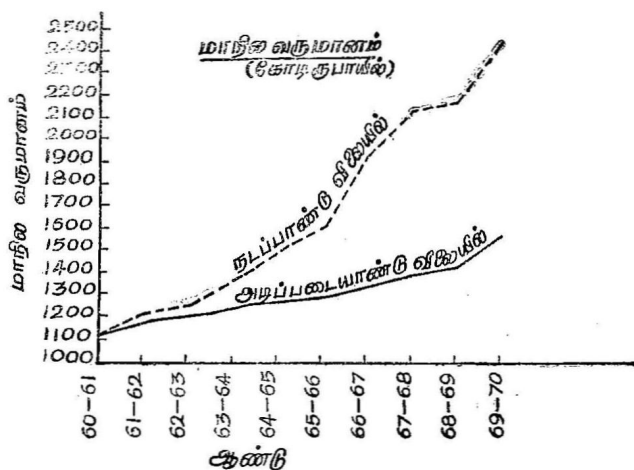
பொருள்களின் மதிப்பை அறுதியிடுவதற்கு விலை மதிப்பை விட அளவையே அதிகமாக மதிக்க வேண்டும். ஏனெனில், ஒரு குறிப்பிட்ட அளவு கொண்ட ஒரு பொருளின் மதிப்பு வெவ்வேறு காலங்களில் விலைவேறுபாட்டால் பொருளின் விலை மதிப்பு வேறுபடலாம். ஆனால் பொருளின் அளவு வேறுபடுவ தில்லை. ஒரு ஆண்டிலுள்ள உற்பத்தியினளவு அதற்கு முன் ஆண்டு உற்பத்தியைவிடக் குறைந்த போதிலும், சென்ற ஆண்டு விலையைவிட விலை ஏறி இருக்குமானால் பொருளின் விலை மதிப்பும் ஏறிவிடும். ஆனால் உண்மைநிலை வேறு. இவ் வாறு விலை வேறுபாட்டினால் நிகழும் மாற்றங்களைச் சீரமைப் பதற்காக, விலை குறியீட்டெண்ணால் வகுத்தால் அளவு சீர் படும்.

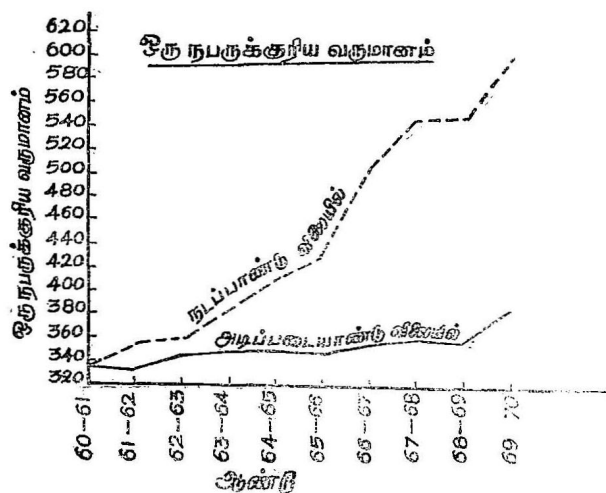
எனவே, விற்பனை, ஊதியம் போன்ற நாணயங்களில் கொடுக்கப்படும் விவரங்கள் யாவும் விலைவாசிகளால் பாதிக்கப் படாமலிருப்பதற்காக சீர் செய்யப்படவேண்டும். இவ்வாறு சீர் செய்வதற்கு விலை குறியீட்டெண்ணைக் கருவியாகப் பயன் படுத்தலாம். தேசிய வருமானம் இரு முறையில் கணிக்கப் படும். ஒன்று நடப்பாண்டு விலையிலும் இன்னொன்று அடிப் படையாண்டு விலையிலும் கணிக்கப்படும். அடிப்படையாண்டு விலையில் கணிக்கப் படுவதின் நோக்கம், விலை ஏற்றத்தால் தோன்றும் அதிக வேறுபாட்டை அகற்றவே என்பதையும் நினைவுறுத்தவேண்டும்.

எடுத்துக் காட்டு 6.

மாநில வருமானம்.

ஆண்டு	நடப்பாண்டு விலையில் கு. கோடி	ஒரு நபருக்கு குரிய வருமானம் யில் கு.	1960-61 ஆண்டு விலை கு. கோடி	ஒரு நபருக்கு குரிய வருமானம் யில் கு.
1960-61	1129.53	335	1129.56	335
1961-62	1214.75	353	1184.53	334
1962-63	1256.95	359	1212.77	347
1963-64	1370.38	384	1245.17	349
1964-65	1497.31	410	1275.57	349
1965-66	1593.94	430	1291.57	347
1966-67	1915.78	505	1351.78	357
1967-68	2126.33	549	1403.09	363
1968-69	2176.53	551	1423.70	360
1969-70	2443.53	606	1572.52	390





படம் 5

விவரம் கொடுப்போர்களின் வேறுபாடு:

பொதுவாக விவரங்கள் சேகரிக்கப்படும்போது விவரங்கள் சேகரிக்கப்படவேண்டிய எல்லா நபர்களிடமிருந்தோ அல்லது எல்லா நிறுவனங்களிலிருந்தோ கிடைப்பதில்லை. சில வேளைகளில் ஒரு சில நபர்களிடமிருந்து கிடைப்பதில்லை. அடுத்த தடவை, முன்னம் கொடுத்த நபர்களிடமிருந்தோ அல்லது அதைவிட எண்ணிக்கையில் கூடியோ அல்லது குறைவாக உள்ள நபர்களிடமிருந்தோ விவரங்கள் கிடைப்பதில்லை. இத்தகைய சூழ்நிலைகளில் விவரங்கள் கொடுப்போர்களிடையே தோன்றிய வேறுபாட்டிற்காகச் சீரமைப்பு செய்யவேண்டும் இதற்கு விவரங்களை ஒப்பு நோக்கி சீரமைக்கலாம். அதற்காக இரண்டு தடவைகளிலும் விவரங்களைக் கொடுத்த நபர்களை மாத்திரம் கணக்கெடுத்து அவர்களிடமிருந்து கிடைத்த விவரங்களை மாத்திரம் ஒப்பு நோக்கி வேறுபாடு கணிக்கலாம்.

காலத் தொடர் வரிசை

காலத்தொடர் வரிசையின் அமைப்பு.

காலத் தொடர் வரிசையைப் பற்றி விரிவாக ஆராய வேண்டுமானால் காலத்தொடர் வரிசையின் அமைப்பைப் பற்றித் தெரிவது நலம். காலத்தொடர்வரிசை, போக்கு பருவம், சுழல், நியதியின்மை அல்லது ஏதேச்சை என்ற நான்கு வகை காரணங்களால் உண்டாகும் வேறுபாடுகளைக் கொண்டது என்று முன்பு கண்டோம். உச்ச நிலையில், அல்லது உயர்ந்த அளவில், காலத்தொடரில் உள்ள ஒவ்வொரு விவரமும், மேல் கூறிய நான்கு வகை வேறுபாடுகளும் கலந்த ஓர் கலப்பாகவேக் கருதப்படும். இவ்வாறு கலப்பில்லாதிருந்தால் இரு உண்மைகள் தெளிவாகும். காலத்தொடர் வரிசையின் உறுப்புகளில், கலப்பு உள்தா என்பதைப் பிரித்தறியாமலே தெரிவதற்குப் புள்ளியியல் வழி முறைகள் உண்டு என்பதும் அல்லது கிடைத்த பலனிவிருந்து காலத்தொடரில் உறுப்புகளே இல்லை என்பதும் தெளிவாகும்.

காலத்தொடரில் காணப்படும் இந்த நால்வகை வேறுபாடுகளின் சேர்க்கையின் தன்மைக் கேற்றவாறு பல மாதிரிகளை அமைக்கலாம். இம்மாதிரிகளை மூன்று வகையாகப் பிரிக்கலாம். அவையாவன.

- | | |
|-----------------------|----------------|
| (1) பெருக்கல் அமைப்பு | Multiplicative |
| (2) கூட்டு அமைப்பு | Additive |
| (3) கலப்பினம் | Hybrid |

காலத்தொடர் வரிசையில் உள்ள மூல அளவுகளை 'மூ' எனக் குறிப்பிடலாம். இதுபோன்று, நான்குவகை வேறுபாடுகளையும் கீழ்க்கண்டவாறு குறிக்கலாம்.

போக்கு : போ

பருவம் : ப

சுழல் : சு

ஏதேச்சை அல்லது நியதி இல்லாதது : நி

பெருக்கல் விதியைப் பயன்படுத்துவதாயிருந்தால்

$$\mu = \text{போ} \times \text{ப} \times \text{சு} \times \text{நி}.$$

கூட்டல் விதியைப் பயன்படுத்துவதாயிருந்தால்

$$\mu = \text{போ} + \text{ப} + \text{சு} + \text{நி}.$$

கலப்பு விதியில் பல முறைகள் வரலாம்.

$$\text{மூ} = \text{போ} + \text{ப} \times \text{ச} \times \text{நி} \quad \text{அல்லது}$$

$$\text{மூ} = \text{போ} \times \text{ச} + \text{ப} \times \text{நி} \quad \text{அல்லது}$$

$$\text{மூ} = \text{போ} \times \text{ப} \times \text{ச} + \text{நி}.$$

இவ்வாறு பல முறைகளை அடுக்கிக் செல்லலாம்.

எல்லாக் கொள்கைகளும் ஒன்றுபோல் ஏற்புடைத்தா அல்லது ஒவ்வொரு விதியின் மூலம் கிடைத்த விவரங்கள் ஒன்றிற்கொன்று ஒப்பு நோக்குவதற்கேற்றவாறு ஒற்றுமையுடையதா என்றால் இல்லை என்றே கூறவேண்டும். எனவே பொதுவாக ஏற்றுக்கொள்ளப்பட்ட கொள்கை என்னவெனில், இவ்வுறுப்புகள் ஒன்றிற்கொன்று தொடர்புடையன. மேலும் அவைகள் போக்கு, ஏதேச்சை வேறுபாடுகளின் தன்மையைப் (direction) பொறுத்தும் அளவைப், (intensity) பொறுத்து மிகுக்கும்.

காலத்தொடர் வரிசையில் உள்ள விவரங்கள் ஏதாவது ஒரு வேறுபாட்டின் அளவோடு தொடர்பில்லாது, ஒரே நிலையாக இருக்குமானால், அவைகளின் தொடர்பு கூட்டல் (additive) முறையில் உள்ளது என்று கூறலாம். எனினும் காலத்தொடர் வரிசையில் எதிரளவில் (—) விவரங்கள் இருந்தாலும் (negative) அவைகளின் தொடர்பு கூட்டல் முறையில் அமைந்ததாகவே பொதுவாகக் கருதப்படும். ஆனால் நால்வகை உறுப்புகளின் உறவு, விந்த அளவில் (relative) இருந்தால், காலத்தொடர் பெருக்கல் விதிமுறையில் அமைக்கப்படும் என்று கூறலாம். மேலும் அவைகளைக் கீழ்க்கண்டவாறு பிரிக் கலாம்.

$$(1) \text{ மூ} = \text{போ} \times \text{ப} \times \text{ச} \times \text{நி}$$

$$(2) \frac{\text{போ} \times \text{ப} \times \text{ச} \times \text{நி}}{\text{போ}} = \text{ப} \times \text{ச} \times \text{நி}.$$

$$(3) \frac{\text{போ} \times \text{ப} \times \text{ச} \times \text{நி}}{\text{ப}} = \text{போ} \times \text{ச} \times \text{நி}.$$

$$(4) \frac{\text{போ} \times \text{ப} \times \text{ச} \times \text{நி}}{\text{போ} \times \text{ப}} = \text{ச} \times \text{நி}.$$

காலத்தொடர் வரிசையைப் பிரித்து ஆராய வேண்டுமென்றால், நமக்குத் தேவையான வேறுபாட்டை முதலில் பிரித்தெடுப்பது இன்றியமையாததாகும். எனினும் பல சந்தர்ப்பங்களில், நமக்குத் தேவையான உண்மையான வேறுபாடு முழு அளவில் பிரிக்கப்பட்டுவிட்டனவா என்பது குறித்து ஐயம் எழவும் செய்யலாம்.

உண்மையில் காலத்தொடர் வரிசையைப் பற்றி படிப்பது என்பது, காலத்தொடர் வரிசையைக்கட்டி அமைப்பதற்குப் பதிலாக காலத்தொடர் வரிசையை இடித்துப் பிரித்து ஆய்வதே என்று கூறலாம்.

கணித முறைக்கிணங்காப் போக்கு :

சார்லிஸாப் போக்கு தொடர்ச்சியானதும், படிப்படியாக ஒழுங்காகச் செல்வதும் காலக்கிரமத்தில் நிலையற்றதுமாகும். காலக்கிரமம் என்று கூறும்போது காலக்கிரமத்தின் அளவு காலத்தொடர் வரிசையின் தன்மைக்கேற்றவாறு மாறலாம். என்றாலும் எல்லா போக்கையும் பொதுவகையாக இருவகைப் படுத்தலாம். அவை ஒரு அடிப்படையில் (theoretical) அமைந்ததென்றும் அனுபவரீதியானதென்றும் (empirical) கூறலாம். தத்துவரீதியானப் போக்கைப்பற்றி ஆராயும்போது, முன் உள்ள நிலையையும், பின்னால் வரும் நிலையையும், நிலைக்கேற்றதோர் மாதிரியைப் பற்றியும் அறிய ஆவல் கொள்வோம். ஆனால் அனுபவரீதியானதைப் பற்றி ஆயும்போது, பொது வாழ்வுக்குரிய தன்மையை வைத்தே ஆராய்வோம். என்றாலும் தத்துவரீதியான போக்குப் பயன்படும் அதே நோக்கங்களுக்கும் அனுபவரீதியான போக்கையும் கையாளலாம்.

எனினும் தத்துவமில்லாமல் ஒரு காலத்தொடர் வரிசைக்கு அனுபவரீதியான போக்கைப் பொருத்துவதற்குரிய வழியை அறிய மார்க்கமில்லை. எத்தகைய சமன்பாட்டைப் பொருத்தலாம் என்பது அனுபவத்தை வைத்தே அனுமானிக்க முடியும். ஆனால் போக்கிற்கானப் பொருத்தத்தை முடிவு செய்வதில் முத்தப்படி, காலத் தொடர்வரிசை விவரங்களை, விசை அளவு கொண்டதாளிலோ, (logarithmic paper) அல்லது சரிபாதி விசை அளவிலான வரைபடத்தாளிலோ (semilogarithmic paper) அடையாளமிட்டு பார்ப்பதுதான். இது உண்மையில் பல போக்கு முறைகளைக் கையாண்டு கடைசியில் பொருத்தமான தொன்றைத் தேர்ந்தெடுப்பதற்குரிய இன்னொரு மாற்று முறையாகும்.

போக்கைப் பொருத்திப் பார்ப்பதின் நோக்கம் மிக முக்கியமானதாகும். தத்துவரீதியான போக்கென்றால் சிரமமில்லை. ஏனென்றால், அளவுகளை அளந்தறிவதற்குரிய கணித விதிமுறைகள் இதில் இருக்கும். வருங்கால நிலையை எடுத்துக் கூற போக்கு தேவைபடுமானால், கொடுத்துள்ள விவரங்களுக்குட்

பட்ட பொருத்தமானதொருப் போக்காக இருப்பது மிகவும் நல்லது.

போக்கைப் பொருத்துவதென்றால், காலக்கிரமத்தில் காலத்தொடர் வரிசையில் காணப்படும் வேறுபாடுகளை சமப்படுத்துவதேயாகும். இவ்வாறு வேறுபாடுகளைச் சமப்படுத்துவதில் நல்லதொரு வெற்றிகாண முடியும். எனினும், ஒரு எளிய கணித விதிமுறையை அல்லது வரைகோட்டைக் கண்டு பிடிப்பதே மிகவும் நன்மை பயக்கும்.

நேர் கோட்டு முறையில் அமைந்துள்ள காலத்தொடர் வரிசையிலுள்ள குறிப்பிட்ட ஆண்டுகளுக்கு ஒன்றிற்கு மேற்பட்ட போக்கைப் பொருத்தலாம். என்றாலும் போக்கிற்கான கோடு குறிப்பிட்ட எல்லா ஆண்டிற்கான விவரங்களைக் குறிக்கும் இடங்கள் வழியாகச் செல்லும் என்று கூறமுடியாது. காலத்தொடர் வரிசையில் விவரங்கள் ஒரு நேர்கோட்டுப் பாதையில் அமைபாதிருப்பினும், எல்லாக் காலங்கள் வழியாகச் செல்வதற்கான சமன்பாடுகளும் இருக்கலாம்.

போக்கிற்கான சமன்பாடு சிறந்ததென்றால், சமன்பாடும் போக்கோடு நெருங்கி ஒன்றுபோல் இணைந்திருக்கவேண்டுமென்றில்லை. ஆனால் போக்கிற்கான சமன்பாடு எளிமையானதும் போக்கை நல்லமுறையில் எடுத்து விளக்குவதாகவும் இருக்கவேண்டும்.

கொடுத்துள்ள விவரங்களுக்கு ஒரு தொடர்ச்சியான கோட்டைப் பொருத்துவதுதான் சிறந்ததாகும். ஆனால் சில வேளைகளில் ஒரே தொடருக்குப் பல போக்குகளைப் பொருத்த வேண்டியதிருக்கலாம். இதற்காகக் காலத்தொடர் வரிசையை பல பாகங்களாக பிரிக்க வேண்டியிருக்கும். இது போக்கின் தத்துவத்திற்கே பொருந்தாததொன்றுதான். ஆகவே இக்கொள்கையைக் கூடுமானவரை அதிக அளவில் மீறாமல், காலத்தொடர் வரிசையைப் பிரிக்கும்போது பாகங்களின் எண்ணிக்கையை அதிகரிக்காமல் பார்த்துக் கொள்ள வேண்டும். முடிந்தால் ஒரே போக்கையே எல்லாப் பாகங்களுக்கும் பொருத்திப் பார்க்கலாம். அல்லது ஒரே சமன்பாட்டையே சிறிதுவாற்றியும் பொருத்தலாம். மாறாக ஒவ்வொரு பிரிவிற்கும் ஒவ்வொரு போக்கைப் பொருத்த வேண்டியவரும். எம்முறையாயினும் பொருத்தமான காலத்தைப் போக்கிற்குப் பயன்படுத்த வேண்டும்.

பொதுப்படையாகக் கூறின் போக்கை முடிவு செய்வதற்
கான வழி முறைகளை கீழ்க்கண்ட முறையில் பகுக்கலாம்.

1. கணித முறையில்லா வழிகள் :

அ. எளிய கோடு	(Free hand curve)
ஆ. முதல் நிலை வேறுபாடு	(First order difference)
இ. பாதிசராசரி	(Semi average)
ஈ. தேர்ந்தெடுத்த நிலைகள்	(Selected points)
உ. நகரும் சராசரி	(Moving average)

2. கணித முறைகள் :

அ. குறைந்த வர்க்கம்	(Least square)
ஆ. திருப்புத் திறன்	(Moments)
இ. கூடுதல்	(Maximum likelihood)
ஈ. இதர முறைகள்	(Other)

எளிய கோட்டு முறை :

எளிய கோடு வரைந்து பொருத்திப் பார்ப்பது உள்நோக்க முடையதாகும். ஏதோ ஒரு கருத்தைச் சார்ந்து இருப்பதாக முடியும். விவரங்களைக் குறிக்கும் அடையாளப்பள்ளி வழியாகக் கோடு செல்லும்போது, கோட்டிற்கு மேலுள்ள பரப்பும் கோட்டிற்கு கீழ் உள்ள பரப்பும் சமமாக இருக்கும் அளவில் அமையும். இந்த சித்தாந்தம் குறைந்த வர்க்க முறையில் இருப்பதுபோல் அவ்வளவு சரியாக எளிய கோட்டு முறையில் இருப்பது இல்லை. பொருத்தும் கோடு நேரானதாகவோ அல்லது வளைந்து செல்வதாகவோ இருக்கலாம். வரைபடத்திலிருந்து போக்கிற்கான மதிப்பைக் கணிப்பதோடு, போக்குக் கோடு நேர்கோடாக இருந்தால் போக்குக் கோட்டிற்கான தொகு சமன்பாட்டையும் அமைக்கலாம்.

முதல் நிலை வேறுபாட்டு முறை :

நேர்போக்கிற்கான முதல் நிலை வேறுபாட்டுமுறையை எல்லா வற்றிற்கும் பொதுப்படையாகவும் கூறலாம்.

$$1 \quad X = \text{தா}$$

$$2 \quad Y = \text{சா}$$

$$3 \quad \frac{\Delta Y}{\Delta X} = \frac{\Delta \text{சா}}{\Delta \text{தா}} \quad \text{என்ற மூன்று அளவுகளின் சராசரியைக்}$$

கணித்தும் நேர்கோட்டின் சரிவளவை அல்லது சாய்வளவைக் கணிக்கலாம்.

பாதி சராசரி முறையும் ஏகதேசம் முதல் நிலை வேறுபாடு போன்றதே ஆனால் அதைப்போல் அதிக கணிப்பு முறைகள் தேவைபடா. ஆரம்பத்தில் தா, சா என்ற அளவுகளை இரு பகுதிகளாக பிரிக்க வேண்டும். பின்னர் உப்பிரிவுகளுக்கு மொத்தம் கணக்கிட வேண்டும். பிறகு பிரிவுகளுக்கான சராசரியையும் கணித்து போக்கிற்கான சமன்பாட்டையும் கணிக்கலாம்.

ஒருசில குறிப்பிட்ட நிலைகளை அல்லது காலங்களை மாத்திரம் தெரிந்தெடுத்து போக்கிற்காகப் பொருத்திப் பார்ப்பது என்பது ஏகதேசம் முன்னம் கூறிய பாதி சராசரி முறையைப் போன்றதே. இம்முறை சிலவேளைகளில் குறிப்பாக காலத்தொடர் வரிசையிலுள்ள மிகமிகக் கூடுதலான அளவுகளோ அல்லது மிகமிகக் குறைவான அளவுகளோ சராசரியின் அளவைப் பாதிக்கா வண்ணம் கவனித்துப் போக்கு கோட்டிற்கான சமன்பாட்டைக் கணிக்க உதவும். இம்மட்டில் இம்முறை மேம்பாடு உடையதாகவே தேரண்டும்.

நகரும் சராசரி முறையோ ஒரு முறையில் கூட்டுச் சராசரி முறை போன்றதாகும். பெதுவாக எளிய சராசரியைவிட கூட்டுச் சராசரி கையாளப்படுவதைப் போன்று இம்முறையைப் பயன்படுத்துவதில் பல நன்மைகள் உண்டு. மேலும் காலத்தொடர் வரிசையை சீர்செய்வதற்குப் பயன்படும் ஓர் முறையாகும். மேலும் இம்முறை காலத்தொடர் வரிசையில் உள்ள இதர வேறுபாடுகளை, போக்கின் வேறுபாடின்றும் பிரிப்பதற்கும் கையாளப்படும்.

இத்தகைய அடிப்படை விளக்கங்களோடு, ஒவ்வொரு வேறுபாட்டையும் பிரித்து ஆராயும்போதும், இம்முறைகளைப் பற்றி விளக்கமாக பின்னர் காண்போம்.

3. காலத்தொடர் வரிசைகளின் பகுப்பாய்வு.

(Analysis of Time Series)

சார்பற்றபோக்கும் நேர்கோடும்:

காலத்தொடர் வரிசையில் வருகின்ற வேறுபாடுகளைப் பற்றி ஆய்வதின் குறிக்கோள் பல. முதலில் வேறுபாடுகளின்

தன்மையை அறிவதும், பின்னர், அவ் வேறுபாடுகளில்காலத் தொடர் வரிசை எந்த அளவிற்குப் பாதிக்கப்பட்டுள்ளது என்பதை அறிவதுமாகும். வேறுபாடுகளின் தன்மையையும், அளவையும் உறுதியிட்டபின், காலத்தொடர் வரிசையின், வருங்காலப் போக்கையும் அல்லது மதிப்பையும் அளவிட முடியும்.

காலத்தொடர் வரிசையில் காணப்படும் வேறுபாடுகளை அறிவதற்கும் அளவிடுவதற்கும் முதலில் நமக்கு உதவுவது வரைகோடுகளே (graphs). வேறுபாட்டின் தன்மையை வரைகோடுகளிலிருந்தே எளிதில் ஒருவாறு உணர முடியும். பின்னர் வரைகோடுகளின் இயல்பை வைத்தும், காலத்தொடர் வரிசையிலுள்ள விவரங்களை வைத்தும், காலத்தொடர் வரிசைக்கு ஒரு கணித விதி (mathematical formula) சமைக்க முடியும். பின்னர், நாம் கணித்துள்ள விதி, கொடுத்துள்ள விவரங்களுக்கு எவ்வகையில் பொருத்த முடைத்து என்பதையும் பார்க்கலாம். சுருங்கக்கூறின், காலத்தொடர் வரிசைக்கும் நாம் கணித்துள்ள விதிக்கும் உள்ள பொருத்தத்தையும் அளவிடலாம். கணித விதி மூலமாக ஒரு காலத்தொடர்வரிசையைப் புதிதாக உண்டுபண்ணலாம். முன்னம் கொடுத்துள்ள காலத்தொடர் வரிசைக்கும், நாம் கணித விதி மூலம் உருவாக்கிய காலத் தொடர்வரிசைக்கும் உள்ள வேறுபாட்டை வைத்தே நமது விதியின் பொருத்தத்தை மதிப்பிடலாம். நாம் எடுத்துள்ள விதி மிகவும் பொருத்தமானதாயிருந்தால், தொடர்வரிசையில் அல்லது வரிசையில் கொடுத்துள்ள விவரங்களுக்குமிடையே யுள்ள வேறுபாடு மிகக் குறைந்த அளவுடையதாயிருக்க வேண்டும். இரண்டிற்குமிடையே வேறுபாடு தவிர்க்க முடியாததொன்று. எனினும், வேறுபாட்டின் அளவை குறைக்கலாம். அதற்கேற்ற முறையில் விதியை நாம் அமைக்கலாம்.

கொடுத்துள்ள கால வரிசைத் தொடரில் காணப்படும் விவரங்களை வரைகோடுகளாலான படங்கள் மூலம் விளக்க முடியும் என்று கூறினோம். ஆனால் கோடுகள் நேர்கோடு (straight lines) என்றும் வளைகோடு (curved lines) என்றும் இருவகைப்படும். வரிசையில் தோன்றும் மாற்றங்களின் துணைகொண்டு, இருவகைக் கோடுகளில், எத்தகையக் கோட்டைப் பொருத்தலாம் என்பதை விளக்கமாகவும் நுணுக்கமாகவும் காணவேண்டும். இதைச் சரிவரச் செய்ய வேண்டுமானால் நால்வகை மாற்றங்களையும் தனித்தனியே விரிவாக ஆராய

வேண்டும். முதலில் காலத்தொடர் வரிசையில் காணப்படும் சார்பற்ற போக்குக் (secular trend) குறித்து காண்போம்.

சார்பற்ற போக்கு அல்லது சார்பற்ற வேற்றுமை :

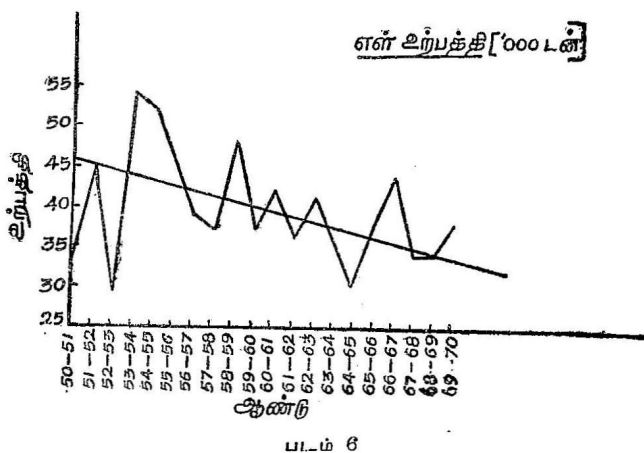
காலத்தொடர் வரிசையின் விவரங்களிடையே காணப்படும் வேற்றுமைகளுக்குக் காரணங்கள் உண்டு. எனினும், எல்லா வேறுபாடுகளுக்குக் காரணங்கள் இருக்கா. இவ்வாறு எந்தவிதமான காரணத்தையும் அல்லது ஏதுவையும் சாராது, காலப்போக்கின் காரணமாகவே தோன்றும் வேறுபாடே சார்பற்ற போக்கு எனப்படும். இத்தகைய போக்கை வரைபடத்திலிருந்து எளிதில் புரிந்துகொள்ளலாம். போக்கு நேராகவும் செல்லலாம்; அல்லது வளைந்தும் செல்லலாம். போக்கின் தன்மை நேராகச் செல்வதாயிருந்தால், காலத்தொடர் வரிசையை ஒரு நேர்கோட்டின் மூலமாக வெளிப்படுத்தலாம், அல்லது விளக்கலாம். இதை வேறு வேறுவிதமாகக் கூறுவதாயிருந்தால், நேர்கோட்டை காலத் தொடர்வரிசையின் உருவாகக் கருதலாம். மாறாக தொடர்வரிசையிலுள்ள விவரங்கள் வளைந்து செல்லும் தன்மையுடையதாகப் படத்தில் நின்றுத் தோன்றினால், ஓர் வளைகோட்டின் மூலமாகவே காலத்தொடர் வரிசையை வெளிப்படுத்தலாம். எத்தகைய கோடுகளை ஏற்றுக்கொண்டபோதிலும் அல்லது பொருத்திய போதிலும் (fit) சில அடிப்படை குறிக்கோள்கிணங்கப் பொருத்த வேண்டும். அதுவன்றி, கோட்டைப் பொருத்த வேண்டும் என்பதற்காகப் பொருத்தல் பொருத்தமன்று. கொடுத்துள்ள (எடுத்துக் காட்டு.7) எடுத்துக்காட்டின் உதவியால் இதை இன்னும் விரிவாகக் காண்போம்.

எடுத்துக் காட்டு. 7

தமிழ்நாட்டில் 1950—51 முதல் 1968—69 ஆண்டு முடிய உள்ள காலத்தில் ஒவ்வொரு ஆண்டும் உற்பத்தியான எள் விதையின் அளவு:

ஆண்டு	எள் உற்பத்தி (000 மி.டன்)
1950—51	38
1951—52	45
1952—53	29
1953—54	64
1954—55	52

1955-56	45
1956-57	39
1957-57	37
1958-59	48
1959-60	37
1960-61	42
1961-62	36
1962-63	41
1963-64	35
1964-65	30
1965-66	38
1966-67	44
1967-68	34
1968-69	34



எடுத்துக்காட்டில் கொடுத்துள்ள விவரங்களுக்கான வரை படத்தைப் பார்ப்போம். படத்தின் தோற்றத்தின் அடிப்படையில், பார்வையின் அளவு கொண்ட 1951 முதல் 1968 முடிய உள்ள இடைவெளி ஆண்டுகளில் எஸ் உற்பத்திக்காக ஒரு நேர்கோடு பொருத்தப்பட்டிருப்பதைப் பார்க்கவும். கோடுகளைப் பொருத்துவதற்கென்று ஒரு நியதி வேண்டும் என்று முன்பே கூறினோம். போக்குக் கோட்டின் (trend line) மேலும் கீழுமாக வருகின்ற சுழன்று வரும் மாற்றத்தின் (cyclical changes) அளவு, பார்வை அளவில் ஏகதேசம் சம அளவுடையதாயிருப்பதுபோல் தெரியவரும். போக்குக்கோடு, இரண்டாவது

ஆண்டின் உற்பத்தி அளவையும் தொடுவதுபோன்றும் ஏக தேசம் படத்தின் நடுவே செல்வதுபோன்றும், வரையப் பட்டிருப்பதைக் காணலாம். இவ்வாறு ஏதோ ஒரு எண்ணத் திற்கு அல்லது கருத்திற்கேற்ப பொருத்திப்பார்ப்பது நன்றல்ல, இது மேலும், முன்பே நாம் முடிவு செய்துள்ள ஒரு எண்ணத்தை அல்லது முடிவை சரியென்று வலியுறுத்துவதற்காக வரையப்பட்டது போலிருக்கும். எனினும், கணித முறைகளில் உள்ள பல முறைகளில் அல்லது விதிகளில் கவனமாகத் தேர்ந்தெடுத்த விதியைக் கையாளும்போது மேலே காட்டிய அதே நிலைமை வருவதையும் காணலாம்.

கணித விதி, காலத்தொடர்வரிசையின் போக்கை விளக்கப் பயன்படுவதோடு, போக்கிற்கும் பொருத்தமானதொரு விளக்கத்தைக் கொடுப்பதாகவும் இருக்கும். போக்கின் தன்மையைப் புரிந்து கொள்வதோடு போக்கின் வருங்கால அளவுகளையும் மதிப்பிடுவது நமது நோக்கமாக இருந்தால், போக்குக் குறித்துள்ள நமது விதி, நல்லதொரு அடிப்படையின்மேல் அமைந்துள்ளதாக இருக்கவேண்டும்.

நேர் கோடு : Straight Lines

கோடுகளில் எளிமையுடையதும் சிக்கலற்றதும் நேர்கோடுகளே. நேர்கோட்டிற்கான கணித விதி அல்லது கணிதச் சமன்பாடு (mathematical equation) கீழ்க்கண்டவாறு இருக்கும்.

$$Y = a + bx$$

இச்சமன்பாட்டில் இரு நிலையெண்களும் (constants) இரு வேறுபடும் மாறிகளும் அல்லது திரிபுகளும் (variables) உள்ளன. a, b என்ற இரண்டும் நிலையான எண்கள். x, y என்ற இரண்டும் வேறுபடும் திரிபுகள். இவ்விரு திரிபுகளில் ஒன்றின் அளவு, மற்றத்திரிபின் அளவைச் சார்ந்தே இருக்கும். எனவே இத்திரிபு சார்புடையது (dependent) என்று வழங்கப்படும். சுருங்கக்கூறின் இதனைச் 'சார்பு' என்று அழைக்கலாம். இச்சமன்பாட்டில் Y , சார்பளவாகக் கருதப்படும். ஆனால் X என்ற திரிபோ, எதையும் சாராமல் தானாகவே இயங்கும் தன்மையுடையது. எனவே இதைத் 'தானியங்கி' (independent) என்றும் வழங்கலாம்.

இருநிலையான அளவுகளான a, b என்ற இரண்டில் ' a ' என்ற அளவு எந்த அளவோடும் சேராமல் தனித்தேவரும். எனவே இதைத் தனிநிலை எண் என்று கூறலாம். ஆனால் b என்ற எண்

கோட்டின் சாய்வின் அல்லது சரிவின் (slope) தன்மையை விளக்கும். சரிவைக் குறிப்பதால் இதைச் சரிவு என்றும் கூறலாம். இவைகளுக்கான பொருத்தமான தமிழ் குறியீடுகளைக் (symbols) கவனிப்போம்.

1) தானியங்கி (தா)	Independent	X
2) சார்பு (சா)	dependent	Y
3) சரிவு (ச)	Slope	b
(4) நிலையெண் அல்லது தனி நிலையெண் (த)	Constant	a

இக்குறியீடுகளைச் சமன்பாட்டில் அடைத்தால் சமன்பாடு கீழ்க்கண்டவாறு மாறும்.

$$சா = த + சதா = Y = a + bx.$$

அல்லது

$$சா = சதா + த = Y = bx + a.$$

$$\text{குறிப்பு: } (சதா = ச \times தா) \quad bx = b \times x.$$

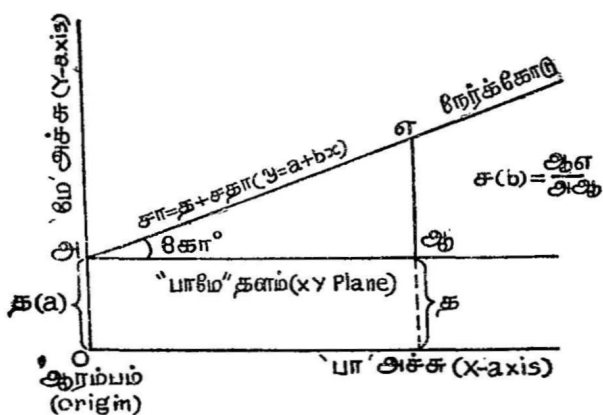
காலத் தொடர் வரிசையில் கொடுத்துள்ள விவரங்களின் அடிப்படையில் காலத் தொடருக்குப் பொருத்தமான தொரு கணித விதியை அமைக்கலாம் என்று கூறினோம். பின்பு இக்கணித விதிக்கேற்ப, காலத்தொடர் வரிசையில் உள்ள ஒவ்வொரு காலத்திற்கும் (ஆண்டு அல்லது) உள்ளவிவரத்தின் மதிப்பைக் கணிக்கலாம். இவ்வாறு ஒவ்வொரு காலத்திற்கும் கணித்த விவரங்களை வரிசைப்படுத்தினால் அதுவே புதியதொரு காலத்தொடர் வரிசையாய் அமைவதைப்பார்க்கலாம். எனவே ஒவ்வொரு காலத்திற்கும் ஒரே பொருளைப்பற்றி இரு விவரங்கள் கிடைக்கும். ஒன்று ஏற்கனவே காலத்தொடர் வரிசையில் நாம் கண்ட அளவு (observed value) பின்னால் விதிமுறைப்படி நாம் கணித்த அளவு (computed value). இதைக் கணித்த அளவு என்றே அழைக்கலாம்.

காலத்தொடர் வரிசையில் காலங்களை அல்லது ஆண்டுகளைத் 'தானியங்கித் திரிபாகப்' (தா) பாவிக்கலாம். ஒவ்வொரு ஆண்டிற்கும் கொடுத்துள்ள விவரத்தைச் 'சார்புத்திரிபாகக்' (சா) கருதலாம். நமது முயற்சி எல்லாம், மேற்காட்டிய இருவிதமான (கண்டதும் கணித்ததும்) சார்புத் திரிபுகளிடையே வேற்றுமை அல்லது வேறுபாடு தோன்றினும், வேறுபாட்டின் அளவை மிகமிகக் குறைப்பதுவே. இவ்வாறு அமைந்தால்

நான் நாம் கணித்துள்ள விதியின் பொருத்தத்தைச் சாலப் பொருத்தம் (good fit) எனக் கூறலாம். எனவே, போக்குக் கோட்டிற்கானச் சமன்பாட்டைப் பொருத்திப் பார்க்கும் முறையை விதிப் பொருத்தல் என்று கூறலாம். ஆனால் விதியோ வரை கோட்டிற்கானது. எனவே இம்முறையை வரை கோட்டுப் பொருத்தல் (curve fitting) எனவும் வழங்கலாம்.

வரைகோட்டிற்கான அளவுகள்:

நேர்கோடு வரைவதற்கு இருநிலையான எண்களான (1) த (a) வும் (2) ச (b) வும் இன்றியமையாதன. இவ்விரு அளவுகளிருந்தால் நேர்கோட்டையும் எளிதில் வரையலாம். ஆனால் கோடுகள் வரைவதற்குச் சதுரமான ஒரு தளம் (plane) வேண்டும். தளத்திற்கு எல்லைகளாவது அல்லது அடுத்துள்ள பக்கங்களைக் குறிப்பதற்கான ஆதாரங்களாவது தேவை அடுத்துள்ள இருபக்கங்களில் ஒன்று படுக்கை அல்லது அடித் தளக்கோடாகவும் (horizontal line) மற்றொன்று நிற்கும் செங்குத்துக்கோடாகவும் (vertical line) இருக்கும். இவ்விரு கோடுகளை 'அச்சுகள்' (axis) என்றழைப்போம். அடிக்கோட்டை அல்லது அடித்தளக்கோட்டை 'பாத அச்சு' (X-axis) என்றும், செங்குத்துக்கோட்டை 'மேல் அச்சு' (Y-axis) என்றும் கூறலாம். பாத அச்சை 'பா' அச்சு என்றும் மேல் அச்சை, 'மே' அச்சு என்றும் குறிப்பிடுவோம். இவ்விரண்டு அச்சுகளும் சேருமிடத்தை ஆரம்பம் (origin-o) என்றும் அழைக்கலாம். கீழே கொடுத்துள்ள படத்தைக் கவனிக்கவும்.



‘பா—மே’ தளத்தின் வழியாகச் செல்லும் ஒரு நேர்கோடு அச்சுகளைத் தொட்டுச் செல்லலாம். அல்லது இரு அச்சுகள் சந்திக்கும் ‘ஆரம்பம்’ வழியாகவும் செல்லலாம்,

மேலேகாட்டிய படத்தில் நேர்கோடு ‘மே’ அச்சை ‘அ’ என்ற இடத்தில் சந்திக்கிறது. அச்சுகளின் ஆரம்பத்திலிருந்து (0) ‘அ’ வரை உள்ள ‘மே’ அச்சின் இடைவெளிதூரமே இங்கு ‘த’ என்று குறிக்கப்படும். ‘தனிநிலை’ எண்ணின் அளவாகும்.

‘அ’ என்ற இடத்திலிருந்து பா அச்சிற்கு இணையாக (parallel) ஒரு கோடு வரைந்து, முன்னம் உள்ள நேர்கோட்டிற்கும் புதிதாக வரைந்த, கோட்டிற்கும் இடையே உள்ள கோணத்தைக் (கோ) கணக்கிடவும். உண்மையில் இந்தக் கோணத்தின் அளவே, ‘பா’ அச்சிற்கும் நேர்கோட்டிற்கு மிடையில் உள்ள கோணத்தின் அளவாகும். இந்தக் கோணத்தைக்கோண அளவில் கொடுக்காமல், திரிகோணமீதி (Trigonometry) யில் வரும் அளவுகளில் ஒன்றான ‘tan’ அளவுகளில் கொடுப்பதுதான் வழக்கம். இது உண்மையில்

எ-ஆ என்ற அளவிற்குச் சமமாக இருக்கும். இதற்கான அட்ட அஆ வணைகள் உண்டு. அட்டவணையின் உதவியால் கோணத்தின் அளவைக் கண்டறியலாம். இந்த ‘tan’ அளவுதான் சமன்பாட்டில் வரும் இரண்டாவது நிலையான அளவாகிய ‘ச’ (b) வாகும் இது உண்மையில் ‘பா’ அச்சோடு ஒப்பிடும்போது நேர்கோட்டிற்கான சரிவை (slope) அல்லது சரிவிற்கான கோணத்தைக் குறிக்கும்.

1) இரு நேர்கோடுகளின் சமன்பாட்டு விதிகளில் ‘ச’ என்ற நிலையான எண் சமமாக இருந்தால் அவ்விரு நேர்கோடுகளும் தம்மில் இணையானவை என்று உணரலாம்.

2) இரண்டு சமன்பாட்டு விதிகளிலும் ‘த’ என்ற ‘தனிநிலை’ யளவு சமமாக இருந்தால் இரண்டு கோடுகளும் ‘மே’ அச்சை ஒரே இடத்தில் சந்திக்கின்றன என்று உணரலாம்.

3) இருகோடுகளின் சமன்பாடுகளில் ‘த’ என்ற தனி நிலையளவு ‘0’ என்றிருந்தால் இருகோடுகளும் ஒரே இடத்திலிருந்து அதுவும் ஆரம்பத்திலிருந்து புறப்படுகின்றன அல்லது ஆரம்பம் வழியாகச் செல்லுகின்றன என்றும் உணரலாம். நேர்கோடுகள் பற்றிக் கூறிய விரிவான விவரங்கள் யாவும் கணித மாணவர்களுக்கு மாத்திரமல்லாது இதர மாணவர்களுக்கும் பயன்படும் வகையில் கூறப்பட்டதே.

இனி கொடுத்துள்ள எடுத்துக்காட்டிற்கு வருவோம். காலத்தொடர் வரிசையின் போக்கைக் கண்ணுலே அளந்து போக்கிற்குப் பொருத்தமெனக் கருதிய ஒரு தேர்கோட்டை வரைந்தோம். இதுபோன்றே படத்தில் வரைந்த 'போக்கு' கோட்டைப் பார்த்தே, ஒரு தேர்கோட்டுச் சமன்பாட்டு விதியையும் சமைக்கலாம்.

நமது காலத்தொடர் வரிசையின் ஆரம்பத்தை 1950—51 ஆண்டாக எடுத்துக் கொள்ளலாம். இதுபோல் காலத்தொடர் வரிசையின் இறுதியாண்டை 1967—68 ஆகவும் எடுத்துக் கொள்ளலாம். எனவே 'போக்கு' கோட்டின்படி 1950—51 ஆம் ஆண்டின் உற்பத்தி '46' மி. டன் என்றும் 67—68 ஆம் ஆண்டின் உற்பத்தி '36' என்றும் அறுதியிடலாம். ஆகவே உற்பத்தியினளவு இந்த 17 ஆண்டு காலத்தில் 46 மி. டன்னிலிருந்து 36 மி. டனாகக் குறைந்துவிட்டது. ஆகவே ஒரு வருடத்திற்கான உற்பத்தியின் குறைவின் பேசும்

$$\frac{46-36}{17} = \frac{10}{17} = 0.588 \text{ மி. டன்}$$

இந்த அளவே உண்மையில் சமன்பாட்டில் வரும் 'ச' என்ற அளவாகும். இங்கு உற்பத்தி குறைந்து கொண்டு செல்வதால் இந்த அளவு உண்மையில் எதிர்மறையளவாகும் (—0.588). இறுதி ஆண்டின் உற்பத்தி — ஆரம்ப ஆண்டின் உற்பத்தி

$$= \frac{36-46}{17} = \frac{-10}{17} = -0.588$$

நமது ஆரம்ப அளவு அதாவது 1950—51—ஆம் ஆண்டின் அளவான 46 மி. டன் உண்மையில் சமன்பாட்டில் உள்ள 'த' அளவைக் குறிக்கும். ஆகவே நமது சமன்பாடு கீழ்க்கண்டவாறு அமையலாம்.

$$சா = 46 - 0.588 \text{ தா} - F = 46 - 0.588 \times$$

ஆரம்பம் 1950—51.

த, அளவு 1 வருடம்.

காலத் தொடர் வரிசையில் வரும் சமன்பாடுகளில், ஆரம்பத்தைப் பற்றியும் 'த' அல்லது காலத்தின் அளவைப் பற்றியும் தவறாமல் குறிப்பிட வேண்டும். ஏனெனில் எல்லா இடங்களிலும் ஆரம்பம் '0' குன்றத்திலிருந்து தொடங்கா. இது போன்றே கால அளவும் எப்போதும் ஒரு வருடமாகவும் இருப்பதில்லை.

மேலே கொடுத்துள்ள எடுத்துக்காட்டில் உள்ள ஆரம்ப காலத்தை மாற்றியமைப்போம். 1960-61-ஆம் ஆண்டை ஆரம்பமாக எடுத்துக்கொண்டால் சமன்பாடு கீழ்க்கண்டவாறு மாறும்.

$$\begin{aligned} \text{சா} &= 46 - 0.588 \times 10 = 0.588 \text{ தா.} \\ &= 46 - 5.88 = 0.588 \text{ தா.} \\ &= 40.12 - 0.588 \text{ தா.} \end{aligned}$$

ஆரம்பம் 1960-61 'த' அளவு 1 ஆண்டு.

1950-51, 1961-61 என்ற இரண்டு ஆண்டுகளையும் ஆரம்ப

மாக வைத்துக் கணித்த சமன்பாட்டு விதிகளில் எல்லாம், 'ச' வின் அளவு ஒன்றே (-0.588) என்பதை உணர வேண்டும். வேறுபடுவதெல்லாம் 'த' வின் அளவுதான்.

குறைந்த வர்க்கமுறை : (Method of Least square)

காலத்தொடர் வரிசையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்களுக்கு ஒரு நேர்கோட்டுச் சமன்பாட்டை மிகப் பொருத்தமான முறையில் அமைப்பதற்குரிய ஒரு எளிய சாதகமான முறையே 'குறைந்த வர்க்கமுறை'. உண்மையில் இம்முறை நேர்கோட்டின் சமன்பாடுகளுக்கு மாத்திரமன்றி இதர கோடுகளின் சமன்பாட்டிற்கும் பொருந்தும் ஒரு வழிமுறையேயாகும். இம்முறையில் இருவிதமான நியதிகள் நிறைவேற்றப்படுகின்றன என்று கூறலாம்.

(1) காலத்தொடர் வரிசையின் விவரங்களுக்குப் பொருத்தமான ஒரு நேர்கோடு வரையும்போது, கணிதத்தில் கொடுத்துள்ள சில ஆண்டுகளின் உண்மையான விவரங்கள் போக்குக் கோட்டின் மேலும் சில ஆண்டுகளின் விவரங்கள் போக்குக் கோட்டிற்குக் கீழ்மாக அமைவதைக் காணலாம். இன்னும் சில ஆண்டுகளின் விவரங்கள் போக்குக் கோட்டோடு தொடர்ச்செல்லலாம். போக்குக் கோட்டிற்கு மேலே காணப்படும் விவரங்கள் போக்குக் கோட்டின் அளவிற்கு அதிகமாகவும், போக்குக் கோட்டின் கீழ் உள்ள விவரங்கள் போக்குக் கோட்டின் அளவைவிட குறைந்ததாகவும் கருதப்படும். ஒவ்வொரு ஆண்டிற்கும் போக்குக்கோடு காண்பிக்கும் அளவே ஒவ்வொரு ஆண்டிற்கும் உள்ள கணித்த அளவாகும். எனவே கணிதத்தில் கொடுத்த அளவிற்கு ஏற்ற ஒவ்வொரு இடத்திலுமிருந்து போக்குக் கோட்டிற்கு செங்குத்துக் கோடு

கள் வரைய வேண்டும். இவ்வாறு வரையும்போது போக்குக் கோட்டின் மேலுள்ள செங்குத்துக் கோடுகளின் அளவுகளை நேர் அளவாகவும் (+), போக்குக் கோட்டின் கீழ் உள்ள செங்குத்துக் கோடுகளின் அளவுகளை எதிர் (-) அளவாகவும் எடுக்கவேண்டும். பின் எல்லா நேர் அளவுகளையும் எல்லா எதிர் அளவுகளையும் கூட்டிப் பார்த்தால் இரண்டிற்குமிடையே யுள்ள வேறுபாடு 'சூன்யம்' அல்லது காலியாகத் (0) தோன்றும் உண்மையில் இத்தன்மை கூட்டுச் சராசரிக்குரிய குணங்களின் ஒன்றாகும்.

(2) மேற்கூறியவாறு போக்குக் கோட்டிற்கும் உண்மையளவுகளை குறிக்கும் இடத்திற்குமிடையேயுள்ள செங்குத்துக் கோடுகளின் அளவுக்கு வர்க்கம் (square) கண்டுபிடித்துக் கூட்டினால், கிடைக்கும் வர்க்கங்களின் கூட்டுத்தொகை மிகக் குறைந்ததாகவே இருக்கும். இதுவும் கூட்டுச்சராசரியின் குணங்களில் ஒன்றே. ஆனால் இவ்விரண்டாவது நிபந்தனைக்குட்பட்ட எந்த விதியும், அல்லது விதிக்குறித்தான எந்த கோடும், முதல் நிபந்தனைக்கு முழுதும் ஒத்திருக்கும்.

நிலையான அளவுகளைக் கணிக்கும் முறை :

போக்கைக் குறிக்கும் நேர்கோட்டிற்கான சமன்பாட்டைக் கண்டுபிடிப்பதற்கு, சமன்பாட்டில் வரும் இருநிலையான எண்களான 'த' என்ற தனிநிலை அளவும் 'ச' என்ற சரிவின் அளவும் தெரியவேண்டும். இவ்விரு நிலையான எண்களைக் கண்டுபிடிப்பதற்குத் தேவையானவை இவ்விரு அளவுகள் அடங்கிய இரு சமன்பாடுகளாகும். இவ்விரு சமன்பாடுகளை ஒருங்கமைச்சமன்பாடுகளாக் (simultaneous equations) கையாளும் முறையில் பயன்படுத்தி இரண்டு நிலையான எண்களைக் கண்டுபிடிக்கலாம். இவ்விரு சமன்பாடுகள் பொதுவாக எல்லா நேர்கோட்டை அறுதியிடத் தேவைப்படும். எனவே இந்த இரண்டு சமன்பாடுகள் 'பொதுச்சமன்பாடுகள்' (normal equations) எனப்படும். இப்பொதுச் சமன்பாடுகளைக் கணிதத்தில் கொடுத்துள்ள 'தா' (X) சா (Y) என்ற இருதிரிபுகளிலிருந்து தான் கண்டுபிடிக்க வேண்டும்.

பொதுச் சமன்பாடுகள் :

பொதுச் சமன்பாடுகள் கண்டுபிடிக்கும் விதத்தை ஒரு எடுத்துக் காட்டு மூலம் ஆய்வோம்.

எடுத்துக் காட்டு 8

தா	சா	தா $\times$ சா அல்லது (3)	தா $\times$ தா = தா ²
(1)	(2)	(3)	(4)
சா தா			
1.	12	18	216
2.	15	20	300
3.	18	25	450
4.	25	30	750
5.	22	28	616
	92	121	2882
			1802

எடுத்துக்காட்டில் முதல் இருகட்டங்களில் கொடுத்துள்ள அளவுகளே திரிபுகளின் அளவுகளாகும். இக்குழுவில் மொத்தம் 5 அங்கங்கள் (units) உள்ளன.

முதல் சமன்பாடு :

நமது நேர்கோட்டிற்கான விதி.

$$சா = சதா + த.$$

இங்கு 5 அங்கங்கள் அல்லது நபர்கள் இருப்பதால் ஒவ்வொரு நபருக்குரிய சமன் பாட்டில் வரும் 'தா', 'சா' என்ற இருதிரிபுகளை நபர்களுக்குரிய வரிசை எண்களைக் கொண்டும் குறிப்பிடுவோம். எனவே 5 நபர்களுக்கான விதி கீழ்க்கண்டவாறு மாறும். 'ச' அளவு எல்லா நபர்களைப் பொறுத்த அளவிலும் ஒன்றுதான். இது போன்றே 'த' அளவும் என்று கூறலாம்.

$$(1) சா_1 = சதா_1 + த.$$

$$(2) சா_2 = சதா_2 + த.$$

$$(3) சா_3 = சதா_3 + த.$$

$$(4) சா_4 = சதா_4 + த.$$

$$(5) சா_5 = சதா_5 + த.$$

$$\text{மொத்தம்} = சா_1 + சா_2 + சா_3 + சா_4 + சா_5$$

$$= ச (தா_1 + தா_2 + தா_3 + தா_4 + தா_5) + 5 த$$

$$= \sum சா = ச \sum தா + 'எ' க$$

$$= \sum Y = b \sum x + na.$$

(‘எ’ = நபர்களின் எண்ணிக்கை = 5)

$$\sum சா = ச \sum தா + 5த \quad (1)$$

இதுவே முதல் சமன்பாடு. இதில் ‘சா’ ‘தா’ என்ற திரிபுகளின் அளவுகளை அடைத்தால் சமன்பாடுகளாகும் விதத்தைக் கவனிப்போம்.

$$121 = ச 92 + 5க \quad (1).$$

இரண்டாவது சமன்பாடு :

முதல் சமன்பாட்டில் உள்ள ஒவ்வொரு அளவையும் அச் சமன்பாட்டில் வரும் ‘தா’ என்ற திரிபிற்கான அளவால் பெருக்க வேண்டும். பெருக்கும்போது சமன்பாடுகள் மாறும் விதத்தைக் —கவனிக்கவும்.

$$\begin{aligned} (1) \quad (சா_1 = சதா_1 + த) \times தா_1 \\ = சா_1 தா_1 = சதா_1 தா_1 + ததா_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad (சா_2 = சதா_2 + த) \times தா_2 \\ = சா_2 தா_2 = சதா_2 தா_2 + ததா_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad (சா_3 = சதா_3 + த) \times தா_3 \\ = சா_3 தா_3 = சதா_3 தா_3 + ததா_3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) \quad (சா_4 = சதா_4 + த) \times தா_4 \\ = சா_4 தா_4 = சதா_4 தா_4 + ததா_4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (5) \quad (சா_5 = சதா_5 + த) \times தா_5 \\ = சா_5 தா_5 = சதா_5 தா_5 + ததா_5 \end{aligned}$$

இவ்வைந்து சமன்பாடுகளைக் கூட்டும்போது கிடைக்கும் மொத்தத்தைக் கணக்கிட வேண்டும்.

$$\begin{aligned} \text{கட்டம் (1)} &= சா_1 தா_1 + சா_2 தா_2 + சா_3 தா_3 + சா_4 தா_4 \\ &+ சா_5 தா_5 = \sum சா தா \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{கட்டம் (2)} &= சதா_1 தா_1 + சதா_2 தா_2 + சதா_3 தா_3 + சதா_4 தா_4 \\ &+ சதா_5 தா_5 = சதா_1^2 + சதா_2^2 + சதா_3^2 + சதா_4^2 \\ &+ சதா_5^2 = \sum சதா^2 = ச \sum தா^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{கட்டம் (3)} &= ததா_1 + ததா_2 + ததா_3 + ததா_4 + ததா_5 \\ &= த(தா_1 + தா_2 + தா_3 + தா_4 + தா_5) \\ &= \sum ததா = த \sum தா. \end{aligned}$$

$$\sum சாதா = ச \sum தா^2 + த \sum தா$$

இங்கு 'சாதா' என்ற அளவையும் தா² என்ற அளவையும்

புதிதாகக் காண வேண்டும். இவ்விரு அளவுதான் (3), (4) கட்டங்களில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. இச்சமன்பாட்டில் குறியீடுகளின் அளவுகளை அடைக்கும்போது சமன்பாடு கீழ்க் கண்டவாறு அமையும்.

$$2332 = ச 1802 + த92$$

இதுவே இரண்டாவது சமன்பாடு. இரு சமன்பாடுகளை இனித் தனியாகக் கவனிப்போம்.

$$121 = 92ச + 5த \quad (1)$$

$$2332 = 1802ச + 92த \quad (2)$$

வசதியை முன்னிட்டு சமன்பாட்டின் பக்கங்களை மாற்றியமைப்போம்.

$$5த + 92ச = 121 \quad (1)$$

$$92த + 1802ச = 2332 \quad (2)$$

முதல் சமன்பாட்டை '92' கொண்டும் இரண்டாவது சமன்பாட்டை '5' கொண்டும் பெருக்கி சமன்பாடுகளை மேலும் மாற்றியமைப்போம்.

$$460த + 8464ச = 11132 \quad (1)$$

$$460த + 9010ச = 11660 \quad (2)$$

இரண்டாவது சமன்பாட்டை முதல் சமன்பாட்டிலிருந்து கழிப்போம்.

$$(1) - (2) = -546ச = -528.$$

$$ச = \frac{-528}{-546} = 0.97.$$

இப்போது 'ச' என்ற நிலையான எண்ணின் அளவு கிடைத்து விட்டது. பின்னர் முதல் சமன்பாட்டில் 'ச'வின் அளவை அடைத்துப் பார்த்தால் 'த'வின் மதிப்பு கிடைக்கும்.

$$5த + 92 \times 0.97 = 121$$

$$5த + 89.24 = 121$$

$$5த = 121 - 89.24 = 31.76$$

$$த = \frac{31.76}{5} = 6.35.$$

ஆகவே நேர்கோட்டின் சமன்பாடு $சா = 0.97தா + 6.85$

இம்முறைகளே உடனுறவைப் (correlation) பற்றிப் படிக்கும்போது கையாளவேண்டி வரும்.

எடுத்துக்காட்டில் கொடுத்துள்ள இரு திரிபுகளை வைத்து வேறு இரு அளவுகளை முதலிலேயே கண்டுபிடிக்க வேண்டும். ஒன்று இவ்விரண்டு திரிபுகளின் பெருக்கல் பலன் ($சா \times தா$). இரண்டு தானியங்கும் திரிபின் வர்க்கப்பலன் ($தா \times தா = தா^2$).

பொதுச் சமன்பாடுகளைக் கண்டுபிடிக்க எடுத்துக்காட்டில் கொடுத்துள்ள இரு திரிபுகளின் அளவுகளே போதுமானவை. இதுவே எல்லாவற்றிற்கும் உரிய பொது விதி. ஆனால் காலத்தொடர் வரிசையிலோ ஒரு திரிபின் அளவுதான் கிடைக்கும். அவ்வளவும் சார்பின் ($சா$) அளவே. கொடுத்துள்ள விவரங்களின் அளவுதான் சார்பளவுகள். ஆனால் தானியங்கும் ($தா$) அளவுகள் இல்லை. எனவே காலங்களைக் குறிக்கும் அளவுகளைத் தானியங்கி அளவுகளாக எடுத்துக் கொள்ளலாம். ஆனால் ஆண்டுகளின் அளவுகள் உண்மையில் ஆண்டின் பெயருக்கான அளவுகள். இதை எண்கள் வரிசையில் மாற்றியமைக்கலாம். கீழே இருக்கும் எடுத்துக் காட்டை கவனிக்கவும்.

எ. காட்டு 9.

வ. எண்.	ஆண்டு	(தா)	உற் பத்தி யளவு சா	சாதா	தா × தா	கணித்த சார்பு
1	1950-1951	1951 -9	38		-297 81	43.24
2	51-52	52--8	45		-360 64	42.85
3	52-53	53--7	29		-203 49	42.43
4	53-54	54--6	54		-324 36	42.07
5	54-55	55--5	52		-260 25	41.63
6	55-56	56--4	45		-180 16	41.29
7	56-57	57--3	39	-1863	-117 9	40.90
8	57-58	58--2	37		- 74 4	40.41
9	58-59	59--1	48		- 43 1	40.01
10	59-60	60--0	37		0 0	39.63
11	60-61	61-+1	42		- 42 1	39.24
12	61-62	62 +2	36		- 72 4	38.85
13	62-63	63 3	41		-123 9	37.46
14	63-64	64 4	35		-140 16	37.07
15	64-65	65 5	30		-150 25	36.63
16	65-66	66 6	38	1641	-223 36	36.29
17	66-67	67 7	44		-303 49	35.90
18	67-68	68 8	34		-272 64	35.51
19	68-69	69 9	34		-306 81	35.12
மொத்தம்			0	703	-222 570	

எளிமையை முன்னிட்டு 1950-51 ஆம் ஆண்டை 1951 என்றே குறிப்பிடப்பட்டுள்ளது. இதுபோன்றே இதர ஆண்டுகளையும் மாற்றி எழுதியுள்ளோம். கணிப்பில் பெருக்கலினால் ஏற்படும் சிரமத்தைக் குறைப்பதற்காக 'தா' அளவுகளைச் சிறிது மாற்றியமைத்துள்ளோம். நமது காலவரிசையில் மொத்தம் 19 வருடங்கள் உள்ளன. எனவே இக்காலத்தொடரில் 1960-ஆம் ஆண்டை நடுவாண்டாக எடுத்து அதற்கு முன்னும் பின்னும் உள்ள ஆண்டுகளின் எண்களை மாற்றியமைக்க வேண்டும். நடுவாண்டை '0' என்று குறிப்பிடுவோம். பின்னர் நடுவாண்டிற்கும் இதர ஆண்டிற்கும் உள்ள வேறுபாட்டைக் கணித்து எழுத வேண்டும். நடுவாண்டிற்கு முன்னால் சென்ற ஆண்டுகளை எதிர் (—) அடையாளத்தாலும் பின்னால் வரும் ஆண்டுகளை (+) நேர் அடையாளத்தாலும் பிடுவோம். எனவே ஆண்டுகளின் எண்ணிக்கை நடுவாண்டிற்கு முன்னால் —1, —2, —3, —4, —5, —6, —7, —8, —9, என்றும் பின்னால் உள்ள ஆண்டுகள், 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 என்றும் மாறுவதைக் காணலாம்.

$$\begin{aligned}\sum \text{தா} &= 0 \\ \sum \text{சா} &= 753 \\ \sum \text{சாதா} &= -222 \\ \sum \text{தாதா} &= 570\end{aligned}$$

இவ்வளவுகளைச் சமன்பாடுகளில் அமைக்கவும்.

$$(1) \quad = \text{ச} \sum \text{தா} + \text{எத} = 753 = \text{ச} \times 0 + 19\text{த}$$

$$(2) \quad = \text{ச} \sum \text{தாதா} + \text{த} \sum \text{தா} = -222 = \text{ச} 570 + \text{த} \times 0$$

எனவே சமன்பாடுகள்

$$\begin{aligned}(1) \quad 753 &= 19\text{த} \\ -222 &= 570\text{ச} \text{ என்றும் மாறும்.}\end{aligned}$$

$$\text{த} = \frac{753}{19} = 39.63$$

$$\text{ச} = \frac{-222}{570} = -0.39$$

இங்கு 'ச' வின் அடையாளம் 'எதிர்' (—) ஆக இருப்பதால், காலம் செல்லச் செல்ல உற்பத்தியினை வகு குறைந்து கொண்டே செல்வதைக் காட்டுகிறது. நமது எடுத்துக்காட்டிற் கேற்ற சமன்பாடு.

சா = 39.63	— 0.39 தா	
ஆரம்பம் 1960	'தா' வின் அளவு	1ஆண்டு
(1959-60)	அல்லது கால அளவு	1ஆண்டு
கணித்த சார்பளவுகள்: (computed Values)		

காலத் தொடர் வரிசைக்கு ஏற்றதோர் விதியைச் சமைத்ததும், விதியின் உதவி கொண்டு ஒவ்வொரு ஆண்டிற்கும் உரிய உற்பத்தியளவைக் கணிக்கலாம். இவ்வாறு கணித்துக் கிடைத்த அளவுகளே எடுத்துக்காட்டில் கடைசிக் கட்டத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

காலவரிசையில் உள்ள நடுவாண்டிற்கான உற்பத்தியளவு 39.63 என்றிருக்கும். சமன்பாட்டிலிருந்தும் இது விளங்கும்.

$$சா = 39.63 - 0.39 \times 0$$

$$= 39.63 - 0 = 39.63 \text{ மி. டன்.}$$

நடுவாண்டிற்கு முன்னும் பின்னும் உள்ள வருடங்களுக்கான உற்பத்தியளவை கண்டுபிடிக்க, நடுவாண்டு உற்பத்தியுடன் 39.63 மி. டன் ஒவ்வொரு ஆண்டிற்கு 0.39 மி. டன்னைக் கூட்டியோ அல்லது குறைத்தோ கணிக்கலாம். காலத் தொடர் இறங்குமுகமாக (decreasing) இருப்பதால் நடுவாண்டிற்கு முன் உள்ள ஆண்டுகளின் உற்பத்திக்கான ஆண்டொன்றிற்கு 0.39 டன் வீதம் கூட்டியும் பின் வரும் காலங்களுக்கு ஆண்டொன்றுக்கு 0.39 டன் வீதம் குறைத்தும் கணிக்கலாம். ஆனால் ஏறுவரிசைத் தொடரானால் பின்னால் வரும் ஆண்டுகளுக்காக கூட்டியும் பின்னால் உள்ள ஆண்டுகளுக்குக் குறைத்தும் கணிக்கலாம்.

ஒரு நேர்கோடு வரைவதற்கு இரு புள்ளிகளே போதுமானவை. ஏதாவது இரு புள்ளிகளைச் சேர்ந்த கோட்டை இரு பக்கங்களிலும் நீட்டினால் போதுமானது. எனவே, காலத்தொடர் வரிசையில் உள்ள ஆரம்ப ஆண்டிற்கும் இறுதி ஆண்டிற்கும் உள்ள விவரங்களைப் படத்தில்குறிக்கும் இடங்களை அல்லது புள்ளிகளை இணைத்தாலே போக்குக் கோடு கிடைத்துவிடும். ஆனால் மிக உயர்ந்த அளவு விவரங்களோ அல்லது மிகக் குறைந்த அளவு விவரங்களோ கால வரிசைகளின் இருமுனைகளிலும் இருந்தால் இவ்விதம் கடைசி இரு புள்ளிகளை இணைக்கும் முறை பொருத்த முடையதாகாது.

எடுத்துக்காட்டில் கொடுத்துள்ள காலத்தொடர் வரிசையில் உள்ள விவரங்களின் போக்கிற்கு, இதுவரை இரு விதிகள் அமைக்கலாம் என்பதைக் கண்ணுற்றோம். ஒரு விதியை வரை கோட்டை கண்பார்வையால் மதிப்பிட்டு அமைத்தோம். மறுவிதியை விவரங்களைக் கொண்டு கணிப்பு முறையிலும் அமைத்தோம். இவ்விதம் கணித்த இரு விதிகளும் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

1) பார்வை அடிப்படையில்

அமைத்தது = சா = 40. 12 — 0. 58 தா.

2) கணிப்பு முறையில்

அமைத்தது = சா = 39. 63 — 0. 39 தா.

இரண்டு விதிகளிலும் ஆரம்பம் 1960.

காலத்தைக் குறிக்கும் 'த' அளவுகள் 1 ஆண்டு.

இரண்டுவிதிகளிலும் 'த' என்ற நிலையான எண்ணின் மதிப்பில் அதிக வேறுபாடில்லை (40. 12, 39. 63), ஆனால் சரிவைக் குறிக்கும் 'ச' என்ற நிலையான எண்களின் மதிப்பில் அதிக வேறுபாடுள்ளது (0. 58, 0. 36), இரண்டு விதிகளும் ஒன்றாக அல்லது சமமாக இருக்கமுடியாது என்பது ஒப்புக் கொள்ள கூடியதே. ஏனெனில், இவ்விரு விதிகளின் அமைப்பின் அடிப்படையே வெவ்வேறுனவை. போக்குக் கோட்டின் மேலும் கீழுமாகச் சுழல் மாற்றத்தை (cyclical change) வைத்துத்தான் வரைந்தோம். காலத் தொடர் வரிசையில் தோன்றும் சுற்றிவரும் மாற்றத்தினால் வரை கோட்டில் வளைந்து செல்லும் பாகத்திற்கும் போக்குக் கோட்டிற்கும் இடையேயுள்ள பாகத்தின் அளவு போக்குக் கோட்டின் மேலும் கீழும் சம அளவில் இருக்கும் விதத்தில் பார்வையைக் கொண்டே அமைத்துள்ளோம். கண்பார்வை மிகவும் துல்லியமாக இருக்கமுடியாது என்பது தெரிந்ததே. எனவே பார்வையடிப்படையில் உள்ளக் கணிப்பில் பழுதிருப்பது இயற்கையே.

இரட்டை எண் வருடங்கள் கொண்ட காலத் தொடர் வரிசை: (Even number of years)

நாம் முன்பு எடுத்துக் கொண்ட காலத் தொடர்வரிசையில் உள்ள மொத்த ஆண்டுகள் 19. இவ்வெண் ஒரு ஒற்றை எண். எனவே இத்தொடர் வரிசையை 'ஒற்றை எண் தொடர் வரிசை

என்றும் கூறலாம். இது போல் இரட்டை எண் தொடர் வரிசைகளும் உண்டு. கணிப்பில் ஆரம்ப முறையில் இவ்விருவித தொடர்வரிசைகளுக்கும் சிறிது வேறுபாடு உண்டு.

முன் கொடுத்துள்ள எடுத்துக் காட்டில் (1953 — 60) அல்லது 1690-ஆம் ஆண்டை நடுவாண்டாக எடுத்துள்ளோம். இவ்வாறு எடுத்ததின் நோக்கம் கணிப்பில் உண்டாகும் சிரமத்தைத் தவிர்ப்பதே. ஆனால் இவ்வழியைப் பின்பற்ற வேண்டுமானால் காலத்தொடர் வரிசை ஒற்றை எண் ஆண்டுகளால் அமைந்ததாக இருக்க வேண்டும். இரட்டை எண் ஆண்டுகளாலான வரிசைக்கு இம் முறையை அப்படியே பின்பற்ற முடியாது. சிறிது மாற்றம் செய்ய வேண்டும்.

செய்ய வேண்டியுள்ள மாற்றம் என்னவெனில்: ஒரு ஆண்டை நடுவாண்டாக எடுப்பதற்குப் பதிலாக அடுத்துள்ள இரு ஆண்டுகளை நடுவாண்டுகளாக முதலில் எடுக்க வேண்டும். பின்னர் இவ்விரு நடுவாண்டுகளுக்கு இடையில் உள்ள மத்திய காலத்தை நடுவாண்டாகப் பாவிக்க வேண்டும். இம்மத்திய காலத்திலிருந்து ஒவ்வொரு நடுவாண்டிற்கும் இடையில் உள்ள காலத்தின் அளவு 6 மாதங்கள் அல்லது $\frac{1}{2}$ ஆண்டு எனவே காலத்தொடர் வரிசையில் உள்ள ஒவ்வொரு ஆண்டையும் 2 அரை ஆண்டுகள் கொண்டதாகக்கருத வேண்டும். ஆகவே, மத்திய காலத்தை ('0') என்று குறிப்பிட்டால் மத்திய காலத்திற்கு அடுத்துள்ள ஆண்டை 1 என்றும் அதற்கடுத்த ஆண்டை 3 என்றும் பிறகு ஒவ்வொரு ஆண்டிற்கு 2 வீதம் கூட்டி 1, 3, 5, 7, 9 என்ற ஒற்றை எண்கள் கொண்டதொரு வரிசையை அமைக்கலாம். இவ்வாறு அமைக்கும்போது, மத்திய காலத்திற்கு முன் உள்ள ஆண்டுகளை எதிர் (—) அடையாளங்களால் குறிப்பிட்டும், பின்னால் உள்ள (ஆண்டுகளை +) நேர் அடையாளங்களால் குறிப்பிட்டும் எழுதலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 10

தமிழ் நாட்டில் அரிசி உற்பத்தியின் அளவைக் (000 மி. டன்) குறிக்கும் காலத் தொடர் வரிசை

	ஆண்டு	தா ஆண்டு		உற் பத்தி (சா)	சா × தா	தா × தா	கணித்த சா
1	1950-51	1951	-17	1931	82827	289	
2	1951-52	1952	-15	2129	81935	225	
3	1952-53	1953	-13	2021	26723	169	
4	1953-54	1954	-11	2530	28380	121	
5	1954-55	1955	-9	2797	5173	81	
6	1955-56	1956	-7	3002	21014	49	
7	1956-57	1957	-5	3247	16235	25	
8	1957-58	1958	-3	3283	9364	9	
9	1958-59	1959	-1	3134	3134	1	
10	1959-60	1960	+0				
11	1960-61	1961	+1	3133	3133	1	
12	1961-62	1962	3	3559	10674	9	
13	1962-63	1963	5	3907	19535	25	
14	1963-64	1964	7	4024	28166	49	
15	1964-65	1965	9	3376	34684	81	
16	1965-66	1966	11	4036	44396	121	
17	1966-67	1967	13	3524	45812	169	
18	1967-68	1968	15	5791	56865	225	
19	1968-69	1969	17	383	66232	289	

0 303639 1938

-195285

114414

இத்தொடரில் மொத்தம் 18 ஆண்டுகள் உள்ளன. '18' என்பது இரட்டை எண். எனவே இதை இரட்டை எண் தொடர் என்று கூறலாம். 1959, 1960 என்ற இரு ஆண்டுகளையும் நடுவாண்டுகளாக எடுக்கலாம். பின்னர் இவ்விரண்டிற்கும் நடுவாண்டு காலத்தை மையமாகக் கருதி (0) இதர ஆண்டுகளுக்கான எண்கள் ஒற்றை வரிசைத் தொடரில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

$$\begin{aligned}\sum சா &= 0 \\ \sum தா &= 57875 \\ \sum சாதா &= 114414 \\ \sum தாதா &= 1938 \\ எ &= 18\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum சா &= எ த + \sum தா \\ 57875 &= 18 த + 0 \\ \therefore தா &= \frac{57875}{18} = 3215.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum சாதா &= த \sum தா + ச \sum தாதா \\ 114414 &= 0 + ச \cdot 1938 \\ 114414 &= 1938 ச. \\ ச &= \frac{114414}{1938} = 59.04 = 59.\end{aligned}$$

எனவே சமன்பாடு

$$சா = 3215 + 59தா.$$

ஆரம்பம் (1959-60) கால அளவு 1 ஆண்டு.

காலத்தொடர் வரிசையின் கால அளவை மாற்றுவதில்:

எல்லா காலத் தொடர் வரிசைகளிலும் விவரங்கள் ஆண்டுகள் அடிப்படையில் கொடுக்கப்படா. சில தொடர்களில் விவரங்கள் மாதங்கள் அடிப்படையில் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும். மாத அடிப்படையில் உள்ள தொடருக்கு நேர்கோட்டைப் பொருத்துவதும் ஆண்டு அடிப்படையிலுள்ளத் தொடருக்கு நேர்கோட்டைப் பொருத்துவது போன்றதுதான். இதில் கால அளவை 1 மாதம் என்று குறிப்பிட வேண்டும். ஆனால் இத் தகையத் தொடர்களுக்கு விதி காண்பதில் நேரமும் சிரமமும்

தான் அதிகமாகும். ஏனெனில் ஒரு ஆண்டிற்கான ஒரே எண்ணிற்குப் பதிலாக 12 மாதங்களுக்கு 12 எண்கள் வரும்.

எனவே தான், ஆண்டு அடிப்படையில் பொருந்திய அதே விதியை மாத அடிப்படையிலுள்ளத் தொடருக்கும் மாற்றியமைக்கலாம். மேலும் இதில் உள்ள நன்மை என்னவெனில் இதுவே சிறந்ததாகவும் உளது. ஏனெனில் மாத அடிப்படையில் அமைந்துள்ள விவரங்கள் பருவமாற்றங்களால் பெரிதும் பாதிக்கப்படலாம். எனவே இத்தகைய பெரும் மாறுபாடுகளுக்கு உள்ளான மாதவாரி விவரங்களுக்கு விதியமைக்கும்போது உண்மையில் விதி பொருந்திய விதியாக அமையாது.

எடுத்துக்காட்டு 11

தமிழ் நாட்டில் பருத்தி நூல் உற்பத்தி

ஆண்டு	தா	உற்பத்தி சா	தாசா	தா × தா
1 1930	— 5	121	—605	25
2 1931	— 4	128	—512	16
3 1962	— 3	139	—417	9
4 1963	— 2	145	—290	4
5 1964	— 1	141	—141	1
6 1965	— 0	159		
7 1963	1	160	160	1
8 1967	2	166	332	4
9 1968	3	158	474	9
10 1969	4	164	656	16
11 1970	5	167	835	25
	0	1648	2457	110

—1965
49

$$\Sigma \text{சா} = \text{எ'த'} + \sigma \Sigma \text{தா}$$

$$1648 = 11 \text{ த} + 0$$

$$\text{த} = \frac{1648}{11} = 149.8$$

$$\Sigma \text{சாதா} = \Sigma \text{ததா} + \sigma \Sigma \text{தா} \times \text{தா}$$

$$492 = 0 + \sigma 110$$

$$\sigma \text{தா} = \frac{492}{110} = 4.5$$

$$\sigma \text{சா} = 149.8 + 4.5 \text{ தா}$$

ஆரம்பம் 1965 காலம் 1 ஆண்டு.

காலத் தொடர் வரிசைகளில் விவரங்கள் பல விதங்களில் கொடுக்கப்படலாம் (1) ஆண்டை, கால அளவாகக் கொண்ட தொடர்வரிசையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்களின் மதிப்பு ஒவ்வொரு ஆண்டிற்குரிய அதாவது 12 மாதங்களுக்குரிய மொத்த மதிப்பாக இருக்கலாம். (2) இன்னும் சில காலத் தொடர் வரிசைகளில், காலஅளவு 1 ஆண்டாக இருந்த போதிலும் ஒவ்வொரு ஆண்டிற்கும் உள்ள மாதசராசரி அளவாகவும் இருக்கலாம். (3) வேறு சில காலத்தொடர்களில், கால அளவு அரையாண்டாகவும், ஆனால் கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்கள் அவ்வரையாண்டு காலத்தில் உள்ள மாதசராசரியாகவும் இருக்கலாம். இத்தகைய சூழ்நிலைகளில் காலத்தொடர் வரிசையின் சமன்பாட்டை மாதங்களைக் காலஅளவாகக் கொண்ட தொடரின் சமன்பாட்டாக மாற்றுவது குறித்துக் கவனிப்போம். ஒவ்வொரு முறையாக விளக்கமாக ஆய்வோம்.

1) ஆண்டின் மொத்த மதிப்பும் ஆண்டின் கால அளவும் :
இதை விளக்குவதற்கு எடுத்துக்காட்டு 11— பை மீண்டும் பார்ப்போம். இத்தொடர் வரிசையின் காலஅளவு 1 ஆண்டு, கொடுத்துள்ள விவரங்களோ ஒவ்வொரு ஆண்டிலுமுள்ள மொத்த உற்பத்தி. இத்தொடருக்கான சமன்பாடு

$$சா = 149.8 + 4.5 \text{ தா}$$

ஆரம்பம் = 1965, கால அளவு 1 ஆண்டு,

இங்கு கொடுத்துள்ள 'த' அளவாகிய 149.8 என்பது 11 ஆண்டுகள் கொண்ட காலத்தில், ஒர் ஆண்டிற்கான சராசரியே உற்பத்தியளவாகும். எனவே, இதை 12 கொண்டு வகுத்தால் ஒரு மாதத்திற்குரிய சராசரி உற்பத்தியினளவு கிடைக்கும்

$$\frac{149.8}{12} = 12.485.$$

ஒரு ஆண்டிற்கான மொத்த உற்பத்தியின் உயர்வின் வேகத்தைச் 'ச' என்ற நிலையான எண் குறிக்கும். இங்குள்ள சமன்பாட்டில் 'ச' என்ற அளவின் மதிப்பு 4.5. இது உண்மையில் ஒரு ஆண்டின் மொத்த உற்பத்தியில் காணப்படும் உற்பத்தி உயர்வுக்கான 'ஒரு ஆண்டு வேகம்' ஆகும். எனவே இந்த 'ஆண்டு வேகத்தை' 12 கொண்டு வகுத்தால்

$$\frac{4.5}{12} = 0.375 \text{ கிடைப்பது ஒரு மாதத்திற்கான உற்}$$

பத்தியின் வேகம். இதில் மிகக் கவனம் வேண்டும். ஏனெனில், இந்த மாத உற்பத்தி உயர்வு வேகம் உண்மை

யில் ஆண்டின் மொத்த மதிப்பில் காணப்படும் மாதத்திற்கான உயர்வின் வேகமே ஒழிய மாத மொத்த உற்பத்தியில் காணப்படும் எனவே உற்பத்தி உயர்வின் வேகமன்று ஆண்டிற்கான மாத உற்பத்தி உயர்வு வேகத்தை வேலும்

$$12 \text{ கொண்டு வகுத்தால் } \frac{0.365}{12} = 0.03125$$

காணப்படும் மாதத்திற்குரிய உற்பத்தி உயர்வின் வேகம் கிடைக்கும். எனவே இங்கு மாத உற்பத்திக்காக சமன்பாடு

$$சா = 12.485 + 0.031 \text{ தா.}$$

ஆரம்ப 1965, கால அளவு 1 மாதம்.

இதை ஒரு எடுத்துக்காட்டு மூலம் மேலும் விளக்கலாம். ஒரு அரசாங்க அலுவலரின் சம்பளம் ரூ550 — 30 — 850 என்ற வீதத்தில் உள்ளது. இங்கு 30 ரூபாய் என்பது ஆண்டு தோறும் அதிகரிக்கும் ஊதிய உயர்வு. எனவே ஒரு ஆண்டிற்கும் வேறு ஒரு ஆண்டிற்கும் மொத்த ஊதியத்தில்காணப்படும் வேறுபாடு 860 ரூபாய் ஆனால் ஓர் ஆண்டிலும் அடுத்த ஆண்டிலும் மாதச் சம்பளத்தில் காணப்படும் வேறுபாடு ரூ 30. ஆனால் ஒரே ஆண்டில் மாதம் தோறும் ஊதியம் உயர்வதில்லை. என்றாலும் 12 மாதங்கள் கழிந்ததும் ஊதியத்தில் ரூ30 உயர்ந்து விடும். இவ்வாறு 12 மாதங்கள் கழித்து உயரும் ஊதிய உயர்வான 30 ரூபாயை, அவ்வாண்டில் மாதம் தோறும் ஊதியம் உயர்வதாக எண்ணிக்கைக்கிட்டால், ஒரு மாதத்திற்கான

$$\text{உயர்வு } \frac{30}{12} = 2.5 \text{ ரூ. அல்லது}$$

ஆண்டின் மொத்த ஊதியத்தில் காணப்படும் உயர்வான 860 ரூபாயை 144 கொண்டு வகித்தால் கிடைப்பதும் இதுவே.

$$\frac{860}{144} = 2.5$$

144

இதே மாதிரியே பின்னால் வருகின்ற இடங்களிலும் ஆராயலாம்.

ஒரு ஆண்டிற்கான மாதங்கள் 12. இது ஓர் இரட்டை எண் எனவே 1965 — நாம் ஆண்டிற்கான சராசரி மாத உற்பத்தி அளவான 12.485 என்பது நடு மாதங்களாகிய சூன், சூலை என்ற இரு மாதங்களின் மத்திய காலத்தை குறிக்கும். எனவே, ஆரம்பத்திற்கான பொருத்தமான திருத்தம் சேர்க்கப்பட வேண்டும். அத்துடன் அதற்கேற்றவாறு சமன்பாட்டில் உள்ள 'த' அளவையும் திருத்தி கணிக்க வேண்டும்.

இவ்வாறு சமன்பாட்டில் 'த. வின் அளவை மாற்றும் போது இந்த அளவு, சரியாக ஒரு குறிப்பிட்ட மாதத்தின் உற்பத்தியாக இருக்குமாறு செய்ய வேண்டும். இதற்காக 'ச' வின் அளவில் அரைமாதத் திற்குரிய அளவாகிய,

$$\frac{0.031}{2} = \frac{0.015}{1} \text{ உயர்வை, } 12 \cdot 485 \text{ என்ற அளவுடன்}$$

கூட்டவோ, அல்லது அதிலிருந்து குறைக்கவோ வேண்டும். குலை உற்பத்தி = குண் - குலை நடு உற்பத்தி = 12.485

$$\frac{1}{2} \text{ மாத உற்பத்தி} = \frac{0.015}{12.500}$$

$$சா = 12.5 + 0.031$$

ஆரம்பம் குலை, கால அளவு 1 மாதம்.

2. ஆண்டின் மொத்த மதிப்பும் ஆரையாண்டு கால அளவும்

முன் கூறியதுபோன்று காலத்தொடர் வரிசையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்கள், ஆண்டிற்கான மொத்த மதிப்பை விளக்குவதாகவும் ஆனால் காலஅளவு ஒரு முழு ஆண்டு என்பதற்குப் பதிலாக ஆரையாண்டு காலஅளவு கொண்ட காலத் தொடரைக் கவனிப்போம். முன் எடுத்துக் காட்டு 10-ல் கொடுத்துள்ள அதே விவரங்களை நன்றும் கவனிப்போம். அந்த எடுத்துக் காட்டில் கொடுத்துள்ள விவரங்களுக்கு பொருத்தமான தேர் சமன்பாடும் கண்டுள்ளோம்.

$$சா = 3215 + 59 \text{ தா}$$

ஆரம்பம் (1959 — 1960) என்ற ஆண்டுகளுக்கிடையே உள்ள காலம் காலவு ஆரையாண்டு.

இங்கு கொடுத்துள்ள 3215 என்பது ஒரு ஆண்டிற்கான

சராசரி உற்பத்தியாகும். இதிலிருந்து ஒரு மாதத்திற்கான சராசரி உற்பத்தியை 12 கொண்டு வகுத்துக் கணக்கிடலாம்.

$$\text{ஒரு மாதத்திற்கான சராசரி உற்பத்தி} = \frac{3215}{12} = 268$$

சா அளவாகிய '59' ஒரு ஆண்டிற்கான உற்பத்தியில் ஆரையாண்டிற்கான அளவு 6 மாதங்களுக்கான உற்பத்தி உயர்வின் வேகத்தை விளக்கும். எனவே ஒரு முழு ஆண்டு உற்பத்தி உயர்வு வேகத்தில் ஒரு மாதத்தினது பங்கு $\frac{59}{6} = 9.83$. இது ஒரு ஆண்டிற்கான உற்பத்தி உயர்வு வேகத்

தில் ஒரு மாதத்திற்குண்டான உயர்வு. எனவே ஒரு மாதத்திற்குரிய மொத்த உற்பத்தியில் ஒரு மாத உற்பத்தி உயர்வின் வேகத்தைக் கண்டுபிடிக்க ஆண்டு உற்பத்தியில் மாத உயர்வு வேகத்தை 12 கொண்டு வகுக்கவேண்டும்

$$\frac{9.83}{12} = 0.82$$

எனவே மாத உற்பத்தி கொண்ட காலத்தொடர் வரிசையின் சமன்பாடும் கீழ்க்கண்டவாறு மாறும்.

$$சா = 268 + 0.82 \text{ தா.}$$

காலஅளவு 1 மாதம்

ஆரம்பம் 1959-60 ஆண்டுகளின் மையம். மேலும் இம் மத்திய ஆண்டில் உள்ள இரு மைய மாதங்களின் மத்தியமாகும். எனவே ஆரம்பத்தை இருமாதங்களுக்கிடையில் வைக்காது ஏதாவது ஒரு மாதத்தில் இருப்பதற்கு ஏற்றவாறு 'ஆரம்பத்தை' முன்னுக்கோ அல்லது பின்னுக்கோ நகர்த்த வேண்டும். மையம் நகர்த்தப்பட வேண்டிய காலம் $\frac{1}{2}$ மாதமே. ஆகவே $\frac{1}{2}$ மாதத்திற்குரிய உற்பத்தி உயர்வளவை ($\frac{1}{2} \times 0.82 = 0.41$) கூட்டவோ அல்லது குறைக்கவோ இடத்திற்கேற்றவாறு செய்ய வேண்டும்.

$$சமன்பாடு சா = 268.41 + 0.82 \text{ தா}$$

காலம் 1 மாதம் ஆரம்பம் சனவரி 1960.

$$சமன்பாடு, சா = 267.59 + 0.82 \text{ தா.}$$

காலம் 1 மாதம் ஆரம்பம் டிசம்பர் 1959.

ஆண்டைக் கால அளவாகக் கொண்ட கால வரிசைத் தொடருக்கான சமன்பாட்டிலிருந்தும் மாதத்தைக் கால அளவாகக் கொண்ட காலவரிசைத் தொடருக்குச் சமன்பாடு காண்பதில் கீழ்காணும் அட்டவணையைப் பயன்படுத்தலாம்

அட்டவணை 1

காலத்தொடர் வரிசையில் கொடுத்துள்ள விவரம் ஆண்டிற்கான மொத்த மதிப்பு :

சமன் பாட்டில் உள்ள கால அளவுகள்	'த' அளவு	ச அளவு
1 ஆண்டு	12 கொண்டு வகுக்க வேண்டும்	$12 \times 12 = 144$ கொண்டு வகுக்கவேண்டும்.

$\frac{1}{3}$ ஆண்டு

6 கொண்டு வகுக்க $6 \times 12 = 72$

வேண்டும்.

கொண்டு வகுக்க
வேண்டும்.

3) விவரம் மாத சராசரியும், காலம் 1 ஆண்டும்

இங்கு கொடுக்கப்பட்டுள்ள மாத சராசரியான விவரம் உண்மையில் ஒரு ஆண்டின் மொத்த மதிப்பைக் 12 கொண்டு வகுத்துக் கிடைத்ததே. ஆகவே இரண்டு ஆண்டுகளில் மாத சராசரிகளிடையே காணப்படும் வேறுபாடு ஆண்டின் மொத்த மதிப்பில் 1 மாதத்திற்குரிய வேறுபாடு. எனவே, மாதத்திற்குரிய மொத்த மதிப்பில் ஓர் ஆண்டில் மாதங்களிடையேக் காணப்படும் வேறுபாட்டை கணிக்க. 'ச' அளவை 12 கொண்டு வகுக்க வேண்டும்.

சில காலத் தொடர் வரிசைகளின், கால அளவு ஒரு ஆண்டாகவும் $\frac{1}{2}$ ஆண்டாகவும் இருந்த போதிலும், காலத்திற்கென கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரம் ஆண்டிற்கான மொத்த மதிப்பைக் குறிக்காது அவ்வாண்டில் ஒருமாதத்திற்குரிய சராசரி அளவை குறிக்கலாம். எனவே, இத்தகையத் தொடர் வரிசைக்கு கணித்த சமன்பாட்டிலிருந்து, மாதங்களைக் கால அளவாகக் கொண்ட காலத் தொடர் வரிசைக்கு சமன்பாடு காணும் விதத்தைப் பார்ப்போம். ஏற்கனவே ஒரு முழு ஆண்டை கால அளவாகவோ அல்லது $\frac{1}{2}$ ஆண்டை கால அளவாகவோ கொண்ட காலத் தொடர் வரிசைகளில் கொடுத்துள்ள 'த' விவர அளவு உண்மையில் மாத அளவே. எனவே 'த' அளவை எந்த விதத்திலும் மாற்ற வேண்டியதில்லை. ஆனால் 'ச' அளவை '2' வது அட்டவணையில் கொடுத்துள்ளது போல் இருக்கவேண்டும்.

ஆனால் எல்லா நிலைகளிலும் ஆரம்பம் ஏதாவது ஒருமாதத்திற்குள் அமையும் விதத்தில் மாற்றி அமைத்துக் கொள்ளல் வேண்டும்.

அட்டவணை 2

காலத்தொடர் வரிசையில் கொடுத்துள்ள விவரம் மாத சராசரியின் மதிப்பு.

சமன்பாட்டில் உள்ள கால அளவு	'த'	'ச' அளவு
1 ஆண்டு	—	12 கொண்டு வகுக்க வேண்டும்.
1 ஆண்டு வேண்டும்.	—	6 கொண்டு வகுக்க

போக்கை ஆய்வதற்குக் காலத்தைத் தேர்ந்தெடுத்தல் :

கூடுமான வரையில் காலத்தொடர் வரிசை நீண்ட வரிசையாக அல்லது அநேக காலங்கள் கொண்ட வரிசையாக இருப்பது நல்லது. இது மிகவும் பொருத்தமானதோர் சமன்பாடு கணிப்பதற்கு உதவியாக இருக்கும். இவ்விதம் கணித்த சமன்பாடு மிகவும் நம்பத்தகுந்ததுமாகும். மேலும், காலத்தொடர் வரிசை மிகவும் நீண்டிருக்குமானால், அங்கொன்றும் இங்கொன்றுமாக சுற்றி வரும் மாற்றங்களாலும் பெரிதும் பாதிக்கப் படமாட்டாது.

ஒரு காலத்தொடர் வரிசையின் போக்குப் பெரிதும் மாறுபட்டு காணப்பட்டால் ஒரு போக்கு கோடுக்குப் பதிலாக இரண்டு போக்குக் கோடுகளையும் கண்டுபிடிக்கலாம். எனினும் இரண்டையும் இணைக்க வேண்டுமென்ற நியதியுமில்லை. காலத்தொடரில் ஒரு பாகத்திற்கு ஒரு போக்கையும் மறுபாகத்திற்கு அடுத்த போக்கையும் பயன்படுத்தலாம்.

தொடரில் உள்ள முதலாண்டிற்கும் இறுதியாண்டிற்கும் தனிக் கவனம் செலுத்த வேண்டும். தொடர், 10 அல்லது 15 ஆண்டுகள் கொண்டதாக இருந்தால், இதில் மிகவும் கவனம் தேவை. முதலாண்டு மிக உயர்ந்த அளவுடையதாகவும், இறுதியாண்டு மிகத் தளர்ச்சியடைந்ததாகவும் இருக்கலாம் இவ்வாறிருந்தால் போக்கு இரங்குமுகமாக இருப்பதுபோல் தோன்றும். மாறாக, முதல் ஆண்டு மிகத் தளர்ச்சியடைந்த ஆண்டாகவும் இறுதி வளர்ச்சியில் உயர்ந்ததாகவும் இருந்தால் வரிசை ஏறுமுகமாய்ச் செல்வதுபோல் தோன்றும். பொதுவாக இந்நிலைகளில் எல்லாம் 'ச' வின் அளவு பாதிப்பது என்பது போக்கின் சரிவுப் பாதிக்கப்படும். இத்தகைய குழப்பத்தைத் தவிர்ப்பதற்காகக் கூடுமானவரையில் முதல் ஆண்டும் இறுதி ஆண்டும் சுற்றி வரும் மாற்றத்தின் எதிர்ப்பக்கங்களில்

இருக்கும் படியாகப் பார்த்துக் கொள்ளவும். போக்குக் கோட்டிற்கு மேலாகவோ அல்லது கீழாகவோ சமதூரத்தில் இருக்கலாம்.

போக்கின் 'சரிவு' சரியாக இருப்பதுமல்லாமல், போக்கின் உயரமும் பொருத்தமாக இருக்க வேண்டும். போக்கின் இரு முனைகளிலும் உள்ள காலங்கள் மிகச் செழிப்பானவையாகவோ அல்லது மிகத் தளர்ச்சியடைந்த காலங்களாகவோ இருக்கக் கூடாது. இருமுனைகளில் உள்ள காலங்கள் தளர்ச்சியடைந்த காலங்களாக இருந்தால் போக்கின் உயர்வை குறைத்தோ காண்பிக்கும். மாறாக, இரு முனைகளில் உள்ள காலங்கள் மிகவும் செழிப்புற்றவையாக இருந்தால் போக்கின் உயர்வை ஏற்றியே காண்பிக்கும்.

பொருத்தமான போக்கைத் தேர்ந்தெடுத்தல் :

இதுவரை நாம் கவனித்த போக்குகளெல்லாம் கண் பார்வையைக்கொண்டு வரைகோட்டை வரைந்தும் குறைந்த வர்க்கமுறை கொண்டு நேர்கோடுகளைப் பொருத்துவது பற்றியே கவனித்தோம். எனினும் நேர்கோடல்லாமல் வேறு கோடுகளையும் போக்கிற்குப் பொருத்துவதாகவும் அமைக்கலாம். என்றாலும் கொடுத்துள்ள விவரங்களுக்கு ஏற்றவரை கோட்டால் அமைந்த படங்கள் வரைந்து ஆய்வதே சிறந்தது.

பார்வையால் கணித்த விதியே சில இடங்களில் போதுமானதாக இருக்கலாம். சில இடங்களில், போக்குப் பற்றி விளக்கமாக ஆராயவேண்டியதும் போக்கை மேலும் நீடிக்க வேண்டியதாயும் இருக்கலாம். அவ்விடங்களில் எல்லாம், கணித விதியே பயன்படுத்தப்பட வேண்டும். மேலும் ஒரே குறிப்பிட்ட நிலையான வளர்ச்சியையே விளக்கும் நேர்கோட்டு விதி, பொதுவாக தொடரின் கால அளவை நீடித்துச் செல்லும் போதும், பொருத்தி இருக்கும் என்று எண்ணுவது பொருத்தமன்று. எனவே நேர்கோடுகளுக்குப் பதிலாக இதன் கோடுகளைப் பொருத்திப் பார்க்க வேண்டியிருக்கலாம். இது குறித்துப் பின்னர் காண்போம்.

சார்பில்லா போக்கும் நேரில்லாக் கோடும் :

Secular Trend and Non-Linear Trend .

முன் அதிகாரத்தில், குறுகிய காலத்தொடர் வரிசைகளில் காணப்படும் போக்கை ஒட்டி ஒரு நேர்கோட்டைப் பொருத்தலாம் என்றும் அதற்குரிய சமன்பாடு அமைப்பது குறித்தும் விளக்கமாய் கண்டோம். ஆனால் காலத்தொடர் வரிசை மிகவும் நீளமாக இருக்குமேல் நேர்கோடு காலத்தொடர் வரிசைக்கும் பொருந்தாது. எனவே இத்தகைய இடங்களில் தொடர்களுக்குப் பதிலாக வளைகோடுகளைப் பொருத்தலாம்.

வளைகோடுகள் : (Curved lines) வளைகோடுகள் பலவகைப் படும். நேர்கோடு தனது நேர்ப்போக்கில் நின்று மெல்நோக்கியோ அல்லது கீழ் நோக்கியோ வளைந்து செல்லும். இவ்வாறு வளைந்து செல்வது ஒரு தடவைக்கு மேலும் இருக்கும். ஒரு தடவைக்கு மேல் பல தடவைகளும் வளையலாம். இவ்வாறு வளைந்து செல்லும் வளைகோடுகளுக்குப் பல்லுறுப்புக் கோவை சமன்பாடுகளைப் (Polynomial Equation) பொருத்தலாம்.

நேர்கோட்டிற்கான சமன்பாட்டில், சா' (y), தா (x) என்று இரு திரிபுகள் உள்ளன. இதில் 'சா' வின் மதிப்பு 'தா' வின் மதிப்பைப் பொறுத்துள்ளது. எனவே இதிலிருக்கும் உண்மையான 'திரிபு' ஒன்றே ஒன்றுதான். அதுவும் 'தா' வாகத்தான் (x) இருக்கும் என்பது தெரிகிறது. இச்சமன்பாட்டில் வரும் 'தா' என்ற திரிபின் விசை (Power) 1. ஏனெனில் 'தா'வை விசை அளவில் எழுதுவதாக இருந்தால் (தா¹) (x^1) என்று எழுதலாம்.

$$\text{தா} = (\text{தா}^3) = x^1 : \text{விசை } 1.$$

$$\text{தா}^2 = \text{தா}^1 \times \text{தா}^1 = x^2 = x \times x^1 : \text{விசை}$$

$$\text{தா}^3 = \text{தா} \times \text{தா} \times \text{தா} = x^3 = x^1 \times x^1 \times x^1 : \text{விசை}$$

எனவே, ஒரு சமன்பாட்டில் வருகின்ற திரிபுகளில் கூடுதல் விசையுள்ள திரிபைக் கவனிப்பது வழக்கம். பின்னர், அத்திரிபிற்கான விசையின் அளவை வைத்து அச்சமன்பாட்டிற்கு, விசையை குறிக்கும் அளவில் கீழ்க்கண்டவாறு பெயர்கள் கொடுக்கப்படும்.

ஒரு படி (விசைச் சமன்பாடு) = First degree equation

இரு படி (விசைச்) சமன்பாடு = Second degree equation

மூ படி (மூவிசைச்) சமன்பாடு = Third degree equation

என்று தொடர்ந்து செல்லும். எனவே, நேர்கோட்டிற்கான நமது சமன்பாடு உண்மையில் 'ஒரு விசைச் சமன்பாடேயாகும். மேலும், நேர் கோட்டில் வளைவு இராது. எனவே, ஒரு விசைச் சமன்பாட்டிற்கான கோட்டில் காணப்படும் வளைவுகளின் எண்ணிக்கை (0). இந்த அடிப்படையில் பார்த்தால் கோடுகளில் காணப்படும் வளைவுகளும் அல்லது சாய்வுகளும் அல்லது சரிவுகளும் (Slope) சமன்பாடுகளும் கீழே கொடுத்துள்ளதுபோல் இருக்கலாம்.

ஒரு விசைச் சமன்பாடு 1 '0' வளைவு (வளைவு இல்லை)

இரு விசைச் சமன்பாடு 1 வளைவு

மூவிசைச் சமன்பாடு 2 வளைவு அல்லது 2 சாய்வு

அல்லது சரிவு (Slope)

நால்விசைச் சமன்பாடு 3 சாய்வு அல்லது சரிவு (Slope) பொதுவாகக் கூறினால், கோட்டில் காணப்படும் சாய்வுகளின்.

எண்ணிக்கை, கோட்டிற்கான சமன்பாட்டின் விசையின் எண்ணிக்கைவிட ஓர் எண்ணிக்கை குறைவாக இருக்கலாம்.

பல்வகைச் சமன்பாடுகளின் மாதிரிகள் கீழே கொடுக்கப் பட்டுள்ளன.

$$(1) \text{ சா} = \text{த} + \text{சதா} \quad y = a + bx$$

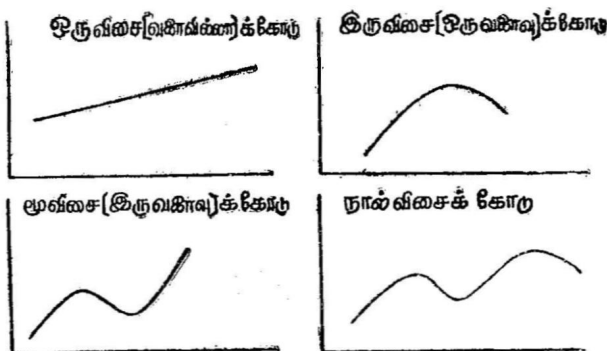
$$(2) \text{ சா} = \text{த} + \text{சதா} + \text{கீழே}^2 \quad y = a + bx + c^2$$

$$(3) \text{ சா} = \text{த} + \text{சாத} + \text{சீதா}^2 + \text{சுதா}^3 \quad y = a + bx + cx^2 + dx^3$$

$$(4) \text{ சா} = \text{த} + \text{சதா} + \text{சீதா}^2 + \text{சுதா}^3 + \text{சேதா}^4 \quad y = a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4$$

என்று எழுதிக் கொண்டே செல்லலாம். சமன்பாட்டில் உள்ள 'தா'வின் விசை ஏறும் தோறும், அதற்குரிய அல்லது அவ்விசை ஏறிய ஓர் உறுப்பை, (term) முன்னால் உள்ள சமன்பாட்டில் சேர்த்தால் போதுமானது. இவ்வாறு சேர்க்கும் போதுமானது. இவ்வாறு சேர்க்கும்போது, ஒரு நிலையான எண்ணும் (ச, சீ, சு, சே என்று சேர்வதையும் காணலாம்). சமன்பாட்டில் ஒவ்வொரு விசை ஏறிய உறுப்பு சேரும் தோறும், கோட்டில் புதிதாக ஒரு வளைவும் தோன்றுவத்கா இருக்கும்.

	ஒரு விசை (வளைவில்லாக்) கோடு
இருவிசை	மூவிசை (இரு) நால்விசை
(ஒரு) வளைகோடு	வளைவுகோடு (மூவளைவுகோடு)



நாம் இங்கு விரிவாக ஆராய எடுத்தும் கொள்வது, ஒரு வளைவு கோட்டிற்கான இருவிசைச் சமன்பாடுகளே. அதை வைத்து இரு வளைவுகள் கொண்ட மூவிசைச் சமன்பாடுகளையும் சிறிது ஆராயலாம்.

அ. இருவிசைக் கோடு அல்லது ஒரு வளைவு கோடு: (Second degree equation or Second degree Curve.

ஒருவிசைக் கோடு அல்லது வளைவில்லா கோடான நேர் கோடு பற்றி முன் படித்தாம். இப்போது இருவிசை கோடான ஒரு வளைவுகோடு பற்றிக் காண்போம். இருவிசை கொண்ட சமன்பாடு, கீழே கொடுத்துள்ளதுபோல் தான் இருக்கும்.

$$சா = த + சதா + சீதா^2 = y = a + bx + cx^2$$

இங்குள்ள இரு திரிபுகள் சா, தா, y and x இங்குள்ள நிலையான எண்கள்

த, ச, சீ (a, b, c) என்ற மூன்றுமாகும்.

ஒரு வளைகோட்டில் காணப்படும் வளைவு, மேல் நோக்கியோ அல்லது கீழேநோக்கியோ இருக்கலாம். நேர்கோடு விவரங்களில் காணப்படும் ஒரு குறிப்பிட்ட நிலையான அளவு கொண்ட உயர்வையோ (increase) அல்லது குறைவையோ (decrease) குறிக்கும். ஆனால், இருவிசைக் கோடோ இவ்வாறு நிலையான குறிப்பிட்ட அளவு கொண்ட ஏற்றத்தையோ அல்லது குறைவையோ குறிப்பிடுவது, காலம் செல்லச் செல்ல அளவில் வேறுபட்டுக் கொண்டே செல்லும் ஏற்றத்தையோ (increase) அல்லது இறக்கத்தையோ (decrease) குறிக்கும். இதை வேறுவிதமாகவும் கூறலாம். ஒவ்வொரு காலத்திற்கும் இடையே உள்ள விவரங்களின் மதிப்பில், வேறுபாடு காணலாம். இவ்வாறு ஒவ்வொரு ஆண்டிற்கும் அதன் முன் ஆண்டுடன் ஒப்பிட்டுக்கணித்த வேறுபாடுகளையே ஒரு வரிசையாக அமைக்கலாம். இத்தகைய வரிசையை 'வேறுபாட்டுவரிசை' என அழைக்காம். இது வேறுபாடுகளின் முதல் வரிசையானதால் இதை 'முதல் வேறுபாட்டு வரிசை, (first difference Series) என அழைக்கலாம். பின்னர், ஒவ்வொரு ஆண்டிற்கும் உள்ள வேறுபாடுகளிடையே காணப்படும் வேறுபாடுகளையும் முன்போல் கணித்து, ஒரு வரிசை அமைக்கலாம். இத்தகைய வேறுபாட்டு வரிசையை 'இரண்டாம் வேறுபாட்டு

வரிசை' (Second difference Series) எனக்கூறலாம். இருவிசைச் சமன்பாட்டிற்கான வரிசையில் இரண்டாவது வேறுபாடு எல்லா காலங்களுக்கும் ஒன்றுபோல குறிப்பிட்ட அளவு கொண்ட நிலையானதாக (constant) இருக்கும்.

இருவிசைக் கோடுகளை பொருத்தல்:

இரு விசைக் கோட்டின் விதி:

$$சா = த + சதா + சீதா^2$$

இந்த இருவிசைக் கோட்டில் த, ச, சீ என்ற மூன்று நிலையான எண்கள் இருப்பதால் இவ்வெண்களின் மதிப்பை அறுதியிட, மூன்று சமன்பாடுகளும் கீழே கொடுக்கப் பட்டுள்ளன.

$$(1) \sum சா = \sum த + ச \sum தா + சீ \sum தா^2$$

இதில் உள்ள ஒவ்வொரு உறுப்பு எண்களை (term) 'தா' என்ற திரிபாகப் பெருக்கவும்.

$$(2) \sum சாதா = \sum ததா + \sum தா^2 + சீ \sum தா^3$$

இந்தச் சமன்பாட்டில் உள்ள ஒவ்வொரு உறுப்பையும் மீண்டும் 'தா' என்ற திரிபால் பெருக்கவும்.

$$(3) \sum சாதா^2 = \sum ததா^2 + ச \sum தா^3 + சீ \sum தா^4$$

எனவே கிடைத்துள்ள மூன்று பொதுச் சமன்பாடுகள்

$$(1) சா = \sum த + ச \sum தா + சீ \sum தா^2$$

$$(2) \sum சாதா = \sum ததா + ச \sum தா^2 + சீ \sum தா^3$$

$$(3) \sum சாதா^2 = \sum ததா^2 + ச \sum தா^3 + சீ \sum தா^4$$

நேர்கோட்டிற்கான சமன்பாடுகளில் வரும் நிலையான எண்களான 'த' வையும் 'ச' வையும் கண்டுப்பிடிக்கும் போது, காலவரிசைத் தொடரின் நடுவாண்டை ஆரம்பமாக வைத்துக் கணித்தோம். இவ்வாறு கணிப்பதில், சிரமம் நேரமும் குறைந்தன. மேலும் 'தா' என்ற திரிபின் முதல் விசை எண்களின் மொத்தம் ($\sum தா$) '0' என்று மாறுவதையும் கண்டோம். இது போல் 'தா' என்ற திரிபின் முதல்விசை ($\sum x$) மூன்றாம் விசை ($\sum x^3$), ஐந்தாம் விசை ($\sum x^5$) ஐ எண்களின் மொத்தமும் '0' என்று மாறும் என்பதையும் உணரலாம். எனவே, முன்னம் உள்ள மூன்று பொதுச்சமன்பாடுகளும் கீழ்க்கண்டவாறு மாறும்,

$$(1) \sum \text{சா} = \sum \text{த} + \text{சி} \sum \text{தா}_2 : \sum y = \sum a + c \sum x^2$$

$$(2) \sum \text{சாதா} = \sum \text{ச} \times \text{தா}_2 : \sum xy = b \sum x^2$$

$$(3) \sum \text{சாதா}_2 = \text{த} \sum \text{தா}_2 + \text{சி} \sum \text{தா}_4 : \sum x_2 y = a \sum x_2 + c \sum x^4$$

இரண்டாவது சமன்பாட்டிலிருந்து நேரடியாகவே 'ச'வின் மதிப்பைக் காணலாம்.

$$\text{ச} = \frac{\sum \text{சாதா}}{\sum \text{தா}_2} = \frac{\sum x y}{\sum x^2} = b$$

1,3 என்ற இரு சமன்பாடுகளையும் ஒருங்கமைச் சமன்பாட்டுகளைக் கையாளும் முறையில் கையாண்டு, த, சி என்ற இருக் அளவுகளையும் கணிக்கலாம். கீழே கொடுத்துள்ள எடுத்துக் காட்டை கவனிப்போம்.

எ. கா. 12:

ஆண்டு	தா	சா	சாதா	தா ²	சாதா ³	தா ⁴		
1952	-8	45	{ -360	64	2880	4096		
1953	-7	29		-203	49	1421	2401	
1954	-6	54		-1566	-324	36	1944	1296
1955	-5	52		-260	25	1300	625	
1956	-4	45		-180	16	720	256	
1957	-3	39	{ -117	9	351	81		
1958	-2	37		- 74	4	148	16	
1959	-1	48		- 48	1	48	1	
1960	0	37		- 0	0			
1961	1	42		- 42	1	42	1	
1962	2	36		- 72	4	144	16	
1963	3	41		1895	-123	9	369	81
1964	4	35		-140	16	560	256	
1965	5	30		-150	25	750	655	
1966	6	38		-228	36	1368	1296	
1967	7	44		-308	49	2156	2401	
1968	8	34		-272	64	2176	4096	
	0	686	-231	408	16377	17544		

$$\sum \text{தா} = 0$$

$$\sum \text{தா}^2 = 408$$

$$\sum \text{தா}^4 = 17544$$

$$\begin{aligned}\sum சா &= 686 \\ \sum சாதா &= -281 \\ \sum சாதா^2 &= 16877\end{aligned}$$

$$(1) \sum சா = \sum த + சி \sum தா^2$$

$$(2) \sum சாதா = ச \sum தா^2$$

$$(3) \sum சாதா^2 = த \sum தா^2 + சி \sum தா^4$$

$$(2) -281 = ச \times 408$$

$$\therefore ச = \frac{-281}{408} = -0.568$$

$$(1) 686 = 17த + சி408$$

$$(2) 16877 = 408த + சி17544$$

இதை மாற்றி எழுதுவோம்.

$$(1) 17த + 408சி = 686$$

$$(3) 408த + 17544சி = 16877$$

முதல் சமன்பாட்டை 408 கொண்டும் மூன்றாவது சமன்பாட்டை 17 கொண்டும் பெருக்கி எழுதவும்.

$$6986த + 166464சி = 578888 \quad (1)$$

$$6986த + 298248சி = 278409 \quad (2)$$

$$(1-2) \quad \frac{-181784சி = 1479}{}$$

$$சி = -0.01122.$$

முதல் சமன்பாட்டில் 'சி' யின் மதிப்பான (0.011)ஐ அடைத்தால் 'த' வின் மதிப்புக் கிடைக்கும்.

$$686 = 17த - 0.011 \times 408$$

$$686 = 17த - 4.488$$

$$17 = 686 + 4.488 = 690.488$$

$$\therefore த = \frac{690.488}{17} = 40.62.$$

இச் சமன்பாட்டில் உள்ள மூன்று நிலையான எண்களின் மதிப்பு

$$த = a = 40.62$$

$$ச = b = -0.566$$

$$சி = c = -0.011$$

எனவே சமன்பாடு

சா = $40.62 - 0.566 - 0.011தா^3$. ஆரம்பம் 1960, கால அளவு 1 ஆண்டு.

காலத் தொடர் வரிசையாக இருப்பதால் இங்கு 'ச', 'சி' அளவுகள் எதிர் அளவுகளாக இருக்கின்றன.

மூவிசைச் சமன்பாட்டு வளைகோடு: (Third degree curve)

இரு வளைவுகள் கொண்ட மூவிசைத் சமன்பாட்டுக் கோட்டைப் பொருத்துவதாக இருந்தால், சமன்பாடுகள் அடையும் மாற்றங்களைக் கவனிக்கவும்.

$$(1) \sum சா = ச \sum த + ச \sum தா + சி \sum தா^2 + சு \sum தா^3$$

$$(2) \sum சாதா = \sum \sum ததா + ச \sum தா^2 + சி \sum தா^3 + சு \sum தா^4$$

$$(3) \sum சாதா^2 = \sum ததா^2 + ச \sum தா^3 + சி \sum தா^4 + சு \sum தா^5$$

$$(4) \sum சாதா^3 = \sum ததா^3 + ச \sum தா^4 + சி \sum தா^5 + சு \sum தா^6$$

இங்குள்ள ஒவ்வொரு சமன்பாட்டிலும் 'தா' வின் ஒற்றை விசை எண்களின் கூட்டுத் தொகையான $\sum தா$, $\sum தா^2$, $\sum தா^3$, என்ற அளவுகள், காலத்தொடரின் ஆரம்பத்தை மாற்றியமைப்பதால், '0' ஆக மாறும். எனவே சமன்பாடுகள் மேலும் மாறுவதைக் மாணவும்.

$$(1) \sum சா = \sum த + சி \sum தா^2$$

$$(2) \sum சாதா^2 = ச \sum தா^2 + சு \sum தா^4$$

$$(3) \sum சாதா^3 = த \sum தா^2 + சி \sum தா^4$$

$$(4) \sum சாதா^4 = ச \sum தா^4 + சு \sum தா^6$$

1, 3 என்ற இரு சமன்பாடுகளை ஒருங்கமைச் சமன்பாடுகளின் கோட்பாட்டை ஒட்டி மாற்றி, 'த' 'சி' என்ற இரு அளவுகளைக் கணிக்கலாம். இதுபோன்று, 2, 4 என்ற இரு அளவுகளையும் காணலாம்.

மேலும், சமன்பாடுகளை மீண்டும் வரிசைப் படுத்தி எழுதுவோம்.

$$(1) \sum சா = \sum த + சி \sum தா^1$$

$$(2) \sum சாதா^2 = த \sum தா^2 + சி \sum தா^4$$

$$(3) \sum சாதா = ச \sum தா^2 + சு \sum தா^4$$

$$(4) \sum சாதா^2 = ச \sum தா + சு \sum தா^6$$

1, 3 என்ற இரு சமன்பாடுகளும், முன்னம் இரு விசைச் சமன்பாட்டைப் பொருத்தும்போது, கடைசியில் கிடைத்த பொதுச் சமன்பாடுகளாக மாறுவது தெரியும். இதிலிருந்து ஒரு உண்மை விளங்கலாம். ஒரு குறிப்பிட்ட விவரங்களுக்கு பொருந்துகின்ற இருவிசை, மூவிசை சமன்பாடுகளினால், 'த', 'சி' என்ற இரு நிலையான எண்களும் சமமாகவே இருக்கும்.

ஆ. மடக்கை அல்லது விசை அளவுகளைப் பயன்படுத்தல் :

சில சந்தர்ப்பங்களில், தேர்கோட்டிற்கான சமன்பாட்டை: காலத்தொடருக்குப் பொருத்திப் பார்ப்பது, பொருத்தமற்றது என்று படத்தைப் பார்த்ததுமே புரிந்துவிடும். எனவே, இத்தகைய இடங்களில் இருவிசைச் சமன்பாட்டைப் பொருத்திப் பார்க்கலாம். இருவிசைச் சமன்பாட்டில் பொதித்துள்ள கருத்து என்னவெனில், ஒவ்வொரு ஆண்டிலும் காணப்படும் உயர்வின் வேகமானது அல்லது உயர்வின் அளவு, ஒவ்வொரு ஆண்டும் ஒரு நிலையான குறிப்பிட்ட அளவுடையதாய் உயர்ந்து செல்லும். இதை வேறுவிதமாகக் கூறினால், முன்பு கூறியது போல் கொடுத்துள்ள விவரங்கள் வேறுபாடுகளுக்கே வேறுபாடு கண்டுபிடித்தால், இந்த இரண்டாம் வேறுபாடு (Second Difference) ஒரு நிலையானக் குறிப்பிட்ட அளவுடையதாக இருக்கும். ஆனால், இதில் இரு நிபந்தனைகள் அடங்கியுள்ளன. ஒன்று, போக்கு, மேல் செல்வதாகவும், அத்துடன்

இருமடி (Second Difference) வேறுபாடு எப்போதும் நேரளவிலும் இருக்க வேண்டும்.

இ. அடுக்குறி வளைகோடு—மேலடுக்குக் கோடு: Exponential Curve

தா

இனி, சா = தச

$$y = ab^x$$

என்ற அளவிற்கு ஏற்றதொரு வளைகோட்டைப் பார்ப்போம். இம்மாதிரி கோடு, ஒரு குறிப்பிட்ட, நிலையான விகித (ratio) அளவு வேறுபாட்டை விளக்குவதாக இருக்கும். இந்த விகித அளவு 1 க்கு அதிகமாக அல்லது 1 க்குக் குறையாமல் இருக்குமானால், தொடர் வரிசை ஏறுவரிசையில் உளது என்று கூறலாம். நேர்க்கோட்டிற்கோ அல்லது இருவிசை வளைகோட்டிற்கோ பொருந்தாத காலத் தொடர் வரிசையில் உள்ள விவரங்களை, கூட்டு அளவும், விசை அளவும் அல்லது மடக்கை கொண்ட (Semi-logarithmic Paper) அல்லது கூட்டும் விசை அளவுகளாலான வரைபடத் தாளில் அல்லது சரிபாதி விசை அளவுகளாலான வரைபடத்தாளில் குறிப்பிட்டால், தொடரின் போக்கு நேராகக் காணப்படும். இவ்வாறு காணப்படு மேல்

தா

சா = தச என்ற சமன் பாட்டின் பொருத்தத்தை வலியுறுத்தும்.

இத்தகைய கோடுகள் அடுக்குக்குறி வளைகோடுகள் அல்லது மேலடுக்குக் கோடுகள் (Exponential Curves) எனப்படும். ஏனெனில் இவை மேலடுக்குத் தத்துவத்தில் (exponential) அடங்கியவை. இதற்குரிய சரியான எடுத்துக் காட்டு கூட்டு வட்டி முறையே. கூட்டு வட்டியில் (Compound Interest) நாம் பணத்தை முதலீடு செய்தால், முதலாண்டின் முதலீடு செய்த முதலுக்கு வட்டி கிடைக்கும். பின்னர், அடுத்த ஆண்டு முதல், முன் ஆண்டில் உள்ள வட்டிக்கும் வட்டி கிடைக்கும். இங்கு நமது முதல், பெருக்கு வேகத்தில் (Geometrical Progression) பெருக்கிச் செல்லும். ஆனால் எளிதான வட்டி விகிதத்தில் (Simple Interest) முதலீடு செய்யும் போது நமது முதல், கூட்டு விகிதத்தில் (Arithmetic Progression) பெருகும். கூட்டு வட்டிவிகித முறையில்தான் நம்நாட்டின் மக்கள் தொகையும் பெருகிச் செல்வதாகச் சொல்லாம். கூட்டு வட்டிக்கான விதி பற்றிப் பார்ப்போம்.

தொகை = முதல் $\left(\frac{1 + \text{வட்டி வீதம்}}{100} \right)$ ஆண்டுகளின் எண்ணிக்கை

$$A = P \left(1 + \frac{r}{100} \right)^n$$

தொகை = முதல் $\times \left(\frac{100 + \text{வட்டி விசிகிம்}}{100} \right)$ ஆ.எ

$$= A = P \left(\frac{100 + r}{100} \right)$$

$$\text{தொ} = \text{மு} \left(\frac{100 + \text{வ. வீ.}}{100} \right)^{\text{எ}}$$

வளைகோட்டிற்கான விதியுடன் ஒட்டிப் பார்ப்போம்.

வளைகோட்டின் விதி

கூட்டு வட்டியின் விதி

தா. எ

$$\text{சா} = \text{தச}$$

எ

$$\text{தொ} = \text{மு} \left(\frac{100 + \text{வ. வீ}}{100} \right)$$

$$r = ab^x$$

$$A = P \left(\frac{100 + r}{100} \right)^n$$

இங்கு,
சா = தொ

த = மு

ச = வ.வீ. (வ)

$r = A = \text{Amount.}$

$a = P = \text{Principal}$

$$b = \left(\frac{100 + r}{100} \right)$$

Rate of Interest-

தா = ஆ.எ.

$x = n = \text{no of years}$

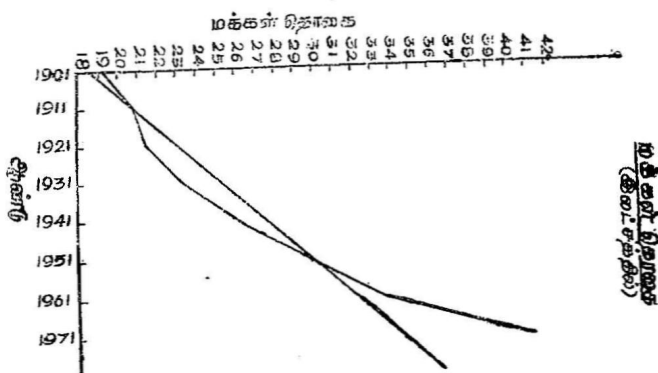
எனவே கூட்டுவட்டியில் முதலீடுசெய்து ஆண்டு தோறும் கிடைக்கும் மொத்தத் தொகையின் விவரங்கள் கொண்ட காலத் தொடர் வரிசைக்கோ அல்லது ஆண்டுதோறும் ஒரு நாட்டிலுள்ள மக்களின் எண்ணிக்கையை தரும் காலத்

தொடர் வரிசைக்கோ, நேர்கோட்டையோ அல்லது இருவிசை வளைக்கோட்டையோப் பொருத்துவதைக் காட்டிலும் மேலடுக்குக் கோட்டைப் பொருத்திப் பார்பதுதான் பொருத்தமாகும். பொருள்களை நீளவாக்கில் அடுக்கிச் செல்லுப் முறையை 'நீள அடுக்கு' என்றும் அல்லது சுருக்கமாக 'அடுக்கு' என்றும் குறிக்கலாம். ஆனால், இங்கு ஒன்றன் மேல் ஒன்று ஏறிச் செல்வதால், இந்த கோடுகளை 'மேலடுக்கு' (exponent) என்று கூறலாம். எனவேதான் இதற்கான கோடுகளை மேலடுக்குக் கோடு என்று குறிப்பிடலாம். எடுத்துக்காட்டாகத் தமிழ்நாட்டின் இத்த நூற்றாண்டில் 10 ஆண்டுகளுக்கொரு முறை கணித்துக் கிடைத்த மக்கள் தொகையைப் பற்றி கவனிப்போம்.

எடுத்துக் காட்டு 13.

தமிழ் நாட்டின் மக்கள் தொகை.

ஆண்டு	மக்கள் தொகை (இலட்சம்)
1901	193
1911	209
1921	216
1931	235
1941	263
1951	301
1961	338
1971	411



படம் 9.

மேலே கொடுத்துள்ள தொடருக்கு ஒரு நேர்கோட்டைப் பொருத்துதல் பொருத்தமன்று என்பது படத்தைப் பார்த்ததும் தெரிய வரும்.

ஆனால், காலத் தொடர் வரிசையில் உள்ள விவரங்களுக்கு நேரடியாக மேலடுக்குக் கோடுகளை குறைந்த வர்க்க (Least Square) முறை மூலம் பொருத்திப் பார்க்க இயலாது. என்றாலும் கொடுத்துள்ள விவரங்களுக்கான விசைகளுக்கு (logarithms) குறைந்த வர்க்க முறையைப் பொருத்திப் பார்க்கலாம். கொடுத்துள்ள அளவிற்கும் கணித்த அளவிற்குமான விசை எண்களின் வேறுபாட்டின் வர்க்கம், அந்த மூல எண்களின் வேறுபாட்டின் வர்க்கத்தைவிட மிகவும் சிறியதாக அமையும். மேலடுக்குக் கோட்டின் சமன்பாட்டிற்கு விசை எண்கள் காண வேண்டும்.

மேலடுக்குக் கோடு

தா

$$சா = தச$$

$$y = ab^x$$

இரு பக்கங்களிலும் உள்ள எண்களை விசை எண்கள் அடிப்படையில் மாற்றும்போது கீழ்க்கண்டவாறு மாறும்.

$$\text{வி}(சா) = \text{வி}(த) + (தா \sum \text{வி}(ச))$$

$$\log y = \log a + (x \times \log b)$$

ஊன்றிக் கவனிக்கவும். இப்போது கிடைத்துள்ள சமன்பாடு உண்மையில் ஒரு நேர்கோட்டிற்கான சமன்பாடுபோல் தோன்றுவது தெரியலாம். ஆனால் சமன்பாடு விசை அளவிற்கானது என்ற ஒன்றுதான் வேறுபாடு. எனவே, இங்கும் முன்போல் பொதுச் சமன்பாடுகள் காணலாம்.

சமன்பாடு:

$$\text{வி}(சா) = \text{வி}(த) + தா \times \text{வி}(ச) \quad \log y = \log a + x \log b$$

$$\begin{aligned} 1) \sum \text{வி}(சா) &= \sum \text{வி}(த) + \sum தா \sum \text{வி}(ச) \\ &= \sum \log y = \sum \log a + x \log b \end{aligned}$$

$$11) \sum தா \times வி(சா) = \sum தா \times வி(த) + \sum தா^2 \times வி(ச) \\ = \sum x \log y = \sum x \log a + \sum x^2 \log b$$

முன்போல் ஆரம்பக் காலத்தை மாற்றியமைக்கும்போது, சமன்பாடு மேலும் குறையும். ஏனெனில் $\sum தா = 0$

$$(1) \sum வி(சா) = \sum வி(த) = \sum \log y = \log a$$

$$(11) \sum தா \times வி(சா) = \sum தா^2 \times வி(ச) = \sum x \log y \sum x^2 \log b$$

இச்சமன்பாடுகளை மேலும் மாற்றி எழுதலாம்.

$$(1) \sum வி(சா) = எ வி(த) = \sum \log y = na$$

$$(11) \sum தா \sum வி(சா) = வி(ச) \sum தா^2 \sum x \log y = \log b \sum x^2$$

முன் கொடுத்துள்ள அடேத எடுத்துக் காட்டை மீண்டும் கவனிப்போம்
எடுத்துக் காட்டு 14.

ஆண்டு	தா	மக்கள் தொகை (சா)	வி(சா)	தா × வி(சா)	தா ²	கணித்த அளவு	
						வி(சா)	சா
1901	-3	198	2,285,557	-6,856,671	9	2,270,186	186.25
1911	-2	209	2,320,146	-4,640,292	4	2,310,442	204.85
1921	-1	216	2,334,454	-2,334,454	1	2,350,748	224.25
1931	0	235	2,371,068	—	0	2,391,054	246.05
1941	1	268	2,419,956	2,419,956	1	2,430,860	269.87
1951	2	301	2,478,566	4,957,132	4	2,470,666	295.60
1961	3	337	2,527,630	7,582,990	9	2,510,972	324.30
	0		16,787,377	1,126,560	28		

பலன்களைச் சமன்பாட்டில் அடைத்து அளவுகளைக் கண்டு பிடிப்போம்.

$$(n = 7) \text{ எ } = 7.$$

$$(1) \sum \text{வி}(\text{சா}) = \text{எ} \times (\text{த}) = 16.787877 = 7 \text{ வி}(\text{த})$$

$$(2) \sum \text{தா} \times \text{வி}(\text{சா}) = \text{வி}(\text{ச}) \sum \text{தா}^2 = 1.128560 \\ = \text{வி}(\text{ச}) 28.$$

$$(i) \therefore 7 \text{ வி}(\text{த}) = 16.787877 \\ \therefore \text{வி}(\text{த}) = \frac{16.787877}{7} = 2.391054.$$

$$(ii) 28 \times \text{வி}(\text{ச}) = 1.128560 \\ \therefore \text{வி}(\text{ச}) = \frac{1.128560}{28} = 0.040306.$$

$$\text{வி}(\text{த}) = 2.391054 (\log a)$$

$$\text{வி}(\text{ச}) = 0.040306 (\log b)$$

ஆகவே சமன்பாடு

$$\text{வி}(\text{சா}) = 2.391054 + 0.40306x \text{ தா}$$

$$(\log y = 2.391054 + 0.40306x)$$

ஆரம்பம் 1931. கால அளவு 1 பருவம். (இங்கு 1 பருவம் என்று குறிப்பிட்டது 10 ஆண்டு காலமாகும்.

ஆனால் 'த', 'ச' என்ற அளவுகளின் மூல அளவுகளைக் கண்டு பிடிப்பதற்கு இப்போது கண்டு பிடித்த விசை எண் களுக்கு ஏற்ற 'எதிர் விசை' எண்கள் (Antilogarithms) கண்டுபிடிக்க வேண்டும்.

$$\text{வி}(\text{த}) = 2.391154 (= \log a)$$

$$\therefore \text{த} = 245.1 (a)$$

$$\text{வி}(\text{ச}) = 0.040306 (\log b)$$

$$\therefore \text{ச} = 1.097 (b)$$

ஆகவே விசைச் சமன்பாடு

தா

$$\text{சா} = 246.1 \times (1.097); y = 246.1 \times (1.097)^x$$

இவ்விதிக்கிணங்க கணித்த அளவுகள் எடுத்துக்காட்டில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளதைப் பார்த்துத் தெரிந்து கொள்ளலாம்.

இங்கு 246.1 என்பது 7 வருடங்களுக்கான பெருக்கல் சராசரியாகும் (G.M.) மேலும் 9.7% பத்து வருடங்களுக்கான மக்கள் தொகையின் அதிகரிப்பு வேகமாகும்.

என்களுக்கான விசைகள் மூலம் கணிப்பதில் உள்ள பெரும்பயன் என்னவெனில், விவரங்களிடையே காணப்படும் பெரிய வேறுபாடுகள் விசை எடுப்பதினால் மிகக் குறைந்ததாய் தோன்றும். எனவே போக்குக் கோடும் மிகப் பொருத்தக் காணப்படும்.

ஈ. இருவிசைச் சமன்பாடும் விசை ஏற்றமும்

சரிபாதி விசையளவிலான வரை படத்தாளில் விவரங்களைக் குறியிட்டு வரைந்தபோது, முன்பு விளக்கிய விசைச் சமன்பாடு பொருந்துவதாக இருக்காது. அதிலும், குறிப்பாக கோடுகள் மேல் நோக்கியோ அல்லது கீழ்நோக்கியோ விரிந்து காணப்படும் இடங்களில் இத்தகைய பொருத்தமற்ற நிலை ஏற்படும். எனவே, இம்மாதிரி சூழ்நிலைகளில் நேர்கோட்டிற்குப் பதிலாக முன்பு இருவிசைக் கோடுகளைப் பொருத்தியது போல், இங்கும் விவரங்களின் விசைகளுக்கு இருவிசைக் கோடுகளைப் பொருத்தலாம். இதை இருமடி விசைக் கோடு எனலாம். இருமடி விசைச் சமன்பாடு கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

சாதாரண இருவிசை அல்லது இருமடிச் சமன்பாடு

$$சா = த + சதா + சீதா^2 \quad y = a + bx + cx^2$$

எனவே இருமடி விசைச் சமன்பாடு

$$வி(சா) = வி(த) + தா + வி(ச) + தா^2 + வி(சீ)$$

$$\log y = \log a + x \times \log b + x^2 \log c$$

மூன்று போதுச் சமன்பாடுகளும் கீழ்க்கண்டவாறு இருக்கும்.

- 1) $\sum வி(சா) = \sum வி(த) \times \sum தா \times வி(ச) + \sum தா^2 \times வி(சீ)$
- 2) $\sum தா \times வி(சா) = \sum தா \times வி(தா) + \sum தா^3 \times வி(ச) + \sum தா^4 \times வி(சீ)$
- 3) $\sum தா^3 \times வி(சா) = \sum தா^3 \times வி(த) + \sum தா^5 \times வி(சா) + \sum தா^6 \times வி(சீ)$

முன்பு போல் நடுவாண்டை தேர்ந்தெடுத்தால், கணிப்பி லாகும் நேரத்தையும் சிரமத்தையும் தவிற்கலாம். அப் போது 'த' விண் ஒற்றை விசைகளான தா, தா² என்ற விவரங் களின் கூட்டுத் தொகை '0' என்று மாறும். எனவே பொதுச் சமன்பாடுகள் மேலும் கீழ்க்கண்டவாறு மாறும்.

$$1.) \sum \text{வி}(\text{சா}) = \sum \text{வி}(\text{த}) + \sum \text{தா}^2 \times \text{வி}(\text{சீ})$$

$$2.) \sum \text{தா} \times \text{வி}(\text{சா}) = \sum \text{தா}^3 \times \text{வி}(\text{சீ})$$

$$3.) \sum \text{தா}^3 \times \text{வி}(\text{சா}) = \sum \text{தா}^5 \times \text{வி}(\text{த}) + \sum \text{தா}^4 \times \text{வி}(\text{சீ})$$

இரண்டாவது சமன்பாட்டிலிருந்து வி (ச)வின் மதிப்பை நேரடியாகக் கணிக்கலாம். 1,3 என்ற இரு நிலையான அளவு களின் மதிப்பைக் கணிக்கலாம். கணிப்பதற்கு முன்னால் தேவையான அளவுகள் ஒன்றையும் கணித்துக் கொள்ள வேண்டும். முன்னம் உள்ள எடுத்துக்காட்டை மீண்டும் கவனிப்போம்.

தா	சா	வி (சா)	தா × வி(சா)	தா ²	தா ³ × வி (சா)	தா ⁴
-3	19	2.28557	-6.856671	9	20.570018	81
-2	209	2.320148	-4.640292	4	9.180584	36
-1	216	2.334454	-2.334454	1	2.334454	1
0	236	23.71068	—	0	—	—
1	263	2.419956	2.419956	1	2.419956	81
2	301	2.478566	4.957132	4	9.914264	36
3	337	2.527630	7.532890	9	22.748670	1
மொத்தம்		16.737377	1.123561	28	67.267937	236

$$\sum \text{வி}(\text{சா}) = \sum \text{தா} \times \text{வி}(\text{சா}) = \sum \text{தா}^2 (\sum \text{தா}^2 \times \sum \text{தா})$$

$$(1) \sum \text{தா} \times \text{வி}(\text{சா}) = \sum \text{தா}^2 \times \text{வி}(\text{சா})$$

$$1.123561 = 28 \times \text{வி}(\text{சா})$$

$$\therefore \text{வி (ச)} = \frac{1 \ 128560}{28} = \underline{0.040306}$$

$$(2) \quad \sum \text{வி (சா)} = \sum \text{வி (த)} + \sum \text{தா}^2 \times \text{வி (ச)} \\ 16.737377 = 7 \text{ வி (த)} + 28 \text{ வி (ச)}$$

$$(3) \quad \sum \text{தா}^2 \times \text{வி (சா)} = \sum \text{தா}^2 \times \text{வி (த)} + \sum \text{தா}^3 \times \text{வி (ச)} \\ 67.267937 = 28 \times \text{வி (த)} + 236 \text{ வி (ச)}$$

$$7 \text{ வி (த)} + 28 \text{ வி (ச)} = 16.737377 \text{ ----- (1)}$$

$$28 \text{ வி (த)} + 236 \text{ வி (ச)} = 67.267937 \text{ ----- (2)}$$

$$(1 \times 28) - (2) \times 7 =$$

$$196 \text{ வி (த)} + 784 \text{ வி (ச)} = 16.737377 \times 28 = 468.645556$$

$$196 \text{ வி (த)} + 1652 \text{ வி (ச)} = 67.267937 \times 7 = 470.875559$$

$$\therefore -668 \text{ வி (ச)} = -2.229115$$

$$\text{வி (ச)} = \frac{2.229115}{668} = \underline{0.003337}$$

$$7 \text{ வி (த)} + 28 \times 0.003337 = 16.737377$$

$$7 \text{ வி (த)} + 0.0093436 = 16.737377$$

$$7 \text{ வி (த)} = 16.7373770 - 0.0093436 \\ = 16.7280334$$

$$\text{வி (த)} = \frac{16.7280334}{7}$$

$$= 2.389719.$$

$$\text{வி (த)} = 2.389719$$

$$\text{வி (ச)} = 0.040306$$

$$\text{வி (ச)} = 0.003377$$

சமன்பாடு :

$$\text{வி (சா)} = \text{வி (த)} + \text{தா} \times \text{வி (ச)} + \text{தா}^2 \times \text{வி (ச)} \\ \text{வி (சா)} = (2.389719) + \text{தா} \times 0.040306 + \text{தா}^2 \times 0.003377$$

$$\text{வி (த)} = 2.389719$$

$$\therefore \text{த} = 245.3$$

$$\text{வி (ச)} = 0.040306$$

$$\therefore c = 1.097$$

$$\text{வி} (சீ) = 0.003337$$

$$சீ = 0.02157$$

எனவே போக்கின் சமன்பாடு :

$$\text{வி} (சா) = \text{வி} (த) + தா \times \text{வி} (ச) + தா^2 \times \text{வி} (சீ)$$

$$= 2.889719 + 0.040306தா + 0.003337தா^2$$

$$சா = 245.3 + 1.097தா + 0.02157தா^2$$

$$(y = a + bx + cx^2)$$

கணித்த அளவு:

$$\text{வி} (ச) = 0.040306$$

$$\text{வி} (சீ) = 0.003337$$

$$[\text{வி} (சா) = \text{வி} (த) + தா \times \text{வி} (ச) + தா^2 \times \text{வி} (சீ)]$$

தா	வி (த)	தா $\times$ வி (ச)	தா ² $\times$ வி (சீ)	வி (சா)	சா
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
-3	2.889719	-0.120918	0.030033	2.298834	199.0
-2	2.889719	-0.080612	0.013348	2.322455	210.2
-1	2.889719	-0.040306	0.003337	2.352750	225.3
0	2.889719	—	—	2.889719	245.3
1	2.889719	0.040306	0.003337	2.483862	271.2
2	2.889719	0.080612	0.013348	2.483679	304.6
3	2.889719	0.120918	0.030033	2.540679	347.3

விதியின் உதவி கொண்டு கணித்த அளவுகள் கொடுத்திருப்பதைக் கவனிக்கவும்.

$$(3) = (1) \times 0.040306$$

$$(4) = (1)^2 \times 0.003337$$

$$(5) = (2) + (3) + (4)$$

உ. ஈற்றணுகுக் கோடு அல்லது உச்ச வளர்ச்சிக் கோடு (Asymptotic Growth Curve)

முன்னம் நாம் ஆராய்ந்து நேர்கோட்டின் விதியான

$$சா = த + சதா$$

திரிபின் மதிப்பில் ஒரு நிலையான குறிப்பிட்ட அளவு உயர்வையோ அல்லது குறைவையோ விளக்குவதாக அமையும். ஆனால், மேலடுக்குக் கோடோ அல்லது அவற்றிற்கான

$சா = த சதா$ என்ற விதியோ ஒரு குறிப்பிட்ட விகித அளவு (Ratio) வேறுபாட்டை விளக்குவதாக அமையும். இதை வேறுவிதமாகக் கூறினால், வேறுபாட்டின் அளவிலே காணப்படும் ஒரு குறிப்பிட்ட விகித அளவு வேறுபாட்டை விளக்கும்.

‘ச’ என்ற நிலையான அளவின் மதிப்பு (1)க்கு அதிகமாக இருக்குமானால் ‘சா’வின் மதிப்பு கொண்ட காலத் தொடர் வரிசை உயர்ந்து மேல் நோக்கிச் செல்வதாக இருக்கும் அத்துடன் அவற்றில் காணப்படும் வேறுபாடும் ஒரு குறிப்பிட்ட சதவீத அளவில் உயர்ந்து செல்வதாகவும் இருக்கும். ஆனால் ‘ச’வின் மதிப்பு (1)க்குக் குறைவாக இருக்குமானால், வரிசையில் உள்ள ‘சா’வின் மதிப்பு குறைந்து செல்லும் குணமுடையதாய் இருப்பதோடு அதில் காணப்படும் வேறுபாடும் ஒரு குறிப்பிட்ட சதவீத அளவில் குறைந்து செல்வதாகவும் இருக்கும்.

ஆனால் காலத்தொடர் வரிசை/நீண்டு கொண்டே சென்றால் வரிசைகளில் காணப்படும் ‘சா’வின் மதிப்பு ஒரு குறிப்பிட்ட அளவு உயர்வு தாழ்வையோ அல்லது குறிப்பிட்ட விகித அளவு வேறுபாட்டையோ கொண்டதாக இருக்கா என்றே கூறலாம். உயர்ந்து செல்லும் காலத் தொடர் வரிசை உயர்ந்து கொண்டே செல்வதாக இருந்தபோதிலும், ஒரே வேக வீதத்திலோ (Rate) அல்லது ஒரே வேக விகிதத்திலோ (Ratio) உயர்ந்து செல்வதாக இருக்காது. உயர்வின் வேகம் குறைந்து செல்லலாம். உயர்ந்து செல்லும் வரிசை தளர்ச்சியுடன் உயருவதாக இருக்கலாம். இதே போன்று இறங்கிச் செல்லும் வரிசையும் இறங்கும் வேகத்தின் அளவிலோ அல்லது விகித அளவிலோ வேறுபடலாம். இவ்விருவகை வரிசைகளில், உயர்ந்து செல்லும் வரிசையையே நாம் ஈண்டு கவனிப்போம்.

இவ்வாறு உயர்ந்து செல்லும் வரிசையின் உயர்வின் அல்லது வளர்ச்சியின் வேகம் குறைவதால் 'சா'வின் மதிப்பு ஓர் உச்ச அளவை எட்டும். என்று தோன்றலாம். ஆனால், ஓர் உச்ச அளவை நாளடைவில் எட்டுவது போல் தோன்றுமே யொழிய உச்ச அளவை தொட்டுவிடாது என்று கூறலாம்.

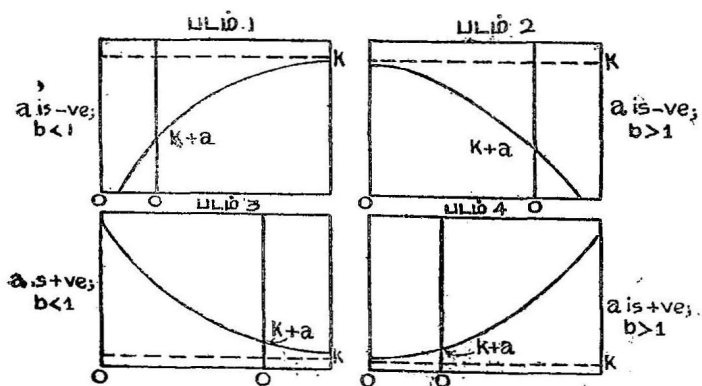
இத்தகைய வரிசைகளுக்கு நாம் இதுவரைக் கவனித்த நேர் கோடுகளையோ, அல்லது இருவிசைக் கோடுகளையோ அல்லது மேலடுக்குக் கோடுகளையோ பொருத்திப் பார்ப்பது பொருத்தமுடையதாகத்தோன்று. இத்தகைய வரிசைகளுக்குக் கீழே கொடுத்துள்ள மூன்று கோடுகளில் ஏதாவது ஒன்றைப் பொருத்திப் பார்க்கலாம்.

- 1) மாறுபடு மேலடுக்குக் கோடு (Modified Exponential curve)
- 2) காம்பர்ட் கோடு (Gompertz curve)
- 3) இலகுக் கோடு (Logistic curve)

ஊ. மாறுபடு மேலடுக்குக் கோடு (Modified Exponential Curve)

இத்தகையக் கோடுகள், காலத்தொடர் வரிசைகளின் திரிபுகளின் மதிப்பில் காணப்படும் வளர்ச்சியின் அளவில் அல்லது உயர்வின் வேகத்தில் ஒரு குறிப்பிட்ட அளவு அல்லது ஒரு குறிப்பிட்ட சதவிகித அளவு (Percentage) தளர்ச்சியைக் (Decrease) காண்பிப்பதாக இருக்கும். மேலும், வளர்ச்சி இவ்வாறு தளர்ந்து மேல் ஏறும்போது வளர்ச்சி ஓர் உச்ச எல்லையை நோக்கிச் செல்வதுபோல் அமையும். அல்லது உச்ச எல்லையைத் தொடுவதுபோல் தோன்றும்; ஆனால் உச்ச எல்லையைத் தொடாமல் நீண்டு கொண்டே செல்லும். இத்தகைய எல்லையை உச்ச எல்லை (Asymptotic) என்று அழைப்பார்கள். இவ்வாறு கோடுகள் மேல் நோக்கிச் செல்லும்போது மேல் உச்ச எல்லையை நோக்கிச் செல்வதுபோன்றும், கீழறிங்கிச் செல்லும்போது ஒரு கீழ் உச்ச எல்லை அளவை நோக்கிச் செல்வதுபோலும் தோன்றும். ஆனால் 'உச்சம்' என்பது உயர்வு என்ற பொருளைத் தருவதால் இத்தகைய கோடுகளை வரம்புக் கோடுகள் என்று வழங்கினும் பொருந்தும். மேல் உச்ச எல்லை (Upper Asymptote) கீழ் உச்ச எல்லை (Lower Asymptote) என்ற இரு உச்ச எல்லைகள் இருந்தபோதி

லும் நாம் இங்கு ஆய்விற்காக மேல் உச்ச எல்லையை நோக்கிச் செல்லும் கோடுகளை மாத்திரம் எடுத்துக் கொள்வோம்.



படம் 10.

(1) $t = a$ (-) எதிர் அளவுடையது

$t = a$ (-) எதிர் அளவுடையது

(2) $s = b$ '1'க்கு குறைவு
 $s_a = 1 + t s^b$

$s = b$ '1'க்கு மேல்
 $Y = K + abx$

முதல் படத்தில் 'ச'வின் மதிப்பு ஒன்றிற்கு குறைவாக இருப்பதால் 'தா'வின் மதிப்பு ஏறும்போதும் 'சா'வின் மதிப்பு உச்ச எல்லையை (உ) நெருங்கிச் செல்லும். இரண்டாவது படத்தில் 'தா'வின் மதிப்புக் குறையும் போதும் 'சா'வின் மதிப்பு மேல் உச்ச எல்லையை நெருங்கும் ஏனெனில் 'ச'வின் மதிப்பு ஒன்றிற்கு அதிகமாக இருக்கிறது. இத்தகைய கோடுகளின் விதி

$$s_a = 1 + t s^b = Y = K + abx$$

இங்கு $1 = K$ என்று கொடுத்திருப்பது மேல் உச்ச அளவை (Upper Asymptote) குறிப்பதாகும். மேலே கொடுத்துள்ள படங்களைப் பார்த்தால் நன்கு விளங்கும்.

இம்மாதிரியான கோடுகள் ஒன்றிற்கொன்று சம தூரத்தில் உள்ள மூன்று புள்ளிகள் அல்லது காலத் தொடர் வரிசையில் உள்ள மூன்று காலங்கள் வழியாகச் செல்வதாக இருக்கும்.

எனவே இம்மூன்று புள்ளிகளை அல்லது மூன்று காலங்களை ஏதோ ஒரு அடிப்படையில் தேர்ந்தெடுத்துக் கோட்டைப் பொருத்திப் பார்க்கலாம். அல்லது காலத் தொடர் வரிசையை மூன்று பாகங்களாகப் பிரித்து, பின்னர் அப்பாகங்களின் மொத்த மதிப்பு அல்லது அப்பாகங்களின் சராசரி மதிப்பு இவ்விரண்டில் ஏதாவது ஒரு அளவைக் குறிக்கும் மூன்று புள்ளிகள் வழியாகச் செல்லும்படியும் பொருத்திப் பார்க்கலாம்.

காலத் தொடர் வரிசையில் உள்ள காலங்கள் சரியாக மூன்று கொண்டு வகுக்கப்படாதிருந்தால், அதற்குத் தகுந்த வாறு மாற்றங்கள் செய்து பொருத்திப் பார்க்கலாம். ஓர் எடுத்துக்காட்டு மூலமாக இத்தகைய கோட்டைப் பொருத்திப் பார்ப்போம்.

எ.கா. 15

தா (1)	சா (2)	பகுதியின் மொத்த மதிப்பு (3)	வேறு பாடு (4)	சதவீத வேறுபாடு (5)
0	120	120 + 200 =	200 - 120 =	
1	200	320	80	
2	240	240 + 260 =	240 - 200 =	40
		500	40	$\frac{40}{80} \times 100 = 50$
3	260		260 - 240 =	20
			20	$\frac{20}{40} \times 100 = 50$
4	270	270 + 275 =	270 - 260 =	10
		545	10	$\frac{10}{20} \times 100 = 50$
5	275		275 - 270 =	5
			5	$\frac{5}{10} \times 100 = 50$

எடுத்துக்காட்டில் முதல் கட்டம் காலத்தை விளக்கும். இரண்டாவது கட்டத்தில் ஒவ்வொரு காலத்திற்கும் கொடுத்துள்ள விவரங்களின் மதிப்பைப் பார்க்கும்போது, இது ஓர் ஏறுவரிசைத் தொடர் என்பது விளங்கும். இத்தொடரில் மொத்தம் '6' காலங்கள் இருப்பதால் ஒவ்வொன்றும் '2' காலங்கள் கொண்ட மூன்று பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளன. ஒவ்வொரு பகுதியின் மொத்தப் மதிப்பு '3'வது கட்டத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. நான்காவது கட்டத்தில் ஒரு

ஆண்டிற்கும் அதன் முன் உள்ள ஆண்டிற்கும் மதிப்புகளிடையே உள்ள வேறுபாடு கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. இந்த நான்காவது கட்டத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள வேறுபாட்டின் மதிப்பையே ஓர் வரிசையாகக் கருதலாம். இந்த வேறுபாட்டு வரிசையைப் பார்த்தால், இது இறங்கு வரிசை எனத் தோன்றும். இரண்டாவது, நான்காவது கட்டங்களில் உள்ள விவரங்களைப் பார்க்கும்போது, கொடுத்துள்ள தொடர் ஓர் வளர்ச்சித் தொடர் என்பதும், அதே சமயம் வளர்ச்சியின் அளவு காலம் செல்லச் செல்லக் குறைந்து கொண்டே செல்வதும் தெரிகின்றது. மேலும் ஊன்றிக் கவனித்தால் ஓர் உண்மையும் விளங்கும். நான்காவது கட்டத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு ஆண்டின் வேறுபாடு, அதன் முன் ஆண்டின் வேறுபாட்டில் பாதியளவாகவே இருப்பது தெரியவரும். இதையே '5'வது கட்டத்தில் சதவிகிதத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. ஐந்தாவது கட்டத்திலிருந்து மேலும் தெரியவரும் உண்மை என்னவெனில், நான்காவது கட்டத்தில் காட்டியதுபோல் ஆண்டிற்காண்டு காணப்படும் வேகத்தின் தளர்ச்சியின் மதிப்பு வேறுபட்டபோதிலும் வேகத்தின் வீதம் அல்லது வேகத்தின் விகிதம் எல்லா ஆண்டுகளிலும் ஒன்றுபோலிருப்பது தெரியவரும்.

இதை வேறுவிதமாகவும் விளக்கலாம். நான்காவது கட்டத்தில் கொடுத்திருப்பது கொடுத்துள்ள மூல விவரங்களின் (Original data) வேறுபாடாகும். ஆனால் ஐந்தாவது கட்டத்தில் கொடுத்திருப்பது வேறுபாட்டின் வேறுபாடு. ஆனால் இந்த இரண்டாவது வேறுபாடு மூல அளவில் இல்லாமல் சதவீத அளவில்தான் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது என்பதை நினைவில் வைத்துக் கொள்ள வேண்டும். இரண்டாவது ஐந்தாவது கட்டங்களிலிருந்து, இத்தொடர் தளர்ந்து உயரும் தொடர் வரிசை என்பது தெரியவரும்.

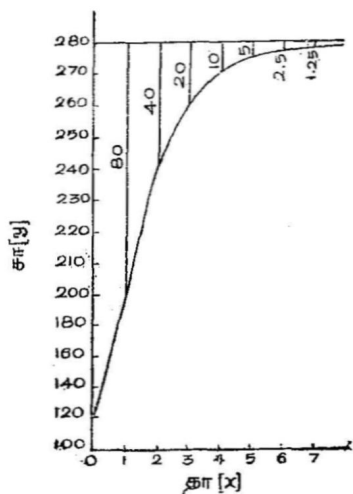
பொதுவாக வேறுபாட்டை ஒரு சிறு முக்கோணத்தின் உருவில் (Δ) குறிப்பிடுவது மரபு. எனவே '5'வது கட்டத்தில் கொடுத்துள்ள விவரங்களைக் கீழ்க்கண்டவாறும் எழுதலாம்.

$$\frac{40}{20} = \frac{20}{40} = \frac{10}{20} = \frac{5}{10} = 0.5$$

$$\frac{\Delta_2}{\Delta_1} = \frac{\Delta_3}{\Delta_2} = \frac{\Delta_4}{\Delta_3} = \frac{\Delta_5}{\Delta_4} = 0.5$$

Δ_1	=	வேறுபாடுகளின் முதல் வேறுபாடு
Δ	=	„ „ 2'வது „
Δ_{11}	=	„ „ 3'வது „
Δ_4	=	„ „ 4'வது „
Δ_5	=	„ „ 5'வது „

எடுத்துக்காட்டு 19



படம் 11

படத்தின் மேல் பாகத்தில் சிறு சிறு விடு கோடுகளால் அமைந்துள்ள பெரிய கோடே இங்குள்ள மேல் உச்ச அளவு கோடாகும். (upper asymptote)

படத்தை மீண்டும் கவனமாய்ப் பார்க்கவும். போக்குக் கோட்டை மேலும் நீட்டிக் கொண்டே சென்றால், போக்குக் கோடு உச்ச அளவுகோட்டை எட்டிவிடுமோ என்று எண்ணத் தோன்றும். என்றாலும் எட்டாது. நமது எடுத்துக்காட்டில் மேல் உச்ச அளவு 280 ஆக அமையுக். இது எவ்வாறு வந்துள்ளது என்பதைக் கவனிப்போம்.

ஆண்டு	வேறுபாடு	கொடுத்துள்ள மதிப்பு
0	—	120
1	80	200
2	40	240
3	20	260
4	10	270
5	5	275
6	2.5	277.5
7	1.25	278.75
8	0.625	279.375
9	0.3125	279.6875
10	0.15625	279.84375
11	0.078125	279.921875
12	0.0390625	279.9609375

காலத்தொடர் வரிசையை நீட்டிக் கொண்டே செல்லும் போது வேறுபாட்டின் விகித அளவை வைத்து ஒவ்வொரு ஆண்டிற்கும் உள்ளமதிப்பை மேற்காட்டிலிருப்பதுபோல் கணிக்கலாம். இவ்வாறு கணிக்கும்போது கடைசி ஆண்டின் மதிப்பு 279க்கு அதிகமாகவும் ஆனால் 280 —க்கு குறைவாகவும் இருப்பது தெரியவரும். ஆகவே காலத்தொடர் வரிசையின் மதிப்பு '280' ஐ நெருங்கிக்கொண்டே செல்வது தெரியவரும். எனவே 280 ஐ மேல் உச்ச அளவாக எடுத்துக்கொள்ளலாம்.

நமது மேல் உச்ச அளவு '280' என்றிருக்கும்போது, நமது சமன்பாட்டில் உள்ள 'த' என்ற நிலையான எண்ணின் மதிப்பு $120 - 280 = -160$ என்பது தெரியவரும். தொடர்வரிசையில் '0' ஆண்டிற்கான மதிப்பிலிருந்து மேல் உச்ச அளவைக் கழித்தால் கிடைக்கும் அளவே இந்த 'த' என்ற அளவாகும் என்பது கீழே கொடுத்துள்ளதிலிருந்து தெரியவரும்.

சமன்பாடு

சா = உ + தசதா

இந்த சமன்பாட்டில் 'தா' என்ற அளவிற்கு '0' ஆண்டிற்கான விவரங்களை அடைத்தால் சமன்பாடு கீழ்க்கண்டவாறு மாறும்.

$$\begin{aligned}
 120 &= 280 + த \times ச \\
 \therefore 120 &= 280 + த \times 1 \\
 \therefore த &= 120 - 280 \\
 &= -160.
 \end{aligned}$$

சமன்பாட்டில் உள்ள இரண்டவாறு நிலையான அளவான 'ச' வின் மதிப்பைப் பின் கண்டவாறு கணிக்கலாம்.

$$சா = ௨ + தசதா$$

இதில் 'தா' என்ற அளவிற்கு 1ம் ஆண்டிகான விவரங் களை அடைத்துப் பார்ப்போம்.

$$200 = 280 - 160 ச'$$

$$160 ச' = 280 - 200 = 80$$

$$ச' = \frac{80}{160} = 0.5$$

மேலும் இந்த 'ச' வின் மதிப்பு அடுத்தடுத்த இருவேறுபாடு களுக்கிடையே உள்ள விகிதத்தைக் காண்பிக்கும் (0.5). இதைக் கணிப்பு முறையிலும் மேலே காட்டியுள்ளது போலும் காணலாம்.

படத்தில் வளைகோட்டிற்கும் உச்ச அளவிற்கும் இடையே உள்ள இடைவெளிதூரத்தை ஒவ்வொரு ஆண்டிற்கும் அளந்து கணிக்கலாம். அடுத்தடுத்த இரண்டு ஆண்டுகளின் மதிப்பு களிடையேயுள்ள வேறுபாட்டையே இந்ததூரம் வெளிப் படுத்தும். இதைக் கணிப்பு முறையிலும் காணலாம். இங்கு வேறுபாட்டு விகிதம் 0.5 என்பது தெரிந்ததே. இங்கு '0' ஆண்டின் மதிப்பிற்கும் உச்ச அளவிற்கும் உள்ள தூரம் (-160)

தா	ச × (௨ - சா)	(௨. சா)
0	—	— 160 = — 160 × (0.5) ⁰
1	0.5 × — 160 =	— 80 = — 160 × (0.5) ¹
2	0.5 × — 160 =	— 40 = — 160 × (0.5) ²
3	0.5 × — 40 =	— 20 = — 160 × (0.5) ³
4	0.5 × — 20 =	— 10 = — 160 × (0.5) ⁴
5	0.5 × — 10 =	— 5 = — 160 × (0.5) ⁵

இந்த அளவுகள் உண்மையில் உச்ச அளவிற்கும் காலத் தொடர் வரிசையில் ஒவ்வொரு ஆண்டிற்கான மதிப்பின் வேறு பாடு ஆகும். இது உண்மையில் (தசதா) என்பதற்குச் சம மாகும். உச்ச அளவிலிருந்து ஒவ்வொரு ஆண்டிற்குரிய வேறுபாட்டைக் கழித்தால், கால வரிசையின் ஒவ்வொரு ஆண்டின் மதிப்புக் கிடைக்கும்.

தா	உ + தசதா	=	சா
0	$280 - 160 \times (0.5)^0$	=	120
1	$280 - 160 \times (0.5)^1$	=	200
2	$280 - 160 \times (0.5)^2$	=	240
3	$280 - 160 \times (0.5)^3$	=	260
4	$280 - 160 \times (0.5)^4$	=	270
5	$280 - 160 \times (0.5)^5$	=	275

இனி சமன்பாட்டு விதியை இதிலிருந்து பாரப்போம்.

$$சா = உ + தசதா$$

இதில் 'த' வின் மதிப்பு (—) எதிராக இருப்பதால் விதி சற்று மாறும் சா = உ — தசதா. மேலும் 'த' வின் மதிப்பு எதிராக இருப்பதால் வளர்ச்சியின் வேகம் தளர்ந்து கொண்டே செல்லுகிறது என்பதும் தெரியவரும்.

கணிப்பு முறை :

நமது சமன்பாட்டில்

தா

சா = உ + தச; உ, த, ச என்ற மூன்று நிலையான அளவுகள் உள்ளன. இந்த மூன்று நிலையான அளவுகளின் மதிப்புத் தெரிந்தால் சமன்பாட்டை அல்லது போக்குக் கோட்டிற்கான விதியை அறுதியிடலாம். இந்த மூன்று நிலையான அளவுகளின் மதிப்பை அறுதியிட, மூன்று பொதுச் சமன்பாடுகள் தேவைப்படுகின்றன. நமக்கு மூன்று சமன்பாடுகள் தேவைப்படுவதால், கொடுத்துள்ள காலத் தொடர் வரிசையை மூன்று சம பாகங்களாக அல்லது சம ஆண்டுகள் கொண்ட பிரிவுகளாகப் பிரிக்க வேண்டும். இதனால்தான் நமது எடுத்துக் காட்டிலும் காலத் தொடர் வரிசையை மூன்று சமபாகங்களாக பிரித்துக் காட்டினோம்.

பின்னர், ஒவ்வொரு பிரிவிலும் உள்ள தொடர் வரிசையின் விவரங்களைக் கூட்டிப் பிரிவின் மொத்த மதிப்பை (Partial Total) எடுத்துக்காட்டில் மூன்றாவது கட்டத்தில் கொடுத்துள்ளது போல் கணிக்க வேண்டும். இப்போது ஒவ்வொரு பிரிவிற்கும் கிடைத்த மொத்தத்தை கீழ்க்கண்டவாறு குறிப்பிடலாம்:—

$$\begin{aligned} \sum_1 y &= \sum_1 சா \\ \sum_2 y &= \sum_2 சா \\ \sum_3 y &= \sum_3 சா \end{aligned}$$

இங்கு 1, 2, 3 என்று குறிப்பிட்டிருப்பது பிரிவைச் சுட்டிக் காட்டும் எண்களே. மேலும் ஒவ்வொரு பிரிவின் மதிப்பைக் கீழ்க்கண்டவாறு அழைக்கலாம்.

- Σ_1 சா: மூன்றில், முதலின் மொத்த மதிப்பு
 Σ_2 சா: மூன்றில், இரண்டின் மொத்த மதிப்பு
 Σ_3 சா: மூன்றில், மூன்றாவதின் மொத்த மதிப்பு.

நமது எடுத்துக்காட்டில் அவைகளின் மதிப்பு:—

$$\begin{aligned}\Sigma_1 \text{ சா} &= 320. \\ \Sigma_2 \text{ சா} &= 500. \\ \Sigma_3 \text{ சா} &= 525\end{aligned}$$

பின்னர், இங்குள்ள ஒவ்வொரு பிரிவின் மொத்த மதிப்பை விதிமுறைக்கிணங்கப் பிரித்து எழுதலாம்.

$$\begin{aligned}1) \quad 320 &= \frac{(2 + 3^0)}{120} + \frac{(2 + 3^1)}{200} \\ 2) \quad 500 &= \frac{(2 + 3^2)}{240} + \frac{(2 + 3^3)}{260} \\ 3) \quad 525 &= \frac{(2 + 3^4)}{270} + \frac{(2 + 3^5)}{275}\end{aligned}$$

இச்சமன்பாடுகளை மேலும் மாற்றியமைக்கலாம்.

$$\begin{aligned}1) \quad 320 &= 2 \times \frac{2 + 3^0}{120} + \frac{2 + 3^1}{200} = 2 \times \frac{2 + 3^0}{120} + \frac{2 + 3^1}{200} \\ 2) \quad 500 &= 2 \times \frac{2 + 3^2}{240} + \frac{2 + 3^3}{260} \\ 3) \quad 525 &= 2 \times \frac{2 + 3^4}{270} + \frac{2 + 3^5}{275}\end{aligned}$$

முதல் சமன்பாட்டை இரண்டாவது சமன்பாட்டில் இருந்து கழித்தால் 'ச'வின் மதிப்புக் கிடைக்கும்.

$$\begin{aligned}(2-1) &= \frac{(2 \times \frac{2 + 3^2}{240} + \frac{2 + 3^3}{260}) - (2 \times \frac{2 + 3^0}{120} + \frac{2 + 3^1}{200})}{\frac{2 + 3^2}{240} - \frac{2 + 3^0}{120}} \\ 500-320 &= \frac{2 \times (\frac{2 + 3^2}{240} - \frac{2 + 3^0}{120})}{\frac{2 + 3^2}{240} - \frac{2 + 3^0}{120}} \\ 180 &= \frac{2 \times (\frac{2 + 3^2}{240} - \frac{2 + 3^0}{120})}{\frac{2 + 3^2}{240} - \frac{2 + 3^0}{120}}\end{aligned}$$

இரண்டாவது சமன்பாட்டை மூன்றாவது சமன்பாட்டிலிருந்து கழிக்கவும்.

$$\begin{aligned}(3-2) &= (2உ+தச^4+தச^5)-(2உ+தச^3+தச^3) \\ &= தச^4+தச^5-தச^3-தச^3 \\ &= தச^3 \times (ச^2+ச^3-1-ச).\end{aligned}$$

$$545-500 = தச^3 \times (ச^3+ச^2-ச-1)$$

$$\text{அல்லது } 45 = தச^3 \times (ச^3+ச^2-ச-1).$$

$$\text{சமன்பாடு 'அ' } = த(ச^3+ச^2-ச-1) = 180$$

$$\text{சமன்பாடு 'ஆ' } = தச^3(ச^3+ச^2-ச-1) = 45$$

சமன்பாடு 'ஆ' வை சமன்பாடு 'அ' கொண்டு வகுத்தால் ச³ கிடைக்கும்.

$$\frac{\text{அ}}{\text{ஆ}} = ச^3 = \frac{45}{180} = \frac{1}{4} = 0.25.$$

$$\therefore ச = \sqrt[3]{0.25} = 0.6$$

இனிமேல் 'ச' என்ற அளவின் மதிப்பை 'அ' அல்லது 'ஆ' சமன்பாட்டில் அடைத்தால் 'த'வின் மதிப்பு கிடைக்கும்.

$$\begin{aligned}\text{'அ' } &= த(ச^3+ச^2-ச-1) = 180 \\ &= த(0.6^3+0.6^2-0.6-1) = 180. \\ &= த(0.125+0.250-0.500-1) = 180. \\ &= த(0.375-1.500) = 180. \\ &= த \times (-1.125) = 180. \\ &= த \frac{180}{-1.125} = -160.\end{aligned}$$

இனி மீதியுள்ள 'உ' அளவை இலகுவில் கணிக்கலாம். முதல் சமன்பாடு

$$= 2உ+த+தச = 820$$

$$\therefore 2உ = 820-த-தச.$$

$$= 820+160-160 \times (0.6)$$

$$= 320 + 160 + 80.$$

$$= 560$$

$$\therefore \underline{உ} = \frac{560}{2} = 280.$$

மூன்று நிலையான அளவுகளுக்கும் இப்போது கணித்த மதிப்பும், முன்பு கணித்த அளவும் சமமாக இருப்பது தெரிய வரும். இச்சமன்பாடு குறைந்த வர்க்க விதிக்கிணங்க அமைக்கப்படவில்லை. மாறாக, கணித்துக் கிடைத்த அளவுகள் முறையே காலத் தொடர் வரிசையில் உள்ள மூன்று பிரிவுகளின் மொத்த அளவிற்குச் சமம் ஆகும் அளவில்தான் பொருத்தப்பட்டுள்ளது. இங்கு காலத் தொடர் வரிசையில் கொடுத்துள்ள விவரங்களும் விதியின் சமன்பாட்டு மூலம் கணித்துக் கிடைத்த விவரங்களும் ஒன்று போலிருப்பதால் வரைபடக்கோடு எல்லா இடங்கள் வழியாகச் செல்லுவதைக் காணலாம். என்றாலும் இதற்கான விதிகளைக் கீழ்க்கண்டவாறு எழுதலாம்.

$$(1) \quad சஎ = \frac{\sum_2 சஎ - \sum_1 சஎ}{\sum_2 சஎ - \sum_1 சஎ}$$

$$b^n = \frac{\sum_2 y - \sum_1 y}{\sum_2 y - \sum_1 y}$$

$$(2) \quad த = \left[(\sum_2 சஎ - \sum_1 சஎ) \right] \times \frac{(ச-1)}{(சஎ-1)^2}$$

$$a = (\sum_2 y - \sum_1 y) \times \frac{(b-1)}{(b^n-1)^2}$$

$$(3) \quad \underline{உ} = \frac{1}{எ} \left\{ \sum_1 சஎ - \left[\frac{(சஎ-1)}{(ச-1)} \right] த \right\}$$

$$b = \frac{1}{n} \left[\sum_1 y - \left(\frac{b^n-1}{b-1} \right) a \right]$$

எ = n = காலத்தொடர் வரிசைகளில் ஒவ்வொரு பிரிவில் உள்ள காலங்களின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கும்.

‘த’, ‘ச’ என்ற இரு அளவுகளை மேலே கொடுத்த ‘உ’ விற்கான விதியில் அடைத்தால் ‘உ’ விற்கான விதி கீழ்க்கண்டவாறு மாறும்.

$$u = \frac{1}{n} \left\{ \frac{(\sum_1 x)(\sum_3 x) - (\sum_2 x)^2}{\sum_1 x + \sum_3 x - 2 \sum_2 x} \right\}$$

$$k = \frac{1}{n} \left[\frac{\sum_1 y \sum_3 y - (\sum_2 y)^2}{\sum_1 y + \sum_3 y - 2 \sum_2 y} \right]$$

மேலே கொடுத்துள்ள விதியினால் ஏற்படும் நன்மை என்ன வெனில், 'த', 'ச' என்ற இரு அளவுகளின் மதிப்பைக் கணிக்காமலே, முப்பிரிவுகளின் மொத்த மதிப்பிலிருந்தே 'k' மதிப்பைக் கணிக்கலாம்.

$$\begin{aligned} u = k &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{320 \times 545 - (500 \times 500)}{320 + 545 - 2 \times 500} \right\} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{174400 - 250000}{865 - 1000} \right\} \\ &= \frac{1}{2} \times \left\{ \frac{-75600}{-135} \right\} \\ &= \frac{75600}{135 \times 2} \\ &= \frac{75600}{270} = 280. \end{aligned}$$

எ. காம்பர்ட்டிஸ் கோடு (Comperitz Curve)

மாறுபாடு மேலடுக்குக் கோட்டை காலத் தொடர் வரிசையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்களின் மூல அளவுகளுக்குப் பொருத்திப் பார்த்தோம். மேலும், திரிபுகளின் மதிப்பில் காணப்படும் வளர்ச்சியின் வேகத்தில் ஒரு குறிப்பிட்ட அளவு அல்லது ஒரு குறிப்பிட்ட சதவிகித அளவு தளர்ச்சி இருக்கும் போது, தொடர் வரிசையின் மூல மதிப்புகளுக்கு மாறுபாடு மேலடுக்குக் கோட்டைப் பொருத்தலாம் என்று கண்டோம்.

ஆனால், இப்போது ஆராய்வதற்காக எடுத்துக் கொண்ட கோட்டை, தொடர் வரிசையில் உள்ள மூல மதிப்பு அல்லது மூல விவரங்களுக்குப் பொருத்திப்பார்ப்பதற்குப் பதிலாக, அம் மூல விவரங்களின் வரிசை அளவிற்குப் (Logarithms) பொருத்திப் பார்க்கப்படும். அதிலும் குறிப்பாகத் தொடர் வரிசையின் மதிப்புகளின் வரிசையளவுகள் ஒரு குறிப்பிட்ட அளவு சதவீதத்தில் குறைந்து செல்லும்போது, இத்தகையக் கோடுகளைப் பொருத்தி பார்க்கலாம். எனவே, தொடர் வரிசையின் மதிப்பு

குறைந்த விகித உயர்வில் ஒரு வளர்வதைக் காண்பிக்குமே யொழிய, உயர்வின் விகிதம் ஒரு குறிப்பிட்ட அளவு சதவீதத்திலோ அல்லது ஒரு குறிப்பிட்ட அளவு வீதத்திலோ குறைந்து செல்வதாக அமையாது என்பதையும் நன்கு உணர வேண்டும். கார்பர்ஸ் கோட்டிற்கான சமன்பாடு கீழ்க் கண்டவாறு அமையும்.

$$சா = உத^{சதா} \quad y = ka^{bx}$$

இக்கோட்டை விசை அளவுகளுக்கேப் பொருத்திப் பார்க்க வேண்டுமென்று கூறினோம். ஆகவே, இச்சமன்பாட்டிற்கு விசை அளவை நோக்கும்போது அது மேலும் மாறுவதைக் காணலாம்.

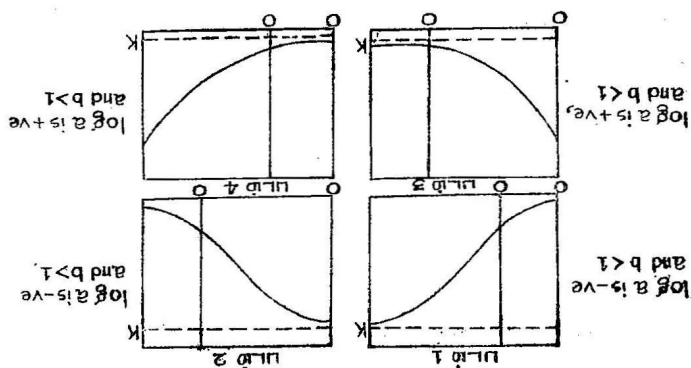
$$சா = உத^{சதா} \quad y = k^{abx}$$

$$வி(சா) = வி(உ) + வி(த) சதா$$

$$\log y = \log k + \log(a) \times bx$$

கீழே கொடுத்துள்ள இரு பங் களைக் கவனிப்போம் :

வித) எதிரளவானதும் (—) வி(த) எதிரளவானதும் (—)
 'ச' '1' க்கு குறைவான 'ச' வின் மதிப்பு '1' க்கு ')
 மதிப்பு கொண்டது. மேலானது.



படம் 12

முதல் படத்தில் 'தா'வின் மதிப்பு அதிகமாகும்போதும், 'சா'வின் மதிப்பு மேல் உச்ச அளவைத் தொட்டுக் கொள்வது போல் தோன்றும். இரண்டாவது உள்ள நிலையில், 'தா'வின்

மதிப்புக் குறையும்தோறும் 'சா'வின் மதிப்பு மேல் உச்ச அளவைத் தொட்டுச் செல்வதுபோல் தோன்றும். இதுபோன்று வி(த)வின் மதிப்பு நேராகவும், 'ச'வின் மதிப்பு '1'க்குக் குறைவாகவும் இருந்தால் 'தா'வின் மதிப்பு ஏறஏற, 'சா'வின் மதிப்பு கீழ் உச்ச எல்லையை நோக்கிச் செல்லும். இதுபோல் 'தா'வின் மதிப்பு நேராகவும், ஆனால் அதேசமயம் 'ச'வின் மதிப்பு '1'க்கு அதிகமாகவும் இருந்தால் 'தா'வின் மதிப்புக் குறையும் தோறும், 'சா'வின் மதிப்பு கீழ் உச்ச எல்லையை நோக்கிச் செல்வதாக அமையும்.

காலத் தொடர் வரிசையில் உள்ள மூல மதிப்புகளுக்கு மாறுபடு மேலடுக்குக் கோட்டைப் பொருத்துவதில் கையாண்ட அதே முறையை, ஈண்டு அம்மூல அளவுகளின் விசை அளவிற்கு காம்ப்ரன்ட் கோட்டைப் பொருத்தும்போதும் கையாளலாம்.

இம்மாதிரியான கோடுகள், ஒன்றிற்கொன்று சமதூரத்தில் உள்ள மூன்று புள்ளிகள் வழியாகவோ அல்லது காலத் தொடர் வரிசையில் உள்ள மூன்று காலங்களின் வழியாகவோ செல்வதாக அமையும். எனவே, காலத் தொடர் வரிசையை சமகாலங்கள் கொண்ட மூன்று பகுதிகளாகப் பிரிக்கலாம். பின்னர் அப்பிரிவுகளில் உள்ள மொத்த மதிப்பின் விசை அளவுகளுக்கோ அல்லது அப்பிரிவுகளின் சராசரி மதிப்பின் விசை அளவுகளுக்கோ கோட்டைப் பொருத்திப் பார்க்கலாம். முன்பு மாறுபடு மேலடுக்குக் கோட்டிற்கு கூறிய அதே விதி முறைகளைக் கையாண்டு, உ, த, ச என்ற மூன்று நிலையான அளவுகளைக் கண்டுபிடிக்கலாம். முன்னம் மூல மதிப்பைப் பயன்படுத்தினோம். ஆனால், இப்போது அம்மதிப்புகளுக்கான விசை அளவுகளைப் பயன்படுத்த வேண்டும். இவ்வொன்றே இரண்டு முறைகளுக்குமுள்ள வேறுபாடு.

எனவே, விதிகள் கீழ்க்கண்டவாறு அமையும்.

$$(1) \quad சஎ = \frac{\sum_3 \text{வி} (சா) - \sum_2 \text{வி} (சா)}{\sum_2 \text{வி} (சா) - \sum_1 \text{வி} (சா)}$$

$$b^* = \frac{\sum_2 \log y - \sum_1 \log y}{\sum_2 \log y - \sum_1 \log y}$$

$$(2) \quad \text{வி} (த) = \left\{ \sum_2 \text{வி} (சா) - \sum_1 \text{வி} (சா) \right\} \times \frac{ச-1}{(சஎ-1)}$$

$$\log (a) = (\sum_2 \log y - \sum_1 \log y) \times \frac{b-1}{(b^*-1)^2}$$

$$(3) \text{ வி } (உ) = \frac{1}{\epsilon} \left[\sum_1 \text{வி } (சா) - \frac{(\epsilon - 1)}{(\epsilon - 1)} \times \text{வி } (த) \right]$$

$$\log k = \frac{1}{n} \left[\sum_1 \log y - \left(\frac{b^n - 1}{b - 1} \right) \times \log (a) \right]$$

$\epsilon = n$ = காலத் தொடர் வரிசையில் ஒவ்வொரு பிரிவுகளில் உள்ள காலங்களின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கும்.

த, ச, என்ற இருநிலையான அளவுகளைக் கணித்து, பின்னர் 'உ' என்ற அளவைக் கணிப்பதற்குப் பதிலாக, 'உ' என்ற உச்ச அளவை தேரடியாகவும் கணிக்கலாம்.

$$= \text{வி}(உ) \frac{1}{\epsilon} \left\{ \frac{[\sum_1 \text{வி}(சா)] \sum_3 \text{வி}(சா) - [\sum_2 \text{வி}(சா)]^2}{\sum_1 \text{வி}(சா) + \sum_3 \text{வி}(சா) - 2 \sum_2 \text{வி}(சா)} \right\}$$

$$\log (k) = \left\{ \frac{(\sum_1 \log y) (\sum_3 \log y) - (\sum_2 \log y)^2}{\sum_1 \log y + \sum_3 \log y - 2 \sum_2 \log y} \right\}$$

மேலே கொடுத்துள்ள கடைசி விதியைப் பின்பற்றினால் உயர்ந்து செல்லும் காலப் போக்கிற்கே ஓர் உச்ச அளவு உண்டா என்பதை எளிதில் மூன்றாவது விதியைக் கொண்டு கணித்த உச்ச அளவிற்குச் சரிதானா என்பதையும் சோதிக்கலாம்.

மேலும் உயர்ந்து செல்லும் காலத்தொடர் வரிசைக்கு ஓர் உயர் உச்ச அளவு உண்டா என்பதையும் கீழே உள்ள விவரத்திலிருந்து அறியலாம்.

முதல் விதியில் உள்ள பகுதியையும் தொகுதியையும் கவனித்தால் போதுமானது.

(1) $[\sum_3 \text{வி } (சா) - \sum_2 \text{வி}(சா)]$ வின் மதிப்பு உண்மையில்

(2) $[\sum_3 \text{வி } (சா) - \sum_2 \text{வி}(சா)]$ வின் மதிப்பை விட கூடுதலா அல்லது குறைவா என்பதைப் பொறுத்து மேற்கண்டவாறு கூறலாம். முதல் சமன்பாட்டின் மதிப்பு இரண்டாவது

சமன்பாட்டின் மதிப்பைவிடக்கூடுதலாக இருந்தால் ϵ $\epsilon(b^n)$ அல்லது $\epsilon(b)$ வின் அளவு '1'க்கு அதிகமானது என்றும் எனவே ஓர் உச்ச அளவு காலத் தொடர் வரிசைக்குக் கிடையாது என்ப

றும் கூறலாம். மாறாக முதல் சம்பந்தத்தின் மதிப்பு இரண்டாம் சம்பந்தத்தின் மதிப்பைவிடக் குறைவாக இருந்தால் ச (b) வின் மதிப்பு ('1'க்கு குறைவானது என்றும் அறியலாம்.

எடுத்துக்காட்டு-16.

ஆண்டு	தா	சராசரி உற்பத்தி (சா)	வி(சா)
1949-50	0	94.4	1.974972
50-51	1	113.9	2.056524
51-52	2	115.0	2.075547
52-53	3	115.9	2.064083
53-54	4	154.0	2.093422
54-55	5	129.6	2.112805
55-56	6	136.0	2.133333
Σ வி(சா)		832.8	14.510692
56-57	7	140.2	2.146748
57-58	8	145.0	2.161368
58-59	9	13.50	2.139879
59-60	10	143.9	2.15306
60-61	11	141.3	2.150143
61-62	12	154.0	2.187521
62-63	13	141.0	2.178977
Σ வி ₂ (சா)		1013.4	15.122696
63-64	14	148.0	2.170262
64-65	15	153.7	2.186672
65-66	16	140.9	2.148911
66-67	17	141.0	2.149219
67-68	18	144.6	2.158868
68-69	19	154.2	2.188084
69-70	20	163.2	2.225325
Σ வி ₃ (சா)		1050.6	15.227844

$$\sigma^7 = \frac{\sum_3 \text{வி}(\sigma\pi) - \sum_2 \text{வி}(\sigma\pi)}{\sum_2 \text{வி}(\sigma\pi) - \sum_1 \text{வி}(\sigma\pi)}$$

$$= \frac{15.227844 - 15.122656}{15.122696 - 14.510692} = \frac{0.105148}{0.612004} = 0.17197$$

$$\text{வி}(\sigma) = \frac{7 + 6.235454}{7} = 1.890775$$

$$\sigma = 0.777651.$$

$$\text{வி}(\sigma) = \left(\sum_2 \text{வி}(\sigma\pi) - \sum_1 \text{வி}(\sigma\pi) \times \frac{(\sigma-1)}{(\sigma^2-1)^2} \right)$$

$$\left(= 0.612004 \times \frac{0.777651}{(0.77756,1)^2} \right)$$

$$= 0.612004 \times \frac{-0.22235}{(-0.82803)^2}$$

$$= \frac{0.612004 \times -0.22235}{0.82803 \times 0.82803} = -0.24343$$

$$= -0.24343$$

$$\text{வி}(\underline{\sigma}) = \frac{\sigma}{1} \left(\sum_1 \text{வி}(\sigma\pi) - \frac{(\sigma^2-1)}{\sigma-1} \text{வி}(\sigma) \right)$$

$$= \frac{1}{7} \times \left(14.51062 - \frac{(-0.82803)}{(-0.22235)} \times -0.24343 \right)$$

$$\frac{1}{7} \times (14.51062 + 0.90272) = \frac{1}{7} \times 15.41334$$

$$= 2.201906$$

‘உ’ அளவை வேறு வழியிலும் காணலாம்.

$$\text{வி}(\underline{\sigma}) = \frac{1}{7} \times \left(\frac{\sum_1 \text{வி}(\sigma) \times \sum_2 \text{வி}(\sigma) - (\sum_2 \text{வி}(\sigma\pi))^2}{\sum_1 \text{வி}(\sigma) + \sum_2 \text{வி}(\sigma) - 2\sum_1 \text{வி}(\sigma\pi)} \right)$$

$$= \frac{1}{7} \times \left(\frac{14.510692 \times 15.227844 - 15.122696^2}{14.510692 + 15.227844 - 2 \times 15.122696} \right)$$

$$= 2.201906.$$

முன்னம் கண்டுபிடித்த 'உ' அளவும் இப்போது கண்டுப் படித்த 'உ' அளவும் ஒன்றாக இருப்பதைக் கவனிக்கவும்.

ஆகவே விதி கீழ்க்கண்டவாறு மாறும்.

$$\begin{aligned} \text{வி(சா)} &= \text{வி(உ)} + (\text{வி(த)} \times \text{தா}^{\text{தா}}) \\ &= 2.201609 - .24343 \times .77765^{\text{தா}} \end{aligned}$$

இது விசை அளவில் இருப்பதால் காலத்தொடர் வரிசையில் உள்ள மதிப்பின் மூல அளவில் மாற்றலாம்
0.77765^{தா}

$$\text{சா} = 159.2 \times 0.5711$$

ஆரம்பம் 1949—50. கால அளவு 1 ஆண்டு.

இவ்விதி உதவியினால் மாணவர் காலத்தொடர் வரிசையில் உள்ள ஒவ்வொரு ஆண்டிற்கும் உள்ள மதிப்பை ஒரு பயிற்சியாகக் கருதி கணித்துப் பார்க்கவும்.

இங்கு 'ச' வின் மதிப்பு '1' க்கும் குறைவானது (0.77765). இது உயர்வின் விகிதம் குறைந்து கொண்டு செல்கிறது என்பதைக் குறிக்கும். எனவே போக்கின் இரு காலங்களிடையேயுள்ள விசை அளவின் வேறுபாடு இதுபோன்ற முன்னம் உள்ள வேறுபாட்டின் 77.765 சதவிகிதமாகக் குறைந்து செல்லும் என்பதைக் காண்பிக்கும்.

'ச' வின் மதிப்பு 1 க்கு குறைவாக இருக்குமானால் (ச—1) வின் மதிப்பு எதிராக இருக்கும். அதோடு $\sum_n$ வி(சா) வின் மதிப்பு $\sum_1$, வி(சா) வின் மதிப்பைவிட கூடுதலாகுமனால் வி(த) வின் மதிப்பு எதிராக அமையும் என்பது வி(த)வின் விதியைப் பார்த்தால் விளங்கும். மேலும் வி(த) எதிர் அடையாளம் உள்ளதாக இருந்தால் 'த' வின் மதிப்பும் '1'க்கு குறைவாகயிருக்கும் என்பதும் தெரியவரும்.

தா^{தா}
'தா' வின் மதிப்பு '0' ஆக இருந்தால் ச^{தா} வின் மதிப்பு '1' ஆகும். அப்போது த^{ச^{தா}} வின் மதிப்பு 'த' என்று தானி இந்த நிலையில் காலத்தொடர் வரிசையில் 'தா'வின் மதிப்பு '0' ருக்கும் ஆக உள்ள காலத்திற்கேற்ற (நமது எடுத்துக்காட்டில் 1949-50) ஆண்டில் 'சா'வின் மதிப்பு

$$= 159 \cdot \times 0.5771$$

$$= 91.87$$

‘தா’ வின்மதிப்பு அதிகரிக்குந் தோறும் $\frac{தா}{சா}$ மதிப்புக் குறைந்து கொண்டே வந்து ‘0’ யை நெருங்கும். அப்போது

த $\frac{தா}{சா}$ வின் மதிப்பு 1 ஆகும். அக்காலை ‘ச’ வின் மதிப்பு .உ’ வின் மதிப்பிற்குச் சமமாக இருக்கும். இதுவே ‘சா’ வின் மேல் உச்ச அளவாகும்.

இலகுவான கோடு : Logistic Curve :—

உச்ச வளர்ச்சி கோடுகளில் இதுவரை இரண்டு பிரிவைப் பார்த்தோம். இனி மூன்றாவது உள்ள கோட்டைப் பொருத்திப் பார்ப்போம். முன்னிரு கோடுகளின் கணிப்போடு ஒப்பிடும்போது, இக்கோட்டின் கணிப்புமுறை எளிமையான தென்றே கூறலாம். எனவே இதை இலகுவான கோடு என்று கூறினும் பொருந்தும். இதைக் கணிப்பதும் பொருத்திப் பார்ப்பதும் எவ்வளவு இலகுவானது என்பதையும் பின்னர் காண்போம். மேலும் இது ‘பிரயர்ன்’-ரீட்’ கோடு (Pearl Read Curve) என்றும் வழங்கப்பெறும்.

இக்கோட்டிற்கான சமன்பாடு :

$$\frac{1}{சா} = உ + தச \frac{தா}{y} \left(\frac{1}{y} = k + abx \right)$$

சமன்பாட்டைப் பார்த்தால் மாறுபடு மேலடுக்குக் கோட்டிற்கான சமன்பாடு போல் தோன்றுக. ஊன்றி நோக்கினால் தான் இரண்டிற்கும் உள்ள வேறுபாம் விளங்கும். மாறுபடு

மேலடுக்குக் கோட்டில் ‘ச’ வின் மதிப்பு $(உ + தச) \frac{தா}{y}$ மதிப்பிற்குச் சமம் என்று கொடுக்கப்பட்டது. ஆனால் ‘இலகு’ கோட்

டில் ‘ச’ வின் தலைகீழ் மதிப்பு $\frac{1}{சா}$ (Reciprocal)

$\frac{தா}{சா}$ $(உ + தச)$ வுன் மதிப்பிற்குச் சமமாக கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

(1) மாறுபடு மேலடுக்குக் கோடு = $சா = உ + தச \frac{தா}{y}$

2 இலகு கோடு = $\frac{1}{சா} = உ + தச \frac{தா}{y}$

‘சா’வின் தலைகீழ் மதிப்பின் முதல் வேறுபாடு, ஒரு குறிப்பிட்ட சதவிகிதத்தில் குறைந்து செல்லும் என்பதை இது குறிக்கும். எனவே மாறுபடு மேலடுக்குக் கோட்டிற்கான சமன்பாட்டையே ‘சா’வின் தலைகீழ் மதிப்பிற்குப், குறிப்பாக காலத் தொடர் வரிசையை மூன்று சம பாகங்களாகப் பிரித்து பிரிவுகளின் மொத்த மதிப்பிற்கு பொருத்திப் பார்க்கலாம். ‘இலகு’ கோட்டிற்கான சமன்பாடு மேல் கண்டவாறு குறிக்கப் பட்ட போதிலும் பெரும்பான்மையும் சிறிது மாற்றி கீழ்க்கண்டவாறு குறிக்கப்படும்.

$$சா = \frac{உ}{1 + 10} த + சதா$$

இம்முறை ஒரு கருத்தை ஒட்டியதே என்பதையும் கவனத்தில் கொள்ள வேண்டும். இலகு கோட்டு ‘உ’வை மேல் உச்ச அளவாகவும் ‘0’வை கீழ் உச்ச அளவாகவும் கொண்டிருக்கும் என்பதே இக்கருத்து.

பொருத்தும் முறை

காலத் தொடர் வரிசையை சம காலங்கள் கொண்ட மூன்று பிரிவுகளாகப் பகுத்து, அப்பிரிவுகளின் மொத்த மதிப்பிற்கு, கோட்டை முன்பு பொருத்தியது போலல்லாமல் சிறிது மாற்றிப் பொருத்தலாம். காலத்தொடர் வரிசையிலிருந்து முதல், இடை, கடை என்ற மூவிடங்களிலிருந்தும் ஒவ்வொரு காலத்தை அல்லது ஆண்டு சம தூரங்கள் கொண்டதாயிருக்கும் வண்ணம் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும். பின்னர், இவ்வாறு தேர்ந்தெடுத்த மூன்று காலங்களின் மதிப்பிற்கே, கோட்டைப் பொருத்திப் பார்க்க வேண்டும்.

இவ்வாறு காலத் தொடர் வரிசையில் நின்றும் தெரிந்தெடுத்த மூன்று ஆண்டுகளை தா₀, தா₁, தா₂ என்று குறிப்பிடுவோம். பின்னர் அவ்வாண்டுகளின் ‘சா’வின் மதிப்பை சா₀, சா₁, சா₂ என்றும் குறிப்பிடுவோம். உண்மையில் இது புதிய தோர் காலத் தொடர் வரிசைபோல் தோன்றும்.

காலம்	மதிப்பு
தா ₀ — N ₀	சா ₀ — P ₀
தா ₁ — N ₁	சா ₁ — P ₁
தா ₂ — N ₂	சா ₂ — P ₂

இதில் 'தா₀' என்ற ஆண்டை முதல் ஆண்டாக அல்லது ஆரம்ப ஆண்டாகக் கருதலாம். மேலும் தா₀விற்கும் தா₁விற்கும் இடையில் உள்ள ஆண்டுகளின் எண்ணிக்கை 'எ' (n) ஆகும். இதுபோல் தா₁ ஆண்டிற்கும் தா₂ ஆண்டிற்கும் இடையில் உள்ள ஆண்டுகளின் எண்ணிக்கை 'எ' (n) ஆகும்.

பின்னர் சமன்பாட்டில் வரும் 'உ', 'த', 'ச' என்ற மூன்று நிலையான அளவுகளையும் கீழே கொடுத்துள்ள விதிகள் மூலம் கணிக்கலாம்.

$$(1) \quad உ = \frac{2சா_0 \times சா_1 \times சா_2 - சா_1^2 (சா_0 + சா_1)}{சா_0 \times சா_2 - சா_1^2}$$

$$k = \frac{2 \times y_0 \times y_1 y_2 - y_2 (y_0 + y_1)}{y_0 \times y_2 - y_1^2}$$

$$(2) \quad த = வி \left(\frac{(உ - சா_0)}{சா_0} \right)$$

$$a = \log \left(\frac{k - y_0}{y_0} \right)$$

$$(3) \quad ச = \frac{1}{எ} \left[வி \left(\frac{சா_0 (உ - சா_1)}{சா_1 (உ - சா_0)} \right) \right]$$

$$b = \frac{1}{n} \left[\log \frac{y_0 (k - y_1)}{y_1 (k - y_0)} \right]$$

கணிப்பு முறை:

காலத்தொடர் வரிசையில் பல ஆண்டுகள் இருந்தபோதிலும் முதல், இடை, கடை என்ற மூன்றிடங்களிலிருந்து மொத்தம் மூன்று ஆண்டுகளைத் தெரிந்தெடுத்து கோட்டைப் பொருத்திப் பார்க்கின்றோம். இவ்வாறு தெரிந்தெடுத்த ஆண்டுகளின் மதிப்பு சில வேளைகளில் ஏதாவது காரணத்தால் மிக அதிகமாகவோ அல்லது மிகக் குறைவாகவோ இருக்கலாம். இவ்வாறு நேருமேயானால், நாம் தெரிந்தெடுக்கும் கோடு மிகப் பொருத்தமானதாக அமையாது. எனவே, இத்தகைய குழ்நிலைகளில் நாம் தெரிந்தெடுத்துள்ள ஆண்டுகளுக்கான 'சா'வின் மதிப்பைப் பின்பற்றாது, அவ்வாண்டுகளின் முன்னும் பின்னும் உள்ள ஆண்டுகளின் மதிப்பையும் கணக்கிட்டு, தெரிந்தெடுத்த ஆண்டிற்கு கூட்டு முறையிலோ அல்லது

பெருக்கல் முறையிலோ சராசரி மதிப்பு கண்டு பிடிக்கலாம். இவ்வாறு தெரிந்தெடுத்த மூன்று ஆண்டுகளுக்கும் தனிக் தனியே கணித்துக் கிடைத்த சராசரி மதிப்புகளுக்கு நமது இலகு கோட்டைப் பொருத்திப் பார்க்கலாம். இதை எவ்வாறு செய்யலாம் என்பதை ஓர் எடுத்துக்காட்டு மூலம் பார்ப்போம்.

எடுத்துக்காட்டு

ஆண்டு	மக்கள் தொகை இலட்சம்	சு
1850	7	-1
60 தா ₀	10	0 சா ₀ 9.7
70	13	1
80	17	2
90	23	3
1800	30	4
10 தா ₁	40	5 சா ₁ 39.2
20	50	6
30	63	7
40	75	8
50	90	9
60 தா ₂	105	10 சா ₂ 107.1
70	130	11

இங்கு நாம் மக்கள்தொகையை எடுத்துக் கொண்டதால் மக்கள்தொகை, பெருக்கல் விகிதத்தில் அதிகரிக்கும். எனவே, தா₀, தா₁, தா₂ என்ற தெரிந்தெடுத்த மூன்று ஆண்டுகளுக்கான சா₀, சா₁, சா₂ வின் மதிப்பைப் பெருக்கல் சராசரியின் அடிப்படையில் கணிப்போம்.

$$சா_0 = 3\sqrt{7 \times 10 \times 13} = 3\sqrt{910} = 9.7$$

$$சா_1 = 3\sqrt{30 \times 40 \times 50} = 3\sqrt{60000} = 39.2$$

$$சா_2 = 3\sqrt{90 \times 105 \times 130} = 3\sqrt{1228500} = 107.1$$

$$சா_0 = 9.7. \quad சா_1 = 39.2. \quad சா_2 = 107.1$$

முன்னம் கூறிய மூன்று விதிகளில் இவ்வனவுகளை அடைத்து, உ, த, ச என்ற திலையான அனவுகளைக் கணிப்போம்.

$$\begin{aligned} \underline{u} = k &= \frac{2 \times 9.7 \times 39.2 \times 107.1 - 39.2^2 (9.7 + 107.1)}{9.7 \times 107.1 - 39.2^2} \\ &= \frac{81247.408 - 179479.552}{1088.87 - 1536.64} \\ &= \frac{-982.2144}{-497.77} \\ &= 197.8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} த (a) &= வி \left(\frac{\underline{u} - சா_0}{சா_0} \right) \\ &= வி \frac{(197.8 - 9.7)}{9.7} = வி \left(\frac{187.6}{9.7} \right) \\ &= வி (19.34) \\ &= 1.266456. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ச (b) &= \frac{1}{5} \left[வி \left(\frac{சா_0 (\underline{u} - சா_1)}{சா_1 (\underline{u} - சா_0)} \right) \right] \\ &= \frac{1}{5} \left(வி \frac{(9.7 (197.8 - 39.2))}{(39.2 (197.8 - 9.7))} \right) \\ &= \frac{1}{5} \left(வி \frac{(9.7 \times (158.1))}{(39.2 \times (187.6))} \right) \\ &= \frac{1}{5} வி (0.2221) = \frac{1}{5} (9.346549 - 10) \\ &= \frac{1}{5} = 0.286456 : - 180690 \end{aligned}$$

எனவே போக்குக் கோட்டின் சமன்பாடு

$$சா = \frac{197.8}{1 + 10 (1.286456 - 0.180690 தா)}$$

ஆரம்பம் = 1860, கால அளவு 10 ஆண்டுகள்

இதைச் சற்று மாற்றி எழுதி அமைக்கலாம்.

$$(1.286456 - 0.180690 தா)$$

மி = 10 என வைத்துக் கொள்வோம்.

அப்போது சமன்பாடு

$$சா = \frac{197.3}{1 + மி} \text{ என்று மாறும்.}$$

$$= \frac{k}{1 + மி} \quad (k = 197.3)$$

$$(1.286456 - 0.180690 \text{ தா})$$

$$மி = 10$$

$$வி (மி) = 1.283456 - 0.180690 \text{ தா})$$

பின்னர் இவ்வளவுகளின் உதவி கொண்டு காலத்தொடர் வரிசையில் உள்ள ஒவ்வொரு ஆண்டிற்கும் மதிப்பு பின் வருமாறு கணிக்கலாம்.

கணிப்பு முறை

ஆண்டு (1)	தா (2)	சுதா (0-130690 (தா) (3)	லி (மி) (1.286456 சுதா) (4)	மி (5)	1 + மி (6)	சா 1 + மி (7)
1850	-1	-0.130690	1.417146	26.13	27 13	197.8
1860	0	0	1.286456	19.84	20.84	9.7
1870	1	0.130690	1.155766	14.31	15.31	12.9
1880	2	0.261360	1.025076	10.59	11.59	17.0
1890	3	0.392070	0.894386	7.841	8.84	22.3
1900	4	0.522760	0.763696	5.803	6.80	29.2
1910	5	0.653450	0.633006	4.296	5.30	37.2
1920	6	0.784140	0.502316	3.179	4.18	47.2
1930	7	0.914830	0.371626	2.353	3.35	58.9
1940	8	1.045520	0.240930	1.741	2.74	72.0
1950	9	1.176210	0.110246	1.289	2.30	85.8
1960	10	1.306900	-0.120444	0.757	1.76	112.1
1970	11	1.437590	-0.251184	0.519	1.56	128.5

கணிப்பு முறையில் கடைசிக் கட்டத்தில் ஒவ்வொரு ஆண்டிற்குரிய மக்கள்தொகை கணித்துக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. நாம் முன்னம் எடுத்த மூன்று ஆண்டுகளுக்கும் எடுத்துக் கொண்ட மக்கள் தொகையையும் தற்போது கணித்துக் கிடைத்த மக்கள் தொகையையும் நோக்குவோம்.

ஆண்டு	எடுத்த மக்கள் தொகை	கணித்த தொகை
1860	9.7	9.7
1910	59.7	37.2
1960	107.1	112.1

இரண்டு விதமான மதிப்புகளுக்கும் இடையே சிறிது வேறுபாடு இருக்கிறது. உண்மையில் வேறுபாடு இருக்கக் கூடாது. ஏனெனில், நாம் முன்னம் இம்மதிப்புகளைக் குறிக்கும் வழியாகவே, போக்குக்கோடு செல்லுகின்றது என்ற கருத்தில் தான் கோட்டைப் பொருத்தினோம். ஆனால் சிறிது வேறுபாடு இருப்பதால் கோடு இப்புள்ளிகளைத் தொடராமல் மிகவும் நெருங்கிச் செல்வதுபோல் தெரிகிறது. இவ்விதம் தொடராமல் செல்வது எடுத்துக்காட்டில் நாம் நினைத்ததுபோல் உயர்வின் வேகம் இல்லை என்று தோன்றுகிறது. எனினும் இலகு கோட்டை பொருத்திப் பார்க்கும் முறை இம்முறையே என்பதை கருத்தில் கொள். பொதுவாக 'இலகு' கோடு ஓர் இடத்தில் உள்ள மக்கள் தொகை கொண்ட தொடர் வரிசைக்கே பொருத்திப் பார்க்கப்படுகின்றது. மேலும் வருங்காலத் தில் மக்கள் தொகையை முன்னால் கணித்துக் கூறுவதற்கும் பயன்படும்.

உச்ச வளர்ச்சித் தொடரைப் பொறுத்த வரையில் கவனித்த மூன்று விதமான கோடுகளைப் பொருத்துவதில் உள்ள வேறுபாட்டைக் கவனிப்போம்.

ஆண்டு	மாறுபடு மேலடுக்குக் கோடு	காம்பர்ட்டஸ் கோடு	இலகு கோடு
தர	சா	வி (சா)	$\frac{\Delta \text{வி (சா)}}{\Delta \text{வி (சா)} - 1}$
தர ₀	சா ₀	வி (சா ₀)	$\frac{1}{\text{சா}_0}$
தர ₁	சா ₁	வி (சா ₁)	$\frac{1}{\text{சா}_1}$
தர ₂	சா ₂	வி (சா ₂)	$\frac{1}{\text{சா}_2}$
தர ₃	சா ₃	வி (சா ₃)	$\frac{1}{\text{சா}_3}$
தர ₄	சா ₄	வி (சா ₄)	$\frac{1}{\text{சா}_4}$
தர ₅	சா ₅	வி (சா ₅)	$\frac{1}{\text{சா}_5}$
தர ₆	சா ₆	வி (சா ₆)	$\frac{1}{\text{சா}_6}$
தர ₇	சா ₇	வி (சா ₇)	$\frac{1}{\text{சா}_7}$
தர ₈	சா ₈	வி (சா ₈)	$\frac{1}{\text{சா}_8}$
தர ₉	சா ₉	வி (சா ₉)	$\frac{1}{\text{சா}_9}$
தர ₁₀	சா ₁₀	வி (சா ₁₀)	$\frac{1}{\text{சா}_{10}}$
தர ₁₁	சா ₁₁	வி (சா ₁₁)	$\frac{1}{\text{சா}_{11}}$
தர ₁₂	சா ₁₂	வி (சா ₁₂)	$\frac{1}{\text{சா}_{12}}$
தர ₁₃	சா ₁₃	வி (சா ₁₃)	$\frac{1}{\text{சா}_{13}}$
தர ₁₄	சா ₁₄	வி (சா ₁₄)	$\frac{1}{\text{சா}_{14}}$
தர ₁₅	சா ₁₅	வி (சா ₁₅)	$\frac{1}{\text{சா}_{15}}$
தர ₁₆	சா ₁₆	வி (சா ₁₆)	$\frac{1}{\text{சா}_{16}}$
தர ₁₇	சா ₁₇	வி (சா ₁₇)	$\frac{1}{\text{சா}_{17}}$
தர ₁₈	சா ₁₈	வி (சா ₁₈)	$\frac{1}{\text{சா}_{18}}$
தர ₁₉	சா ₁₉	வி (சா ₁₉)	$\frac{1}{\text{சா}_{19}}$
தர ₂₀	சா ₂₀	வி (சா ₂₀)	$\frac{1}{\text{சா}_{20}}$
தர ₂₁	சா ₂₁	வி (சா ₂₁)	$\frac{1}{\text{சா}_{21}}$
தர ₂₂	சா ₂₂	வி (சா ₂₂)	$\frac{1}{\text{சா}_{22}}$
தர ₂₃	சா ₂₃	வி (சா ₂₃)	$\frac{1}{\text{சா}_{23}}$
தர ₂₄	சா ₂₄	வி (சா ₂₄)	$\frac{1}{\text{சா}_{24}}$
தர ₂₅	சா ₂₅	வி (சா ₂₅)	$\frac{1}{\text{சா}_{25}}$
தர ₂₆	சா ₂₆	வி (சா ₂₆)	$\frac{1}{\text{சா}_{26}}$
தர ₂₇	சா ₂₇	வி (சா ₂₇)	$\frac{1}{\text{சா}_{27}}$
தர ₂₈	சா ₂₈	வி (சா ₂₈)	$\frac{1}{\text{சா}_{28}}$
தர ₂₉	சா ₂₉	வி (சா ₂₉)	$\frac{1}{\text{சா}_{29}}$
தர ₃₀	சா ₃₀	வி (சா ₃₀)	$\frac{1}{\text{சா}_{30}}$
தர ₃₁	சா ₃₁	வி (சா ₃₁)	$\frac{1}{\text{சா}_{31}}$
தர ₃₂	சா ₃₂	வி (சா ₃₂)	$\frac{1}{\text{சா}_{32}}$
தர ₃₃	சா ₃₃	வி (சா ₃₃)	$\frac{1}{\text{சா}_{33}}$
தர ₃₄	சா ₃₄	வி (சா ₃₄)	$\frac{1}{\text{சா}_{34}}$
தர ₃₅	சா ₃₅	வி (சா ₃₅)	$\frac{1}{\text{சா}_{35}}$
தர ₃₆	சா ₃₆	வி (சா ₃₆)	$\frac{1}{\text{சா}_{36}}$
தர ₃₇	சா ₃₇	வி (சா ₃₇)	$\frac{1}{\text{சா}_{37}}$
தர ₃₈	சா ₃₈	வி (சா ₃₈)	$\frac{1}{\text{சா}_{38}}$
தர ₃₉	சா ₃₉	வி (சா ₃₉)	$\frac{1}{\text{சா}_{39}}$
தர ₄₀	சா ₄₀	வி (சா ₄₀)	$\frac{1}{\text{சா}_{40}}$
தர ₄₁	சா ₄₁	வி (சா ₄₁)	$\frac{1}{\text{சா}_{41}}$
தர ₄₂	சா ₄₂	வி (சா ₄₂)	$\frac{1}{\text{சா}_{42}}$
தர ₄₃	சா ₄₃	வி (சா ₄₃)	$\frac{1}{\text{சா}_{43}}$
தர ₄₄	சா ₄₄	வி (சா ₄₄)	$\frac{1}{\text{சா}_{44}}$
தர ₄₅	சா ₄₅	வி (சா ₄₅)	$\frac{1}{\text{சா}_{45}}$
தர ₄₆	சா ₄₆	வி (சா ₄₆)	$\frac{1}{\text{சா}_{46}}$
தர ₄₇	சா ₄₇	வி (சா ₄₇)	$\frac{1}{\text{சா}_{47}}$
தர ₄₈	சா ₄₈	வி (சா ₄₈)	$\frac{1}{\text{சா}_{48}}$
தர ₄₉	சா ₄₉	வி (சா ₄₉)	$\frac{1}{\text{சா}_{49}}$
தர ₅₀	சா ₅₀	வி (சா ₅₀)	$\frac{1}{\text{சா}_{50}}$
தர ₅₁	சா ₅₁	வி (சா ₅₁)	$\frac{1}{\text{சா}_{51}}$
தர ₅₂	சா ₅₂	வி (சா ₅₂)	$\frac{1}{\text{சா}_{52}}$
தர ₅₃	சா ₅₃	வி (சா ₅₃)	$\frac{1}{\text{சா}_{53}}$
தர ₅₄	சா ₅₄	வி (சா ₅₄)	$\frac{1}{\text{சா}_{54}}$
தர ₅₅	சா ₅₅	வி (சா ₅₅)	$\frac{1}{\text{சா}_{55}}$
தர ₅₆	சா ₅₆	வி (சா ₅₆)	$\frac{1}{\text{சா}_{56}}$
தர ₅₇	சா ₅₇	வி (சா ₅₇)	$\frac{1}{\text{சா}_{57}}$
தர ₅₈	சா ₅₈	வி (சா ₅₈)	$\frac{1}{\text{சா}_{58}}$
தர ₅₉	சா ₅₉	வி (சா ₅₉)	$\frac{1}{\text{சா}_{59}}$
தர ₆₀	சா ₆₀	வி (சா ₆₀)	$\frac{1}{\text{சா}_{60}}$
தர ₆₁	சா ₆₁	வி (சா ₆₁)	$\frac{1}{\text{சா}_{61}}$
தர ₆₂	சா ₆₂	வி (சா ₆₂)	$\frac{1}{\text{சா}_{62}}$
தர ₆₃	சா ₆₃	வி (சா ₆₃)	$\frac{1}{\text{சா}_{63}}$
தர ₆₄	சா ₆₄	வி (சா ₆₄)	$\frac{1}{\text{சா}_{64}}$
தர ₆₅	சா ₆₅	வி (சா ₆₅)	$\frac{1}{\text{சா}_{65}}$
தர ₆₆	சா ₆₆	வி (சா ₆₆)	$\frac{1}{\text{சா}_{66}}$
தர ₆₇	சா ₆₇	வி (சா ₆₇)	$\frac{1}{\text{சா}_{67}}$
தர ₆₈	சா ₆₈	வி (சா ₆₈)	$\frac{1}{\text{சா}_{68}}$
தர ₆₉	சா ₆₉	வி (சா ₆₉)	$\frac{1}{\text{சா}_{69}}$
தர ₇₀	சா ₇₀	வி (சா ₇₀)	$\frac{1}{\text{சா}_{70}}$
தர ₇₁	சா ₇₁	வி (சா ₇₁)	$\frac{1}{\text{சா}_{71}}$
தர ₇₂	சா ₇₂	வி (சா ₇₂)	$\frac{1}{\text{சா}_{72}}$
தர ₇₃	சா ₇₃	வி (சா ₇₃)	$\frac{1}{\text{சா}_{73}}$
தர ₇₄	சா ₇₄	வி (சா ₇₄)	$\frac{1}{\text{சா}_{74}}$
தர ₇₅	சா ₇₅	வி (சா ₇₅)	$\frac{1}{\text{சா}_{75}}$
தர ₇₆	சா ₇₆	வி (சா ₇₆)	$\frac{1}{\text{சா}_{76}}$
தர ₇₇	சா ₇₇	வி (சா ₇₇)	$\frac{1}{\text{சா}_{77}}$
தர ₇₈	சா ₇₈	வி (சா ₇₈)	$\frac{1}{\text{சா}_{78}}$
தர ₇₉	சா ₇₉	வி (சா ₇₉)	$\frac{1}{\text{சா}_{79}}$
தர ₈₀	சா ₈₀	வி (சா ₈₀)	$\frac{1}{\text{சா}_{80}}$
தர ₈₁	சா ₈₁	வி (சா ₈₁)	$\frac{1}{\text{சா}_{81}}$
தர ₈₂	சா ₈₂	வி (சா ₈₂)	$\frac{1}{\text{சா}_{82}}$
தர ₈₃	சா ₈₃	வி (சா ₈₃)	$\frac{1}{\text{சா}_{83}}$
தர ₈₄	சா ₈₄	வி (சா ₈₄)	$\frac{1}{\text{சா}_{84}}$
தர ₈₅	சா ₈₅	வி (சா ₈₅)	$\frac{1}{\text{சா}_{85}}$
தர ₈₆	சா ₈₆	வி (சா ₈₆)	$\frac{1}{\text{சா}_{86}}$
தர ₈₇	சா ₈₇	வி (சா ₈₇)	$\frac{1}{\text{சா}_{87}}$
தர ₈₈	சா ₈₈	வி (சா ₈₈)	$\frac{1}{\text{சா}_{88}}$
தர ₈₉	சா ₈₉	வி (சா ₈₉)	$\frac{1}{\text{சா}_{89}}$
தர ₉₀	சா ₉₀	வி (சா ₉₀)	$\frac{1}{\text{சா}_{90}}$
தர ₉₁	சா ₉₁	வி (சா ₉₁)	$\frac{1}{\text{சா}_{91}}$
தர ₉₂	சா ₉₂	வி (சா ₉₂)	$\frac{1}{\text{சா}_{92}}$
தர ₉₃	சா ₉₃	வி (சா ₉₃)	$\frac{1}{\text{சா}_{93}}$
தர ₉₄	சா ₉₄	வி (சா ₉₄)	$\frac{1}{\text{சா}_{94}}$
தர ₉₅	சா ₉₅	வி (சா ₉₅)	$\frac{1}{\text{சா}_{95}}$
தர ₉₆	சா ₉₆	வி (சா ₉₆)	$\frac{1}{\text{சா}_{96}}$
தர ₉₇	சா ₉₇	வி (சா ₉₇)	$\frac{1}{\text{சா}_{97}}$
தர ₉₈	சா ₉₈	வி (சா ₉₈)	$\frac{1}{\text{சா}_{98}}$
தர ₉₉	சா ₉₉	வி (சா ₉₉)	$\frac{1}{\text{சா}_{99}}$
தர ₁₀₀	சா ₁₀₀	வி (சா ₁₀₀)	$\frac{1}{\text{சா}_{100}}$

க = கடைசி

(1) மாறுபடு மேலடுக்குக் கோட்டை, காலத்தொடர் வரிசையில் உள்ள மூல மதிப்புகளுக்குப் பொருத்திப் பார்க்கின்றோம்.

(2) காம்பர்ட்டீஸ் கோட்டை காலத்தொடர் வரிசையில் உள்ள மூல மதிப்புகளின் விசை அளவிற்குப் பொருத்திப் பார்க்கின்றோம்.

(3) 'இலகு' கோட்டை காலத் தொடர் வரிசையின் தலைகீழ் மதிப்பிற்குப் பொருத்திப் பார்க்கின்றோம்.

(4) மாறுபடு மேலடுக்குக் கோட்டிற்கான கடைசி கட்டத்தில் கொடுத்துள்ள வேறுபாட்டின் விகிதங்கள் எல்லாக் காலத்திற்கும் சமமாக இருக்கும்.

(5) காம்பர்ட்டீஸ் கோட்டிற்கான கடைசிக் கட்டத்தில் கொடுத்துள்ள வேறுபாட்டு விகிதங்கள் எல்லா காலங்களுக்கும் ஒன்று போலிருக்கும்.

(6) இலகு கோட்டிற்கான கடைசிக் கட்டத்தில் உள்ள வேறுபாட்டு விகிதங்கள் எல்லா ஆண்டுகளுக்கும் சமமாக இருக்கும்.

(7) காலத் தொடர் வரிசையின் ஒவ்வொரு ஆண்டிற்கான மதிப்பின் வேறுபாடு, ஒரு குறிப்பிட்ட சதவிகிதத்தில் குறைந்து செல்லுமானால்; அல்லது வேறுபாட்டின் வரிசையின் வேறுபாடு $\frac{\Delta \text{சாக}}{\Delta \text{சாக}-1}$ ஓர் குறிப்பிட்ட கூட்டு வரிசையில் செல்லுமானால் மாறுபடு மேலடுக்குக் கோட்டிற்கான சமன்பாட்டைப் பொருத்திப் பார்க்கலாம்.

(8) மூல அளவுகளின் விசை அளவுகளின் வேறுபாட்டு வரிசை, ஒரு குறிப்பிட்ட சதவிகிதத்தில் குறைந்து செல்லுமானால், அல்லது $\frac{\Delta \text{வி (சாக)}}{\Delta \text{வி (சாக-1)}}$ ஒரு குறிப்பிட்ட கூட்டு வரிசையிலிருக்குமானால், காம்பர்ட்டீஸ் கோட்டின் சமன்பாட்டைப் பொருத்தலாம்.

(9) மூல அளவுகளின் தலைகீழ் அளவுகளின் வேறுபாட்டு வரிசை ஒரு குறிப்பிட்ட சதவிகிதத்தில் குறைந்து செல்லுமானால்

அல்லது $\frac{\Delta \frac{1}{\text{சாக}}}{\Delta \frac{1}{\text{சாக}-1}}$ ஒரு குறிப்பிட்ட கூட்டு வரிசையில்

செல்லுமானால் 'இலகு' கோட்டின் சமன்பாட்டைப் பொருத்திப் பார்க்கலாம்.

ஐ. போக்கிற்கேற்ற பொருத்தமான கோட்டை தேர்ந்தெடுத்தல்.

காலத் தொடர் வரிசையில் காணப்படும் போக்கிற்கான (trend) போக்கு வேறுபாட்டிற்குப் பொருத்திப் பார்க்க பல முறைகளை இதுவரை ஆய்ந்தோம். எந்த குழந்தைகளில் எத்தகைய கோடுகளைப் பொருத்தலாம் என்பதை மீண்டும் ஒரு முறை ஒருங்குச் சேர்த்துக் கவனிப்போம்.

(1) காலத்தொடர் வரிசையின் மதிப்பின் முதல் வேறுபாடு, ஒரு குறிப்பிட்ட அளவை நோக்கிச் செல்வதாயிருந்தால் நேர்கோட்டிற்கான சமன்பாட்டை சா = த + சதா ($y = a + bx$) பொருத்திப் பார்க்கலாம்.

(2) காலத் தொடர் வரிசையின் மதிப்பின் இரண்டாவது வேறுபாடு, ஒரு குறிப்பிட்ட அளவை நோக்கிச் செல்வது போல் தோன்றினால், நேர்கோட்டிற்கான இருவிசைச் சமன்பாட்டைப் பொருத்திப் பார்க்கலாம்.

$$சா = த + சதா + சிதா^2$$

$$y = a + bx + cx^2$$

(3) காலத்தொடர் வரிசையின் மதிப்பின் முதல் வேறுபாடு, ஒரு குறிப்பிட்ட சதவிகிதத்தில் குறைந்து செல்வது போல் தோன்றினால் மாறுபடு மேலடுக்குக் கோட்டிற்கான சமன்பாட்டைப் பொருத்திப் பார்க்கலாம்.

$$சா = உ + தசதா \quad = y = k + ab^x.$$

(4) படத்தில் உத்தேசப் போக்கு, ஓர் நேர்கோட்டில் செல்வதுபோல் தோன்றினால் நேர்கோட்டு சமன்பாட்டைப் பொருத்தலாம்.

(5) உத்தேசப் போக்கு சரிபாதி விசை அளவிலான வரைபடத்தாளில் நேர்கோட்டில் செல்வதாகத் தோன்றினால் மேலடுக்குக் கோட்டிற்கான சமன்பாட்டைப் பொருத்தலாம்.

$$சா = தசதா \quad = y = ab^x$$

(6) உத்தேசப் போக்கு, சரிபாதி விசை அளவு

கொண்ட வரைபடத்தாளில் மாறுபடு மேலடுக்குபோல் தோன்றினால், காம்பர்ட்ஸ் கோட்டிற்கான சமன்பாட்டைப் பொருத்தலாம்.

$$சா = உ + தச^{தா} = y = kab^x$$

(7) உத்தேசப் போக்கு தலைகீழ் மேல் அளவுகளையும் (reciprocal vertical scales) நீளபாத அளவுகளையும் (Horizontal arithmetic scale) கொண்ட வரைபடத்தாளில், மாறுபடு மேலடுக்குக் கோடு போல் தோன்றின் இலகு கோட்டைப் பொருத்தலாம்.

$$\frac{1}{சா} = உ + தச^{தா} = \frac{1}{y} = k + ab^x$$

(8) காலத்தொடர் வரிசையின் மதிப்புகளின் விசைகளின் முதல் வேறுபாடு, ஒரு குறிப்பிட்ட அளவுடையதாயிருந்தால் மேலடுக்குக் கோட்டிற்கான சமன்பாட்டைப் பொருத்தலாம்.

$$சா = தச^{தா} \quad y = ab^x.$$

(9) காலத்தொடர் வரிசையின் மதிப்புகளின், விசை அளவுகளின் வேறுபாடுகளின் வேறுபாடு, அல்லது இரண்டாம் வேறுபாடு, ஒரு குறிப்பிட்ட அளவுடையதாயிருந்தால் இருவிசைச் சமன்பாட்டை விசை அளவுகளுக்குப் பொருத்தலாம்.

$$வி(சா) = வி(த) + தாவி(ச) + தா^2வி(ச)$$

$$\log y = \log a + x \log b + x^2 \log c.$$

(10) மூல அளவுகளின் விசை அளவுகளின் முதல் வேறுபாடு, ஒரு குறிப்பிட்ட அளவில் வேறுபட்டுச் சென்றால், காம்பர்ட்ஸ் கோட்டைப் பொருத்தலாம்.

$$சா = உ + தச^{தா} = y = kab^x.$$

(11) மூல அளவுகளின் தலைகீழ் அளவுகளின் முதல் வேறுபாடு, நிலையான சதவீதத்தில் வேறுபட்டுச் சென்றால், 'இலகு' கோட்டைப் பொருத்தலாம்.

$$\frac{1}{சா} = உ + தச^{தா} \quad \frac{1}{y} = k + ab^x.$$

எப்பேதும் மூல அளவுகளுக்குப் பொருத்திப் பார்க்கும் கோடுகளுடன் மூல அளவுகளின் விசை அளவுகளுக்குப் பொருத்திப் பார்க்கும் கோடுகளை ஒப்பிட்டுப் பார்க்கலாகாது. இன்றைய நாகரிக உலகில் எந்த ஒரு பிரிவை எடுத்துக் கொண்டாலும், மாற்றங்கள் விரைவில் ஏற்படுவதால், நாம் போக்கிற்காகப் பொருத்தப்படும் எந்தவிதமான கோடுகளும் ஒரு குறுகிய கால அளவிற்கே ஏகதேசம் பொருந்துவதாக அமையும்.

5. பருவ மாற்றம் (Seasonal Movements)

நிலையான பருவ மாற்றம்: (Constant seasonal movements)

காலத்தொடர் வரிசையில் காணப்படும் சில மாற்றங்கள் பருவங்கள் தோறும் மீண்டும் மீண்டும் தோன்றுவதாகக் காணப்படும். பருவங்கள் பல வகைப்படும். நாள்தோறுமோ அல்லது வாரங்கள்தோறுமோ அல்லது மாதங்கள்தோறுமோ அல்லது ஆண்டுகள்தோறுமோ மாற்றங்கள் ஏற்படலாம். என்றாலும், ஓர் ஆண்டில் மாதங்கள்தோறும் ஏற்படும் மாற்றங்கள் குறித்து நாம் இங்கு ஆராய்வோம். இவ்வாறு மாதங்கள் தோறும் ஏற்படும் மாற்றங்களே பெரும்பான்மையும் பருவ மாற்றங்கள் (Seasonal Movements) என அழைக்கப்படும். பருவ மாற்றம், நிலையான பருவமாற்றம், வேறுபடும் பருவ மாற்றம் என இருவகைப்படும். காலத்தொடர் வரிசையின் மதிப்பில் காணப்படும் ஏற்றமோ அல்லது இறக்கமோ ஆண்டுகள் தோறும் ஒரு குறிப்பிட்ட மாதத்தில் அல்லது பருவத்தில் உண்டாகுமானால், அது 'நிலையான பருவ மாற்றம்' எனப்படும். மாறாக காலத்தொடர் வரிசையின் மதிப்பில் காணப்படும் வேறுபாடு ஒரு குறிப்பிட்ட மாதம் அல்லது பருவம் என்றில்லாமல் தோன்றுமானால் அது வேறுபடும் பருவமாற்றம்' எனப்படும் முதலில் நிலையான பருவமாற்றம் குறித்துக் காண்போம்.

செப்பனிடாத விவரங்களின் சராசரி :

விவரங்களிடையே சுழற்சுமாற்றமோ அல்லது போக்கு மாற்றமோ பெரிய அளவில் இல்லாதிருக்குமானால் விவரங்களைச் செப்பனிடாமலே சராசரி கணிக்கலாம். விடுமுறை நாட்களோ அல்லது பண்டிகை நாட்களோ முன்னும் பின்னும்

இல்லாத 10 வாரங்களில், ஒரு கட்டையில் நடந்த வியாபாரத்தினைவு ஒவ்வொரு நாட்கள் வாரியாக கீழே உள்ள எடுத்துக்காட்டில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. அத்துடன் ஒவ்வொரு வாரத்திற்கும் ஒரு நாளின் சாரசரியளவும் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. மேலும், நாம் எடுத்துக்கொண்ட காலத்தில், திங்கள், செவ்வாய் போன்ற நாட்களின் சாரசரி விற்பனையும் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

எடுத்துக்காட்டு I

முடிய வாரம்	திங்கள்	செவ்வாய்	புதன்	வியாழன்	வெள்ளி	சனி	மொத்தம்	வாரத்தில் ஒரு நாள் சராசரி
5-5-71	350	375	390	380	405	320	2220	370.0
12-5-71	380	400	380	370	400	330	2260	376.7
19-5-71	400	390	400	390	390	290	2260	376.7
26-5-71	390	410	370	380	395	310	2255	375.8
2-6-71	500	450	400	410	420	350	2580	421.7
9-6-71	450	420	410	400	410	320	2410	401.7
16-6-71	390	380	400	390	370	290	2220	370.0
23-6-71	400	390	390	380	360	250	2170	361.7
30-6-71	420	405	380	360	390	240	2135	365.8
7-7-71	400	400	400	350	400	250	2200	366.7
மொத்தம்	4080	4020	3920	3810	3940	2850	22720	—
சராசரி	408.0	402.0	392.0	381.0	394.0	285.0		379.7
குறியீட்டு பெண்	107.5	105.9	108.2	100.4	103.8	77.7		100.0

இங்கு இருவிதமான சராசரி அளவுகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. எடுத்துக்காட்டில் கடைசிக் கட்டத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள சராசரி, ஒவ்வொரு வாரத்திலும் ஒரு நாளுக்குரிய சராசரியாகும். இது வாரங்களிடையே உள்ள வேறுபாட்டை விளக்கும். ஆனால் எடுத்துக்காட்டின் அடிப்பாகத்தில் கொடுத்துள்ள சராசரி, நாம் கணிப்பிற்காக எடுத்துக் கொண்ட காலத்தில், திங்கள் முதல் சனிவரை உள்ள நாட்களிடையே உள்ள வேறுபாட்டை விளக்கும். இதை வேறு விதமாகக் கூறினால் வாரத்தின் ஊடே, நாட்களின் இடையில் காணப்படும் வேறுபாட்டை விளக்கும். சதவீதத்தில் காண்பித்தால் ஒப்பிட்டுப் பார்ப்பது எளிதாகும். எனவே வாரத்தின் ஊடே உள்ள சராசரியை சதவீதத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

சராசரிகளின் சதவீதங்கள்:

எடுத்துக்காட்டின் கடைசிக் கட்டத்தைக் கவனித்தால், வியாபாரம் சில வாரங்களில் அதிகமாகவும் சில வாரங்களில் குறைந்து இருப்பது தெரியவரும். எனவே வியாபாரம் அதிகமாக உள்ள வாரங்களினால் ஏற்படும் பலன், மற்ற வாரங்களினால் ஏற்படும் பலனைவிட அதிகமாகவே சராசரிக் கணிப்பதில் உண்டாகும். இது இயற்கை. என்னாலும், நமது குறிக்கோளோ வேறு. நமது குறிக்கோள், ஒரு குறிப்பிட்ட முறையில் அல்லது மாதிரியில் ஏற்படும் பலனை அறுதியிடுவதே. ஆனால், வியாபாரம் அதிகமாக உள்ள வாரங்கள் குறிப்பிட்ட மாற்றங்கள் உடையனவாய் இருக்கும் என்ற நியதியில்லை.

எனவே, ஒரு வாரத்தில் உள்ள ஒவ்வொரு நாளின் வியாபாரத்தின் மதிப்பை, அந்தந்த வாரத்தின் ஒரு நாளின் சராசரி வியாபாரத்தின் மதிப்பின் சதவீதத்தில் கணித்தால், வியாபாரம் அதிகமான நாளினால் ஏற்படும் பலனை அகற்றமுடியும். மேலும் இதில் எல்லா வாரங்களுக்கும் சமபலன் கொடுத்து ஒப்பு நோக்க முடியும். இவ்விதம் சதவீதத்தில் அளவுகளை மாற்றியமைக்கும்போது வியாபாரத்தில் ஏற்படும் எதிர்பாரா மாற்றங்களை எளிதில் கண்டுபிடிக்க முடியும். இம்முறையில் கணித்துக் கிடைத்த சதவீத அளவுகள் கீழே உள்ள அட்டவணியில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

அட்டவணை 1

முடிய வாரம்	திங்கள்	செவ்வாய்	புதன்	வியாழன்	வெள்ளி	சனி	வாரத்தில் ஒரு நாள் சராசரி
5-5-71	94.6	101.4	105.4	102.7	109.5	86.5	100.0
12-5-71	100.9	106.2	100.9	98.2	106.2	87.6	100.0
19-5-71	106.2	103.5	106.2	103.5	103.5	77.0	100.0
26-5-71	103.8	109.1	98.5	102.4	105.1	82.5	100.0
2-6-71	118.6	106.7	94.9	97.2	99.6	83.0	100.0
9-6-71	112.0	104.5	102.1	99.6	102.1	79.7	100.0
16-6-71	105.4	102.7	108.1	105.4	100.0	78.4	100.0
23-6-71	110.6	107.8	107.8	105.1	99.5	69.1	100.0
30-6-71	114.8	110.7	103.9	98.4	106.6	65.6	100.0
7-7-71	109.1	109.1	109.1	95.4	109.1	68.2	100.0

இவ்வாறு சராசரி அளவுகளைச் சதவீத அளவுகளாக மாற்றி அமைக்கும்போது, கூட்டுச் சராசரியை எடுப்பதற்குப் பதிலாக, வேறு ஒரு சராசரி அளவை எடுக்கலாம் என்றும் தோன்றலாம். மேலும், ஒவ்வொரு நாளுக்கும் சதவீத அளவுகளை இறங்கு வரிசையில் நோக்கும்போது, சில அளவுகள் மிகவும் அதிகமாகவோ அல்லது மிகவும் குறைவாகவோ இருப்பது தெரியவரும். இவ்வித இருவகையான அளவுகளை அகற்றினால், இவைகளினால் உண்டாகும் பலனை குறைக்க முடியும். இவ்வாறு அதிகப்படியான அளவுகளை அகற்றும் போது மீதி உள்ள அளவுகளின் அடிப்படையில் சதவீத அளவுகளை மாற்றி கணிக்கவேண்டும். இவ்வாறு கணித்த பின்னர், ஒரு நாளுக்குரிய சராசரி அளவையும் கணிக்கலாம். ஒரு நாளுக்குரிய சராசரி வீதம் 100 ஆகத்தானிருக்கவேண்டும். ஆனால் நடைமுறையில் 100-க்குச் சரியாக இருக்கா. ஏனெனில் ஒவ்வொரு நாளுக்கும் உள்ள சராசரி அளவே தசாம்ச அளவிற்கு திருத்தியமைக்கப் பெற்றவையே. ஒரு நாளுக்கான சராசரி வீத அளவை 100 ஆகப் பாவித்து, இதர நாட்களின் சராசரி சதவீத அளவுகளையும் மாற்றி அமைக்க வேண்டும். இவ்வாறு கணித்த அளவுகள் கீழ் உள்ள அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

அட்டவணை 2

வரிசை	திங்கள்	செவ்வாய்	புதன்	வியாழன்	வெள்ளி	சனி
1	118.6	110.7	109.1	105.4	109.5	87.6
2	114.8	109.1	103.1	105.1	109.1	86.5
3	112.0	109.1	107.8	103.5	106.6	88.0
4	110.6	107.8	106.2	102.7	106.2	82.5
5	109.1	106.7	105.4	102.4	105.1	79.7
6	106.2	106.2	103.9	99.6	103.5	78.4
7	105.4	104.5	102.1	98.4	102.1	77.0
8	103.8	103.7	100.9	98.2	100.0	69.1
9	100.9	102.7	98.5	97.2	99.6	68.2
10	94.6	101.4	94.9	95.4	99.5	65.6
மொத்தம்	647.1	638.0	626.8	604.8	623.5	469.7
சராசரி	107.9	106.3	104.4	100.8	103.9	78.3
கு. எண்	107.6	106.0	104.1	100.5	103.6	78.1
						100.3
						100.0

முன் அட்டவணையை நோக்கினால், முதல் இரு வாரங்களில் உள்ள விற்பனை அதிகமாகவும், கடைசி இருவாரங்களில் உள்ள விற்பனை மிகக் குறைவாகவும் இருப்பது தெரியவரும். எனவே இந் நான்கு வாரங்களின் விற்பனை அளவுகளை நீக்கிவிட்டு மீதி உள்ள, 6 வாரங்களில் ஒவ்வொரு நாளுக்கும் சராசரி விற்பனைக் கணிப்போம்.

எடுத்துக்காட்டில் ஒவ்வொரு நாளுக்கும் கணித்த குறியீட்டெண்களையும் அட்டவணை இரண்டில் ஒவ்வொரு நாளுக்கும் கணித்துக்கிடைத்த குறியீட்டெண்களை ஒப்புநோக்கவும்.

நாட்கள்	எடுத்துக்காட்டில் கொடுத்துள்ள குறியீட்டெண்கள்	அட்டவணை (2)ல் கொடுத்துள்ள குறியீட்டெண்கள்
திங்கள்	107.5	107.6
செவ்வாய்	105.9	106.0
புதன்	103.2	104.1
வியாழன்	100.4	100.5
வெள்ளி	103.8	103.6
சனி	77.7	78.1

இக்குறியீட்டெண்களுக்கான வரைபடங்கள் வரைந்தால் இரண்டும் ஏகதேசம் ஒன்றுபோல் தோன்றும். ஏனென்றால் நாம் எடுத்துக்கொண்ட 10 வராங்களும் தம்மில் ஏதாவது ஒரு காரணத்தினாலும் அதிக வேறுபாடில்லாதவைகளாகவே எடுத்துள்ளோம்.

அ. மாதாந்திர விவரங்களின் பருவ குறியீட்டெண்கள் (Seasonal index of monthly data)

ஒரு வருடத்தின் ஊடே காணப்படும் ஒரு குறிப்பிட்ட பருவ வேறுபாட்டிற்கான குறியீட்டெண்கள், பொதுவாக மாத விவரங்களின் அடிப்படையில் கணிக்கப்படும். மாதவிவரங்களின் அடிப்படையில் கணிக்கப்படுவதாயினும், வாரத்திர விவரங்களின் உதவி கொண்டே இவ்வித குறியீட்டெண்கள் கணிக்கப்படும். இத்தகைய குறியீட்டெண்கள் மாதங்களின் ஊடே காணப்படும் வேறுபாட்டை விளக்குவதோடு, வாரத்தின் ஊடேயும் காணப்படும் வேறுபாட்டை விளக்குவதாகவும் அமையும்.

விவரங்களிடையே பருவ வேறுபாடு உளது என்று தெரிந்த பின்னரே, பொதுவாக விவரங்களுக்கு பருவ குறியீட்டெண் கணிப்பதற்கு முற்பட வேண்டும்: இதை அனுபவத்தில் குறிப்பாக தொடர்புடையவர்கள் முன் கூட்டியே தெரிந்திருப்பார்கள். ஆனால், ஆய்வாளர்களுக்கு முன்னால் தெரிவதற்கு ஏதுவில்கை. என்றாலும், விவரங்களுக்கான வரைபடங்களை வரைந்தால், பருவ வேறுபாடுகள் விவரங்களிடையே உள்ளனவா என்பதை ஒருவாறு ஊகிக்க முடியும். படத்தைப் பார்த்தும் புரிந்துக் கொள்ள முடியாத சூழ்நிலைகளில், மேலும் தொடர்ந்து ஆய்வு செய்து முடிவுக்கு வரவேண்டும்.

போக்கின் சதவீத அடிப்படையிலான பருவக் குறியீட்டெண்

மாத வாரி விவரங்கள் ஒரு காலத் தொடர் வரி கொண்ட சையில், சார்பற்ற போக்குக் காணப்படுமானால், முன்பு கூறிய முறைகளில் கணிக்கப்பட்ட பருவக் குறியீட்டெண் போக்கின் தன்மைக்கு ஏற்றவாறு உயர்த்தோ அல்லது தாழ்த்தோ செல்லும் குணமுடையதாயிருக்கும். போக்கு நேரானதும் உயர்ந்து செல்லும் தன்மையுடையதாக இருந்தால், ஒவ்வோர் ஆண்டின் டிசம்பர் மாதம் போக்கின் அளவு அவ்வாண்டின் சனவரி மாதத்தைவிட அதிகமாக இருக்கும். இத்தகைய காலத் தொடர் வரிசைகளில், பருவமாற்றம் இல்லாது போயினும், நேர்போக்கின் காரணமாக டிசம்பர் மாதத்தில் காணப்படும் வளர்ச்சியின் அளவு, அவ்வாண்டிற்கான காலத் தொடர் வளர்ச்சியின் $\frac{11}{12}$ பாகத்திற்குச் சமமாக இருக்கும் என்பது

தெளிவான தொன்று. இக்காரணத்தினால், பருவமாற்றத்தைக் குறிக்கும் பருவக் குறியீட்டெண்ணும் ஏற்ற முடையதாகவே இருக்கும். உண்மையில் பருவமாற்றமும் இருக்குமானால் டிசம்பர் மாத பருவக்குறியீட்டெண் சனவரி மாதப் பருவக் குறியீட்டெண்ணை விடவும் அதிகமாகவே இருக்கும். மேலும், அவ்வாண்டிற்கான வளர்ச்சியில் $\frac{11}{12}$ பாகம் சனவரி மாதத்தோடு

ஒப்பிடும் போது டிசம்பர் மாத பருவக் குறியீட்டெண்ணின் மதிப்பில் காணப்படும். ஆனால் போக்கு எப்போதும் ஏறியேச் செல்லுவதில்லை. இறங்கிச் செல்லும் அல்லது குறைந்து செல்லும் போக்கும் உண்டு. போக்கு நேராகவும், குறைந்து செல்லும் குணமுடையதாயிருந்தால், டிசம்பர் மாத பருவ குறியீட்டெண் குறைவாக அமையும். ஆனால் போக்கு நேராக விலாமை வகித்து (non-linear) செல்வதாயிருந்தால், அதன்

பலன். பருவமாற்ற குறியீட்டெண்ணில் அவ்வளவு வெளிப்படையாகத் தெரியாததோடு, எளிதில் விளங்குவதாகவும் இரா.

இத்தகைய குழ்நிலைகளில், சிரமங்களை போக்க வேண்டுமானால்: பருவ குறியீட்டெண்களை, போக்கின் சதவீத அடிப்படையில் கணிக்க வேண்டும். முதலில் கொடுத்துள்ள விவரங்களுக்கு, ஒரு போக்குச் சமன்பாடு காணவேண்டும். பின்னர், போக்கின் சமன்பாட்டின் அடிப்படையில், ஒவ்வொரு மாதத்திற்கும் ஏற்ற விவரங்களைக் கணிக்க வேண்டும். பின்னர் காலத்தொடர் வரிசையில் ஒவ்வொரு மாதத்திற்கும் உள்ள மூல விவரங்களை போக்கின் அடிப்படையில் கணித்த விவரங்களின் சதவீதமாக மாற்றவேண்டும். பிறகு, இவ்வாறு கணித்துக் கிடைத்த பன்னிரண்டு மாதங்களுக்கான சதவீத அளவுகளை அட்டவணை ஒன்றில் கொடுத்துள்ளது போல் அமைக்கவேண்டும். பின் இரண்டாவது அட்டவணையில் கொடுத்துள்ளது போல் பருவ குறியீட்டெண்ணைக் கணிக்கலாம். இதில் சுழற் மாற்றத்தால் உண்டாகும் உயர்வு தாழ்வுகளைக் கருத்தில் கொள்வதில்லை என்றே கூறவேண்டும்.

ஆ. நடுவமை நகரும் சராசரி

பன்னிரு மாத நகரும் சராசரிகளின் சவேகிதங்கள்:

Percentage of chibid twelve months moving average.

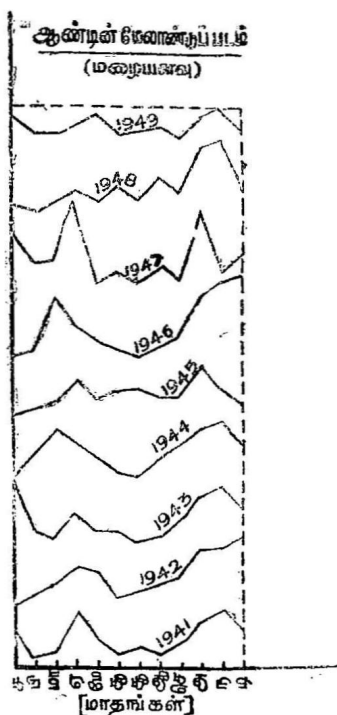
இம்முறையை ஒரு எடுத்துக்காட்டின் மூலம் பார்ப்போம். திருநெல்வேலி மாவட்டத்தில், 1940 முதல் 1950 வரை ஒவ்வொரு மாதங்களின் பெய்த மழை அளவை எடுத்துக்காட்டாகக் கொள்வோம்

திருநெல்வேலி மாவட்டத்தின் மழையளவு அளவு = அங்குலம் $\times$ 100

ஆண்டு	சனவரி	பிப்ரவரி	மார்ச்	ஏப்ரல்	மே	சூன்	சூலை	ஆகஸ்ட்	செப்டம்பர்	அக்டோபர்	நவம்பர்	டிசம்பர்	மொத்தம்
1940	1	14	50	456	194	105	44	48	187	644	1562	1018	4268
1941	266	15	25	409	148	67	69	21	117	352	1251	190	2928
1942	1	5	89	231	215	36	50	63	95	372	440	956	2556
1943	697	156	92	289	228	138	65	7	96	747	775	298	3518
1944	71	186	290	209	103	53	30	31	24	451	1103	373	3694
1945	38	66	98	250	40	54	79	42	30	652	1855	159	2898
1946	26	12	611	171	62	49	15	50	100	704	829	1289	3868
1947	400	204	204	842	77	94	57	151	48	563	88	125	2848
1948	159	126	127	154	77	124	21	244	13	772	1137	96	3050
1949	69	15	28	177	256	95	96	120	55	305	742	57	1945
1950	1	296	120	131	123	37	31	55	59	406	559	337	2205

விவரங்களைப்பார்த்தால், எல்லா ஆண்டுகளிலும் சில குறிப்பிட்டமாதங்களில், (அக்டோபர், நவம்பர், டிசம்பர் மழை அதிகமாகவும், இன்னும் சில மாதங்களில் (சூன், சூலை, ஆகஸ்ட்) எல்லா ஆண்டும் மழை குறைவாகவும் இருப்பது தெரியவரும். மேலும் பிப்பரவரி, மார்ச், ஏப்ரல் மாதங்களில், மழை சுமாராக இருப்பது போலும் தோன்றுகிறது. எனவே இந்தக் காலத் தொடர் வரிசையில் பருவமாற்றம் இருப்பதாக பாவிக்கலாம்.

மாதங்கள் தோறும் பெய்த மழையின் அளவுகளிலே வேறுபாடுருந்தது போதிலும், ஆண்டுதோறும் சில குறிப்பிட்ட மாதங்களில் ஏற்றமும் சில குறிப்பிட்ட மாதங்களில் இறக்கமும் காண்பது தெரியலாம். இவ்விவரங்களுக்கான வரைபடங்களை வரைந்தால் அதிலும் குறிப்பாக ஒவ்வொரு ஆண்



டின் படத்தைத் தனித்தனியாக ஓர் ஆண்டின் படத்தின் மேல் ஓர் ஆண்டின் படமாக வரைந்தால், சில குறிப்பிட்டக் காலங்களின் உண்டாகும் ஏற்ற இறக்கம் இலகுவில் விளக்கும். இவ்விதப் படங்கள் 'ஆண்டின் மேல் ஆண்டின் படம்' (year-over-year chart) என அழைக்கப்படும்.

இதில் உள்ள விவரங்கள், மாதங்களின் நாட்களின் எண்ணிக்கையிடையே உள்ள வேறுபாட்டிற்காகச் சீர் செய்யப்படவில்லை என்பதை நினைவுறுத்திக் கொள்ளல் நலம்.

பன்னிரு மாத நகரும் சராசரியின் சதவீத முறை, பெரும்பான்மையும் நடைமுறையில் கையாளப்படுகிறது. இதைச் சுருக்கமாக நகரும் சராசரி சதவீத முறை என்றே கூறலாம். இம்முறைக்கும் போக்கின் சதவீத முறைக்கு ஒரே ஒரு வேறுபாடுதான் உண்டு. காலத்தொடர் வரிசையில் உள்ள மூலவிவரங்கள், நகரும் சராசரி அளவுடன் ஒப்பிடப்பட்டு, நகரும் சராசரியின் சதவீதங்களாக மாற்றப்படும். ஆனால் காலத்தொடர் வரிசையில் உள்ள விவரங்கள், போக்களவின் சதவீதத்தில் மாற்றப்படும். ஆனால் 'நடுவமை பன்னிரு மாத நகரும் சராசரி கணிப்பதில் காலமும் சிரமும் அதிகம். என்றாலும் இம்முறையில் கணித்துக் கிடைக்கும் பருவ மாற்றியீட்டெண், தரத்தில் உணர்ந்தாக இருக்கும்.

பன்னிரு மாத நகரும் சராசரியையே ஓர் வரிசையாகக் பாவிக்கலாம். ஒவ்வொரு ஆண்டிலும் உள்ள விவரங்களைத் தனித்தனியாக எழுதாமல், மாதங்களின் ஒன்றின் கீழ் ஒன்றாகத் தொடர்ந்து எழுதிச் செல்ல வேண்டும், இம்முறையில் எழுதுவதுவே காலத் தொடர் வரிசைக்கு ஏற்றதாகும். பன்னிருமாத நகரும் சராசரியில், முதலில் வரும் சராசரி, முதல் பன்னிரண்டு மாதங்களின் மொத்தவிவரத்தை 12 கொண்டுவகுத்துக் கணிக்கப் பெறும். ஆனால் இரண்டாவது கணிக்கப் பெறும் பன்னிரு மாத சராசரி சற்று வேறுபடும் முதலில் எடுத்த பன்னிரண்டு மாதங்களில் முதல் மாதத்தை நீக்கிவிட்டு, அதற்குப் பதிலாக காலத் தொடர் வரிசையிலிருந்து பதின்மூன்றாவது மாதத்தைச் சேர்த்து சராசரி கணிக்க வேண்டும். பின்னர், மூன்றாவது சராசரி காலத் தொடர்வரிசையின் இரண்டாவது மாதத்தை நீக்கிவிட்டு பதினான்காவது மாதத்தை சேர்த்து சராசரி கணிக்க வேண்டும். இம்முறையில் ஒரே 11 மாதங்களின் அளவுகள் அடுத்தடுத்து இரு சராசரிகள் கணிப்பதில் சேர்த்துக் கொள்ளப்படும். வேறு படுவதெல்லாம் ஒரே ஒரு மாதத்தின்

காண வரமே, இவ்வாறே, நகரும் சராசரிகளைத் தொடர்ந்து கணிக்க வேண்டும். நமது கணிப்பில், சராசரி பன்னிரு மாதங்களின் விவர அடிப்படையில் கணிக்கப் பெறுவதால், இது 'பன்னிருசராசரி நகரும்ராசரி' என அழைக்கப் பெறுகிறது.

நமது கணிப்பிற்காக 1940 முதல் 1950 வரை உள்ள விவரங்களை எடுத்துக் கொள்வோம், 1940—ஆம் ஆண்டு சனவரி முதல் டிசம்பர் வரை உள்ள பன்னிரண்டு மாதங்களின் சராசரி 307.6 இது பன்னிரு மாதங்களின் சராசரியாகையால் அவ்வாண்டின் மைய மாதங்களாகிய சூன், சூலை என்ற இரு மாதங்களின் மையத்திற்கெதிரே (4) வது கட்டத்தில் கொடுத்துள்ளது போல் எழுதவேண்டும். இது போன்று, 1940 பிப்ரவரி முதல் 1941 சனவரி மாதம்வரை உள்ள பன்னிரு மாதங்களின் சராசரியை, (305.1) சூலை, ஆகஸ்ட் மாதங்களுக்கிடையே, நான்காவது கட்டத்தில் கொடுத்திருப்பது போல் எழுத வேண்டும். இது போன்ற, இதர நகரும் சராசரி அளவுகளையும் எழுத வேண்டும். நான்காவது கட்டத்தில் உள்ள ஒவ்வொரு அளவும், அவ்வளவிற்கு மேல் இரண்டாவது கட்டத்தில் உள்ள ஆறு அளவுகளுக்கும் அதுபோல் கீழ் உள்ள 6 அளவுகளுக்கும் உள்ள கூட்டுச் சராசரி என்று கூறத்தேவை இல்லை.

அட்டவணை 3

நடுவமை பன்னிரு மாத நகரும் சராசரி

மாதம்	மழை அளவு	பன்னிரு மாத மொத் தம்	பன்னிரு மாத நகரும் சராசரி	இரு நகரும் சராசரி களின் மொத் தம்	நடு வமை நகரும் சரா சரி
1940					
சனவரி	1				
பிப்ரவரி	14				
மார்ச்	50				
ஏப்ரல்	456				
மே	194				
சூன்	105				
சூலை	44	4268	355.7		
ஆகஸ்ட்	48	4533	377.7	738.4	366.7
செப்டம்பர்	187	4534	377.8	755.5	377.8
அக்டோபர்	644	4509	375.7	753.5	376.7
நவம்பர்	1562	4460	371.7	747.4	373.7
டிசம்பர்	1018	4314	367.8	739.5	369.8
		4376	364.6	732.4	366.2
1941					365.7
சனவரி	266	4414	366.7	731.3	
பிப்ரவரி	15	4333	364.9	731.6	365.8
மார்ச்	25	4463	363.2	728.1	364.1

மாதம்	மழை அளவு	பன்னிரு மாத மொத் தம்	பன்னிரு மாத நகரும் சராசரி	இரு நகரும் சராசரி களின் மொத் தம்	நடு வமை நகரும் சராசரி
1941					
ஏப்ரல்	407	4971	338.9	702.1	351.1
மே	148	3770	313.0	651.9	325.9
சூன்	67	2923	244.0	557.0	268.5
சூலை	69	2333	221.9	465.9	232.9
ஆகஸ்ட்	21	2653	221.1	443.0	231.5
செப்டம்பர்	117	2717	231.4	447.5	223.8
அக்டோபர்	352	2541	211.7	438.1	219.1
நவம்பர்	1251	2303	217.3	429.0	214.5
டிசம்பர்	190	2577	214.7	432.0	216.0
1942					
சனவரி	1	2553	213.2	427.9	213.9
பிப்ரவரி	5	2303	216.9	430.1	215.0
மார்ச்	39	2581	215.1	432.0	216.0
ஏப்ரல்	231	2301	216.7	431.8	215.3
மே	215	1790	143.2	365.9	182.9
சூன்	36	2553	213.0	362.2	181.1
சூலை	50	3252	271.0	484.0	242.0
ஆகஸ்ட்	63	3403	283.6	54.6	277.3
செப்டம்பர்	95	3403	283.3	567.4	283.7
அக்டோபர்	372	3.64	283.7	572.5	296.2
நவம்பர்	440	3472	283.3	578.0	299.0
டிசம்பர்	956	3569	287.4	58	293.3

மாதம்	மழை அளவு	பன்னிரு மாத மொத்தம்	பன்னிரு மாத நகரும் சராசரி	இரு நகரும் சராசரி களின் மொத் தம்	நடு வமை நகரும் சராசரி
1943					
சனவரி	697	3584	298.7	596.1	298.0
பிப்ரவரி	156	3525	298.7	592.4	296.2
மார்ச்	92	3526	298.8	587.5	293.7
ஏப்ரல்	289	3901	325.1	618.9	309.4
மே	228	4236	353.0	678.1	339.1
சூன்	188	3518	293.2	646.2	323.1
சூலை	65	28 2	241.0	534 2	267.1
ஆகஸ்ட்	7	2922	243.5	484.5	242.2
செப்டம்பர்	96	3120	260.0	503.5	251.7
அக்டோபர்	747	3040	253.8	513.8	256.7
நவம்பர்	775	2920	243.8	496.6	248.8
டிசம்பர்	288	2840	236.6	799.9	240.0
1944					
சனவரி	71	2805	233.7	470.3	235.1
பிப்ரவரி	186	2879	239.9	473.6	236.8
மார்ச்	290	3027	252.2	492.1	246.1
ஏப்ரல்	209	2731	227.5	479.7	239.8
மே	103	3059	254.9	482.4	241.2
சூன்	53	3694	307.8	562.7	251.3
சூலை	30	3661	305.1	612.9	306.5
ஆகஸ்ட்	91	3541	295.1	600.2	300.1
செப்டம்பர்	244	3349	279.1	574.2	287.1
அக்டோபர்	451	3390	282.5	561.6	280.8
நவம்பர்	1103	3327	277 3	559.8	279.9
டிசம்பர்	873	3328	277.3	554.6	277.3

மாதம்	மழை அளவு	பன்னிரு மாத மொத்தம்	பன்னிரு மாத நகரும் சராசரி	இரு நகரும் சராசரி களின் மொத் தம்	நடு வமை நகரும் சராசரி
1945					
சனவரி	38	3347	278.9	556.1	278.1
பிப்ரவரி	66	3338	278.2	557.1	278.1
மார்ச்	98	3124	260.3	538.5	26.2
ஏப்ரல்	250	3325	277.0	537.3	268.6
மே	40	3607	300.6	577.9	288.9
சூன்	54	2893	241.1	541.7	270.8
சூலை	79	2881	240.1	481.2	240.6
ஆகஸ்ட்	42	3827	318.9	559.0	279.5
செப்டம்பர்	30	3340	273.3	537.2	293.6
அக்டோபர்	652	3261	271.8	550.1	275.0
நவம்பர்	1385	3283	273.6	545.4	272.7
டிசம்பர்	159	3278	273.2	546.8	273.4
1946					
சனவரி	26	3214	267.8	541.0	270.5
பிப்ரவரி	12	3222	268.5	536.8	268.2
மார்ச்	611	3295	274.6	543.1	271.5
ஏப்ரல்	171	3344	278.7	553.8	276.5
மே	62	2759	229.9	508.6	254.3
சூன்	49	3868	322.3	552.2	276.1
சூலை	15	4248	354.0	676.3	338.2
ஆகஸ்ட்	50	4484	369.5	733.8	361.9
செப்டம்பர்	100	4027	335.6	705.1	352.5
அக்டோபர்	704	4699	391.5	727.1	363.1
நவம்பர்	829	4713	392.8	734.3	392.1
டிசம்பர்	1239	4758	396.6	739.4	394.7

மாதம்	மழை அளவு	பன்னிரு மாத மொத்தம்	பன்னிரு மாத நகரும் சராசரி	இரு நகரும் சராசரி களின் மொத் தம்	நடு வமை நகரும் சராசரி
1947					
சனவரி	400	4800	400 0	796.6	338.8
பிப்ரவரி	04	4901	408.4	808.4	404.2
மார்ச்	204	4844	408.7	812.1	406.0
ஏப்ரல்	842	4708	391.9	795.6	397.8
மே	77	3962	330.2	722.1	361.0
சூன்	94	2848	237.3	567.5	289.9
சூலை	57	2607	217.3	454.6	227.3
ஆகஸ்ட்	151	2529	210.8	418.1	214.0
செப்டம்பர்	43	2452	204.3	415.1	207.5
அக்டோபர்	563	1764	147.0	351.3	175.6
நவம்பர்	88	1764	147.0	294.0	147.0
டிசம்பர்	125	1794	149.6	296.6	148.8
1948					
சனவரி	159	1758	146.5	296.1	148.0
பிப்ரவரி	126	1851	154.3	300.8	150.4
மார்ச்	127	1521	151.8	306.1	153.0
ஏப்ரல்	154	2030	169.2	321.0	160.5
மே	77	3079	256.6	425.8	212.9
சூன்	124	3050	254.2	510.8	255.4
சூலை	31	2960	246.7	500.9	250.4
ஆகஸ்ட்	244	2849	237.4	484.1	242.0
செப்டம்பர்	13	2750	229.2	466.6	233.3
அக்டோபர்	772	2773	231.1	460.8	230.1
நவம்பர்	1137	2952	246.0	477.1	238.5
டிசம்பர்	96	2863	238.6	484.6	242.3

மாதம்	மழை அளவு	பன்னிரு மாத மொத்தம்	பன்னிரு மாத நகரும் சராசரி	இரு நகரும் சராசரி களின் மொத் தம்	நடு வமை நகரும் சராசரி
1949					
சனவரி	69	2928	244.0	482.6	241.3
பிப்ரவரி	15	2804	233.7	477.7	233.8
மார்ச்	28	2846	237.2	470.9	235.4
ஏப்ரல்	177	2879	198.8	435.5	217.7
மே	256	1984	165.8	363.6	181.8
சூன்	35	1945	162.1	327.4	163.7
சூலை	86	1877	156.6	318.7	159.8
ஆகஸ்ட்	120	2153	179.3	336.4	163.2
செப்டம்பர்	55	2250	157.5	367.3	183.7
அக்டோபர்	305	2204	183.7	371.2	185.6
நவம்பர்	742	2071	172.6	356.3	178.1
டிசம்பர்	59	2073	172.8	345.4	172.7
1950					
சனவரி	1	2018	168.2	341.0	170.5
பிப்ரவரி	296	1953	162.8	331.0	165.5
மார்ச்	120	1957	163.1	325.0	162.7
ஏப்ரல்	131	2053	171.5	334.6	167.3
மே	123	1875	156.3	327.8	163.9
சூன்	37	2205	183.8	340.1	170.0
சூலை	31				
ஆகஸ்ட்	55				
செப்டம்பர்	59				
அக்டோபர்	406				
நவம்பர்	559				
டிசம்பர்	387				

இரண்டாவது கட்டத்தில்கொடுத்துள்ள, காலத்தொடர் வரிசையின் மூல அளவுகளோ, ஒவ்வொரு மாதத்திற்கும் உள்ள தனித்தனி அளவுகள். ஆனால் நான்காவது கட்டத்தில் கொடுத்துள்ள நகரும் சராசரியை ஒரு மாதத்திற்கென திட்ட வட்டமாகக் கூறமுடியாமல், இருமாதங்களின் மைய அளவுகள் என்று குறிக்கப்பட்டுள்ளது. நகரும் சராசரியையும், மூல அளவுகள் போல் ஒருமாதத்தோடு இணைத்துக் கூறுவதுதான் ஏற்புடையது. இரு இணைமாதங்களுக்கென உள்ள நகரும் சராசரியை, ஒருமாதத்தோடு இணைத்து கூறும் முறையை 'நடுவமைத்தல்' (Centering) என்று கூறலாம்.

இதில் அடங்கியுள்ள தத்துவம் என்னவெனில், நான்காவது கட்டத்தில் கொடுத்துள்ள பன்னிருமாத நகரும் சராசரி அளவுகளுக்கே, ஒரு நகரும் சராசரி கணிக்கவேண்டும். ஆனால், இந்நகரும் சராசரி, இருமாத நகரும் சராசரியாக இருந்தால் போதுமானது. வெறு கட்டத்தில் கொடுத்துள்ளது போல், நகரும் சராசரி கணிப்பதற்காக நான்காவது கட்டத்தில் கொடுத்துள்ள இரு நகரும் சராசரிகளின் மொத்தம் கணிக்க வேண்டும். சூன், சூலை இருமாதங்களின் நடுவெதிரே குறித்துள்ள நகரும் சராசரியையும் சூலை, ஆகஸ்ட் இருமாதங்களின் நடுவெதிரே குறித்துள்ள நகரும் சராசரியையும் கூட்டி, சூலை மாதத்திற் எதிரே வெறு கட்டத்தில் எழுதவேண்டும். பின்னர் இதுபோல் இதர இருநகரும் சராசரிகளின் நகரும்மொத்தத்தையும் (Moving total) கணித்து எழுதவும். பின்னர், நகரும் மொத்தத்தை, இரண்டுகொண்டு வகுத்தால் சராசரி கிடைக்கும். இச்சராசரியை வெறு கட்டத்தில், சூலை மாதத்திற்கெதிரே எழுதவேண்டும். இது உண்மையில் பன்னிருமாத நகரும் சராசரிகளின் இருமாத நகரும்சராசரியாகும். இந்நகரும் சராசரிகளுக்கான வரைகோடும் வரையலாம்.

இவ்வாறு வரையப்படும் கோட்டில், பருவமாற்றத்தையோ அல்லது ஒழுங்கற்ற மாற்றத்தையோ, நடுவமை நகரும் சராசரி நல்லமுறையில் தெளிவாக எடுத்துக்காட்டவில்லை என்று ஒருவேளை விளங்கலாம். மேலும் நகரும் சராசரி, போக்கி னுடையவும் கூட்டு நியதிக்கு இணங்கிச் செல்வதாகவும் இராது. எனினும், இவைகளின் பலனை ஏகதேசம் விளக்குவதாகவே நகரும் சராசரி அமையும்.

ஒரு காலத்தொடர் வரிசையில், சுழல்மாற்றம் பெரிதாக இருந்த போதிலும், சுழலின் உச்சத்தையோ அல்லது தாழ்ச்சி

யையோ ஒட்டி நடுவமை பன்னிருமாத நகரும் சராசரி இருக்காது. ஒருவேளை நகரும் சராசரி சுழலின் உச்சியின் மத்தியில் செல்வதாக இருந்தபோதிலும், சராசரி மத்தியின் முன் உள்ள ஆறுமாதங்களின் அளவுகளாலும் பின் உள்ள ஆறுமாதங்களின் அளவுகளாலும் பாதிக்கப்படலாம். ஆனால், இப்பன்னிருமாதங்களில் பெரும்பான்மையும் அல்லது எல்லாமாதங்களின் அளவும் மத்தியமாத அளவைவிடக் குறைவாக இருக்கலாம். இதுபோன்ற, நகரும் சராசரி ஒருவேளை சுழலின் தாழ்ச்சியின் மத்தியில் செல்வதாக இருந்தபோதிலும், இச்சராசரி முன்போல் முன்னும் பின்னும் உள்ள பன்னிருமாத அளவுகளால் பாதிக்கப்பெறும். இங்கும், பன்னிருமாத அளவுகளில் பல மையமாத அளவைவிடக் கூடுதலாகவே இருக்கலாம். இதற்காகவே சிலபுள்ளிவிவர வல்லுனர்கள் நகரும் சராசரிக் கான வளைகோட்டைச் சீர்செய்து, போக்கு சுழல் முதலியவற்றின் கூட்டுப்பலன்களை நல்லமுறையில் விளக்குவதற்காக, மாற்றியமைப்பதும் உண்டு.

இந்நடுவமை பன்னிருமாத நகரும் சராசரியும் எளியமுறை கணிப்பு:

முதலில் பன்னிருமாதங்களுக்கான நகரும் சராசரி கண்டு பிடித்து, பின்னர் இந்நகரும் சராசரிகளுக்கு இருமாத நகரும் சராசரி முன்பு கணித்தது போல் கண்டுபிடிப்பது காலதாமதம் ஏற்படுவதோடு வீண் சிரமமும் அதிகமாகும். இதை எளிதில் கணிப்பதற்காக, இயந்திர உதவியை நாடலாம்.

மேலும், இந்நடுவமை நகரும் சராசரியை, இருநிலைகளில் கணிப்பதற்குப்பதிலாக ஒரேமுறையில் கணிக்கலாம். ஊன்றிக் கவனித்தால், 1944 குலை மாதத்திற்கெதிரே கணித்துள்ள நகரும் சராசரியைக் கணிப்பதில், உண்மையில் 12மாதங்களின் விவரங்களைவிட 13மாதங்களின் விவரங்களே பயன்பட்டுள்ளன. முதலில் 1944 சனவரி முதல் 1944 டிசம்பர்வரை உள்ள மாதங்களின் விவரங்களும் பின்னர் 1944 பிப்ரவரி மாத முதல் 1945 பிப்ரவரி மாதம்வரை விவரங்களும் பயன்பட்டன. ஆகவே 1944 சனவரி மாதத்திற்கான விவரம் ஒரு முறையும் 1945 பிப்ரவரி மாதத்திற்கான விவரம் ஒருமுறையும், இடையில் உள்ள 11 மாதங்களின் விவரங்கள் ஒவ்வொன்றும் இருமுறையும் பயன்பட்டுள்ளன. எனவே, முதல் கடைசி மாதங்களின் விவரத்தை ஒவ்வொரு தடவையும், இதர மாதங்களின் விவரங்களை இரண்டு தடவைகளிலும் கூட்டி, 24 கொண்டு வகுத்தால்

நடுவமை பன்னிருமா தநகரும் சராசரி கிடைக்கும். இவ்வாறு கணித்து நகரும் சராசரி, அட்டவணையில் கொடுக்கப் பட்டுள்ளன. பின்னர், கொடுத்துள்ள மூல அளவுகளை, அம் மாதங்களுகான நகரும் சராசரியால் வகுத்தால் மூல அளவுகளை நகரும் சராசரியின் சதவீதத்தில் கொடுப்பாதிக அமையும்.

அட்டவணை 4

நகரும் சராசரியும் அதன் சதவீத அளவுகளும்

மாதம்	மழை அளவு	13 மாத எடைகொள் மொத்தம் (எடைகள்) 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 1	பன்னிரு மாத நடு வமை நகரும் சராசரி	நடுவமை நகரும் சராசரி யின் மூல அளவின் சதவீதம்
1940				
சனவரி	1			
பிப்ரவரி	14			
மார்ச்	50			
ஏப்ரல்	456			
மே	194			
சூன்	15			
சூலை	44	8801	£66.7	12.0
ஆகஸ்ட்	48	9067	377.8	11.4
செப்டம்பர்	187	9048	376.7	36.4
அக்டோபர்	644	8969	373.7	172.3
நவம்பர்	1562	8874	369.8	422.3
டிசம்பர்	1018	8790	366.2	250.7
1941				
சனவரி	268	8777	365.7	72.7
பிப்ரவரி	15	8780	365.8	4.1
மார்ச்	25	8738	364.1	6.9
ஏப்ரல்	407	8426	351.1	115.9
மே	148	7828	325.9	45.4

மாதம்	மழை அளவு	13 மாத எடை கொள் மொத்தம்	நகரும் சராசரி	சராசரியின் சதவீதம்
1941				
சூன்	67	6684	278.5	24.1
சூலை	69	5591	232.9	29.6
ஆகஸ்ட்	21	5316	221.5	9.5
செப்டம்பர்	117	5370	223.8	52.3
அக்டோபர்	352	5258	219.1	160.9
நவம்பர்	1251	5149	214.5	583.2
டிசம்பர்	190	5185	216.0	88.0
1942				
சனவரி	1	5135	213.9	0.5
பிப்ரவரி	5	5161	215.0	2.3
மார்ச்	89	5184	216.0	41.2
ஏப்ரல்	231	5182	215.9	107.0
மே	215	4351	182.9	117.6
சூன்	36	4346	181.1	19.9
சூலை	50	5803	242.0	20.9
ஆகஸ்ட்	66	6655	277.3	23.8
செப்டம்பர்	95	6800	283.7	335.1
அக்டோபர்	372	6870	286.2	130.7
நவம்பர்	440	6936	289.0	152.2
டிசம்பர்	956	7041	293.4	325.8
1943				
சனவரி	697	7153	298.0	233.9
பிப்ரவரி	156	7109	296.2	52.7
மார்ச்	92	7051	293.8	31.3
ஏப்ரல்	289	7427	309.5	93.4
மே	223	8137	339.1	65.8
சூன்	133	7754	323.1	41.2
சூலை	65	6410	267.1	24.3
ஆகஸ்ட்	7	5814	242.2	2.9
செப்டம்பர்	96	6042	251.7	38.1
அக்டோபர்	747	6160	256.7	290.0
நவம்பர்	775	5960	248.3	312.1
டிசம்பர்	238	5760	240.0	99.2

மாதம்	மழை அளவு	13 மாத எடை கொள் மொத்தம்	நகரும் சராசரி	சராசரியின் சதவீதம்
1944				
சனவரி	71	5645	235.1	30.2
பிப்ரவரி	186	5684	236.8	7.8
மார்ச்	290	5906	246.1	117.8
ஏப்ரல்	209	5758	239.8	87.2
மே	103	5790	241.2	42.7
சூன்	53	6753	281.3	15.3
சூலை	30	7355	306.5	9.8
ஆகஸ்ட்	81	7202	300.1	27.0
செப்டம்பர்	244	6890	287.1	85.0
அக்டோபர்	451	6739	280.8	160.6
நவம்பர்	1103	6717	279.9	396.7
டிசம்பர்	873	6655	277.2	314.9
1945				
சனவரி	38	6675	278.1	13.7
பிப்ரவரி	68	6695	278.5	23.7
மார்ச்	98	6462	269.2	36.4
ஏப்ரல்	250	6449	268.7	93.0
மே	40	6932	288.8	13.9
சூன்	54	6500	270.8	19.9
சூலை	79	5774	240.6	23.8
ஆகஸ்ட்	42	6708	279.5	15.1
செப்டம்பர்	30	7167	298.6	10.0
அக்டோபர்	652	6601	275.0	237.1
நவம்பர்	1385	6544	272.1	507.9
டிசம்பர்	159	6561	273.4	58.2

மாதம்	மழை அளவு	18 மாத எடை கொள் மொத்தம்	நகரும் சராசரி	சராசரியின் சதவீதம்
1946				
சனவரி	26	6492	270.5	9.6
பிப்ரவரி	12	6436	268.2	4.5
மார்ச்	611	6517	271.5	225.0
ஏப்ரல்	171	6639	276.6	61.8
மே	62	6103	254.3	24.4
சூன்	49	6627	276.1	17.7
சூலை	15	8116	38.2	5.4
ஆகஸ்ட்	50	8382	361.8	13.8
செப்டம்பர்	100	8461	352.5	28.4
அக்டோபர்	704	8725	363.5	193.7
நவம்பர்	829	9411	392.1	211.4
டிசம்பர்	1239	9471	394.7	313.9
1947				
சனவரி	400	9558	398.3	100.4
பிப்ரவரி	204	9701	404.2	50.5
மார்ச்	204	9745	406.0	50.2
ஏப்ரல்	842	9547	397.8	211.7
மே	77	8665	361.0	21.3
சூன்	94	6810	253.9	33.1
சூலை	57	5455	227.3	25.1
ஆகஸ்ட்	151	5136	214.0	70.6
செப்டம்பர்	43	4981	207.5	20.7
அக்டோபர்	563	4216	175.7	320.5
நவம்பர்	83	3528	147.0	59.6
டிசம்பர்	125	3558	148.3	84.3
1948				
சனவரி	139	3552	148.0	107.4
பிப்ரவரி	126	3609	150.4	83.8
மார்ச்	127	3672	153.0	83.0
ஏப்ரல்	154	3851	160.4	96.0
மே	77	5109	212.9	36.2
சூன்	124	6129	255.4	48.6

மாதம்	மழை அளவு	13 மாத எடை கொள் மொத்தம்	நகரும் சராசரி	சராசரியின் சதவீதம்
1948				
சூலை	21	6010	250.4	8.4
ஆகஸ்ட்	244	5809	242.0	100.8
செப்டம்பர்	13	5599	233.3	5.6
அக்டோபர்	772	5523	230.1	335.5
நவம்பர்	1137	2725	238.5	476.7
டிசம்பர்	96	5815	242.3	31.6
1949				
சனவரி	69	5791	241.3	28.6
பிப்ரவரி	15	5732	238.8	6.3
மார்ச்	98	5650	225.4	11.9
ஏப்ரல்	177	5225	217.7	81.3
மே	256	4363	181.8	140.8
சூன்	35	3929	163.7	21.4
சூலை	83	3822	159.3	74.0
ஆகஸ்ட்	120	4035	163.1	51.4
செப்டம்பர்	55	44.8	163.7	29.1
அக்டோபர்	305	4454	185.6	164.3
நவம்பர்	742	4275	178.1	416.6
டிசம்பர்	59	4144	172.7	34.2
1950				
சனவரி	1	4091	170.5	0.6
பிப்ரவரி	296	3971	165.5	178.1
மார்ச்	120	3910	162.1	73.7
ஏப்ரல்	131	4015	167.3	73.3
மே	123	3933	163.	75.0
சூன்	37	4030	170.0	21.8
சூலை	31			
ஆகஸ்ட்	55			
செப்டம்பர்	59			
அக்டோபர்	403			
நவம்பர்	559			
டிசம்பர்	387			

ஈ. பருவக் குறியீடு கணிப்பு:

காலத்தொடர் வரிசையில் உள்ள ஒவ்வொரு மாதத்தின் மூல அளவுகளை, அம்மாதத்தின் நடுவமை பன்னிரு மாத நகரும் சராசரியால் வகுத்து, பின்னர் சதவீதத்தில் எழுத வேண்டும். இதுவே நமது அட்டவணையில் கடைசி கட்டத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

காலத்தொடர் வரிசை, போக்கு, பருவம், சுழல், ஒழுங்கின்மை என்ற நான்கு வகைவேறுபாடுகளாலானவை என்ற அடிப்படையின் பேரில்தான் கணிப்பு முறைகளும் கையாளப்படுகின்றன. காலத்தொடர்வரிசையின் விவரங்கள் போக்கு, சுழல், பருவம், ஒழுங்கின்மை என்ற நால்வகை வேறுபாடுகளின் பெருக்குப் பலனுக்குச் சமம்.

$$\text{போக்கு (Trend)} = \text{போ}(T)$$

$$\text{சுழல் (Cycle)} = \text{சு}(C)$$

$$\text{பருவம் (Seasonal)} = \text{ப}(S)$$

$$\text{ஒழுங்கின்மை (Irregular)} = \text{ஒ}(I)$$

எனவே காலத்தொடர் :

$$= \text{போ} \times \text{ப} \times \text{சு} \times \text{ஒ}$$

$$= T \times S + C \times I$$

மேலும், பன்னிருமாதநகரும் சராசரி அளவு, ஏகதேசம் போக்கையும் சுழலையும் பிரதிபலிப்பதாக உள்ளது. இதை வேறுவிதமாகக் கூறினால் போக்கு, சுழல் என்ற இருமாற்றங்களின் பெருக்குப் பலனுக்கு நகரும் சராசரி சமமாக இருக்கும்.

$$\text{போக்கு} \times \text{சுழல்} = T \times C.$$

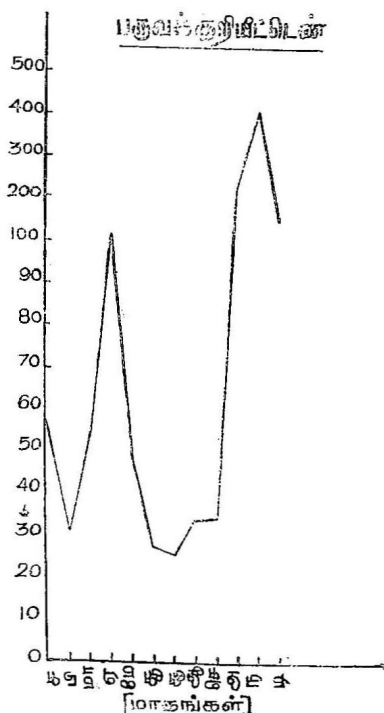
ஏனென்றால், பன்னிருமாத நகரும் சராசரி, சமப்படுத்தி (Smooths out) பருவவேறுபாட்டை இல்லாமல் செய்துவிடுகிறது. மேலும் நியதியற்ற அல்லது ஒழுங்கற்ற வேறுபாடோ குறைந்த அகலமுடைத்தாயும், (anphlide) குறுகிய காலத்தளவாயும் (Short duratin) இருப்பதால், நகரும் சராசரி இவ்வொழுங்கற்ற வேறுபாட்டையும் சமப்படுத்திவிடுகிறது என்றே கூறலாம்.

எனவே கொடுத்துள்ள மூல அளவுகளை, பன்னிருமாத நகரும் சராசரிகளால் வகுத்தால் கிடைப்பது, பருவமாற்றம். நியதியில்லாமாற்றம் என்ற இருவகை மாற்றங்களின் பெருக்குப் பலனுக்குச் சமமாகும்.

$$\frac{\text{போ} \times \text{ப} \times \text{சு} \times \text{ஒ}}{\text{போ} \times \text{சு}} = \text{ப} \times \text{ஒ}.$$

$$\frac{T \times S \times C \times I}{T + C} = S \times I$$

மூல அளவுகளை நகரும் சராசரியின் சதவிதத்தில் மாற்றிக் கிடைத்த அளவுகளுக்கு, ஒரு வரைகோடு வரையலாம். இவ் வரைகோட்டிலிருந்து பருவமாற்றம் இருப்பது தெரிவதோடு, ஒவ்வோர் ஆண்டிலும் அது ஏகதேசம் ஒன்று போன்றுதானிருக்கும் என்பதும் தெரியலாம்.



படம் 14

இதன்மின்னர், சதவித அளவுகளை, முன்னம் ஒவ்வொரு நாட்களின் விற்பனையின் சதவித அளவுகளை '1'ல் அட்டவணை எழுதியதுபோல், எழுதவேண்டும். இவ்வாறு அமைத்து எழுதிய விவரங்கள், அட்டவணை 5ல் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. மேலும் எல்லா 12 மாதங்களுக்கும் கிடைத்துள்ள ஆண்டுகளின் விவரங்களே, இதில் எடுக்கப்பட்டுள்ளன என்பதையும் தெரிந்துகொள்ளவேண்டும்.

அட்டவணை 5

ஆண்டு	சன வரி	பிப்ர வரி	மார்ச்	ஏப்ரல்	மே	சூன்	சூலை	ஆகஸ்ட்	செப் டம்பர்	அக் டோ பர்	நவம்	டிசம் பர்
1941	72.7	4.1	6.9	115.9	45.4	24.1	29.6	9.5	52.3	160.7	533.2	88.0
1942	0.5	2.3	41.2	107.0	117.6	19.8	20.7	53.8	38.5	130.0	152.2	825.8
1943	233.9	52.7	31.3	93.4	65.8	41.2	24.3	2.9	38.1	290.0	312.1	99.2
1944	30.2	73.3	117.8	87.2	42.7	15.3	9.8	27.0	85.0	160.6	393.7	314.9
1945	13.7	23.7	36.4	93.0	13.9	19.9	32.8	15.1	10.0	237.1	507.9	53.2
1946	9.6	4.5	225.0	61.8	24.4	17.7	5.4	13.8	23.4	193.7	211.4	313.9
1947	100.4	60.5	50.2	211.7	21.3	33.1	25.1	70.6	20.7	320.5	59.6	84.3
1948	107.4	33.5	33.0	96.0	36.2	48.6	8.4	100.8	5.6	235.5	476.7	39.6
1949	28.6	6.3	6.3	31.3	140.8	21.4	54.0	71.4	29.9	134.3	416.6	34.2

பின்னர், அட்டவணியில் ஒவ்வொரு மாதத்திற்கும் கொடுத்துள்ள சதவீத அளவுகளைத் தனித்தனியே ஆராய வேண்டும். பின்னர், ஒவ்வொரு மாதத்திய அளவுகளை முன்பு அட்டவணை 2 ல் கூறியதுபோல் இறங்கு வரிசையில் அட்டவணை 6 ல் கொடுத்துள்ளது போல் மாற்றி எழுதவேண்டும்.

பின்னர் இவ்விவரங்களைப்படத்தில் கீழே கொடுத்துள்ளது போல் அமைக்கலாம். ஒவ்வொரு மாதத்திற்கும் ஒவ்வொரு வரிசை அல்லது அணி (array) கிடைக்கும். படத்திலிருந்து சில கருத்துக்கள் தெரியவரும். ஒவ்வொரு மாதத்தில் உள்ள சில சதவீத அளவுகள் அம்மாதத்தில் சராசரி சதவீத அளவுகளை விட மிகக் குறைவாகவும், சில சதவீத அளவுகள் மிகவும் அதிகமாகவும் தோன்றும். இவ்வாறு மிகைப்படையாக உள்ள கூடுதல் குறைவு அளவுகளை அகற்றி விட்டு, மீதி உள்ள அளவுகளுக்குச் சராசரி கண்டுபிடிக்க வேண்டும். எத்தனைச் சூழல்கள் தோன்றுகிறதோ அதற்கிணங்க இருக்க வேண்டும். பொதுவாக ஓர் உயர்ந்த அளவையும் ஒரு தாழ்ந்த அளவையும் அல்லது இரு உயர்ந்த அளவுகளையும் மாத்திரம் அட்டவணையில் அகற்றினால் போதுமானது. பின்னர், இத்தொடர் வரிசையில் உள்ள எஞ்சிய மாதங்களின் சதவீத அளவுகளுக்கு, சராசரி கண்டுப் பிடிக்க வேண்டும். இவ்வாறு கண்டுபிடித்த அளவுகளைக் கட்டத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அளவு சரியாக 100 ஆக இருக்காது எனவே, காலத்தொடர் வரிசையின் ஒருமாதத்திற்கான சராசரி சதவீத அளவை 100 ஆக பாவித்து, ஒவ்வொரு மாதத்தின் சராசரி சதவீத அளவை காலத்தொடர் வரிசையின் சராசரியின் சதவீதமாக மாற்றி, அட்டவணையில் அடிவரிசையில் கொடுத்துள்ளது போல் எழுதவேண்டும். இவ்வாறு ஒவ்வொரு மாதத்திற்கும் கணித்துக் கிடைத்த சதவீத அளவே பருவக்குறியீட்டெண். (Seasonal index)

அட்டவணை 6

வரிசை	சன வரி	பிப்ர வரி	மார்ச்	ஏப்ரல்	மே	சூன்	சூலை	ஆகஸ்ட்	செப் டம்பர்	அக் டோ பர்	நவம் பர்	டிசம் பர்
1.	238.9	88.8	225.0	217.7	140.8	48.6	54.0	100.8	85.0	838.5	588.2	825.8
2.	107.4	78.8	117.8	115.9	117.6	41.2	82.8	71.4	52.8	820.5	507.9	814.9
3.	100.4	52.7	88.0	107.0	65.8	88.1	29.6	70.6	38.1	290.0	476.7	818.9
4.	72.7	50.5	58.2	86.0	42.4	24.1	25.1	27.0	88.5	287.1	416.6	99.2
5.	80.2	28.7	41.2	98.4	42.7	21.4	24.8	28.8	29.5	198.7	896.7	88.0
6.	28.6	6.8	86.4	98.0	86.2	19.9	20.7	15.1	28.4	164.8	812.1	84.8
7.	18.6	4.5	81.8	87.2	24.4	19.9	9.8	18.8	20.7	160.7	211.4	58.2
8.	9.6	4.1	119.9	81.8	21.8	17.7	8.4	9.5	10.0	160.6	152.2	39.6
9.	0.5	2.8	6.9	61.6	18.9	15.8	5.4	2.9	5.6	180.0	59.6	84.2
மொத்தம்	245.5	187.7	245.1	476.6	214.5	118.4	109.5	150.8	150.6	1045.8	1818.5	648.3
சராசரி	49.1	27.5	49.0	95.8	42.9	28.7	21.9	81.1	80.1	209.2	862.7	128.7
பருவக்குறியீட் டெண்	85.0	80.8	54.9	106.8	48.1	26.6	24.6	88.7	88.7	284.5	408.6	144.8

இணைப்பு விகிதம்: (Link Relative)

பருவ குறியீட்டெண் கணிப்பதில் முன்பு இணைப்பு விகித முறை பெருமளவில் பயன்பட்டு வந்தது. இதில் கணிப்பில் உண்டாகும் நேரமும் சிரமமும் குறைவு. ஆனால் கணித்துக் கிடைக்கும் அளவு தரத்தில் உயர்ந்தவையல்ல என்று கூற வேண்டும்.

இதிலுட்கிய தத்துவம் என்னவெனில், ஒவ்வொரு மாதமூல அளவை அம்மாதத்தின் முன்மாத அளவின் சதவீதத்தில் மாற்ற வேண்டும். பின்னர் இவ்வாறு இணைப்புமுறையில் கணித்துக்கிடைத்த சதவீத அளவுகளை 5,6 என்ற இரு அட்டவணைகளில் கொடுத்துள்ளதுபோல் வரிசைப்படுத்தி அமைக்க வேண்டும்.

பருவக் குறியீட்டெண் பொருத்தம்:

பருவக்குறியீட்டெண்ணின் பொருத்தத்தை, அணியைக் குறிக்கும் படத்திலிருந்தே அறிந்துக் கொள்ளலாம். ஒவ்வொரு அணியிலும் உள்ள விவரங்கள் மிகவும் நெருக்கமின்றி சிதறிக் காணப்பட்டால் பருவக்குறியீட்டெண் தரத்தில் உயர்ந்தது என்று கூறமுடியாது. எவ்வளவு தூரத்திற்கு மாதத்தின் அணி சிதறல்கள் (dispersias) குறைகின்றதோ அவ்வளவு தூரத்திற்கு பருவமாற்றம் ஆண்டுதோறும் ஒன்றுபோலிருக்கும் என்பதைக் காண்பிக்கும். சரியான சோதனை என்னவென்றால், பருவக் குறியீட்டெண்ணைப் பயன்படுத்தி, கால வரிசைத் தொடரில் காணப்படும் பருவமாற்றத்தை அகற்றிய பின்பும், பருவமாற்றம் எஞ்சியுள்ளதா என்பதைப் பார்க்கவேண்டும்.

வேறுபடும் பருவ வேறுபாடு (changing seasonal Movements)

பருவ வேறுபாடு, நிலையான பருவ வேறுபாடு, வேறுபடும் பருவ வேறுபாடு என இருவகைப் படும் என்று முன்பு கூறினோம். மேலும், நிலையான வேறுபாடுபற்றி இதுவரை கண்டோம். இனி வேறுபடும் பருவ வேறுபாடுபற்றி விளக்கமாக ஆய்வோம்.

வேறுபடும் பருவவேறுபாடும்

காலத்தொடர் வரிசையின் மதிப்பில் காணப்படும் ஏற்றம் அல்லது இறக்கம் போன்ற வேறுபாடு, ஆண்டுதோறும் ஒரு

குறிப்பிட்ட மாதம் அல்லது பருவம் என்றில்லாமல் தோன்றுமானால், அது வேறுபடும் எனப்படும். வேறுபடும். பருவமாற்றம் தொடர்ச்சியாக (Progressive) ஆண்டுதோறும் ஏற்படுவதாகயிருக்கும். இதை நகரும் பருவமாற்றம் (Moving Seasonal) என்றும் அழைக்கலாம். அல்லது திடீரென தோன்றுவதாகவும் இருக்கலாம். திடீரென வேறுபாடு, பண்டிகை நாட்கள் கொண்டாடப்படும் கால வேறுபாட்டினாலோ, தேர்தல் போன்ற சம்பவங்கள் ஏற்படுவதாலோ உண்டாகலாம்.

நகரும் பருவமாற்றம்

காலத்தொடர் வரிசையின் விவரங்களுக்கேற்றதொரு வரைபடம் அமைக்கலாம். ஆனால் படத்தைப்பார்த்து, காலத்தொடர் வரிசையில் உள்ள பருவமாற்றத்தின் தன்மையை, நிலையானதா அல்லது நகரும் தன்மையுடையதா என்று அறுதியிட்டுக் கூற முடியாது. இதற்கு விளக்கமான ஆய்வு வேண்டும். எவ்வகைப் பருவ வேறுபாடாகயிருந்த போதிலும், முன்னம் விளக்கியது போன்று நகரும் பருவ குறியீட்டை முதலில் கணிக்கவேண்டும்.

எ. காட்டு 1 நகரும் பருவக்குறியீட்டெண் கணிப்பு

ஆண்டு	சனவரி	பிப்ரவரி	மார்ச்	ஏப்ரல்	மே	சூன்	சூலை	ஆகஸ்ட்	செப்டம்பர்	அக்டோபர்	நவம்பர்	டிசம்பர்
1940	58	45	85	85	26	60	87	77	105	46	88	85
1941	81	85	68	61	88	47	42	54	59	41	40	49
1942	66	52	75	57	51	88	88	89	42	48	89	44
1943	141	77	74	129	67	59	165	90	66	74	105	188
1944	49	45	107	42	46	54	67	50	55	54	48	72
1945	59	57	71	57	68	70	68	60	75	65	55	46
1946	68	49	109	58	45	50	45	53	58	61	52	45
1947	84	61	78	15	70	40	44	45	28	45	80	28
1948	44	86	86	88	89	86	28	42	41	87	41	47
1949	24	60	68	89	25	82	88	28	82	42	29	34

அட்டவணை 1

மாதம்	மூல அளவு	பன்னிரு மாத மொத்தம்	18 மாத எடை கொள் மொத்தம்	பன்னிரு மாத நடுவமை நகரும் சராசரி	நடுவமை நகரும் சராசரி யில் மூல அளவின் சதவீதம்
1940					
சனவரி	58				
பிப்ரவரி	45				
மார்ச்	35				
ஏப்ரல்	35				
மே	26				
சூன்	60				
சூலை	37	642	1257	52.4	70.6
ஆகஸ்ட்	77	615	1220	50.8	151.6
செப்டம்பர்	105	605	1238	51.6	203.5
அக்டோபர்	46	633	1292	53.8	85.5
நவம்பர்	33	659	1330	55.4	59.6
டிசம்பர்	85	671	1329	55.4	153.4
1941					
சனவரி	31	658	1321	55.0	56.4
பிப்ரவரி	35	663	1303	54.3	64.5
மார்ச்	63	640	1234	51.4	122.6
ஏப்ரல்	61	594	1183	49.3	123.7
மே	38	589	1185	49.1	77.4
சூன்	47	596	1156	48.2	97.5
சூலை	42	560	1155	48.1	87.3
ஆகஸ்ட்	54	595	1207	50.3	10.74
செப்டம்பர்	59	612	1236	51.5	114.6
அக்டோபர்	41	624	1244	51.8	79.2
நவம்பர்	40	620	1253	52.2	76.6
டிசம்பர்	49	633	1257	52.4	93.5
1942					
சனவரி	66	624	1239	51.6	128.0
பிப்ரவரி	52	615	1215	50.6	102.8
மார்ச்	75	600	1183	49.3	152.1
ஏப்ரல்	57	583	1163	48.7	117.0
மே	51	585	1163	48.7	104.7
சூன்	38	584	1163	48.5	78.4

மாதம்	அளவு மூல	பன்னிரு மாத மொத் தம்	13 மாத எடை கொள் மொத்தம்	பன்னிரு மாத நடுவமை நகரும் சராசரி	நடுவமை நகரும் சராசரி யில் மூல அளவின் சதவீதம்
1942					
சூலை	33	579	1238	51.4	64.2
ஆகஸ்ட்	39	654	1383	55.5	70.8
செப்டம்பர்	42	679	1359	56.5	74.3
அக்டோபர்	43	678	1428	59.0	72.9
நவம்பர்	39	750	1516	63.2	61.7
டிசம்பர்	44	766	1553	64.9	68.0
1943					
சனவரி	141	787	1806	91.9	198.8
பிப்ரவரி	77	919	1889	98.9	97.8
மார்ச்	74	970	1964	81.4	90.9
ஏப்ரல்	129	994	2019	83.8	153.9
மே	67	1025	2116	88.2	76.2
சூன்	59	1091	2296	94.8	62.2
சூலை	165	1185	2298	94.9	173.9
ஆகஸ்ட்	90	1093	2154	89.8	100.2
செப்டம்பர்	66	1061	2155	89.8	93.5
அக்டோபர்	74	1094	2101	89.5	84.6
நவம்பர்	105	1007	1903	83.0	126.5
டிசம்பர்	138	986	1969	82.0	168.2
1944					
சனவரி	49	981	1864	77.7	63.1
பிப்ரவரி	45	883	1926	71.9	62.6
மார்ச்	107	843	1605	69.8	153.3
ஏப்ரல்	42	832	1644	68.5	61.3
மே	46	812	1562	65.1	70.7
சூன்	54	750	1434	59.8	90.3
சூலை	67	684	1393	57.4	116.7
ஆகஸ்ட்	50	694	1400	58.3	85.8
செப்டம்பர்	55	706	1396	57.3	96.0
அக்டோபர்	54	670	1355	56.5	95.6
நவம்பர்	43	685	1389	57.8	74.4
டிசம்பர்	72	702	1420	59.2	121.6

மாதம்	மூல அளவு	பன்னிரு மாத மொத்தம்	13 மாத எடை கொள் மொத்தம்	பன்னிரு மாத நடுவமை நகரும் சராசரி	நடுவமை நகரும் சராசரி யில் மூல அளவின் சதவீதம்
1945					
சனவரி	59	718	1482	59.7	98.8
பிப்ரவரி	57	714	1488	59.9	95.2
மார்ச்	51	724	1468	61.2	88.3
ஏப்ரல்	57	744	1499	62.5	91.2
மே	63	755	1522	63.4	99.4
சூன்	70	767	1508	62.8	111.5
சூலை	63	741	1486	61.9	101.8
ஆகஸ்ட்	60	745	1482	61.8	97.1
செப்டம்பர்	75	787	1512	63.0	119.1
அக்டோபர்	65	775	1551	63.6	102.2
நவம்பர்	55	776	1534	63.9	86.1
டிசம்பர்	46	758	1496	62.3	78.8
1946					
சனவரி	63	738	1458	60.8	103.6
பிப்ரவரி	49	720	1433	59.7	82.1
மார்ச்	109	713	1404	58.5	186.3
ஏப்ரல்	58	691	1378	57.4	101.0
மே	45	687	1371	57.1	78.9
சூன்	50	684	1367	57.0	87.7
சூலை	45	683	1367	57.0	78.9
ஆகஸ்ட்	53	684	1380	57.5	92.1
செப்டம்பர்	53	696	1361	56.7	93.5
அக்டோபர்	61	665	1287	53.6	113.8
நவம்பர்	52	622	1269	52.9	93.3
டிசம்பர்	45	647	1384	57.7	78.0

மாதம்	மூல அளவு	பன்னிரு மாத மொத்தம்	18 மாத எடை கொள் மொத்தம்	பன்னிரு மாத நடுவமை நகரும் சராசரி	நடுவமை நகரும் சராசரி யில் மூல அளவின் சதவீதம்
1947					
சனவரி	64	637	1373	57.2	111.9
பிப்ரவரி	61	636	1264	52.7	115.8
மார்ச்	78	628	1231	51.3	152.0
ஏப்ரல்	15	603	1190	49.6	30.2
மே	70	587	1152	48.0	145.8
சூன்	40	565	1108	46.2	86.6
சூலை	44	543	1066	44.4	99.1
ஆகஸ்ட்	45	523	1021	42.5	105.9
செப்டம்பர்	28	498	954	39.8	70.4
அக்டோபர்	45	456	935	39.0	115.4
நவம்பர்	30	479	927	38.6	77.7
டிசம்பர்	23	448	892	37.2	61.8
1948					
சனவரி	44	444	870	36.3	121.2
பிப்ரவரி	36	426	849	35.4	101.6
மார்ச்	36	423	859	35.8	100.6
ஏப்ரல்	38	436	864	36.0	105.6
மே	39	428	867	36.1	108.0
சூன்	36	439	902	37.6	95.7
சூலை	26	463	909	37.9	68.6
ஆகஸ்ட்	42	443	870	36.3	115.7
செப்டம்பர்	41	427	886	36.9	111.1
அக்டோபர்	37	459	919	38.3	96.6
நவம்பர்	41	460	906	37.8	108.4
டிசம்பர்	47	446	888	37.0	127.0

1.	2.	3.	4.	5.	
1949	24	442	891	37.1	64.7
சனவரி	20	449	884	36.8	54.3
பிப்ரவரி	68	435	861	35.9	189.4
மார்ச்	39	426	857	36.1	108.0
ஏப்ரல்	25	431	850	35.4	70.6
மே	32	419	825	34.3	93.3
சூன்	33	406			
சூலை	28				
ஆகஸ்ட்	32				
செப்டம்பர்	42				
நவம்பர்	29				
டிசம்பர்	34				

அட்டவணை 2.
நடுவமைநகரும் சராசரியின் மூல அளவின் சதவீதம்

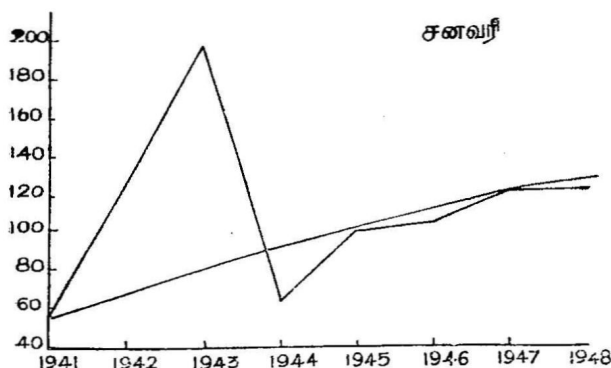
ஆண்	சன வரி	பிர வரி	மார்ச்	ஏப்ரல்	மே	சூன்	சூலை	ஆகஸ்ட்	செப் டம்பர்	அக் டோபர்	நவம் பர்	டிசம் பர்
1941	56.4	64.5	122.6	123.2	77.4	97.5	87.3	107.4	11.6	79.2	76.6	93.5
1942	128.0	102.8	152.1	117.0	104.7	78.4	64.2	70.3	74.3	72.9	61.7	63.0
1943	193.3	97.8	90.9	153.9	76.0	62.2	173.9	100.2	73.5	84.6	126.5	168.2
1944	63.1	62.6	153.3	61.8	70.7	90.3	116.7	85.8	96.0	95.6	74.7	121.6
1945	93.8	95.2	83.3	91.2	99.4	111.5	101.8	97.1	119.1	102.2	86.7	73.8
1946	103.6	82.1	186.3	101.0	78.9	87.7	78.9	92.1	93.5	113.8	93.3	78.0
1947	119.9	115.8	152.0	80.2	145.9	86.6	99.1	105.9	70.4	115.4	77.7	61.8
1948	121.2	101.6	100.6	105.6	103.0	95.7	68.6	115.7	111.1	96.6	108.4	127.0

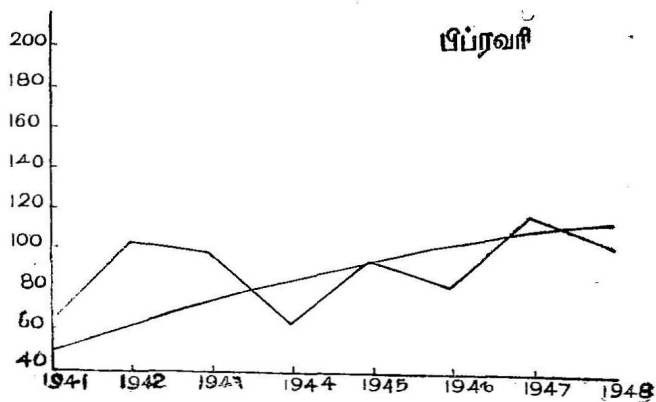
நகரும்பருவக் குறியீட்டெண்ணை கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்க வேண்டும்.

(1) கொடுத்துள்ள மூல விவரங்களுக்கு, பன்னிருமாத நகரும் சராசரியை எடுத்துக்காட்டில் '5' வது கட்டத்தில் கொடுத்துள்ளதுபோல் கணிக்கவேண்டும். பின்னர், இந் நகரும் சராசரிகளுக்கு ஒருவரை படமும் அமைக்கலாம்.

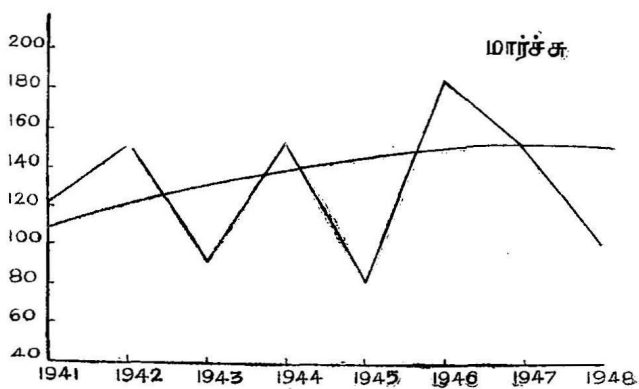
(2) பின்னர், காலத்தொடர் வரிசையில் ஒவ்வொரு மாதத்திலும் உள்ள மூல விவரங்களை, அம்மாதங்களின் நகரும் சராசரிகளின் சதவீதத்தில் மாற்றி, எடுத்துக்காட்டில் கடைசிக் கட்டத்தில் கொடுத்துள்ளதுபோல் கணிக்க வேண்டும். இவ்வாறு கணித்துக் கிடைத்த சதவீத அளவுகளை அட்டவணை '2'ல் கொடுத்துள்ளதுபோல் எழுதவும்.

(3) பின்னர், ஒவ்வொரு மாத அளவுகளுக்கு, ஒரு வரைபடம் வீதம் பன்னிரண்டு மாதங்களுக்கும் தனித்தனியே பன்னிரு வரைபடங்கள் அமைக்கவேண்டும்.

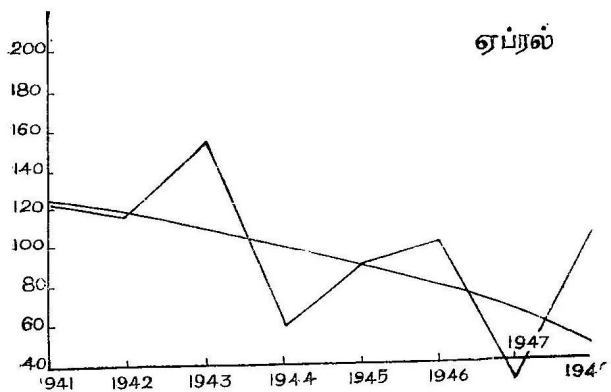




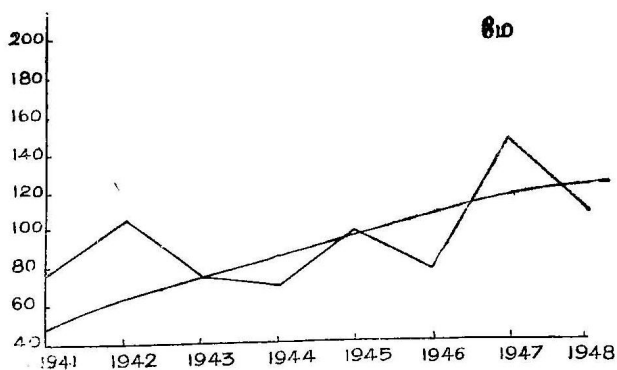
படம் 16



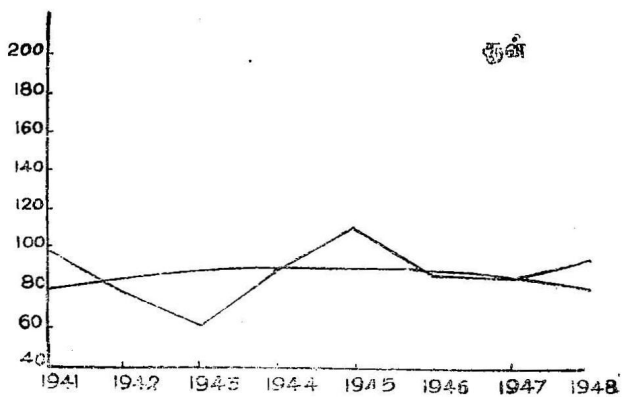
படம் 17



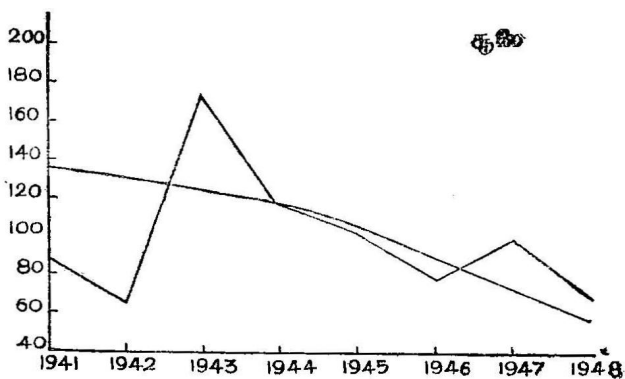
படம் 18



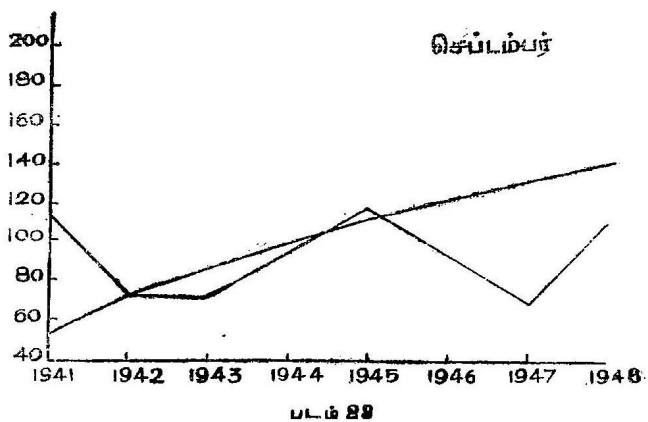
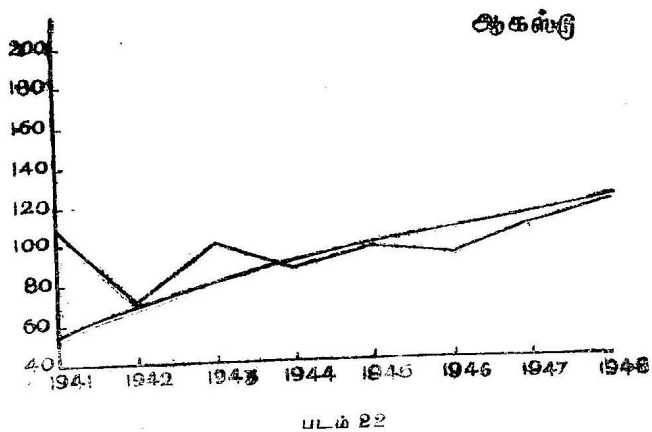
படம் 19

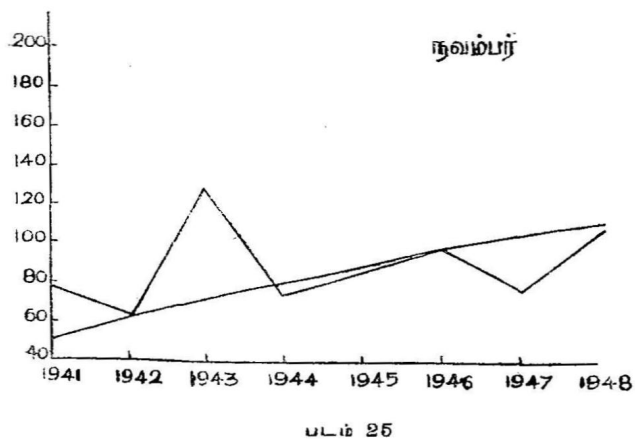
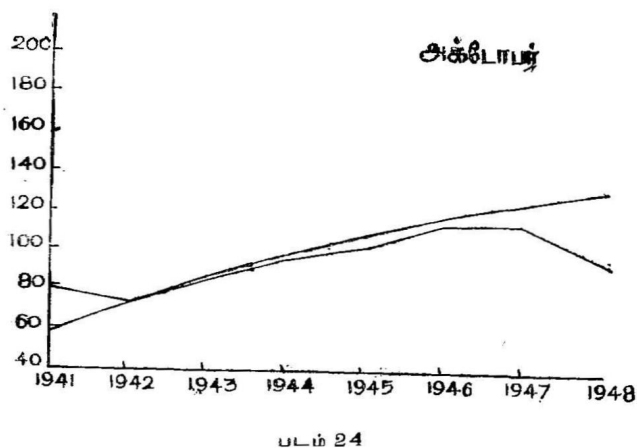


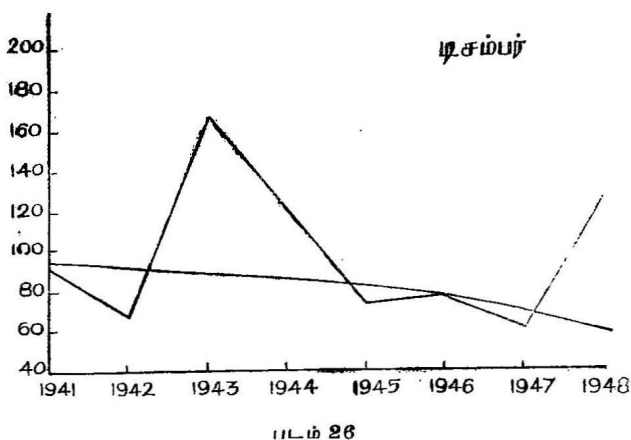
படம் 20



படம் 21







(4) ஒவ்வொரு மாதத்தின் வரை படத்தைத் தனித்தனியே கவனிக்கவேண்டும். சில மாதங்களின் போக்கு* உயர்ந்து செல்வதாகவோ, சில மாதங்களின் போக்கு இறங்கிச் செல்வதாகவோ இருக்கும். சில மாதங்களின் போக்கு ஏறி இறங்கி அல்லது இறங்கி ஏறிச் செல்வதாகவும் இருக்கலாம். எது எவ்வாறாயினும், முதலில் போக்கின் தன்மையை ஒட்டி, போக்கிற்கேற்ற ஒரு போக்குக் கோட்டை ஒவ்வொரு மாதத்திற்கும் வரையவேண்டும். இதைப் பல வகையில் செய்யலாம். எளிதில் வரையும் கோட்டினாலோ, அல்லது கணித்த விதிகளுக்கேற்ற முறையில் வரைந்த வரைகோட்டினாலோ அல்லது நகரும் சராசரிகளின் உதவி கொண்டோ வரையலாம். எனினும், நமது போக்குக்கோட்டின் முதலிலும், முடிவிலும் பெரிய உயர்வோ தாழ்வோ இல்லாத எளிய கோடுகளாக இருப்பதே நலம். நாம் இங்கு கருத்தில் கொள்ள வேண்டியது என்னவெனில், இங்கு கவனிக்கப்படும்போக்கும் முன் நாம் காலத்தொடர்வரிசையில் கவனித்த சார்பில்லா போக்கில் நின்று வேறுபட்டதொன்றே என்பதுதான். எனினும், மாதங்களின் விவரங்களில் காணப்படும் போக்கு ஒரே மாதிரியாக எப்போதும் முடிவின்றித் தொடர்ந்து செல்வதில்லை. இங்கு கொடுத்துள்ள படங்களில் எல்லாம், எளிய கொடுகள் வரைத்துப் பொருத்தப்பட்டுள்ளன.

(5) பின்னர், போக்குக் கோட்டின் உதவி கொண்டு, ஒவ்வொரு மாதத்திற்கும் ஒவ்வொரு ஆண்டிற்கான அளவைக்

கணிக்கவேண்டும். இது, போக்கு விதிக்கேற்றவாறு கணித்த அளவாகும். இவ்வாறு கணித்துக் கிடைத்த அளவுகளை அட்டவணியில் கொடுத்துள்ளதுபோல் அமைக்கவேண்டும். இவ்வாறு கணித்த அளவுகளை நகரும் பருவத்தின் முதல் மதிப்பீடுகள் (First approximation) என வழங்கலாம்.

(6) ஒவ்வொரு ஆண்டிற்கும், எல்லா மாதங்களுக்கும் கணித்துக் கிடைத்த முதல் மதிப்பீடுகளைக் கூட்டினால், கிடைக்கும் கூட்டுத் தொகை '1200' ஐ விடக் கூடுதலாகவோ அல்லது குறைவாகவோ இருக்கலாம்.

(7) பின்னர் ஒவ்வொரு வருடத்திலும் எல்லா மாதங்களின் முதல் மதிப்பீடுகளின் கூட்டுத்தொகையை '1200' என்று மாற்றி, அதற்கேற்றவாறு அவ்வருடத்தின் ஒவ்வொரு மாதத்திற்கான முதல் மதிப்பீட்டளவுகளை மாற்றியமைக்கவேண்டும். இவ்வாறு அமைத்த அளவுகள் அட்டவணியில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

நகரும் பருவக் குறியீட்டெண்ணின் முதல் மதிப்புக்கு
அட்டவணை 3

மாதம்	1941	1942	1943	1944	1945	1946	1947	1948
சனவரி	56	69	79	91	102	112	115	126
பிப்ரவரி	50	62	74	84	95	103	113	117
மார்ச்	110	121	132	140	147	153	153	152
ஏப்ரல்	125	118	111	102	92	80	69	46
மே	50	64	75	88	98	109	117	123
சூன்	80	85	90	91	92	90	88	82
சூலை	135	130	123	118	102	88	72	58
ஆகஸ்ட்	55	69	80	90	97	105	112	118
செப்டம்பர்	55	74	88	102	114	120	133	140
அக்டோபர்	58	72	85	97	109	118	125	132
நவம்பர்	50	62	62	80	88	94	106	112
டிசம்பர்	96	98	91	87	84	78	69	62
<u>மொத்தம்</u>	<u>920</u>	<u>1020</u>	<u>1100</u>	<u>1170</u>	<u>1220</u>	<u>1250</u>	<u>1270</u>	<u>1270</u>

அட்டவணை 4ல் கொடுத்துள்ள விவரங்களுக்கு ஒரு வரை கோட்டுப் படம் வரையலாம். அட்டவணை '4'ஐ உற்று நோக்கும் போது சில உண்மைகள் தெரியவரும். பொதுவாக சனவரி, பிப்ரவரி, மே மாதங்களில் குறைவாகக் காணப்பட்ட விற்பனை, 1946 முதல் அதிகமாக உயர்ந்துள்ளது. இதுபோல், ஏப்ரல், சூன் மாதங்களில் அதிகமாக உள்ள விற்பனை, படிப் படியாகக் குறைந்து, 1948ல் மிகவும் குறைந்துவிட்டது. ஆகஸ்ட், செப்டம்பர், அக்டோபர், நவம்பர் மாதங்களில் 1946க்குப் பிறகு விற்பனை உயர ஆரம்பித்துள்ளது. 1941, 1942 என்ற இரு ஆண்டுகளில் சூன் மாதத்திலிருந்த மிக உயர்ந்த விற்பனை இதர ஆண்டுகளில் மார்ச் மாதத்திற்கு மாறிவிட்டது. முதல் நான்கு ஆண்டுகளில், நவம்பர் மாதத் தில் காணப்பட்ட மிகக் குறைந்த விற்பனை 1945, 1946 என்ற இரு ஆண்டுகளிலும், டிசம்பர் மாதத்திற்கு மாறி விட்டது. ஆனால் கடைசி இரு ஆண்டுகளிலும், ஏப்ரல் மாதத் தில்தான் மிகக் குறைந்த விற்பனை எனத் தெரிகிறது. எனவே விற்பனையின் அளவு பருவம்தோறும் மாறுபட்டபோதிலும் ஒரே நிலையான அளவில் இல்லாமல், பருவ வேறுபாடும் வேறு பட்டுகொண்டேயிருப்பதும் தெரிய வருகிறது. எளிய முறையில் ஓர் போக்குக்கோடு வரைந்து போக்குக் கோட்டிற்கேற்ற முறையில் ஒவ்வொரு ஆண்டிலும் ஒவ்வொரு மாதத்திற்குரிய கணித்த அளவுகளுக்குப் பருவக் குறியீட்டெண் கணிப்பது ஒரு சிறந்த முறையாகத் தோன்றுது போயினும், இம்முறையில் பெரிய குறைகள் ஒன்றுமில்லை. எனினும், இதைவிடவும் சிறந்த முறைகளும் அவ்வப்போது கையாளப்பட்டு வரு கின்றன.

பன்னிருமாத நகரும் சரசரியை, இருமாதங்களின் நடுவில் அமைக்காது, சூன் அல்லது சூலை என்ற இரண்டில் ஏதாவது ஒரு மாதத்திற்கெதிரே, வைத்துப் பருவக் குறியீடு கணிப்பது முண்டு.

நகரும் பருவ வேறுபாடு உடைய ஒரு காலத்தொடர் வரிசையிலிருந்து, நிலையான பருவக் குறியீட்டெண் உதவி கொண்டு பருவ வேறுபாட்டை அகற்றிக் கிடைக்கும் செப் பரிட்ட விவரங்கள், உண்மையில் காலத்தொடர் வரிசையில் உள்ள ஒழுங்கற்ற வேறுபாட்டையும், நிலையான பருவ வேறு பாட்டின் குறியீட்டின் காரணமாக ஏற்பட்ட மிகக் குறைவான அல்லது மிக்க கூடுதலான திருத்தத்தினால் உண்டாகும் ஒழுங் கற்ற வேறுபாட்டையும், உடையதாயிருக்கும். நாம் கை

யாளும் காலத்தொடர் வரிசையில், ஒரு நிலையான வேறுபாடு உண்டு என்று உறுதியாகத் தெரியவில்லையானால், பன்னிரு மாதங்களுக்கும் வரைபடங்கள் வரைந்து கணிப்பதுவே நலம். ஏனெனில், காலத்தொடர் வரிசையில் நகரும் பருவ வேறுபாடு உளதா என்பதை வரைபடங்கள் எளிதில் காட்டும். பருவ வேறுபாடு நிலையானதாயிருந்தால் போக்குக்கோடு படுகை கோடு போன்றிருக்கும்.

ஆ) பருவ வேறுபாட்டில் திடீர் மாற்றம்

பருவ வேறுபாடு படிப்படியாக நகர்ந்து செல்லாமல் திடீரென தோன்றுவதும் உண்டு. பொதுவாக பண்டிகைகள் கொண்டாடப்படும் நாட்களில் வேறுபாடு உளதேல் இவ்விதத் திடீர் மாற்றங்கள் ஏற்படுவது இயற்கை. நமது நாட்டில் தீபாவளிப் பண்டிகையை முன்னிட்டு துணிகளின் விற்பனை அதிகமாக இருப்பது தெரிந்ததே. சில ஆண்டுகளில் தீபாவளி அக்டோபர் மாதத்திலும் சில ஆண்டுகளில் நவம்பர் மாதத்திலும் வருவதுண்டு. அக்டோபர் மாதத்தில் தீபாவளி வருமேல் அக்டோபர் மாதத்தில் அல்லது செப்டம்பர் மாதத்தில் துணிகளின் விற்பனையளவு திடீரென உயரும். மாரக, தீபாவளி நவம்பர் மாதத்தில் வருமேல் நவம்பர் மாதத்தில் அல்லது அக்டோபர் மாத இறுதி வாரத்தில் துணியின் விற்பனையளவு அதிகமாக இருக்கலாம். இவ்வாறு பண்டிகை வரும்தினம் மாறுபடுவதால் அடுத்தடுத்த இரு மாதங்களின் விற்பனைகளிடையே பெரும் வேறுபாடு தோன்றும்.

மேலை நாட்டிலும், அமெரிக்கா போன்ற நாடுகளிலும் ஈஸ்டர் பண்டிகை பெருமளவில் மார்ச் அல்லது ஏப்ரல் மாதங்களில் கொண்டாடப்படுகிறது. ஈஸ்டர் பண்டிகை இவ்வாறு மார்ச் அல்லது ஏப்ரல் என்ற இரு மாதங்களில் ஏதாவது ஒரு மாதத்தில் மாறி மாறி வருவதுண்டு. எனவே இவ்விரு மாதங்களில் பொதுவாக எந்த ஒரு பொருளின் விற்பனையின் அளவும் வேறுபடுவதுண்டு. இதற்காக ஒரு திருத்தம் ஒன்றை நியுயார்க் நகர 'கூட்டு சேமிப்பு வங்கி' (Federal Reserve Bank) கண்டு பிடித்துள்ளது. இதுகூட்டு சேமிப்பு முறை (Federal Reserve method) என்று வழங்கப் பெறும். விரிவு அஞ்சி இம்முறை இதில் விளக்கப்படவில்லை.

இ அளவு வேறுபட்டுச் செல்லும் வேறுபாடு: (Varying amplitude)

சில காலத்தொடர் வரிசை ஆண்டுதோறும் ஒரே விதமான பருவ மாற்றமுடையதாயிருக்கும். என்றாலும், விவரங்களிடையே காணப்படும் வேறுபாட்டின் அளவோ, படிப்படியாகவோ அல்லது திடீரெனவோ வேறுபடுவதாக இருக்கலாம். பொதுவாக விளைபொருள்களின் கையிருப்பின் அளவில், சென்ற ஆண்டில் உபரியாக உள்ள மீதி இருப்பைப் பொருத்தும் நடப்பாண்டில் உள்ள அறுவடையை பொறுத்தும் இத்தகைய வேறுபாடுகள் தோன்றலாம். இத்தகைய இனங்களில் தோன்றும் வேறுபாடு, சரக்குகளை உடனே விற்காமல் பதுக்கிவைத்துப் பின்னால் அதிக இலாபத்துடன் விற்பதோடு தொடர்புடையதாயிருக்கலாம். என்றாலும், இத்தகைய கொள்கையால் ஏற்படும் பலன்களின் அளவு அல்லது இலாபத்தின் அளவு, பருவங்கள் தோறும் மாறுபடலாம். சுருக்கமாகக் கூறினால், இத்தகையக் கொள்கையால் ஏற்படும் பலன், வியாபாரச் சுற்று அல்லது சுழலைப் பொறுத்து அமையலாம். வியாபாரச் சுழலின் தன்மை வேறுபடுவதால் அதனால் ஏற்படும் பலன்களின் அளவிலும் வேறுபாடு காணப்படலாம். இத்தகைய வேறுபாட்டை நகரும் வேறுபாட்டாகவும் கருதலாம். ஆனால் இவை ஒரு நேர்போக்கில் இல்லாமல் சுழன்று செல்வதாயிருக்கும். இச்சுழ்நிலைகளில் இதுவரையில் நாம் கணித்துள்ள பருவக் குறியீட்டெண்கள் சிலவேளைகளில் மிகக் குறைந்த அளவு வேறுபாட்டையும், சில காலங்களில் மிகக் கூடுதல் வேறுபாட்டையும் விளக்குவதாக இருக்கும்.

சில சந்தர்ப்பங்களில், பருவ வேறுபாட்டின் அளவு படிப்படியாக மாறுபடாமல் திடீரென மாறுபடலாம். இத்தகைய திடீரென தோன்றும் வேறுபாட்டிற்கு, பண்டிகை காரணமாக திடீரெனத் தோன்றும் பருவ வேறுபாட்டிற்குக் கையாண்ட செப்பணிடு முறைகளையேப் பயன்படுத்தலாம். இம்முறையில் அடங்கிய கொள்கை என்னவெனில், ஒவ்வொரு ஆண்டிலும் பன்னிரண்டு மாதங்களிலும் நிலவும் (கீழேகொடுத்தள்ள) தொடர்பைப் பொறுத்திருக்கும்.

(1) பருவக் குறியீட்டெண்ணிற்கும் 100க்கும் இடையேயுள்ள வேறுபாட்டையும்

(2) பன்னிருமாத நடுவமை நகரும் சாரசரிக்கும் மூல அளவிற்கும் உள்ள வேறுபாட்டின் விகிதாசராத்தையும் ஒப்பிடும்போது ஏற்படும் தொடர்பை விளக்குவதாக அமையும்.

பொதுவாக, மூல அளவிற்கும் பன்னிருமாத நடுவமை நகரும் சராசரியும் ஒன்றுபோலிருக்கும். எனவே இவ்வளவுகளிடையே வேறுபாடிருக்கலாகாது என்ற அடிப்படையில் உண்மையாகத் தோன்றும் வேறுபாட்டை '0' விவரித்து அளவிடுவதாகக் கருதலாம். இத்தகைய இருவித இணை அளவுகள், மாதத் திற்கு ஒரு இணை என்ற அளவில், ஒரு ஆண்டில் 12 இணையான அளவுகள் இருக்கலாம். ஓர் ஆண்டில் இத்தகைய 12 இணை அளவுகளின், தொடர்பு அல்லது உறவு, ஒரு வேறுபாட்டளவில், முன்னால் கணிக்கப்பட்ட பருவ அளவிற்கான பெருக்கல் திருத்தத்தைக் குறிக்கும். பின்னால் ஒவ்வொரு வேறுபாட்டுடனும் 100ஐச் சேர்க்க வேண்டும்.

நகரும் பருவத்தைப் பயன்படுத்தும்போது, வேறுபாட்டின் விகித அளவில் காணப்படும் மாற்றம், மூல அளவுகளின் பருவ வேறுபாட்டின் அளவைக் குறிப்பதாக இருக்கவேண்டுமென்றில்லை. பருவ வேறுபாட்டளவில் படிப்படியாகக் காணப்பெறும் உயர்வு, வேறுபாட்டின் விகித அளவில் தெரிவதைவிட, நகரும் பருவக் குறியீட்டெண்ணில் தெரிவதாக இருக்கலாம். என்றாலும், நகரும் பருவ மாற்றம் பொதுவாக வேறுபாட்டின் அளவில் நின்று திடீரெனத் தோன்றும் மாற்றத்தை விளக்குவதாக இரா.

முறைகளிலுள்ள மேற் சீர்திருத்தங்கள்:

பருவக் குறியீட்டின் தொடர்ச்சி

தெரிந்தெடுத்த பன்னிரண்டு மாதங்களுக்கோ அல்லது தொடர்ச்சியான ஏதாவது பன்னிரண்டு மாதங்களுக்கோ உள்ள நிலையான பருவக்குறியீட்டெண், பொதுவாக நூற்றுக்குச் சரியாகப் பங்கிட்டு செய்யப்பட்டுவிடும். ஆனால் நகரும் பருவங்களைப் பொறுத்தளவில், வேறுபாடு தோன்றிய போதிலும் பெயரளவுக்கு மிகக்குறைந்தே காணப்படும். ஆனால், வேறுபாட்டளவில் தோன்றும் வேறுபாட்டிற்காக, சீர் செய்யப் பட்ட பருவக் குறியீட்டெண்களில் தோன்றும் வேறுபாடு மிகப் பெரிய அளவில் இருக்கும். பருவ வேறுபாட்டிற்காக சீர் செய்த இடங்களில், ஓர் ஆண்டு முடிவுபெற்று மறு ஆண்டு ஆரம்பமாகும் இடத்தில் தொடர்ந்து காணப்பெறும் தொல்லை நேரலாம்.

ஓர் ஆண்டின் டிசம்பர் மாதத்திற்கும் அதைத் தொடர்ந்த அடுத்த ஆண்டின் சனவரி மாதத்திற்குமான செப்பனிடாத

பருவக் குறியீட்டெண் ஒன்றுபோல் 70 சதவீதமாக இருப்பதாகப் பாவிப்போம். மேலும் இப்மாதங்களுக்கான வேறுபாட்டின் விகிதம் முறையே 0.5; 1.30 என்று வைத்துக் கொள்வோம். எனவே இம்மாதங்களுக்கான செப்பணிப்ட பருவக் குறியீட்டெண்கள் முறையே $70 \times 0.5 = 35$ என்றும், $70 \times 1.30 = 91$ என்றும் மாறும். இத்தகைய பெரியதொரு வேறுபாடு தொடர்ச்சியான இருமாதங்களிடையே ஒருமாத அளவிற்குள்ளாக உண்டாகாது. எனவே இது பல மாதங்கள் கழித்து உண்டாகும் மாற்றமாகும். இத்தகைய சூழ்நிலைகளில் கையாளப்படும் முறைகள் மிகவும் சிரமமானதாகும்.

பருவ மாதிரிகளின் கூட்டு:

ஒருகாலத்தொடர் வரிசையில் காணப்பெறும் பருவ மாற்றம் படிப்படியாக, தன்மை, ஏற்படும் காலம், அல்லது வேறுபாட்டளவு என்ற மூன்று இனங்களில் ஏதாவது ஒரு குணத்திலோ அல்லது மூன்று குணங்களும் ஒன்று சேர்ந்த முறையிலோ இருக்கலாம். இத்தகைய சூழ்நிலைகளில், காலத்தொடர் வரிசையை, உயர்ந்த அளவு காணப்படும் தன்மையைப் பொறுத்து, சில பிரிவுகளாக முதலில் பிரிக்கவேண்டும். பின்னர் இவ்வாறு பிரித்துக் கிடைத்த ஒவ்வொரு பிரிவிற்கும், நிலையான பருவக் குறியீட்டெண் கணிக்க வேண்டும். பின்னர் இப்பருவக் குறியீட்டெண்களின் உதவி கொண்டு, ஒவ்வொரு ஆண்டிற்கும் வேறுபாட்டளவின் விகிதம் கண்டுபிடிக்க வேண்டும். பின்னர், பருவக் குறியீட்டெண்ணைப் பொருத்தமான வேறுபாட்டளவின் விகிதம் கொண்டு பெருக்க வேண்டும்.

கணிப்பு முறைகளிலான வாதப் பொருத்தம் :

இதுவரையில் நாம் கவனித்துள்ள முறைகள் எல்லாமே, அனுபவ ரீதியானதாகத்தான் கொள்ளவேண்டும். மேலும், இம்முறைகளினால் கணித்துக்கிடைத்த அளவுகளின் தன்மையை வைத்தே அனுபவரீதியில் இம்முறைகள் கையாளப்படுகின்றன. ஒரு முறையினால் பருவ வேறுபாடு அகற்றப்பெற்றுக் கிடைத்த விவரங்கள் (1) ஒவ்வொரு ஆண்டிலும், ஆண்டின் ஊடே அதிக வேறுபாடில்லாதிருந்தால், அல்லது (2) வேறுபாட்டில் காணப்படும் அளவு மிக்க கூடுதலாகவோ அல்லது மிகக் குறைந்ததாகவோ இல்லாதிருந்தால், அல்லது (3) பன்னிரண்டு மாதங்களின் மூல அளவுகளில் அளவிலேயே இருக்குமானால் அம்முறை திருப்திகரமான முறை எனலாம்.

7 சுழல் மாற்றம் (cyclical Movements)

சுழல் மாற்றமும் இதர மாற்றங்களுக்காகக் காலத்தொடர் வரிசையை செப்பனிடலும் :

மாதவாரி காலத்தொடர் வரிசை, 1) சார்பிலாபோக்கு (போ) 2) பருவமாற்றம் (ப) 3) சுழல் மாற்றம் (சு), 4) நியதியில்லா மாற்றம் (நி) என்ற நான்கு வகை மாற்றங்களின் பெருக்குப் பலனாகும். (போ $\times$ ப $\times$ சு $\times$ நி) என்று முன்பு படித்தோம். மேலும் எத்தகையப் போக்குகளை எவ்வாறு பொறுத்தலாம் என்பதையும், பல்வேறு பருவமாற்றங்களையும், பருவக் குறியீட்டெண் கணிப்பது பற்றியும் முன்பு விரிவாகக் கண்டோம். இங்கு ஆண்டு காலத் தொடர் வரிசையிலிருந்து போக்கை நீக்குவது குறித்து முதலில் காண்போம். பின்னர், மாத வாரி விவரங்களிலிருந்து, பருவ மாற்றம், போக்கு என்ற இரு மாற்றங்களையும் அகற்றி, பின் நியதியற்ற மாற்றங்களை நேர் செய்வோம். எஞ்சிக் கிடைப்பது, காலத்தொடர் வரிசையில் நின்றுக் கிடைக்கும் செப்பனிட்ட சுழற் மாற்றமாகும்.

ஆண்டிற்கான விவரங்களை போக்கிற்காகச் செப்பனிடல் அல்லது நேராக்கல் :

ஆண்டு வாரியாக விவரங்களைக் கொண்ட காலத்தொடர் வரிசையில், பருவ மாற்றமிருப்பதற்கு ஏதில்லை. ஏனெனில் இருப்பதுவோ ஒரு ஆண்டிற்கு ஒரே ஒரு விவரமே. மேலும் ஆண்டிற்கான விவரங்களில் பொதுவாக நியதியற்ற மாற்றங்கள் இருப்பதற்கும் மார்க்கமில்லை. சில வேளைகளில், எதிர் பாராத ஏதுக்களால் நியதியற்ற மாற்றங்கள் ஆண்டிற்கான விவரங்களில் ஏற்படுவதாயினும், பொதுவாக நியதியற்ற மாற்றங்கள் ஆண்டிற்கான விவரங்களில் இருப்பதில்லை என்றே கூறவேண்டும்.

இரண்டாவது அதிகாரத்தில் கொடுத்துள்ள எடுத்துக் காட்டு 9 ஐ மீண்டும் கவனிப்போம். எடுத்துக் காட்டில் கடைசிக் கட்டத்தில், ஒவ்வோர் ஆண்டிற்கும் போக்குக் கோட்டின் சமன்பாட்டின் அடிப்படையில் கணித்த அளவுகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

அட்டவணை

ஆண்டு	கொடுத்த அளவு	கணித்த அளவு	கணித்த அளவின் சதவீதம்
1.	2.	3.	4.
1950-51	33	48.2	76.4
51-52	45	42.9	104.9
52-53	29	42.5	68.2
53-54	54	42.1	128.3
54-55	52	41.7	124.7
55-56	45	41.3	109.0
56-57	39	40.7	95.4
57-58	39	40.4	91.6
58-59	48	40.0	120.0
59-60	37	39.6	93.4
60-61	42	39.2	109.1
61-62	36	38.9	89.3
62-63	41	28.5	106.5
63-64	35	37.1	94.3
64-65	30	36.7	81.7
65-66	38	36.3	104.7
66-67	44	35.9	122.6
67-68	34	35.5	95.8
68-69	34	35.1	96.9

மேலே கொடுத்துள்ள அட்டவணையில் ஒவ்வோர் ஆண்டிற்கான கொடுத்த அளவை, கணித்த அளவின் சதவீதமாக மாற்றி கடைசிக் கட்டத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இச் சதவீத அளவுகளைக் கொண்டு வரை கோட்டுப் படம் ஒன்று வரையலாம்.

ஆண்டிற்கான மூல அளவுகள், காலத்தொடர் வரிசையிலுள்ள மாற்றங்களை உத்தேசமாகத்தான் காண்பிக்கும். ஆனால், மேற்கொடுத்துள்ள வரைபடம், காலத்தொடர் வரிசையில் உள்ள வேறுபாட்டைத் தெளிவாக எடுத்துக் காட்டும். மேலே கொடுத்துள்ள அட்டவணையில், போக்கின் மாற்றத்தை, காலத்தொடர்வரிசையின் மூல அளவுகளிலிருந்து, கணித்த அளவுகளால் வகுத்தே அகற்றியுள்ளோம். இவ்வாறு வகுத்து மாற்றுவதற்குப் பதிலாக காலத்தொடர் வரிசையில் கொடுத்த அளவினிருந்து கணித்த அளவைக் கழித்தால் கிடைப்பது, வேறுபாட்டின் உண்மையான அளவாகும். ஆனால், வகுத்துக் கிடைப்பது வேறுபாட்டின் தொடர்பை விளக்கும் ஒப்பளவு ஆகும். ஆனால் வேறுபாட்டின் உண்மையான அளவைவிட, வேறுபாடு கணித்த அளவுடன்/ஒப்பிடும் போது, வேறுபாடு அதிகமானதா அல்லது குறைவானதா என்று அறிவதற்கு வேறுபாட்டின் தொடர்பை விளக்கும் அளவே போதுமானது.

மாதவாரி விவரங்களை நேர் செய்தல் :

காலத்தொடர் வரிசையில் காணப்பெறும் சுழல் மாற்றத்தின் அளவுகளைக் கணிப்பதற்கு பல வழிகள் உள. என்னாலும் பொதுவாக 'எச்ச வழியே' (Residual Method) பெரும்பான்மையும் கையாளப்படுகிறது. காலத்தொடர் வரிசை, முன்னம் கூறிய நால்வகை மாற்றங்களால் ஆனதாகப் பாவித்து சுழல் மாற்றம் ஒழிந்த இதர மாற்றங்களை அகற்றினால், எஞ்சி நிற்பது 'சுழல் மாற்றம்' ஒன்றே என்ற முறையில் சுழல் மாற்றம் கணிக்கப்படுகிறது.

காலத்தொடர் வரிசையைக் கீழ்க்கண்டவாறு எழுதலாம்.

$$\begin{aligned} \text{காலத்தொடர்வரிசை} &= \text{போ} \times \text{ப} \times \text{சு} \times \text{நி} = T \times S \\ &\quad \times C \times I \\ \text{போ} \times \text{ப} \times \text{சு} \times \text{நி} \div \text{ப} &= \text{போ} \times \text{சு} \times \text{நி} \\ \text{போ} \times \text{சு} \times \text{நி} \div \text{போ} &= \text{சு} \times \text{நி} \end{aligned}$$

காலத்தொடர் வரிசையில் நின்றும், போக்கு, பருவம் என்ற இருவித மாற்றங்களை அகற்றினால், எஞ்சி நிற்கும் மாற்றம் சுழல்வதும் நியதியற்றதுமாகும். பின்னர் விவரங்கள் சீர் செய்யப்பட்டு, சுழலும் மாற்றம் கணிக்கப்பெறும். இவ்வாறு கணித்துக் கிடைக்கும் அளவுகள் சதவீதத்தில் இருப்பதால் இதை சுழல் தொடர்பு (cyclical relative) என்று கூறலாம்.

பருவமாற்றம் அகற்றல் :

பருவமாற்றக் குறியீட்டெண் கணிப்பது பருவமாற்றம் பற்றி அறிவதற்கே என்ற போதிலும், பருவமாற்றத்தின் அளவை முடிந்தால் குறைப்பதும், பருவமாற்றத்தை அகற்றுவதும், மேலும் பருவமாற்றத்தினால் உண்டாகும் பலன்களை தவிர்ப்பதும் முக்கியக் குறிக்கோளாகும். மேலும், பருவ மாற்றத்தை நல்ல முறையில் பயன்படுத்தவும் செய்யலாம். பருவமாற்றங்களால் பாதிக்கப்படாத காலத்தொடர் வரிசையைப்பற்றிப் படிப்பதும் நமது குறிக்கோளாகும்.

சுழற் பருவத்தைப் பிரித்தெடுப்பதற்கு, பருவமாற்றக் குறியீட்டெண் கணிப்பதும், பின்னர் அதைக்கொண்டு காலத் தொடர் வரிசையை பருவமாற்றத்திலிருந்து அகற்றுவதும், முதற்படியாகும். இரண்டாவது போக்கை மாற்றுவதும் நியதி யற்ற மாற்றத்தை நோக்குவதுமாகும்.

காலத்தொடர் வரிசையின் மூல அளவுகளைப்பருவக் குறியீட்டெண்ணால் வகுத்து பருவமாற்றத்தை அகற்றுவது வழக்கம். பின்னர் அவ்வாறு வகுத்துக் கிடைத்த அளவை சதவீதத்தில் மாற்ற வேண்டும். வேறுவிதமாகக் கூறின் மூல அளவுகளைப்பருவக் குறியீட்டெண்ணின் சதவீதமாக மாற்ற வேண்டும். இவ்வாறு கணித்துக் கிடைக்கும் அளவு போக்கு, சுழல், நியதியின்மை என்ற காரணங்களால் ஏற்படும் மாற்றத்தின் அளவாகும்.

$$\text{போ} \times \text{ப} \times \text{சு} \times \text{நி} \div \text{ப} = \text{போ} \times \text{சு} \times \text{நி}.$$

இவ்வாறு நான்காவது அதிகாரத்தில் எடுத்துக் காட்டு '3' ல் கொடுக்கப்பட்டுள்ள காலத்தொடர்வரிசையின் விவரங்களில் நின்றும் முன் அதிகார அட்டவணை 6-ல் கணித்துக் கொடுக்கப் பட்ட பருவக் குறியீட்டெண்களால் வகுத்து பருவமாற்றத்தை அகற்றிக் கிடைத்த விவரங்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

அட்டவணை 2
மழை அளவிலிருந்து பருவ வேறுபாடு அகற்றி அமைத்தல்

மாதம்	மழை அளவு	பருவக் குறியீட்டின்	பருவ வேறுபாடு அகற்றிய மழை அளவு	மாதம்	மழை அளவு	பருவக் குறியீட்டின்	பருவ வேறுபாடு அகற்றிய மழை அளவு
1941				1942			
சனவரி	266	55.0	483.6	சனவரி	1	55.0	1.8
பிப்ரவரி	15	50.8	48.7	பிப்ரவரி	5	50.8	16.2
மார்ச்	25	54.9	45.5	மார்ச்	89	54.9	162.2
ஏப்ரல்	407	106.8	880.4	ஏப்ரல்	231	106.8	215.9
மே	148	48.1	807.7	மே	215	48.1	447.0
சூன்	67	26.6	251.9	சூன்	88	26.1	135.3
சூலை	69	24.6	250.5	சூலை	50	24.6	203.8
ஆகஸ்டு	21	88.7	62.8	ஆகஸ்டு	66	83.7	195.8
செப்டம்பர்	117	89.7	847.1	செப்டம்பர்	95	89.7	281.9
அக்டோபர்	852	234.5	149.8	அக்டோபர்	872	234.5	168.3
நவம்பர்	1251	406.6	807.4	நவம்பர்	470	406.6	108.1
டிசம்பர்	190	144.3	131.9	டிசம்பர்	956	144.3	663.8

மாதம்	மழை அளவு	பருவக் குறியீட் டெண்	பருவ வேறு பாடு நிய மழை அளவு	மாதம்	மழை அளவு	பருவக் குறியீட் டெண்	பருவ வேறு பாடு நிய மழை அளவு
1945				1946			
சனவரி	88	55.0	69.1	சனவரி	26	55.0	47.8
பிப்ரவரி	66	80.8	214.	பிப்ரவரி	12	80.8	89.
மார்ச்	89	54.9	178.	மார்ச்	611	54.9	1118.
ஏப்ரல்	250	106.8	288.7	ஏப்ரல்	171	106.8	159.8
மே	40	48.1	88.2	மே	62	48.1	128.9
சூன்	54	26.6	208.0	சூன்	49	26.6	184.2
சூலை	79	24.6	821.0	சூலை	15	24.6	61.0
ஆகஸ்ட்	42	88.7	124.6	ஆகஸ்ட்	50	88.7	148.4
செப்டம்பர்	80	38.7	118.7	செப்டம்பர்	100	88.7	296.8
அக்டோபர்	652	284.5	277.4	அக்டோபர்	704	284.5	299.6
நவம்பர்	1885	406.6	840.8	நவம்பர்	829	406.6	208.7
டிசம்பர்	159	144.8	110.4	டிசம்பர்	1289	144.	860.4

1947				1948			
சனவரி	400	55.0	727.8	சனவரி	159	55.0	289.1
பிப்ரவரி	204	30.8	662.4	பிப்ரவரி	126	30.8	409.1
மார்ச்	204	54.9	871.7	மார்ச்	117	54.9	291.4
ஏப்ரல்	842	106.8	786.9	ஏப்ரல்	154	106.8	148.9
மே	77	48.1	259.4	மே	77	48.1	160.1
சூன்	94	26.6	358.8	சூன்	124	26.6	466.1
சூலை	7	24.6	291.7	சூலை	21	24.6	85.4
ஆகஸ்ட்	155	98.7	959.0	ஆகஸ்ட்	244	93.7	728.9
செப்டம்பர்	48	98.7	127.6	செப்டம்பர்	18	98.7	98.6
அக்டோபர்	563	284.5	289.6	அக்டோபர்	772	234.5	828.5
நவம்பர்	88	406.6	21.6	நவம்பர்	1187	406.6	879.4
டிசம்பர்	125	144.3	86.8	டிசம்பர்	98	144.3	66.7

மாதம்	மழை அளவு	பருவக் குறி யீட்டெண்	பருவ வேறு பாடு அகற்றிய மழை அளவு
1949			
சனவரி	69	55.0	125.5
பிப்ரவரி	15	30.8	162.4
மார்ச்	28	54.9	51.0
ஏப்ரல்	177	106.8	165.4
மே	256	49.1	532.2
சூன்	35	26.5	131.6
சூலை	86	24.6	349.6
ஆகஸ்ட்	120	33.9	356.0
செப்டம்பர்	55	33.7	163.2
அக்டோபர்	305	234.5	129.8
நவம்பர்	742	401.6	182.3
டிசம்பர்	57	144.3	39.6

இவ்வாறு பருவ வேறுபாடு அகற்றிக் கிடைத்த விவரங்களுக்கும் ஒரு வரை கோட்டுப் படம் ஒவ்வோர் ஆண்டிற்கும் வரையலாம். நாம் இங்கு எடுத்துக் கொண்டது 9 ஆண்டுகளே ஆகையால், மூல அளவுகளிலோ அல்லது பருவ வேறுபாடு அகற்றிய பின் உள்ள அளவுகளிலோ சுழல் வேறுபாடு இருப்பதாகத்தெரியவில்லை. மேலும் வரைபடங்களிலிருந்து கணித்துக் கிடைத்த பருவக் குறியீட்டெண் எல்லா ஆண்டுகளுக்கும் பொருத்தமாக உளதா அல்லது ஏதாவது ஆண்டுகளில் பொருத்தமற்றதாகத் தோன்றுகிறதா என்பதையும் எடுத்துக்காட்டும். அதோடு ஏதாவது மாதங்களில் கோட்டின் உயர்வு மிகவும் அதிகமாக இருந்தால் அம்மாதங்களில்

மூல அளவுகள் மிகவும் அதிகமாக இருப்பதைத் தெரிவிக்குமேயொழிய பருவமாற்றம் நீங்கலாக எஞ்சியுள்ள இதர மாற்றங்களை எடுத்துக் காண்பிப்பதாக அமையாது.

பருவ வேறுபாட்டின் சோதனை :

பருவ வேறுபாட்டின் குறியீட்டிற்கான நடைமுறைச் சோதனை என்னவெனில், காலத்தொடர் வரிசையிலிருந்து எல்லாவிதமான பருவ வேறுபாடுகளும், சணித்துள்ள பருவக் குறியீட்டெண்களால், அகற்றப்பட்டு விட்டனவா என்று சோதிப்பதே. இதற்கு வரைபடங்களைக் குறிப்பாக ஒவ்வோர் ஆண்டிற்கும் (ஆண்டின் மேல் ஆண்டிற்கும்) என்ற முறையில் தனித்தனியே வரைந்த படங்களிலிருந்து இதை எளிதில் அறியலாம். வரைபடங்களில் பருவ வேறுபாட்டை அகற்றிய பின்னும், காணப்படும் வேறுபாடு பெரும்பான்மையும் காலத்தொடர் வரிசையில் சுழல் மாற்றம் இல்லாததால் தோன்றும் நியதியற்ற வேறுபாடு என்றும் தெரியலாம். செப்பனிட்ட காலத்தொடர் வரிசையில் வேறுபாடு எஞ்சியுளதேல், ஆண்டின் மேல்-ஆண்டின் படங்கள் எல்லாம் ஒன்றுபோல் தோன்றும்.

பருவ வேறுபாட்டைக் கழித்துத் திருத்துதல் :

காலத்தொடர் வரிசையின் மூல அளவுகளை, பருவக் குறியீட்டெண்களில் வகுத்தப்பின் கிடைக்கும் அளவுகள், சில வேளைகளில் விசித்திரமாகவும் இருக்கலாம். பெரும்பான்மையும், ஏதாவது ஒரு அல்லது ஒரு சில மாதங்களிலோ, பருவ வேறுபாட்டின் அளவு '0' என்றிருந்தால் மேற்கூறிய விசித்திர நிலை ஏற்பட ஏது உண்டு. இத்தகைய இடங்களில் தொடர் வரிசையின் மூல அளவுகளை மிகமிகக் குறைந்த அளவுடைய பருவக் குறியீட்டெண்களால் வகுத்தால் கிடைக்கும் அளவு, மிக மிக உயர்ந்து காணப்படும். பொதுவாக பருவ வேறுபாட்டின் அளவு மிகக் குறைந்து '0' என்றில்லாமல் இருந்த போதிலும், பருவ வேறுபாட்டின் மாதிரி ஒப்பளவில் (relative term) ஒரே நிலையாக இல்லாது போயினும், உண்மையான அளவில் ஒரே நிலையாக இருப்பதும், சில அபூர்வ சந்தர்ப்பங்களில் காலத்தொடர் வரிசையின் அளவு மிகக்குறைவானதும், நகரும் சராசரியின் சதவீத அளவு கூடுதலாக இருக்கும் போதும், அல்லது காலத்தொடர் வரிசையின் அளவும் மிக அதிகமாகவும் நகரும் சராசரியின் சதவீத அளவு

மிகக் குறைந்திருக்கும் இடங்களில், மேற்கூறிய நிலை வெளிப்பட.

இதற்கான பொருத்தமான முறையும் உண்டு. ஒவ்வோர் ஆண்டின் பருவக் குறியீட்டளவை, காலத்தொடர் வரிசையின் ஒப்பளவாக மாற்ற வேண்டும். இதற்காக, பருவக்குறியீட்டெண்ணை, வேறுபாட்டின் சதவீதமாக மாற்றி, பின்னர் காலத் தொடர் வரிசையின் அவ்வாண்டின் சராசரி மூல அளவால் பெருக்க வேண்டும். காலத்தொடர் வரிசையின் மூல அளவில் நின்றுப் பருவ வேறுபாட்டு குறியீட்டைக் கழித்து பருவ வேறுபாட்டை அகற்றலாம்.

எனவே, பருவக்குறியீட்டெண்ணை 'ஒப்பளவில்' கணிக்காது, உண்மையான அளவில் முதலில் கணிப்பது நலம். குறிப்பாக, பருவமாற்றம் உண்மையவில் ஒவ்வோர் ஆண்டும் ஒன்று போலிருப்பின் இதுவே சிறந்தது. வரைபடத்திலிருந்து இந்தநிலை தெரிவதாயிருந்தால், உண்மையான வேறுபாட்டைக் கணிப்பதுவே நலம். இதற்காக, முன்னம் கூறிய முறைகளில் ஒன்றைப் பின்பற்றலாம். ஒருகால், நகரும் சராசரியைப் பின் பற்றுவதாயிருந்தால், மூல அளவில் நின்று நகரும் சராசரியின் அளவைக்கழிக்க வேண்டுமெயொழிய, மூல அளவை நகரும் சராசரியால் வகுக்கக் கூடாது. பின் கழித்துக் கிடைத்த வேறுபாட்டிலிருந்து, குறியீட்டெண்கள் கணிக்கப்பட வேண்டும். ஆனால், கடைசி குறியீட்டெண்ணை '0' ஆக மாற்றுவதற்குத் தேவையான திருத்தத்தைக் கூட்டியோ அல்லது குறைத்தோ, செய்து கொள்ள வேண்டும். மேலும் சங்கிலித்தொடர் போன்ற இணைப்பு முறைகளிலும் இவ்வாறே கழித்துக்கணக்கிட வேண்டும். இதைக் கீழ்க்கண்டவாறு செய்யலாம்.

ஒவ்வொரு மாதத்தின் அளவிலிருந்தும் அதன் முன் மாதத்தின் அளவைக் கழித்து வேறுபாட்டை முதலில் கணித்துக் கொள்ள வேண்டும். பின் ஒவ்வொரு மாதமாக இவ்வேறுபாடுகளை மாற்ற வேண்டும். முதல் மாதத்தின் வேறுபாட்டை '0' ஆகப் பாவித்து, பின்னால் உள்ள வேறுபாடுகளை கூட்டி இணைக்க வேண்டும். இணைப்பு வேறுபாட்டில் மிகுதியாகக் காணப்படும் அளவிற்காக, திருத்தளவை படிப்படியாகக் கழித்து நேர் செய்ய வேண்டும். பின்னால், மொத்த இணைப்பு வேறுபாட்டுடன் தேவையான நிலையானத் திருத்த அளவைக் கூட்டியோ அல்லது குறைத்தோ மொத்த இணைப்பு வேறுபாட்டை '0' ஆக மாற்றவேண்டும்.

பருவம், போக்கு வேறுபாடுகளை விலக்கிச் செப்பனிடல் :

முதலில் காலத்தொடர் வரிசையை நால்வகை வேறுபாடுகளின் பெருக்குப் பலனாகப் பாவிக்க வேண்டும்.

போ $\times$ ப $\times$ சு $\times$ நி. பின் இப்பெருக்குப் பலனை பருவ வேறுபாட்டால் வகுத்தால் கிடைப்பது, இதர மூன்று வேறுபாடுகளின் பெருக்குப் பலனாகும். போ $\times$ ப $\times$ சு $\times$ நி $\div$ ப = போ $\times$ சு $\times$ நி.

இம்மூன்று வேறுபாடுகளின் பெருக்குப் பலனிலிருந்து போக்கின் பலனை அகற்ற வேண்டும். இதற்காகப் போக்கின் பலன் கொண்டு வகுக்க வேண்டும்.

$$\text{போ} \times \text{சு} \times \text{நி} \div \text{போ} = \text{சு} \times \text{நி}.$$

இவ்வாறு வகுத்துக் கிடைப்பது, சுழல், நியதியின்மை என்ற இரு வேறுபாடுகளின் பெருக்குப்பலனாகும்.

ஓர் எடுத்துக் காட்டு மூலம் இதைக் கவனிப்போம். முன் அதிகாரத்தில் கொடுத்த எடுத்துக்காட்டு '1' ஐ எடுத்துக் கொள்வோம்.

ஆண்டு தா	விற்பனை சா	தா	சா $\times$ தா	தா $\times$ தா
1940	642	-5	-3210	25
1941	560	-4	-2240	16
1942	579	-3	-1737	9
1943	1185	-2	-2370	4
1944	684	-1	684	1
1945	741	0		
1946	683	1	683	1
1947	543	2	1086	4
1948	463	3	1389	9
1949	406	3	1624	16
1950	724	5	3620	25
7210		0	-1839	110
Σ சா		Σ தா	Σ சா $\times$ தா	Σ தா ²

சமன்பாடு :

$$\Sigma \text{சா} = \Sigma \text{த} + \text{ச} \Sigma \text{தா}$$

$$7210 = 11 \text{ த} + 0$$

$$\text{த} = \frac{7210}{11} = 655.5$$

$$\begin{aligned} \sum \text{சாதா} &= \sum \text{த தா} + \text{ச} \sum \text{தா}^2 \\ -1839 &= 0 + \text{ச} \times 110 \end{aligned}$$

$$\text{ச} = \frac{-1839}{110} = 16.72 \text{ தா}$$

சமன்பாடு

$$\text{சா} = 655.5 - 16.72.$$

ஆரம்பம் 1945 கால அளவு 1 ஆண்டு.

இங்குள்ள சமன்பாடு, ஆண்டளவில் கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கானது. இதே சமன்பாட்டை மாத அளவு விவரங்களுக்காக மாற்றும்போது சமன்பாடு கீழ்க்கண்டவாறு மாறும்.

$$\text{சா} = 655.5 - 16.72 \text{ தா}$$

$$\text{மாத அளவு சமன்பாடு} : \frac{655.5}{12} - \frac{16.72}{144} \text{ தா}$$

$$\therefore \text{சா} = 54.625 - 0.116 \text{ தா}$$

இங்கு ஆரம்பம் 1945-ம் ஆண்டு.

குன் — குலை நடுவாகும். ஆகவே இதை குலைக்காக மாற்றுவோம்.

$$\text{குலை அளவு} = 54.625 - 0.5 \times 0.116$$

$$= 55.567 - 0.116 \text{ தா}$$

ஆரம்பம் குலை, கால அளவு 1 மாதம்.

பின் இச்சமன்பாட்டின் உதவி கொண்டு 1940 முதல் 1950 வரையில் உள்ள ஆண்டுகளில் ஒவ்வொரு மாதத்திற்கான கணித்த அளவு கண்டுபிடிக்கலாம். இவ்வாறு கணித்த அளவுகள் அல்லது போக்களவுகள் (Trend Values) 1940 முதல் 1950 வரை ஆண்டுகளுக்கு கீழே அட்டவணியில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

அட்டவணை 3 கணித்த அளவு

சன வரி	பிர வரி	மார்ச்	ஏப்ரல்	மே	சூன்	சூலை	ஆகஸ்ட்	செப் டம்பர்	அக் டோ பர்	நவம் பர்	டிசம் பர்
1940	68.615	68.499	68.888	68.167	68.085	62.919	62.808	62.667	62.571	62.455	62.889
1941	62.238	62.107	61.991	61.875	61.648	61.527	61.411	61.295	61.178	61.068	60.947
1942	60.831	60.715	60.599	60.483	60.367	60.251	60.135	59.908	59.787	59.671	59.555
1943	59.489	57.828	59.207	59.061	58.975	58.859	58.627	58.511	58.395	58.279	58.168
1944	58.047	57.31	57.815	57.699	57.583	57.467	57.285	57.119	57.008	56.867	56.771
1945	56.655	56.539	56.428	56.307	56.191	56.075	55.959	55.727	55.611	55.495	55.379
1946	55.268	55.147	55.031	54.915	54.799	54.683	54.567	54.385	54.219	54.103	53.987
1947	53.871	53.755	53.639	53.523	53.407	53.291	53.175	52.948	52.827	52.711	52.595
1948	52.479	52.363	52.247	52.131	52.015	51.899	51.783	51.51	51.435	51.319	51.203
1949	51.087	50.971	50.855	50.738	50.623	50.507	50.391	50.159	50.043	49.927	49.811
1950	49.695	49.579	49.453	49.347	49.231	49.115	48.999	48.767	48.651	48.535	48.419
1951	48.308	48.187	48.071	47.955	47.839	47.723	47.607	47.375	47.259	47.143	47.027

அட்டவணை 4

வரிசை	சன வரி	நிப்ர வரி	மார்ச்	ஏப்ரல்	மே	சூன்	சூலை	ஆகஸ்ட்	செப் டம்பர்	அக் டோர்	நவம் பர்	டிசம் பர்
1.	199.3	115.8	186.3	153.9	153.9	115.5	173.9	115.7	119.1	115.4	126.5	163.2
2.	128.0	102.8	153.3	123.7	123.7	97.5	116.7	107.4	114.6	113.8	108.4	127.0
3.	121.2	101.6	152.1	117.0	117.0	95.7	101.8	105.9	111.1	102.2	93.3	121.6
4.	119.3	97.3	152.0	105.6	105.6	90.3	99.1	100.2	96.0	93.6	83.1	93.5
5.	103.6	95.2	122.6	101.0	101.0	87.7	87.3	97.1	93.5	95.6	77.7	73.0
6.	98.8	82.1	100.6	91.2	91.2	86.6	78.9	92.1	74.3	84.6	76.6	73.8
7.	63.1	64.5	90.9	61.3	61.3	78.4	68.6	85.8	73.5	79.2	74.7	68.0
8.	56.4	62.6	83.3	30.2	30.2	62.2	64.2	70.3	70.4	72.9	61.7	61.8
மொத்தம்	634.0	544.0	771.5	599.8	544.4	536.2	552.4	588.5	563.0	572.0	521.3	561.9
சராசரி	105.7	90.7	128.6	100.0	90.7	89.4	92.1	98.1	93.9	95.3	87.0	93.6
பருவக் குறியீட்டெண்	108.9	93.4	132.4	103.0	93.4	92.1	94.9	101.0	93.6	98.2	89.7	96.4

97.1

93.6

97.1

96.4

120.0

முதல் வரிசையில் உள்ள அளவு மிகக் கூடுதலாகவும் கடைசி வரிசையில் உள்ள அளவு மிகவும் குறைந்தும் காணப் படுவதால் இவ்விரண்டு வரிசைகளை நீக்கி எஞ்சியுள்ள அளவு களைக் கவனித்து பருவக் குறியீட்டெண் கணிப்போம். இவ்வாறு கணித்துக் கிடைத்த பருவக் குறியீட்டெண்கள் கீழ்க்கண்டவாறு அமையும்.

மாதம்	பருவக் குறியீட்டெண்
சனவரி	108.9
பிப்ரவரி	98.4
மார்ச்	132.4
ஏப்ரல்	108.0
மே	98.4
சூன்	92.1
சூலை	94.9
ஆகஸ்ட்	101.0
செப்டம்பர்	96.6
அக்டோபர்	98.2
நவம்பர்	89.7
டிசம்பர்	96.4

காலத்தொடர் வரிசையின் மூல அளவுகளைப் பருவக் குறியீட்டெண்ணால் வகுத்து பின்னர் வகுத்துக் கிடைத்த ஈவை, கணித்த போக்கு மதிப்பால் (Trend Values) வகுத்தால், சுழல், நியதியின்மை என்ற இரு காரணங்களினால் உண்டான வேறு பாடு கிடைக்கும். அது எவ்வாறு வருகின்றது என்பது கீழே யுள்ள அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

அட்டவணை 5

சுழல், நியதியின்மை வேறுபாடு கணித்தல்.

மாதம்	மூல அளவு $\text{போ} \times \text{ப}$ $\times \text{ச} \times \text{நி}$	பருவக் குறியீட் டெண்	பருவ வேறு பாடில் லாத அளவு $\times$ $100 =$ $\text{போ} \times \text{ச}$ $\times \text{நி}$	போக்கு அளவு போ	சுழில் நியதி யில்லா அளவு களின் சத- வீதம் $\text{ச} \times \text{நி}$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1941					
சனவரி	81.1	108.9	28.558	62.228	45.9
பிப்ரவரி	84.7	98.4	37.152	62.107	59.8
மார்ச்	62.5	132.4	47.205	61.991	76.1
ஏப்ரல்	60.8	103.0	59.029	61.875	95.4
மே	88.1	98.4	40.792	61.756	66.1
சூன்	46.4	92.1	50.380	61.643	81.1
சூலை	41.5	94.9	43.730	61.527	71.1
ஆகஸ்ட்	54.0	101.0	53.465	61.411	87.5
செப்டம்பர்	58.9	96.6	60.973	61.295	99.5
அக்டோபர்	41.4	98.2	42.152	61.179	68.9
நவம்பர்	39.5	89.7	44.086	61.063	72.1
டிசம்பர்	48.5	96.4	50.311	60.947	82.5
1942					
சனவரி	65.8	108.9	60.422	60.831	99.3
பிப்ரவரி	52.2	98.4	55.889	60.715	92.1
மார்ச்	75.1	132.4	55.722	60.599	98.6
ஏப்ரல்	56.7	103.0	55.049	60.483	91.0
மே	51.4	98.4	55.032	60.367	91.2
சூன்	37.9	92.1	41.157	60.251	68.3
சூலை	33.4	94.9	35.195	60.135	58.5
ஆகஸ்ட்	39.3	101.0	39.010	60.019	65.0
செப்டம்பர்	41.8	96.6	43.271	59.903	72.2
அக்டோபர்	42.9	98.2	43.686	59.787	73.1
நவம்பர்	38.5	89.7	42.921	59.671	71.9
டிசம்பர்	48.6	96.4	45.228	59.555	75.9

இதே போன்று இதர ஆண்டுகளுக்கும் கணிக்கலாம். இவ்வாறு கணித்துக் கிடைத்த சுழல் நியதியற்ற வேறுபாடுகளின் அளவிற்கும் வரைகோட்டுப் படங்கள் வரையலாம். இதில் நாம் கவனிக்க வேண்டியது என்னவென்னில், சுழல் நியதியற்ற வேறுபாடுகளாக கொடுக்கப்பட்டிருப்பது, சதவீத அளவுகளேயல்லாது உண்மையளவுகள் அல்ல. பருவக் குறியீட்டெண்கள் சதவீத அளவில் இருப்பவை. எனவே காலத் தொடர் வரிசையின் மூல அளவுகளைச் சதவீத அளவில் உள்ள பருவக் குறியீட்டெண்களால் வகுத்துக் கிடைக்கும், மூல அளவுகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ள அதேயளவு முறையில் தானிருக்கும். ஆனால் கணித்துக் கிடைத்த போக்கு அளவுகள் (Trend Values) மூல அளவைப் போன்று அதே அளவில்தானிருக்கும். எனவேதான் பருவ வேறுபாட்டை அகற்றிய பின்னர் உள்ள மதிப்பை, போக்கு அளவால் வகுத்தால் கிடைக்கும் அளவு சதவீதத்தில் இருக்கும்.

மூன்னர் கூறிய முறைகளில் முதலில் காலத் தொடர் வரிசையின் மூல அளவுகளை, பருவக் குறியீட்டெண்ணால் வகுத்துக் கிடைத்த அளவை போக்கு அளவால் வகுத்து, சுழல் நியதியின்மை என்ற இரு வேறுபாடுகளைக் கணித்தோம்

$$(1) \text{போ} \times \text{ப} \times \text{சு} \times \text{நி} \div \text{ப} = \text{போ} \times \text{சு} \times \text{நி}.$$

$$(2) \text{போ} \times \text{சு} \times \text{நி} \div \text{போ} = \text{சு} \times \text{நி}.$$

தேவைப்பட்டால், முதலில் போக்கின் வேறுபாட்டையும் பின்னர் பருவ வேறுபாட்டையும் மாற்றி சுழல் நியதியின்மை வேறுபாடுகளைக் கணிக்கலாம்.

$$(2) \text{போ} \times \text{ப} \times \text{சு} \times \text{நி} \div \text{போ} = \text{ப} \times \text{சு} \times \text{நி}.$$

$$(1) \text{ப} \times \text{சு} \times \text{நி} \div \text{ப} = \text{சு} \times \text{நி}.$$

இவ்விரண்டு முறைகளில் கணித்துக் கிடைக்கும் வேறுபாட்டின் அளவு ஒன்றாகவே இருக்கும். இவைபோக, மூன்றாவது முறையில் இவ்விரு வேறுபாடுகளின் ஒருங்கிணைந்த அளவைக் கணிக்கலாம். மூன்றாவது முறையில் முதலில் போக்கு வேறுபாட்டையும், பருவக் குறியீட்டெண்ணையும் பெருக்க வேண்டும். இவ்வாறு பெருக்கிக் கிடைத்த பலனால், காலத் தொடர் வரிசையின் மூல அளவுகளை வகுத்தால், சுழல், நியதியின்மை என்ற இருவகை வேறுபாடுகளின் ஒருங்கிணைந்த அளவைக் கணிக்கலாம்.

$$\text{போ} \times \text{ப} \times \text{சு} \times \text{நி} \div \text{போ} \times \text{ப} = \text{சு} \times \text{நி}.$$

இம்மூன்று முறைகளிலும் கணித்துக் கிடைத்த அளவுகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

இம்மூன்று முறைகளிலும் கணித்துக் கிடைத்த பலன்கள் ஒன்றாகவேயிருக்கும் எனினும் முதல் முறையே பெரும்பான்மையும் கையாளப்படும். ஏனெனில் சுழல் நியதியின்மை வேறுபாடு அறிவதோடல்லாமல், பருவ வேறுபாட்டில்லாத தொடர் வரிசையின் அளவுகளை அறிவதுமே குறிக்கோளாக இருக்கும். மூன்றாவது முறை எளிமையானதும், காலதாமதத்தை தவிர்ப்பதாகவும் உளது.

இவ்வாறு கணித்துக் கிடைத்த சுழல், நியதியின்மை என்ற இருவகை வேறுபாடுகளின் பெருக்குப் பலனைப் பொதுமையின் சதவீதம் (Normal) என அழைப்பார்கள். பல துறைகளில், பொதுமை, பல பொருள்களில் வழங்கப் பெறினும், காலத் தொடர் வரிசையில் பொதுமை என்றால் போக்கு, பருவம் என்ற இரு வேறுபாடுகளின் சேர்க்கைப் பலனைக் குறிக்கும். ஏனெனில் இவ்விருவகை வேறுபாடுகளும் காலக் கிரமத்தில் பொதுவாகவிடும்.

முதல் முறை

அட்டவணை 6

முதலில் பருவமும் பின்னர் போக்கையும் நீக்கி நேர் செய்தல்

மாதம்	மூல அளவு	பருவக் குறியீட்டின்	பருவம் வேறுபாட்டில்லா அளவு $\frac{க(2) \times 100}{க(3)}$	போக்கு அளவு	சுழல் × நியதி பின்மை வேறுபாட்டளவு $\frac{க4 \times 100}{க5}$
1.	2.	3.	4.	5.	6.
1941 சனவரி	31.1	108.9	28.558	62.228	45.9
பிப்ரவரி	34.7	93.4	37.152	62.107	59.8
மார்ச்	62.5	132.4	47.205	61.991	76.1
ஏப்ரல்	60.8	103.0	59.029	61.875	95.4
மே	38.1	93.4	40.792	61.759	66.1
சூன்	46.4	92.1	50.880	61.643	81.7
சூலை	41.5	94.9	43.730	61.527	71.1
ஆகஸ்ட்	54.0	101.0	53.465	61.411	87.1
செப்டம்பர்	58.9	96.6	60.973	61.295	96.5
அக்டோபர்	41.4	93.2	42.159	61.179	68.9
நவம்பர்	39.5	89.7	44.036	61.603	82.1
டிசம்பர்	43.5	96.4	50.311	60.947	82.5

அட்டவணை 7
முதலில் போக்கையும் பின்னர் பருவத்தையும் அகற்றிச் செப்பனிடல்

மாதம்	மூல அளவு	போக்கு	(மூல அளவு ÷ போக்கு) மூல அளவின் சதவீத அளவு	பருவக் குறியீட்டின் டெண்டர்	சுழல்	நியதியின்மை போக்கின் சதவீதம் $\frac{4}{6} \times 100$
1	2	3	4	5		6
சனவரி	81.1	62.228	50.0	108.9		45.9
பிப்ரவரி	84.7	62.107	55.9	98.4		59.8
மார்ச்	62.5	61.991	100.8	132.4		76.1
ஏப்ரல்	60.8	61.875	98.3	103.70		95.4
மே	83.1	61.756	61.7	93.4		66.1
சூன்	48.4	61.648	75.3	92.1		81.7
சூலை	41.5	61.527	67.5	94.9		71.1
ஆகஸ்ட்	54.0	61.411	87.9	101.0		87.1
செப்டம்பர்	58.9	61.295	96.1	96.5		99.5
அக்டோபர்	41.4	61.179	67.7	98.2		68.9
நவம்பர்	89.5	61.063	64.7	89.7		72.1
டிசம்பர்	48.5	60.947	79.6	96.4		82.5

அட்டவணை 8
மூன்றுவது முறை
போக்கு, பருவம் இரண்டையும் ஒன்றும் அகற்றி செப்பனிடல்

மாதம்	1	2	3	4	5	6
		மூல அளவு	போக்கு போ	பருவக் குறியீட்டெண்	பொதுமை $k(3) \times k(4)$ $\div 100$	சுழல், நியதியின்மை போக்கின் சதவீதம் $[k(2) \div k(6)] 100$
சனவரி		31.1	62.223	109.9	67.8	45.9
பிப்ரவரி		34.7	62.107	93.4	58.0	59.8
மார்ச்		62.5	61.991	132.4	82.1	76.1
ஏப்ரல்		60.8	61.875	103.0	63.7	95.4
மே		38.1	61.759	93.4	57.7	66.1
சூன்		43.4	61.643	92.1	56.8	71.7
சூலை		41.5	61.527	94.9	53.4	71.1
ஆகஸ்ட்		54.0	61.411	101.0	62.0	87.1
செப்டம்பர்		59.9	61.295	96.6	59.2	99.5
அக்டோபர்		41.4	61.119	98.2	60.1	68.9
நவம்பர்		39.5	61.063	89.7	54.5	72.1
டிசம்பர்		43.5	60.947	96.4	58.8	82.5

நியதியற்ற வேறுபாட்டை நேராக்கல்

இதுவரை கவனித்து விலக்கிய வேறுபாடுகளல்லாமல், இன்னும் பல்வேறு விதமான வேறுபாடுகளிடையே உள்ள பலனே நியதியற்ற வேறுபாட்டிற்கான ஏதுவாகும். பயன்படுத்திய பருவக் குறியீட்டெண், தரத்தில் சிறந்ததாக இல்லாது போயினும், சில வேளைகளில் நியதியற்ற வேறுபாடு ஏற்படலாம்.

நியதியற்ற வேறுபாட்டை நூராவும் அகற்றுவதில் ஓர் ஆபத்தும் உண்டு. ஏனெனில் தேவைக்கு அதிகமாகவே காலத்தொடர் வரிசை நேர் செய்யப்படவேண்டிய குழந்தைகளும், என்னாலும், சுழல் வேறுபாட்டை நல்ல நிலையில் அமைப்பதற்காக நியதியற்ற வேறுபாட்டையும் குறுகிய கால நகரும் சராசரியளவால் நேர் செய்யலாம். பொதுவாக நியதியற்ற வேறுபாடு ஒரு மாத அளவுடையதாகவே இருக்கும். ஒரு சில வேளைகளில், ஒன்றிற்கு மேற்பட்ட மாதங்கள் கொண்டதாகவும் இருக்கலாம். எனவே, இத்தகைய குழந்தைகளில், நியதியற்ற வேறுபாட்டை அகற்ற இருமாத நகரும் சராசரியைப் பயன்படுத்தலாம். இத்தகைய நகரும் சராசரி அளவுகளை இரு மாதங்களினிடவெளிக் கெதிரே எழுத வேண்டும். ஆனால் இருமாத சராசரிக்குப் பதிலாக, மூன்று மாத நகரும் சராசரிகளைப் பயன்படுத்தினால், நகரும் சராசரியை இரண்டாவது மாதத்திற்கெதிரே எழுதலாம். எனினும் இதில் ஓர் தொல்லை ஏற்பட ஏது உண்டு. ஏனெனில், சில வேளைகளில் முதல் மாத அளவும் மூன்றாவது அளவும் இரண்டாவது மாதத்திற்கெதிராக குறிக்கப்படும் நகரும் சராசரியின் அளவு, இரண்டாவது மாதத்தின் உண்மையான அளவைவிட மிகக் கூடுதலாக இருக்கும். இதுபோன்றே, முதல் மாத அளவும் மூன்றாவது மாத அளவும் இரண்டாவது மாத அளவைவிட மிகமிகக் குறைந்து காணப்படலாம். எனவே இரண்டாவது மாதத்திற்கெதிரே குறிக்கப்படும் நகரும் சராசரியின் அளவு, இரண்டாவது மாதத்தின் உண்மையான அளவைவிட மிகமிகக் குறைந்து காணப்படும். இவ்வித இன்னலிப்போக்க, எடைகொள் நகரும் சராசரியைப் பயன்படுத்தலாம். முதல் மாதத்திற்கும், மூன்றாவது மாதத்திற்கும் ஒவ்வொரு பங்கு எடையும் இரண்டாவது மாதத்திற்கு இரண்டு பங்கு எடையும் கொடுக்க வேண்டும். இவ்வாறு ஒவ்வொரு மாதத்திற்குரிய அளவுகளை, கொடுத்துள்ள எடையால் பெருக்கிக் கிடைத் பலன்களின் கூட்டுத்தொகையை, மொத்த எடை

யாகிய '4'ஐக் கொண்டு வகுத்தால் மூன்று மாதத்திற்கு எடை கொள் நகரும் சராசரி கிடைக்கும். இத்தகைய வழியால் கணித்துக் கிடைத்த நகரும் சராசரி அளவுகள் கீழே உள்ள அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன

அட்டவணை-9

சுழல் வேறுபாட்டுக் கணிப்பு

மாதம் 1.	சுழல், நியதி யின்மை வேறு பாடுகளின் பெருக்குப் பலன் ΣX^2 2.	மூன்று மாத எடை கொள் நகரும் அளவுகளின் மொத்தம் 3.	நகரும் சராசரி சுழல் வேறு பாட்டின் சதவீதம் 4.
1941			
சனவரி	45.9		
பிப்ரவரி	59.8	241.6	60.4
மார்ச்	76.1	374	66.9
ஏப்ரல்	92.4	388.0	88.2
மே	68.1	309.3	77.3
சூன்	81.7	300.6	75.2
சூலை	71.1	311.0	77.8
ஆகஸ்டு	87.1	344.8	86.2
செப்டம்பர்	99.5	355.0	88.8
அக்டோபர்	68.9	309.4	77.8
நவம்பர்	72.1	295.6	73.9
டிசம்பர்	82.5	336.4	84.1
1942			
சனவரி	99.3	378.2	93.3
பிப்ரவரி	92.1	377.1	94.3
மார்ச்	93.6	372.3	93.1
ஏப்ரல்	91.0	366.8	91.7
மே	91.2	341.7	85.4
சூன்	69.3	286.3	71.6
சூலை	59.5	250.3	62.6
ஆகஸ்டு	65.0	260.7	65.2
செப்டம்பர்	72.2	282.5	70.6
அக்டோபர்	73.1	290.3	72.6
நவம்பர்	71.9	290.0	72.5
டிசம்பர்	73.1		

காலத்தொடர் வரிசையின் முதல் மாதத்திற்கும் கடைசி மாதத்திற்கும் நகரும் சராசரி கிடையா என்பதை நினைவில் வைத்துக் கொள்ளவும். முடிந்தால் இங்கு கொடுத்துள்ள இரு கட்டங்களையும் இதற்கு முன் கொடுத்துள்ள அட்டவணை 6, 7, 8ல் கடைசி கட்டத்துடனே சேர்த்து எழுதுவது காலத்தையும் சிரமத்தையும் குறைப்பதாக இருக்கும். இங்கு கொடுத்துள்ளதுபோல், காலத்தொடர் வரிசையில் உள்ள எல்லா மாதங்களுக்கும் நகரும் சராசரி கணிக்கலாம். இவ்வாறு கணித்துக் கிடைத்த நகரும் சராசரிகளுக்கு, ஒரு வரை கோட்டுப் படம் வரையலாம். கடைசிக் கட்டத்தில் உள்ள நகரும் சராசரிகளுக்கான வரைபடம், கட்டம் (2)ல் கொடுத்துள்ள விவரங்களுக்கான வரைபடத்தைவிட ஒழுங்கானதாக இருக்கும். நியதியற்ற வேறுபாடுகள் காலத்தொடர் வரிசையிலிருந்து பூராவும் பொதுவாக அகற்றப்படமாட்டா. நியதியற்ற வேறுபாடுகள் பூராவும் அகற்றப்பட வேண்டுமானால், வரைபடத்தை எளிதாக வரைந்து அகற்றலாம். இல்லை யேல், நகரும் சராசரியைக் குறுகிய காலஅளவு கொண்டதாக (மூன்று மாதங்களைவிட) இல்லாமல், சற்று பெரிய அளவுடையதாக விரிவடையச் செய்யலாம். எனினும், இவ்வாறு எளிய முறையில் உள்ள வரைபடங்கள் சுழலின் திருப்பங்களை மறைத்துவிடக் கூடாது. இதற்காக 5 மாதநகரும் சராசரியைப் பயன்படுத்தலாம். இதிலும், எடைகொள் நகரும் சராசரியைப் பயன்படுத்துவதே நலம். கணிக்கும் முறையில் காலத்தையும் நேரத்தையும் குறைப்பதற்காக மொத்த எடையை '10' எனக் கொண்டு ஒவ்வொரு மாதத்தின் எடையையும் கீழ்க் கண்டவாறு அமைக்கலாம்.

மாத வரிசை	எடை
முதல் மாதம்	— 1
இரண்டாவது மாதம்	— 2
மூன்றாவது மாதம்	— 4
நான்காவது மாதம்	— 2
ஐந்தாவது மாதம்	— 1
மொத்தம்	— 10

இதில் 10 கொண்டு வகுத்து சராசரி கணிப்பது எளிது.

8. நியதியில்லா வேறுபாடு (Irregular movements)

சுழல், நியதியின்மை என்ற இரண்டிற்கான வேறுபாடுகளின் பெருக்குப் பலனைச் சுழல் வேறுபாட்டால் வகுத்தால்

நியதியில்லா வேறுபாடு கிடைக்கும். முன் அட்டவணையில் இரண்டாவது கட்டத்தில் கொடுத்துள்ள விவரங்களை நாலாவது கட்டத்திலுள்ள விவரங்களால் வகுத்தால் நியதியில்லா வேறுபாடு கிடைக்கும்.

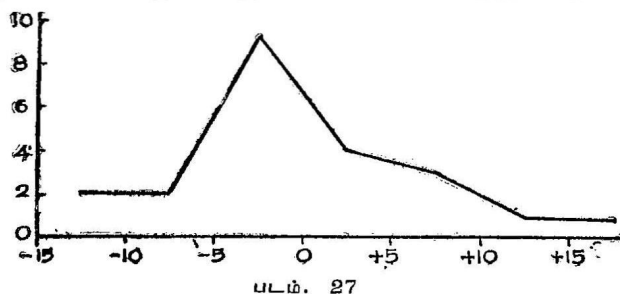
அட்டவணை 10

நியதியில்லா வேறுபாட்டுக் கணிப்பு

மாதம்	சுழல் X நியதி யில்லா வேறு பாடுகள்	சுழல் வேறு பாடு	நியதி யில்லா வேறுபாட் டின் அளவு க (2) க (4) × 100	நியதியில்லா வேறுபாட்டின் வேறுபாடு 100 - க (4)
1.	2.	3.	4.	5.
1941				
பிப்ரவரி	59.8	60.4	99.0	-1.0
மார்ச்	76.1	76.9	99.0	-1.0
ஏப்ரல்	95.4	83.2	115.7	15.7
மே	66.1	77.8	85.5	-14.5
சூன்	81.7	75.2	108.6	8.6
சூலை	71.1	77.8	91.4	-8.8
ஆகஸ்ட்	87.1	86.2	101.0	-1.0
செப்டம்பர்	99.5	88.8	112.0	12.0
அக்டோபர்	68.9	77.3	89.1	-10.9
நவம்பர்	72.1	73.9	97.6	-2.4
டிசம்பர்	82.5	84.1	98.1	-1.9

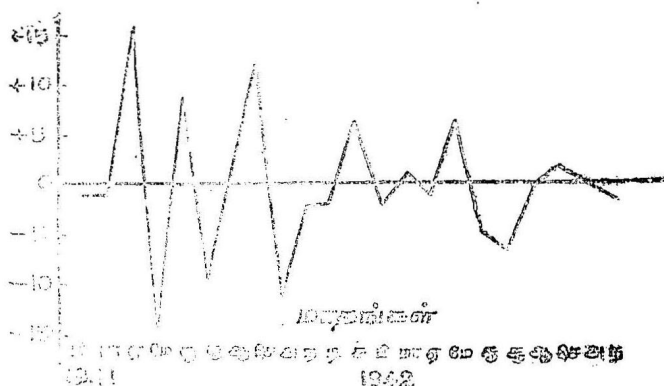
1.	2.	3.	4.	5.
1942				
சனவரி	99.3	98.3	106.4	6.4
பிப்ரவரி	92.1	94.3	97.7	-2.9
மார்ச்	93.6	93.1	100.5	0.5
ஏப்ரல்	91.0	91.7	99.2	-0.8
மே	91.2	85.4	106.8	6.8
சூன்	68.3	71.6	95.4	-4.6
சூலை	58.5	62.6	93.5	-6.5
ஆகஸ்ட்	65.0	65.2	99.7	-0.9
செப்டம்பர்	72.2	70.6	102.8	+2.8
அக்டோபர்	73.1	72.6	100.7	0.7
நவம்பர்	71.9	72.5	99.2	-0.8

நியதியில்லா வேறுபாடு எதேச்சையாகத் தோன்றுமானால் நியதியில்லா வேறுபாட்டிற்கான விவரங்கள் ஒருபொது வகை



கோட்டில், (Normal Curve) அமைவதாக இருக்கும். இங்கு நியதியில்லா வேறுபாடு என்று குறிப்பிடுவது, உண்மையில் நியதியில்லா வேறுபாட்டிற்கான சதவீத அளவிற்கும் 100க்கு

மிடையே உள்ள வேறுபாட்டைக் குறிக்கும். இத்தகைய அளவுகள், முன் அட்டவணையில் கடைசிக் கட்டத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. அதற்கான வரையடம் வரையலாம். அது கீழ்க்கண்டவாறு இருக்கும்.



படம். 29

மேலும் இத்தகையை வேறுபாடுகளுக்கு, ஒரு மடக்குவளை
கோடும் (Frequency Curve) வரையலாம். இது ஒருபிபாது
வளைகோடு (Normal Curve) போன்றே இருக்கும்.

காலத் தொடர் வரிசையில் நின்றும் சுழல் வேறுபாட்டை நீக்குவதன் நோக்கமே, இதர காலத்தொடர் வரிசைகளில் உள்ள சுழல் வேறுபாடுகளுடன் ஒப்பிடுவதற்காகவே என்று கூறலாம். சில வேளைகளில், சில குறிப்பிட்ட காலத் தொடர் வரிசையில் நின்றும், சுழல் வேறுபாட்டைப் பொறுத்தனவில் முன்னே நிகழ்வதுபோல் அல்லது முன் செல்வதுபோல் தோன்றலாம். என்றாலும், இரு காலத்தொடர் வரிசைகள் வேறுபாட்டின் அகல அளவில் மிகவும் வேறுபடும்போது, அவைகளை ஒப்பு நோக்குவது சற்றுக்கடினமாக இருக்கும். வேறுபாட்டின் அகல அளவுகளிடையேயுள்ள வேறுபாடு அதி கரிக்குத்தோறும் அதை நேர் செய்யவேண்டிய தேவையும் அதிகமாகவே உள்ளது. இதற்கென பல வழிகளும் உள்.

காலத் தொடர் வரிசையில் காணப்படும் சுழல் வேறுபாட்டைச் சுழலின் வேற்றுமை அல்லது சுழலின் விலக்கமாக (Deviation) ஆக மாற்ற வேண்டும். பின் ஒவ்வொரு சுழலின் விலக்கத்தை, மூல விலக்கம் (Standard deviation) கொண்டு வகுக்க வேண்டும். இவ்வாறு வகுத்துக் கிடைத்த அளவுகளுக்கு வரைகோட்டுப்படம் வரையலாம். இதுபோன்று ஒப்பு நோக்க வேண்டிய எல்லா காலத்தொடர் வரிசையின் சுழல் வேறுபாடுகளை வரைபடத்தில் அமைத்து ஒப்பு நோக்கலாம். இப்படங்கள் சுழல் வேறுபாட்டை ஒப்பு நோக்குவதற்காக அமைந்தவையாகையால் இவ்வாறு வரையப்படும் வரைபடங்கள் 'சுழல்படம்' (Cycle Chart) எனப்படும்.

இதை கீழ் கொடுத்தவாறு இருவிதங்களில் ஒப்பிடலாம். முன்னம் உள்ள அதே எடுத்துக் காட்டை மீண்டும் நோக்குவோம்.

- 1) $\frac{\text{சுழல் வேறுபாட்டின் சதவீதம்}}{\text{சுழல் வேறுபாட்டின் மூல வேற்றுமை.}}$

(100 — சுழல் வேறுபாட்டின் சதவீதம்) = வே, என்று வைத்துக் கொள்வோம்.

- 2) $\frac{\text{'வே'}}{\text{'வே'யின் மூல வேற்றுமை.}}$

அட்டவணை 11

மாதம்	சுழல் வேறுபாட்டின் சதவீதம்	சுழல் வேறுபாட்டின் விலக்கம் க(2) -100	சுழல் வேறுபாட்டின் விலக்கம் க(3) × க (3)	வேறுபாட்டு விலக்கம் ÷ மூல விலக்கம்
1.	2.	3.	4.	5.
1941				
பிப்ரவரி	60.4	60.4-100=39.6	1568.16	4.1
மார்ச்	76.9	76.9-100=23.1	533.61	2.4
ஏப்ரல்	83.2	83.2-100=16.8	232.24	1.7
மே	77.3	77.3-100=22.7	515.29	2.3
சூன்	75.2	75.2-100=24.8	615.04	2.6
சூலை	77.8	77.8-100=22.2	492.84	2.3
ஆகஸ்ட்	86.2	86.2-100=13.8	190.44	1.4
செப்டம்பர்	88.8	88.8-100=11.2	125.44	1.2
அக்டோபர்	77.3	77.3-100=22.7	515.29	2.3
நவம்பர்	73.9	73.9-100=26.1	681.21	2.7
1942				
சனவரி	84.1	84.1-100=15.9	252.81	1.6
பிப்ரவரி	93.3	93.3-100=6.7	44.89	0.7
மார்ச்	94.3	94.3-100=5.7	32.49	0.6
ஏப்ரல்	93.1	93.1-100=6.9	47.61	0.7
மே	91.7	91.7-100=8.3	68.89	0.9
சூன்	85.4	85.4-100=14.6	213.16	1.5
சூலை	71.6	71.6-100=28.4	806.56	2.9
ஆகஸ்ட்	62.6	62.6-100=37.4	1398.76	3.8
செப்டம்பர்	65.2	65.2-100=34.8	1211.04	3.6
அக்டோபர்	70.6	70.6-100=29.4	864.36	3.0
நவம்பர்	72.6	72.6-100=27.4	750.76	2.8
டிசம்பர்	72.5	72.5-100=27.5	756.25	2.8

அட்டவணை 12
இரண்டாவது முறை

மாதம்	சுழல் வேறுபாடு	சுழல் வேறுபாட்டின் வர்க்கம்	சுழல் வேறுபாடு
			மூல வர்க்கம்
1941			
பிப்ரவரி	60.4	3648.16	6.2
மார்ச்	76.9	5919.61	7.9
ஏப்ரல்	83.2	6922.24	8.6
மே	77.3	5975.29	8.0
சூன்	75.2	5655.04	7.8
சூலை	77.8	6052.84	8.0
ஆகஸ்டு	86.2	7430.44	8.9
செப்டம்பர்	88.8	7885.44	9.2
அக்டோபர்	77.3	5975.29	8.0
நவம்பர்	78.9	5481.21	7.6
டிசம்பர்	84.1	7072.81	8.7
1942			
சனவரி	93.3	8704.89	9.6
பிப்ரவரி	94.3	8892.49	9.7
மார்ச்	98.1	8667.61	9.6
ஏப்ரல்	91.7	8408.89	9.5
மே	85.4	7293.16	8.8
சூன்	71.6	5126.56	7.4
சூலை	62.6	3918.76	6.5
ஆகஸ்டு	65.2	4251.04	6.7
செப்டம்பர்	70.6	4984.86	7.3
அக்டோபர்	72.6	5270.76	7.5
நவம்பர்	72.5	5256.25	7.6
	1784.0	188767.14	

$$\begin{aligned}
 \text{மூல விலக்கம்} &= \sqrt{\frac{188767.14}{22} - \left(\frac{1784}{22}\right)^2} \\
 &= \sqrt{6807.60 - 6212.59} \\
 &= \sqrt{595.01} = 9.7.
 \end{aligned}$$

முன்னர் 11வது அட்டவணையில் '2' வது கட்டத்தில் கொடுத்துள்ள சுழல் வேறுபாட்டின் சதவீதத்தை 9.7 கொண்டு வகுத்து கிடைக்கும் அளவுகளை '5' வது கட்டத்தில் கொடுக்க வேண்டும். அவ்விதம் கொடுக்கும்போது '12' வது அட்டவணையில் கடைசிக் கட்டத்தில் கொடுத்துள்ள மதிப்பே கிடைக்கும் என்பதை உணர்க.

இதர கணிப்பு முறைகள் :

சுழல் வேறுபாட்டை இதர முறைகளிலும் கணிக்கலாம். நேர்முறை:

காலத்தொடர் வரிசையில் உள்ள ஒரு ஆண்டின் ஒரு மாதத்தின் அளவை அதற்கு முன் உள்ள ஆண்டின் அதே மாதத்தினளவின் சதவீதத்தில் குறிப்பிடவேண்டும். இவ்வாறு மாற்றுவதால் பருவ வேறுபாடும், போக்கு வேறுபாடும் நீங்கும். எனினும், போக்கின் எச்சம் சிறிது மீதி இருக்கலாம். எஞ்சிய போக்கின் வேறுபாட்டையும் நீக்கியபோது கிடைக்கும் சுழல் வேறுபாடு, இதுவரை நாம் கவனித்துள்ள சுழல் வேறுபாட்டில் நின்றும் வேறுபடுவதாக இருக்கும். இது சுழல் வேறுபாட்டின் சதவீதத்தை விளக்குவதைவிட சுழல் வேறுபாட்டின் நிலையை(level) விளக்குவதாக அமையும். ஏனெனில், ஒரு மாதத்தில் அதிகமாகக் காணப்படும் மாற்றம் உண்மையிலேயே, வேறுபாடு அதிகமானதால் தோன்றியதல்ல. மாறாக, நாம் ஒப்பிடுவதற்காக எடுத்துள்ள முன் ஆண்டின் அளவு மிகக் குறைந்ததாக இருப்பதாலும் ஏற்படலாம். இது வியாபாரத் துறையில் சென்ற ஆண்டில் அதே மாதத்திலுள்ள நிலையோடு ஒப்பு நோக்கப் பயன் படுவதாக அமையும்.

இம்முறையிலும் சிறிது மாற்றம் செய்யலாம். ஓர் ஆண்டின் ஒரு மாதத்தைச் சென்ற ஆண்டில் இதே மாதத்தோடு மாத்திரம் ஒப்பிடாமல், சென்ற பல ஆண்டுகளில் இதே மாதங்களின் சராசரி அளவோடு ஒப்பிட்டு, அதன் சதவீதத்தில் மாற்றியமைக்கலாம். இவ்வாறு எத்தனை ஆண்டுகளை எடுக்க வேண்டுமென்பது, சுழலின் காலத்தைப் பொருத்திருக்கும். மேலும் ஒவ்வொரு சுழலின் காலத்தைப் பற்றித் தனிக் கவனம் செலுத்த வேண்டும். ஏனெனில், பொருளாதாரத் துறையில் எல்லாச்சுழலும் ஒரே கால அளவுடையதாய் இரா.

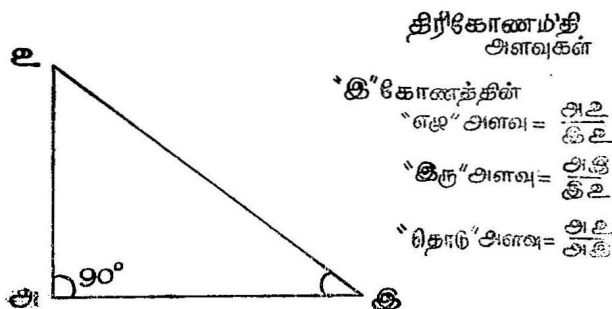
ஒரே வித அல்லது ஏகவிதச் சுழல்கள் ஆய்வு: (Harmonic Analysis)

காலத்தொடர் வரிசையில் காணும் பல சுழல்களின், தோன்றும் காலமும், அகலமும் அல்லது வீச்சமும் ஒன்று போன்றிருப்பின் அத்தகைய வேறுபாடுகளுக்குத் திரிகோண மிதியில் வரும் 'எழு' அளவு (sine) 'இரு' அளவு (cosine) என்ற இருவித அளவுகளுக்கான அலை போன்று மீண்டும் வரும் வரை படங்களைப் பொருத்தலாம்.

முக்கோணத்தில் உள்ள ஒவ்வொரு கோணத்திற்கும் திரிகோண மிதியில் மூன்று விதமான அளவுகள் உண்டு. அவைகள் பின்வருமாறு:

சைன்	(எழு)	sine
கோசைன்	(இரு)	cosine
டேன்	(தொடு)	tan

எடுத்துக்காட்டிற்காக ஓர் நேர்கோண முக்கோணத்தை எடுத்துக் கொள்வோம்.



படம் 29

அ, இ, உ' என்ற முக்கோணத்தில் 'அ' என்ற கோணத்தின் அளவு 90° . எனவே இது ஒரு நேர்கோண முக்கோணமாகும். தமது ஆய்விற்காக 'இ' என்ற கோணத்தை எடுத்துக் கொள்வோம். 'இ' கோணத்திற்கான மூன்று திரிகோணமிதி அளவுகள் கீழ்க்கண்டவாறு இருக்கும்.

- 1) Sine இ = $\frac{அஉ}{அஇ}$ (எழு அளவு)
- 2) Cosine இ = $\frac{அஇ}{அஇ}$ இரு அளவு
- 3) Tan ,இ = $\frac{அஉ}{அஇ}$ தொடு அளவு

இங்கு கொடுத்துள்ள அளவுகள் யாவும் நீளத்தைக் குறிப்பவையே.

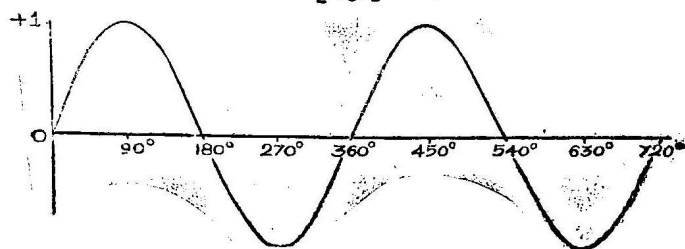
ஏற்கனவே ஒவ்வொரு அளவுடைய கோணத்திற்கும் உள்ள மூன்று விதமான திரிகோணமிதி அளவுகள், கணித வல்லுனரால் கணிக்கப்பட்டுள்ளன. நாம் முதல் இரு அளவுகளை மாத்திரம் தற்போது கவனித்தால் போதுமானது.

அட்டவணை 1.

	கோண அளவு	வளைபாகம் Radians	சைன்	கோசைன்
			0.0000	1.0000
1.	30	$1\pi/6$	0.5000	0.8666
2.	60	$2\pi/6$	0.8666	0.5000
3.	90	$3\pi/6$	1.0000	0.0000
4.	120	$4\pi/6$	0.8666	-0.5000
5.	150	$5\pi/6$	0.5000	-0.8666
6.	180	$6\pi/6$	0.0000	-1.0000
7.	210	$7\pi/6$	-0.5000	-0.8666
8.	240	$8\pi/6$	-0.8666	-0.5000
9.	270	$9\pi/6$	-1.0000	0.0000
10.	300	$10\pi/6$	-0.8666	0.5000
11.	330	$11\pi/6$	-0.5000	0.8666
12.	360	$12\pi/6$	0.0000	1.0000

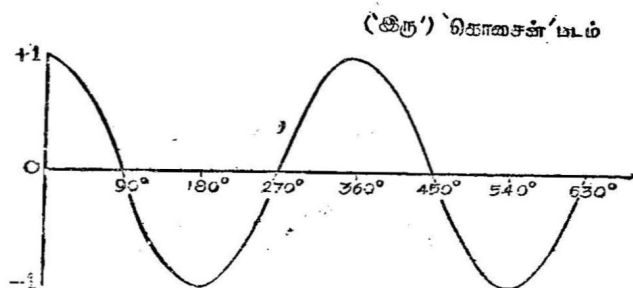
இதற்குரிய படங்கள் கீழ்க்கண்டவாறு அமையும்.

[எழு] 'சைன்' படம்



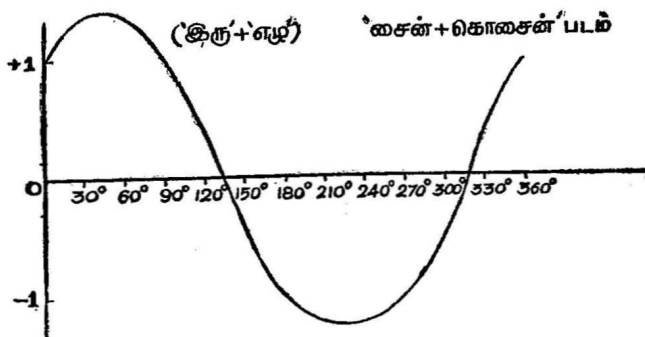
படம் 30

இவ்விரு படங்களை ஊன்றிக் கவனித்தால், வரைபடங்களில் தோன்றும் வளைவு நெளிவுகள் ஒன்று போன்றிருப்பதையும், மேலும் வளைவுகளின் நீளம் (duration) அகலமும்



படம் 31

அல்லது உயரம் அல்லது வீச்சும் (amplitude) ஒன்றுபோலிருப்பதையும் காணலாம். அத்துடன் கோணங்களின் அளவு 90° மாறுபடும்போதும், படத்தில் காணப்படும் வளைவு மாறுவதையும், மேலும் மீண்டும் மீண்டும் அலைபோன்று அதே அளவுடையதாய் வருவதையும் காணலாம். ஏன்



படம் 32

இவ்வாறு வருகின்றன என்பதை முன் உள்ள அட்டவணையில் கொடுத்துள்ள அளவுகளைப் பார்த்தால் விளங்கும். நேர் கோட்டிற்கு மேல் உள்ள அளவுகள் யாவும் நேர் அளவுகளா

கவும்நேர் கோட்டிற்கு கீழே உள்ள அளவுகள் யாவும் எஃரளவுகளாவும் (—) இருக்கும். இவ்விரு திரிகோணமிதி அளவு சுழல் போன்று வருவதால் இத்தகைய கோடுகளை ஒன்றுகள், போலுள்ள பல சுழல்கள் கொண்ட காலத்தொடருக்குப் பொருத்திப் பார்க்கலாம்.

மீண்டும் இவ்வளவுகளை நோக்குவோம்.

கோணம் (1)	சைன் (2)	கோசைன் (3)	சைன் + கோசைன் (4)
0	0.0000	1.0000	1.000
90	1.0000	1.0000	1.0000
180	0.0000	-1.0000	-1.0000
270	-1.0000	0.0000	-1.0000
360	0.0000	1.0000	1.0000

இரு கோணங்களின் அளவுகளிடையே 90° வேறுபாடு இருக்குமானால், ஒரு கோணத்தின் 'சைன்' அளவும் அடுத்த கோணத்தின் கோசைன் அளவும் ஒன்று போலிருக்கும் என்பது தெரியவரும். இதை வேறு விதமாகவும் கூறலாம். கோசைன் வளைவு, சைன் வளைவை 90° தூரம் இடது பக்கமாக நகர்த்துகிறது என்று கூறலாம். ஏனெனில் இது திரிகோணமிதி விதிகளுக்கு ஒத்திருப்பதால் தான் என்று கூற வேண்டும். கோசைன் 'அ' சைன் ($90^\circ - அ$)

எனவே இவ்வேறுபாட்டை அகற்றினால் இவ்விரு திரிகோணமிதி அளவுகளுக்கான வரை கோடுகள் ஒன்று போலிருக்கும்.

இவ்விருண்டின் கூட்டளவை நாம் பயன்படுத்தலாம்.

$$சா = \text{சைன் 'தா'} + \text{கோசைன் 'தா'}$$

இதற்கான வரைபடம் மேலே படம் 32-இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

இத்தகைய கோடு இருமருங்கும் ஒன்று போலான ஒருங்கமைக் கோடாகும் (symmetry). எனவே, இதை இரு மருங்கும் ஒருங்கமைக் கோடு என்றே அல்லது ஒருங்கிணைக் கோடு என்றே கூறலாம்.

இவ்விருவித அளவுகளின் கூட்டுப் பலனுக்காக வரை கோடு இருபக்கமும் ஒன்று போலமைத்த நல்லதொரு கோடாகும். இக்கோட்டின் அளவில் கூடுதல் குறைவு தோன்றும் இடங்களுக்கிடையே உள்ள தூரம் இடைவெளி (Range) எனப்படும். மேலும் கூடுதலளவிற்கும் அச்சிற்கிடையே (axis) உள்ள செங்குத்து தூரம் கோட்டின் குறைந்த அளவிற்கும் அச்சிற்குமிடையேயுள்ள தூரத்திற்கும் சமமாக இருக்கும். இத்தகைய ஒவ்வொரு தூரமும் அகலம் அல்லது வீச்சு எனப்படும். இத்தகைய கோடுகளில் இடைவெளியின் தூரம் இரு வீச்சளவிற்குச் சமமாக இருக்கும். அல்லியர் காலம் 360° (2π). இத்தகைய கோடுகளுக்கான அளவு முறை (Function) (Periodic function) கால அளவு முறை எனக் கருதப்படும். கால வளைவில் மீண்டும் தோன்றும் சுழலுக்கான மிகக் குறைந்த காலத்திற்கான தூரம் அல்லது இடைவெளி 360° அல்லது 2π அளவாகும்.

காலத் தொடர் வரிசைக்கு ஓர் ஓரிணை அளவு முறையைப் (Harmonic function) பொருத்தலாம். பெரும்பான்மையும், ஏற்கனவே போக்கு, பருவ வேறுபாடுகளுக்காக நேர் செய்யப்பட்ட காலத்தொடர் வரிசைகளுக்குப் பொருத்தலாம். திரி கோணமிதி அளவுகளாலான அளவு முறை, காலத்தொடர் வரிசையில் இயற்கையிலேயே அமைந்துள்ள காலச் சுழலை வெளிப்படுத்துவதற்கான ஒரு ஏதுவாகும். ஆனால் நீண்டதோர் காலத்தொடர் வரிசைகளுக்கே பொருத்ததாகப் பயன்படும். முன் உள்ள அட்டவணையை நோக்கினால், பன்னிரண்டு பாகங்களுக்கு ஏற்றர்போல் 30° தோறும் சைன், கோசைன், அளவுகள் கொடுக்கப்பட்டிருப்பது தெரியவரும். மேலும் $2\pi = 360$ சமமாக இருந்தால் 30 அளவுகள் கொண்ட பன்னிரண்டு பாகத்தையும் கீழ்க் கண்டவாறும் பிரிக்கலாம்.

கோணம்	பாகம்	கோணம்	பாகம்
30°	$\pi/6$	210°	$7\pi/6$
60°	$2\pi/6$	240°	$8\pi/6$
90°	$3\pi/6$	270°	$9\pi/6$
120°	$4\pi/6$	300°	$10\pi/6$
150°	$5\pi/6$	330°	$11\pi/6$
180°	$6\pi/6$	360°	$12\pi/6$

இங்கு $(\pi/6=30^\circ)$. 30° கொண்ட ஒரு பாகத்தை வளைவு (Radiant) எனக் கூறலாம்.

ஆய்விற்காகவும், வளைகோட்டைப் பொருத்துவதற்காகவும், ஓர் ஒருங்கிணைச் சமன்பாட்டை கீழ்க்கண்டவாறு எழுதலாம்.

$$சா = அசை \frac{2\pi}{கா} தா + இகோ \frac{2\pi}{கா} தா.$$

$$Y = A_1 \sin \frac{2\pi}{P} x + B_1 \cos \frac{2\pi}{P} x$$

இங்கு $P =$ கா - காலத்தைக் குறிப்பது. சுழல் மீண்டும் தோன்றுவதற்கான கால இடைவெளியைக் குறிப்பதாகும்.

காலத் தொடர் வரிசையில், மூல அளவுகள் (1) '0' ஐச் சுற்றி இயங்குவதாகவோ (2) மூல அளவின் சாரசரியைச் சுற்றி இயங்குவதாகவோ அல்லது (3) மூல அளவை மூல விலக்கத்தால் வகுக்கப் பெற்றுக் கிடைக்கும் விலக்க அளவைச் (Standardised unit) சுற்றி இயங்குவதாகவோ அல்லது (4) 100 ஐச் சுற்றி இயங்குவதாகவோ கருதி இத்தகைய அளவு முறையைப் பொருத்திப் பார்க்கலாம். எனவே சமன்பாடு கீழ்க்கண்டவாறு அமையும்.

$$Y = A_0 + A_1 \left(\sin \frac{2\pi x}{P} \right) + B_1 \left(\cos \frac{2\pi x}{P} \right)$$

$$சா = ஆ + அ(சை \frac{2\pi தா}{கா}) + இ(கோ \frac{2\pi தா}{கா})$$

இங்கு

ஆ = A_0 : வளைவு அச்சை ஒன்றுபோல் தொடுமிடத்தைக் குறிக்கும்

கா = p = காலம்.

அ = A_1 = [ஓர் 'ஏக' ஒருங்கிணை (Single Harmonic) முறைக்கான துணை எண்களைக் குறிக்கும் அல்லது வீச்சைக் குறிக்கும்.]

இ = A_2 (amplitude)

இச்சமன்பாட்டின் சுழலும் இடைவெளி (Range)

$$= 2\sqrt{(A_1^2 + B_1^2)}$$

இங்கு ஆ, அ, இ என்ற மூன்றும் நிலையான (constants) அளவுகளாகும். 'கா'வின் அளவைக் கணித்தால், இந்த மூன்று நிலையான அளவுகளைக் கணிக்க முடியும். ஆனால் 'கா'வைக் கணிப்பது கடினமானதாகும்.

இதற்காக பல கால அளவுகளைக் கருத வேண்டும். காலத் தொடரில் கண்ணுறும் சுழல் தோன்றும் காலம், 2, 3, 4, 5, ..., n என்று பலவகைப் படுத்தி, ஒவ்வொரு கால அளவுடைய சுழலுக்கேற்றவாறு, விவரங்களை வரிசையாக ஒழுங்குபடுத்த வேண்டும். காலத்தை 'எ' என்று கருதினால் காலத் தொடர் வரிசையைக் கீழ்க்கண்டவாறு பிரித்து மொத்தம் 'வ' வரிசைகளாக வரிசைப்படுத்தலாம்.

அட்டவணை 2

மாதங்கள் / வரிசை எண்	1	2	3	4	5	($n-1$)	n
1	த ₁	த ₂	த ₃			த _($n-1$)	த _{n}
2	த _($n+1$)	த _($n+2$)				த _($2n-1$)	த _{$2n$}
3	த _($2n+1$)	த _($2n+2$)				த _($3n-1$)	த _{$3n$}
4							
5							
ம						த _{$m-n+1$}	த _{m}
வ	த _($m+n+1$)	த _($m+n+2$)				த _($mn-1$)	த _{mn}

மொத்தம் $\frac{\sum_1}{\text{சாரசரி தா}_1}$ $\frac{\sum_2}{\text{தா}_2}$

$\frac{\sum n}{\text{தா } n}$

இவ்வாறு காலத் தொடர் வரிசையை ஒரு குறிப்பிட்ட கால அளவுகளுடைய அல்லது மாதங்கள் கொண்ட வரிசைகளாகப் பிரிக்கும்போது ஒரு சில மாதங்கள் எஞ்சி நிற்கலாம்.

ஏனென்றால் காலத்தொடர்வரிசையில் உள்ள மொத்த மாதங்களை சரியாக எ, (n) கொண்டு மீதியில்லாமல் வகுக்கக் கூடியதாய் எப்போதும் இராது. இத்தகைய சூழ்நிலையில் எஞ்சியுள்ள மாதங்களைக் கணிப்பில் சேர்க்காமல் விலக்கி விடலாம்.

காலத் தொடர்வரிசையை இவ்வாறு பல வரிசைகளாகப் பிரித்து, பின்னர், எல்லா பிரிவுகளுக்கும் ஒவ்வொரு மாதத்தின் விவரங்களைக் கூட்டி மொத்தம் கண்டு பிடிக்கவேண்டும். இது போன்று எல்லா மாதங்களுக்கும் மொத்தம் கண்டு பிடித்த பிறகு ஒவ்வொரு மாதத்திற்கும் சராசரி காணவேண்டும். பிறகு எல்லா மாதங்களின் சராசரியைக் கூட்டி $(n \times 100) = n \times 100$ க்கு சமமாகும் அளவில் ஒவ்வொரு மாதத்தின் சராசரியையும் நேர் செய்யவேண்டும்.

பொதுவாக, சுழல் மாற்றம் நிகழும் காலம் ஒரு ஆண்டிற்கும் மேற்பட்டே இருக்கும். இவ்வாறு ஒரு சுழலுக்கும் அடுத்த சுழலுக்கும் இடையே உள்ள தூரம், 12 மாதங்களுக்கு மேற்பட்டு இருப்பதால் நாம் நமது காலத்தொடர்வரிசையைப் பிரிக்கும்போது, ஒவ்வொரு பிரிவும் '12' மாதங்களுக்கும் மேற்பட்டதாக இருக்கும் விதத்தில் பிரித்தால் பொதுமானது. எனவே, முன்கூறியதுபோல் சுழலின், 2, 3, 4, 5...12 மாதங்கள் கொண்டதாகக் கருதி காலத் தொடர்வரிசையைப் பிரிக்க வேண்டியதில்லை.

இவ்வாறு கீழே கொடுத்துள்ள காலத் தொடர்வரிசையில் விவரங்களை ஒவ்வொரு பிரிவும் 13 மாதங்கள் அல்லது 14 மாதங்கள் அல்லது 15 மாதங்கள் அல்லது 16 மாதங்கள் அல்லது இதை விடவும் அதிகமான மாதங்கள்கொண்டதாகப் பலவாறு பிரிக்கலாம். இவ்வாறு, ஒவ்வொரு பிரிவும் 18 மாதங்கள் கொண்டதாகப் பிரித்து வரிசை செய்யப்பட்ட விவரங்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. இங்கு கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்கள் யாவும், காலத் தொடர் வரிசையில் நின்றுப் போக்கு, பருவ வேறுபாடு, நியதியற்ற வேறுபாடுகளை அகற்றிய பின் எஞ்சியுள்ள சுழல் வேறுபாட்டின் சதவீத அளவுகள் ஆகும். இதுபோன்று, காலத்தொடர்வரிசை நின்றுப் போக்கு, பருவ வேறுபாடுகளை அகற்றிய பின்பு எஞ்சியுள்ள சுழல் நியதியற்ற வேறுபாடுகளின் சதவீத அளவுகளையும் இவ்வாறு வரிசைப் படுத்தலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 1.

சுழல் வேறுபாட்டிற்கான சதவீத அளவுகள்

வரிசை மா தம்	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.
1.	112	109	115	109	117	115	109	109	118	109	122	107	125	122	211	109	101	120
2.	121	125	112	105	116	119	112	112	107	112	120	118	112	121	99	99	118	103
3.	108	116	109	113	109	108	122	122	120	117	118	109	103	125	122	111	117	112
4.	105	109	107	114	122	112	125	121	117	105	117	113	98	107	115	108	118	112
5.	113	107	106	128	101	104	109	117	116	208	116	112	112	113	112	112	111	115
6.	119	113	104	109	102	102	122	116	115	114	109	113	108	114	117	109	111	114
7.	112	105	121	125	107	107	101	115	107	115	104	105	115	121	113	109	100	117
8.	104	107	129	130	108	112	102	103	105	109	105	107	120	112	109	117	128	118
9.	102	120	130	111	123	117	112	139	104	99	112	111	120	109	102	107	124	112
10.	109	120	132	106	123	103	111	111	119	109	101	120	124	109	108	106	121	118
மொத்தம்	1105	1181	1165	1150	1126	1104	1125	1140	1128	1037	1124	1115	1144	1158	1113	1088	1144	1153
சராசரி	110.5	113.1	116.5	115.0	112.6	110.4	112.5	114.0	112.8	103.7	112.4	111.5	114.4	115.8	111.3	108.8	114.4	115.3
நேர் செய் யப்பட்டு நடுவமை சராசரி	97.9	100.3	103.3	101.9	99.8	97.9	99.7	101.0	100.0	97.2	99.6	98.8	101.4	102.6	98.6	98.4	101.4	102.2
																		1500

2081

விவரங்களை வரிசைப்படுத்திய பின், ஒவ்வொரு கட்டத்தில் உள்ள விவரங்களைக் கூட்டி அக்கட்டங்களுக்குரிய சராசரியும் காணவேண்டும். பின் இச்சராசரிகளைக் கூட்டி மொத்தம் காணவேண்டும். நமது வரிசை 18மாதங்கள் கொண்டதாக இருப்பதால் இச்சராசரிகளின் மொத்தம் $18 \times 100 = 1800$, ஆக இருக்க வேண்டும். இவ்வாறு இல்லாதிருப்பின் இதற்காக ஒவ்வொரு கட்டத்தின் சராசரியையும் மொத்தம் 1800 வருவதற்கேற்ற முறையில் சீர் செய்யவேண்டும். நமது எடுத்துக் காட்டில் சராசரிகளின் மொத்தம் 2081. எனவே ஒவ்வொரு சராசரியையும் 1800 கொண்டு

2081

பெருக்கினால் சராசரி மாறும். அவைகளின் கூட்டுக் தொகையுப் 1800 ஆக மாறும். இவ்வாறு கணித்த சராசரிகளும் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. இவ்வாறு கணித்துக் கிடைத்த சராசரி அளவுகளில், மிகக் கூடுதல் அளவும், மிகக் குறைந்த அளவும் எவ்வளவு என்பதையும், எந்த மாதங்களில் வந்துள்ளன என்பதையும் கணிக்க வேண்டும்.

மிகக் கூடுதல் அளவு 103.3	8வது மாதம்
மிகக் குறைந்த அளவு 96.4	16 வது மாதம்
இடைவெளி	6.9

இக்கூடுதல் குறைவு அளவுகளின் வேறுபாடே இடைவெளி (Range) யாகும். 6.9%.

இவ்வாறு காலத் தொடர் வரிசையின் விவரங்களை ஒவ்வொரு பிரிவும் 13, 14, 15, 16 என பல வகை மாதங்கள் கொண்டதாகப் பிரித்த எல்லா அமைப்பிற்கும், இடைவெளி அளவைக் கணிக்கலாம். இத்தகைய இடைவெளி அளவுகளுக்கேற்ற காலப்படம் (Periodogram) வரையலாம். காலத் தொடர் வரிசை, நல்லதொரு எளிய கால ஒரினைத் தொடராக இருக்குமேல், காலப் படம் இருமருங்கும் சமச்சீருடைப் படமாக அமையும். இத்தகைய காலப்படம் ஒன்று கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

ஒர் 'ஏக' இசை அளவு (Single Harmonic) உடையதான எழு-இரு (Sine-Cosine) சமன்பாடுகளைப் பொருத்துவமேல், கூடுதல் இடைவெளியுடைய காலமே காலத் தொடர் வரிசையில் அதே சுழல் மீண்டும் தோன்றுவதற்குரிய காலமாகும். நமது எடுத்துக் காட்டில் ஒரே விதச் சுழல் மீண்டும் தோன்றுவதற்கான காலம் 18 மாதங்கள்.

நமது எடுத்துக்காட்டில் பிரிவின் கால அளவு 16 மாதங்
களாக இருக்கும்போது இடைவெளி கூடுதலாக இருப்பது
படத்திலும் தெரியவரும். பின்னர் 18 மாத கால அளவுடைய
எழு-இரு கோட்டை நடுவமை சராசரிகளுக்குப் பொருத்தலாம்.

நமது சமன்பாட்டில்

$$ஆ = 100$$

$$கா = 18$$

$$2\pi = 360^\circ$$

எனவே சமன்பாட்டைக் கீழ்க்கண்டவாறு எழுதலாம்

$$சா = 100 + அ(எழு \frac{2\pi \text{ தா}}{கா}) + இ(இரு \frac{2\pi \text{ தா}}{கா})$$

$$சா = ஆ + அ(எழு \frac{360}{கா} \text{ தா}) + இ(இரு \frac{360}{கா} \text{ தா})$$

இதில்

$$(1) \quad அ = \frac{2}{கா} \sum \left[(சா \times எழு \left(\frac{360}{கா} \times தா \right)) \right]$$

$$(2) \quad இ = \frac{2}{கா} \sum (சா \times 'இரு' \left(\frac{360}{கா} \text{ தா} \right))$$

$$கா = 18.$$

$$சா = 100 + அ(எழு \times 20 \text{ தா}) + இ(இரு \times 20 \text{ தா})$$

கணிப்பு முறை

தா (1)	20 தா (2)	ஏழு (20 தா) (3)	இரு (20 தா) (4)	சா (5)	சா × ஏழு (20 தா) (6)	சா × இரு (20 தா) (7)	அ × ஏழு (20 தா) க (8) × 0.41106 (8)	அ × இரு (20 தா) க (4) × 0.42055 (9)	100 + க (8) + க (9) (10)
1.	20	0.3240	0.9397	97.9	83.48180	91.99363	0.14058	0.46097	100.60152
2.	40	0.6428	0.7660	100.8	64.47284	76.829930	0.26428	0.87576	100.63000
3.	60	0.8660	0.5000	108.3	89.45780	61.65000	0.35598	0.24523	100.6.125
4.	80	0.9848	0.1786	101.0	100.95112	17.68984	0.40481	0.00516	100.49997
5.	100	0.8848	-0.1783	99.8	98.28304	-17.82528	0.40481	-0.08516	-100.80365
6.	120	0.8660	-0.5000	97.9	84.78140	-49.95000	0.85598	-0.24528	-100.11070
7.	140	0.6428	-0.7660	99.7	64.08716	-76.87020	0.26428	-0.87576	99.88847
8.	160	0.3240	-0.9397	101.0	84.54200	-94.90970	0.14058	-0.46097	99.67961
9.	180	0.0000	-1.0000	100.0	00.00000	-100.00000	0.00000	-0.49055	99.50945
10.	200	-0.8420	-0.9397	97.2	-88.24240	-91.83984	-0.14058	-0.46097	99.59945
11.	220	-0.6428	-0.7660	99.6	-64.02288	-76.29860	-0.26428	-0.87576	99.33001
12.	240	-0.8660	-0.5000	98.8	-85.56080	-49.40000	-0.35598	-0.24528	99.39974
13.	260	-0.9548	-0.1787	101.4	-99.85872	-17.60304	-0.40481	-0.08516	99.510.8
14.	280	-0.9548	+0.1786	102.6	-101.04048	17.81186	-0.40481	+0.08516	99.63035
15.	300	-0.8460	0.5000	98.6	-85.98760	49.80000	-0.35598	0.24528	99.88980
16.	320	-0.6428	0.7660	96.4	-61.96592	78.84240	-0.26428	0.87576	100.11151
17.	340	-0.3420	0.9397	101.4	-34.67880	95.26558	-0.14058	0.46027	100.82049
18.	360	-0.0000	1.0000	102.2	-00.00000	102.20000	—	0.49055	100.48055
		0	0	1800.0	8.69556	4.41495	0	0	1800.000

$$\begin{aligned}
அ &= \frac{2}{18} \sum \left(சா \times எழு \frac{360^\circ}{18} தா \right) \\
&= \frac{2}{18} \sum \left[(சா \times எழு (20தா)) \right] \\
&= \sum \left[\frac{(சா \times எழு (20தா))}{9} \right] \\
இ &= \frac{2}{18} \sum \left[(சா \times இரு \left(\frac{360^\circ}{18} தா \right)) \right] \\
&= \frac{2}{18} \sum \left[(சா \times (இரு 20 தா)) \right] \\
&= \sum \frac{சா \times இரு (20தா)}{9}
\end{aligned}$$

$$சா = ஆ + அ எழு (20தா^\circ) + இ இரு (20தா^\circ)$$

$$ஆ = 100$$

$$கா = 18$$

$$சா = 100 + அ \times எழு (20தா^\circ) + இ \times இரு (20தா^\circ)$$

$$அ = \frac{2}{கா} \sum சா (எழு 20தா^\circ)$$

$$= \frac{2}{18} \times 6.69956$$

$$= 0.41106$$

$$இ = \frac{2}{கா} \sum சா \times இரு (20தா^\circ)$$

$$= \frac{2}{18} \times 4.41495$$

$$= 0.49055$$

$$இடைவெளி = 2\sqrt{அ^2 + இ^2}$$

$$= 2\sqrt{0.41106^2 + 0.49055^2}$$

$$= 2\sqrt{0.16997 + 0.24064}$$

$$= 2\sqrt{0.90961}$$

$$= 2 \times 0.640$$

$$= 1.290$$

சரி பார்த்தல்:

$$இடைவெளி = கூடுதல் அளவு - குறைந்த அளவு$$

கூடுதல் அளவு	=	100.63999
குறைந்த அளவு	=	99.86001
இடைவெளி	=	<u>1.27998</u>

இவ்விரு முறைகளிலும் கிடைத்த இடைவெளி அளவுகளுக்கு இடையே வேறுபாடிடலை என்றே கூறலாம்.

எடுத்துக்காட்டு சுழலோடு ஒப்பாய்வு :

பல கால வரிசைத் தொடர்களைப் பற்றிப் படிக்கும்போது, ஒவ்வொரு காலத்தொடர் வரிசையில் உள்ள சுழல் வேறுபாடுகளை ஒப்பிட்டு ஆய்வு செய்ய முடியும். இவ்வாறு ஒப்பு நோக்குவதற்காக, ஒப்பு நோக்கும் நாட்கள் (Reference dates) தேவைப்படும். இதிலடங்கிய கொள்கை என்னவெனில், ஒவ்வொரு காலத்தொடர் வரிசையிலும், ஒரு குறிப்பிட்ட காலத்தில் எழும் ஏற்றத்தையும் இறக்கத்தையும் ஆராய்வதோடு, மேலும் பல வித வேறு வரிசைகளையும் ஒப்பிட முடியும்.

இதற்காக ஒப்பு நோக்கும் நாட்களை முதலில் தெரிந்தெடுக்க வேண்டும். இவைகள் உண்மையில், சுழலில் ஏற்றம் (Peaks) இறக்கம் (Troughs) ஏற்படும் நாட்களாகும். இந்த ஏற்றத்தை வியாபாரத்தின் உயர்வு அல்லது செழிப்பு அல்லது உச்சமென்றும் (Peak) இறக்கத்தை அல்லது மந்த நிலையை சரிவென்றும் (Troughs) கூறலாம். இங்கு 'ஒப்பு நோக்கும் நாட்கள்' என்று கூறும்போது, ஒரு குறிப்பிட்ட இனத்தில் எழும் ஏற்றத்திற்கும் இறக்கத்திற்குமான நாட்களைக் குறிப்பிட்டு, பொதுவாக உள்ள நிலவரங்களில் அல்லது வியாபார உலகில் எழும் ஏற்ற இறக்கத்திற்கான நாட்களாகும். இவ்வாறு தேர்ந்தெடுக்கப்படும் ஒப்பு நோக்கும் நாட்கள், பொதுவாக எல்லா வியாபார பொருளாதார சூழ்நிலைகளைக் கவனித்த பின்பே தேர்ந்தெடுக்கப்படும். ஒப்பு நோக்கும் சுழலின் கால அளவு (duration) அடுத்தடுத்த இரு சரிவுகளைக் கிடையே யுள்ள கால வெளியாகும். ஆய்விதற்காக உள்ள ஒவ்வொரு சுழலும், முதலில் ஒரு சரிவில் ஆரம்பித்து, பின் உச்சம் வழியாகச் சென்று பின்னர் கடைசி உச்சத்திற்குச் செல்ல வேண்டும்.

பின்னர், ஒவ்வொரு காலத்தொடர் வரிசையையும் செப்பனிட வேண்டும். ஒவ்வொன்றிலும் அடுத்ததுள்ள இரு இறக்கங்களிடையே உள்ள சுழல் மாற்றத்தை அறுதியிட

வேண்டும். ஒவ்வொரு காலமும் எல்லாத் தொடர்களுக்கும் ஒன்று போலிருப்பதால் எல்லா வரிசைகளையும் ஒப்பு நோக்குவது எளிதாகும்.

மாதிரிச் சுழல் அல்லது எடுத்துக்காட்டுச் சுழல் பற்றி ஆய்வதே முதல் வேலை. முதலில், சுழல் விகிதங்கள் கணிக்கப் பெற வேண்டும். நேர்ச் சுழல் (Positive Cycle) சரிவிரிந்து சரிவிற்குச் செல்லும், ஒவ்வொரு நேர்ச்சுழலும் இருநிலைகள் கொண்டிருக்கும். சரிவிரிந்து மேலேறும் பாகம் விரிவு பகுதி (Expansion) என்றும் பின்னர் உச்சியிலிருந்து கடைசி சரிவிற்குச் செல்லும் பாகம் சுருக்கம் (Contraction) என்றும் இருவகைப்படும். ஆரம்பச் சரிவு, மாதிரிச் சுழலின் முதல் நிலை எனப்படும். உச்சி, 5வது நிலையாகும். கடைசி சரிவு '9'வது நிலையாகும். மேலும் ஆரம்பச் சரிவிற்கும் உச்சிக்குமிடையே மூன்று நிலைகள் இருப்பதாகவும் கருதப்படும். எனவே ஒவ்வொரு மாதிரிச் சுழலும், 9 பிரிவுகள், நிலைகள் கொண்டதாகக் கருதப்படும். சுழலின் ஒரு மாதிரியின் 9-வது நிலை, அடுத்துவரும் மாதிரிச் சுழலின் முதல் நிலையாகும். என்றாலும் இவ்விரு நிலைகளுக்கான சுழல் விகிதங்கள் வேறுபடும். ஏனெனில் அவைகள் ஒவ்வொன்றும் வெவ்வேறு அடிப்படையோடு ஒப்பு நோக்கிக் கணிக்கப்படும்.

1. பருவ வேறுபாடுகளுக்காக முதலில் விவரங்களைச் செப்பனிட வேண்டும்.
2. பருவ வேறுபாட்டிற்காகச் செப்பனிட்ட விவரங்கள் பல ஒப்பு அல்லது மாதிரிச் சுழல்களாகப் பிரிக்கப்பட வேண்டும். (Reference Cycle Segments) இத்தகைய பிரிவுகள் அடுத்தடுத்த இரு ஒப்பு இறக்கங்களுக்கிடையே உள்ள இடைவெளியாகும். (Reference Troughs)
3. ஒவ்வொரு பிரிவிலுமுள்ள, மாத விவரங்களை அப் பிரிவில் உள்ள எல்லா விவரங்களின் சராசரியால் வகுத்துச் சதவீதத்தில் அமைக்க வேண்டும். இவைகள் ('ஒப்பு சுழல் விகிதம்') (Reference Cycle Relative) எனப்படும். இம்முறையில் காலத் தொடர் வரிசையில் விவரங்கள் எந்த அளவில் இருந்த போதிலும் அவையாவும் சதவீத அளவில் மாற்றப்படும். மேலும், சுழல்களிடையேயுள்ள போக்கு வேறுபாட்டையும் இது அகற்றிவிடும். ஏனெனில், ஒவ்வொரு சுழலின் சராசரி 100 என்றே பாவிக்கப்

படுவதால் இந்நிலை ஏற்படுகிறது. ஆனால் ஒரு சுழலின் ஊடே தோன்றும் போக்கின் மாற்றம் அகற்றப்படமாட்டா. மேலும் சுழலின் ஊடே காணப்படும் போக்கும் தேவைப்படுவதும் ஒன்றே. ஏனெனில் வியாபார சுழலில் என்ன ஏற்படுகிறது என்பதை விளக்குவதற்கு இது தேவைப்படுகிறது.

4. பின்னர் ஒவ்வொரு ஒப்பு நோக்கும் பிரிவும் 9 பாடகளாக (Stage) வியாபாரச் சுழலில் உள்ள '9' நிலைகளுக்கு ஏற்றவாறு 9 நிலைகளாக பிரிக்கப்படும். பிறகு இத்தகைய ஒவ்வொருநிலையிலும் உள்ள ஒப்பு நோக்கிச் சுழல் விகிதங்களுக்கும் சராசரி கணிக்கப்படும். மேலே கூறியுள்ள 9 நிலைகளும் கீழ்க் கண்டவாறு அமையும்.
1. ஆரம்பச் சரிவில் மூன்று மாதங்களின் நடுவமைத்தல்.
2. 'விரிவி'லுள்ள மொத்த 3 பாகத்தில் முதலில் உள்ள காலம்.
3. விரிவின் மொத்தம் உள்ள 3 பாகங்களில் இரண்டாவது உள்ள காலம்.
4. விரிவின் மொத்தமூன்று 3 பாகங்களில் கடைசியில் உள்ள மூன்றாவது காலம்.
5. உச்சியில் உள்ள மூன்று மாதங்களின் நடுவமைத்தல்.
6. இறக்கத்தில் உள்ள மொத்த மூன்று பாகங்களில் முதல் பாகம்.
7. இறக்கத்தில் உள்ள மொத்த மூன்று பாகங்களில் இரண்டாவது பாகம்.
8. இறக்கத்தில் உள்ள மொத்த மூன்று பாகங்களில் கடைசியில் உள்ள மூன்றாவது பாகம்.
9. கடைசிச் சரிவில் உள்ள மூன்று மாதங்களில் நடுவமைத்தல்.

ஆரம்பச் சரிவு, இறுதிச் சரிவு, மேலும் உச்சம் என்ற மூன்று நிலைகளுக்கும், அதாவது முதல் நிலை, 5வது நிலை, 9வது நிலை என்ற மூன்று நிலை ஒவ்வொன்றிற்கும் மூன்று மாத விவரங்களின் கூட்டுத்தொகை கணித்து 2, 3,

4, 6, 7, 8 என்ற 6 நிலைகளும் உச்சியின் இரு மருங்கும் உள்ளவை, இவை சமச்சீருடையதாக இருக்க வேண்டும். சரிவிற்கும் உச்சிக்குமிடையே உள்ள மாதங்களின் எண்ணிக்கை 3 கொண்டு மீதியில்லாமல் வகுக்கப்படுமானால், ஒவ்வொரு நிலைக்கும் ஒரே அளவு எண்ணிக்கை கொண்ட மாதங்களின் விவரங்களைச் சேர்த்துக் கொள்ளலாம். இவ்வாறு இல்லாது போனால் 3, 2, 3 அல்லது 3, 4, 3 என்றோ, மாதங்களை ஒவ்வொரு பிரிவிற்கும் எடுத்துக் கொள்ளலாம்.

பிரிவுகள்		மாதங்கள்			
2	6	3	} அல்லது {	3	
3	7	2		4	
4	8	3		3	
மொத்த மாதங்கள்		8			10

ஒவ்வொரு ஒப்புச் சுழல் பிரிவின் 9 நிலை சராசரிகள் காலத்தொடர் வரிசையில் உள்ள ஏனோதானோ என்று செல்லும் மாற்றத்தைத் தவிர்த்து ஒரு குறிப்பிட்ட தொடருக்கு ஒரு மாதிரிச் சுழலைக் கொடுப்பதற்கு உதவும். மேலே கூறிய முறைகளுக்குப் படங்கள் வரையலாம். மேற்கூறிய முறைகளை தியூயார்ட் தேசிய பொருளாதார ஆய்வுக் கூடம் நடைமுறையில் கொண்டு வந்தது.

3. ஆயுள் விவரங்கள்

(Vital Statistics)

தற்போது பயிர்களின் மகசூல், விலைவாசி, உழைப்பு, கால்நடைகள், மழை, மீன் வளம் இதுபோன்று பலவகையான புள்ளி விவரங்கள் சேகரிக்கப்படுகின்றன. இத்தகைய புள்ளி விவரங்கள் யாவும் மனிதனின் வாழ்க்கை நலத்திற்காகவே கணிக்கப்படுகிறது. இதுபோன்று மனிதனைப் பற்றியே சேகரிக்கப்படும் விவரங்களும் உள். பத்து ஆண்டுகளுக்கு ஒரு முறை நாட்டில் உள்ள மக்கள் தொகைப்பற்றி எடுக்கப்படும் மக்கள் கணிப்பு (Population Census) நாம் அறிந்ததொன்றே. இம்மக்கள் தொகைக் கணிப்பின்போது மக்களின் எண்ணிக்கையை மாத்திரம் கணிப்பதோடு நின்று விடாமல் ஒவ்வொரு நபரைப் பற்றியும் விரிவான விவரங்கள் சேகரிக்கப்படுகின்றன. ஒவ்வொரு நபரைப் பொறுத்தனவிலும், பால், வயது, தாய்மொழி, கல்வியின் தரம், திருமண நிலை, உழைப்பு, தொழிலின் தன்மை என்பன போன்ற விவரங்கள் சேகரிக்கப்படுகின்றன. நாட்டில் மக்கள் நாள்தோறும் பிறந்து கொண்டும் இறந்து கொண்டும் இருக்கின்றனர். பலவித நோய்களால் பாதிக்கப்படுகின்றனர். சிலர் நோய்களின் காரணமாகவே இறக்கின்றார்கள். சில நோய்கள், தொத்து நோய்களாகப் பரவி கொள்ளை நோய்களாக மாறி ஆயிரக்கணக்கான உயிர்களைப் பலிகொண்டு சென்றுவிடுகிறது. இதற்குத் தகுந்த மருத்துவ உதவிகளை அரசு உடனடிசெய்ய வேண்டும்.

தற்போது குடும்பக் கட்டுப்பாடுபற்றி கேள்விப் படாதவர் இருக்க முடியாது என்றநிலையுள்ளது. மக்கள்தொகை ஏறிக்கொண்டே செல்லுகிறது. இதைக் கட்டுப்படுத்த வேண்டுமென்று எல்லோரும் கூறுகிறார்கள். எந்த அளவில் ஏறிச் செல்லுகிறது; எந்த அளவிற்கு இதைக் கட்டுப்படுத்த

வேண்டும் ; என்ற கேள்வியும் உடனே எழுகிறது. நாட்டில் நாளுக்கு நாள் மருத்துவ வசதிகள் அதிகமாக விரிவடைகின்றன. இவைகளினால் மக்களிடையே இறப்பு குறைந்துள்ளதா; இறப்பின் எண்ணிக்கை குறைந்து செல்வதாக இருந்தால் மனிதனின் சராசரி ஆயுள் பலம் அதிகமாகி உள்ளதா என்பதை அறிய வேண்டியுள்ளது. மனிதனின் ஆயுள் பலத்தைப் பொறுத்தே உயிர் பாதுகாப்பு நிறுவனங்கள் (Life Insurance Institutions) தங்கள் வருவாயைப் பெருக்குவதற்கு ஆவன செய்ய முடியும்.

இத்தகைய விவரங்கள் பத்து ஆண்டுகளுக்கு ஒருமுறை என்றில்லாமல் ஆண்டுதோறும் அடிக்கடித் தேவைப்படுகின்றன. எனவேதான் அரசாங்கம் இத்தகைய விவரங்களைச் சேகரிப்பதற்கு சட்டங்கள் தீட்டியுள்ளன. ஒவ்வொரு வீட்டில் ஏற்படுகின்ற பிறப்பையும் இறப்பையும் உடனுக்குடன் இதற்கென உள்ள அலுவலகத்தில் பதிவு செய்ய அரசு ஆணையிட்டுள்ளது. மேலும் இறப்பைக் குறிக்கும்போது இறப்பின் காரணத்தையும், இறந்தவரின் வயதையும் கொடுக்க வேண்டும். இதுபோன்று மருத்துவ நிலையங்களில் மருத்துவ மனையில் உள்ள பிறப்பு இறப்பு விவரங்களை அவ்வப்போது அரசாங்க அலுவலகங்களுக்குக் கொடுத்து உதவுகின்றனர். இத்தகைய விவரங்களை நமது மாநிலத்தில் மாவட்ட வாரியாகவும் பெரிய நகரங்களுக்கும், நகரங்கள் நீங்கலாக உள்ள எஞ்சியப் பகுதிகளுக்குமென அரசிதழில் மருத்துவத் துறையினர் வெளியிடுகின்றனர். பொதுவாகக் கூறின் இவ்விவரங்கள் சேகரிப்பதின் முதல் குறிக்கோள் மனிதனின் ஆயுள் பலத்தை அதிகரிப்பதே. எனவே இவ்வளவு முக்கியமான விவரங்களை ஆயுள் விவரங்கள் (Vital Statistics) என்று அழைக்கலாம்.

மனிதனின் வாழ்க்கையில் அவ்வப்போது நடைபெறும் பிறப்பு, இறப்பு, திருமணம், விவாகரத்து போன்ற நிகழ்ச்சிகளைக் குறிக்கும் விவரங்கள் மிக முக்கியமானவையாகக் கருதப்படுகின்றன. எனவே, இவ்விவரங்களை அவ்வப்போது மக்கள் கொடுத்து உதவ வேண்டும் என்று அரசும் ஆணையும் பிறப்பித்துள்ளது. இவ்வாறு ஒரு நாட்டில் சேகரிக்கப்படும் விவரங்கள் யாவும் பிற நாட்டு விவரங்களோடு ஒப்பு நோக்கும் நிலையில் உள்ளன. ஒப்பு நோக்கும் இடங்களில் எல்லாம் ஒவ்வொரு நிகழ்ச்சிக்கும் ஒரே சீரான விளக்கங்கள் கையாளப்பட வேண்டும். இம்முயற்சியில் உலக சுதாதார நிறுவனம் (World Health organisation) அரும் பணிகள் செய்து வருகின்றது.

இத்தகைய விவரங்கள் அரசாங்கத்திற்கு மாத்திரமின்றி தனி நபர்களுக்கும் தேவைப்படுவதுண்டு. ஒருவர் தமது பிறப்பு நாளுக்குரிய சான்றிதழ் கொடுக்கவேண்டிய சந்தர்ப்பங்கள் பல. மேலும் ஒருவருடைய வாரிசுகள், தங்கள் வாரிசு குறித்து நிலைநாட்டச் சான்றிதழ்கள் தேவைப்படுகின்றன.

மக்கள்தொகைக் கணிப்பில் விவரங்களை இருவகையாகச் சேகரிக்கலாம். ஒரு முறையில், விவரங்கள் சேகரிக்கும்போது மக்கள் எந்த இடத்தில் உள்ளனரோ அந்த இடத்தில் சேகரிக்க வேண்டும். மறுமுறையில் விவரங்கள் சேகரிக்கப்படும்போது அவர்கள் எந்த இடத்தில் இருந்தாலும் அவர்கள் களது நிலையான இடத்தின் அடிப்படையில் சேகரிப்பது. முதல் முறையை இருந்த இடக்குறிப்பு (Defacto) என்றும் இரண்டாவது முறையை வாழுமிடக் குறிப்பு (Dejure) என்றும் வகைப்படுத்தலாம்.

தற்போது நமது நாட்டில் பிறப்பு இறப்பு சம்பந்தமாக விவரங்கள் பதிவு செய்வதற்கு நடைமுறையில் உள்ள நஷ்டங்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

பிறப்புப் பதிவேடு :

1. பிறப்பு நாள்
2. கிராமத்தின் பெயர்
3. உயிருடனுள்ள பிறப்பா அல்லது இறந்து பிறப்பா.
4. குழந்தையின் பால்
5. மதம்
6. தாயின் வயது
7. கருப்பெற்ற ஆண்டு
8. குழந்தையின் பெயர்
9. தந்தையின் விலாசம்
10. உள்ளூர் பராமரிப்போரின் விலாசம்.

இறப்பு பதிவேடு :

1. இறப்பு நாள்
2. கிராமத்தின் பெயர்
3. இறந்தவரின் பெயர்
4. மதம்
5. தந்தை அல்லது கணவரின் பெயர்
6. நிலையாக வாழுமிடத்தின் பெயர்
7. வயது
8. பால்

9. தொழில்
10. இறப்பின் காரணம்
11. அம்மைக் குத்திக் கொண்ட கடைசி நாள்.

இந்திய சென்சஸ் 1971

புனிதப் பீட்டு

அட்டை எண்:

கட்டு எண்:

இடக்குறி:--

1. பெயர்.
2. குடும்பத் தலைவருக்கு உறவு.
3. பால் ஆ/பெ.
4. வயது.
5. மணநிலை.
6. மணமான பெண்களுக்கு மட்டும்:

அ) திருமணத்தின் போது வயது.

ஆ) கட்டித் திருமணம் ஓராண்டுக்குள் குழந்தை பிறந்திருந்தால்:

7. பிறந்த ஊர்:

அ) பிறந்த ஊர்.

ஆ) கிராமமா/பட்டினமா

இ) மாவட்டம்.

ஈ) மாநிலம்/நாடு.

8. கடைசியாக வசித்த ஊர்:

அ) கடைசியாக வசித்த ஊர்.

ஆ) கிராமமா/பட்டினமா

இ) மாகாணம்.

ஈ) மாநிலம்/நாடு.

9. கணக்குக்கும் கிராமம்

அல்லது பட்டினத்தில் வசித்து வரும் காலம்.

10. மதம்.

11. செ. ஜாதி அல்லது மலைவாசிகள்.

12. எழுத்தறிவு.

13. கல்வி நிலை.

14. தாய் மொழி.

15. தெரிந்த பிற மொழிகள்.

குடித்தன எண்:--

16. பிரதான தொழில்:

1. தொழிலாளி:

(வி./வி.தொ.)

அ) பெரும் வி.செ.தொ., தொழில் ம. தொ.)

2. தொழில் செய் யாதவர்.

(

ஆ) தொழில் செய்யு

மிடம்:

கிராமத்/பட்டினத் தின் பெயர்.

இ) திருவனத்தின்

பெயர்:

ஈ) எவ்வித தொழில்:

வியாபாரம்,

உத்தியோகம்

அல்லது சேவை.

உ) எவ்வித வேலை:

ஊ) தொழிலாளியின்

வகை:

17. உப தொழில்:

அ) பெரும் தொழில்:

(வி./வி.தொ.)

ம. தொ.)

ஆ) தொழில் செய்யு

மிடம்:

(கிராமத்தின்/பட்டினத்தின் பெயர்)

இ) திருவனத்தின் பெயர்:

ஈ) எவ்வித தொழில்:

வியாபாரம்,

உத்தியோகம்

அல்லது சேவை.

உ) எவ்வித வேலை:

ஊ) தொழிலாளியின்

வகை.

மேலும் இறப்பைப் காரண வாரியாக மருத்துவமனைகளும், இதர நிறுவனங்களும் கீழ்க்கண்டவாறு குறிக்கின்றனர்.

காலரா அல்லது வாந்திபேதி, அம்மை, பிளேக், காய்ச்சல், மலேரியா காய்ச்சல், வயிற்றுணைச்சல், வயிற்றுப்போக்கு, காசநோய் இதர வகைகள்.

2. இறப்பளவுகள் (Measures of Mortality)

அரசு மக்களுக்காக பல மருத்துவ வசதிகளைச் செய்து வருகின்றன. இம்மருத்துவ வசதிகளால் மக்களிடையே இறப்பு குறைய வேண்டும். இறப்பு எவ்வாறு குறைந்துள்ளது என்பதை இறந்தவர்களின் எண்ணிக்கையை வைத்தே அனுமானிக்க முடியும். ஆனால் நாளுக்கு நாள் மக்கள் தொகையும் ஏறிச் செல்கிறது. இறந்தவர்களின் எண்ணிக்கையில் காணப்படும் அதிகரிப்பு பொதுவாக மக்கள் தொகையிலே காணப்படும் அதிகரிப்பினால் ஏற்பட்டதாகவும் இருக்கலாம். இத்தகையச் சிக்கல்களைப் போக்கி இறப்பிற்கான பொது அளவுகளையும் கணிப்பது மிக இன்றியமையாததொன்றாகும்.

செப்பனிடா இறப்பு வீதம் (Crude death rate)

$$m = \frac{D}{P} \times K$$

$$\text{இவி} = \frac{\text{இ}}{\text{ம}} \times \text{நி}$$

$$m = \text{இவி} = \text{இறப்பு வீதம்}$$

$$D = \text{இ} = \text{இறந்தவர்களின் எண்ணிக்கை}$$

$$P = \text{ம} = \text{மக்களின் சராசரி எண்ணிக்கை}$$

$$K = \text{நி} = \text{ஒரு நிலையான எண் (1000 அல்லது 100000)}.$$

ஒரு குறிப்பிட்ட இடத்தில், ஒரு குறிப்பிட்ட ஆண்டில் ஒரு குறிப்பிட்ட சமூகத்தினரிடையே (Community) அல்லது பகுதியினரிடையே உள்ள மக்களின் இறப்பு வீதம் கணிக்கப்பட வேண்டுமானால், அவ்வாண்டில் அம்மக்களிடையே உள்ள மொத்த இறப்பை, அவ்வாண்டில் அம்மக்களின் சராசரி மக்கள் தொகையால் வகுக்க வேண்டும். பின்னர் இவ்வாறு வகுத்துக் கிடைத்த அளவை, ஒரு நிலையான அளவு கொண்டு (1000 அல்லது 100000) பெருக்க வேண்டும். ஏனென்றால்

இறந்தவர்களின் எண்ணிக்கை மிகக் குறைவாகவும் மக்கள் தொகை மிகவும் அதிகமாகவும் இருக்கும். எனவே இறப்பை மக்கள் தொகையால் வகுத்துக் கிடைக்கும் அளவு மிக மிகச் சிறிய பின்ன அளவு உடையதாக அமையும். இதைப் போக்கவே, ஒரு நிலையான அளவு கொண்டு பெருக்க வேண்டும். மேலும் மக்கள் தொகை அதிகரிப்பு ஓர் ஆண்டில் சீராகவே வேறுபடும் என்ற அடிப்படையில் அவ்வாண்டின் சூலை மாதத்தில் உள்ள மக்கள் தொகையையே அவ்வாண்டின் சராசரி மக்கள் தொகையாக எடுத்துக் கொள்ளலாம் :

2) ஓர் ஏதுவிற்கான இறப்பு வீதம் (Death rate for a Particular Cause)

$$m' = \frac{D^1}{P} \times K$$

$$\text{இவி}^{\text{எ}} = \frac{\text{இ}^{\text{எ}}}{\text{ம}} \times \text{நி}$$

இவி^எ = m' = 'எ' என்ற ஏதுவிற்கான இறப்பு வீதம்.

இ^எ = D^1 = ('எ' என்ற ஏதுவால் இறந்தவர்களின் எண்ணிக்கை.

3) குறிப்பிட்ட செப்பனிடா இறப்பு வீதம் (Specific death rate)

ஓர் ஏதுவிற்கான இறப்பு வீதம் கணித்த அதே முறையைப் பின் பற்றி ஒரு குறிப்பிட்ட காலத்தில், ஒரு குறிப்பிட்ட வயதுள்ளவர்களுக்கோ அல்லது ஆண் இனத்தவர்களுக்கோ, அல்லது பெண் இனத்தவர்களுக்கோ அல்லது ஒரு குறிப்பிட்ட பிரிவுகளிடையே உள்ளவர்களுக்கோ இறப்பு வீதத்தைக் கணிக்கலாம். ஆனால் 1) இறந்தவர்களின் மொத்த எண்ணிக்கை 2) மொத்த மக்களின் சராசரி எண்ணிக்கை என்ற இரு அளவுகளும் எந்தப் பிரிவு மக்களுக்கு இறப்பு வீதம் கணிக்கின்றோமோ அவர்களுக்கான அளவுகளாக இருக்க வேண்டும்.

$$m_x = \frac{D_x}{P_x} \times K$$

$$\text{இலிப} = \frac{\text{இப}}{\text{மப}} \times \text{நி}$$

ப = 'பகுதி' என்பதின் சுருக்கம்.

4) குழந்தைப் பருவ இறப்பு வீதம் (Infant Mortality rate)

இங்கு குழந்தை என்று குறிப்பிடுவது 1 வயது நிரம்பப் பெருதவர்களைக் குறிப்பதாகும்.

ஒரு குறிப்பிட்ட ஆண்டில் பிறந்ததிலிருந்து '1' வயது நிரம்பப் பெருமல் இறந்தவர்களின் எண்ணிக்கையை அவ் வாண்டில் உயிருடன் பிறந்த (live birth) மொத்தக் குழந்தைகளின் எண்ணிக்கையால் வகுத்துப் பின்னர் ஒரு நிலையான எண்ணாகிய 1000 கொண்டு பெருக்க வேண்டும்.

$$\frac{D_o}{B_o} \times K$$

$$\text{இ. கு} = \frac{\text{இ. கு}}{\text{பி. கு}} \times 1000$$

5) இறந்து பிறக்கும் வீதம் (Still Birth) :

குழந்தைகளில் சில இறந்தே பிறப்பதும் உண்டு. இத்தகையப் பிறப்பின் வீதத்தைக் கணிக்கலாம். ஒரு குறிப்பிட்ட ஆண்டில் இறந்து பிறந்த குழந்தைகளின் எண்ணிக்கையை அவ்வாண்டில் உயிருடன் பிறந்த மொத்த குழந்தைகளின் எண்ணிக்கையால் வகுத்து 1000 என்ற நிலையான எண் கொண்டு வீதத்தைக் கணிக்கலாம்.

$$= \frac{S}{B} \times K$$

$$\text{இ. பி} = \frac{\text{இ. பி}}{\text{உ. பி}} \times \text{நி}$$

இப = இறந்து பிறத்தல்.

உபி = உயிரோடு பிறத்தல்

இதில் ஒரு சிறு திருத்தத்தையும் செய்யலாம். இறந்து பிறந்த குழந்தைகளின் எண்ணிக்கையை உயிருடன் பிறந்த குழந்தை எண்ணிக்கையால் வகுத்துக் கணிப்பதைவிட, இறந்தும் உயிருடனும் பிறந்த மொத்த குழந்தைகளின் எண்ணிக்கையில் வகுத்தும் கணிக்கலாம்.

$$\frac{S}{S+B} \times K$$

$$\text{இ} = \frac{\text{இ.பி}}{\text{இபி} + \text{உபி}} \times \text{நி}$$

6) பிரசவ இறப்பு வீதம் (Maternal Mortality rate)

ஒரு குறிப்பிட்ட ஆண்டில் ஒரு குறிப்பிட்ட சமூகத்தினரிடையே பிரசவத்தில் இறந்தவர்களின் மொத்த எண்ணிக்கையை அவ்வாண்டில் அச்சமூகத்தினரிடையே உயிருடன் பிறந்த மொத்த குழந்தைகளின் எண்ணிக்கையால் வகுத்து 1000 அல்லது 10000 கொண்டோ பெருக்கிக் கணிக்கலாம்.

$$\frac{D_p}{B} \times K$$

$$= \frac{\text{பிஇ}}{\text{உபி}} \times \text{நி}$$

பிஇ = பிரசவ இறப்பு

உபி = உயிருடன் பிறப்பு

7) இறப்பு விகிதம் (Death ratio)

ஒரு குறிப்பிட்ட காரணத்தால் ஒரு ஆண்டில் இறந்தவர்களின் விகிதத்தைக் கணிப்பதற்கு அக்காரணத்தால் மரத்திரம் இறந்தவர்களின் எண்ணிக்கையை எல்லாக் காரணங்களாலும் இறந்தவர்கள் மொத்த எண்ணிக்கையால் வகுத்து, 100 அல்லது 1000 கொண்டு பெருக்க வேண்டும்.

$$r = \frac{D^1}{D} \times K$$

$$\text{வி} = \frac{\text{இகா}}{\text{இ}} \times \text{நி}$$

இறப்பும் இறப்பு வீதத்தின் தன்மையும் வயது, பால், இனம்:

பொதுவாக மக்களின் இறப்பு வீதம், ஆயுளின் முதல் ஆண்டில் மிகவும் அதிகமாக இருக்கும். பின்னர் 10வது ஆண்டில் மிகக் குறைவாக இறங்கும். பிறகு மெதுவாக உயர்ந்து நடுப்பருவம் வரைச் சென்று, பின்னர் இறுதி காலத்தில் மிகவும் வேகமாக அதிகரித்துச் செல்லும். இவ்வளவுகளுக்கான வரைபடம் 'U' போன்றிருக்கும்.

செப்பனிடப்பட்ட இறப்பளவுகள் : (Adjusted measures of mortality)

இரு சமூகத்தினரிடையேயுள்ள இறப்பு வீதங்களின் வேறுபாடுகளை ஆய்வதற்கோ அல்லது ஒரே சமூகத்தினரிடையே காலப்போக்கில் இறப்பு வீதங்களிடையேயுள்ள வேறுபாடுகளை ஆராய்வதற்கோ குறிப்பிட்ட இறப்பு வீதங்களை, பால், இனம், வயது, திருமணநிலை, பொருளாதார நிலை என்ற பிரிவுகளுக்குத் தக்கவாறுப் பிரித்து ஒப்பு நோக்குவது இன்றியமையாததாகும். இவ்வாறு ஒப்பு நோக்குவதற்கு ஏராளமான விவரங்கள் தேவைப்படும். அதிக விவரங்களால் குழப்பமே உண்டாகும். ஆகவே எளிதில் உடனே விளக்குவதற்கு மக்கள் தொகையில் பல பிரிவுகளையும் விளக்கும் நிலையில் இறப்பிற்கான ஒரு குறியீட்டெண் தேவைப்படும். இத்தகைய குறியீடு தான் செப்பனிடாத இறப்பு வீதமாகும். என்றாலும், இத்தகைய செப்பனிடா அளவுகள் பெரும்பாலும் மக்கள்தொகை, பால், இனம், வயதுவாரி பரவலால் மிகவும் பாதிக்கப்படும். எனவே குறுகிய காலத்தைப் பொறுத்தளவில் செப்பனிடா இறப்பு வீதத்தை ஒப்பு நோக்குவதற்குப் பயன்படுத்தலாம். ஏனெனில் நாட்கள் நீண்டு செல்லும்போது வயது, பால் வாரியாகியுள்ள மக்கள்தொகை பரவலின் தன்மை மாறுபடும். ஆனால் ஒரே ஆண்டில் இரு பிரிவுகளிடையே இறப்பை ஒப்பு நோக்குவதற்குச் செப்பனிடா இறப்பு வீதம் சரியான அளவாக இருக்காது. ஏனென்றால் இரு சமூகத்தினரிடையேயுள்ள மக்கள் தொகை, பால், பிரிவு, வயது என்ற இனங்களைப் பொறுத்தளவில் பரவலின் தன்மை ஒன்று போன்றிரா.

சரியான முறையில் இரு சமூகத்தினரிடையேயுள்ள இறப்பு வீதத்தை ஒப்பு நோக்க வேண்டுமானால், ஓர் எடைகொள் சராசரி இறப்பு விகிதம் கணிக்கவேண்டும். இந்த எடை எல்லா சமூகத்தினருக்கும் ஒன்று போலிருக்கும். இதில் எளிமை வேண்டுமானால் ஒரு நிலையான எடையளவைக் கையாள வேண்டும். இது கணிப்பதற்கு இலகுவாயினும் நடைமுறையில் சிறந்ததல்ல. ஏனென்றால் குறைந்த நபர்கள் கொண்ட வயது முதிர்ந்தோர்களிடையே காணப்படும் இறப்பு விகிதம், சராசரியை மிகவும் பாதிக்கும்.

ஆகவே எல்லா பிரிவுகளிலும் உள்ள இறப்பு வீதங்களை நேர் செய்து ஒரு எடைகொள் குறியீடு கணிக்கப் படுவதாக இருப்பின் நலமாயிருக்கும். இவ்வாறு கணிக்கப்படும் அளவு செப்பனிட்ட அளவு அல்லது சீர் செய்த அளவு (Adjusted or

Standardised or Corrected) என வழங்கப்படும். மேலும் இறப்பு வீதத்தின் எடைக்காக ஓர் மக்கள் தொகுதியைப் பல பிரிவுகளாகப் பகுப்பது தேவையுமல்ல. அல்லது அவ்வாறு பாடுபாடு செய்வது எளிதுமல்ல. பெரும்பான்மையும், வயது, பால் என்ற இரு காரணங்களால் மக்கள் தொகுதியில் காணப்படும் வேறுபாடுகளை அகற்றுவதற்கு எடைகள் கையாளப்படும். அதிலும் குறிப்பாக வயதின் காரணமாகத் தோன்றும் வேறுபாட்டிற்கே இது மிகப் பொருந்தும். இதற்கு நேர்முறை (Direct Method) சுற்றுமுறை (Indirect Method) என இரு முறைகளைப் பின்பற்றலாம்.

நேர்முறைச் சீர் செய்தல் (Direct method).

பொதுவாகக் கையாளப்படும் எடைகள் (Weights) குறிப்பாக மூலத் தொகுதியின் மக்கள்தொகையில் (Standard population) வயதின் அடிப்படையில் காணப்படும் பரவலேயாகும் (distribution). இந்திய நாட்டைப் பொறுத்த அளவில் அகில இந்தியாவின் மக்கள் தொகை, வயது வாரியாக பிரிக்கப்படும் போது ஒவ்வொரு பிரிவினும் காணப்படும் மக்கள் தொகையே எடையாகக் கொள்ளப்படும். சமூகத்தில் வயது-பால் என்ற அடிப்படையில் பிரிக்கப்படும் எல்லா பிரிவினர்களுக்கும் குறிப்பிட்ட இறப்பு விகிதம் 'வயது-பால்' வாரியாக துல்லியமாகக் கணிக்கும்போது நேர்முறை பயன்படுகிறது.

சமூகத்தில் வயது வாரியாக உள்ள இறப்பு விகிதத்தை மூலத்தொகுதியின் அந்தந்த பிரிவின் மக்கள் தொகையால் பெருக்க வேண்டும். இவ்வாறு பெருக்கிக் கிடைப்பது எதிர் பார்க்கப்பெற்ற இறப்புகள் ஆகும். பின்னர் எல்லா வயது பிரிவினர்களுக்கும் உள்ள எதிர்பார்ப்பு இறப்பைக் கூட்ட வேண்டும். இவ்வாறு கூட்டிக் கிடைத்த மொத்த எதிர்ப்பார்ப்பு இறப்பை, மூலத் தொகுதியின் மொத்த மக்கள்தொகையால் வகுத்தால் 'வயது சீர் செய்யப்பட்ட இறப்பு வீதமாகும்.' இதை வயது சீர்செய் அல்லது வயது நேர்செய் இறப்பு வீதம் எனலாம். இவ்வாறு வயதிற்காக நேர்செய்த இறப்பு விகிதம், சமூகத்தின் வயதின் அடிப்படையில் காணப்படும் மக்கள் தொகையின் பரவல்தன்மை, மூலத் தொகுதியிலிருக்குமானால் மூலத் தொகுதியின் செப்பனிடா இறப்பு விகிதமாகும். இங்கு மூலத் தொகுதி மக்களின் வயது வாரி பரவல் தன்மை பகுதி அல்லது சமூகத்தின் பரவலை ஒத்து இருக்கும் என்ற கொள்கை தொனிக்ும்.

ஒரு குறிப்பிட்ட ஆண்டில் ஒரு மூலத் தொகுதியில் ஒரு குறிப்பிட்ட வயதிற்கிடையேயுள்ள x உம் $x+n$ உம் மக்களின் எண்ணிக்கை P^s என்றும் அப்பிரிவிற்கான செப்பனிட்ட இறப்பு விகிதம் m_x என்றும் இருந்தால் நேர் முறையில் செப்பனிட்டப் பட்ட இறப்பு விகிதம் கீழ்க்கண்டவாறு இருக்கும்.

$$\frac{\sum_{\text{வா}} \frac{\text{இவி}^s \times \text{ம}^{\text{மூ}}}{\text{வா} \text{ வ}}}{\text{ம}} = \frac{\sum_n m_n^c \times {}_n P_{s,x}}{\sum_n P_{s,x}}$$

$\frac{\text{ம}^{\text{மூ}}}{\text{வா} \text{ வ}} =$ மூலத் தொகுதியில் (வ, வ+வா) என்ற வயதிற்கிடையே உள்ள மக்களின் எண்ணிக்கை.

$\frac{\text{இவி}^s}{\text{வா} \text{ வ}} =$ சமூகத்தில் (வ, வ+வா) என்ற வயதிற்கிடையே யுள்ள இறப்பு விகிதம்.

இனிமேல் வயதோடு பாலையும் சேர்த்துக் கவனிப்போம்.

ஆ $\frac{\text{ம}^n}{\text{வா} \text{ வ}^n} \times \frac{\text{ம}^s}{\text{வா} \text{ வ}^n} =$ மூலத்தொகுதியில் (வ, வ+வா) ($x, x+n$) என்ற வயதுடைய ஆண்களின் எண்ணிக்கை.

பெ $\frac{\text{ம}^f}{\text{வா} \text{ வ}^n} \times \frac{\text{ம}^s}{\text{வா} \text{ வ}^n} =$ மூலத் தொகுதியில் (வ, வ+வா) ($x, x+n$) என்ற வயதுடைய பெண்களின் எண்ணிக்கை.

ஆ $\frac{\text{ச}^m}{\text{வா} \text{ வ}^n} \times \frac{\text{ம}^c}{\text{வா} \text{ வ}^n} =$ சமூகத்தில் (வ, வ+வா) ($x, x+n$) என்ற வயதுடைய ஆண் பாலர்களிடையே யுள்ள இறப்பு வீதம்

பெ $\frac{\text{ச}^f}{\text{வா} \text{ வ}^n} \times \frac{\text{ம}^c}{\text{வா} \text{ வ}^n} =$ சமூகத்தில் (வ, வ+வா) ($x, x+n$) என்ற வயதுடைய பெண் பாலர்களிடையேயுள்ள இறப்பு வீதம்

பால், வயது என்ற இரு குணங்கள் அடிப்படையில் சீர் செய்யப்பட்ட இறப்பு விகிதம்.

$$\frac{\sum_{\text{வா}} \frac{\text{ஆ}^s \times \text{பெ}^{\text{மூ}}}{\text{வா} \text{ வ}} + \frac{\sum_{\text{வா}} \frac{\text{பெ}^s \times \text{ஆ}^{\text{மூ}}}{\text{வா} \text{ வ}}}{\sum_{\text{வா}} \frac{\text{ம}^{\text{மூ}}}{\text{வா} \text{ வ}} + \frac{\text{ம}^{\text{மூ}}}{\text{வா} \text{ வ}}}$$

$$\frac{\sum \frac{m^c}{n^x} \times \frac{m^s}{n^x} + \frac{f^c}{n^x} \times \frac{f^s}{n^x}}{\sum \frac{m^s}{n^x} + \frac{f^s}{n^x}}$$

ஆண்களுக்கும், பெண்களுக்கும் தனித்தனியாக இரப்புவிகிதம் கணிக்க வேண்டுமானால் மேற்கூறிய அதே முறையைப் பின்பற்றி கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கலாம்.

ஆண் இறப்பு விகிதம் :

$$\frac{\sum_{\text{வா}} \frac{m^c}{n^x} \times \frac{m^s}{n^x}}{\sum_{\text{வா}} \frac{m^s}{n^x}} = \frac{\sum \frac{m^c}{n^x} \times \frac{m^s}{n^x}}{\sum \frac{m^s}{n^x}}$$

பெண் இறப்பு விகிதம்:

$$\frac{\sum_{\text{வா}} \frac{f^c}{n^x} \times \frac{f^s}{n^x}}{\sum_{\text{வா}} \frac{f^s}{n^x}} = \frac{\sum \frac{f^c}{n^x} \times \frac{f^s}{n^x}}{\sum \frac{f^s}{n^x}}$$

வயதின் அடிப்படையில் திருத்தியமைத்த இறப்பு விகித உதவி கொண்டே, மூலத் தொகுதியில் ஒவ்வொரு பிரிவிலும் ஆண்கள் பெண்கள் விகிதாசார அளவை (proportion) எடையாகக்கொண்டு, பால் வயது அடிப்படையில் திருத்தியமைத்த இறப்புவிகிதம் கணிக்கலாம் என்று தோன்றலாம். ஊன்றிக் கவனித்தால் ஒரு வேறுபாடு நன்கு விளங்கும். ஆண், பெண் என்ற இருபாலார் அடிப்படையில் திருத்தியமைத்த இறப்பு விகிதத்தில், மூலத் தொகுதியில் ஆண்களின், பெண்களின் எண்ணிக்கையைப் பயன்படுத்துவதற்குப் பதிலாக மூலத்தொகுதியில் உள்ள இருபாலரின் மொத்த மக்களையே பயன்படுத்தியுள்ளோம் என்பது தெரியவரும். எனவே இது முதலில் பால், வயது அடிப்படையில் திருத்தியமைத்த இறப்புவிகிதத்திற்கான விதி முறையில் நின்று வேறுபடுவது தெரியவரும்.

இவ்வாறு திருத்தியமைத்துக் கணிக்கும் இறப்பு விகிதம் கணிப்பதற்கு எளிதானது மாதிரமல்லாமல், விளக்கிக் கூறுவதற்கும் எளிதாகும். மேலும் மூலத் தொகுதியில் வயதின் அடிப்படையிலோ அல்லது வேறு எந்தவிதமான அடிப்படை

யிலோ பிரிக்கப்பட்டுள்ள வெவ்வேறு பிரிவுகளிடையேயுள்ள இறப்பு விகிதங்களின் வேறுபாட்டில் உள்ள உண்மை நிலை உள்ளபடியே பிரதிபலிப்பாகும். என்றாலும் மூலத்தொகுதியை தெரிந்தெடுத்ததில் எந்தவிதமான நியதியுமில்லாமல் அதற்காகவே தெரிந்தெடுத்ததாகும். இதனால் ஒப்பு நோக்குவதில் ஓரளவு குறைபாடு நேருவது உண்டாகலாம். என்றாலும் தெரிந்தெடுக்கப்படும் மூலத்தொகுதிக்கும் உண்மைத் தொகுதிக்கும் குணங்களில் அதிகவேறுபாடில்லா திருந்தால் ஒப்பு நோக்கில் தோன்றும் குறைகள் பெரியனவாகத் தோன்றுகூற்று முறையில் சீர் செய்தல் (Indirect Method)

சமூகத்தின் (community) 'வயது' வாரி முறையில் இறப்பு விகித அளவுகள் கிடைக்காத வேளைகளில் இச்சுற்றி வளைத்த முறையைப் பயன்படுத்தலாம். இம்முறையில் சமூகத்தில் இறந்தவர்களின் எண்ணிக்கையை, மூலத் தொகுதியில் வயது வாரி இறந்தவர் எதிர்பார்க்கும் அடிப்படையில் சமூகத்திற்காக கணித்த மொத்த இறப்பின் எண்ணிக்கையோடு ஒப்பிட்டு விகித அளவாக மாற்ற வேண்டும். இவ்வாறு கணித்துக் கிடைத்த விகிதஅளவை (Ratio) மூலத்தொகுதியில் நிலையான அளவான சீர் செய்யாத இறப்பு அளவால் பெருக்கினால் சுற்று முறையில் சீர் செய்த இறப்பு விகிதம் கிடைக்கும்.

மூலம் = $\frac{m}{n \times x}$ மூலத் தொகுதியில் (வ, வ + வா) என்ற வா வ வயதினர்களிடையேயுள்ள இறப்பு விகிதம். திருத்தியமைத்த இறப்பு விகிதம்

$$\frac{\text{இச}}{\sum \frac{m}{v} + \frac{m}{wa}} \times \frac{\sum \frac{m}{v} + \frac{m}{wa}}{\sum \frac{m}{v} + \frac{m}{wa}} \times \frac{\sum \frac{m}{n \times x} \times \frac{p}{n \times x}}{\sum \frac{m}{n \times x} \times \frac{p}{n \times x}} \times \frac{\sum \frac{m}{n \times x} \times \frac{p}{n \times x}}{\sum \frac{m}{n \times x} \times \frac{p}{n \times x}}$$

இம்முறையில் கணிக்கப்படும் திருத்தியமைத்த இறப்பு விகிதம் சமூகத்தில் உள்ள மக்களின் வயது வாரிப் பரவலைப் பொறுத்திருக்கும்.

ஒப்பு இறப்புக் குறியீடு: (Comparative Mortality Index)

நேர் முறையில் சீர் செய்து இறப்பு விகிதம் கணக்கிடுவதில், மூலத் தொகுதியின் ஒரே மக்கள் தொகுதியை நீண்ட காலங்

களுக்குப் பயன்படுத்தும்போது, நடைமுறைக்கு ஒவ்வாத பலன்களைக் கொடுப்பதாக அமையும். ஏனெனில், நாட்கள் செல்லும் போது நடைமுறை ஆண்டு மக்களின் பரவல், மூலத் தொகுதியின் பரவலைவிட மிகவும் வேறுபட்டிருக்கும். இந்த நிலையை மாற்றுவதற்காக ஒப்பு இறப்புக் குறியீட்டெண்ணைக் கையாளலாம். இம்முறையில் வயது— பால் அடிப்படை எடையை மாற்றிக் கொண்டிருக்க வேண்டும்.

$$\text{எடை} = \frac{1}{2} \left[\frac{\frac{\text{மு}}{\text{வா வ}}}{\frac{\text{மு}}{\text{வா வ}}} + \frac{\frac{\text{ச}}{\text{வா வ}}}{\frac{\text{ம}}{\text{வா வ}}} \right]$$

$$\frac{\text{எ}}{\text{வா வ}} = \frac{W}{n \times} = \frac{1}{2} \left[\frac{\frac{P^s}{n \times}}{\sum \frac{P^s}{n \times}} + \frac{\frac{P^c}{n \times}}{\sum \frac{P^c}{n \times}} \right]$$

இந்த எடையில் நடப்பாண்டு மக்களுக்கும் மூலத் தொகுதி மக்களுக்கும் உரிய பரவலின் பலனைக் கொடுத்துள்ளோம். இங்கு மூலத்தொகுதி என்று கூறும்போது ஒப்பளவிற்காக எடுத்துள்ள கால முதலாண்டில் உள்ள மக்களின் பரவலாகும். ஒரு ஆண்டிற்கான ஒப்பு இறப்பளவு (CMI)

$$\text{ஒஇகு} = \frac{\sum \frac{\text{எ}}{\text{வா வ}} \times \frac{\text{ச}}{\text{வா வ}}}{\frac{\text{எ}}{\text{வா வ}} \times \frac{\text{இ}}{\text{வா வ}}}$$

$$\text{CMI} = \frac{\sum \frac{W}{n \times} \times \frac{m}{n \times}}{\sum \frac{w}{n \times} \times \frac{m}{n \times}}$$

இம்முறை ஒரு சமூகத்தில் உள்ள இறப்பு வீத அளவுகளைப் பல ஆண்டுகளாக ஒப்பிடுவதற்கே பயன்படும். கீழே கொடுத்துள்ள எடுத்துக்காட்டைப் பார்ப்போம்.

அட்டவணை 1

வயது அடிப்படையில் மூலத் தொகுதி (இந்தியா) சமூகம் (கல்கத்தா) இரண்டிலும் மக்கள் தொகையின் பரவலும் வயது வாரி இறப்பு வீதமும்.

1941 மக்கள் தொகை கணிப்பு.

வயதளவு	இறப்பு வீதம் 1000-க்கு (இனி)		1000000 மக்கள் தொகையின் பரவல் (ம)	
	இந்தியா	இவ் கல்கத்தா ச இவ்	இந்தியா ம	கல்கத்தா ம
	ஆண்	பெண்	ஆண்	பெண்
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
0-4	64.80	56.42	59.83	53.23
5-9	9.53	9.57	13.70	13.48
10-19	6.78	9.53	7.7	11.73
20-39	9.55	11.28	9.21	24.33
40-59	21.96	18.79	12.69	27.34
60-	87.98	84.23	36.81	42.46
			75929	77593
			68298	62153
			107649	99741
			164308	155346
			79017	69677
			20226	20095
			42116	46590
			116212	856181
			111406	16180
			35054	38799
			65363	113339
			46739	1201
மொத்தம் = 515425 + 484575 = 688685				+ 31131 = 1000000

அட்டவணை 2.

சீர் செய்த இறப்பு வீதம்

வயது வாரி பிரிவு 1.	ச ம இ × ம வீ 2.	இ ம ம வி × ம 3.	ச ச இ × ம வீ 4.	ம ச இவீ × ம 5.
ஆண்				
0-4	4542882	4920199	2519800	2729117
5-9	985688	650850	688258	444003
10-19	89211	729847	898283	787917
20-39	151827	1569141	9280427	3501529
40-59	1002726	1785218	1418742	2446576
60	749451	17794488	595586	1428516
பெண்				
0-4	4468054	4877797	1971086	1977747
5-9	594517	554517	52 011	871806
10-19	751050	751050	7 66767	492221
20-39	1752803	2757538	2757538	1278464
40-59	1821773	177844	127784	886689
60	1692608	510199	510199	1012108
மொத்தம்	22479353	21874805	17152602	17251048

கட்டம் (2) ஆண் = முதல் அட்டவணையில்
கட்டம் (4) × கட்டம் (6)

பெண் = கட்டம் (5) × கட்டம் (7)

(3) ஆண் = முதல் அட்டவணையில்
கட்டம் (2) × கட்டம் (6)

பெண் = கட்டம் (3) × கட்டம் (7)

$$,, \quad (4) \text{ ஆண்} = \text{முதல் அட்டவணையில்} \\ \text{கட்டம் (4)} \times \text{கட்டம் (8)}$$

$$,, \quad \text{பெண்} = \text{கட்டம் (5)} \times \text{கட்டம் (9)}$$

$$,, \quad (5) \text{ ஆண்} = \text{முதல் அட்டவணையில்} \\ \text{கட்டம் (2)} \times \text{கட்டம் (8)}$$

$$,, \quad \text{பெண்} = \text{கட்டம் (3)} \times \text{கட்டம் (9)}$$

கல்கத்தாவிற்கான தேர் முறையில் திருத்திய அல்லது சீர் செய்த இறப்பு வீதம்

$$\begin{array}{c} \text{ஆ} \quad \text{ச} \quad \text{ஆ} \quad \text{ம} \quad \text{பெ} \quad \text{ச} \quad \text{பெ} \quad \text{ம} \\ \sum \text{இ} \quad \text{வீ} \times \text{வ} + \text{இ} \quad \text{வீ} \times \text{வ} \\ \text{வா} \quad \text{வ} \quad \text{வா} \quad \text{வ} \\ \hline \sum \text{ஆ} \quad \text{ம} \quad \text{பெ} \quad \text{ச} \quad \text{பெ} \quad \text{ம} \\ \text{வ} \quad \text{வ} \quad \text{வ} \quad \text{வ} \\ \hline \sum \frac{M^c}{n_x} \times \frac{M^s}{n_x} + \frac{F^c}{n_x} \times \frac{F^s}{n_x} \\ \hline \sum \left(\frac{M^s}{n_x} + \frac{F^s}{n_x} \right) \end{array}$$

$$\frac{\text{கட்டம் (2)}}{1000000} = \frac{22479353}{1000000} = 22.48 \text{ per } 1000$$

கல்கத்தாவிற்கான சுற்று முறையில் கணித்த சீர் செய்த இறப்பு வீதம் :

$$\begin{array}{l} \text{இந்தியாவின் எடைகொள் இறப்பு வீதம்} = \frac{\text{கட்டம் (3)}}{1000000} \\ = \frac{2.874605}{1000000} = 21.87 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2) \text{ கல்கத்தாவின் எடைகொள் இறப்பு வீதம் : } \frac{\text{கட்டம் (4)}}{1000000} \\ = \frac{17152602}{10000000} = 17.15 \end{array}$$

3) இந்தியாவின் இறப்பு வீத அடிப்படையில் சமூகத்தில் இறந்தவர்களுக்கான எடைகொள் இறப்பு வீதம் = கட்டம் (5)

$$\begin{array}{l} 1000000 \\ = \frac{17251043}{1000000} = 17.25 \end{array}$$

4) கல்கத்தாவின் இறந்தவர்களின் எண்ணிக்கை மூலத் தொகுதியின் இறப்பு வீத அடிப்படையில் கணித்துக் கிடைத்த எதிர்பார்க்கும் இறந்தவர்களின் எண்ணிக்கையோடு ஒப்பிடும்

$$\frac{17.15}{17.25} \text{ விசிட அளவு} = \frac{17.15}{17.25}$$

5) கல்கத்தாவின் திருந்திய இறப்பளவு :

$$\frac{21.87 \times 17.15}{17.25} = 21.75 \text{ ஆயிரத்தில்}$$

இதிலுள்ள சுருக்குமுறை யாதெனில்

கட்டம் (3)	×	கட்டம் (4)
-----		-----
1000000		கட்டம் (5)
22479853		17152602
= -----		-----
1000000		1725048
= 22.48 × 17.15		

17.25		= 21.75

3. ஆயுள் அட்டவணை (Life Table)

முன்னர் கூறிய பலவிதமான இறப்பு வீத அளவுகள் எல்லா இடங்களிலும் தேவைப்பட்ட போதிலும், மக்களின் ஆயுள் பலத்தை அல்லது ஆயுட் காலத்தை அறிவதற்கும் எல்லோரும் ஆசைப்படுவார்கள். மக்களின் ஆயுட் காலத்தைக் கணிப்பதற்கும் பயன்படும் ஒரு கருவி ஆயுள் அட்டவணையாகும். மக்களின் இறப்பு வீதங்கள் இன்னும் இது போன்ற ஏனைய விவரங்கள் குறித்து மேலும் ஆய்வு நடத்துவதற்கும் ஆயுள் அட்டவணை பயன்படுகிறது.

மக்களின் இறப்பின் போக்கை விளக்கும் ஓர் ஆதாரமாக ஆயுள் அட்டவணையைக் கருதலாம். ஆயுள் அட்டவணை தயார் செய்வதற்கு சில அடிப்படை விவரங்கள் தேவைப்படும். இத்தகைய விவரங்கள் மக்கள் தொகைக் கணிப்பில் நின்று கிடைக்கப் பெறும்.

1) ஒரு குறிப்பிட்ட காலத்தில் உள்ள மக்களின் தொகையை வயது வாரியாகப் பகுத்துக் கிடைத்த பரவல் (distribution according to age).

2) இந்த மக்களிடையே ஒரு ஆண்டில் இறந்தவர்களின் எண்ணிக்கையும் வயது வாரி அடிப்படையில் வேண்டும். ஆயுள் அட்டவணையில் உள்ள விவரங்களை விரிவாகப்பார்த்த பின்னர், ஆயுள் அட்டவணை தயார் செய்யும் முறையைப் பற்றிக் கவனிப்போம்.

பொதுவாக ஆயுள் அட்டவணை அமைப்பதில், வசதியை முன்னிட்டு ஒரு குறிப்பிட்ட நாளில் பிறந்த 100,000 (லட்சம்) குழந்தைகளை எடுத்து, இக்குழந்தைகள் ஒவ்வொரு வயதைத் தாண்டும் போதும் அவர்களில் உயிரோடு இருப்பவர்களைக் கணிப்பது வழக்கம். இவ்வாறு இந்த ஒரு இலட்சம் மக்கள் எல்லோரும் இறப்பது வரையில் கணிக்க வேண்டும். இவ்வாறு வசதியை முன்னிட்டு எடுக்கப்படும் தொகையே (100,000) மூலம் (Radix) எனப்படும்.

ஆயுள் அட்டவணையில் பல கட்டங்கள் (6) உண்டு. ஒவ்வொரு கட்டத்தின் விளக்கம் கீழ் வருமாறு : 1) அட்டவணையில் முதல் கட்டம், மக்களின் வயதைக் குறிக்கும். இது '0' விடிகுந்து ஆரம்பமாகும். இக்கட்டத்தில் உள்ள வயதை 'x' (வ) என்று குறிப்பிடுவார்கள்.

2) இரண்டாவது கட்டத்தில் மக்களின் எண்ணிக்கை ஒவ்வொரு வயதிற்கும் எதிரே கொடுக்கப்பட்டிருக்கும். இதில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள மக்களின் எண்ணிக்கை, முதல் கட்டத்தில் கொடுத்துள்ள வயதைக் கடந்தவர்களின் அல்லது வயது நிரம்பப் பெற்றவர்களின் எண்ணிக்கையாகும். இது ஒவ்வொரு வயதையும் தாண்டி உயிரோடு வாழ்பவர்களின் எண்ணிக்கையைத் தருவதால், இக்கட்டமே ஆயுள் அட்டவணையின் முக்கியமான பகுதியாகும். இக்கட்டம் உயிரோடிருப்பவர்களைக் குறிப்பதால் இதை 'உயிர்க் கட்டம்' (Survival column) என்று கூறலாம்.

இந்தக் கட்டத்தில் உள்ள மக்களின் எண்ணிக்கையை உவ (l_x living at age x) எனக் குறிப்பிடுவார்கள். எனவே இக் கட்டத்தில் அடுத்த இரு ஆண்டுகளுக்கு எதிரேயுள்ள மக்கள் தொகையின் வேறுபாடு, அந்த ஓர் ஆண்டில் இறந்தவர்களின் எண்ணிக்கையைக் குறிப்பிடுவதாகும்.

3) மூன்றாவது கட்டத்தில், ஒவ்வொரு ஆண்டிலும் ஆரம்பத்தில் உள்ளவர்களில் அடுத்த ஆண்டைத் தாண்டுவதற்குள் இறந்தவர்களின் எண்ணிக்கை அவ்வாண்டிற்கெதிரே கொடுக்க

கப்படும். இது இறப்பை குறிக்கும் கட்டமாகும். இதை இவ் (d_x) என்று குறிப்பிடுவர். பிறந்தவர்கள் எல்லோரும் என்ற வது ஒரு நாள் இறந்து விடுவதால், இக்கட்டத்தில் உள்ள நபர்களின் எண்ணிக்கையைக் கூட்டினால் இரண்டாவது கட்டத்தில் '0' வயதிற்கெதிரே உள்ள நபர்களின் எண்ணிக்கைக்குச் (100,000) சமமாக இருக்கும்.

$$உ.0, = \sum_{x=0}^n இ_x = இ_0 + இ_1 + இ_2 + \dots + இ_n$$

$$l_0 = \sum_{x=0}^n d_x = d_0 + d_1 + \dots + d_n$$

$$l_x = \sum_{j=x}^n d_j = d_x + d_{x+1} + d_{x+2} + \dots + d_n$$

4) அட்டவணியின் நான்காவது கட்டம், இறப்பு வீதத்தைக் குறிப்பதாகும். இது இவ் (q_x) என்று குறிப்பிடப்படும். இந்த அளவு உண்மையில் ஒரு குறிப்பிட்ட வயதை அடைந்தவர்கள் ஒரு ஆண்டினுள் இறப்பதற்குரிய சாத்தியக் கூற்றை (probability) விளக்குவதாகும். தசாம்ச இலக்கங்களைத் தவிர்ப்பதற்காக பொதுவாக இறப்பு வீதம் ஆயிர நபர்களுக்குரிய அளவில் கொடுக்கப்படும் என்று முன்பு கூறினோம்.

இந்த இறப்பு வீதத்திற்கு எதிரானது உயிர் வாழும் வீதமாகும். ஒரு குறிப்பிட்ட வயதை அடைந்தவர்கள் மேலும் ஒரு ஆண்டு உயிரோடு வாழ்ந்து அடுத்த ஆண்டைத் தாண்டுவதற்குரிய சாத்தியக் கூறாகும். உவி (p_x)

இறப்புவீதம் உண்மையில் ($1 - உவீ$) — க்குச் சமமாகும். ஏனெனில் அது மனிதன் அந்த ஒரு ஆண்டில் வாழ்வதற்கோ அல்லது இறப்பதற்கோ உள்ள சாத்தியக் கூறு. எனவே உவி + இவீ = 1.

இந்த ஒரு ஆண்டு உயிர் வாழ்வதற்கான சாத்தியக்கூறு

$$உ.வி = \frac{உ(வ. 1)}{உ.வ}$$

$$p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x}$$

ஒரு குறிப்பிட்ட ஆண்டின் முடிவில் உயிரோடு இருப்பவர்கள் அடுத்த ஆண்டு முடியும் வரையில் உயிர் வாழ்வதற்கான சாத்தியக் கூற்றைக் கண்டு பிடிப்பதற்கு அடுத்த ஆண்டின்

மூடிவில் உயிரோடிருப்பவர்களின் எண்ணிக்கையை அதற்கு முன் ஆண்டில் உயிரோடிருப்பவர்களின் எண்ணிக்கையால் வகுத்தால் கிடைக்கும்.

5) ஐந்தாவது கட்டத்தில் ஒரு ஆண்டின் (x) மூடிவில் உயிரோடிருந்தவர்கள் (l_x) அடுத்த ஆண்டு முடியும் போது ($x+1$) உயிரோடு வாழ்ந்த ஆண்டுகளைக் குறிப்பதாகும். L_x வா.ஆ.)

இது எவ்வாறு கணிக்கப்படுகிறது என்பதைப் பார்ப்போம்-

வ ஆண்டு மூடிவில் உள்ளவர்கள் = $உ$ வ

($வ+1$) ஆண்டு மூடிவில் உள்ளவர்கள் = $உ(வ+1)$.

வ, $வ+1$ ஆண்டிற்கிடையில் இறந்தவர்கள் = $இ$ _வ

$உ(வ+1)$ என்ற நபர்கள் இந்த 1 ஆண்டு பூராவும் உயிரோடிருந்துள்ளார்கள். எனவே அவர்கள் உயிரோடு வாழ்ந்த மொத்த ஆண்டுகள் = $உ(வ+1)$. இந்த ஆண்டில் இறப்பு ஒரே சீராக இருந்ததாகப் பாவிப்போம். எனவே இந்த ஆண்டில் மொத்தம் இறந்த $இ$ _வ என்ற நபர்கள் ஒவ்வொருவரும் சராசரி வாழ்ந்த ஆண்டு $\frac{1}{2}$ ஆகும். ஆகவே

‘இ’ என்ற நபர்கள் வாழ்ந்த ஆண்டு $வ$ எனவே $வ$ ஆண்டின் $\frac{வ}{2}$.

மூடிவில் உள்ள ‘ $உ$ ’ நபர்கள் அடுத்த ஆண்டைத் தாண்டும் $வ$

போதுவாழ்ந்த மொத்த ஆண்டுகள் :

$$உ(வ+1) + \frac{இவ}{2} = l_{x+1} + \frac{dx}{2}$$

$$\text{ஆனால் இவ} = உ - \frac{உ}{(வ+1)} \quad \text{அல்லது } dx = l_x - l_{x+1}$$

$$\text{ஆகவே மொத்தம் ஆண்டுகள்} = \frac{உ - உ}{2} \frac{வ+1}{வ+1} + உ \frac{வ+1}{வ+1}$$

$$= \frac{l_x - l_{x+1}}{2} + l_{x+1}$$

$$= \frac{l_x - l_{x+1} - 2l_{x+1}}{2}$$

$$= L_x \text{ உ.வா.ஆ.} = \frac{உ \quad உ}{2} \frac{வ+1}{வ+1} \frac{l_x + l_{x+1}}{2}$$

(6) இதே முறையை அடுத்த ஆண்டிற்குப் பயன்படுத்தும் போது கிடைக்கும் பலன்

$$\begin{aligned}
 L_x \text{ வாக } &= \frac{x}{v+1} = \frac{x}{v+1} \cdot \frac{v+1}{2} \cdot \frac{l_x+l_{x+1}}{2} \\
 L_{x+1} &= \frac{x}{v+1} \text{ ஆ } = \frac{x}{v+1} \cdot \frac{v+1}{2} \cdot \frac{l_{x+1}+l_{x+2}}{2} \\
 L_{x+2} &= \frac{x}{v+1} \text{ ஆ } = \frac{x}{v+1} \cdot \frac{v+1}{2} \cdot \frac{l_{x+2}+l_{x+3}}{2} \\
 L_x &= \frac{x}{v+1} + \frac{x}{v+1} + \frac{x}{v+1} \\
 L_x + L_{x+1} + L_{x+2} &= T_x \\
 &= \frac{x}{v+1} + \frac{x}{v+1} + \frac{x}{v+1} \\
 &= \frac{l_x+l_{x+1}}{2} + \frac{l_{x+1}+l_{x+2}}{2} + \frac{l_{x+2}+l_{x+3}}{2} \\
 &= \frac{x}{v+1} + \frac{x}{v+1} + \frac{x}{v+1} \\
 \text{மொ.ஆ} &= \frac{x}{v+1} + \frac{x}{v+1} + \frac{x}{v+1} + \frac{x}{v+1}
 \end{aligned}$$

$$\sum L_x = T_x = \frac{l_x}{2} + l_{x+1} + l_{x+2} + l_{x+3}$$

$T_x = \sum L_x =$ மொ.ஆ, 'வ' ஆண்டு முடியும் போது உயிரோடு இருந்தவர்கள், ஒரு குறிப்பிட்ட ஆண்டைத் தாண்டும் வரையிலும் உயிரோடு வாழ்ந்த மொத்த ஆண்டுகளைக் குறிக்கும் இதுவே 6வது கட்டத்தில் கொடுக்கப்படும்.

(7) கடைசிக் கட்டத்தில் கொடுத்திருப்பது மிகவும் முக்கியமானது. 'x' ஆண்டில் உள்ள மக்களின் எதிர்பார்க்கும் ஆயுளைக் குறிக்கும் (Expectation of life). இதை விளக்கமாகக் கூறும்போது x ஆண்டில் உள்ள மக்கள் இறப்பதற்கு முன் இன்னும் எத்தனை ஆண்டுகள் உயிரோடு வாழ முடியும் என்பதை விளக்குவதாக இருக்கும். இதை (எ = l) என்று குறிப்பார்கள். 'ஆண்டு முடிவில் உயிரோடு இருந்தவர்களின் எண்ணிக்கையால், 'வ' ஆண்டு முடிவில் உள்ளவர்கள்

இறப்பது வரையிலும் உயிரோடு வாழ்ந்த மொத்த ஆண்டை வகுத்துக் கணிக்கும் சராசரியே எதிர்பார்க்கும் ஆயுளின் காலமாகும்.

$$\text{ஆ} = \frac{\text{உவ} + \text{உ(வ+1)} + \text{உ(வ+2)} + \text{உ(வ+3)}}{2}$$

32

வ

$$l_x = \frac{l_x}{2} + l_{x+1} + l_{x+2} + l_{x+3}$$

l_x

$$\frac{\text{உவாஆ} + \text{உவாஆ1} + \text{உவாஆ2} + \text{உவாஆ3}}{2}$$

வ

$$= \frac{L_x + L_{x+1} + L_{x+2}}{l_x}$$

$$= \sum \frac{\text{உவாஆ}}{\text{உவ}} = \frac{\text{உவாமொஆ}}{\text{உவ}}$$

$$\frac{\sum L_x}{l_x} = \frac{T_x}{l_x}$$

ஓர் ஆயுள் அட்டவணை கீழ்க்கண்டவாறு இருக்கும். விளக்கமானதோர் ஆயுள் அட்டவணை பின்னால் கொடுக்கப் பட்டுள்ளது.

அட்டவணை 1

வயது x	மக்கள் l _x	இறப்பு d _x	இறப்பு வீதம் m _x	ஒரு ஆண்டில் வாழ்ந்த ஆண்டு L _x	வாழ்ந்த மொத்த ஆண்டு T _x	எதிர்பார்க்க ஆண்டு l _x
0	l ₀	d ₀	$\frac{d_0 \times 1000}{l_0}$	$\frac{l_0 + l_1}{2} = L_0$	$\sum l_0 = T_0$	$\frac{T_0}{l_0} = l^0$
1	l ₁	d ₁	$\frac{d_1 \times 1000}{l_1}$	$\frac{l_1 + l_2}{2} = L_1$	$\sum L_1 = T_1$	$\frac{T_1}{l_1} = l^1$
2	l ₂	d ₂	$\frac{d_2 \times 1000}{l_2}$	$\frac{l_2 + l_3}{2} = L_2$	$\sum L_2 = T_2$	$\frac{T_2}{l_2} = l^2$
3	l ₃	d ₃	$\frac{d_3 \times 1000}{l_3}$	$\frac{l_3 + l_4}{2} = L_3$	$\sum L_3 = T_3$	$\frac{T_3}{l_3} = l^3$

கீழே உள்ள எடுத்துக்காட்டைப் பார்ப்போம்

எடுத்துக்காட்டு 1

வயது	உயிர்வாழும் மகப்பள்	இறந்தவர்கள்	இறப்புவிதம்
0	10000	1480	148.0
1	8570	422	49.2
2	8148	280	28.2
3	7918	160	20.4
4	7756	117	15.1
5	7639	81	10.6
6	7410	28	8.1

2 வயதுள்ள 8148 குழந்தைகள் 3—வது வயதுவரை உயிரோடு வாழ்வதற்குரிய சாத்தியக் கூறு = $\frac{7918}{8148}$.

3 வயதுடைய 7918 குழந்தைகள் 4—வது வயதுவரை உயிரோடு வாழ்வதற்குரிய சாத்தியக் கூறு = $\frac{7756}{7918}$.

4 வயதுடைய 7756 குழந்தைகள் 4—வது வயதுவரை உயிரோடு இருப்பதற்குரிய சாத்தியக் கூறு = $\frac{7639}{7756}$.

ஆகவே 2 வயதுள்ள 8148 குழந்தைகள் 5 வயதுவரை வாழ்வதற்குரிய சாத்தியக் கூறு = $\frac{7639}{8148}$.

ஆகவே 2 வயதுடைய குழந்தைகள் 5 வயதுவரை வாழ வேண்டுமானால் அவர்கள் முறையே, 3, 4, 5 என்ற வயதுகளைத் தாண்டவேண்டும். இதற்குரிய சாத்தியக் கூறு:

$$\frac{7918 \times 7756 \times 7639}{8148 \times 7918 \times 7756} = \frac{7639}{8148}$$

இரண்டும் ஒன்றுதான் என்பது தெரியும்.

(1) வ ஆண்டில் உள்ளவர்கள் வ+1 ஆண்டுவரை வாழ்வதற்குரிய சாத்தியக் கூறு.

$$\frac{\frac{உ}{வ+1}}{\frac{உ}{வ}} = \frac{l_{x+1}}{l_x}$$

உயிர் வாழ்வுக்கும் இறப்புக்குமான சாத்தியக் கூறு:

ஆயுள் அட்டவணை அமைப்பதில் மிகவும் முக்கியமாகத் தேவைப்படுவது மக்கள் தொகையின் வயதுவாரி அடிப்படையில் உள்ள பரவலும் இவ்வாறு அமைத்த பரவலில் ஓர் ஆண்டில் நடந்த இறப்பின் எண்ணிக்கையுமாகும்.

எனவே, ஒவ்வொரு ஆண்டிலும் மேலும் ஓர் ஆண்டு மக்கள் உயிரோடு வாழ்வதற்குரிய சாத்தியக் கூறு தெரியுமேயானால், ஒவ்வொரு வயது முடிவடையும்போது உயிரோடுள்ள மக்கள் தொகையைக் கணிக்கலாம். என்பது தெரியவரும்.

$$வ = \frac{உ}{0} + சா_0 \times \frac{உ}{சா_1} + \frac{உ}{சா_2}$$

$$l_x = l_0 \times p_0 \times p_1 \times p_2 \times p_x$$

$$\frac{இவ}{சா} = 1 - \frac{இசா}{P_x} = 1 - Q_x$$

ஆனால் இறப்புக்கான சாத்தியக் கூறுகிய சா சராசரி இறப்பு விகிதத் திவிருந்தே 'இவி' (mx) கணிக்கப்படும்.

(2) வ ஆண்டில் உள்ளவர்கள் வ + 1 ஆண்டிற்குள் இறப்பதற்குரியச் சாத்தியக் கூறு

$$\frac{இவ}{உ} = \frac{d_x}{l_x}$$

ஆண்டின் முடிவில் உள்ளவர்கள் எண்ணிக்கையிலிருந்து அடுத்த ஆண்டின் முடிவில் உள்ளவர்கள் எண்ணிக்கையக் கழித்தால் இறந்தவர்கள் கணிப்பு கிடைக்கும்.

$$\frac{உ - உ}{வ வ+1} = இவ l_x - l_{x+1} = d_x$$

$$\frac{உ (வ + 1)}{வ} = \frac{உ}{வ} - \frac{இவ}{வ} (l_{x+1} = l_x - d_x)$$

$$\frac{உ (வ + 2)}{வ+1} = \frac{உ}{வ+1} - \frac{இவ}{வ+1} = l_{x+2} = l_{x+1} - d_{x+1}$$

$$\frac{உ}{வ+3} = \frac{உ}{வ+2} = l_{x+3} = l_{x+2} - d_{x+2}$$

$$\begin{aligned} \frac{dx}{v+k} &= \frac{dx}{v} - \left(\frac{dx}{v} + \frac{dx}{v+1} + \frac{dx}{v+2} \right) \\ l_{x+n} &= l_x - (dx + dx_1 + dx_2 + \dots + dx_{n-1}) \end{aligned}$$

மொத்தம் இறந்தவர்கள் ஆரம்பத்தில் உயிரோடிருந்தவர்களுக்குச் சமமாகும்:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{v} &= \frac{dx}{v} - \frac{dx}{v+1} = dx = l_x - l_{x+1} \\ \frac{dx_0}{v_0} &= \frac{dx_0}{v_0} - \frac{dx_1}{v_1} = d_0 = l_0 - l_1 \\ \frac{dx_1}{v_1} &= \frac{dx_1}{v_1} - \frac{dx_2}{v_2} = d_1 = l_1 - l_2 \\ \frac{dx_2}{v_2} &= \frac{dx_2}{v_2} - \frac{dx_3}{v_3} = d_2 = l_2 - l_3 \\ \frac{dx_{100}}{v_{100}} &= \frac{dx_{100}}{v_{100}} - \frac{dx_{101}}{v_{101}} \end{aligned}$$

இரண்டு பக்கத்தில் உள்ள நபர்கள் கூட்டினால் கிடைப்பது:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{v} &= \frac{dx}{v} - \frac{dx}{v+1} \\ \sum dx &= l_x \\ \therefore \frac{dx}{v+k} &= \frac{dx}{v} - \sum \frac{dx}{v} \\ l_{x+n} &= l_x - \sum dx \\ &= \frac{dx}{v} - \sum \frac{dx}{v} = \frac{dx}{v} - \frac{dx}{v} = 0. \\ &= l_x - \sum dx = l_x - l_x = 0. \end{aligned}$$

நிலையான சமூகம்: (Stationary Community)

ஒரு சமூகத்தில் மக்களின் எந்தவிதமான வெளியேற்றமோ அல்லது வெளியேறிருந்து வந்து இங்கு குடியேறுவதோ இல்லாமல் இருந்தால் அது நிலையான சமூகமாகத் கருதப்படும். நாம் முன்னம் கூறிய

$$\sum \frac{dx}{v} = \frac{dx}{v_0} \left(\sum \frac{dx}{v} = \frac{dx}{v} \right) \sum dx = l_x.$$

“இறந்த எல்லா நபர்களின் மொத்த எண்ணிக்கை ஆரம்பத்தில் உயிரோடுள்ளவர்களின் எண்ணிக்கைக்குச் சமம்” என்ற விதி நிலையான சமூகத்திற்குத்தான் பொருந்தும் என்பதை உணர வேண்டும்.

1961 மக்கள் தொகை அடிப்படையிலே அமைந்த விரிவான தோர் ஆயுள் அட்டவணை எடுத்துக் காட்டாக இத்துடன் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

இந்திய ஆண்டுகளின் ஆயுள் அட்டவணை (1951-1960)

வயது x	வயதை எட் டியவர் உவ lx	அடுத்த வயதை அடைவதற் குள் இறந்த வர்கள் இவ dx	4 _{qx}	இந்த வயதிற்கும் அடுத்த வயதிற்கும் இடையில் உயிரு டன் வாழ்வோர் உவ ஆ. lx	5	இவ்வயது உடை யோர் வாழ்ந்த மொத்த ஆண்டுகள் மொ ஆ Tx	இவ்வயதில் உள்ளோ ரின் எதிர் பார்க்கும் சராசரிவயது எ ஆ = lx 7
1							
0	1000000	15322	0.15322	88509	418558.1	41.89	
1	84678	2552	0.03014	82404	4100321	48.42	
2	82126	1950	0.02374	80404	4017917	48.92	
3	80176	1478	0.01837	78886	3937518	49.11	
4	78708	1098	0.01395	77751	3858625	49.03	
5	77605	807	0.01040	77202	3780876	48.72	
6	76798	588	0.00765	76504	3703674	48.23	
7	76210	428	0.00582	75998	3627170	47.59	
8	75782	321	0.00428	75622	3551174	46.86	
9	75461	255	0.00338	75384	3475552	46.06	
10	75206	226	0.00300	75093	3400218	45.21	
11	74990	226	0.00301	74867	3325125	44.35	
12	74754	247	0.00330	74631	3250258	43.48	
13	74507	291	0.00391	74362	3175627	42.62	
14	74216	353	0.00433	74037	3101265	41.79	
15	73958	367	0.00497	73675	3027228	40.99	
16	73491	371	0.00505	73306	2953553	40.19	
17	73120	374	0.00512	72933	2880247	39.39	
18	72746	378	0.00520	72567	2807314	38.59	
19	72368	381	0.00527	72178	2734757	37.79	
20	71997	384	0.00533	71795	2662579	36.99	
21	71603	391	0.00546	71408	2590764	36.18	
22	71212	402	0.00554	71011	2519376	35.38	

23	70610	418	0.00583	70604	2448365	34.58
24	70997	424	0.00603	70185	28 7761	38.78
25	69978	437	0.00625	69765	2307576	32 98
26	69586	451	0.00649	69811	2287821	32.18
27	69085	467	0.00676	68832	2168510	31.89
28	68618	484	0.00706	68876	2099658	30.60
29	68184	505	0.00741	67882	2081282	29.81
30	67629	534	0.00780	67862	1963400	29.03
31	67095	582	0.00867	66504	1896088	28.26
32	66513	631	0.00949	66198	1763036	27.59
33	65882	685	0.01040	65540	1697496	26.76
34	65197	740	0.01135	64827	1632669	26.04
35	64457	798	0.01238	64058	1568611	25.38
36	63659	859	0.01349	63230	1503881	24.64
37	62800	921	0.01466	62440	1448041	23.97
38	61879	981	0.01585	61889	1381652	23.32
39	60898	1080	0.01691	60888	1321269	22.69
40	59868	1074	0.01794	59881	1261988	22.07
41	58794	1115	0.01897	58887	1208701	21.46
42	57679	1154	0.02001	57102	1146599	20.87
43	56525	1190	0.02106	55980	1090669	20.28
44	55335	1226	0.02214	54728	1035946	19.71
45	54110	1257	0.02323	53482	982464	19.15
46	52853	1287	0.02435	52210	930254	18.59
47	51566	1317	0.02554	50908	879846	18.04
48	50249	1347	0.02681	49576	829770	17.50
49	48902	1377	0.02816	48214	781556	16.97
50	47525	1407	0.02961	46822		16.45

வயது வ x	வயதை எட். டியவர் l_x	அடுத்த வயதை அடைவதற் குள் இறந்த வர்கள் d_x	அடுத்த வயதை அடைவதற்குள் இறப்பதற்கான சாத்தியக் கூறு இசா q_x	இந்த வயதிற்கும் அடுத்த வயதிற்கும் இடைவெளி உயிரு டன் வாழ்வோர் உவ ஆ L_x	இவ்வயது உடை யோர் வாழ்ந்த மொத்த ஆண்டுகள் மொ. ஆ T_x	இவ்வயதில் உள்ளோர் ரின் எதிர் பார்க்கும் சராசரி வயது எ:1 ஆ 7
2						
51	46118	1437	0.08117	45400	7347.4	15.98
52	44681	1467	0.08288	43943	68988.4	15.43
53	43214	1494	0.08458	42467	64588.6	14.98
54	41720	1519	0.08642	40961	60291.9	14.45
55	40201	1542	0.08836	39430	56195.8	13.98
56	38659	1562	0.09040	37878	52252.8	13.52
57	37097	1578	0.09255	36318	48465.0	13.06
58	35519	1591	0.09480	34724	44834.2	12.62
59	33928	1600	0.09716	33128	41361.8	12.19
60	32328	1605	0.09964	31526	38049.0	11.77
61	30723	1605	0.05224	29921	34836.4	10.36
62	29118	1600	0.05496	28318	31904.4	10.96
63	27518	1591	0.05780	26728	29072.5	10.56
64	25927	1576	0.06077	25139	26400.2	10.18
65	24351	1556	0.06390	23573	23886.8	9.81
66	22795	1532	0.06721	22029	21529.0	9.44
67	21268	1503	0.07069	20512	19326.1	9.09
68	19760	1469	0.07438	19026	17274.9	8.74
69	18291	1430	0.07816	17576	15372.8	8.40
70	16861	1388	0.08218	16165	13614.7	8.07
71	15475	1337	0.08639	14807	11997.9	7.75
72	14188	1284	0.09081	13496	10517.2	7.44

73	12854	1227	0.09549	12241	91672	7.13
74	11627	1166	0.10030	11044	79485	6.83
75	10461	1102	0.10589	9910	68891	6.54
76	9859	1036	0.11072	8841	58481	6.25
77	8828	968	0.11631	7839	49640	5.96
78	7855	898	0.12215	6906	41801	5.68
79	6457	828	0.12826	6043	34895	5.40
80	5629	758	0.13436	5250	28852	5.13
81	4871	689	0.14135	4527	23602	4.85
82	4182	622	0.14884	3871	19075	4.56
83	3580	561	0.15764	3280	15204	4.27
84	2989	505	0.16826	2747	11924	3.98
85	2494	452	0.18121	2268	9177	3.68
86	2042	402	0.19700	1841	6909	3.38
87	1640	354	0.21614	1468	5069	3.09
88	1286	308	0.23914	1132	3605	2.80
89	978	261	0.26657	848	2478	2.58
90	717	214	0.29873	610	1625	2.27
91	503	169	0.33640	419	1015	2.02
92	334	127	0.37994	271	598	1.78
93	207	89	0.42989	163	325	1.57
94	118	57	0.48085	90	162	1.37
95	61	34	0.55116	44	72	1.18
96	27	17	0.62880	19	:8	1.04
97	10	7	0.70899	7	9	0.90
98	3	2	0.7984	2	2	0.67
99	1	1	0.59276	1	0	
100	0	-		0		

4 வயது வரையில் இறப்பு வீதம் அதிகமாக இருப்பதால்

$$L_x = \frac{l_x + l_{x+1}}{2} \text{ என்ற விதியில் சிறிது மாற்றம் செய்து}$$

L_x , T_x கணிக்கப்பட்டுள்ளன.

ஆதாரம்: Census of India 1961 Census. Life Table 1951-1960

கட்டம் 5 = இரண்டாவது கட்டத்தில் உள்ள இரண்டு எண்களின் சராசரி.

$$L_5 = \frac{77605 + 76798}{2} = 77202.$$

கட்டம் 6 = 5-வது கட்டத்தில் உள்ள எண்களை அடிப்படையாகக் கொண்டு கட்டம் 5-க்குச் சேர்த்துக் கொள்ளும்.

$$\text{வயது } 96 = 0 + 2 = 2$$

$$97 = 2 + 7 = 9$$

$$98 = 2 + 7 + 19 = 28$$

$$9 + 19 = 28$$

$$95 = 28 + 44 = 72.$$

$$\text{கட்டம் } 7 = \frac{\text{கட்டம் } 6}{\text{கட்டம் } 2}$$

சராசரி ஆயுள்காலம் (Average life time)

‘வ’ (x) என்ற வயதுடைய ‘உவ’ (lx) நபர்களில் முதல் ஆண்டில் ‘இவ’ (dx) நபர்கள் இறந்துவிடுவார்கள். இரண்டாவது ஆண்டில் இவ+1 ($dx+1$) நபர்கள் இறப்பார்கள். இவ்வாறு கீழ் அட்டவணையில் இருப்பதுபோல் இறந்தவர்களின் எண்ணிக்கை அமைந்து செல்லும்.

அட்டவணை 2

இறந்தவர்களின் பரவல்

நிரம்பிய வயது	வ	வ+1	வ+2	வ+3	கடைசி மொத்தம்
இறந்தவர்கள்					
எண்ணிக்கை	இவ	இவ+1	இவ+2	இவ+3	இக உவ

‘வ’ வயதிலிருந்து கடைசி வயது நிரம்புவதற்குள் இறந்தவர்களின் மொத்த எண்ணிக்கை ‘வ’ வயது நிரம்பும்போது உயிருடன் இறந்தவர்கள் மொத்த எண்ணிக்கையாகும். (உவ = lx).

எனவே மேற்கூறிய பரவலின் சராசரி, உண்மையில் ‘வ’ வயது பூர்த்தி செய்த ஒரு நபர் இறக்கும்போது அந்நபரின்

சராசரி வயதைக் குறிக்கும். எனவே 'வ' வயது திரும்பப் பெற்ற ஒரு நபர் 'வ' வயதிற்குமேல் உயிரோடிருக்கும் சராசரி வயது கீழ்க்கண்ட பரவலின் சராசரியாக அமையும்.

அட்டவணை 3

'வ' வயதிற்குரிய ஆண்டு	0	1	2	3	கவ
இறந்தவர்கள் எண்ணிக்கை	இ வ	இ வ+1	இ வ+2	இ வ+3	இ க

சராசரி ஆயுட் காலம்—எதிர்பார்க்கும் ஆயுள் (Expectation of life)

நாம் முன் கூறிய சராசரி கூட்டுச் சராசரியாக இருக்குமே யானால், அது சராசரி வயதைக் குறிக்கும்.

$$\begin{aligned}
 \text{எ} &= \frac{\text{வ}}{lx} \\
 \text{எ} &= \frac{(0 \times \text{இ}) + (1 \times \text{இ}) + (2 \times \text{இ}) + (\text{க} \times \text{இ})}{\text{வ} + \text{வ}+1 + \text{வ}+2 + \text{வ} + \text{க}} \\
 &= \frac{0(\text{உ} - \text{உ}) + 1(\text{உ} - \text{உ}) + 2(\text{உ} - \text{உ})}{\text{இவ} + \text{இவ} + \text{இவ} + \text{இக}} \\
 &= \frac{\text{உ} + \text{உ} + \text{உ} + \text{உ}}{\text{வ} + 1 + \text{வ} + 2 + \text{வ} + 3} = \frac{lx + 1 + lx + 2 + lx + 3 + lx + \dots}{lx}
 \end{aligned}$$

'வ' வயதுடைய ஒரு நபர் மேலும் உயிரோடு வாழும் சராசரி வயதைக் குறிக்கும். இதை நாம் வேறுவிதத்தில் காணலாம்.

'வ' வயதுடைய 'உ.வ' மக்களில் உ என்ற நபர்கள் வ+1 வயதை அடைந்துள்ளனர். எனவே உ.வ+1 என்ற நபர்கள் 1 ஆண்டு உயிரோடு வாழ்ந்தனர். பின்னர் உ.வ+1 என்ற நபர்களில் அடுத்த ஆண்டு இறந்தவர்கள் போக மீதியுள்ள உ.வ+2 நபர்கள் மேலும் 1 ஆண்டு வாழ்ந்தனர். இவ்

வாறே கணித்துச் செல்லும்போது 'உ' நபர்கள் எல்லோரும்

வ

சேர்ந்து வாழ்ந்த மொத்த ஆண்டு

$$\begin{array}{ccccccc} \text{உ} & +\text{உ} & +\text{உ} & +\text{உ} & & +\text{உ} & \\ \text{வ}+1 & \text{வ}+2 & \text{வ}+3 & \text{வ}+4 & & & \text{க} \end{array}$$

எனவே 'உவ' நபர்களுக்கான சராசரி வயது

$$\frac{\begin{array}{ccc} \text{உ} & +\text{உ} & +\text{உ} \\ \text{வ}+1 & \text{வ}+2 & \text{வ}+3 \end{array}}{\text{உ}} = \frac{l_x+1+l_x+2+l_{x+n}}{l_x}$$

வ

இது எதிர்பார்க்கும் குறையுடை சராசரியாகும். (Crude expectation of life) ஏனெனில் நிறையுடைய சராசரி ஒன்றும் இருக்கிறது. (Complete expectation of life)

எதிர்பார்க்கும் நிறையுடை சராசரி

நாம் முன்னம் கணித்த சராசரியில் ஒவ்வொரு ஆண்டும் நிரம்பப் பெற்றவர்கள் வாழ்ந்த ஆண்டை மாத்திரம்தான் கணித்துள்ளோம். ஒவ்வொரு ஆண்டும், வயதைப் பூர்த்தி செய்யாமல் இறந்தவர்களான இ, இ, இ என்ற

$$\text{வ} \quad \text{வ}+1 \quad \text{வ}+2$$

நபர்களைப் பற்றிக் கவனிக்கவில்லை. இவர்கள் யாவரும் அவ்வாண்டின் ஆரம்பத்தில் இறந்திருந்தால் அவர்களைப் பற்றிக் கவனியாது ஒதுக்கியது சரி. மாறாக அவர்களின் இறப்பு அவ்வாண்டு பூராவும் நடந்ததாகக் கருதப்படும். எனவே இடையில் இறந்தவர்கள் உயிரோடு வாழ்ந்த சராசரியும் கணிக்க வேண்டும். இவர்களுடைய இறப்பு ஆண்டின் ஆரம்பத்திலிருந்து கடைசி வரையிலும் நடந்தேறுவதால், இறந்தவர்கள் ஒவ்வொருவரும் சராசரி அரையாண்டு உயிரோடு வாழ்ந்ததாகக் கருதலாம். இவ்வாறு இறந்தவர்கள் வாழ்ந்த ஆண்டை கீழ்க் கண்டவாறு கணிக்கலாம்.

அட்டவணை 4

'வ' வயதிற்குப் பின்

வாழ்ந்தவர்கள்

$$\frac{1}{2}$$

$$1\frac{1}{2}$$

$$2\frac{1}{2}$$

இறந்தவர்களின்

இ

இ

இ

எண்ணிக்கை

வ

வ+1

வ+2

இவ்வாறு இறந்தவர்களின் சராசரியைக் கணித்தால் அது $(\frac{1}{2} + \text{எவ}) \sum (\frac{1}{2} + l_x)$ ஆக மாறும்.

இதை எவ⁰ (l_x^0) என்று குறிப்பிடலாம்.

‘நடு’ அல்லது நடுவன் (Median) என்று கூறும்போது அவ்வளவிற்கும் மேலும் கீழும் உள்ளவர்களின் எண்ணிக்கைக்குச் சமமாகும். நாம் நடுவாயுள் காலம் என்று ஓர் ஆண்டை எடுத்தோமானால், அவ்வாண்டிற்கு முன் இறந்தவர்களின் எண்ணிக்கையும் அவ்வாண்டிற்குப் பின் இறந்தவர்களின் எண்ணிக்கையும் சமமாக இருக்கும்.

‘வ’ என்ற வயதுடையோர்களுக்கு இறப்பதற்கு முன் உள்ள நடுவாண்டு ‘ந’ என வைத்துக் கொள்வோம் (வ+ந). ‘வ’ ஆண்டிலிருந்து (வ+ந) என்ற நடுவாண்டிற்கு முன் இறந்தவர்களின் எண்ணிக்கை = $\frac{1}{2} (வ + ந)$
 $\frac{1}{2} (வ + ந)$
 ஆண்டிற்குப் பிறகு இறந்தவர்களின் எண்ணிக்கை = $\frac{1}{2} (வ + ந)$

$$\text{எனவே } \frac{1}{2} (வ + ந) = \frac{1}{2} (வ + ந)$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} (வ + ந) = \frac{1}{2} (வ + ந)$$

$$\frac{1}{2} (வ + ந) = \frac{1}{2} (வ + ந)$$

வ

இதிலிருந்து நாம் தெரிந்துகொள்வது என்னவெனில் 50 சத உறுதியுடன் இன்னும் எவ்வளவு காலம் உயிர்வாழ முடியும் என்பதைக் குறிக்கும் அளவே உத்தேச அல்லது உறுதியான ஆயுட்காலமாகும்.

கீழே கொடுத்துள்ள அட்டவணையிலிருந்து பின் உள்ள விவரங்களைக் கணிப்போம்.

1. 60 வயதுள்ள ஒரு நபரின் குறையுடை, நிறையுடை எதிர்பார்க்கும் வயதைக் கணிப்போம்.
2. 62 வயதுள்ள ஒரு நபர் மேலும் உயிரோடு வாழும் உத்தேச ஆயுட்காலம்.

வயது

உயிர் வாழ்வோர் எண்ணிக்கை.

60	1500
61	1400
62	1250
63	1000
64	800

85	650
86	400
87	200
88	75
8	25
90	10
91	5
92	1

$$(1) \quad {}^{\text{எ}} 80 = \frac{{}^{\text{உ}} 81 + {}^{\text{உ}} 82 + \dots + {}^{\text{உ}} 85}{{}^{\text{உ}} 85}$$

$$= \frac{5816}{1500} = 3.88 \text{ ஆண்டுகள்}$$

$${}^{\text{எ}} 80 = \frac{1}{2} + 3.88 = 4.38 \text{ ஆண்டுகள்}$$

(2) '82' வயதுள்ள நபரின் உத்தேச வயது

$${}^{\text{உ}} 82 = 1250$$

$${}^{\text{உ}} 82 + \text{ந} = \frac{1250}{2} = 625$$

எடுத்துக் காட்டில் 625 நபர்கள் உயிரோடியிருக்கும் காலம் 85, 86 என்ற வயதுகளுக்கிடையிலாகும்.

$${}^{\text{உ}} 85 = 650$$

$${}^{\text{உ}} 86 = 400$$

வேறுபாடு :

$$\underline{250}$$

250 நபர்கள் இறப்பதற்குரிய காலம் = 1 ஆண்டு

$$\therefore 25 = \frac{1}{250} \times 25$$

$$= 0.1 \text{ ஆண்டு}$$

$$\therefore {}^{\text{உ}} 82 + \text{ந} = 85 + 0.1$$

$$= 86.1$$

$$\therefore \text{ந} = \underline{4.01 \text{ ஆண்டுகள். (86.1-82.0)}}$$

எதிர்பார்க்கும் வயது, பிறப்பு வீதம், இறப்பு வீதங்களின்
டையேயுள்ள தொடர்பு:

$$1) \text{ வாழ்வின் சாத்தியக் கூறு. } \frac{e}{v} \frac{v+1}{v} = \text{வாசாசு.}$$

$$= \frac{l_{x+1}}{l_x} = p_x.$$

$$2) \text{ இறப்பின் சாத்தியக் கூறு } = \frac{e}{v} \frac{v+1}{v} = (1 - \text{வாசாசு.})$$

$$\frac{l_x - l_{x+1}}{l_x} = 1 - p_x = q_x$$

3) மொத்த நபர்கள் $\times$ சராசரி வயது = வாழ்ந்த
மொத்த ஆண்டுகள்

$$\frac{e}{v} \times \bar{e} = \frac{e}{v+1} + \frac{e}{v+2} + \dots \quad (1)$$

$$l_x \times e^x = l_{x+1} + l_{x+2} + \dots \quad (1)$$

இது போன்று

$$\left(\frac{e}{v+1} \right) \times \bar{e}^{v+1} = \frac{e}{v+2} + \frac{e}{v+3} + \dots \quad (2)$$

$$l_{x+1} \times e^{x+1} = l_{x+2} + l_{x+3} + \dots$$

$$(1-2) = \frac{e}{v} \times \bar{e} - \frac{e}{v+1} \times \bar{e}^{v+1} = \frac{e}{v+1}$$

$$= l_x e^x - l_{x+1} e^{x+1} = l_{x+1}$$

$$\frac{e}{v} \times \bar{e} = \frac{e}{v+1} + \frac{e}{v+2} + \dots$$

$$l_x e^x = l_{x+1} + l_{x+2} + e^{x+1}$$

$$= \frac{e}{(v+1)} (1 + \bar{e}^{v+1})$$

$$= l_{x+1} (1 + e^{x+1})$$

$$\frac{\frac{e}{v} + 1}{\frac{e}{v}} = \frac{\frac{v}{e}}{(1 + \frac{v}{e} + 1)} = \text{வாசாசு.}$$

$$\frac{l_{x+1}}{l_x} = \frac{e^x}{1+e^{x+1}} = p_x$$

$$\text{இசாக்ஸ்} = 1 - \text{வாசாக்ஸ்}$$

$$q_x = 1 - p_x$$

$$\therefore \text{இசாக்ஸ்} = 1 - \frac{\frac{v}{e}}{1+\frac{v}{e} \cdot \frac{e^x}{1+e^{x+1}}} = 1 - \frac{e^x}{1+e^{x+1}}$$

$$= \frac{1+\frac{v}{e} - \frac{v}{e}}{1+\frac{v}{e} \cdot \frac{e^x}{1+e^{x+1}}} = \frac{1+e^{x+1}-e^x}{1+e^{x+1}}$$

மைய இறப்பு வீகிதம்: Central Death Rate

ஆயுள் அட்டவணை அமைப்பில் மிக முக்கியமாகக் கருதப் படுவது 'மைய இறப்பு வீகிதமே'. ('வ', 'வ+1' என்ற இரு வயதுகளுக்கிடையேயுள்ள மக்களின் எண்ணிக்கையை 'ம' என்றும், இறந்தவர்களின் எண்ணிக்கையை 'இ' (D_x) என்றும் குறிப்பிடுவோம்.

$$\text{எனவே சஇ} = \frac{\text{இ}}{\text{ம}} = \frac{D_x}{P_x} \text{ என்று கணித்துக்}$$

கிடைக்கும் வீகிதம் அந்த வயதிற்கிடையில் உள்ள ஒரு நபருக்குரிய இறப்பு வீகிதத்தை விளக்கும். இதிலிருந்து இறப்பிற்கான சாத்தியக் கூற்றை (இசாக்ஸ் = q_x) எவ்வாறு கணிப்போம் என்பதைக் கவனிப்போம்.

$$\text{சாக்ஸ்} = \frac{\text{இ}}{\frac{\text{வ}}{2}} = \frac{dx}{l_x} \text{ என்று முன்பு கண்டோம்.}$$

ஆனால் ஒரு ஆண்டில் வாழ்ந்த சராசரி மக்கள் தொகை அவ்வாண்டில் மத்தியில் வாழ்ந்தவர்களின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கும்.

$$\frac{\frac{\text{வ}}{2} + \frac{\text{வ}+1}{2}}{2} = \frac{l_x + l_{x+1}}{2}$$

$$\frac{\frac{\text{வ}}{2} + \frac{\text{வ}+1}{2}}{2} = \frac{\text{வ}}{2} - \frac{\text{இ}}{2}$$

$$\frac{l_x + l_{x+1}}{2} = l_x - \frac{dx}{2}$$

சராசரி இறப்பு வீதம்:

$$\sigma_{இ} = \frac{\text{இவ}}{\frac{\text{உ} - \text{இவ}}{\text{வ} \cdot 2}} = m_x = \frac{dx}{lx - \frac{dx}{2}} \quad (1)$$

$$\text{ஆனால் இவீ} = \frac{\text{இவ}}{\text{வ}}$$

$$q_x = \frac{dx}{lx}$$

$$\frac{\text{உ}}{\text{வ}} \times \text{இவீ} = \frac{\text{இவ}}{\text{வ}}$$

$$lx \times q_x = dx$$

சராசரி இறப்பு விகிதத்திற்கான விதியில் 'இவ (dx)' க்கிற்கு பதிலாக உவ $\times$ இவீ என்ற அளவை அடைத்து விதியைப் வார்ப்போம்.

$$\therefore \sigma_{இ} = \frac{\frac{\text{உ}}{\text{வ}} \times \text{இவீ}}{\frac{\text{உ} - \frac{\text{உ}}{\text{வ}} \times \text{இவீ}}{2}} = m_x = \frac{lx \times q_x}{lx - \frac{lx \times q_x}{2}}$$

(lx) உவ கொண்டு வகுத்தால்

$$\sigma_{இ} = \frac{\frac{\text{இவீ}}{1 - \frac{\text{இவீ}}{\text{வ}}}}{2} = \frac{q_n}{1 - q_n}$$

$$\frac{2 \text{இவீ}}{2 - \text{இவீ}} = \frac{2q_x}{2 - q_x}$$

$$\sigma_{இ} = \frac{2 \text{இவீ}}{2 - \text{இவீ}} \cdot \frac{2q_x}{2 - q_x} = m_x$$

$$\sigma_{இ} (2 - \text{இவீ}) = 2 \text{இவீ} \quad m_x (2 - q_x) = 2 q_x$$

$$2 \sigma_{இ} - \sigma_{இ} \times \text{இவீ} = 2 \text{இவீ} = 2 m_x - m_x q_x = 2 q_x$$

$$2 \sigma_{இ} = \frac{2 \text{இவீ}}{\text{வ}} + \sigma_{இவீ} \times \text{இவீ} = 2 m_x = 2 q_x + m_x q_x$$

$$= \text{இவீ} (2 + \sigma_{இ}) = 2 m_x = q_n (2 + m_x)$$

$$\therefore \frac{\text{இவீ}}{\text{வ}} = \frac{2 \sigma_{இ}}{2 + \sigma_{இ}} \quad \therefore q_x = \frac{2 m_x}{2 + m_x}$$

$$\text{இவ்} = \frac{2 \text{ சஇ}}{2 + \text{சஇ}}$$

$$\therefore q_x = \frac{2 m_x}{2 + m_x}$$

$$\text{வா} = 1 - \frac{2 \text{ சஇ}}{2 + \text{சஇ}}$$

$$p_x = 1 - \frac{2 m_x}{2 + m_x} = 1 - q_x$$

$$= \frac{2 + \text{சஇ} - 2 \text{ சஇ}}{2 + \text{சஇ}}$$

$$= \frac{2 + m_x - 2 m_x}{2 + m_x}$$

$$= \frac{2 - \text{சஇ}}{2 + \text{சஇ}}$$

$$= \frac{2 - m_x}{2 + m_x}$$

$$\text{வா} \frac{2 - \text{சஇ}}{2 + \text{சஇ}} = p_x = \frac{2 - m_x}{2 + m_x}$$

$$\text{இவ்} = \frac{2 \text{ சஇ}}{2 + \text{சஇ}} = q_x = \frac{2 m_x}{2 + m_x}.$$

$$\text{வா} + \text{இவ்} = \frac{2 - \text{சஇ}}{2 + \text{சஇ}} + \frac{2 \text{ சஇ}}{2 + \text{சஇ}}$$

$$p_x + q_x = \frac{2 - m_x}{2 + m_x} + \frac{2 m_x}{2 + m_x}$$

$$= \frac{2 + \text{சஇ}}{2 + \text{சஇ}} = \frac{2 + m_x}{2 + m_x}$$

$$= 1$$

மரணவேகம்: (Force of Mortality)

இறப்பு அட்டவணை (Mortality table) யில் உள்ள ஒரு முக்கியமான அளவு மரணவேகமாகும். நாம் நமது ஆயுள் அட்டவணையில் கவனித்தது எல்லாம் 0,1,2,3 என்ற முழுஆண்டு கள் கழித்து உயிர் வாழ்வோர்களின் எண்ணிக்கை. ஆனால் சாவு என்பது ஓர் குறிப்பிட்ட ஆண்டு முடிந்த பின்பு நிகழும் நிகழ்ச்சியன்று. எப்போதும் நடந்தேறிக் கொண்டிருப்பது, எனவே உயிர் வாழ்வோர்களின் எண்ணிக்கையும் இறப்பிற் கேற்றவாறு எப்போதும் குறைந்து செல்லும் ஓர் அளவாகவே இருக்கும். ஆகவே உயிர் வாழ்வோர்களின் எண்ணிக்கை

எந்த நிமிடத்திற்கும் கணிக்கக் கூடியதொன்று. எனவே இது தொடர்ந்து செல்லும் (continuous) ஓர் அளவாகும். இது போன்றே சாவும் தொடர்ந்து செல்லும் ஓர் அளவாகும். இவ்வாறு தொடர்ந்து செல்லும் அளவில் உள்ள வேகத்தை குறிக்கும் அளவே மரண வேகமாகக் கருதப்படும்.

உயிர் வாழ்வோரின் குறைவின் வேகமே ஓர் குறிப்பிட்ட வயதில் இறப்பின் வேகமாகும்.

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{l_x - l_x + l_t}{t} = - \lim_{t \rightarrow 0} \frac{L_t l_x + l_t + l_x}{t} = - \frac{d l_x}{l_x d x}$$

ஆனால் மரண பலம் ஒரு குறிப்பிட்ட வயதுடைய நபர்களில் ஒரு நபருக்குரிய சாவின் வேகமாகும்.

இது பொதுவாக μ_x என குறிப்பிடப்படும்.

$$\mu_x = - \frac{1}{l_x} \frac{d l_x}{d x} = - \frac{d \log l_x}{d x}$$

4. நோய் நிலைப்புள்ளி விவரங்கள் (Morbidity Statistics)

சுகாதார நிறுவனங்களுக்கு நோய் சம்பந்தப்பட்ட விவரங்கள் மிக மிகத் தேவை. தொத்து நோய்களைத் தடுப்பதற்கும் மேலும் நோய் பரவியுள்ள இடங்களை அறிந்து ஏற்ற பாதுகாப்பு நடவடிக்கைகள் எடுப்பதற்கும் நோய் விவரங்கள் தேவைப்படுகின்றன.

உடல் நலம்:

உடல் நலம் என்பதற்கு உலக சுகாதார நிறுவனம் (world health organisation) நல்லதொரு விளக்கம் கொடுத்துள்ளது. நோயே இல்லாதிருத்தலும் தாளாண்மை அல்லது முடமாக (Infirmity) இருப்பதோடல்லாமல் உடல், உளம், சமுதாய வாழ்வில் நலமாய் இருப்பதுமே உடல்நலம் எனப்படும் எனக் கூறியுள்ளனர். என்றாலும் இதை விடவும் பொருத்தமான விளக்கங்களும் பல அறிஞர்களால் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

விவரங்களின் ஆதாரங்கள்:

நோய் குறித்துள்ள விவரங்களை நோயால் பாதிக்கப்பட்டவர்களிடமிருந்தோ அல்லது அவரது உறவினர்களிடமிருந்தோ அல்லது அவர்களுக்கு வைத்திய உதவி அளித்த வைத்தியர்களிடமிருந்தோ அல்லது மருத்துவ மனைகளிலிருந்தோ

சேகரிக்கலாம். சில வேளைகளில் மருத்துவ சோதனைகள் செய்துவரும் நிறுவனங்களிலுமிருந்தும் சேகரிக்கலாம். என்றாலும் சரியான விவரங்கள் கிடைப்பதில் சிரமங்களும் உள்ளன.

அன்றாட கூலி வேலை செய்பவர்கள், நோயின் அறிகுறியிருந்த போதிலும், வைத்தியரிடம் செல்லாமல் வேலைக்குச் செல்லுவது வழக்கம். முடியாத நிலை என்று வந்தால்தான் அல்லது நோய் முற்றிய நிலையடைந்தால் தான் வைத்திய உதவியை நாடுவர் ஒரு சாரார். இவர்களது நோய்கள் பற்றிய விவரங்கள் சரிவரச் கிடைக்காமலே போய்விடும். இன்னொரு சாரார் இல்லாததைப் பெரிது படுத்தி விடுவர். தொழில் நிறுவனங்களோடினைந்துள்ள மருத்துவ மனைகளிலிருந்து கிடைக்கும் விவரங்கள் தரத்தில் உயர்ந்தனவையாக இருக்கா. தொத்து நோயால் இறந்தால் கூட பயந்து வெளியில் கூறாமலே இருக்கும் மனப்பான்மை கிராமங்களில் அதிகமாகக் காணலாம். மேலும் அம்மை போன்ற நோய்கள் வீட்டிலிருந்தால் அடுத்த வீட்டிற்கு கூட தெரியாத அளவிற்கு நகரங்களிலும் இருப்பது எல்லோரும் அறிந்ததொன்று. எனவே தற்போது கிடைத்துவரும் நோய் சம்பந்தப்பட்ட விவரங்கள் தரத்தில் உயர்ந்தவை என்று கூறமுடியா.

நோய் விவரங்கள் பாகுபாடு. (Classification of Morbidity Statistics)

நோய் விவரங்களை நமது தேவையை முன்னிட்டுப் பலவாறு பகுக்கலாம். நோயினால் ஏற்பட்ட முடத்தின் அடிப்படியிலும் நோயின் காலம், மருத்துவ உதவி என்ற இனங்கள் வாரியாகப் பிரிக்கலாம்.

நோய் அளவுகள்: (Measures of Morbidity)

ஒரு நோயைப் பற்றி ஆராயும்போது பொதுவாக எவ்வளவு நபர்கள் அந்நோயால் பாதிக்கப்பட்டனர் என்பதை வைத்தே ஆய்வு நடத்தலாம். எல்லா சமூகங்களையும் நோயின் அடிப்படையில் ஒப்பு நோக்க வேண்டுமானால், நோயின் வேகம் அல்லது நோயால் பாதிக்கப்பட்டோரின் வீதம் தெரிவது நலம் என்றால் இதில் மிகவும் முக்கியமாகக் கருத வேண்டியது, நோய்க்கானக்கான விளக்கமே.

மேலும் நோயால் பாதிக்கப் பட்டவர்கள் சம்பந்தமாக ஒரு குறிப்பிட்ட நோக்கத்தில் விவரங்கள் சேகரிக்கும்போது, நோயல் பாதிக்கப்பட்ட காலத்தையும் கருத்தில்

கொள்ள வேண்டும். இவ்வாறு காலத்தையும் கருத்தில் கொள்ளும்போது, சம்பவங்களை நான்கு வகையாகப் பிரிக்கலாம்.

1) விவரங்கள் சேகரிக்கும் காலத்திற்கு முன்பே நோய் ஆரம்பமாகி விவரங்கள் சேகரிக்கும் காலத்தில் நோய் விடுபடுதல்;

2) நோயின் ஆரம்பம் விவரங்கள் சேகரிக்கும் காலத்திற்கு முன்பும், நோய் அகலம் விவரம் சேகரிக்கும் காலத்திற்கு பின்பும் நிகழ்தல்.

3) நோயின் ஆரம்பமும் அகலமும் விவரங்கள் சேகரிக்கும் காலத்திலே நிகழ்தல்.

4) விவரங்கள் சேர்க்கும்போது நோய் ஆரம்பமாகலும், விவரங்கள் சேகரித்த காலத்திற்கு பின்பு நோய் அகலுதல்;

மேலும் இக்காலத்தில் ஒரு நபர் ஒன்றிற்கு மேற்பட்ட பல நோய்களால் ஒரே சமயத்தில் பாதிக்கப்பட்டோ, அல்லது ஒன்று விட்டு ஒன்று என்ற நிலையில் பல நோய்களால் பாதிக்கப்பட்டோ இருக்கலாம். எனவே நோயால் பாதிக்கப்பட்ட நபர்களை எண்ணும்போது ஒரு நபரைப் பாதிக்கும் நோய்களின் எண்ணிக்கையையும் கணக்கொடுக்க வேண்டியுள்ளது. நோய்களின் எண்ணிக்கைக்கே முதலிடம் கொடுபடவேண்டும்.

நோய் நேரும் வீதம்: (Incidence rate)

முன்னம் கூறிய நான்கு வகை இனங்களிலும் கடைசி இரண்டு வகைகளும் இதன் பாலடங்கும். மேலும் விளக்கினால், நோயின் ஆரம்பமே விவரங்கள் சேகரிக்கப்படும் காலத்தில் நிகழ்ந்ததாக இருக்கும். விவரங்கள் சேகரிக்கும் காலம் மாதம், ஆண்டு என்று இருக்கலாம். எவ்வாறு சேகரித்த போதிலும், சேகரித்த விவரங்களை ஆண்டுகளின் அடிப்படையில் மாற்றியமைக்க வேண்டும். விவரங்கள் சேகரிக்கப்படும் காலத்தில் உள்ள நாட்களின் எண்ணிக்கையால் நோய்வாய்ப்பட்டவர்களின் எண்ணிக்கையை வகுத்து, பின்னர் 365 கொண்டு பெருக்கினால், ஆண்டிற்கான அளவு வீதங்கள் கிடைக்கும்.

ஒரு குழுவில் ஒரு குறிப்பிட்ட சமயத்தில் நோயால் புதிதாகப் பாதிக்கப்பட்டவர்களின் எண்ணிக்கையை, அக்காலத்தில் அங்கு வாழ்ந்த சராசரி மக்களின் எண்ணிக்கையால் வகுத்துப்

பின் ஓர் நிலையான எண் 1000 அல்லது 100000 கொண்டு பெருக்கினால் சீர் செய்யப்படாத நோயின் தாக்கும் வீதம் கிடைக்கும்.

$$\text{நோ. நே. வீ} = \frac{\text{நோ. எ}}{\text{ம. எ}} \times \text{நி}; \frac{I}{P} \times K$$

$I = \text{நோ. எ} = \text{நோயால் புதிதாகப் பாதிக்கப்பட்டவர்கள்}$

$P = \text{மஎ} = \text{சராசரி மக்கள் எண்ணிக்கை}$

$K = \text{நி} = \text{நிலையான எண் (1000 அல்லது 100000)}$

நோய் நிலவும் வீதம் :

இதில் முன்னம் கூறியவற்றில் முதல், கடைசி இரு வகைகளும் அடங்கும். விவரங்கள் சேகரிக்கும் காலத்தில் நோய் ஆரம்பமாகவோ அல்லது நோய் நீங்குவதாகவோ இருக்கும் நிகழ்ச்சிகள் எல்லாம் இதன் பால்படும். சீர் செய்யப்படாத நோய் நிலவும் வீதத்திற்கான விதி கீழ்க்கண்டவாறு இருக்கும்.

$$\text{நோ. நி. வி} = \frac{\text{நோ. நி} \times \text{நி}}{\text{ம. எ}} \times \frac{c}{p} \times k$$

முதல் பிரிவில் உள்ள நபர்களும் மூன்றாவது பிரிவில் அடங்குவது சற்று கூர்ந்து கவனித்தால் தெரியவரும். ஆகவே நோய் நிலவும் வீதத்தைக் கணிப்பதற்குக் கடைசி இரு பிரிவில் உள்ளவர்களின் எண்ணிக்கையின் அடிப்படையில் கணிக்கலாம்.

உயிர் இறப்பு வீதம்:

ஒரு குறிப்பிட்ட காலத்தில் ஒரு குறிப்பிட்ட சமூகத்தில் ஒரு குறிப்பிட்ட நோயினால் இறந்தவர்களின் எண்ணிக்கையை அந்நோயால் பாதிக்கப் பட்ட மொத்த நபர்களின் எண்ணிக்கையால் வகுத்து ஒரு நிலையான எண் கொண்டு பெருக்கிக் கணிக்கலாம்.

$$\text{நோஇவி} = \frac{\text{இ}}{\text{நோ}} \times \text{நி}$$

$\text{இ} = \text{நோயினால் இறந்தவர்கள்.}$

$\text{நோ} = \text{நோயாளிகள்.}$

நோய் விவரங்கள் சோகரித்தல் :

நோய் சம்பந்தமான விவரங்களை மக்கள் கணிப்பு போன்றோ அல்லது விவரங்களை தெரிவிக்கும் முறை (Reporting) மூல

மாகவோ சேகரிக்கலாம். ஒரு குறிப்பிட்ட சமூதாயத்தில் நோய் குறித்து ஆய்வு நடத்தி விவரங்களைச் சேகரிப்பதில் இவ்வாறு சேகரிக்கும் விவரங்களைச் சேகரிப்பதில் தனிகவனம் செலுத்தல் வேண்டும். ஏனென்றால் நோய் குறித்துள்ள விவரங்கள் வீட்டில் உள்ள அங்கத்தினர்களிடமிருந்தே பொதுவாக சேகரிக்கப்படுவதால், நோய் பற்றியுள்ள சரியான விவரங்கள் கிடைக்க ஏது இருப்பதில்லை.

ஒரே குடும்பத்தை ஒரு ஆண்டில் பல தடவை குறிப்பிட்ட காலங்களில் சந்தித்தும் விவரங்களைச் சேகரிக்கலாம். இவ்விதமாக சேகரிக்கும் விவரங்கள் தரத்தில் உயர்ந்தவையாக இருக்கலாம்.

சில சந்தர்ப்பங்களில் சுகாதார அலுவலர்களினால், மக்களிடம் பரவியிருக்கும் நோய்கள் குறித்து ஆய்வு நடத்துவதுண்டு. ஒரு குறிப்பிட்ட நோய் எந்த அளவிற்கு மக்களிடையே பரவியுள்ளது என்பதை அறிய ஆய்வு நடத்துவார்கள் இது நோயைத் தேடிச் சென்று கண்டு பிடிப்பதுபோலாகும் நமது நாட்டில் பி. பி. சி ஊசி குத்தும் முறையை இதற்கு ஒப்பிடலாம்.

இவ்வாறு அரசாங்கமே நேரடியாக ஆட்களை அமர்த்தி விவரங்களைச் சேகரிப்பதை, விட நோய்கள் பற்றியுள்ள விவரங்களைத் தெரிவிக்குமாறு சம்பந்தப்பட்ட மக்கள், வைத்தியர், மருத்துவநிலையங்களைத் கேட்டுக் கொள்ளலாம். இதற்கான சட்டமும் இயற்றலாம். தனிப்பட்ட வைத்தியர்கள் நடத்தும் மருத்துவ நிலையங்களில் உள்ள குறிப்பேடுகள் அரசாங்க அலுவலகங்களில் உள்ள குறிப்பேடுகள், கல்விக் கூடங்களில் மாணவர்களை மருத்துவ பரிசோதனை செய்து கிடைத்த விவரங்கள் யாவும் இதன்பால் படும்.

இதுபோன்றே தொழில் நிறுவனங்களில் பணிபுரியும் வேலை யாட்கள் சிலக் குறிப்பிட்ட நோய்களால் பாதிக்கப்படலாம் இத்தொழில் நிறுவனங்களில் நடத்தப்படும் மருத்துவ நிலையங்களிலிருந்து கிடைத்த விவரங்கள் தொழிலால் உண்டாகும் நோய்களைப் பற்றித் தெரிவிக்கும். (Occupational Diseases)

இவ்வாறு நோய்கள் சம்பந்தமாக சேகரித்த விவரங்களை, வயது, பால், இனம் அடிப்படையில் பிரித்தும் ஆய்வு நடத்தலாம்.

5. சாவின் முன்னோடிக் கணிப்பு: (Projections of mortality)

மக்களிடையே வருங்காலத்தில் நிகழவிருக்கும் இறப்பின் அளவை முன்னதாகவே கணிக்கலாம். இதனால் பல நன்மைகள் உண்டு. இத்தகைய இறப்பளவிலிருந்து கிடைக்கும் உயிர்வாழ்வு அளவைக் (Survival rate) கொண்டு வருங்கால மக்கள் தொகையைக் கணிக்க முடியும். வருங்காலத்தில் மக்களின் சுகாதார நலம் குறித்து அரசு எடுக்க வேண்டிய முயற்சிகளின் அளவைக் குறித்துத் திட்டம் தீட்டுவதற்குப் பயன்படும். மேலும் ஆயுள் பாதுகாப்பு நிறுவனங்கள் (Life Insurance Corporation) தங்களது வருங்கால சந்தாதாரர்களின் சராசரி வயதைக் குறித்துத் தெரிந்து கொள்வதோடு சந்தாவின் அளவு குறித்து வரையறை செய்வதற்கும் ஏதுவாக இருக்கும். மக்களிடையேயுள்ள இறப்பு விகிதத்தைக் குறைப்பதற்கு எடுக்க வேண்டிய ஆக்க முறைகள் குறித்து ஆலோசிக்கவும் பயன்படும்.

ஒன்றிற்கொன்று தொடர்புடைய பல காரணங்களால் மக்களிடையே மரணம் ஏற்படுகிறது. எனவே, வருங்காலத்தில் ஒரு குறிப்பிட்ட காரணத்தால் நிகழவிருக்கும் மரண அளவைக் கணிப்பது கடினமான காரியமாகும். எனினும், மக்களிடையே மரணத்தைக் குறைப்பதற்குரிய பல மார்க்கங்களைப் பற்றிக் கூறலாம்.

தேசத்தின் பொருளாதாரம்:

தேசத்தின் பொருளாதார நிலை மேம்பாடு அடையுமானால் மக்களின் ஆரோக்கியத்திற்காக அரசு அதிகமாகச் செலவு செய்யலாம். இதனால் இறப்பின் அளவு குறைய ஏதுவாகும்.

அரசாங்க மருத்துவ மனைகள்:

நாட்டில் விநித அளவில் நிறுவப்படும் மருத்துவ மனைகளில் கிடைக்கும் வைத்திய உதவிகளாலும் மக்களிடையே மரண விகிதம் குறைகிறது.

தனி நபர் மருத்துவமனை:

தனி நபர்களால் நடத்தப்படும் மருத்துவமனைகளிலும் மக்களுக்கு வைத்திய உதவிகள் கிடைப்பதால், மக்களின் தேக ஆரோக்கியம் வளம் பெற்று மரண விகிதம் குறைகிறது.

ஆராய்ச்சி:

தற்போது நோய்கள் குறித்துப் பரந்த ஆராய்ச்சிகள் நடப்பதால், நோய்கள் தடுப்பு முறைகள் குறித்து அரசாங்கம் உடனுக்குடன் ஏற்ற தற்காப்பு முறைகளை எடுத்து நோய் பரவுவதைத் தடுப்பதாலும், மக்களிடையே மரணவிகிதம் குறைகிறது.

மக்கள் அறிவு வளர்ச்சி:

நாளுக்கு நாள் மக்களின் கல்வி வளர்ச்சி அதிகமாக அதிகமாக, மக்களிடையே சுகாதாரம் குறித்துள்ள கல்வி அறிவு அதிகமாகிறது. எனவே நோய் வராமல் தடுப்பதற்குரிய வழிகளை அவர்கள் காங்களாகவே மேற்கொள்கின்றனர். அதோடு நோய் வந்த உடன் தாமே தகுந்த மருத்துவ சிகிச்சை பெற்று நோயின் வேகத்தைத் தடுக்கின்றனர்.

தலைமுறை வழி (Generation Method)

மக்கள் சமுதாயத்தில் ஒவ்வொரு தலைமுறையில் தங்களது வாழ்க்கையில் சுகாதாரம் குறித்து அறிவு அடைவது இயற்கை. இவ்வாறு நல்லதொரு அறிவு அடைந்த பின்னர் அவர்களது வாழ்வின் எஞ்சிய காலத்தில் ஏற்படும் மரண வீதம் குறைந்ததாக இருக்கும் என்று எதிர்பார்க்கலாம். எனவே இரு தலைமுறைகளிடையேயுள்ள மரண வீதங்களிடையே காணப்படும் வேறுபாடுகளைக் கண்டறிய பல முறைகள் கையாளப்பட்டு பின்னர் அதன் உதவியால் வருங்கால மரண வீதத்தை முன்னோடியாகவே மதிப்பிடுகின்றனர்.

டெரிக் முறைகள் (The Method of Derrick)

வயதுவாரி இறப்பு வீதம் குறித்து இங்கிலாந்து நாட்டில் நடத்திய ஆராய்ச்சியின் பலனாக சில முடிவுகளை டெரிக் வலியுறுத்தினார். ஆராய்ச்சிக் காலத்தில் வெளிச் சூழ்நிலைகளால் எந்த விதமான மாற்றங்களும் ஏற்படாதிருந்தால் மக்களிடையேயுள்ள இறப்பின் அளவு, அவர்கள் பிறந்த ஆண்டையும் அவர்களது வயதையும் பொறுத்து அமையும் என்று உணர்ந்தார். இதற்கான அவரது கணிப்பு முறையையும் காண்போம்.

$0q_x = '0'$ என்ற ஆண்டில் பிறந்த மக்களின் x என்ற வயதின் போதுள்ள இறப்பு வீதம்

$0 + cq_x = '0'$ என்ற ஆண்டிலிருந்து $'c'$ ஆண்டுகள் கழித்துப் பிறந்த மக்களின் $'x'$ என்ற வயதின் போதுள்ள இறப்பு வீதம்.

$0q_{x+k} = 0$ என்ற ஆண்டில் பிறந்த மக்களின் $x+k$ என்ற வயதின் போதுள்ள இறப்பு வீதம்.

$0 + cq_{x+k} = '0'$ என்ற ஆண்டிலிருந்து $'c'$ ஆண்டுகள் கழித்துப் பிறந்த மக்களின் $'x+k'$ என்ற வயதின் போதுள்ள இறப்பு வீதம்.

இவ்வளவுகள் உதவியால் கீழே கொடுத்துள்ள தொடர்பை நிலைநாட்டினார்.

$$\frac{0 + cq_x}{0q_x} = \frac{0 + cq_{x+k}}{0q_{x+k}}$$

$$\frac{அ + ஆ இவ}{அ இவ} + \frac{அ + ஆ இவ + வா}{அ இவ + வா}$$

$'அ'$ என்ற ஆண்டில் பிறந்த மக்களின் $'வ + வா'$ என்ற வயது வரையில் ஒவ்வொரு வயதுவாரியாக இறப்பு வீதமும், $அ + ஆ$ என்ற ஆண்டில் பிறந்த மக்களின் $'வ'$ என்ற வயதின் போதுள்ள இறப்பு வீதமும் தெரியுமானால், $'அ + ஆ'$ என்ற ஆண்டில் பிறந்த மக்களின் $'வ + வா'$ என்ற வயதின் போதுள்ள இறப்பு வீதத்தை (இவ + வா) அளவிட முடியும்.

கெர்மார்க், மெக்கென்டிரிக், மெக்கின்லே முறைகள்:

(Methods of Kermack, McKendrick and McKinlay)

இவர்கள் தங்களது ஆராய்ச்சியின் பலனாக, மக்களது இறப்பு வீதம் அவர்களது வயதைவிட அவர்கள் பிறந்த ஆண்டையே பெரிதும் சார்ந்திருப்பதாக முடிவிற்கு வந்தார்கள்.

ஒரு குறிப்பிட்ட ஆண்டில் பிறந்த மக்களின் ஒரு குறிப்பிட்ட வயது காலத்தில் காணப்படும் இறப்பு வீதமும் அம் மக்களின் அவ்வயதின் ஆரம்ப நாட்களில் உள்ள இறப்பு வீதமும் ஒரு குறிப்பிட்ட விகிதஅளவிலேயே இருக்கும். ஒவ்வொரு தலைமுறைக்கும் இவ்விகித அளவு பொதுவாக $'5'$ வயதிற்கு மேல் பெரும்பான்மையும் ஒரு நிலையான அளவுடையதாகவே இருக்கும்.

$0q_x = '0'$ என்ற ஆண்டில் பிறந்த மக்களின் $'x'$ வயது காலத்தில் உள்ள இறப்பு வீதம்.

q_{xs} = 'x' வயதின் ஆரம்ப நாட்களில் உள்ள இறப்பு வீதம்.

$$\frac{0q_x}{q_{xs}} = \text{நிலையான அளவு} = \frac{\text{அ இவ}}{\text{இவ ஆ}}$$

மேலும், இந்நிலையான அளவின் மதிப்பு, அடுத்தடுத்த தலைமுறை தோறும் குறைந்து கொண்டே செல்லும். எனவே, அண்மையில் பிறந்த ஓர் தலைமுறை மக்களின் இவ்வித அளவை ஆரம்பத்தில் கணித்துப் பின்னர் அவர்களின் வருங்காலத்தில் இறப்பு வீதத்தை முன்னோடியாகவே கணிக்க முடியும்.

மக்கள்தொகை ஆராய்ச்சிக்கான அரசாங்கக் குழுவின் பரிந்துரை: (Method of Royal Commission on Population)

மக்கட் கணிப்புக் குறித்து ஆராய இங்கிலாந்து தேச அரசாங்கத்தால் நிறுவப்பட்ட குழுவும் இது குறித்து ஆய்ந்து சில வழிமுறைகளை வகுத்துள்ளது. ஓர் அட்டவணையும் அக் குழுவினால் தயார் செய்யப்பட்டது. ஆண்டுதோறும் வகுப்புவாரி அடிப்படையில் இறப்பு வீதம் கணித்து ஒப்பிட்டுப் பார்ப்பதற்குப் பதிலாக, 5 ஆண்டுகளுக்கொரு தடவை இறப்பு வீதம் வகுப்புவாரி அடிப்படையில் கணிக்கப்பட்டது. பின்னர், இவ்வளவுகளை 5 ஆண்டிற்கு முன்பு பிறந்த மக்களின் வகுப்புவாரி இறப்பு வீதங்களோடு ஒப்பிட்டு விகித அளவுகளாக மாற்றி ஓர் அட்டவணை தயார் செய்யப்பட்டது. இத்தகைய விகித அளவு ஆண்டுகள் செல்லும்போது நிலையானதாக இல்லை. மாறாக ஆண்டுகள் அதிகமாகும்போதும், இவ்வித அளவு '1' என்ற அளவை நெருங்குவதுபோல் தோன்றியது. தலைமுறை காரணமாக இறப்பு வீதத்தில் காணப்படும் அழுத்தத்தின் அளவு தலைமுறையின் வயது ஏறும்போது குறைகிறது என்பது இதனால் விளங்கும்.

கணித முறை: (Mathematical method)

இறப்பின் போக்கை விளக்குவதற்காக உள்ள கணித முறைகளில் தலைமுறையின் பிறப்பாண்டை விட தலைமுறைகள் அடையும் அனுகூலங்களே அடிப்படையாக அமையும். இம் முறையில் காம்பர்ட்டஸ், மேக்காம் என்ற இருவரும் கொண்டுள்ள குறிக்கோள் குறிப்பிடத் தக்கது என்னலாம். மேக்காம் விதிமுறையை யொட்டி, டேவிட்சன், டிட் என்ற இருவரும் ஆங்கில நாட்டு மக்களின் இறப்பு வீதங்களுக்கு அளவுகள் அமைத்துள்ளார்கள். $\text{Colog}_{10} P_x = A + BC$ இதில் 'C'யின்

அளவு தலைமுறைக்குத் தலைமுறை அதிகமாக வேறுபடுவதே இல்லை என்றும், A, B என்ற இரு அளவுகளும் பிறப்பாண்டை யொட்டிய அளவுகள் என்றும் குறித்துள்ளனர். இம்முறையில் கணிப்பதில் 'C'யை ஒரு நிலையான அளவாக வைத்துக் கணிப்ப தாக அமையும்.

காலப்போக்கு முறை: (Time trend method)

தலைமுறையின் அடிப்படையில் கணிப்பது ஏற்புடையதாகத் தோன்றினும் அது அதிக அளவில் கையாளப்படவில்லை என்றே கூறலாம். காலப்போக்கில் பலவித மாற்றங்கள் ஏற் படும். இம் மாற்றங்களினால், மக்களின் இறப்பு வீதமும் பெரிய அளவில் பாதிக்கப்படலாம், சில ஆண்டுகளில் கொள்ளை நோயினால் மக்களின் இறப்பு அதிகமாகிவிடும். மேலும், ஆராய்ச்சி மூலமாக புதிதாகக் கண்டுபிடிக்கப்படும் மருந்து களின் உதவியால் சில ஆண்டுகளில் இறப்பு வீதம் பெரும் அளவில் குறையலாம். ஆனால், தலைமுறை அடிப்படையில் இறப்பு வீதம் கணிக்கப்படுவதாயிருந்தால், இத்தகைய எதிர் பாராது ஏற்படும் திருப்பங்களுக்கு உரியதான இடம் கொடுக்கப்பட மாட்டாது. எனவே, இது நடைமுறைக்கு ஒவ்வாதது போல் தோன்றும். இறப்பின் முன்னோடிக் கணிப்புக்காலப்போக்கை ஒட்டியிருத்தல்வேண்டும். இவ்வாறு காலப்போக்கை ஒட்டிக் கணிக்கும்போது அடிப்படைக்காலம் (Base Period) என்று ஒன்று தேவைப்படும். ஏனென்றால் அதன் அடிப்படையில்தான் வருங்காலத்தைக் கணிக்க வேண்டி வரும்.

அடிப்படைக் காலம்:

பொதுவாக இறப்பளவை முன்னோடியாகக் கணிக்கும் போது அண்மையில் அடுத்துவரும் ஒரு சில ஆண்டுகளுக்கு மாத்திரம் கணிக்காது போதுமான அளவிற்கு மிகவும் கூடுத லான ஆண்டுகளுக்குக் கணிப்பதாக இருக்க வேண்டும். ஏனென்றால் ஆண்டுகளின் எண்ணிக்கை கூடும் தோறும் இறப் பளவிற்கு ஏற்றதொரு வரைபடம் அமைக்க முடியும். ஆனால், அடிப்படையாண்டை அல்லது அடிப்படைக் காலத்தைத் தெரிந்தெடுப்பது ஒருவரின் விருப்பத்தைப் பொறுத்ததே. இங்கிலாந்து நாட்டு அரசாங்கக் குழு 1885 முதல் 1915 வரை உள்ள காலத்தில் உள்ள ஒவ்வொரு ஆண்டின் விவரங்களை ஆராய்ச்சிக்காக எடுத்துக் கொண்ட போதிலும் 1901-ஆம் ஆண்டையே அடிப்படைக் காலமாக எடுத்துக் கொண்டது.

ஆனால், அமெரிக்க நாட்டிலோ மிகக் குறுகிய காலத்தையே அடிப்படைக் காலமாக எடுத்து ஆராய்ச்சி செய்துள்ளனர். ஏனென்றால் அக்குறுகிய காலத்திலேயே மருத்துவத் துறையில் மகத்தான சாதனைகள் ஏற்பட்டு மக்களின் இறப்பு விகிதத்திலும் கணிசமான குறைவு தென்பட்டது. அத்தகைய குறைந்த இறப்பு வீதமே பிறகு உள்ள ஆண்டுகளுக்கும் தொடர்ந்து கையாளப் பெற்றது. இது மிகவும் எளிய முறையானதே.

புறச் செருகல் முறை: (Method of Extrapolation)

மேலே கூறியது போன்று எளிய முறை இன்னும் உள. முன் உள்ள அனுபவத்தை வைத்து வருங்காலத்திற்கும் வரை படங்கள் மூலம் இறப்பு வீதங்களை அனுமானிக்கலாம். இவ்வாறு வரை படங்கள் வருங்காலத்திற்காக வயதுவாரி அடிப்படையில் இறப்பு வீதங்களைக் கணிப்பதில், தனி நபரின் விரும்பங்கள், முடிவுகள் தலையாட்ட இடமிருக்கும். ஏனென்றால் ஒரே வித கொள்கைகளின் அடிப்படையில் குறிப்பாக கணிப்பதற்குரிய காலத்தை நீடித்துச் செல்லும்போது இருவர் வெவ்வேறு விதமான அளவுகளைக் கணிப்பதாக இருக்கும்.

ஆனால் முன்பு கூறிய இங்கிலாந்து நாட்டின் அரசாங்கக் குழு, 1901 முதல் 1945 வரை ஆண்டுகளில் மக்கள் நிலை குறித்து நன்கு ஆய்ந்து ஓர் நிலையான அளவு குறைவைக் காட்டும் மேலடுக்குக் கோடே அல்லது அடுக்குக் குறி வளை கோடே (Exponential curve) நீண்ட காலத்திற்குரிய போக்கை விளக்குவதற்குப் பொருத்தமானதாகும் என்று கூறினர். இத்தகைய முறையில் கணித்துக் கிடைத்த இறப்பு வீதங்கள், அதிலும் குறிப்பாக வயதுவாரி அடிப்படையில் ஆண், பெண் என்ற இருசாராருக்கும் கணித்துக் கிடைத்த விவரங்கள், முரண்பாடின்றிருக்கின்றனவா என்று சோதித்துப் பார்க்கப்பட்டன. சிறிய வயது காலங்களில் (1-4 வயதுவரை உள்ள காலங்களுக்கான அளவில்) ஒரு சிறிதளவு மாற்றமே செய்ய வேண்டியுள்ளது.

அமெரிக்க நாட்டில் உள்ள சில வல்லுனர்கள் இவ்வாறு விதி முறை மூலம் வருங்கால அளவைக் கணிப்பது பொருத்தமாக இராது என்று கூறுகின்றனர். ஏனென்றால், விதிமுறைகள் அண்மையில் ஏற்பட்டுள்ள விஞ்ஞான முன்னேற்றங்களினால் உண்டான பலன்களின் அடிப்படையில் அமைந்ததாக இராது என்று கூறுவர். எனவே அவர்கள் ஒப்புக் கொள்ளப்பட்ட சில சதவீதக் குறைவுகளைக் காலப்போக்கில் இறப்பு வீத அளவை ஏற்றுக் கொள்ளுகின்றனர்.

இதுவரை, இறப்பு வீத அளவுகளை முன்னோடிக் கணிப்பதற்கான நான்குவிதமான முறைகளைக் கண்ணுற்றோம்.

- (1) தற்போது ஆண்டுதோறும் இறப்பு வீதத்தில் காணப்படும் குறைவு வீதம் தொடர்ந்து செல்லுவதாகக் கருதல்.
- (2) வரைகோடு மூலம் வருங்கால இறப்பு வீதத்தைக் கணித்தல்.
- (3) கணித விதி மூலம் வருங்கால இறப்பு வீதத்தைக் கணித்தல்.

(4) தற்போதுள்ள அனுபவத்தின் அடிப்படையில் ஒரு ஒப்புக் கொள்ளப்பட்ட சதவிகிதக் குறைவை ஒர் குறிப்பிட்ட வருங்கால ஆண்டிற்குப் பயன்படுத்தல் என்பன. எதில் எந்த ஒரு முறையையும் ஒரு குறிப்பிட்ட காரணத்தால் ஏற்படும் இறப்பு வீதத்தை முன்னோடிக் கணிப்பதற்காகப் பயன்படுத்தலாம். இம்முறைகளைப் பயன்படுத்த வேண்டுமானால் இறப்பு குறித்து சரியான புள்ளி விவரங்கள் அதிக அளவில் தேவைப்படும். பெரும்பான்மையும் ஒரு சில காரணங்களால் இறப்பு வீதம் அதிகமாக இருக்கும்போது இது மிகமிகத் தேவையாகும். இத்தகைய முன்னோடிக் கணிப்புகளில் எல்லாம், மருத்துவத் துறை விற்பன்னர்களைக் கலந்தும், புதுமுறை ஆராய்ச்சிகளின் பலனையும் சீர்தூக்கிப்பார்த்துக் கணிப்பதுவே சிறந்ததாகும்.

காலப்போக்கு முறையில் மாற்றங்கள்: (Modification in Time Trend Method)

மக்கள் தொகை குறித்து முன்னோடிக் கணிப்பதில் இறப்பு வீத முன்னோடிக் கணிப்பு ஒரு பகுதியாகவே கருதப்பட்டால், இறப்பு வீதம் குறித்து ஒன்றிற்கு மேற்பட்ட வரிசைத் தொடர்கள் அமைப்பது நலம். ஏனென்றால், காலப்போக்கில் உண்டாகும் அனுபவத்தின் அடிப்படையில் மக்கள் தொகை கணிப்பில் ஏற்ற மாற்றங்கள் செய்வதற்கும் ஏதுவாகும்.

கோல் முறை: (Method of Coale)

ஐரோப்பிய நாடுகள் பலவற்றை ஆராய்ந்து ஏ. ஜே. கோல் என்பவர் எல்லா நாட்டிற்கும் பொருந்தும் முறையில் வயதுவாரி இறப்பு வீத வரிசைத் தொடர் அமைத்துள்ளார். இறப்பு வீதம் எங்கு அதிகமாக காணப்படுகிறதோ அங்கெல்லாம் இறப்பு வீதம் வேகமாக இறங்குகிறது என்றும் இறப்பு வீதம்

எங்கு குறைவாக உள்ளதோ அங்கு மெதுவாகவே இறங்குகிறது என்றும் தனது ஆராய்ச்சியில் கண்டுணர்ந்தார். மேலும், நாடு, காலம் என்பவற்றைச் சாராது, வயதுவாரி இறப்பு வீதமே மக்கட் தொகை இறங்கிச் செல்லும் போக்கை அறுதியிடுவதாகவும் கூறியுள்ளார்.

மருத்துவ வளர்ச்சியின் சாதனையை அறுதியிடல்:

சாவின் முன்னோடிக் கணிப்பின் உதவி கொண்டு சுகாதாரத் துறையின் சாதனைகளை ஒருவாறு அனுமானிக்கலாம். ஏனெனில் இடைவிடாத உழைப்பு, ஆராய்ச்சிகள் பலனாக மருத்துவத் துறையில் ஏற்படும் முன்னேற்றங்களினால் மக்களின் ஆயுள் பலத்தில் தனி முன்னேற்றம் காணப்படும். ஆகவே, தற்போதுள்ள விஞ்ஞான மருத்துவக் கண்டு பிடிப்புகளை மக்கள் நல்ல முறையில் பயன்படுத்தினால் நாட்டுமக்களின் இறப்பு விகிதம் எந்த விதத்திலிருக்கும் என்றும், மேலும் நாட்டு மக்களின் இறப்பை அறவே அகற்றாது போயினும் எந்த அளவிற்கு குறைக்க முடியும் என்பதை அறுதியிடுவதன் மூலம் மருத்துவ வளர்ச்சியின் சாதனையை அறுதியிடலாம்.

முன்னோடிக் கணிப்பின் சோதனை : (Test of Mortality Projection)

காலப்போக்கில் மக்களின் அறிவும் அனுபவமும் வளரும். எனவே, முன்பு கணித்துள்ள முன்னோடி மரணக் கணிப்பு எந்த அளவிற்கு பொருத்தமாயுள்ளது என்பதை நடைமுறையோடு ஒப்பிட்டு சோதிக்கலாம். இத்தகைய சோதனைகளின் போது முன்னம் கணித்த அளவுகள் பொருத்ததாது போயின், வேண்டிய திருத்தங்களைச் செய்வதும் பொருத்தமுடையதே. அதோடு முன்னோடிக் கணிப்பு முறைகளை மீண்டும் ஆராய்ந்து மேலும் குறைகளைத் திருத்தியமைப்பதாகவும் இருக்க வேண்டும்.

6. கருத்தரித்தலும் அல்லது இனப்பெருக்கமும் - மக்கள் மறுதலைமுறை உற்பத்தித் திறன் :

(Fertility and Reproduction)

இன்று உலகில் மக்கள் உற்பத்தியைப் பற்றியே அதிகமாகப் பேசப் படுகிறது. ஏனென்றால், மக்களை எதிர் நோக்கியுள்ள ஒரே பிரச்சினை மக்கள் உற்பத்தியே என்று பொருளாதார வல்லுனர்கள் கூறுகிறார்கள். எனவே, இது குறித்துத் தெரிந்து கொள்வதும் தேவையானதொன்றே.

கருத்தரித்தலுக்கும் கருத்தரிப்பதற்கான சக்தி (Fecundity) குமுள்ள வேறுபாட்டை நன்கு தெரிந்து கொள்ள வேண்டும். இங்கு கருத்தரித்தல் என்பது குழந்தையின் பிறப்பையே குறிக்கும். ஆகவே, கருத்தரித்தலின் அளவைக் குழந்தைகள் பிறப்பதிலிருந்து அளவிடலாம். மக்களில் இறந்தவர்களின் எண்ணிக்கையிலிருந்து இறப்பின் வேகத்தை அளப்பதற்கொப்பாகும். மக்களின் பிறப்பை அளவிட முடியுமாயினும், கருத்தரிப்பதற்கான ஆற்றலுக்குத் துல்லியமாக அளவிட மார்க்கமில்லை. ஏனென்றால், கருத்தரிப்பதற்கான ஆற்றல் இல்லாமையே மலடு ஆயினும் இரண்டும் ஒன்றாகவே கருதப்பட்டு குழந்தை இல்லாதவர்களைக் குறிப்பதாகவே பொதுவாகக் கருதப்படுகிறது. மக்களின் வளர்ச்சியை அனுமனரிப்பதற்கும் எதிர்கால மக்களின் எண்ணிக்கையை மதிப்படுவதற்கும் உற்பத்தி வேக அளவுகள் பெரிதும் தேவைப்படுகின்றன.

உற்பத்திக்கான அளவுகள் : (measures of Certility)

தற்போது மக்கள் இறப்பைப் பற்றித் தெரிவிக்க வேண்டுமென்று அரசு உத்தரவு இட்டதுபோல், மக்களின் பிறப்பு பற்றியும் தெரிவிக்க வேண்டுமென்றுள்ள உத்தரவும் உளது. பிறப்பு குறித்து தேவையான திருப்திகரமான விவரங்கள் இல்லாது போனால், மக்கள் கணிப்பில் கிடைத்த விவரங்களை வைத்தும் உற்பத்தித் திறனை ஒருவாறு அறுதியிட முடியும். சில வேளைகளில் இதற்காகவே தனி ஆய்வுகளும் நடத்தி அனுமானிக்கலாம்.

சீர் செய்யப்படாத பிறப்பு வீதம் : (Crude Birth Rate)

ஒரு குறிப்பிட்ட ஆண்டில் ஒரு குறிப்பிட்ட சமூகத்தில் 'பி' என்ற குழந்தைகள் உயிரோடு பிறந்து, அவ்வாண்டில் உயிரோடு வாழும் சராசரி மக்கள் தொகை 'ம' என்றும் இருக்குமானால், சீர் செய்யப்படாத பிறப்பு வீதத்தைக் கீழ்க் கண்டவாறு கணிக்கலாம்.

$$\text{பிவீ} = \frac{\text{பி}}{\text{ம}} \times 1000 = \frac{\text{B}}{\text{p}} \times 1000$$

குழந்தைகளின் பிறப்பின் எண்ணிக்கை, மக்களின் சராசரி எண்ணிக்கை என்ற விவரங்கள் ஓர் ஆண்டிற்கான விவரங்களாக இல்லாது போனால், அவ்விவரங்களை ஆண்டின் அடிப்படையில் மாற்றியே பிறப்பு வீதம் கணக்கிட வேண்டும்.

இதற்காகக் கொடுத்துள்ள விவரங்களுக்கான காலத்தில் உள்ள மொத்த நாட்களைக் கணித்துப் பின்னர் அந்நாட்களின் எண்ணிக்கையால் 365 ஐ வகுத்துக் கிடைக்கும் அளவால் பெருக்கினால் போதுமானது. நாம் கருதிய காலத்தில் உள்ள மொத்த நாட்கள் (நா) என்று வைத்துக் கொண்டால், ஆண்டின் அடிப்படையில் பிறப்பு வீதத்தைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கலாம்.

$$\text{பிவீ} = \frac{\text{பி}}{\text{ம}} \times \frac{365}{\text{நா}} \times 1000$$

பொதுப் பிறப்புவிதம் : (General Fertility Rate)

மக்களின் பிறப்பு வீதம், மக்கள் தொகையின் அமைப்பைப் பொறுத்து அமையும். அதிலும், விவாகமான பெண்களின் எண்ணிக்கையைப் பொறுத்தே பிறப்பு வீதம் இருக்கும் என்று கூறலாம். ஏனென்றால், ஒரு சமூகத்தில் விவாகமான பெண்களின் எண்ணிக்கை மிகக் குறைவாக இருந்தால் குழந்தைகளின் பிறப்பும் மிகவும் குறைவாகவே இருக்கும். எனவே, ஒரு சமூகத்தில் உள்ள மக்களின் பிறப்பு வீதத்தை நல்ல முறையில் நடைமுறைக்குப் பொருத்தமானதாகப் கணிக்க வேண்டுமெல், கீழ்க்கண்ட முறைகளைப் பின்பற்ற வேண்டும்.

முதலில் பிறந்த குழந்தைகளின் எண்ணிக்கையை சமூகத்தில் உள்ள பெண் மக்களின் மொத்த எண்ணிக்கையோடு ஒப்பிட்டும், பின்னர் குழந்தை உற்பத்திக்கு ஏற்ற பருவமடைந்த பெண்களுடன் ஒப்பிட்டும் தனித்தனியே விகித அளவுகள் கணிக்க வேண்டும். பொதுவாக 15 முதல் 44 வயதுவரை உள்ள பெண்களை 2 குழந்தை பேற்றிற்கான பெண்கள் என்று கருதுவது வழக்கம். சில சந்தர்ப்பங்களில் நல்லொழுக்க முறையில் பிறந்த மொத்தக் குழந்தைகளை விவாகமான பெண்களில் குழந்தைப் பேற்றிற்கான பெண்களின் எண்ணிக்கையோடு ஒப்பிட்டும் விகித அளவு கணிப்பதுண்டு.

பெண்களின் எண்ணிக்கையின் அடிப்படையில் பிறப்பு வீதம் கணிப்பது போன்று, ஆண்களின் எண்ணிக்கையின் அடிப்படையிலும் பிறப்புவிதம் கணிக்கலாம். இதற்காக 15 முதல் 54 அல்லது 59 வரை உள்ள ஆண்களைக் குழந்தைப் பேற்றிற்கான பருவமுடையவர்களாகக் கருதுவதுண்டு.

ஒழுங்கீனம் : (Illegitimacy)

ஒழுங்கீனத்தையும் குழந்தைகளின் பிறப்பு வீதத்தால் கணிக்கலாம். விவாகம் ஆகாதவர்கள், விதவைகள், விவா

கரத்து செய்துள்ள பெண்களில் குழந்தைப் பேற்றிற்குத் தகுதியான மொத்த பெண்களிடையே பிறந்த மொத்தக் குழந்தைகளின் எண்ணிக்கையைக் வைத்து கணிக்கலாம். இத்தகைய அளவுகள் கணிப்பது இந்திய நாட்டின் பண்பாட்டிற்கு ஒத்துக் கொள்ளாது. ஆனால் மேலை நாடுகளில் இவ்வாறு கணிப்பதும் உண்டு.

மக்களின் பிறப்பு வீதத்தை வயது வாரியாக மக்களைப் பிரித்து, வயது வாரி முறையிலும் கணிக்கலாம். பிறந்தப்பின் வீதத்தை சமூகத்தில் உள்ள மொத்தப்பெண் மக்களின் அடிப்படையில் கணித்தால் அதைப் பொதுவாக பிறப்புவீதம் என்றும், குழந்தைப் பேற்றிற்குத் தகுதியானவர்களின் அடிப்படையில் கணிப்பதாயிருந்தால், அது கரு உற்பத்தி வீதம் (Fertility Rate) எனவும் கருதப்படலாம்.

மறுதலைமுறை உற்பத்தித் திறனளவு : (Measure of Reproduction)

இது வரையில் மக்களின் பிறப்பு வீதத்தையும் கணிப்பது பற்றி ஆய்ந்தோம். மக்களிடையே பிறப்பும் இறப்பும் இருந்த போதிலும் மக்கள் தொகை ஆண்டுதோறும் அதிகரித்துச் செல்கின்றது. ஏனென்றால், ஒரு குறிப்பிட்ட காலத்தில் பிறப்பவர்களின் எண்ணிக்கை இறப்பவர்களின் எண்ணிக்கையை விட அதிகமாக இருப்பதுதான் என்று கூறலாம். இதுவே மக்கள் தொகையில் காணப்படும் இயற்கையான அதிகரிப்பாகும். இத்தகைய இயற்கை வேகத்திற்கான ஓர் அளவையும் கணிக்கலாம்.

மக்களின் பிறப்பளவிற்கும் இறப்பளவிற்கும் உள்ள விகித அளவையே (Ratio) முன்பு, மறு உற்பத்தி அளவு (Rate of Reproduction அல்லது Reproductivity) என்று குறிப்பிடப்பட்டது. இவ்வளவே மக்களின் வளர்ச்சி அல்லது பெருக்கத்திற்குரிய உத்தேச அளவுமாகும்.

மொத்த மறு தலைமுறை உற்பத்தி வீதம் (Gross Reproduction Rate)

ஒரு குறிப்பிட்ட ஆண்டில் உள்ள ஒரு குறிப்பிட்ட வயதுடைய பெண்களுக்குப் பிறந்த பெண் குழந்தைகளின் எண்ணிக்கையை அவ்வாண்டில் அவ்வயதுடைய மொத்தப் பெண்களின் எண்ணிக்கையோடு ஒப்பிட்டு, உற்பத்தித் திறன் கணிக்கலாம். பின்னர், இவ்வளவின் உதவி கொண்டு மக்களின் மொத்த உற்பத்தி வேகத்தைக் கணிக்கலாம்.

$$\begin{array}{ccc}
 \begin{array}{c} \text{எ}_1 \\ \sum \text{பெரு} \\ \text{வ} \end{array} & \begin{array}{c} \text{ஆ} \\ \sum f_i \\ x \end{array} & \begin{array}{c} w_2 \\ \sum f_i \\ x \end{array} \\
 \begin{array}{c} \text{எ}_1 \\ \sum \text{பெரு} \\ \text{வ} \end{array} & \begin{array}{c} \text{ஆ} \\ \sum f_i \\ x \end{array} & \begin{array}{c} w_1 \\ \sum f_i \\ x \end{array} \\
 \text{fix} = & \text{பெரு} & \text{ஒரு குறிப்பிட்ட ஆண்டில் ஒரு குறிப்} \\
 & \text{வ} & \text{பிட்ட வயதுடைய பெண்கள் பெற்ற பெண்} \\
 & & \text{குழந்தைகளின் பிறப்பு வீதம்.} \\
 w_1 = \text{எ}_1 & : \text{பெண்களின் உற்பத்திப் பருவத்திற்கான} & \\
 & \text{குறைந்த வயது (15)} & \\
 w_2 = \text{எ}_2 & : \text{பெண்களின் உற்பத்திப் பருவத்திற்கான} & \\
 & \text{கூடுதல் வயது (45)} &
 \end{array}$$

நாம் இங்கு எடுத்துக் கொண்டது பிறந்த பெண் குழந்தைகளின் எண்ணிக்கையை மாத்திரமே. மாறாக, பிறந்த ஆண், பெண் என்ற இரு பாலரையும் சேர்த்து எடுத்துக் கொண்டால், இம்முறையில் கணித்துக் கிடைத்த அளவை மொத்தக் குழந்தைகளில் பெண் குழந்தைகளின் பிறப்பிற்கான விகிதாச்சாரத்தால் பெருக்க வேண்டும். வயது வாரி அடிப்படையில் அளவுகளைக் கணிப்பதாக இருந்தால், ஒவ்வொரு அளவையும் வயதுவாரி வகுப்புகளின் அகலத்தால் (class interval) அல்லது ஒவ்வொரு வகுப்பிலும் உள்ள ஆண்டுகளின் எண்ணிக்கையால் பெருக்க வேண்டும்.

இந்த மொத்த மறுதலைமுறை உற்பத்தி அளவை வேறு கோணத்தில் நின்று ஆராயலாம். பெண்கள் மாத்திரம் கொண்ட ஒரு பகுதியைப் பிறப்பிலிருந்து அவர்களின் கரு உற்பத்திப் பருவத்தின் கடைசி ஆண்டு வரை ஆராய்வோம். மேலும், இக்காலத்தில் அவர்களிடையே எந்த விதமான இறப்பும் இல்லையென வைத்துக் கொள்வோம். மேலும் அவர்கள் கருத்தரிக்கும் பருவத்தில் பிறக்கும் பெண் குழந்தைகளின் பிறப்பு வீதம், அவர்களின் வயதுவாரி அடிப்படையில் உள்ள பெண் குழந்தை பிறப்பு வீதம் போன்றே இருப்பதாகவும் கருதுவோம். இந்நிலையில் மறு உற்பத்திக்கான அளவு, பிறந்த பெண்களின் எண்ணிக்கையை நாம் முதலில் எடுத்துக் கொண்ட எண்களடங்கிய பகுதியில் உள்ள மொத்தப் பெண்களின் எண்ணிக்கையோடு ஒப்பிட்டால் கிடைக்கும் விகிதமாகும். இதை வேறு விதமாகக் கூறினால், பிறப்பிலிருந்து கருத்தரிக்கும் கடைசிக் காலம் வரையில் எந்த விதமான

இறப்பு இல்லாதிருக்கும்போது இரு தலைமுறைகளில் பிறக்கும் பெண் குழந்தைகளின் மொத்த எண்ணிக்கைக்குரிய விகிதம் அளவாகும். இந்த அளவிலும் குறையில்லாமில்லை.

கீழே உள்ள எடுத்துக் காட்டைப் பார்ப்போம்.

எடுத்துக்காட்டு 1.

வயதுவாரி வகுப்பு	வயதுவாரி பெண் பிறப்பு வீதம் × 1000	வயதுவாரி உற்பத்தித் திறன்	வயதுவாரி உற்பத்தித் திறன் வகுப்பின் இடை வெளி (5 ஆண்டு)	வயதுவாரி பெண் குழந்தைகள் உற்பத்தித் திறன்
1.	2.	3.	4.	5.
10—14	5	0.005	0.025	0.0120
15—19	90	0.090	0.450	0.2195
20—24	190	0.190	0.950	0.4644
25—29	160	0.160	0.800	0.3284
30—34	100	0.100	0.500	0.2402
35—39	50	0.050	0.250	0.1287
40—44	10	0.010	0.050	0.0218
45—49	5	0.005	0.025	0.0120
மொத்தம்	610	0.610	3.050	0.4870

மக்களிடையே பால் விகிதம் ஆண் : பெண் : 105 : 100

$$\text{கட்டம் 3} = \frac{\text{கட்டம் 2}}{1000}$$

$$\text{கட்டம் 4} = \text{கட்டம் (3)} \times 5$$

$$\text{கட்டம் 5} = \frac{\text{கட்டம் 4} \times 100}{205}$$

$$\text{மொத்த மறு உற்பத்திவீதம்} = 1.4870$$

$$\frac{0.610 \times 5 \times 100}{205} = 1.4870$$

இதிலிருந்து நாம் தெரிந்துகொள்வது என்னவெனில் 1000 பெண்கள் 1487 பெண் குழந்தைகளை பெறுகின்றனர் என்பதே.

நிகர மறு தலைமுறை உற்பத்தி வீதம் : (Net Reproduction Rate)

நாம் முன்னம் கணித்த மொத்த மறு தலைமுறை உற்பத்தி வீதத்தில், பிறந்த பெண்கள் யாவரும் பிறந்ததிலிருந்து கரு உற்பத்தியின் கடைசி காலம் வரையில் இறக்கவில்லை என்ற அடிப்படையில் மறுதலைமுறை உற்பத்தி வீதம் கணித்தோம். இது சரியன்று. ஏனென்றால், பெண்கள் பிறந்ததிலிருந்து உற்பத்தி வரையிலும் இறக்காமலிருப்பதில்லை. எனவே பிறந்தவர்கள் யாவரும் உயிரோடிருப்பதாகக் கருதாமல் இறந்தவர்கள் போக எஞ்சியிருப்பவர்களை மாத்திரம் கவனித்து அந்த அடிப்படையில் மறுதலைமுறை உற்பத்தி வீதம் கணித்தால் அது இயற்கைக்குப் பொருத்தமுடையதாய்த் தோன்றும். எனவே இதை நிகர மறு உற்பத்தித்திறன் என அழைக்கின்றனர். பெண்களில் இறந்தவர்கள் போக ஒவ்வொரு வயது முடிவடையும்போதும் உயிரோடிருப்பவர்களைக் கணிப்பதற்கு, ஆண்டின் ஆரம்பத்தில் உள்ள மக்களின் எண்ணிக்கையை அவ்வாண்டு பூராவும் உயிரோடிருப்பதற்குரிய சாதியக் கூற்றால் பெருக்க வேண்டும். முன்னம் உள்ள அதே எடுத்துக்காட்டை மீண்டும் பார்ப்போம்.

எடுத்துக்காட்டு 2

வயது வாரி (1)	வயது வாரி ஒருப்பின் பிறப்பு வீதம் × 1000 (2)	வயதுவாரி வகுப்பில் உற்பத்தித் திறன் (3)	உயிர் வாழ்ந்தவர் களுக்கான சாத்தியக் கூறு (4)	வயதுவாரி வகுப்பில் உயிர் வாழும் உற்பத்தித் திறன் (5)	உற்பத்தித் திறன் × 5 (6)	வயதுவாரி பெண் குழந் தைகள் மறு உற்பத்தித் திறன் (7)
10-14	5	0.005	0.9690	0.00485	0.02425	0.01180
15-19	90	0.090	0.9650	0.08685	0.43425	0.21183
20-24	150	0.190	0.9600	0.18240	0.91200	0.44487
25-29	160	0.160	0.9800	0.14880	0.74400	0.36292
30-34	100	0.100	0.9250	0.09250	0.46250	0.22561
35-39	50	0.050	0.9125	0.04568	0.22815	0.11198
39-44	10	0.010	0.9050	0.00908	0.04540	0.02215
45-49	5	0.005	0.9050	0.00452	0.02260	0.01100
மொத்தம்	610	0.610	—	0.57463	2.87315	1.40146

எனவே இவர்கள் கருத்தரிக்கும் பருவம் முடிவடைவதற்
குள் பெறும் பெண் குழந்தைகளின் மொத்த எண்ணிக்கை.

$$= 2(15) \times (15) + 2(16) \times 11(16) + \dots\dots\dots$$

$$= 50$$

$$\sum_{v} 2(a) \times 11(b)$$

$$50$$

$$v = 15$$

$$\sum_{a=15} p(a) \times m(a)$$

கீழே உள்ள அட்டணையை நோக்குவோம்.

வயது வாரி வகுப்பு	100,000 பெண்களுக் குப் பிறந்த குழந்தைகள்	'0' வயதுடைய பெண்கள் வகுப்பைத் தாண்டுவதற் குரிய சாத்தியக் கூறு	வயதுவாரி வகுப் பைப் பெறும் பெண் குழந்தைகளின் எண்ணிக்கை
10—14	500	0.9690	2429
15—19	9000	0.9650	48425
20—24	19000	0.9600	91200
25—29	16000	0.9300	74400
30—34	10000	0.8250	46250
35—39	5000	0.9125	22812
39—44	1000	0.9080	4540
45—49	500	0.9050	2232
			287811

ஒரே சமயத்தில் பிறந்த 100,000 பெண்கள் நடப்பு முறை
யில் உள்ள பிறப்பு இறப்பு வீத அடிப்படையில் 287811 பெண்
குழந்தைகளைப் பெறுவார்கள் என்று தெரிகிறது. எனவே ஒரு
பெண் சராசரியாக $\frac{287811}{100000} = 2.87811$ பெண் குழந்தைகளைப்
பெறுவாள் என்பது தெரிகிறது. முதல் தலை முறைக்கும்
அதற்கு முன் உள்ள தலை முறைக்கும் பெண்கள் பிறப்பிற்
கான விகிதம் 'நிகர மறு உற்பத்தி வீதம்' (R_0) என அழைக்கப்
படும். (மதஉ.)

குறிப்பு: முன்னம் கொடுத்துள்ள அதே எடுத்துக்காட்டை இப்போதும் கவனித்துள்ளோம். எனினும் கிடைத்த விடையில் வேறுபாடு மிகப் பெரியதாகத் தெரிகிறது. முன்னம் கவனித்த எடுத்துக் காட்டில் பிறந்த குழந்தைகள் ஆண், பெண் என்ற இருபாலையும் சார்ந்ததாகக் கருதிக் கணித்தோம். இப்போதுள்ள எடுத்துக்காட்டில் பிறந்த குழந்தைகள் யாவும் பெண்களே என்ற அடிப்படையில் கவனித்தோம். இப்போதுள்ள எடுத்துக்காட்டில் பிறந்த குழந்தைகள் ஆண், பெண் என்ற இருபாலையும் சார்ந்ததாகக் கருதினால், பால்விகித அளவைப் பயன்படுத்தினால் போதுமானது.

$$\text{பெண் பால் விகித அளவு} : \frac{100}{205}$$

மொத்த பெண் குழந்தைகள் = மொத்த குழந்தைகள் $\times$ பெண் பால் விகிதம்.

$$= \frac{287811 \times 100}{205}$$

$$= 140151$$

எனவே நிகர மறுதலை உற்பத்தி வீதம் : 1.40

மறுதலைமுறை நிகர உற்பத்தி =

$$Ro = \text{மதஉ}_0 = \frac{1}{\frac{\text{பெ0}}{\text{உ}}} \times \frac{\sum_{\text{எ1}}^2 \text{பெவி} \times \text{பெஉ}}{\text{வ} \times \text{வ}}$$

$$= \frac{1}{\text{flo}^t} \times \frac{\sum_{\text{w1}}^2 \text{fi} \times \text{t}}{\text{x}} \times \frac{\text{f1}^t}{\text{x}}$$

$(\text{fl}^0) = \frac{\text{பெ0}}{\text{உ}} =$ ஓர் குறிப்பிட்ட (ஆ) ஆண்டில் ('0') வயதுடைய பெண்கள்.

$\frac{\text{பெவி}}{\text{வ}} (\text{fi}) =$ ஓர் குறிப்பிட்ட ஆண்டில் (ஆ) ஒரு குறிப்பிட்ட ('வ') வயதுடைய பெண்கள் பெற்ற பெண் குழந்தைகளின் பிறப்பு வீதம்.

$\frac{\text{பெஉ}}{\text{வ}} (\text{f1}) =$ ஓர் குறிப்பிட்ட (ஆ) ஆண்டில், பெண்கள் 'வ' என்ற வயதை அடைவதற்குரிய சாத்தியக் கூறு.

$w_1 = e_1 =$ கருத்தரிக்கும் பருவ ஆரம்ப வயது.

$w_2 = e_2 =$ கருத்தரிக்கும் பருவஇறுதி வயது.

அடுத்தடுத்த இரு தலைமுறைகளின் பெண் குழந்தைகளின் பிறப்பின் விகித அளவே மறுதலைமுறை நிகர உற்பத்தியளவாகக் கருதப்படுகிறது என்பது தெளிவாகும். மேலும், ஓர் குறிப்பிட்ட ஆண்டில் நிலவும் பிறப்பு இறப்பு விகிதங்களே முதல் தலைமுறையிலும் நிலவும் என்ற அடிப்படையிலே இது கணிக்கப்படுகிறது என்ற உண்மையையும் புரிந்து கொள்ளல் வேண்டும். மேலும் உற்பத்தி வீதம் (R_0) 1 ஐ விட அதிகமாக இருக்குமானால் மறுதலை முறையில் பிறந்த பெண்களின் எண்ணிக்கை முதல் தலைமுறையில் உள்ள மொத்த பெண்களின் எண்ணிக்கையைவிட (l_0) அதிகம் என்று கூறலாம். இது போன்று R_0 அளவிலிருந்து அடுத்த தலைமுறையில் பிறந்த பெண் குழந்தைகளின் எண்ணிக்கை முதல் தலைமுறையில் உள்ள பெண்களின் எண்ணிக்கையை விட கூடுதலா அல்லது குறைவா அல்லது அதற்குச் சமமானதா என்பதை அறுதியிடலாம்.

நடைமுறை ஆண்டில் உள்ள பிறப்பு, இறப்பு அடிப்படையிலேதான் R_0 -ஐ மக்கள் பெருக்கத்தின் அளவாகக் கருதலாம். இதை வைத்து வருங்கால மக்கள் தொகையை அறுதியிட முடியாது. ஏனென்றால் நடப்பு ஆண்டில் நிலவும் வயதுவாரி அடிப்படை பிறப்பு விகிதம் எப்போதும் நிலையாக இருப்பதில்லை. நிகர மறுதலைமுறை உற்பத்தி அளவும் மொத்த மறுதலைமுறை உற்பத்தியளவைப் போன்று குறைபாடு உடையதென்றாலும், நடைமுறையில் பெரிதும் இதுவே கையாளப்படுகிறது என்றே கூற வேண்டும்.

நிலையான மக்கள் தொகை : (Stable Population)

முதல் தலைமுறையில் பிறந்த பெண் குழந்தைகளின் எண்ணிக்கையை அதற்கு முன் தலைமுறையில் ஆரம்ப காலத்தில் உள்ள பெண்களின் எண்ணிக்கையால் வகுத்துக் கிடைப்பது நிகர மறுதலைமுறை உற்பத்தி வீதம் (R_0) எனக் கண்டோம். அடுத்த தலைமுறையில் பிறந்த பெண் குழந்தைகள் யாவும் அதற்கு முன் தலைமுறையில் உள்ள அன்னைகளுக்கு (N) ஒரு குறிப்பிட்ட வயதில் (t) ஒரே நேரத்தில் பிறப்பதாகக் கருதுவோம். எனவே ' N ' எண்ணிக்கையுடைய முன் தலைமுறைப் பெண்களுக்கு ' t ' வயதில் $N \times R_0$ பெண் குழந்தைகள் ஒரே நேரத்தில் பிறந்ததாகக் கருதலாம். பின்னர் இந்த $N \times R_0$

பெண் குழந்தைகள் அவர்களுடைய 't' வயதில் $N \times R_0$ பெண் குழந்தைகளைப் பெறுவதாகக் கருதலாம். இவ்வாறே தொடர்ந்து கணித்துச் செல்லலாம்.

உண்மையில் இது சரியன்று. ஏனென்றால் பிறப்புகள் யாவும் ஒரே நேரத்தில் நடப்பவையல்ல. அவர்கள் கருத் தரிக்கும் பருவ காலங்களில் நடப்பவையே. மேலும் $N \times R_0$ பெண் குழந்தைகள் யாவும் ஒரே ஒத்த வயதையுடையவர்களாகவும் இருக்க முடியாது. என்றாலும் காலக் கிராமத்தில், பல தலைமுறைகள் கழித்து கடைசியில் ஓர் எல்லையை நெருங்கும்போது மக்கள் தொகை ஒரு சமயத்தில் (i) ஒரு குறிப்பிட்ட வீதத்தில் r தொடர்ந்து அதிகரிப்பதாக இருக்கும்.

அப்போது அதிகரிக்கும் வேகம் :

$$r = \frac{1}{N(t)} \times \frac{d}{dt} (N(t))$$

மேலும், கடைசி எல்லையை நெருங்கும்போதும் மக்கள் தொகையில் வயது வாரியின் அடிப்படையில் பரவலும் ஒரு நிலையானதாகவே இருக்கும். இவ்வாறு எல்லையை அணுகும் போது ஒரு குறிப்பிட்ட வயது வாரி தன்மையுடைய மக்கள் தொகை நிலையான மக்கள் தொகை (Stable Population) எனப்படும்.

இயற்கைப் பெருக்கத்தின் உண்மையான அளவு : True Rate of natural Increase)

இத்தகைய நிலையான மக்கள் தொகுதியின் பிறப்பு வீதமும் இறப்பு வீதமும் ஒரு நிலையான அளவுடையதாகவே இருக்கும், ஏனென்றால் ஓர் கடைசி எல்லையைத் தாண்டும்போது வயது வாரி பரவல் ஒரு நிலையானதாக இருக்கும். இத்தகைய மக்கள் தொகுதியின் பிறப்பு வீதத்தை (b) இறப்பு வீதத்தை (d) என்றும் குறிப்பிடுவோம். மேலும், அப்போதுள்ள மக்கள் தொகுதியையும் (N_0) என்றே அழைக்கலாம். (o = origin : ஆரம்பம்) பின்னர் $r = b - d$ என்ற அளவே மக்களின் இயற்கையான பெருக்கத்தின் உண்மையான வீதமாகும்.

இதுவரை நாம் ஆராய்ந்த மறுதலைமுறை உற்பத்தி வீதம் ஒரு தலைமுறையையே கால அளவாகக் கருதி கணித்தவையே. என்றாலும் ஒரு தலைமுறையின் சராசரி காலம் இடத்திற்கு ஏற்றவாறும் காலத்திற்கு ஏற்றவாறும் மாறுபடும். மக்களின் ஒரு குறிப்பிட்ட வயது வாரி பரவலில் உள்ள பிறப்பு, இறப்பு வீதங்கள் அடிப்படையில், ஓர் ஆண்டில் இயற்கையாக ஏற்

படும் மக்கள் பெருக்கத்திற்கான அளவை உண்மையான அளவு Intrinsic Rate or true rate என்று கூறலாம். மக்கள் தலைமுறை தொடர்ந்து ஓர் எல்லையை நெருங்கும்போது இத் தகைய பெருக்க வீதமே நிலவுவதால் இது உண்மையான அளவு என அழைக்கப்படுகிறது.

தலைமுறையின் சராசரி ஆயுள் காலம் : Average length of a generation

ஒரு தலைமுறையின் சராசரி ஆயுள் காலம் பெண்கள் பெண் குழந்தைகள் பெறும் சராசரி வயதிற்கு ஏகதேசம் சமமாக இருக்கும். இதற்கான விதிமுறை கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

$$\frac{1}{R_0} \times \frac{1}{\sum_{i=0}^{\infty} \frac{w_i}{w_1} x f_{ix} l_x^t} = \frac{1}{\text{மதஉ}_0} \times \frac{1}{\text{பெ}_0} \times \frac{\sum_{i=1}^{\infty} \text{வ} \times \text{பெபி}}{\text{வ}} \times \frac{\text{ஆ}}{\text{பெஉ}_\text{வ}}$$

7. மக்கள் தொகை மதிப்பீடும் நீண்டகால முன்னோடி கணித்தலும்: Population Estimates and Projections.

பத்து ஆண்டுகளுக்கு ஒரு முறை மக்கள் கணிப்புப் பெரும் பான்மையும் நடைபெறும். ஆனால் நாட்டில் ஆக்கப்பணிகள் ஆண்டுதோறும் நடைபெறும். இதற்கான திட்டப் பணிகள் அவ்வப்போது தீட்டப் பெறவேண்டும். இதற்கு அவ்வப்போதுள்ள மக்கள் தொகை தெரிந்தாக வேண்டும். ஏனென்றால், மக்களின் தேவைக்கேற்றவாறே திட்டங்கள் தீட்டப் பெறவேண்டும். ஆனால் மக்கள் தொகை நிமிடத்திற்கு நிமிடம் பெருகிக் கொண்டே செல்லுகின்றது. இத்திலையில் ஒரு குறிப்பிட்ட ஆண்டில் உள்ள மக்கள்தொகையைச் சரிவர அடிக்கடி கணிக்க முடியாதுபோயினும் மக்கள் தொகை குறித்து ஒரு மதிப்பீடாவது தெரிந்தால் நலம் பயக்கும், சில திட்டங்கள் நீண்ட காலத்திட்டங்களாகும். இத்தகைய திட்டங்கள் நிறைவேற்ற பல ஆண்டுகள் ஆகலாம். திட்டம் தீட்டும் காலத்திற்கும், நிறைவேறும் காலத்திற்குமிடையே பல ஆண்டுகள் இடைவெளியிருக்கலாம். இவ்விடைவெளி காலத்தில் மக்கள் தொகையோ பெரிய அளவில் ஏறிவிடும். நமது திட்டம் நல்லதோர் திட்டமாக அமையவேண்டுமானால், நிறைவேறும் காலத்தில் உள்ள மக்கள் தொகையைக் கருதி

தீட்டப் பெற்றதாக இருக்க வேண்டும். இவ்வாறு வருங்காலத்தின் மக்கள் தொகையை முன் கூட்டியே கணித்து அறிவது இன்றியமையாத தொன்றாகத் தெரிகிறது. இவ்வாறு வருங்கால மக்கள் தொகையை முன்னோடிக் கணிக்கும் முறையே இன்று அரியதொரு பணியாக உளது. எனவே நாமும் இது குறித்துத் தெரிந்து கொள்ளல் நலம்.

பெரும்பான்மையும், இரண்டு மக்கள் கணிப்பிற்கிடையே யுள்ள காலத்திற்காகவும், அண்மையில் நடந்தேறிய ஒரு மக்கட் கணிப்பை அடுத்து வரும் ஆண்டுகளுக்காகவும் மக்கள் தொகை பற்றி மதிப்பீடுகள் செய்யப்படுவதுண்டு. மேலும், இனிமேல் வரப்போகும் ஆண்டுகளில் மக்கள் தொகை பற்றியும் முன்னோடியே மதிப்பிடுவதுண்டு. இவ்வாறு மக்கள் தொகையை மதிப்பிடுவதற்காகப் பல வழி முறைகள் உள்ளன. இவ்வாறு ஒரு நாட்டிற்காகவோ அல்லது நாட்டின் ஒரு பகுதிக்காகவோ அல்லது ஒரு சமூகத்தினருக்காகவோ மக்கள் தொகை மதிப்பீடு செய்யப்படலாம்.

எந்தவிதமான விவரங்களும் இல்லாத காலங்களில். நிருவாகத்தினராலும், மற்றும் வல்லுனர்களாலும். மேலும் விரைந்த அளவில் பிரயாணம் செய்வோர்களாலும் உத்தேசமாக மக்கள் தொகை மதிப்பிடப்படுவதுண்டு. இத்தகைய உத்தேச கணிப்பெல்லாம் தங்களுடைய அனுபவத்தின் அடிப்படையிலும் மேலும் தாங்கள் அறிந்து கேட்ட விவரங்களின் அடிப்படையிலும் அமைந்ததாக இருக்கும். இது குறித்துச் சரியான முறையில் கருத்துத் தெரிவிப்பதும் கடினமாகும்.

தேசிய மதிப்பீடும் முன்னோடிகணிப்பும் :

ஒரு தேசத்தைப் பொறுத்தளவில் தேசத்திற்கான மக்கள் தொகை மதிப்பீடும் முன்னோடிகணிப்பும் மிகத் தேவையானதாகும். இத்தகைய மதிப்பீட்டிலும், கணிப்பிலும், நாட்டில் உள்ள மொத்த மக்களின் எண்ணிக்கை மாத்திரமல்லாது, மக்களின் பால், வயது, சமூகம் என்ற பல இனவாரி அடிப்படையிலும் விவரங்கள் மதிப்பீடு செய்யப்படவேண்டும். இத்தகைய மதிப்பீடுகளுக்கு, முன்பு மக்கள் கணிப்பின்போது சேகரித்த விவரங்களும், அவ்வப்போது மக்கள் பிறப்பு, இறப்பு குறித்துச் சேகரிக்கப்படும் விவரங்களும் ஆதார விவரங்களாகப் பயன்படும்.

இரு கணிப்பு காலங்களின் இடைக்கால மதிப்பீடு : Inter Censal Estimates

பாகமுறை (component Method)

இரு மக்கட்கணிப்புகளிடையே உள்ள மக்கட்தொகையை கணிப்புக்களின் இடைவெளிக் காலத்தில் உள்ள பிறப்பு, இறப்பு, குடியேறுவோர், வெளியேறுவோர் குறித்துக் கிடைத்த விவரங்கள் சரியானவையாக இருக்குமேயானால், இரு மக்கட்கணிப்பில் கிடைத்த மொத்த மக்கள் தொகையை ஒரு சமன் பாட்டால் இணைக்கலாம். முதற் கணிப்பின்படி மக்கள் தொகை = $m_1 = p_1$

இரண்டாவது கணிப்பின்படி மக்கள் தொகை: $m_2 = p_2$

இரண்டு மக்கள் கணிப்பிற்கிடையேயுள்ள இடைவெளிக் காலம் : k ஆண்டுகள். (1)

இக்காலங்களில் பிறந்தோர் எண்ணிக்கை = $p_1 = B$

இக்காலங்களில் இறந்தோர் எண்ணிக்கை = $i_1 = D$

இக்காலங்களில் குடிபுகுந்தோர் எண்ணிக்கை = $v = I$

இக்காலங்களில் வெளியேறியோர் எண்ணிக்கை = $p_2 = E$

$$m_2 = m_1 + p_1 - i_1 + v - p_2$$

$$= m_1 + (p_1 - i_1) + (v - p_2)$$

$$P_2 = P + (B - D) + (I - E)$$

பிறப்பு, இறப்பு குடிபுகுவோர், குடிசெல்வோர் குறித்துச் சரியான விவரங்கள் கிடைக்குமானால் மேற்கூறிய சமன்பாட்டின் உதவி கொண்டு, இரு மக்கட் கணிப்பிற்கிடையேயுள்ள எந்த ஆண்டிற்கான மக்கள் தொகை குறித்து எளிதில் மதிப்பீடு செய்யலாம். இங்கு பிறப்பு இறப்புகளிடையே காணப்படும் வேறுபாட்டை ($p_1 - i_1$) 'இயற்கை ஏற்றம்' (Natural Increase) என்றும் குடிபுகுவோர் வெளியேறுவோர் களிடையே காணப்படும் வேறுபாட்டை ($v - p_2$) நிகர குடிபெயர்தல்' (Net Migration) என்றும் கூறலாம். என்றாலும், பலவித காரணங்களால் பிறப்பு, இறப்புகள் பற்றிக் கிடைத்துள்ள விவரங்கள் தரத்தில் உயர்ந்தவையாக இருக்கா. இதுபோன்றே குடிபுகுவோர், வெளியேறுவோர் குறித்துள்ள விவரங்கள் என்றுதான் கூறவேண்டும். இத்தகைய காரணங்களால் நாம் முன்னம் கூறிய சமன்பாடு பொருத்தமுடையதாக இருக்காது. சமன்பாடு பொருத்தமுடையதாக இருந்தால் கீழ்க்கண்ட நிலை ஏற்படும்.

$$m_2 - m_1 = (p_1 - i_1) + (v - p_2)$$

$$= p_1 - i_1 + q. \quad (q = v - p_2)$$

விவரங்கள் சரியில்லாதிருக்கும்போது, மேலே கொடுத்துள்ள சமன்பாடு பொருத்தும். இருபக்கங்களுக்கிடையே வேறுபாடு நிலவும், பிறப்பு இறப்பு விவரங்களிடையே காணப்படும் குறைகளைத் திருத்திய பின்பும் இத்தகைய வேறுபாடு இருக்கலாம். இத்தகைய வேறுபாட்டை நிறைகுறை (நிகு) (Error of closure) எனலாம். எனவே

$$\begin{aligned}(\text{நிகு}) &= (m_2 - m_1) - (பி - இ + கு) \\ C &= (P_2 - P_1) - (B - D + M)\end{aligned}$$

இந்த நிறை குறைக்கான காரணங்கள் பலவாக இருக்கும். மக்கட் கணிப்பில் காணப்படும் குறைகள், பிறப்பு, இறப்புகளில் உள்ள குறைபாடுகள், குடிபெயர்தலில் காணப்படும் குறைகளும் காரணங்களாக இருக்கலாம். இவ்வாறு இரு கணிப்பின் போது காணப்படும் நிறைகுறை அளவை, இக் கணிப்புக் காலங்களிடையே உள்ள ஆண்டுகளிடையே ஒவ்வோர் ஆண்டிலும்குடியேறுவோர்களின் விகிதாச்சார அடிப்படையில் பிரிக்கலாம். பின்னர் இரு கணிப்புக் காலங்களிடையேயுள்ள எந்த ஒரு ஆண்டிற்குமான மக்கள் தொகையை மதிப்பிடலாம்.

$$m_{\text{ஆ}} = m_1 + \frac{(பி - இ + கு)}{\text{ஆ}} + \text{நிகு}_{\text{ஆ}}$$

ஒர் ஆண்டின் சூலை மாத முதல் திக்கே இத்தகைய இடைக்கால மதிப்பீடுகள் செய்யப்படும். ஆரம்பத்தில், முதல் மக்கட் கணிப்பு நடந்த நாட்களுக்கும் சூலை முதல் தேதிக்கும் இடையேயுள்ள காலத்தை வைத்து முதலில் வரும் சூலை முதல் தேதிக்கான மதிப்பீடு செய்து பின்னர் அடுத்து வரும் ஒவ்வோர் ஆண்டும் சூலை முதல் தேதிக்கான மதிப்பீடுகள் செய்வது மரபு.

கணிதமுறை (Mathematical Method)

தேவையான விவரங்கள் சரியான நிலையில் கிடைக்கப் பெற்றால் முன்னம் கூறிய பாக முறையையே பெரிதும் பயன்படுத்தலாம். மக்கள் தொகையை பாதிக்கும் இனங்கள் குறித்து விவரங்கள் சரியாக கிடைக்கப் பெறுவதால் இம்முறையைப் பயன்படுத்துவதுதான் பொருத்தமுடையதாகும். ஆனால் கணித முறைகளில் எல்லா ஆண்டுகளுக்கும் ஒரே சீரான வேறுபாட்டளவையேக் கையாளுவோம். என்றாலும் இதில் நிறைகுறைக்கு இடமில்லை. நடை முறைக்கும் எளிதானதாகும்.

இரு மக்கட் கணிப்பு நடந்த காலங்களுக்கிடையே மக்கள் தொகை ஒரே சீரான அளவில் ஏறுகிறது என்று தகுந்த ஆதாரங்கள் மூலம் தெரிந்தால், இக்கணிப்பு காலங்களுக்கிடையே யுள்ள ஆண்டுகளின் மக்கள் தொகையை ஒரு நேர் கோட்டுச் சமன்பாடு விதி மூலம் ஏகதேசம் பொருத்தமாக மதிப்பிட முடியும். இவ்வித நேர்கோட்டுக் கூட்டு முறையை இடைவெளியாண்டுகளின் உள்ள மொத்த மக்கள் தொகையை மதிப்பிடுவதோடல்லாமல், பால் இனம், வயது வாரி அடிப்படையிலும் ஒவ்வொரு பிரிவிற்கும் மக்கள் தொகையை மதிப்பிட முடியும். இவ்வாறு ஒவ்வொரு பிரிவிற்கும் தனித்தனியாக கணித்த மதிப்பீடுகளையெல்லாம் கூட்டினால் தொகுதியின் மொத்த மதிப்பீடு கிடைக்கும்.

$$m_{\text{பு}}^{+இஆ} = m_{\text{பு}} + \frac{இஆ}{ஆ} (m_{\text{பு}}^{+ஆ} - m_{\text{பு}})$$

$$P_s = P_s + \frac{t_i}{t} (P_s^{+t} - P_s)$$

$P_s = m_{\text{பு}}^{+இஆ}$ = இடைவெளியாண்டில் ஒரு பகுதியின் மக்கள் தொகை.

$P_s = m_{\text{பு}}$ = முதல் கணிப்பின் போது அப்பகுதியின் மக்கள் தொகை.

$P_s^{+t} m_{\text{பு}}^{ஆ}$ = இரண்டாவது கணிப்பின் போது அப்பகுதியின் மக்கள் தொகை.

$t = ஆ$ = இரு மக்கட் கணிப்பு காலங்களிடையேயுள்ள ஆண்டுகள்.

$t_i = இ$ = இரு கணிப்பிற்கிடையேயுள்ள ஒரு குறிப்பிட்ட இடைவெளியாண்டு.

$$\sum_{\text{பு}} m_{\text{பு}} = \sum P_s = P$$

$$\sum_{\text{பு}} m_{\text{பு}}^{+ஆ} = m_{\text{பு}}^{+ஆ} \sum P_s^{+t} = P^{+t}$$

$$\sum_{\text{பு}} m_{\text{பு}}^{+ஆ} = \sum \left[m_{\text{பு}} + \frac{இஆ}{ஆ} (m_{\text{பு}}^{+ஆ} - m_{\text{பு}}) \right]$$

$$\begin{aligned}
 &= \sum_p m + \frac{இஆ}{ஆ} \left(\sum_p m^{+ஆ} - \sum_p m \right) \\
 &= m + \frac{இஆ}{ஆ} (m^{+ஆ} - m) \\
 &\quad + ஆ \\
 &= m
 \end{aligned}$$

பெருக்கல் வீத ஏற்றம் (Geometric Growth)

பல ஆண்டுகளின் மக்கள் தொகைக்கான ஓர் வரை படம் வரைந்தால், மக்கட் கணிப்புக் காலங்களிடையே மக்கள் தொகை கூட்டல்வீதத்தில் பெருகுவதற்கு பதிலாகப்பெருக்கல் வீதத்தில் அதிகரிப்பதுபோல் தோன்றலாம். இவ்வாறு ஒரு ஆண்டிற்கான பெருக்கல் வீத அளவை 'பெ' என்று குறிப்பிட்டால் இடைவெளியில் உள்ள குறிப்பிட்ட ஆண்டிற்கான மக்கள் தொகையை கீழ்க்கண்ட விதி முறை கொண்டும் மதிப்பிடலாம்.

$$P^{+n} = P(1+r)^n; \quad m^{+ஆ} = m(1+பெ)^{ஆ} = (1+r)^n = \frac{P^{+n}}{P}$$

எனவே

$$(1+பெ)^{ஆ} = \frac{m^{+ஆ}}{m}$$

$$(1+பெ) = \left(\frac{m^{+ஆ}}{m} \right)^{\frac{1}{ஆ}} (1+r) = \left(\frac{P^{+n}}{P} \right)^{\frac{1}{n}}$$

$$பெ = \left(\frac{m^{+ஆ}}{m} \right)^{\frac{1}{ஆ}} - 1. \quad r = \left(\frac{P^{+n}}{P} \right)^{\frac{1}{n}} - 1.$$

முன்பு கூறியதுபோல் இடைக்காலத்தில் ஏதாவது ஓர் ஆண்டிற்கான மொத்த மக்கள் தொகையை மதிப்பிடுவதற்கு மாத்திரமல்லாமல், பால், வயது, இனம் என்ற வகைகளில் உள்ள ஏதாவது ஒரு பிரிவிிற்கான மக்கள் தொகையும் மதிப்பிட முடியும்.

$$பெ_p = \left(\frac{m_p^{+ஆ}}{m_p} \right)^{\frac{1}{ஆ}} - 1$$

$$\frac{+ஆ}{ப} = ம \frac{(1 + பெ)}{ப} ஆ$$

பெ = ஒரு ஆண்டிற்கான பெருக்கல் வீத அளவு

என்றாலும் வெவ்வேறு கணிப்பு காலங்களிடையேயுள்ள பெருக்கல் வீத அளவுகள் ஒன்று போல் இரா. எனவே தான் எல்லாப் பிரிவுகளுக்கும் தனித்தனியே பெருக்கல் வீத முறைப் படி கணித்த மதிப்பீடுகளைக் கூட்டினால், தொகுதியின் மொத்த மதிப்பீட்டிற்குச் சமமாக இருக்காது. இவ்வேறுபாட்டை ஒவ்வொரு பிரிவிற்கும் வீத முறையில் (Pro-rata) பங்கிடலாம்.

மக்கட் கணிப்பு நடந்த ஆண்டை அடுத்துவரும் ஆண்டிற்கான மதிப்பீடு: கணித முறை:

(Post Censal Current Estimate-Mathematical Method)

முன்னம் கூறிய முறைகளில் தேவையான திருத்தங்களைச் செய்து கையாளலாம். இரு கணிப்பு காலங்களிடையேயுள்ள வேறுபாட்டின் அடிப்படையில், அண்மை கணிப்பு காலத்தை அடுத்து வரும் ஆண்டுகளின் மக்கள் தொகையையும் மதிப்பிடலாம்.

$$ம \frac{ஆ + அ}{ஆ} = ம \frac{+ஆ}{ஆ} + \frac{அ}{ஆ} (ம \frac{ஆ}{ஆ} - ம)$$

$$P^j = P^{+l} + \frac{j}{l} (P^{+l} - P)$$

$P^j = ம \frac{ஆ + அ}{ஆ} =$ இரண்டாவது மக்கட் கணிப்பு காலத்தை அடுத்துள்ள ஆண்டின் மக்கள் தொகை.

$P = ம =$ முதல் கணிப்பில் மக்கள் தொகை.

$P^{+l} = ம \frac{+ஆ}{ஆ} =$ இரண்டாவது மக்கட் கணிப்பின் மக்கள் தொகை.

ஆ = இரண்டு கணிப்புகளின் இடைவெளிக்காலம்.

அ = இரண்டாவது கணிப்பை அடுத்துள்ள ஆண்டு

மக்கள் தொகை எளிய கூட்டு முறையில் (Arithmetic) அதிகரிக்குமானால் இம்முறையைப் பயன்படுத்தலாம். மாறாக மக்கள் தொகை பெருக்கல் வீதத்தில் அதிகரிக்குமானால் ஏற்றதான விதிமுறையைப் பயன்படுத்தவேண்டும்.

$$m^+ + a^+ = m^+ (1 + p)$$

$$P^+ = Pj (1 + r)$$

இவ்வாறு பெருக்கல் வீத அடிப்படையில் கணிக்கப்படும் மதிப்பீடு கூட்டு வீத அடிப்படையில் கணிக்கப்படும் மதிப்பைவிட அதிகமாகவே இருக்கும் என்பது தெரிந்ததொன்றே. பெருக்கல் வீத முறை கூட்டுவட்டி (Compound interest) முறையில் தொகை (Amount) கண்டுபிடிப்பதற்கு ஒப்பாகும் என்று கூறலாம்.

மக்கட் தொகை நீண்டகால முன்னோடி கணிப்பு: Population Projection

கணித முறை. முன்னோடி மக்கள் தொகை கணிப்பிற்காக ஆரம்பக் காலங்களில் கையாளப்பட்ட முறைகள் எல்லாவற்றிலும் கணித முறையே அடங்கியுள்ளது எனலாம். கடந்த கால மக்கள் தொகைகளை இணைக்கும் விதியை வருங்காலத்து மக்கள் தொகையைக் கணிப்பதற்கும் பயன்படுத்துவதில் பல குறைகள் நேரலாம்.

இம்முறைகள் மொத்த மக்கள் தொகையைக் கணிப்பதற்குப் பயன்படுமேயொழிய, மக்கள் தொகை அமைப்பில் காணப்பெறும் பால், வயது, இனவாரி பிரிவுகளில் காணும் வேறுபாட்டை விளக்குவதாக அமையா. மேலும் கழிந்த கால விவரங்கள் பல ஆண்டுகளுக்காகவோ அல்லது பல கணிப்பு ஆண்டுகளுக்கானவையாக இருக்கலாம். என்றாலும் நாம் கணிக்கும் விதிமுறை கடந்த கால எல்லா விவரங்களுக்கும் பொருந்தியிராமல் ஏதோ ஒரு சில ஆண்டுகளுக்கு மாத்திரம் பொருந்துவதாக இருக்கலாம். சிலவேளைகளில் கழிந்தகால விவரங்களில் மிக அண்மை ஆண்டிற்குக் கூட பொருத்தமில்லாதிருக்கலாம். இதை வேறுவிதமாக விளக்கினால், விதிமுறைக்கான ஓர் வரைகோடு வரையும்போது, அக்கோடு எல்லா ஆண்டிற்கான விவரங்களைக் குறிக்கும் இடங்கள் அல்லது புள்ளிகள் (Points) வழியாகச் செல்லாது. இது ஒரு பெருங்குறையே. மேலும் கழிந்த காலத்தில் மக்கள் சமுதாயத்தில் காணப்படும் அதே கூட்டுக்கோப்ப (Structure) வருங்காலத்திலும் நீடிக்கும் என்று எதிர்பார்க்கப்படுகிறது. காலங்கள் செல்லும்போது இது ஒருவேளை உண்மையாக இருந்தபோதிலும் அடுத்துவரும் ஆண்டுகளிலும் இதே நிலையே நீடிக்கும் என்று உறுதியாகக் கூறமுடியாது. எனவே

மக்கள் தொகை வளர்ச்சியை அல்லது பெருக்கத்தை விளக்குவதற்காக உள்ள விதிமுறைகள் யாவும் அனுபவரீதியான முறைகள் என்றே கூறலாம். ஏனென்றால், ஒரு திட்டமான சரியான விதிமுறை இதுவரையில் வகுக்கப்படவில்லை என்றே கூறலாம்.

பல மக்கட் கணிப்பில் கிடைத்த மக்கள் தொகையை இணைத்து அமைத்துள்ள சமன்பாட்டு விதிமுறைகள் யாவும் காலத்தின் அடிப்படையில் அமைந்த பல்லுறுப்புக் கோவையேயாகும் (Polynomial Expression).

$$\begin{aligned} Y &= a + bx + cx^2 + dx^3 \\ Y &= a + bx + cx^2 + dx^3 \end{aligned}$$

இதில் வருகின்ற த, ச, சி, சு, என்பவையாவும் நிலையான அளவுகளாகும். இவ்வளவுகளைக் குறைந்த வர்க்க (Leastsquare) அடிப்படையில் கணிக்கலாம். மேலே கொடுத்துள்ள சமன்பாட்டில் மஆ = த + சஆ (y = a + bx) என்ற விவரங்கள் மாத்திரமே இருந்தால், அது நேர்கோட்டுச் சமன்பாடாகவும். இதர அளவுகளும் இருந்தால் வளைகோட்டுச் சமன்பாடாகவும் கருதப்படும்.

சில சந்தர்ப்பங்களில், மக்கள் தொகையில் காணப்படும் வேறுபாட்டு வீதத்தை வேறுமுறையிலும் விளக்குவதுண்டு.

ஒரு குறிப்பிட்ட மக்கள் தொகையில் (P) மிகமிகக்குறைந்த காலத்தில் (dt) காணப்படும் மிகமிகக் குறைந்த அதிகரிப்பின் அளவு (dp) மக்கள் தொகுதியின் அளவிலேயே கொடுக்கப்படும்.

$$\text{வேறுபாட்டின் வேகம்} = \frac{1}{P} \frac{dp}{dt} = \mu.$$

ம = P = மக்கள் தொகை

மிசி.ம, = dp. = மக்கள் தொகையில் சிறிய அளவு காலத்திற்குரிய வேறுபாடு.

மி சி.க, dt = சிறிய கால அளவு

மிசிம = $\frac{dp}{dt}$ = சிறிய ஒரு மூல அளவு காலத்தில் காணப்படும் சராசரி வேறுபாடு.

மிசிம $\times \frac{1}{m} = \frac{dp}{dt} \times \frac{1}{P} =$ ஒரு நபருக்கு ஒரு சிறிய மூல அளவு காலத்திற்குரிய சராசரி வேறுபாடே.

μ = வேறுபாட்டின் வேகம். இதை வேறுவிதமாகவும் எழுதலாம்.

$$P = C.e^{\mu t}$$

இங்கு, C ஓர் நிலையான எண்.

இவ்விதி மக்கள் தொகை பெருக்கல் வேகத்தில் அதிகரிக்கின்றது என்ற அடிப்படையில் அமைந்ததாகும். இவ்வாறு பெருக்கல் வேகத்தில் மக்கள் தொகையை முன்னோடிக் கணிப்பது நடைமுறைக்கு ஒத்ததாக இராது. அதிலும் குறிப்பாக ' μ ' என்ற அளவு நேரளவாக இருக்குமானால் இவ்விதி முறைப்படி கணிக்கப் பெறும் மக்கள் தொகை காலக்கிரமத்தில் மிகப் பெரிய அளவுடையதாகத் தோன்றும். மேலும் மக்கள் தொகையை இனவாரியாகப் பலப்பிரிவுகளாகப் பகுத்து ஒவ்வொரு பிரிவிலும் அடங்கிய மக்கள் தொகையை முன்னோடிக் கணித்து பின்னர் எல்லாம் பிரிவுகளின் மதிப்பைக் கூட்டினால் அது மக்களின் மொத்தத் தொகுதிக்குச் சமமாகவும் இராது. இவை இரண்டும் ஒத்துவர வேண்டுமானால் ஒவ்வொரு பிரிவின்கான வளர்ச்சி வேகம் ஒன்று போலிருக்கவேண்டும். இவ்வாறு எப்போதும் இருப்பதில்லை.

இலகு கோட்டு முறை : (Logistic Curve Method.)

வெர்கல்ஸ்ட் (Verhulst) என்பார் 1838-ஆம், ஆண்டு கூறிய 'இலகு கோட்டு' முறையைப் பின்பற்றியும் மக்கள் தொகையை முன்னோடியாகக் கணிக்கலாம். இதில்

$$P = \frac{1}{a + be^{-\mu t}} \quad \text{அல்லது} \quad P = \frac{\frac{1}{a}}{1 + \frac{be^{-\mu t}}{ab}}$$

என்ற விதியைப் பொருத்திக் கணிக்கலாம். இங்கு $\frac{1}{a}$ என்று

குறிப்பிடுவது கடைசிக் காலத்தில்...மக்கள் தொகை எட்டும் கூடுதலாவது. காலத்தின் அளவை (t) நீட்டிக் கொண்டே செல்லும்போது கடைசி ஆண்டில் உள்ள மக்கள் தொகை $\left(\frac{1}{a}\right)$ என்று மாறும். ' b ' என்பது ஓர் நிலையான அளவாகும்.

மனிதன் உயிர் வாழ்வதற்குத் தேவையான பொருள்கள் ஒரு நாட்டில் ஒரு வரையறைக்குள் இருப்பதால், ஒரு நாட்டின் மக்கள் தொகை ஓர் எல்லையை அல்லது வரம்பை எப்போதும் தாண்டிவிடாது என்ற அடிப்படையில்தான் இவ்விதி அமைந்

துள்ளது. என்றாலும் இக்கருத்தின் பொருத்தம் விவாதத்திற்குரியதே. இத்தகைய இலகுவாகக் கொண்டு விதியைப் பொருத்திப் பார்ப்பதை முன்னம் காலத் தொடர் வரிசையில் (Time Series) (Ternd) போக்கின் தன்மைப்பற்றிப் படிக்கும்போது பார்த்தோம். எனவே இத்தகைய கோட்டைப் பற்றியும் இதைப் பொருத்தும் முறைப்பற்றியும் அங்கு காண்க.

மக்கட் முன்னோடி கணிப்பும் அரசியல் பொருளாதார சமூகச் சூழ்நிலைகளும்:

பொதுவாக ஒரு நாட்டில் மக்கட் கணிப்பு நடந்த காலத்திற்கு பின், மக்கள் தொகை குறித்து முன்னோடியாக மதிப்பீடு செய்யும்போது, குறிப்பாக மக்களின் குடிப் பெயர்ச்சியை அரசியல், பொருளாதார சமூகச் சூழ்நிலைகளுடன் ஒப்பிட்டு ஆராய்வது மிக முக்கியமானதாகும். மேலும், சிறிய நாடுகளில் இவைகளினால் உண்டாகும் பலன் பெரியதாகவே இருக்கும். அதிலும் குறிப்பாக தொழிற்சாலைகள் மலிந்து உள்ள இடங்களில் இக்காரணங்களால் உண்டாகும் பலன் சற்று அதிகமாகவே இருக்கும். இத்தகைய இடங்களுக்கு மக்களின் முன்னோடி கணிப்புச் சற்று சிரமமாகவே இருக்கும் எனலாம். இத்தகைய சூழ்நிலைகளில்தான் மக்கள் முன்னோடி கணிப்பிற்கான பலமுறைகள் உருவாகியுள்ளன.

1) கணித முறை:

இம்முறை குறித்து நாம் ஏற்கனவே கண்டுள்ளோம். கணிப்பு நடந்தேறிய பின் உள்ள காலங்களுக்கு 1) கூட்டு முன்னேற்ற முறை (A.P) (2) பெருக்கல் முன்னேற்ற முறை (G.P) (3) இலகுவாகக் கொட்டு முறை என்ற வழிகளில் வருங்காலத்தில் மக்கள் தொகையை முன்னோடி கணிப்பது இதில் அடங்கும். இதில் வரைபடங்களைப் பொருத்தி வருங்கால மக்கள் தொகையைக் கணிப்பதும் சாரும். இம்முறைகளில் எல்லாம் சென்ற கால விவரங்களின் பலாபலன் அதிகமாக இருக்குமென்றாலும் கணித முறைகளே விரிந்த அளவில் பெரும்பான்மையும் கையாளப்படுகின்றன.

(2) பாகமுறை: (Component Method)

முன்பே கூறியதுபோல் இம்முறையில் உள்ள பெரும் சிரமம் என்னவெனில் நிகர குடிப்பெயற்சியே (Net Migration) ஏனென்றால், குடிப் பெயர்ச்சி பொதுவாக அரசியல் பொருளாதார சமூகச் சூழ்நிலைகளால் பெரிதும் பாதிக்கப்படும். எனவே ஓர் நாட்டில் மக்கள் தொகையைக் கணிப்பதற்கு முன்பாகவே

அந்த நாட்டின் சமூகப் பொருளாதார அரசியல் நிலைகள் குறித்து நன்கு ஆராய வேண்டும். பின்னர் கடந்தகால விவரங்கள், ஒப்புக் கொள்ளப்பட்ட கொள்கைகளின் அடிப்படையில் மக்கள்தொகையை முன்னோடிக் கணிக்கவேண்டும். இத்தகைய முன்னோடிக் கணிப்பிற்குத் தற்போதுள்ள பிறப்பு, இறப்பு வீதங்களைப் பயன்படுத்த வேண்டும். முடிந்தால் இத்தகைய முன்னோடிக் கணிப்பு சிரமமாக இருந்தாலும் வயது வாரியாக மக்களைப் பிரித்துக் கணிப்பது நலம். இம்முறையில் ஒரு நன்மை என்னவெனில், மக்கள் தொகையில் காணப்படும் வேறுபாட்டிற்கான காரணங்கள் ஒவ்வொன்று மீதும் தனிக் கவனம் செலுத்தி மதிப்பீடு செய்யப்படுகிறது.

(3) விகித முறை : (Ratio Method)

இம்முறையில் ஒருபகுதியின் ஏற்கனவே மக்கட் கணிப்பின் மூலம் கிடைத்த மக்கள் தொகையை, அப்பகுதியைக் கொண்ட பெரியதொரு தொகுதியின் மக்கள் தொகையின் விகிதமாக மாற்றி பின்னர் மக்கள் தொகையை முன்னோடிக் கணிப்பர். இங்கு நாம் குறிப்பாக கவனிக்க வேண்டியது என்னவெனில், தொகுதியின் மக்கள் தொகைக் குறித்து சரியாகக் கணித்த மக்கள் தொகை ஏற்கனவே தயாராக இருத்தல் வேண்டும். இவ்வாறு விகித அளவைக் கணிக்கும் போது, சென்ற கால மக்கட் கணிப்பில் உள்ள விவரங்களையும் மக்கட் கணிப்பிற்குப் பின் கிடைத்துள்ள விவரங்களையும் பயன்படுத்தல் நலம். பின்னர், முன்னம் மக்கள் தொகையின் விகிதத்தை மக்கட் தொகையில் கடந்த காலங்களில் ஏற்பட்டு வரும் மாறுதல், தற்போதுள்ள போக்கு என்பவற்றின் அடிப்படையிலும், ஒப்புக் கொள்ளப்பட்ட முறையில் வருங்காலத் திற்காக மாற்றியமைத்து கணிக்க வேண்டும். பின்னர், இவ் விகித அளவை தொகுதிக்காக கணித்துக் கிடைத்த மக்கள் தொகை மதிப்பீட்டால் பெருக்கினால் பகுதியின் முன்னோடிக் கணிப்புக் கிடைக்கும். இம்முறை பெரும்பாலும் மக்கட் கணிப்பு நிறுவனங்களால் (Census Bureaus) மாநிலங்களின் மக்கள் தொகை கணிப்பதில் கையாளப்படுகின்றது. இம் முறையில் ஒவ்வொரு இடத்திற்கும் சமூக, பொருளாதார மாற்றங்களுக்கு உரிய முக்கியத்துவம் கொடுத்து மக்கட் தொகை கணிக்கப்படுவதால், இத்தகைய மதிப்பீடுகள் நம்பத் தரமாக கயிருக்கும்.

நாட்டின் பொருளாதார வளர்ச்சி நிலை குறிக்கும் குறியீடுகளைப் பயன்படுத்தல் : (Method of Employing Economic Indicators)

இம்முறையில் நாட்டின் மக்கள் தொகைக்கும் பொருளாதார வளர்ச்சிக்கான காரணங்களுக்கும் உள்ள தொடர்பைப் பயன்படுத்தி மக்கள் தொகை கணிக்கப்படும். பொதுவாக உடனுறவு (Correlation) அளவுகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. ஒன்றிற்கு மேற்பட்ட பலஇனங்கள் இருக்குமானால், பலவகை இனங்களில் உடனுறவு (Multiple Correlation) முறையைப் பயன்படுத்தலாம். என்றாலும் இம்முறையில் சென்ற கால சூழ்நிலையே வருங்காலத்திலும் நீடிக்கும் என்ற அடிப்படைக் கொள்கையின் பேரில் கணிக்கப்படுவதாக இருக்கும்.

சில சந்தர்ப்பங்களில் பல முறைகளில் மக்கட் தொகை முன்னோடியாக மதிப்பீடு செய்யப்பட்டு, பின்னர் அம்மதிப்பீடுகளின் சராசரியை சரியானதொரு மதிப்பீடாக எடுத்துக் கொள்ளலாம். இத்தகைய மதிப்பீடுகளில் காணப்படும் தொய்வைத் (Uncertainty) தெரிவிப்பதற்காக இம்மதிப்பீடுகளுக்கான உயர்ந்த அளவு மதிப்பிட்டையும் குறைந்த அளவு மதிப்பிட்டையும் கொடுப்பது வழக்கம். பொதுவாக இவ்விருவகை கூடுதல் குறைவு மதிப்பீடுகளின் சராசரியையும் எடுத்துக் கொள்வர். நீண்டதூர காலத்திற்குக் கணிக்கும் மதிப்பிடைவிட குறுகிய காலத்திற்குக் கணிக்கும் மதிப்பீடுகளே மிகவும் நம்பகமானதாக இருக்கும். இதிலிருந்து இத்தகைய முன்னோடி கணிப்புகளை அடிக்கடி சோதனைக் குள்ளாக்கி பரிசீலனை செய்து ஏற்ற மாற்றங்களும் அவ்வப்போது செய்வது இன்றியமையாதது என்பது விளங்கும்.

4. தேசிய வருமானம்

(National Income)

“நாட்டென்ப நாடா வளத்தன” என்பது வள்ளுவர் வாக்கு. ஒரு நாட்டை நாடு என்று கூறவேண்டுமானால் அந்நாடு எல்லா நலனும் நிரம்பப்பெற்று, எந்த ஒரு பொருளுக்காகவும் பிற நாட்டை எதிர்பாக்கும் நிலை இல்லாத வளமுடையதாயிருத்தல் வேண்டுமென்பதே இதன் உட்கருத்து. இதைச் சுருங்கக்கூறின் நாடு, சுயதேவையைப் பூர்த்தி செய்யும் நிலையில் உள்ளதாயிருக்க வேண்டும் என்பதுதான். விஞ்ஞானம் விரிவடைந்துள்ள இந்த நாளிலும் இத்தகைய இன்ப நிலையை எட்டிப் பிடிக்கவே ஒவ்வொரு நாடும் முயன்று வருகின்றது என்றே கூறவேண்டும்.

நாட்டின் வளம் என்று கூறும்போது, நீர்வளம், நிலவளம், மலைவளம் எனப் பலவாருகப் பகுக்கலாம். எனினும், எல்லா வளமும் நிலத்திடங்கியுள்ளதால், எல்லாவற்றிற்கும் பொதுவாக ‘நிலவளம்’ என்றே கூறலாம். ஏனெனில் மனிதனுக்குத் தேவையான உணவு பொருள்கள் நிலத்தில் நின்றேப் கிடைக்கின்றன. மேலும் நிலத்தில் நின்றே எடுக்கப்பட்ட களிப் பொருள்களைக் கொண்டே பலவித ஆலைகள் இயங்குகின்றன. ஆலைகளின் உற்பத்திக்காகத் தேவைப்படும் மூலப் பொருள்களும் நிலத்திலிருந்தே கிடைக்கின்றன. மனிதன் வாழ்வதற்குத் தேவைப்படும் கட்டிடங்கள் நிலத்தின் மீதே, நிலத்திலிருந்து கிடைத்தப் பொருள்களைக் கொண்டே கட்டப்படுகின்றன. ஆலைகளை இயக்குவதற்கான மின் விசைகளும் நிலத்தில் காணப்படும் நீரோட்டங்களின் உதவிகொண்டே தயார் செய்யப்படுகின்றன. எனவே எல்லா வளத்திற்கும் தாயகமானது நிலம் என்றே கூறலாம்.

நிலத்தில் அடங்கியுள்ள 'வளம்' தானாகவே எப்போதும் வெளிப்படுவதில்லை. நிலத்தின் 'வளம்' மனிதன் உழைப்பால் மனிதனின் தேவையை நிரப்புவதற்காகவே நிலத்திலிருந்து வெளிக்கொணரப்படுகின்றன. எனவே, நிலத்தின் கண்ணுள்ள வளம் வெளிப்படுவதற்கு மனிதனின் உழைப்புத் தேவை. ஆனால் மனிதனின் உழைப்பால் வெளிக் கொணரப்படும் வளம் மனிதனின் தேவையை நிரப்புவதற்குப் போதுமானதா என்ற கேள்வியும் எழும். மனிதனின் தேவையைப் பூர்த்தி செய்ய வில்லையானால், எவ்வளவு இனியும் தேவைப்படும் என்ற வினாவும் உடனே எழும். மாறாக, தேவைக்கு அதிகமாகவே வளம் வெளிப்படுமானால் எவ்வளவு அதிகமாக வெளிவந்துள்ளது என்ற கேள்வியும் எழும். ஒரு நாட்டைப்போன்றே வேறு ஒரு நாடும் தேவைக்கு அதிகமாக வளத்தை வெளிக் கொணர்ந்தால் எந்த நாடு இம்முயற்சியில் அதிகம் முன்னேறியுள்ளது என்பதை அறிவதும் தோவைப் படுவதொன்றாகும். இவற்றை எல்லாம் எவ்வாறு கணிப்பது; இதை அளந்தறிவதற்குரிய அளவு கோல்யாது என்ற வினாவெல்லாம் எழும். இவற்றிற்கெல்லாம் உரிய ஒரே விடை அந்த நாட்டிற்கான வருமானத்தை அல்லது தேச வருத்தமானதை அளந்தறிவதே ஒரு நாட்டின் வருமானமே அந்த நாட்டின் வளமாகும். ஏனென்றால் வளம் மூலப்பொருளிலிருந்து வருவது பொருள். பொருளுக்கு மதிப்பு அல்லது விலை உண்டு. எனவே பொருள்களின் விலையை மதிப்பிட்டால் நாட்டின் வளத்திலிருந்து கிடைத்த நன்மையை அல்லது செல்வத்தை அளவிடுவதாகும். இதுவே தேசிய வருமானக் கணிப்பாகும்.

பொருளற்றவர்க்கு இவ்வுலகில்லை என்பது பொய்யாமொழியின் வாக்கு, மக்களுக்குக் கூறிய இதே அறிவுரை நாட்டிற்கும் நல்ல முறையில் பொருந்தும். செல்வச் செழிப்புடைய நாட்டிற்கே இன்று உலகில் செல்வாக்கு உண்டு என்பதை கண்டாகக் காண்கிறோம்: ஆண்டுதோறும் விளைபொருள்கள் விளைவது போன்று செல்வமும் வளர்ந்துக் கொண்டே இருக்க வேண்டும். இவ்வாறு வளர்வதுதான் முன்னேற்றத்திற்கான அறிகுறியாகும்.

இன்று ஒரு நாட்டின் செல்வாக்கு, அதன் செல்வச் செழிப்பைப் பொறுத்துள்ளது என்று கூறினோம். இத்தகையைச் செல்வத்தை, வருமானத்தை, எவ்வாறு அளப்பது அல்லது கணிப்பது என்பது மிக முக்கியமான கலையாகும் என்றே கூறவேண்டும். தேசிய வருமானமே ஒரு நாட்டின் செல்வத்தை எடுத்துக் காட்டும் ஏதுவாகும்.

ஒரு நபர் வருமானம்:— (percapita Income)

இரண்டு நபர்களை எடுத்துக் கொள்வோம். ஒரு நபரின் மாத வருவாய் 1000 ரூபாய், இரண்டாவது நபரின் மாத வருவாய் 900 ரூபாய் என்று வைத்துக்கொள்வோம். இந்த இரு நபர்களில் யார் நல்ல வசதியுடன் வாழ்வார்கள் என்றால் எடுத்த எடுப்பிலேயே முதல்வர்தான் என்று கூறிவிடலாம். ஏனெனில் முதல் நபரின் வருவாயே அதிகமானது. இவ்வாறு கூறுவது சரியன்று. ஏனென்றால் இவர்களின் வருவாய் இவர்களுக்கு மாத்திரமே பயன்படுவதாயிருந்தால் மேற்கூறியது சரியே. ஆனால், உண்மை நிலை வேறு. இவர்களது வருவாய் குடும்பத்திற்காகவும், குடும்பத்தில் உள்ள ஒவ்வொரு நபருக்கும் பயன்படுகிறது. ஆகவே, இவர்கள் வருவாயில் இவர்கள் குடும்பத்தில் உள்ள ஒவ்வொரு நபருக்கும் கிடைக்கும் வருவாய் எவ்வளவு என்பதை அறுதியிடவேண்டும். இதற்காக இவர்கள் குடும்பத்தில் உள்ள நபர்களின் எண்ணிக்கையை கணக்கிடவேண்டும். குடும்ப நபர்களின் எண்ணிக்கையால் இவர்களது வருவாயை வகுத்தால் குடும்பத்தில் ஒவ்வொரு நபருக்குரிய வருவாய் கிடைக்கும். இம்முறையில் கவனிக்கும்போது முதல் நபரின் குடும்பத்தில் தலைக்கு 250 ரூபாய் வருமானமும் இரண்டாவது நபரின் குடும்பத்தில் தலைக்கு 300 ரூபாய் வருமானமும் கிடைக்கிறது. இந்த நியதி முறைப்படிப் பார்த்தால், இரண்டாவது நபரின் நிலைமையேச் சிறந்ததாகத் தெரியும். தனி நபருக்குக் கூறியஇதே முறையே நாட்டிற்கும் பொருந்தும். ஒரு நாட்டின் மொத்த வருமானத்தைக் கணித்து நாட்டின் செல்வச் செழிப்பை அறுதியிட்டுவது நாட்டில் உள்ள ஒருநபர்வருமானத்தை (Per capita Income) கணித்தே மதிப்பிட வேண்டும். இதுபோன்றே, வேறு ஒரு நாட்டின் நிலையோடு ஒப்பிடும் போதும் ஒரு நபர் வருமானத்தின் அடிப்படையிலேதான் மதிப்பிடவேண்டும்மே யொழிய மொத்த வருமான அடிப்படையில் (Total Income) ஒப்பிடுதல் கூடாது.

நாட்டின் வருமானத்தைக் கணக்கிடும்போது, எந்தெந்த இனங்களில் உள்ள வருமானங்களைச் சேர்க்கவேண்டும், ஒவ்வொரு இனங்களில் உள்ள வருமானத்தை எந்தெந்த முறைகளில் கணிக்கலாம் என்பதையும் நாட்டின் வருமானம் கணிப்பதில் எத்தகைய முறைகள் கையாளப்படுகின்றன என்பதையும் விரிவாகக் காண்போம்.

2. தேசிய வருமானமும் அதன் விளக்கமும்:

தேசிய வருமானம் கணிக்கப்படும் முறைகளைப் பற்றி ஆய்வுதற்கு முன்னால், தேசிய வருமானம் என்றால் என்ன என்பது

குறித்துத் தெளிவானதொரு விளக்கம் தேவை. தேசிய வருமானம் என்று பரவலாக எல்லோராலும் எளிதில் எடுத்தாளப்பட்டபோதிலும் அது குறித்து எளிமையானதும் இலகுவில் புரிந்து கொள்வதோடு பிறருக்குப் புரிய வைப்பதற்குமானதொரு விளக்கம் கிடைப்பது கடினமாகவேயுள்ளது என்றாலும் நாம் இதை விரிவாக ஆய்ந்து செல்லும்போது ஏற்றதொரு விளக்கம் படிப்படியாக கிடைக்கும்.

தேசிய வருமானம் என்றதும் ஒரு நாட்டில் ஒருகுறிப்பிட்ட உற்பத்தியான எல்லா விதமான பொருள்களின் (Commodities) முழுத்தொகுதியே நம் கண் முன்னால் வரலாம். உற்பத்திகளையாவும் மனித உழைப்பினால் உண்டாவது. உழைப்பினால் உண்டாகும் உற்பத்தி எல்லாம் கண்ணிற்குப் புலப்படும் உருவில் இருக்காது. ஆலைத்தொழிலாளிகளின் உழைப்பின் உற்பத்தியைக் கண்ணால் காணலாம். மாருக, அரசாங்க அலுவலகத்தில் பணிபுரிகின்ற எண்ணற்ற பணியாளர்களின் உழைப்பினால் உண்டான பலனை உருவத்தில் காணமுடியாது. இவர்களது உழைப்பினால் தோன்றும் பலனை நேரடியாகக் காண இயலாது போயினும், பலன் உண்டு என்பதை எல்லோரும் ஒப்புக் கொள்வார்கள். ஆகவே, தேசிய வருமானம் என்று கூறும் போது ஒரு குறிப்பிட்ட ஆண்டில் உற்பத்தியான எல்லா விதமான பொருள்களின் முழுத்தொகுதியையும், பொருள்வடிவில் இல்லாது உழைப்பு உருவத்திலான எல்லா உழைப்பையும் சேவையையும் (Service) தன்னகத்தே கொண்டதாகவே இருக்கும். மேலும் உற்பத்தியான இத்தகைய பொருள்களும், உழைப்பும் நாட்டிற்குக் கிடைக்கும் நிலையில் உள்ளதாகவும் இருக்கும். உற்பத்தி என்று கூறும்போது உற்பத்தியில் ஈடுபட்ட எல்லோருடைய வருமானமும் அடுத்தபடியாகத் தோன்றும். உற்பத்தியில் கிடைத்த வருமானத்தைப் பெறுவோர் தங்களது வருமானத்தால் உற்பத்தியான பொருள்களையும் உழைப்பையும் வேண்டி நிற்பர்.

மேலும், வெறும் உழைப்பினால் மாத்திரம் பொருள்களை உற்பத்தி செய்யமுடியாது. பொருள்களை உற்பத்தி செய்வதற்கு மூலப்பொருள்கள் தேவை. மூலப்பொருள்கள் எல்லாம் நிலத்திலிருந்தே கிடைத்து விடா. ஒரு பொருளின் உற்பத்திக்காகத் தேவைப்படும் மூலப்பொருள் இன்னொரு தொழிலிருந்து கிடைத்த உற்பத்திப் பொருளாகும். உற்பத்தியான பொருளுக்கு விலை மதிப்பு இருப்பதால் மூலப்பொருளுக்கு விலை மதிப்பு உண்டு. ஆகவே, உற்பத்தியின் வருமானம் என்று பொதுவாகக் கூறினும், உற்பத்தியான

பொருளின் மொத்த விலை மதிப்பிலிருந்து உற்பத்திக்காகப் பயன்பட்ட மூலப் பொருளின் மதிப்பையும் இதுபோன்று தேவைப்பட்ட உழைப்பின் மதிப்பையும் கழித்துத்தான் கணக்கிட வேண்டும். இவ்வாறு கழிக்கும்போது கிடைப்பது உண்மையில் நிகர வருமானமேயொழிய (Net Income) மொத்த வருமானமன்று. இங்கு கூறியவற்றை நன்கு சிந்தித்தால் தேசிய வருமானம் என்ற கூற்றிற்குப் பொருத்தமான மூன்றுவிதமான விளக்கங்களைக் கொடுக்கலாம் என்று தோன்றும்.

விளக்கங்கள் :

1) மொத்த உற்பத்தியின் மதிப்பு:

தேசிய வருமானம் என்பது தேசத்தின் நிகர வருமானமாகும் இதை வேறுவிதமாகவும் கூறலாம். குறிப்பிட்ட காலத்தில், அதிலும் குறிப்பாக ஓர் ஆண்டில் ஒரு நாட்டில் உற்பத்தி செய்யப்பட்ட எல்லா விதமான பொருள் மற்றும் சேவைகளின் நிகர மதிப்பும், வெளிநாட்டிலிருந்து ஏற்றுமதி, இறக்குமதி காரணமாக கிடைத்துள்ள நிகர வருமானமும் சேர்ந்து கிடைக்கும் மொத்த நிகர வருமானம் தேசிய வருமானமாகும்.

2) உற்பத்தியில் பங்கு கொள்பவரின் மொத்த வருவாய்:

உற்பத்தியின் காரணமாக உற்பத்தியில் ஈடுபட்டுள்ள பல தரப்பினர் வருமானத்தில் பங்கு பெறுகின்றனர். எனவே உற்பத்திக்குக் காரணமான எல்லா நபர்களும் ஒரு ஆண்டில் உழைப்பிற்கான கூலி என்றும், சம்பளம் என்றும், போட்ட முதலீட்டிற்கான வட்டி என்றும், வாடகை என்றும் இலாபம் என்றும் இன்னும் இதுபோன்ற எத்தனையோ வகைகளில் அடைந்துள்ள வருமானத்தின் கூட்டுத் தொகையே அந்நாட்டின் தேசிய வருமானம் என்றும் கூறலாம்.

3. நுகர்ச்சி மூலதன வளர்ச்சிக்கான மொத்தச் செலவின் மதிப்பு

ஒருவர் அடைகின்ற தனது மொத்த வருமானத்தைத் தனது தேவைகளைப் பூர்த்திச் செய்வதில் செலவு செய்தும், மேலும் உள்நாட்டிலோ அல்லது வெளி நாட்டிலோ வேறுவகைகளிலும் முதலீடும் செய்வார்கள். இது போன்றே நாட்டின் நிலையும். எனவே தேவைக்கான நுகர் பொருள்களை (consumer goods) வாங்குவதில் செலவு செய்த தொகையும் பிறருடைய உழைப்பிற்கான (Service) செலவு செய்த தொகையும் உள்நாட்டிலும் வெளி நாட்டிலும் உள்ள நிகர முதலீட்டிலும்

ஒரு நாட்டில் மக்கள் எல்லாம் சேர்ந்து ஒரு குறிப்பிட்ட ஆண்டில் செலவு 'செய்த' மொத்தத் தொகையுமே தேசிய வருமானமாகும் என்று கூறலாம்.

இம்முன்று முறைகளில் முதல்முறையில் தேசியவருமானத் தை உற்பத்திக் கோணத்தில் நின்றும், இரண்டாவது முறையில் வருமானக் கோணத்தில் நின்றும், மூன்றாவது முறையில் செலவுக் கோணத்தில் நின்றும் கணக்கிடுவதாக அமையும் இரண்டாவது, மூன்றாவது முறைகளில் அடங்கிய வேறு ஒரு தத்துவம் என்னவெனில், ஒருவரின் வருமானம் வேறொருவரின் செலவாகும் என்பதே.

பொருளாதார ஆக்கப்பணிகள் (Economic Activities)

1. உற்பத்தி: (Production) நாட்டில் எல்லாத் துறையிலும் உற்பத்தி செய்யப் படுகின்ற பொருள்கள் யாவும் மக்களுக்கு நேரடியாகவோ (direct consumption) அல்லது செல்வத்தைச் சேர்க்கும் அல்லது மூலதனத்தை அதிகரிப்பதற்காக முதலீடு (Investment). செய்வதின் மூலமாகவோ பயன்படலாம். எளிய முறையில் விளக்குவதாக இருந்தால் உற்பத்தியில் ஒரு பகுதி உண்டு அழிப்பதிலும் ஒரு பகுதி ஒன்றை உருவாக்கி வளர்ப்பதிலும் செலவிடப்படுகிறது. இதை வேறு விதமாகக் கூறின் உற்பத்தியாகும் பொருள்களின் 'மதிப்பு' நுகர்விலோ அல்லது முதலீடு செய்வதிலோ ஈடுபடுத்தப்படும். இங்கு உற்பத்தி என்று கூறும்போது ஒரு குறிப்பிட்ட இடத்தில் ஒரு குறிப்பிட்ட நேரத்தில், விலை மதிப்புடைய பொருளையோ அல்லது பணியையோ ஆக்குவதற்கான மனிதர்களின் பணியைப் குறிக்கும். ஒரு பொருளை வெளிக்கொண்டு வருவதுதான் உற்பத்தி என்று கருதாமல் ஏற்கனவேயுள்ள ஒரு பொருளை ஓர் இடத்திலிருந்து வேறு ஒரு இடத்திற்கு மாற்றிச் சென்றே அல்லது அதே இடத்தில் நிறுத்திவைத்தோ அப்பொருளின் மதிப்பைக் காலப் போக்கில் அதிகரிப்பதும் உற்பத்தியின்பால் படும்.

2. நுகர்தல்: (Consumption)

ஒரு பொருளை அனுபவிக்கும்போது, அல்லது நுகரும் போது அப்பொருள் இல்லாமல் ஆகிவிடும் அல்லது அழிக்கப்படும். எனவே உற்பத்தியாகும் பொருள் நுகர்ச்சியின் காரணமாக அழிக்கப்படும்போது மனிதசமுதாயத்திற்கு ஒரு இன்பம் அல்லது திருப்தி (satisfaction) உண்டாகிறது. பொதுவாக ஒரு பொருள் நுகர்வோரிடம் சென்றும் நுகரப்பட்டதாக

வே கருதப்படும் என்றாலும் நுகரப்படும் அல்லது துய்க்கும் அப்பொருளை அனுபவிக்கும் காலம் நாட்கள், வாரம் அல்லது வருடமென்று நீண்டு போகலாம். மேலும் துய்த்தனில் ஒருவரோ அல்லது ஒரு குடும்பத்தில் உள்ள நபர்களோ அல்லது பொதுமக்களோ ஈடுபடலாம். ஒருமருத்துவ மனையோ அல்லது கல்விக் கூடமோ நிறுவும்போது அதை பொதுமக்களே அனுபவிக்கிறார்கள்.

3. முதலீடு செய்தல் (Investment) அல்லது மூலதனத்தை. பெருக்கல் (Capital Formation) அல்லது மூலதன வளர்ச்சி

ஒரு குறிப்பிட்ட காலத்தில் உற்பத்தியான ஒரு பொருள் அந்தக்காலத்திலே நுகரப்படாமல், வருங்காலத்தில் நுகரப்படுவதற்குத் தேவைப்பட்டோ அல்லது பின்னால் நுகரப்படும் வேறு பொருள்களை உற்பத்தி செய்வதற்கோ பயன்படுமானால் மூலதன வளர்ச்சிக்கோ அல்லது முதலீடு செய்வதற்கோ வாய்ப்பு உண்டாகும். முதலீடு என்று நாம் குறிப்பிடும்போது தேசத்தின் செல்வத்தின் அளவில் உண்டாகும் மொத்த அதிகரிப்பைக் குறிக்கின்றோமா அல்லது ஏற்படும் நிகர அதிகரிப்பைக் குறிக்கின்றோமா என்பது குறித்து தெளிவான கருத்து வேண்டும்.

கையிருப்பு [Stock]

ஒரு குறிப்பிட்ட காலத்தின் ஆரம்பத்தில் கையிருப்புள்ள மூலப்பொருள்களோ அல்லது உற்பத்தி செய்யப்பட்ட பொருள்களோ அல்லது இரண்டிற்கும் இடையில் வடிவத்தில் உள்ள பொருள்களோ குறைவுபடலாம். அதாவது அக்காலத்தின் கடைசியில் உள்ள கையிருப்புச் சரக்கின் மதிப்பு ஆரம்பக்கால கையிருப்புச் சரக்கின் மதிப்பை விடக் குறையலாம் அல்லது கூடலாம்.

தேய்மானம் (Depreciation): உற்பத்திக்காகப் பயன்படும் சில இயந்திரங்கள் போன்ற நிலையான பொருள்களும் (Fixed capital) பணியின் காரணமாகத் தேய்ந்து மதிப்பு இழக்கலாம். அல்லது உற்பத்தியில் புகுத்தப்படும் புதுவித உபாயங்களின் காரணமாகவும் பழைய இயந்திரங்களின் மதிப்புக் குறையலாம்.

எனவே தான், மொத்த முதலீட்டிற்கும் (Gross Investment) நிகர முதலீட்டிற்கும் (Net Investment) உள்ள வேறுபாடு நன்கு தெளிவாக்கப்படல் வேண்டும். 'மதிப்பீடு' என்று குறிப்பிடும்

போது நிலையான மூலதனச் சொத்தில் முதலீடுசெய்துள்ள மூலதனத்தையும், கையிருப்புச் சரக்கின்மதிப்பில் உண்டான வேறுபாட்டைச் சேர்த்துக் கணித்தும் (மதிப்புக் கூடுமானால் வேறுபாட்டைக் கூட்டியும், மதிப்புக் குறையுமானால் வேறுபாட்டைக் கழித்தும்) பின்னர் இயந்திரங்களின் மதிப்பில் தேய்வு காரணமாக ஏற்படும் மதிப்புக் குறைவையும் கழித்துக்கிடைக்கும் மதிப்பைக் குறிப்பாகக் கொள்வோம்.

வெளிநாட்டு வியாபாரம் (Foreign Trade)

வெளிநாட்டுடன் வியாபாரம் செய்யும்போது நாம் வெளிநாட்டிலிருந்து பெற்றுக் கொண்டபொருள்களின் மதிப்பை விடக் கூடுதல் மதிப்பிற்குச் சாமான்களை ஏற்றுமதி செய்திருந்தால், வெளிநாட்டு வியாபாரத்தால் தேசிய வருமானம் பெருகும். மாறாக, நமது ஏற்றுமதி இறக்குமதியை விடவும் குறைவாக இருந்தால் நமது தேசிய வருமானத்தின் அளவுசுருங்கும். ஏற்றுமதிக்கும், இறக்குமதிக்கும் இடையே உள்ள வேறுபாட்டை நிகர வெளிநாட்டு வருமானம் என்றும் அழைக்கலாம். இந்நிகர வெளிநாட்டு வருமானம், ஏற்றுமதியின் மதிப்பு இறக்குமதியின் மதிப்பைவிடக் கூடுமானால் நேராகவும் (plus) இறக்குமதி ஏற்றுமதியைவிட அதிகரித்தால் எதிராகவும் (minus) இருக்கும். தற்சமயம் வெளிநாட்டு வியாபாரத்தைக் கணக்கில் எடுத்துக் கொள்ளாதிருந்தால், தேசிய வருமானத்திற்கு ஏற்றதொரு சமன்பாட்டைக் கீழ்க்கண்டவாறு எழுதலாம்.

1. தேசிய மொத்த உற்பத்தி = தேசிய மொத்த நுகர்வு + மொத்த முதலீடு. அல்லது
2. தேசிய மொத்தநிகர உற்பத்தி = தேசிய மொத்த நுகர்வு + நிகர முதலீடு.
இதை வேறு விதமாகவும் கூறலாம்.
3. தேசிய மொத்த உற்பத்தி — தேய்வுமானம் = தேசிய நிகர உற்பத்தி.
4. தேசிய மொத்த உற்பத்தி — தேய்வுமானம் = தேசிய மொத்த நுகர்வு + நிகர முதலீடு.

இதற்கான சமன்பாடுகளை எழுத்து வடிவில் அமைக்கலாம். அதற்குக் கீழ்க்கண்ட குறியீடுகளைப் பயன்படுத்துவோம்.

மொத்த வருமானம்	= மொ.வ.
நிகர வருமானம்	= நி.வ.
நுகர்வு	= நு

மொத்த முதலீடு	= மொ.மு I
நிகர முதலீடு	= நி.மு. $(I - D)$
தேய்வுமானம்	= தே. D

- (1) மொ.வ = நு + மொ.மு. $V = C + I$
 (2) நி.வ. = நு + நி.மு. $V = C + (I - D)$
 (3) மொ.வ — தே = நி.வ. $V - D = V$
 (4) மொ.வ — தே = நு + நி.மு. $V - D = C + (I - D)$
 $\therefore [V = C + I]$

வினா மதிப்பு:

தேசிய உற்பத்தியைக் கணக்கிடுவதில் பலதரமான பொருள்களையும் பலதரப்பாளர்களின் உழைப்பையும் கணக்கிடவேண்டும். பொருள்கள் எனக் கூறும்போது சில பொருள்களின் அளவு எண்ணிக்கையளவில் இருக்கும். சில பொருள்களின் அளவு நிறுத்தலளவிலும், சில முகத்தலளவிலும் சில நீட்டலளவிலும் இருக்கும். எனவே, இத்தகைய பலதரங்களில் உள்ள பொருள்கள் சேர்ந்த தொகுதியின் மொத்த உற்பத்தியைக் கணக்கிடுவதில் சிரமம் தோன்றலாம். இச்சிரமத்தைப் போக்கவேண்டுமானால் பொருள்களின் அளவை அவற்றின் மதிப்பில் கணக்கிடவேண்டும்.

தேசிய வருமானத்திற்கு நாம் சுவனித்த மூன்று விதமான விளக்கங்களின் அடிப்படையில் தேசிய வருமானக் கணிப்பு முறையில் அடங்கிய கணித முறையை விளக்கமாக காண்போம்.

3 தேசிய வருமானப் கணிப்பு முறைக்கேற்ற கணித முறைகள்; செலவும் செல்வமும்:

பொதுவாக தேசிய வருமானம் 'செலவு' என்ற கொள்கை அடிப்படையில் அமையப் பெற்றதாகக் கருதலாம். செலவு என்று குறிப்பிடும்போது ஒரு இடத்திலிருந்து அல்லது ஒரு நபரிடமிருந்து வேறு இடத்திற்கோ அல்லது வேறு நபரிடமோ செல்வதாகக் கருதலாம். எனவேதான் நமது முன்னோர் இதைச் செல்வம் என்றனர் போலும். நாமும் இதே அடிப்படையில் நமது ஆய்வை அணுகுவோம்.

தேசிய வருமானத்திற்கு மூன்றுவிதமான விளக்கங்களை முன்பு பார்த்தோம். இவ்விளக்கங்களில் உள்ள ஒற்றுமை

வேற்றுமைகளை உணர்வதற்காக சில நியதிகளை நாமாகவே தற்போது ஏற்படுத்தி பின்னர் அந்த நியதிகளை அகற்றி அனுபவரீதியில் ஆராய்வோம்.

(1) ஒரு நாட்டின் பொருளாதார அமைப்பு, தெளிவாகவரையறுக்கக் கூடிய பல பிரிவுகள் அல்லது தொழில் துறைகள் கொண்டது என முதலில் கருதுவோம். இத்தகையப் பிரிவுகள் அல்லது துறைகள் பொருள்களையும் பணிகளையும் உற்பத்தி செய்வன என்பதைக் கருத்தில் கொள்ளவும்.

(2) இரண்டாவது, நிலையான மூலதனத் தளவாடச் சாமான்களைத் தவிர்த்து (Fixed Capital) இதர பொருள்களை, மூலப் பொருள்களையோ அல்லது உற்பத்தியான பொருள்களையோ முந்தைய ஆண்டின் இருப்பிலிருந்து, நடப்பாண்டில் உற்பத்திக்காகப் பயன்படுத்தப் படவில்லை என்றும் கருதுவோம். இதை இன்னும் தெளிவாக்கினால் ஆண்டில் ஆரம்பத்திலும் இறுதியிலும் கையிருப்பாக எந்தவிதமானப் பொருளும், மூலப்பொருளோ, உருவாக்கப்பெற்றப் பொருளோ அல்லது இரண்டிற்கும் இடைநிலையில் உள்ள பொருளோ, இல்லை என்று கருதுவோம்.

3. சர்வதேச ஏற்றுமதி இறக்குமதி வியாபாரத்தால் எழும் நிலையையும், பொருளாதார அமைப்பில் அரசாங்கத்தின் கடமை அல்லது பணி அல்லது பங்களையும் கவனிப்போம். இதற்காக தேசிய வருமானம் கணிக்கப் பெற வேண்டிய நாட்டில், தேசிய உற்பத்தியில் ஈடுபட்டுள்ள அங்கங்கள் அல்லது காரணமானவர்கள் (Factors of production) அந்த நாட்டில் குடியிருப்பவர்களாகவும் அதே சமயம் வெளிநாட்டில் எந்தவிதமான சொத்தும் இல்லாதவர்கள் என்றும் இரண்டாவது கருதுவோம்.

பொதுவாக, தொழில் நிறுவனங்கள், முன்பு நிறுவிய நிலையான மூலதன அல்லது முதலீட்டுச் சொத்தின் துணை கொண்டும், உழைப்பு, நடப்பாண்டில் வாங்கிய மூலப் பொருள்களைக் கொண்டும் உற்பத்திப் பணியில் ஈடுபடும். மேலும், ஒரு ஆண்டில் உற்பத்தியாகி விற்கப்படும் எல்லாப் பொருள்களும், தொழில் நிறுவனங்களுக்கே இருவகைகளில் பயன்படும். இதர துறைகளுக்கு மூலப்பொருளாக இடைநிலையளவிலும், மேலும் உற்பத்திக்குப் பயன்படும் நிலையான மூலதனம் என்ற கடைநிலையளவில் மூலதனமாகவும் பயன்படும்.

உற்பத்தி செய்யப்படுகின்ற பொருள் கடைநிலையளவில் தொழில் துறைகளில் மாத்திரமல்லாது மக்களது வீட்டிலும் கடைநிலையளவில் பயன்படுத்தப்படும். இதோடு, ஆண்டின் கடைசிக்காலத்திலும் எந்தவிதமான பொருள்களும் [மூலப் பொருளோ அல்லது உற்பத்தியான பொருளோ] நமது இரண்டாவது நியதிப்படி கையிருப்பில் இல்லை என்ற கருதுவோம்.

மேற்கூறிய நியதிகளின் அடிப்படையில், தொழில்களுக்கிடையே நடைபெறும் வியாபாரத் தொடர்புகளுக்கு ஓர் இருபோகஅட்டவணை (Two way Table) அமைக்கலாம். இத்தகைய முறையில் அமைக்கப்பெற்றதோர் அட்டவணை கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. எடுத்துக்காட்டிற்காக கொடுத்துள்ள அட்டவணையை நோக்குவோம். பொதுவாக தொழில்துறையில் கொள்முதல், விற்பனை என்ற இருவித வியாபாரங்கள் நடந்தேறும். எனவேதான், கொள்முதலுக்கென்று அட்டவணையில் இடமிருந்து வலம் செல்லும் வரிசையையோ அல்லது மேலிருந்து கீழ் செல்லும் கட்டத்தையோ பயன்படுத்தி, அடுத்த கம்ப வரிசையை, (Column) விற்பனைக் கென்றும் பயன்படுத்தலாம்.

TABLE 2
Inter-industry Transactions
Purchases

Industries	Intermediate uses					Final uses	
	1	2	3	i	n	Household Consumption	Fixed capital formation
1	0	a_{12}	a_{13}	a_{1i}	a_{1n}	C_1	F_1
2	a_{21}	0	a_{23}	a_{2i}	a_{2n}	C_2	F_2
3	a_{31}	a_{32}	0	a_{3i}	0_{3n}	C_3	F_3
i	a_{i1}	a_{i2}	a_{i3}	0	a_{in}	C_i	F_i
n	a_{n1}	a_{n2}	a_{n3}	a_{ni}	0	C_n	F_n
H (1) Wages	w_1	w_2	w_3	w_i	w_n		
(2) Profit	P_1	P_2	P_3	P_i	P_n		

$$P_i = \sum a_{ij} + C_i + F_i - \sum a_{ji} - W_i$$

$$= \sum a_{ji} + P_i + W_i = \sum a_{ji} + C_i + F_i \quad (i)$$

$$\sum a_{ij} + C_i + F_i = \sum a_{ji} \quad (ii)$$

$$R = \sum_i R_i = \sum_i \sum_j a_{ij} + \sum_i C_i + \sum_i F_i - \sum_i \sum_j a_{ji}$$

$$= \sum_i C_i + \sum_i F_i = C + F \quad (iii)$$

$$R_i = \sum_j a_{ij} + C_i + F_i - \sum_j a_{ji}$$

$$= \sum_j a_{ji} + W_i + P_i - \sum_j a_{ji}$$

$$= W_i + P_i.$$

$$R = \sum_i R_i = \sum_i W_i + \sum_i P_i = W + P \quad (v)$$

$$R = \sum_i R_i = \sum_i \sum_j a_{ji} + \sum_i C_i + \sum_i F_i - \sum_i \sum_j a_{ji} - \sum_i D_i$$

$$= \sum_i C_i + (\sum_i F_i - \sum_i D_i)$$

$$= C + (F - D) \quad (vi)$$

$$P_i = \sum a_{ij} + C_i + F_i - \sum a_{ji} - D_i - W_i \quad (vii)$$

$$R = \sum_i R_i = \sum_i W_i + \sum_i P_i = W + P \quad (viii)$$

முன் கொடுத்துள்ள தமிழ் அட்டவணையில் காணப்படும் குறியீடுகளின் விளக்கம் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

- க = கடைசித் துறையைக் குறிப்பது.
 எ = எதாவது ஒரு துறைக் குறிப்பதாகும்.
 ஊ = ஊதியம்.
 ல = இலாபம்
 நு = குடும்ப அல்லது வீட்டின் நுகர்ச்சி
 மூ = நிதியான முதலீடு

இவ்வட்டவணையில் வரிசை கொள் முதலையும் கீழ்மேல் பத்தி (Column) விற்பனையையும் குறிக்கிறது.

துஎஃ = ஐ என்ற துறையில் இடைநிலை உபயோகத்திற்காக 'எ' என்ற துறையில் நின்றும் பயன்படுத்தப்பட்ட உற்பத்திப் பொருளின் மதிப்பு அல்லது

'எ' என்ற துறையிலிருந்து ஐ என்ற துறைக்கு இடைநிலை பயனுக்காக விற்பனை செய்யப்பட்ட உற்பத்திப் பொருளின் மதிப்பு.

படுக்கை வரிசை விளக்கம் : (Row)

ஒவ்வொரு துறையிலும் நடப்பாண்டில் பயன்படுத்தப்பட்ட 'எ' துறையின் பொருளின் மதிப்பு 'எ' என்ற துறைக்கு எதிராகக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. நடப்பாண்டு என்று குறிப்பிடுவதின் காரணம் ஆண்டின் ஆரம்பத்தில் எந்தவிதமான பொருளும் கையிருப்பில் இல்லை என்று கருதியதால்தான் என்று உணர வேண்டும். '12' என்று துறையின் கீழ் கொடுத்திருப்பது '1' வது துறையிலிருந்து '2' வது துறைக்கு விற்பனை செய்துள்ள பொருளின் மதிப்பு. '21' என்று குறிப்பிட்டால் '2' வது துறையிலிருந்து '1' வது துறைக்கு விற்பனை செய்யப்பட்ட பொருளின் மதிப்பு. ஒரு துறையிலிருந்து அதே துறைக்கு விற்பனை செய்யப்படுவதில்லை என்ற காரணத்தால்தான் து து துஎஎ து துக என்ற கட்ட

1 2 3 ஐஐ க
1, 2, 3,

டங்கள் '0' த்தால் நிரப்பப்பட்டுள்ளன என்பதையும் உணர்க. இவ்வளவுகளை 'ஊடேயுள்ள பயன்' (Intra Industry) என்றும் குறிப்பிடலாம்,

ஒரு துறையிலிருந்து பிறிதொரு துறையால் வாங்கப்படும் பொருள்கள் யாவும், இடைநிலையில் பயன்படுவதோடல்லாமல் கடை நிலையிலும் பயன்படும் என்பதை முன்பே கண்டோம். கடைநிலையில் பயன்படுவதை மேலும் இருவகைப்படுத்தலாம். குடும்ப நுகர்ச்சிக்காகப் பயன்படுவதோடு பிறிதொரு துறையில் மூலதன வளர்ச்சியிலும் முதலீடு செய்யப்படும். ஈண்டு 'து1' என்று குறிப்பிடப்பட்டது '1' வது துறை உற்பத்தியில் மக்களால் வீட்டில் நுகரப்பட்ட பகுதியின் மதிப்பு. இதுபோன்று 'மூ1' என்று குறிப்பிடப்பட்டது '1' வது துறையின் உற்பத்தியில் பிற துறைகளால் மூலதனத்திற்காகப் பயன்படுத்தப்பட்ட பொருளின் மதிப்பைக் குறிப்பதாகும். எனவே, ஏதாவது ஒரு துறைக்கு நேராக உள்ளவரிசையில் உள்ள அளவுகளைக் கூட்டினால், அத்துறையிலிருந்து அவ்வாண்டில் உற்பத்தி செய்யப்பட்ட எல்லாப் பொருள்களின் மதிப்பு கிடைக்கும்; அல்லது அத்துறையில் நின்று இதர துறைகளுக்கு இடை

நிலை உபயோகத்திற்கும் கடைநிலை உபயோகத்திற்கும் மக்களின் நுகர்ச்சியின் பொருட்டும் அவ்வாண்டில் விற்பனை செய்யப்பட்ட பொருள்களின் மதிப்பு கிடைக்கும். இதைக் குறியளவில்

$$\sum_{\text{ஐ}=1}^{\text{க}} \text{து} \quad \text{எனக் குறிக்கலாம்,}$$

ஐ

$$\text{ஏ} = 1 \quad \text{ஐ} = 1$$

இதில், ஏ = ஏதாவது ஒரு துறையிலிருந்து,

ஐ = ஏதாவது ஒரு துறைக்கு மன்று பொருள் படும்:

$$\text{மாருக, } \sum_{\text{ஐ}=1}^{\text{க}} \text{து ஐஎ என்று எழுதும்போது,}$$

ஏ = ஏதாவது ஒரு துறையிலிருந்து,

ஐ = ஏதாவது ஒரு துறைக்கு என்று பொருள் படும்

தூண் வரிசை அல்லது கம்ப வரிசை (Column) விளக்கம்:

$$\begin{array}{ccccccc} \text{து} & + & \text{து} & + & \text{து} & + & \text{து} & + & \text{து} \\ 21 & & 31 & & 41 & & \text{எ}1 & & \text{ஐ}1 \end{array}$$

இதை 'து'வைத் தவிர்த்து சுருக்கமாகவும் எழுதலாம்.

$$\begin{array}{ccccccc} 21 & + & 31 & + & 41 & + & \text{எ} & + & \text{ஐ} \\ & & & & & & 1 & & 1 \end{array}$$

இதில் அடங்கிய விளக்கம் யாதெனில் ஒவ்வொரு துறையிலிருந்தும் '1' வது துறைக்கு விற்பனை செய்யப்பட்டப் பொருளின் மதிப்பாகும். அல்லது '1'வது துறை இதர துறைகளில் நின்றும் வாங்கிய உற்பத்தி பொருள்களின் மதிப்பைக் குறிக்கும். எனவே ஒரு துறைக்குக்கீழே உள்ள 'கம்பத்தில்' உள்ள விவரங்களைக் கூட்டினால் அத்துறை இதர துறைகளில் இருந்து வாங்கிய பொருள்களின் மதிப்புக் கிடைக்கும்.

ஊதியம்: (ஊ) (Wages)

இங்கு, பிற துறையிலிருந்து உற்பத்தியான பொருளை மாத்திரம் வாங்குவதோடல்லாமல் பிற துறையில் நின்றும் உழைப்பையும் வாங்குவதாகக் கருதப்படும். உழைப்பிற்கான ஊதியமே (Wages) உழைப்பின் மதிப்பாகக் கருதப்படும். அட்டவணியில் ஊ எ என்று குறிப்பிட்டது 'எ' என்ற துறையில் உள்ள உழைப்பிற்காக கொடுத்த ஊதியமாகும்.

இலாபம் (ல): (Profit)

பிறருடைய உழைப்பிற்காக ஊதியம் கொடுப்பதுபோல் ஒருநிறுவனத்தை நடத்தும் முதலாளி தனது முதலீட்டிற்காக வட்டி, வாடகை, மேலும் தனது உழைப்பிற்காகவும் பெறும் தொகையே இலாபம் எனப்படும். இதில் 'லா' என்று குறிப்பிட்டது 'எ' என்ற துறையில் உள்ள இலாபம் எனப்பொருள் படும்.

ஒருதுறையில் கிடைத்த இலாபத்தைக் கணக்கிட வேண்டுமானால், அத்துறையில் நின்றும் உற்பத்தி செய்யப்பட்ட அல்லது விற்பனை செய்யப்பட்ட பொருள்களின் மதிப்பிலிருந்து அத்துறையால் பிற துறைகளில் நின்றும் மூலப் பொருள்களுக்காகவும், இடைநிலை பயன்களுக்காகவும் பயன்படுத்திய பொருள்களின் மதிப்பையும், பிற துறைகளின் உழைப்பிற்காக கொடுத்துள்ள ஊதியத்தின் மதிப்பையும் கழிக்க வேண்டும். இது குறியளவில் கீழ்க்கண்டவாறு எழுதலாம்.

'எ' என்ற துறையை எடுத்துக் கொள்வோம்.

$$\text{மொத்த விற்பனை} = \sum_{\text{ஐ}=1}^{\text{க}} \text{எஐ} + \text{நுஎ} + \text{முஎ}$$

$$\text{மொத்தக் கொள்முதல்} = \sum_{\text{ஐ}=1}^{\text{க}} \text{ஐஎ} + \text{ஊஎ}$$

$$\therefore \text{லஎ} = \left(\sum_{\text{ஐ}=1}^{\text{க}} \text{எஐ} + \text{நுஎ} + \text{முஎ} \right) - \left(\sum_{\text{ஐ}=1}^{\text{க}} \text{துஐஎ} + \text{ஊஎ} \right)$$

$$\text{லஎ} = \sum_{\text{ஐ}=1}^{\text{க}} \text{எஐ} + \text{நுஎ} + \text{முஎ} - \sum_{\text{ஐ}=1}^{\text{க}} \text{துஐஎ} - \text{ஊஎ}$$

$$\sum_{\text{ஐ}=1}^{\text{க}} \text{துஐஎ} + \text{ஊஎ} + \text{லஎ} = \sum_{\text{ஐ}=1}^{\text{க}} \text{எஐ} + \text{நுஎ} + \text{முஎ}$$

இட வசதியை முன்னிட்டும், குழப்பத்தைத் தவிர்ப்பதற்காகவும் 'து' என்ற குறியைச் சேர்க்காதுபோயினும் அக்குறியும் இருப்பதாகக் கருதவேண்டும்.

இதிலிருந்து நாம் தெரிந்து கொள்வது யாதெனில், ஒரு குறிப்பிட்ட துறைக்கு எதிரான வரிசையில் உள்ள அளவுகளின் கூட்டு மதிப்பும், அத்துறைக்குக் கீழே உள்ள 'கம்ப' வரிசையின் கூட்டுத்தொகையும் சமமாக இருக்கும் என்பதே. இதில் வருகின்ற அளவுகள் யாவும் நேரான அளவாகவே

இருக்கும். ஆனால் இலாபம் என்ற ஒரு அளவுமாதிரம் 'எதிர்' அளவாகவும் இருக்கலாம். அப்போது இலாபத்திற்குப் பதிலாக இழப்பு (Loss) ஏற்படுகிறது என்று பொருள்படும்.

சேர்ந்துள்ள செல்வத்தின் நிகர மதிப்பு (செல்வச் சேர்க்கையின் நிகர மதிப்பு (Net Value Added)

ஒரு தொழிலில் உண்டான நிகர மதிப்பின் சேர்க்கையாதெனில், நடப்பாண்டில் உற்பத்தியான பொருள்களின் மதிப்பிலிருந்து, உற்பத்திக்காகச் செலவு செய்யப்பட்ட மூலப் பொருள், உழைப்பு என்ற இனங்களில் செலவான மதிப்பைக் கழித்துக் கிடைப்பதே. ஆனால் ஆண்டின் ஆரம்பக் காலத்திலும் இறுதிக்காலத்திலும் எந்தவிதமான சரக்குகளும் கையிருப்பில் இல்லை என்ற நியதியை ஏற்றுக் கொண்டதால் இதை வேறுவிதமாகவும் கூறலாம். எந்த ஒரு துறையிலும் உண்டான நிகர மதிப்பின் சேர்க்கை அவ்வாண்டில் அத்துறையின் மொத்தவிற்பனை மதிப்பிலிருந்து இதர துறைகளிலிருந்து பொருள்களை வாங்குவதற்காக அத்துறை செலவு செய்ததைக் கழித்தால் கிடைக்கும்.

ஒரு துறையில் உண்டான நிகர மதிப்பின் சேர்க்கையை அல்லது ஒரு துறையினால் உண்டான வருமானத்தை (வஎ) என்று குறிப்பிடலாம் (வஎ = 'எ' என்ற துறையிலிருந்து கிடைத்த வருமானம்).

$$வஎ = \sum_{எ=1}^க எஐ + லஎ + முஎ - \sum_{ஐ=1}^க ஐஎ$$

(மொத்தவிற்பனை) ——— (மொத்த கொள்முதல்)

இவை 'எ' என்ற ஒரு துறையில் உள்ள மொத்த விற்பனையையும் கொள்முதலையையும் முறையே குறிக்கின்றன. நாட்டில் 'எ' போன்ற பல துறைகள் இருக்கின்றன. இதுபோன்று எல்லா துறைகளில் உள்ள வருமானத்தைக் கூட்டினால்

$$கிடைப்பது \left(\sum_{எ=1}^க வஎ = வ \right) \text{ தேசத்தில் உண்டான நிகர வரு}$$

மானத்தின் மொத்தமாகும்.

$$\sum_{எ=1}^க வஎ = \sum_{எ=1}^க \sum_{ஐ=1}^க எஐ + \sum_{எ=1}^க லஎ + \sum_{எ=1}^க முஎ - \sum_{ஐ=1}^க \sum_{எ=1}^க ஐஎ$$

$$\text{ஆனால் } \sum_{\text{எ}=1}^{\text{க}} \sum_{\text{ஐ}=1}^{\text{க}} \text{எஐ} = \sum_{\text{எ}=1}^{\text{க}} \sum_{\text{ஐ}=1}^{\text{க}} \text{ஐஎ}$$

எனவே

$$வ = \sum_{\text{எ}=1}^{\text{க}} வஎ = \sum_{\text{எ}=1}^{\text{க}} நுஎ + \sum_{\text{எ}=1}^{\text{க}} முஎ$$

$$வ = நு + மு$$

மொத்த வருமானம் = மொத்த நுகர்ச்சி + மொத்த முதலீடு.

இச்சமன்பாட்டிலிருந்து தெரிவது என்னவெனில், நாட்டில் எல்லாத் துறைகளிலும் ஏற்பட்ட நிகர மதிப்பின் மொத்தம் (Aggregate of net value added) (1) நாட்டில் வீடுகளில் நுகர்ச்சி; (2) நாட்டில் மூலதனப் பெருக்கம் என்ற இரு இனங்களில் செலவான மொத்த மதிப்பிற்குச் சமமாகும்.

$$வ = நு + மு$$

$$Y = C + F$$

$$Y = \text{Income}$$

$$C = \text{Consumption}$$

$$F = \text{Fixed capital}$$

உற்பத்தியில் ஈடுபட்டுள்ள உறுப்பினர்களின் ஊதியமும் தேசிய வருமானமும் (Income aggregates to factors of production)

பொருள்களின் உற்பத்திப் பணியில் பல தரப்பினர் ஈடுபட்டுள்ளனர். இவர்களை உழைப்பின் அங்கங்கள் என்றோ; அல்லது பங்குதாரர்கள் என்றோ அழைக்கலாம் (Factors of production). உற்பத்தியில் ஈடுபட்டுள்ள பங்குதாரர்கள் ஊதியம் என்றும், சம்பளம் என்றும், வட்டி என்றும், வாடகை என்றும் பல முறைகளில் தங்களது உழைப்பிற்காக ஊதியம் அல்லது வருமானம் பெறுவார்கள். ஆகவே, இவர்களது வருமானத்தை எல்லாம் கூட்டிக் கிடைக்கும் மொத்தமே நாட்டில் ஏற்பட்ட நிகரச் செல்வச் சேர்க்கையின் மதிப்பாகும் அல்லது தேசிய வருமானமாகும்.

$$வஎ = \sum_{\text{ஐ}=1}^{\text{க}} \text{எஐ} + நுஎ + முஎ - \sum_{\text{ஐ}=1}^{\text{க}} \text{ஐஎ}.$$

$$\text{ஆனால் } \sum_{\text{ஐ}=1}^{\text{க}} \text{எஐ} + \text{நுஎ} + \text{முஎ} = \sum_{\text{ஐ}=1}^{\text{க}} \text{ஐஎ} + \text{ஊஎ} + \text{லஎ}$$

$$\begin{aligned} \text{எனவே, வஎ} &= \sum_{\text{ஐ}=1}^{\text{க}} \text{ஐஎ} + \text{ஊஎ} + \text{லஎ} - \sum_{\text{ஐ}=1}^{\text{க}} \text{ஐஎ} \\ &= \text{ஊஎ} + \text{லஎ} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{வ} = \text{ஊ} + \text{ல}.$$

இவ்வாறு எல்லா விதத் துறைகளில் உள்ள வருமானத்தைக் கூட்டினால் தேசிய வருமானம் கிடைக்கும்.

$$\text{வ} = \sum \text{வஎ} = \sum \text{ஊஎ} + \sum \text{லஎ}$$

$$\text{வ} = \text{ஊ} + \text{ல}.$$

$$Y = W + P$$

W = Wages

P = Profit

இங்கு ஊ எனக் குறிப்பிட்டது கூலி, சம்பளம், இன்னும் இது போன்ற வகைகளில் கொடுத்த ஊதியங்களையும், 'ல' இலாபத்தையும் குறிக்கும். எனவே, தேசிய வருமானமாகக் கருதப்படும் நிகர செல்வச் சேர்க்கையின் மொத்த மதிப்பே உற்பத்தியில் ஈடுபட்டுள்ள பங்குதாரர்களாகிய அங்கத்தினர்கள் அல்லது உற்பத்திக்குக் காரணமானவர்களின் வருமானத்தின் மொத்தத்திற்குச் சமமாகும்.

ஒவ்வொரு தொழிலிலும் சேர்ந்துள்ள செல்வத்தின் நிகர மதிப்பு அத்துறையின் உற்பத்திக்குக் காரணமானவர்கள் கூலி, சம்பளம், வட்டி, வாடகை இலாபம் என்ற இனங்களில் பெற்றுள்ள மொத்த வருமானத்திற்குச் சமமாகும். ஆனால், ஒரே ஒரு துறையை மாத்திரம் எடுத்துக் கொண்டால், அதன் நிகரச் செல்வச் சேர்க்கையின் மதிப்பு, அன்றாட வாழ்க்கையிலுள்ள நுகர்ச்சி, நிலையான முதலீட்டு மூலதனம் என்ற இரு இனங்களில் செலவு செய்த அத்துறை உற்பத்திப் பொருள்களின் மதிப்பிற்குச் சமமாக இருக்காது. என்றாலும், எல்லாத் துறைகளையும் எடுத்துக் கொண்டால், செல்வச் சேர்க்கையின் மொத்த நிகர மதிப்பு நுகர்ச்சி, மூலதனம் என்ற இரு இனங்களில் செலவான மொத்த மதிப்பிற்குச் சமமாகயிருக்கும்.

இதுவரை நாம் கூறியன யாவும் மொத்த வருமானத்தைப் பற்றியதே. நிகர வருமானம் என்று கூறியதெல்லாம், உற்பத்தியின் மொத்த மதிப்பிலிருந்து உற்பத்திக்காகச் செல

வான மதிப்பைக் கழித்துக் கிடைத்த வருமானமே. இது உண்மையில், கிடைத்த மொத்த வருமானமே. உண்மையில் கிடைத்த வருமானம் இதை விடவும் குறைவாகவும் இருக்கும். ஏனெனில் கிடைத்த மொத்த வருமானத்திலிருந்து, தேய்மானச் செலவைக் கழிக்க வேண்டும். இவ்வாறு கழித்துக் கிடைத்த மீதியே உண்மை நிகர வருமானமாகும். இது போன்றே நாம் முன்னம் இலாபம் என்று கூறியது யாவும் மொத்த இலாபத்தையே (Gross profit) குறிப்பதாகும். உண்மை நிகர இலாபம் கணக்கிட வேண்டுமானால், உற்பத்திப் பொருளின் மதிப்பிலிருந்து தேய்மானச் செலவையும் இன்னும் இதரச் செலவுகளையும் கழிக்க வேண்டும்.

தேஎ = 'எ' என்ற துறையில் ஏற்பட்ட தேய்மானத்தின் மதிப்பு.

$$\sum_{எ=1}^க தேஎ = தே = எல்லாத் துறைகளிலும் ஏற்பட்ட தேய்மானத்தின் மதிப்பு.$$

$$வ = \sum_{எ=1}^க வஎ = \sum_{எ=1}^க \sum_{ஐ=1}^க எஐ + \sum \nu எ + \sum \mu எ$$

$$- \sum_{எ=1}^க \sum_{ஐ=1}^க ஐஎ - \sum_{எ=1}^க தேஎ$$

$$வ = \sum \nu எ + \sum \mu எ - \sum தேஎ$$

$$= \sum \nu எ + (\sum \mu எ - \sum தேஎ)$$

$$= \nu + (\mu - தே) =$$

$$I = C + (I - D).$$

இதில் வரும் $(\mu - தே)$ என்பதை நிகர மூலதன முதலீடு (net investment) என்றும் அழைக்கலாம். எனவே தேசத்தின் நிகர உற்பத்தி, நுகர்ச்சியையும் நிகர மூலதன முதலீட்டையும் கூட்டிக் கிடைக்கும் அளவிற்குச் சமமாகும்.

'எ' என்ற துறையில் உண்டான நிகர இலாபம் =

$$லஎ = \sum எஐ + \nu எ + \mu எ - \sum ஐஎ - தேஎ - ஊஎ$$

எனவே தேசத்தின் எல்லாத் துறையில் நின்று கிடைத்த இலாபம்

$$ல = \sum லஎ = \sum \sum எஐ + \sum \nu எ + \sum \mu எ - \sum \sum ஐஎ - \sum தேஎ - \sum ஊஎ.$$

$$ல = \nu + \mu - தே - ஊ$$

$$\text{ல} + \text{ஊ} = \text{நு} + (\text{மு} - \text{தே})$$

$$\therefore \text{ல} + \text{ஊ} = \text{நு} + (\text{மு} - \text{தே}) = \text{வ.}$$

இதிலிருந்து, தேச வருமானம், உற்பத்திக்குக் காரணமானவர்கள் பெற்றுள்ள மொத்த வருமானத்திற்குச் சமமாகும் என்பது தெரியவரும். ஆனால் இலாபத்தைப் பொறுத்த அளவில், தேய்மானத்தைக் கழித்துக் கிடைத்த நிகர இலாபத்தையே கணக்கில் கொள்ளப்பட்டது என்பதையும் நன்கு உணர வேண்டும்.

ஆண்டின் ஆரம்பத்திலும் இறுதியிலும் உள்ள கையிருப்பும் பொருள்களும் தேசிய வருமானம் கணிப்பும்

இதுவரை நாம் எளியதான சூழ்நிலையை மனதில் கொண்டு தேசிய வருமானம் கணிப்பது குறித்துக் கண்டோம். இனி, சற்று சிக்கல்கள் நிறைந்த சூழ்நிலைகளைப் பற்றியும் ஆய்வோம். முதலில் மேற்கொண்ட மூன்று நியதிகளில் முதல் இரண்டையும் வைத்துக் கொண்டு மூன்றாவது கட்டுப்பாட்டைத் தளர்த்தி விடுவோம். அதாவது ஆண்டின் ஆரம்பத்திலும் கடைசியிலும் கையில் சரக்குகள் இருப்பதாகவே கருதுவோம். கையிருப்பில் உள்ள சரக்குகளில் சில மூலப் பொருளாகவும், சில உற்பத்திக்குள்ளாகி உருப்பெற்றதாகவும், இன்னும் சில இரண்டிற்கும் இடைநிலையில் உள்ளதாகவும் இருக்கலாம். முன் ஆண்டின் இறுதியில் கையிருப்பில் உள்ள பொருள்களை நடப்பாண்டில் தொழில்கள் பயன்படுத்துவதுண்டு. மேலும், நடப்பாண்டில் வாங்கிய எல்லா மூலப் பொருள்களும் நடப்பாண்டிலேயே பயன்படுத்தப்படமாட்டா. மேலும் நடப்பாண்டில் உற்பத்தியான எல்லாப் பொருள்களும் நடப்பாண்டிலேயே விற்பனை செய்யப்படமாட்டா. இத்தகைய ஏதுக்களால் ஆண்டின் ஆரம்பத்திலும் இறுதியிலும் சரக்குகள் கையிருப்பாக (stock) இருக்கும்.

இதை இன்னும் தெளிவாக விளக்குவதற்கு மேலும் இரு அட்டவணைகள் தேவைப்படும். ஆண்டின் ஆரம்பக் காலக் கையிருப்பை விளக்க ஓர் அட்டவணையும் இறுதி காலக் கையிருப்பை விளக்க இன்னொரு அட்டவணையும் தேவைப்படும். ஆரம்பகால இருப்பை '0' என்றும் இறுதிகால இருப்பை '1' என்றும் குறிப்பிடலாம்.

TABLE 2

Stock at the beginning of the year

Held by

Sectors	1	2	3	<i>i</i>	<i>n</i>
1	$S_{11}^{(0)}$	$S_{12}^{(0)}$	$S_{13}^{(0)}$	$S_{1i}^{(0)}$	$S_{1n}^{(0)}$
2	$S_{21}^{(0)}$	$S_{22}^{(0)}$	$S_{23}^{(0)}$	$S_{2i}^{(0)}$	$S_{2n}^{(0)}$
3	$S_{31}^{(0)}$	$S_{32}^{(0)}$	$S_{33}^{(0)}$	$S_{3i}^{(0)}$	$S_{3n}^{(0)}$
<i>i</i>	$S_{i1}^{(0)}$	$S_{i2}^{(0)}$	$S_{i3}^{(0)}$	$S_{ii}^{(0)}$	$S_{in}^{(0)}$
<i>n</i>	$S_{n1}^{(0)}$	$S_{n2}^{(0)}$	$S_{n3}^{(0)}$	$S_{in}^{(0)}$	$S_{nn}^{(0)}$

TABLE 3

Year-end Stock

Held by

Sectors	1	2	3	<i>i</i>	<i>n</i>
1	$S_{11}^{(1)}$	$S_{12}^{(1)}$	$S_{13}^{(1)}$	$S_{1i}^{(1)}$	$S_{1n}^{(1)}$
2	$S_{21}^{(1)}$	$S_{22}^{(1)}$	$S_{23}^{(1)}$	$S_{2i}^{(1)}$	$S_{2n}^{(1)}$
3	$S_{31}^{(1)}$	$S_{32}^{(1)}$	$S_{33}^{(1)}$	$S_{3i}^{(1)}$	$S_{3n}^{(1)}$
<i>i</i>	$S_{i1}^{(1)}$	$S_{i2}^{(1)}$	$S_{i3}^{(1)}$	$S_{ii}^{(1)}$	$S_{in}^{(1)}$
<i>n</i>	$S_{n1}^{(1)}$	$S_{n2}^{(1)}$	$S_{n3}^{(1)}$	$S_{ni}^{(1)}$	$S_{nn}^{(1)}$

$$T_i = \left(\sum_j a_{ij} + C_i + F_i + S_{ii}^{(1)} - S_{ii}^{(0)} \right)$$

Value of Current Produce

$$- \left(\sum_j a_{ji} + \sum_{\substack{k \\ k \neq i}} S_{ki}^{(0)} - \sum_{\substack{k \\ k \neq i}} S_{ki}^{(1)} \right)$$

Value of inputs used up.

$$\begin{aligned} T_i &= \sum_i T_i = \sum_i \sum_j a_{ij} + \sum_i C_i + \sum_i F_i + \sum_i S_{ii}^{(1)} - \sum_i S_{ii}^{(0)} \\ &\quad - \sum_i \sum_j a_{ji} - \sum_i \sum_{\substack{k \\ k \neq i}} S_{ki}^{(0)} + \sum_i \sum_{\substack{k \\ k \neq i}} S_{ki}^{(1)} \\ &= \sum_i C_i + \sum_i F_i + \left(\sum_i \sum_{\substack{k \\ k \neq i}} S_{ki}^{(1)} - \sum_i \sum_{\substack{k \\ k \neq i}} S_{ki}^{(0)} \right) \\ &= C + F + S^{(1)} - S^{(0)} \quad \dots\dots\dots(x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_i &= \sum_j a_{ij} + C_i + F_i + \left(\sum_j S_{ji}^{(1)} - \sum_j S_{ji}^{(0)} \right) - \sum_j a_{ji} - W_i \\ &= T_i - W_i \quad \dots\dots\dots(xii) \end{aligned}$$

Hence $T_i = P_i + W_i$ so that for the economy as a whole, summation over industries gives us, as before,

$$T = P + W \quad \dots\dots\dots(xiii)$$

அட்டவணை 2.

ஆண்டின் ஆரம்ப இருப்பு

இருப்பில் வைத்துள்ள துறைகள்

துறைகள்	1	2	3	௪	௫	க
1	இ° ₁₁	இ° ₁₂	இ° ₁₃	இ° _{1௪}	இ° _{1௫}	இ° _{1க}
2	இ° ₂₁	இ° ₂₂	இ° ₂₃	இ° _{2௪}	இ° _{2௫}	இ° _{2க}
3	இ° ₃₁	இ° ₃₂	இ° ₃₃	இ° _{3௪}	இ° _{3௫}	இ° _{3க}
௪	இ° _{௪1}	இ° _{௪2}	இ° _{௪3}	இ° _{௪௪}	இ° _{௪௫}	இ° _{௪க}
௫	இ° _{௫1}	இ° _{௫2}	இ° _{௫3}	இ° _{௫௪}	இ° _{௫௫}	இ° _{௫க}
க	இ° _{க1}	இ° _{க2}	இ° _{க3}	இ° _{க௪}	இ° _{க௫}	இ° _{கக}

உற்பத்தி செய்துள்ள துறைகள்

இ°_{1௪} = '1' வது துறை உற்பத்தி செய்த பொருளில் '௪' என்ற துறையிடம் ஆண்டின் ஆரம்பத்தில் உள்ள கையிருப்பின் மதிப்பு.

இ°_{௪௪} = '௪' என்ற துறை, தான் உற்பத்தி செய்த பொருளில் தன்னிடம் ஆண்டின் ஆரம்பத்தில் உள்ள கையிருப்பின் மதிப்பு.

இவ்வட்டவணையில் மூலக்கோணத்தில் உள்ள அளவுகள் யாவும் அந்தந்த துறை உற்பத்தி செய்த பொருள்களில் அந்தந்தத் துறைகளிடம் ஆண்டின் ஆரம்பத்தில் உள்ள சரக்கின் மதிப்பு. இதைக் குறுக்கிக் கூறுவதாயிருந்தால் 'சுய உற்பத்தி ஆரம்ப இருப்பு' எனக் கூறலாம்.

அட்டவணை 3.

ஆண்டின் இறுதி இருப்பு

இருப்பில் வைத்துள்ள துறைகள்

துறைகள்	1	2	3	௪	௫	க
1	இ ¹ ₁₁	இ ¹ ₁₂	இ ¹ ₁₃	இ ¹ _{1௪}		இ ¹ _{1௧}
2	இ ¹ ₂₁	இ ¹ ₂₂	இ ¹ ₂₃	இ ¹ _{2௪}		இ ¹ _{2௧}
3			இ ¹ ₃₃			
௪	இ ¹ _{௪1}	இ ¹ _{௪2}	இ ¹ _{௪3}	இ ¹ _{௪௪}		இ ¹ _{௪௧}
௫					இ ¹ _{௫௫}	
க	இ ¹ _{௧1}	இ ¹ _{௧2}	இ ¹ _{௧3}	இ ¹ _{௧௪}		இ ¹ _{௧௧}

உற்பத்தி செய்துள்ள துறைகள்

இ¹_{1௪} = '1' வது துறை உற்பத்தி செய்த பொருளில் '௪' என்ற துறையிடம் ஆண்டின் இறுதியில் இருக்கும் பொருளின் மதிப்பு.

இ¹_{௪௪} = '௪' என்ற துறை, தான் உற்பத்தி செய்துள்ள பொருளின் தன்னிடமே ஆண்டின் இறுதியில் உள்ள பொருளின் மதிப்பு.

இவ்வட்டவணையில், மூலக் கோணத்தில் வருகின்ற அளவுகள் யாவும், அந்தந்தத் துறை உற்பத்தி செய்த பொருள்களில் அந்தந்தத் துறைகளிடம் ஆண்டின் இறுதியில் கையிருப்பு சரக்கு. இதை வேறுவிதமாகக் கூறினால், 'சுய உற்பத்தி இறுதியிருப்பு' எனக் கூறலாம்.

நாம் முதலில் கொடுத்துள்ள முதல் அட்டவணையை மீண்டும் நோக்குவோம். உற்பத்தியின் மதிப்பிலிருந்து உபயோகப்படுத்திய மூலப்பொருள்களின் மதிப்பைக் கழித்துக் கிடைப்பதே செல்வச் சேர்க்கையின் நிகர மதிப்பு என்று முன்பு விளக்கினோம். ஆண்டின் ஆரம்பத்திலும் இறுதியிலும் சரக்குகள் இருப்புள்ளன என்ற கோட்பாட்டைத் தற்போது புருத்துவதிலும், ஒரு ஆண்டு உற்பத்தியின் மதிப்பு அவ்வாண்டின் விற்பனைக்குச் சமமாகாது. இதுபோன்றே, ஒரு ஆண்டில் உபயோகப்படுத்திய மூலப் பொருள்களின் மதிப்பு, அவ்வாண்டில் செய்த கொள்முதலுக்குச் சமமாகாது என்பது விளங்கும். ஏனெனில் ஓர் ஆண்டில் உற்பத்தி செய்த பொருள்கள் யாவும் அவ்வாண்டில் விற்பனை ஆகாமல் சில இறுதியில் கைபிவிருக்கும். இதுபோன்றே அவ்வாண்டில் விற்பனை செய்த பொருள்களில் சில சென்ற ஆண்டின் உற்பத்தியாகவும் இருக்கும். இதுபோன்றே ஒரு ஆண்டில் வாங்கிய மூலப்பொருள்கள் யாவும் அவ்வாண்டிலேயே பயன்படாமல் சிறிது ஆண்டின் கடைசியில் எஞ்சி இருக்கும். இது போன்றே, சென்ற ஆண்டில் வாங்கி அவ்வாண்டில் பயன்படாமல் இவ்வாண்டில் ஆரம்பத்தில் உள்ள மூலப் பொருள்கள், இவ்வாண்டில் உற்பத்திக்காகப் பயன்பட்டிருக்கலாம்.

இதை வேறு விதமாகவும் அணுகலாம். அவ்வாண்டில் விற்பனைக்காகக் கிடைத்துள்ள மொத்தச் சரக்கின் மதிப்பைக் கணிக்கலாம்.

(1) ஆண்டின் ஆரம்பத்தில் கையிருப்புள்ள உற்பத்தி + அவ்வாண்டின் உற்பத்தி = அவ்வாண்டின் விற்பனை + ஆண்டின் இறுதியில் இருப்பில் உள்ள உற்பத்தி.

(2) எனவே அவ்வாண்டின் உற்பத்தி = அவ்வாண்டின் விற்பனை + ஆண்டின் இறுதி இருப்பு - ஆண்டின் ஆரம்ப இருப்பு.

இதுபோன்று உற்பத்திக்காக அவ்வாண்டில் பயன்பட்ட பொருள்களின் மதிப்பையும் கணிக்கலாம்.

(3) உபயோகத்திற்காகக் கிடைத்துள்ள சரக்கின் மதிப்பு = ஆண்டின் ஆரம்ப இருப்பு + ஆண்டின் கொள்முதல்.

(4) நடப்பாண்டின் உபயோகம் = அவ்வாண்டின் கொள்முதல் + ஆண்டின் ஆரம்ப இருப்பு - ஆண்டின் இறுதி இருப்பு. ஒரு குறிப்பிட்ட துறையில் சேர்ந்துள்ள செல்வத்தின் நிகர மதிப்பு:

= ஆண்டின் உற்பத்தி - ஆண்டின் உபயோகம்.

$$\begin{aligned}
 வஎ &= \left[\sum_{ஐ=1}^௧ எஐ + \sum_{எஎ} நுஎ + \sum_{எஎ} முஎ + \sum_{எஎ} இ^1 - \sum_{எஎ} இ^0 \right] \\
 &\quad \text{(மொத்த உற்பத்தி)} \\
 &- \left[\sum_{ஐ=1}^௧ ஐஎ + \sum_{ஐ=1}^௧ இ^0 - \sum_{ஐஎ} இ^1 \right] \\
 &\quad \text{(மொத்த உபயோகம்)}
 \end{aligned}$$

இனி எல்லாத் துறைகளுக்கும் உள்ள அளவுகளைக் கூட்டினால் மொத்த வருமானம் கீழ்க் கண்டவாறு மாறும்.

$$\begin{aligned}
 வ &= \sum_{எ=1}^௧ வஎ = \left[\sum \sum எஐ + \sum \sum நுஎ + \sum \sum முஎ + \sum \sum இ^1 - \sum_{எஎ} இ^0 \right] \\
 &- \left[\sum \sum ஐஎ + \sum \sum இ^0 - \sum \sum இ^1 \right] \\
 &= \sum \sum எஐ + \sum \sum நுஎ + \sum \sum முஎ + \sum \sum இ^1 - \sum_{எஎ} இ^0 \\
 &- \sum \sum ஐஎ - \sum \sum இ^0 + \sum \sum இ^1 \\
 &= \sum \sum நுஎ + \sum \sum முஎ + (\sum \sum இ^1 - \sum \sum இ^0) \\
 &- (\sum \sum இ^0 + \sum_{எஎ} இ^0) \\
 &= நு + மு + இ^1 - இ^0
 \end{aligned}$$

எனவே, தேசிய வருமானமாகிய நிகரச் செல்வச் சேர்க்கை, நுகர்ச்சி, மூலதன முதலீடு என்ற இரு இனங்களில் உள்ள செலவுத் தொகையோடு ஆண்டின் ஆரம்பத்திலும் இறுதியிலும் கையிருப்பிலுள்ள சரக்கின் மதிப்பில் ஏற்பட்ட வேறுபாட்டைக் கூட்டினால் கிடைக்கும் தொகைக்குச் சமமாக யிருக்கும். இதிலிருந்து விளங்குவது என்னவெனில், நிலையான மூலதனம் ஏற்படுவதோடு, இறுதி இறுப்பிலிருந்து ஆரம்ப இருப்பைக் கழித்துக் கிடைத்த நிகர மதிப்பைக் கூட்டிக் கிடைப்பதையே முதலீடு என்றும் கூறலாம் என்பதே. ஆனால், இவ்விருவித இருப்புக்களின் மதிப்பு நேராகவோ அல்லது எதிரானதாகவோ இருக்கும். ஆரம்ப இருப்பைவிட இறுதி இருப்பு அதிகமாக இருந்தால், வேறுபாடு நேராகவும், ஆரம்ப இருப்பைவிட இறுதி இருப்புக் குறைவாக இருந்தால், வேறுபாடு எதிராகவும் இருக்கும்.

ஒரு துறையில், உற்பத்தியின் மதிப்பிலிருந்து உபயோகித்த மூலதனப் பொருள்களின் மதிப்பு, கூலி, சம்பளம்,

வட்டி, வாடகை இன்னும் இதுபோன்ற இதரச் செலவினங்களைக் கழித்தால் கிடைப்பது இலாபம் எனக் கருதப்படும்.

$$\begin{aligned} \text{லா} &= \sum_{\text{ஐ}=1}^{\text{க}} \text{எஐ} + \text{நா} + \text{முள} + \left(\sum_{\text{ஐ}=1}^{\text{க}} \text{இ}^1 - \sum_{\text{ஐ}=1}^{\text{க}} \text{இ}^0 \right) \\ &\quad - \sum_{\text{ஐ}=1}^{\text{க}} \text{ஐள} - \frac{\text{ஊ}}{\text{எ}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{எனவே, எல்லாத் துறைகளுக்குமான இவ்வளவுகள்} \\ \sum \text{லா} &= \sum \sum \text{எஐ} + \sum \text{நா} + \sum \text{முள} + \left(\sum \sum \text{இ}^1 - \sum \sum \text{இ}^0 \right) \\ &\quad - \sum \sum \text{ஐள} - \frac{\sum \text{ஊ}}{\sum \text{எ}} \\ &= \sum \text{நா} + \sum \text{முள} + \sum \sum \text{இ}^1 - \sum \sum \text{இ}^0 - \frac{\sum \text{ஊ}}{\sum \text{எ}} \\ &= \sum \text{வள} - \sum \text{ஊள} \\ \text{ல} &= \text{வ} - \frac{\text{ஊ}}{\text{எ}} \\ \therefore \text{ல} + \frac{\text{ஊ}}{\text{எ}} &= \text{வ} \end{aligned}$$

தேசிய வருமானமும் ஏற்றுமதி இறக்குமதியும் :

நாம் தேசிய வருமானத்திற்கென முன்னம் கூறிய மூன்று விதமான விளக்கங்களுக்குரிய விரிவான ஆய்வு முறைகளையும் அவற்றிற்குரிய சமன்பாடுகளையும் கண்டோம்.

இனிமேல், வெளிநாட்டு வியாபாரத்தையும் சேர்த்துக் கணக்கிடுவதால் ஏற்படும் மாற்றங்களையும் கவனிப்போம். நடப்பாண்டு உற்பத்திக்காக ஒரு துறை, உள்நாட்டில் உள்ள மூலப் பொருள்களையும் வெளிநாட்டிலிருந்து இறக்குமதியான மூலப் பொருள்களையும் பயன் படுத்தலாம். இது போன்று ஒரு துறையில் உண்டாகும் மூலதன முதலீடு வெளிநாட்டிலிருந்து இறக்குமதியான பொருள்களினாலானதாகவும் இருக்கலாம். இதுபோன்று மக்களின் இல்லங்களில் பயன்படும் பொருள்களில் ஒரு பகுதி வெளிநாட்டிலிருந்து இறக்குமதியான பொருளாக இருக்கலாம். இதுபோன்று, உற்பத்தியில் ஒருபகுதி உள்நாட்டில் உபயோகப்படுவதோடல்லாமல் வெளி நாட்டிற்கும் ஏற்றுமதியாகலாம். இதற்காக நாம் முன்னம் கவனித்த அட்டவணையில் ஏற்றுமதிக்காக ஒரு கம்ப வரிசையையும் இறக்குமதிக்காக ஒரு படுக்கை வரிசையையும் புதிதாகச் சேர்த்துக் கவனிக்கலாம். இங்கு ஏற்றுமதியை 'ஏ+' என்றும், இறக்குமதியை 'ஏ-' என்றும் குறிப்பிடலாம்.

TABLE 4
Inter-industry transactions
Purchases

Sectors	Intermediate uses					Final uses		
	1	2	3	i	n	House hold Consump- tion	Fixed Cap- ital forma- tion	Export
1	0	a_{12}	a_{13}	a_{1i}	a_{1n}	C_1	F_1	X_1
2	a_{21}	0	a_{23}	a_{2i}	a_{2n}	C_2	F_2	X_2
3	a_{31}	a_{32}	0	a_{3i}	a_{3n}	C_3	F_3	X_3
i	a_{i1}	a_{i2}	a_{i3}	0	a_{in}	C_i	F_i	X_i
n	a_{n1}	a_{n2}	a_{n3}	a_{ni}	a_{nn}	C_n	F_n	X_n
Imports	M_1	M_2	M_3	M_i	M_n	M_C	M_f	
H (1)	W_1	W_2	W_3	W_i	W_n			
(2)	P_1	P_2	P_3	P_i	P_n			

Sales

$$Y_i = \sum_j a_{ij} + C_i + F_i + X_i - \sum_j a_{ji} - M_i \dots \dots \dots (xiii)$$

Hence National Income

$$Y = \sum_j Y_i = \sum_i \sum_j a_{ij} + \sum_i C_i + \sum_i F_i + \sum_i X_i - \sum_i \sum_j a_{ji} - \sum_i M_i = C + F + (X-M) \dots \dots \dots (xiv)$$

where X and M stand for $\sum_i X_i$ and $\sum_i M_i$ respectively.

$$Y = (\sum_i C_i + M_c) + (\sum_i F_i + M_f) + \sum_i X_i - (\sum_i M_i + M_c + M_f) \dots \dots \dots (xv)$$

$$P_i = \sum_j a_{ij} + C_i + F_i + X_i - \sum_j a_{ji} - M_i - W_i \dots \dots \dots (xvi)$$

So that

$$Y_i = \sum_j a_{ij} + C_i + F_i + X_i - \sum_j a_{ji} - M_i \\ = W_i + P_i$$

$$\text{Summing, } Y = \sum_i Y_i = \sum_i W_i + \sum_i P_i = W + P \dots \dots \dots (xvii)$$

அட்டவணை 4
கொள்முதல்

துறைகள்	இடைநிலைப் பயன்கள்					கடைநிலைப் பயன்கள்		
	1	2	3	எ	க	விட்டு நுகர்ச்சி	மூலதன முகலீடு	ஏற்றுமதி
1	0	து ¹²	து ¹³	து ^{1எ}	து ^{1க}	நு ¹	மு ¹	ஏ ⁺ 1
2	து ²¹	0	து ²³	து ^{2எ}	து ^{2க}	நு ²	மு ²	ஏ ⁺ 2
3								
எ	து ^{எ1}	து ^{எ2}		0	து ^{எக}	நு ^எ	மு ^எ	ஏ ⁺ எ
க	து ^{க1}	து ^{க2}			0	நு ^க	மு ^க	ஏ ⁺ க
இறக்குமதி	0	0		0	0	நு ⁰	மு ⁰	
மூலதனம்	ஏ ¹	ஏ ²		ஏ ^எ	ஏ ^க			
லாபம்	மூ ¹	மூ ²		மூ ^எ	மூ ^க			
	ல ¹	ல ²		ல ^எ	ல ^க			

நிகரச் செல்வச் சேர்க்கை

$$வ = \sum_{\text{எ} = 1}^{\text{க}} \text{து} + \text{நுஎ} + \text{முஎ} + \text{ஏ}^+ \text{எ} - \sum_{\text{ஐ} = 1}^{\text{க}} \text{து} - \text{ஏ}^+ \text{எ}$$

$$வ = \sum \text{வஎ} = \sum \sum \text{எஐ} + \sum \text{நுஎ} + \sum \text{முஎ} + \sum \text{ஏ}^+ \text{எ}.$$

$$\sum \sum \text{ஐஎ} - \sum \text{ஏ}^+ \text{எ}$$

$$= \sum \text{நு} + \sum \text{மு} + \sum \text{ஏ}^+ \text{எ} - \text{ஏ}^+ \text{எ}$$

$$வ = \text{நு} + \text{மு} + (\text{ஏ}^+ - \text{ஏ}^0)$$

நிகரச் செல்வச் சேர்க்கையின் தொகுதியே தேசிய வருமானம் என்றால் அது உள்நாட்டு உற்பத்தியிலிருந்து வீட்டின் நுகர்ச்சிக்காகவும், மூலதன வளர்ச்சியிலும் செலவு செய்த அளவோடு, ஏற்றுமதி, இறக்குமதியால் உள்ள நிகர வருமானத்தையும் கூட்டிக் கிடைத்ததற்குச் சமமாகும்.

இங்கு நாம் எல்லா இறக்குமதிகளையும் கவனிக்கவில்லை. இறக்குமதியில் தொழில்துறைகள் உற்பத்திக்காகப் பயன்படுத்தியவற்றை மாத்திரம் கவனித்துள்ளோம். இறக்குமதியில் ஒரு பகுதி நேரடியாகவே மனிதனின் வீட்டு நுகர்ச்சிக்காகவே பயன்படும் நுஏ⁰. இது போன்று வெளிநாட்டிலிருந்து இறக்குமதியான சிலவற்றில் மூலதனமாகவே இயந்திர உருவாக உள்ளவற்றை தொழில் துறைகள் மூலதன வளர்ச்சியில் ஈடுபடுத்தலாம்-முஏ⁰. நாம் முன் கொடுத்துள்ள சமன்பாட்டில் இதையும் சேர்த்துக் கணக்கிட்டால் நமது சமன்பாடு கீழ்க் கண்டவாறு மாறலாம்.

$$வ = (\sum \text{நுஎ} + \text{நுஏ}^0) + (\sum \text{முஎ} + \text{முஏ}^0) + \sum_{\text{எ} = 1}^{\text{க}} \text{ஏஎ} - (\sum \text{ஏ}^+ \text{எ} + \text{நுஏ}^0 + \text{முஏ}^0)$$

தேசிய வருமானம்.

1) $\sum \text{நுஎ} + \text{நுஏ}^0 =$ உள்நாட்டு உற்பத்தியிலிருந்தும் வெளிநாட்டு இறக்குமதியிலிருந்தும் வீட்டின் நுகர்ச்சியின் பால் உள்ள செலவு.

2) $\sum \text{முஎ} + \text{முஏ}^0 =$ உள்நாட்டு உற்பத்தியிலிருந்தும், வெளிநாட்டு இறக்குமதியிலிருந்தும் மூலதன வளர்ச்சியின்பொருட்டு ஏற்பட்ட செலவு.

$$3) \sum ஏ^+எ - (\sum ஏ^0எ + நுஎ^0 + முஏ^0 = ஏற்றுமதி இறக்
மதிகளின் வேறு
பாடு.$$

$$\text{தே.வ.} = (1) + (2) + (3).$$

இதுவே கீழ்க் கண்டவாறு மாறும்.

தே.வ. = வீட்டுச் செலவு + உள்நாட்டு மூலதன வளர்ச்சி + (ஏற்றுமதி — இறக்குமதி.)

ஏற்றுமதி — இறக்குமதி = வெளிநாட்டு முதலீடு.

தே.வ. = வீட்டுச்செலவு + உள்நாட்டு மூலதன வளர்ச்சி + வெளிநாட்டு மூலதன வளர்ச்சி

இவ்வாறு தேசிய வருமானக் கணக்கில் வெளிநாட்டு வியாபாரத்திற்கும் இடம் கொடுத்துள்ளோம்.

$$\text{லஎ} = \sum \text{து} \quad + \text{நுஎ} + \text{முஎ} + \text{ஏ} - \sum \text{து} \quad - \text{ஏ}^0 - \text{ஊ} \quad \text{எ}$$

எனவே

$$\text{வஎ} = \sum \text{து} \quad + \text{நுஎ} + \text{முஎ} + \text{ஏ} - \sum \text{து} \quad - \text{ஏ}^0 \quad \text{எ}$$

$$= \text{ஊஎ} + \text{லஎ}$$

$$\sum \text{வஎ} = \text{தே.வ} = \sum \text{ஊஎ} + \sum \text{லஎ}$$

$$\text{வ} = \text{ஊ} + \text{ல}$$

தேசிய வருமானமும் அரசாங்கமும்:

இதுவரையில் நாம் நாட்டு மக்களையும் உள்நாட்டுத் தொழில் துறை, வெளிநாட்டு வியாபாரம் என்றவற்றை மாத் திரம் கவனித்தோம். இதை வேறுவிதமாகக் கூறினால் நாட்டு மக்களின் வீட்டு நலனையும் தொழில் துறை நலனையும் மாத் திரம் கவனித்தோம். இதைத் தவிர்த்து ஒரு நாட்டில் அரசாங்கமும் இயங்குகிறது. அரசாங்கத்தை இதில் புகுத்தி னாலும் நமது சமன்பாடுகளில், அந்தவிதமான மாற்றமும் ஏற்படுவதில்லை என்பதையும் தெரிந்து கொள்ளலாம்.

அரசின் வருமானம்:

மத்திய அரசாங்கமும், மாநில அரசாங்கங்களும் நாட்டு மக்களிடமிருந்து வரி வசூல் செய்கின்றன. இத்தகைய வரிகளை நேர்முக வரி (Direct Tax), மறைமுக வரி (Indirect Tax) என

இருவகைப்படுத்தலாம். வருமானவரி, இலாபத்தில் வரி போன்றவைகள் எல்லாம் நேரடியான வரியின் பால்படும். ஏனெனில், இத்தகைய வரி எல்லோரையும் பாதிப்பதில்லை. குறிப்பிட்ட வருமானம் அல்லது இலாபம் உள்ளோரை மாதிரிமே பாதிக்கும். ஆனால் மறைமுக வரிகளோ பொருளின் உற்பத்தி மீதோ அல்லது விநியோக மீதோ விதிக்கப்படும். இத்தகைய வரி எல்லோரையும் பாதிக்கும்.

நேரடி வரியாகக் கிடைக்கும் தொகையை, தொழில்துறை, மக்கள் என்ற இரு சாரரிடமிருந்து அரசாங்கத்திற்கு மாற்றப்படும் செல்வமாகக் கருதலாம். (Transfer Payment). ஆனால், மறைமுக வரியால் கிடைப்பது அரசாங்கத்திற்கு நேரடியாகக் கிடைக்காமல் மக்களிடமிருந்து முதலில் தொழில் துறைக்கும் பின்னர் தொழில் துறையிலிருந்து அரசாங்கத்திற்கும் கைமாவும். எனவே, இதைத் தொழில் துறைக்கு மக்களிடமிருந்து செல்வதாகக் கருதலாம். இவ்விரு இனங்களில் வரும் வருவாயே அரசின் வருவாயாகும்.

அரசின் செலவு :

அரசாங்கம் இத்தகைய வருமானங்களைப் பெறுவதோடு தில்லாமல் செலவும் செய்கின்றது. நாட்டு மக்களிடமிருந்தும் நிறுவனங்களிடமிருந்தும் பொருள்களையும் உற்பத்தியையும் விலைக்கு வாங்குகிறது. இங்கு பொருள்கள் என்று கூறும் போது, யுத்தத் தளவாடங்களையும் அன்றாட நாட்டு நிர்வாகத்திற்குத் தேவையான இதரப் பொருள்களையும் குறிப்பதாக அமையும். இதைத் தவிர்த்து, தேசியக் கடன்களுக்காக, வட்டி, நாட்டு மக்களின் நலனுக்காக உபகாரச் சம்பளங்கள், வயது வந்தோர்க்கு முதுமை கால ஊதியங்கள், ஓய்வு பெற்றோர்களுக்கு ஓய்வுச் சம்பளங்கள் என்ற விதங்களிலும் செலவு செய்கின்றன. இத்தகைய செலவினங்களை மக்களிடம் நேரடியாகச் செலுத்துவதால் அரசாங்கத்திடமிருந்து மக்களின் வரவினமாகக் கருதலாம். மேலே கூறிய முறையில் அரசாங்கம் செலவு செய்ததுபோக எஞ்சியுள்ள தொகையே அரசாங்கத்தின் நிகர வருமானமாகும். உண்மையில், இந்த நிகர வருமானமே தேசிய வருமானத்தில் சேரக்கூடியதாகும். இந்த நிகர வருமானத்தை அரசாங்கம் மூலதன வளர்ச்சியில் முதலீடு செய்யலாம். எஞ்சியுள்ளதைச் சேமித்துவைக்கலாம். ஊன்றிக் கவனித்தால் அரசாங்கமும் ஒரு தொழில் துறை போன்றே செயல்படுகிறது. எனவே நமது அட்டவணையில் முன்னம் ஏற்றுமதி இறக்குமதிக்கு அமைத்ததுபோல் அரசாங்கத்திற்கு

கென ஒருவரிசையை அமைத்துக் கொள்ளலாம். இந்நிலையில் தேசிய வருமானத்திற்கான சமன்பாடு கீழ்க்கண்டவாறு மாறும்:—

$$(1) (\sum \text{நா} + \overset{0}{\text{நா}} + \overset{0}{\text{நா}}) + \sum \overset{0}{\text{மு}} + \overset{0}{\text{மு}} + \overset{0}{\text{மு}} \\ + [\sum \overset{+}{\text{ஏ}} - (\sum \overset{0}{\text{ஏ}} + \overset{0}{\text{நா}} + \overset{0}{\text{மு}})] \\ + [\sum \text{எஅ} - (\text{நாஅ} + \text{முஅ})]$$

$$(1) \sum \overset{0}{\text{நா}} + \overset{0}{\text{நா}} + \overset{0}{\text{நா}} = \text{எல்லா தரப்பிலும்} \\ \text{உள்ள நுகர்ச்சி.}$$

$$(2) \sum \overset{0}{\text{மு}} + \overset{0}{\text{மு}} + \overset{0}{\text{மு}} = \text{எல்லா தரப்பிலும் உள்ள} \\ \text{மூலதன முதலீடு.}$$

$$(3) \sum \overset{+}{\text{ஏ}} - (\sum \overset{0}{\text{ஏ}} + \overset{0}{\text{நா}} + \overset{0}{\text{மு}}) = \text{ஏற்றுமதி} - \\ \text{இறக்குமதி.}$$

$$(4) \sum \text{எஅ} - (\text{நாஅ} + \text{முஅ}) = \text{அரசாங்க வருவாய்} \\ - \text{அரசாங்க செலவு.}$$

$$(1) + (2) + (3) + (4) = \text{தேசிய வருமானமாகும்.}$$

மேலே கொடுத்துள்ள நான்கு பகுதிகளையும் கூட்டினால் தேசிய வருமானம் கிடைக்கும்.

அன்பளிப்பு:

ஏற்றுமதியையும் இறக்குமதியையும் போன்று 'அன்பளிப்பு' என்று ஒரு இனத்தில் வருவாய் உண்டு. தற்போது உலகில் உள்ள நாடுகளில் நேசப் பாண்மை வளர வளர, ஆபத்து வேளையில் ஒன்றிற்கொன்று உதவும் மனப்பாண்மை அதிகரித்துள்ளது. இத்தகைய உதவிகள், திருப்பிச் செலுத்தும் கடனாகவும் இலவச அன்பளிப்பாகவும் இருக்கலாம். இத்தகைய உதவிகளைப் பெறும் நாடும், பிற நாடுகளுக்கு இது போன்ற உதவிகளைச் செய்வது இயற்கையே. எனவே நமது தேசிய வருமானக் கணிப்பில் வெளிநாட்டு அன்பளிப்பிற்கும் ஏற்ற தொரு இடம் கொடுப்பது இன்றியமையாதது. ஏற்றுமதி, இறக்குமதிகளில் கூறியதுபோல், ஓர் ஆண்டில் வெளிநாட்டிலிருந்து கிடைத்த உதவித் தொகையிலிருந்து அவ்வாண்டில்

நாம் வெளிநாட்டிற்குக் கொடுத்த உதவித் தொகையைக் கழித்துக் கிடைத்த நிகர அன்பளிப்புத் தொகையை மாத்திரம் தேசிய வருமானத்தில் சேர்த்துக் கொள்ளவேண்டும்.

4. இந்தியாவின் தேசிய வருமானம்

இன்று உலகில் உள்ள ஒவ்வொரு நாடும், தனது வருமானத்தை உயர்த்துவதில் கண்ணும் கருத்துமாக இருப்பது எல்லோரும் அறிந்த உண்மை. இதற்கு இந்தியாவும் விதிவிலக்கன்று. தேசிய வருமானத்தை உயர்த்துவதற்காக ஒவ்வொரு துறையிலிருந்தும் கிடைக்கும் நிகர வருமானத்தைப் பெருக்க ஆவன செய்கின்றன. ஆக்க முயற்சிகளைச் செய்வதோடல்லாமல் நமது முயற்சிகள் எவ்வளவு தூரம் பயனளித்துள்ளன என்பதை அறிவதற்கும், மேலும்வேண்டிய நடவடிக்கைகளை எடுப்பதற்கும், தேசிய வருமானத்தின் அளவு ஒவ்வொரு ஆண்டும் எந்த நிலையை எட்டியுள்ளது என்பதைக் கணித்தறிவது இன்றியமையாதது. தேசிய வருமானத்தை உயர்த்துவதற்கு ஒவ்வொரு துறையிலுமிருந்து வருமானம் போதுமான அளவிற்கு வரவேண்டும். இதுபோன்று தேசிய வருமானத்தைக் கணிப்பதற்கு ஒவ்வொரு துறையைப் பற்றி போதுமான புள்ளி விவரங்கள் தேவைப்படுகின்றன. ஆகவே இன்று நமது நாட்டில் ஒவ்வொரு மாநிலத்திலும் உள்ள புள்ளி விவரத்துறைகளும், மத்தியில் மத்தியபுள்ளி விவர நிறுவனமும் (Central Statistical Organisation) ஈடுபட்டுள்ளன. ஒவ்வொரு மாநிலத்திலும் கணித்துக் கிடைக்கும் தேசிய வருமானம், ஒன்றோடொன்று ஒப்பிட்டுப்பார்க்கும் அளவில் இருப்பதற்காக ஒரே விதமான கணிப்பு முறைகளைப் பின்பற்றுவதிலும் இன்னும் இதர வகைகளிலும் இம்மத்திய புள்ளி விவர ஆய்வுக் கழகமே ஒழுங்குபடுத்தி வருகின்றது.

முதல் கணிப்பு:

டாக்டர் வி.கே.ரா.வி. ராவ், (முன்னாள் மத்திய அமைச்சர்) 1931-32ல் பர்மாவைத் தவிர்த்து எஞ்சியுள்ள இந்திய நாட்டிற்கான தேசிய வருமானத்தைக் கணித்துள்ளார். இதுவே இந்திய தேசத்தின் தேசிய வருமானத்தைக் கணிப்பதில் முதல் முயற்சியாகும். பின்னால் இரண்டாவது உலகயுத்தம் வந்தது. இந்திய நாடு இரண்டாகப் பிரிந்தது. நாட்டின் பரப்பிலும் மக்கள் தொகையிலும் பெரிய வேறுபாடுகள் தோன்றின. எனவே பிரிவினைக்குப் பின்னர் இந்திய நாட்டிற்கான தேசிய வருமானம் கணிப்பது மிக மிகத் தேவைப்பட்டது. இம்முயற்சி

யில் முன்னாள் சென்னை அரசின் பொருளாதார ஆலோசகரும் இன்னாள் தமிழ் நாட்டின் திட்டக் குழு அங்கத்தினருமான டாக்டர் பா. நடராஜன் இதில் பெருமூயற்சி எடுத்து 1949-ல் இந்தியாவின் தேசிய வருமானத்தைக் கணித்து வெளியிட்டுள்ளார்கள். இவர்களே இன்று இப்பணியில் ஈடுபட்டுள்ளோர்களுக்கு வழிகாட்டியாக உள்ளார்கள் என்றே கூற வேண்டும்.

பின்னர் இந்திய அரசாங்கம் 1949-ல் பேரவியார் பி.சி மகலானுபீஸ் தலைமையில் தேசிய வருமானம் கணிப்பதற்கான பரிந்துரைகள் கூறுவதற்காக ஒரு குழுவை அமைத்தது. இக் குழு தனது முதல் அறிக்கையை 1951-லும், இறுதி அறிக்கையை 1954-லிலும் கொடுத்தது. மத்திய புள்ளிவிவர ஆய்வுக் கழகத்தில் உள்ள தேசிய வருமானப் பிரிவு (National Income Unit) கணித்துள்ள வருமானங்கள் யாவும், மேற்கூறிய குழுவினரின் பரிந்துரையின் அடிப்படையில் தான்.

பின்னர் இப்பணியில் பெரியதொரு முன்னேற்றம் ஏற்பட்டுள்ளது. புள்ளிவிவரங்கள் கிடைக்காத பிரிவுகள் பற்றி விவரங்கள் சேகரிப்பதில் ஆண்டுதோறும் பெரிய முன்னேற்றம் ஏற்பட்டு வருகின்றன. மேலும், ஏற்கனவே கிடைத்துள்ள விவரங்களின் தரத்தை உயர்த்துவதற்கும் தக்கதோர் வழிவகைகள் செய்யப்பட்டும் வருகின்றன. இத்துறையினரால் தேசிய வருமானம் ஆண்டுதோறும் கணிக்கப்பெற்று அரசின் உபயோகத்திற்கும், மக்கள் தெரிந்து கொள்வதற்காகவும் பிரசுரமாக வெளிடப்படுகின்றன. இதுபோன்று மாநிலங்களில் உள்ள புள்ளி விவரத்துறைகளும் இதே பணியில் ஈடுபட்டு வருகின்றன. இம்முயற்சியில் தமிழ் நாட்டின் புள்ளி விவரத்துறையின் பணி மிகவும் பாராட்டுக்குரியது. இனி நாட்டின் வருமானம் எவ்வாறு கணிக்கப்படுகின்றது என்பதை விரிவாகக் காண்போம்.

முதலில் தேசிய வருமானத்திற்கு ஆதாரமான துறைகளைப் பல பிரிவுகளாகப் பிரிக்கலாம். அவை;

அ. வேளாண்மையும் அதைச் சேர்ந்தபிரிவுகளும்:

- | | |
|-------------|------------------|
| 1. வேளாண்மை | Agriculture |
| 2. கால்நடை | Animal Husbandry |
| 3. வனவளம் | Forestry |
| 4. மீன்வளம் | Fishery |

ஆ. சுரங்கமும் தொழிற்சாலைகளும்:

- | | |
|--------------------|----------------------|
| 5. சுரங்கப் பொருள் | Mining |
| 6. ஆலைத் தொழில்கள் | Organised Industries |
| 7. சிறு தொழில்கள் | Small Industries |
| 8. கட்டுமானம் | Construction |

இ. வியாபாரமும் போக்குவரத்தும்:

- | | |
|---------------------------------|-------------------------------|
| 9. இரயில் மார்க்கம் | Railway |
| 10. தந்தித் தபால் தொடர்பு | Post and Telegraph |
| 11. இதரப்போக்குவரத்து மார்க்கம் | Other Transport |
| 12. வங்கியும், பாதுகாப்பும். | Organised Banking & Insurance |
| 13. இதர வியாபாரம் | Trade and Commerce |

ஈ. இதரப் பணித்துறைகள்:

- | | |
|--------------------|---------------------------|
| 14. அரசுப்பணி | Public Administration |
| 15. கலைத்தொழில்கள் | Profession & Liberal Arts |
| 16. வீட்டுவேலை | Domestic Services |

இங்கு கூறிய நான்கு வகையான பெரும்பிரிவுகளில், முதல் இரண்டு பிரிவுகளும் பொருள்களை உற்பத்தி செய்கின்றன. எனவே இத்துறைகளில் நின்று கிடைக்கும் வருமானம் பொருள்களின் உற்பத்தியின் அடிப்படையில் கணிக்கப்படுகிறது. ஆனால், பின்னர் உள்ள இரு பிரிவுகளிலும் பொருள்கள் உற்பத்தி செய்யப்படுவதில்லை. இங்கு உழைப்பே பொருளாகக் கருதப்படுகிறது. ஆகவே இவ்விரு துறைகளைப் பொறுத்தளவில், பொருள்களுக்குப் பதிலாக, ஊதிய அடிப்படையிலும் வருமானம் கணிக்கப்படுகிறது.

மேலும், உற்பத்தித்துறைகளைப் பற்றியுள்ள விவரங்கள் தாராளமாகக் கிடைப்பதற்கு வழிகள் உள்ளன. வேளாண்மைத் துறையைப் பொறுத்தளவில், ஒவ்வொரு வகையான பயிர் செய்யப்பட்ட இடத்தின் பரப்பளவு, ஒவ்வொரு வேளாண்மைப் பொருளின் உற்பத்தியளவு என்பன போன்ற விவரங்கள் அவ்வப்போது கிடைக்கின்றன. இது பொன்று, கால்நடையைப் பொறுத்த அளவில் ஒவ்வொருவகையான கால்நடைகளின் எண்ணிக்கை ஆண்டுகளுக்கு ஒரு தடவை கணிக்கப்படுகிறது. கால்நடைகளிலிருந்து கிடைக்கும் பால், தயிர், நெய், எலும்பு, தோல், உரம் போன்ற பொருள்களின் அளவும் கிடைக்கின்றன. வனத்தைப் பொறுத்தளவில் வனத்தின் பரப்பு, வனத்திலிருந்து கிடைக்கும் பொருள்களின்

அளவும், அவற்றின் மதிப்பும் அரசாங்கத் துறைகளில் உள்ளன. மின் வளத்தைப் பொறுத்த அளவில், ஆண்டு தோறும் கடலில் இருந்து பிடிக்கும் மீனின் அளவு குறித்தும், ஏரி, குளம், குட்டைகளில் பிடிக்கும் மீன்களின் அளவு குறித்தும் விவரங்கள் சேகரிக்கப் படுகின்றன. நாட்டில் உள்ள பெரிய தொழிற்சாலைகளின் எண்ணிக்கையும், ஒவ்வொரு ஆலையும் உபயோகித்தப் பொருள்களின் அளவும், அவற்றின் மதிப்பும், இது போன்று அவை உற்பத்தி செய்த பொருள்களின் அளவும், அவற்றின் விலை மதிப்பும் கிடைக்கின்றன. இது போன்றே, சிறு தொழில்கள் பற்றிய விவரங்களும் உள்ளன. ஒவ்வொரு சுரங்கங்களிலிருந்து வெட்டி எடுக்கப்படும் கணிப்பொருள்களின் அளவும் விலைமதிப்பும் கிடைக்கின்றன. கட்டுமானங்களைப் பொறுத்த அளவில், புதிதாகக் கட்டிய கட்டிடங்களின் எண்ணிக்கையும், அவற்றின் மதிப்பும் கிடைக்கின்றன. இத்தகைய விவரங்கள் யாவும் இலகுவில் கிடைப்பதற்குக் காரணம் இவைகள் யாவும் அரசாங்கத் துறைகளின் நேரடிப்பார்வையிலோ அல்லது அரசின் அனுமதிச் சீட்டின் அடிப்படையிலோ இயங்குகின்றன. ஆகவே இத்துறைகள் அவ்வப்போது அரசிற்குக் குறிப்பிட்ட படிவங்களில் விவரங்களைக் கொடுத்து வருகின்றன.

ஆனால், ஊதியத் துறையைப் பொறுத்தளவில் விவரங்கள் இதுபோல் இலகுவில் கிடைப்பதில்லை. ஒவ்வொரு துறையிலும் பணிபுரிவோர்களின் எண்ணிக்கையும் அவர்கள் பெறும் ஊதியமும் தேவை. ஆனால் இவ்விருவிவரங்களும் ஒவ்வொரு துறையிலும் அடிக்கடி மாறும் இயல்புடையன. மேலும் இவைகள் ஓர் இடத்தில் நிலையாக இருந்து பணிபுரிவதில்லை. எனவே இவைகளைப் பொறுத்த அளவில் விவரங்கள் சேகரிப்பதுதான் சிரமம் அதிகம். உற்பத்தித் துறைகள் தங்களுடைய விவரங்களைக் குறிப்பேடுகளில் குறித்துள்ளனர். எப்போது தேவைப் படினும் அவைகளைப் பெறலாம். ஆனால் ஊதியத்துறையைப் பொறுத்த அளவில் நிலை வேறு. அதிலும் குறிப்பாக ஒவ்வொருவரும் தனியாகத் தனது வாழ்க்கை ஜீவனத்திற்காக நடத்தும், தையல், இன்னும் இதுபோன்ற தொழில்களிலிருந்து சம்பாதிக்கும் விவரங்கள் சரியாகக் கிடைப்பதில்லை. இதற்காக மக்கள்தொகைக் கணிப்பின் போது சேகரிக்கும் விவரங்களையும், தேசிய மாதிரி ஆய்வில் National Sample Survey அவ்வப்போது சேகரிக்கும் விவரங்களையும் பயன்படுத்தி வருகின்றனர். இது எவ்வாறு நடைமுறையில் உள்ளது என்பதைக் காண்போம்.

5. உழைப்பாளிகள் (Working Force)

தேசிய உற்பத்தியைக் கணிப்பதில் தேவைப்படும் அடிப்படைவீவரம், உழைப்பாளிகளின் மொத்த எண்ணிக்கையும், தொழில் வாரியாக உழைப்பாளிகளின் எண்ணிக்கையுமே. குறிப்பாக உற்பத்தியாகும் பொருள்களின் அளவுகள் குறித்து சரியான விவரங்கள் கிடைக்காத இனங்களில் எல்லாம், அத்துறையில் பணிபுரிவோர்களின் அடிப்படையிலேயே உற்பத்தியின் மதிப்பீடு கணிக்கப்படுகிறது.

இதற்காக 1941, 1951, 1961 ஆண்டுகளில் நடந்த மக்கட் கணிப்பில் கிடைத்துள்ள விவரங்களைப் பயன்படுத்துகின்றனர் அதிலும் குறிப்பாக, பிறர் உதவியின்றி தம் உழைப்பாலே வாழுகின்றோர் (self supporting persons) தம் உழைப்போடு பிறரையும் சார்ந்துள்ளோர் (earning dependent) என்ற இருவகை மக்கள் தொகையைப் பயன்படுத்தினர். மேலும், இதில் தேவைப்பட்ட திருத்தங்களும் செய்து கொண்டனர். இம் முறையில் இருவித கேள்விகள் எழுந்தன. அடிப்படையான டில் ஒவ்வொரு துறையிலும் உள்ள உழைப்பாளர்களின் எண்ணிக்கையைக் கணிப்பதும், பின்னர் இரு மக்கட் கணிப்பின் இடைவெளியாண்டுகளுக்காக அவர்களது தொகையை மதிப்பீடு செய்வதுமேயாகும். இதற்காக 1941 ஆம் ஆண்டு மக்கட் தொகைக் கணிப்பின் போது கிடைத்த விவரங்களையே முதலில் அடிப்படையாகக் கருதினர். என்றாலும் 1951, 1961-ஆம் ஆண்டு மக்கட் கணிப்பின் போது, சேகரித்த விவரங்களை ஒப்பிட்டுப் பார்ப்பதில் சிரமங்கள் தோன்றின. ஒவ்வொரு தடவையும் வெவ்வேறு விதமான விளக்கங்களைக் கையாண்டதால் இத்தகைய இன்னல்கள் தோன்றின. எனவே, பின்னர் உள்ள காலங்களுக்கு 1961 ஆம் ஆண்டுள்ள விவரங்களையே அடிப்படையாகக் கொண்டு கணிக்கலாயினர். இதற்கான திருத்தங்களையும் 51 முதல் 61 வரையுள்ள ஆண்டுகளில் மக்கள் தொகையில் கண்டுள்ள உயர்வின் வேகத்தையும் பயன்படுத்தினர். இம்முறையில் ஒவ்வொரு துறைக்கும் கணித்துள்ள உழைப்பாளர்களின் எண்ணிக்கைக் கீழ்வருமாறு.

அட்டவணை 1

துறை	(1960-61) உழைப் பாளர்கள் எண்ணிக் கை ('000)
1. வேளாண்மை	196891
2. சுரங்கம்	911
3. ஆலைத் தொழில்கள்	3669
4. சிறு தொழில்கள்	18784
5. கட்டுமானம்	2849
6. இருப்புப் பாதை	1411
7. போக்குவரத்து	802
8. வங்கிகள், பாதுகாப்பு நிறுவனங்கள்	198
9. இதர போக்கு வரத்து	10511
10. அரசாங்கப் பணி	5113
11. இதர கைநுட்ப வேலை	8680
12. வீட்டு வேலைகள்	2756
மொத்தம்:	187030

பின்னர் மேலே கொடுத்துள்ள ஒவ்வொரு பெரும் பிரிவுகளிலடங்கிய உப பிரிவுகளுக்கும், தொழிலாளர்களின் தொகைக் கணிக்கப் பெற்றுள்ளது.

இனிமேல் ஒவ்வொரு இனங்களிலும் இருந்து கிடைக்கும் வருமானம் எவ்வாறு கணிக்கப்படுகிறது என்பதை ஆய்வோம்.

6. வேளாண்மை (Agriculture)

வேளாண்மை என்ற பெரும் பிரிவில் உணவுப் பயிர், பழ வகைகள், விதை, காய்கறிகள், தேயிலை, காப்பி, ரப்பர் போன்றத் தோட்டப் பயிர்கள், மரங்கள் வளர்த்தல், உழவு,

நடவு, அறுவடை, போரடித்தல், ஏற்றம், நெல் அரைத்தல், புகையிலை போன்ற பொருள்களைப் பதமிடல், விவசாய நிலங்களிலிருந்து வரும் வாடகை, விவசாய கருவிகளிலிருந்து கிடைக்கும் வாடகை, கால்நடைகள் வளர்த்தல், கோழிகள் வளர்த்தல், பால் இன்னும் இதர பொருள்களின் உற்பத்தி, இறாச்சிக்காகவும், தோலுக்காகவும் மிருகங்களைக் கொல்லல், கம்பளி ஆடுகள் வளர்த்தல், கம்பளி மயிர் சேகரித்தல், தேன், பட்டுநூல் சேகரித்தல், வேட்டையாடல், போன்ற இனங்கள் எல்லாம் அடங்கும். முன்னர் வேளாண்மை என்ற பிரிவு விவசாயம், கால் நடை என்று இரு பிரிவுகளாகக் கருதப்பட்டு வந்தன,

விவசாயம்

தற்போதுள்ள திருத்திய முறையில் 68 வகையான பொருள்களும் உப பொருள்களும் கணிப்பில் இடம் பெறுகின்றன. இவை (1) 30 விதமான முக்கியமான பயிர்கள் (Principal crops) (2) 15 சிறு வகையான பயிர்கள் (Minor crops) (3) 11 பலதரப்பட்ட பயிர் இனங்கள் (Miscellaneous) (4) 12 இதர வகையான பொருள்களும் உப பொருள்களும், என நான்கு பெரும் பிரிவுகளாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளன. முதலில் கூறிய 30 வகைப் முக்கிய பயிர்களைப் பொறுத்தளவில், பரப்பு, மொத்த உற்பத்தி போன்ற விவரங்கள் 'வேளாண்மைத் துறை பொருளாதார புள்ளி விவரப் பிரிவால் (Directorate of Economics & Statistics) வெளியிடப்படுகின்றன. இரண்டாவது பிரிவில் உள்ள 15 வகைப் பயிர்களுக்கும் ஆண்டுதோறும் பரப்பு, உற்பத்தி மதிப்பீடு செய்யப்படுகின்றன. மூன்றாவது பிரிவில் உள்ள பயிர்களுக்கு முன்னிரு வகைகளைப்போல் வெளியீடுகள் இல்லாது போயினும், பயிர்களின் பரப்பளவு பற்றிய விவரங்கள் புள்ளிவிவரத் துறையில் கிடைக்கும் நிலையில் உள்ளன.

உற்பத்தி :

முதல் பிரிவில் உள்ள பயிர் இனங்களின் மொத்த உற்பத்தியை தற்போது பயிர் அறுவடை சோதனைகள் மூலம் மதிப்பீடுகின்றனர். ஆனால், இரண்டாவது இனத்தில் உள்ள பயிர்களின் உற்பத்தியையும் மதிப்பீடு செய்கின்றனர். மூன்றாவது இனத்தைப் பொறுத்தளவில், உற்பத்தியை முதலில் மதிப்பிடுவது, சராசரி 1 ஏக்கர் நிலத்திலிருந்து கிடைக்கும் வருமானத்தின் அடிப்படையில், வருமானத்தையே முதலில்

கணிக்கின்றனர். நான்காவது பிரிவைப் பொறுத்தளவில், கிடைக்கின்ற புள்ளி விவரங்களின் தன்மையை வைத்து மதிப்பீட்டை அனுமானிக்கின்றனர்.

விலைவாசிகள் :

தற்போது விவசாயப் பண்டங்களின் விலை விவரங்கள் நாள்தோறும் சேகரிக்கப்படுகின்றன. ஒவ்வொரு மாவட்டத்திலும் பல இடங்களிலிருந்து, வியாபாரம் அதிகமாக நடைபெறும் காலங்களில், விலை விவரங்கள் சேகரிக்கப்படுகின்றன. இத்தகைய விலை விவரங்களின் அடிப்படையில், அம்மாவட்டங்களின் உற்பத்தியினை எடையாகக் கொண்டு, ஒவ்வொரு மாநிலத்திற்கும் ஒவ்வொரு பொருளுக்கும் எடைகொள் சராசரி விலைகள் கணிக்கப்படுகின்றன. இத்தகைய விலை விவரங்கள் அரசாங்க வெளியீடுகளில் அவ்வப்போது வெளியிடப்படுகின்றன. பின்னர் இத்தகைய விலை விவரங்களின் அடிப்படையில் முன்னம் கணித்துள்ள மொத்த உற்பத்தியின் விலை மதிப்பீடு (value) கணிக்கப்படுகிறது. பிறகு, பயிர் வகைகள் குறித்து விவரங்கள்கிடைக்காத இடங்களுக்காக தேவையான திருத்தங்களும் இம் மதிப்பீட்டில் செய்யப்படுகின்றன.

இத்தகைய மொத்தவிலை மதிப்பீட்டிலிருந்து அரசாங்கக் கொள்முதல் காரணமாக விலையில் ஏற்படும் குறைவிற்காக ஏற்றவாறு மொத்த விலை மதிப்பு குறைக்கப்படுகிறது. மேலும் அவை ஆலைகளில் நெல் அரைக்கப்பட்டு அரிசியாக்கப்பட்டு விற்பனை செய்யப்படுவதால், இதன் காரணமாக மொத்த மதிப்பில் மாற்றங்கள் ஏற்படும். இதற்கும் தேவையான திருத்தங்கள் செய்யப்படுகின்றன.

நிர்வாக அணைக்கட்டுகளைக் கட்டி பராமரிப்பதால் வட்டி, தேய்மானம், நஷ்ட ஈடு என்ற இனங்களில் அரசாங்கத்திற்காகும் செலவினங்களை அரசாங்க நிதி நிலை அறிக்கைகளிலிருந்து (Budget documents) மதிப்பிடப் பெற்று பின்னர் இதற்கான ஏற்றதொரு திருத்தமும் பொருள்களின் மொத்த விலை மதிப்பில் செய்யப்படுகின்றன.

இவ்வாறு ஒவ்வொரு மாநிலத்திற்கும் தனித்தனியே கணிக்கப்பெற்று இந்திய நாட்டிற்கான மொத்தம் கணிக்கப்பெறுகிறது.

கால்நடை :

கால் நடைகளைப் பொறுத்தளவில் சுமார் 95 விதமான பொருள்களின் விலை மதிப்புக் கணிக்கப்படுகிறது. இவை பலதரப்பட்டவையாக இருப்பதால் இவைகளை 8 பெரும் பிரிவுகளாகப் பகுக்கின்றனர்.

- 1) பாலும், பால் வகைப் பொருள்களும்.
- 2) இறைச்சியும் இறைச்சி வகைப் பொருள்களும்
- 3) தோல்
- 4) முட்டையும் பறவை இறைச்சியும்
- 5) மயிரும் கம்பளி மயிரும்.
- 6) சாணம்
- 7) கால் நடைகளில் உள்ள இன அபிவிருத்தி
- 8) இதரப் பொருள்கள்.

மக்கட் கணிப்பு நடைபெறுவதைப் போன்று 5 ஆண்டு களுக்கு ஒரு முறை கால் நடைக் கணிப்பும் (Live Stock Census) நமது நாட்டில் நடைபெற்று வருகின்றது. இரு கால்நடைக் கணிப்பின் போதுள்ள விவரங்களின் அடிப்படையில் ஆண்டு தோறும் கால் நடைகளின் எண்ணிக்கையில் காணப்படும் அதிகரிப்பை கணிக்கின்றனர். இதுபோன்று கால்நடை கணிப்பு நடந்தேறிய ஆண்டிற்கும், கழிந்த கால நிலவரங்களின் அடிப்படையில் கால் நடைகளின் எண்ணிக்கையை முன்னோடியாகவே கணிக்கின்றனர்.

கால் நடைகளிதிருந்து கிடைக்கும் வெவ்வேறு விதமான பொருள்களின் உற்பத்தி குறித்து ஆண்டுதோறும் தகுந்த விவரங்கள் கிடைப்பதில்லை. எனினும் விற்பனை சோதனை அலுவலகத்தால் (Directorate of Marketing and Inspection) அவ்வப்போது கால் நடைகளிலிருந்து கிடைக்கப்பெறும் பொருள்களின் உற்பத்தியின் அளவுகள் குறித்து விவரங்கள் வெளியிடப்படுகின்றன. மேலும் (Institute of Agricultural Research Statistics) விவசாய ஆராய்ச்சி புள்ளிவிவர நிறுவனம் பால், முட்டை, சாணம், மயிர் போன்ற இனங்களில் சராசரி உற்பத்தி குறித்து சில மாநிலங்களில் விவரங்கள் சேகரித்துள்ளன. இத்தகைய விவரங்களின் அடிப்படையில் ஒவ்வொரு மாநிலத்திற்கும் உற்பத்தியளவு கணிக்கப்படுகிறது. பின்னர் இப்பொருள்களுக்கான விலைமதிப்பு சராசரி மொத்த விலை அடிப்படையில் மதிப்பிடப்படுகிறது. நகர், கிராமப்

புறங்களில் திலவும் விலைகளில் காணப்படும் வேறுபாட்டிற் கேற்ற முறையில் மதிப்பீடுகளிலும் மாற்றங்கள் செய்யப்படுகின்றன.

வேட்டையாடல் :

கொல்லப்பட்ட ஒவ்வொரு வகை மிருகங்களின் எண்ணிக்கை, மிருகங்களின் தோல் முதலியவற்றின் மதிப்பு போன்ற விவரங்கள் இந்திய வன ஆராய்ச்சி நிறுவனத்திலிருந்து (Indian Forest Research Institute) விவசாய நிறுவனங்களிலிருந்தும் கிடைக்கின்றன. இவ்விவரங்களின் அடிப்படையில் வேட்டையாடலில் இருந்து கிடைக்கப்பெறும் மொத்த வருமானம் மதிப்பீடு செய்யப்படுகிறது.

நிகர வருமானம் :

இதுவரையில் நாம் கவனித்தது பொருள்களிலிருந்து கிடைக்கும் மொத்த வருமானத்தையே என்று கூறலாம். ஆனால் விவசாயப் பொருள்களை உற்பத்தி செய்வதற்கு செலவு செய்ய வேண்டும். இத்தகைய செலவினங்களைப் பொதுவாக உற்பத்திச் செலவு (Cost of Production) என்று கூறலாம். எனவே மொத்த வருவாயிலிருந்து உற்பத்திக்காகும் செலவைக் கழித்துக் கிடைக்கும் நிகர வருவாயையே நாம் தேசிய வருமானத்தில் சேர்த்துக் கொள்ளல் வேண்டும். இத்தகைய உற்பத்திச் செலவினங்கள், லிதை, உரம், உழவுக் கருவிகளைப் பழுது பார்த்தல், தேய்மானம், உழவு, களைபறித்தல், நீர்ப்பாசனம், கிருமிகள் நாசினி, அறுவடை, கன்றுகளின் தீவனம், போரடித்தல் எனப் பலவகைப்படும்.

இவ்வாறு நிகர வருமானம் ஒவ்வொரு துறைக்கும் கணிக்கும்போது சற்று சிந்தனை செய்யவேண்டியுள்ளது. ஓர் ஆண்டில் ஒரு குறிப்பிட்ட துறையிலிருந்து கிடைக்கும் வருமானத்தின் அளவு உயருவதற்கு அடிப்படைக் காரணம் உற்பத்தியின் உயர்வே. அதோடு பொருள்களின் விலை ஏற்றத்தாலும் வருமானம் அதிகமாகலாம். எனவே, ஓர் ஆண்டின் வருமானத்தை வேறு ஓர் ஆண்டுடன் ஒப்பிட வேண்டுமானால் இரண்டு ஆண்டுகளுக்கும் பொதுவான ஓர் ஆண்டின் விலை நிலவர அடிப்படையில் விலை மதிப்புக் கணிக்கப்படும். இப் பொதுவான அடிப்படையாண்டை நிலையான ஆண்டாகக் கருதலாம். அடிப்படையாண்டின் விலை விவரங்கள், நிலையான விவரங்கள் (constant price) எனப்படும். எனவே ஒவ்

வொரு பொருளின் மதிப்பையும், நடப்பாண்டு விலை நிலவரம், நிலையாண்டு விலை நிலவரம் என்ற இருவிதங்களிலும் கணிக்க வேண்டும். தற்போது 1960-61 ஆண்டு விலைகளை நிலையாண்டு விலைகளாக எடுத்துள்ளனர்.

அட்டவணை 2.

(ரூபாய் இலட்சத்தில்)

விவரங்கள்	1960-61	1964-65 நடப்பாண்டு விலையில்	1964-65 நிலையாண்டு விலையில்
1. விவசாயத்திலுள்ள மொத்த வருமானம்	718789	1055478	788958
2. விவரங்கள் கிடைக்கப் பெறாத இடங்களுக்கான மதிப்பீடு	2498	3694	2761
3. அரைவக்காகவும் அரசாங்கக் கொள்முதலுக்காகவும் கழிக்கப்பட வேண்டியது (—)	5700	7865	6580
4. விவசாய மொத்த வருமானம்	710587	1051287	785184
5. கால்நடையில் உள்ள மொத்த வருமானம் ()	159272	226988	178540
6. வேட்டையாடுதலில் உள்ள மொத்த வருமானம்	63	63	63
7. விவசாயம், கால்நடை, வேட்டை முதலியவற்றில் உள்ள மொத்த வருமானம்	869925	1278288	268787
8. மொத்தச் செலவு (—)	185041	245863	201792
9. விவசாயம், கால்நடை, வேட்டை இனங்களில் உள்ள மொத்த வருமானம்.	684881	1032420	761945
10. அரசாங்க நிர்வாகத் திட்டங்களில் உள்ள வருமானம்	4011	7177	6819
11. மொத்த வருமானம்	688892	1039597	768764
12. தேய்வுமானம் (—)	18221	24301	21695
13. நிகர வருமானம்	670671	1015494	745069

இம்முறையில் 1960-61, 1964-65 ஆண்டுகளுக்கு மத்திய புள்ளி விவர நிறுவனத்தால் விவசாயம், கால்நடை வேட்டை இனங்களிலிருந்து நடப்பாண்டு, நிலையாண்டு விலை நிலவரங்களின் அடிப்படையில் கணித்துக் கிடைக்கப்பெற்ற வருமானம் மேலுள்ள அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

7. வன வளம் (காட்டுவளம், Forestry)

காட்டுவளம் என்று கூறும்போது, காட்டை வெட்டித் திருத்தி புதிய மரங்களை நட்டு காட்டை வளப்படுத்தலும், காட்டிலிருந்து கிடைக்கும் காட்டு விறகு, போன்ற பொருள்களை சேகரித்தல், காட்டுக் கரி உற்பத்தி, மரங்களை வெட்டி தடிகளாக மாற்றி விற்பனைத் தளங்களுக்கு அகற்றுதல் போன்ற தொழில் இனங்களும் அடங்கும்.

காட்டிலிருந்து கிடைக்கும் பொருள்களின் மதிப்பைச் செல்வச் சேர்க்கை, (Value added approach) அடிப்படையில் கணிக்கப்படுகின்றன. காட்டிலிருந்து கிடைக்கும் பொருள்களில் பெரும்பாலானவை தொழிலுக்கான மரமும் (industrial wood) விறகுமே (Fire wood) யாகும். ஆனால் காட்டிலிருந்து கிடைக்கும் சிறுவகைப் பொருள்கள், சந்தனக் கட்டை, மூங்கில், கரி என்பன போன்ற பலதரப்பட்டவையாகும். பெரும் பொருள்களின் அளவுகள் குறித்து விவசாயத்துறையால் வெளியிடப்படும் 'இந்திய வன விவரங்கள்' (Indian Forest Statistics) என்ற வெளியீட்டிலிருந்து கிடைக்கப் பெறும். பொருள்களின் வியாபார நிலையங்களில் உள்ள விலை விவரங்கள் குறித்து 'மாநில வன பாதுகாப்பு தலைமை அலுவலக' சிபமிருந்து (Chief Conservator of Forests) கிடைக்கப் பெறும். உற்பத்தியாளர்களின் விலைகளைக் கணிப்பதற்காக, வியாபார நிலையங்களுக்குத் தடிகளைக் கொண்டு செல்வதற்கான போக்குவரத்துச் செலவு, இன்னும் இதுபோன்ற செலவினங்களைக் கழித்துக் கொள்வர். ஆனால் சிறு பொருள்களைப் (Minor Products) பொறுத்த அளவில் அவற்றின் மதிப்பே அரசாங்கம் பெறுகின்ற கட்டணங்களின் மூலமாக நேரடியாக மதிக்கப்படுகிறது.

காட்டிலிருந்து வெளியே கொண்டு செல்லப்படும் பெரும்பொருள்களில் பல, கணக்கில் இடம் பெறுவதில்லை. இவ்வாறு விடுபட்ட இனங்களுக்காக தேவையானத் திருத்தங்களையும் செய்து மதிப்பை உயர்த்திக் கொள்ளுகின்றனர். இதே போன்று, சிறு பொருள்களைப் பொறுத்தவரிலும்

கணக்கில் வராத பொருள்களை முன்னிட்டுத் திருத்தங்களும் செய்கின்றனர். மேலும் உத்தரப் பிரதேசம் போன்ற மாநிலங்களுக்கு அரசாங்கங்களால் ஏற்படுத்தப்படும் புதிய தோட்டப் பயிர்களுக்காகச் செலவு செய்த தொகையை அரசின் நிதி நிலையறிக்கைகளிலிருந்து எடுத்துச் சேர்த்துக் கொள்ளுகின்றனர். இவ்வாறு வன வளத்திலிருந்து கிடைக்கும் மொத்த வருமானத்தைக் கணிக்கின்றனர்.

நிகர வருமானம்:

நிகர வருமானத்தைக் கணிப்பதற்காக மொத்த வருமானத்திலிருந்து செலவினங்களைக் கழிக்க வேண்டியுள்ளது. பாதைகளைப் பராமரித்தல், இதரச் சொத்துக்களைப் பராமரித்தல், நிருவாகச் செலவு, நிலையானச் சொத்துக்களில் ஏற்படும் தேய்மானம் முதலானவற்றைக் கழித்து நிகர வருமானம் கணிக்கின்றனர். இவ்வாறு கணித்துக் கிடைத்த வருமானம் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

அட்டவணை 3.

(ரூபாய்—இலட்சத்தில்)

விவரம்	1960-61	1964-65	
		நடப் பாண்டு விலையில்	நிலை யாண்டு விலையில்
1. தொழில் சம்பந்தமான மரங்கள்	10076	15913	12862
2. விறகு	3106	42 8	3502
3. சிறு பொருள்கள்	441	6112	4790
4. புதுத் தோட்டங்கள்	265	511	371
5. மொத்த வனவள வருமானம்	17861	26824	21025
6. பழுது பார்த்தல், பராமரித் தல் (—)	770	1130	919
7. மொத்த வருமானம்	17091	25644	20106
8. தேய்வு மானம் (—)	176	233	207
9. நிகர வருமானம்	16915	25381	19899

8. மீன்வளம் (Fishery)

இத் துறையில், வியாபாரத்திற்காகவும், உணவிற்காகவும், கடல், ஏரி, ஆறு குளம், அணைகள் முதலானவற்றில் மீன் பிடித்தல், சிப்பி, சங்கு, முத்து முதலான பொருள்களைக் கடற் கரையிலும் நடுக்கடலிலும் சேகரித்தல், மீன் உலர்த்தல், உப்பிட்டு கருவாடு தயார் செய்தல், பதப்படுத்தல் போன்ற இனங்களும் அடங்கும்.

இங்கும் மாநிலங்களின் நிகரவருமானம் செல்வச் சேர்க்கை அடிப்படையிலேதான் கணிக்கப்படுகின்றது. கடலிலிருந்து, பிடிக்கின்ற மீன் சம்பந்தமான விவரங்களை 'மத்திய கடல் மீன் ஆராய்ச்சிக் கழகம்' (Central Marine Fishery Research Institute) கொடுக்கின்றது. இதுபோன்று உள் நாட்டில் ஏரி, குளம், குட்டைகளில் பிடிக்கின்ற மீன்களின் விவரங்களை ஒவ்வொரு மாநிலத்திலும் உள்ள மீன் வளத்துறை (State Fishery Department) கொடுத்து உதவுகின்றது. மீன் பிடித்தலைத் தொழிலாகக் கொள்ளாத மக்கள், தங்கள் உணவிற்காகப் பிடிக்கின்ற மீனைப் பற்றிய விவரங்களை, மாநில புள்ளி விவர நிறுவனங்கள் (State Statistical Bureaus) கொடுக்கின்றன.

மீன்னர், இவ்வாறு கடல், உள்நாட்டிலிருந்து பிடித்த மீன்களின் மதிப்பை மாநில மீன் வளத்துறை கொடுத்துள்ள சராசரி விலைகளின் அடிப்படையில், உற்பத்தியாளர் நிலையில் உள்ள மொத்த விலை மதிப்பு கணக்கிடப்படுகிறது. இது போன்று, கருவாடு தயார் செய்வதாலும், உப்பிட்டு மீனைப் பதப்படுத்துவதினால் விலை மதிப்பில் உண்டாகின்ற ஏற்றம் குறித்து மீன்வளத் துறையினர் கொடுத்துள்ள விவரங்கள் அடிப்படையில் மதிப்பீடு செய்யப்படுகிறது முத்துக் குளித்தல் சங்கு, கடல்சிப்பி போன்ற பொருள்களின் மதிப்பு, இத்தொழிலில் ஈடுபட்டுள்ளோர்களின் எண்ணிக்கையின் அடிப்படையில் வருமானம் கணிக்கப்படுகிறது.

மீன்னர் நிகர வருமானம் கணிப்பதற்காக, வலை, படகு முதலானவற்றிற்காகும் பழுதுபார்த்தல், பராமரித்தல் இன்னும் அதை ஓட்டுவதற்கான செலவுகளும், நிலையான சொத்துக்களில் உள்ள தேய்மானச் செலவும் மொத்த வருமானத்திலிருந்து கழிக்கப்படுகின்றன. இவ்வாறு கழித்துக் கிடைத்த நிகர வருமானம் கீழே அட்டவணையில் கொடுக்கப் பட்டுள்ளன.

அட்டவணை 4

ரூபாய்-இலட்சத்தில்

விவரம்	1960-61	1984-85	
		தடப் பாண்டு விலையில்	நிலை பாண்டு விலையில்
1. உள்நாட்டு மின்	5351	7440	6468
2. கடல் மின்	2353	3990	3136
3. உணவிற்காக மின் பிடித்தல்	344	539	438
4. மின் உலர்த்தல் (—)	274	336	276
5. மொத்த உற்பத்தி	8922	12805	10818
6. பழுதுபார்த்தல், பராமரித்தல்	617	855	710
7. மொத்த உற்பத்தி	8205	11450	9808
8. தேய்மானம் (—)	498	695	570
9. நிகர உற்பத்தி	7707	10755	9038
10. முத்து, சங்கு முதலியன	58	78	60
11. மொத்த நிகர உற்பத்தி	7765	10828	9098

9. நிலப் பொருள் சுரங்கமும் கல் சுரங்கமும் வெட்டி எடுத்தல்
(Mining and Quarrying)

இயற்கையில் திட, திரவ, வாயு என்ற உருவத்தில் பூமியின் மேற்பரப்பிலோ அல்லது பூமிக்கடியிலோ உள்ள உலோக பொருள்கள், எண்ணெய் பொருள்கள், வாயுப்பொருள்கள் முதலானவற்றை வெட்டி, வெளிக் கொணர்ந்து, சுத்தம் செய்து தரவாரியாக சுரங்கங்களில் பிரிப்பது வரையில் எல்லாப் பணிகளும் இதன்பால் அடங்கும். என்றாலும், கடல் நீரை வெப்பத்தால் நீராவிடாக மாற்றி உப்புத் தயார் செய்வது இதன்பால் அடங்கா. மேலும் பூமியைக் குடைந்து ஆராய்ச்சியின் பொருட்டு செய்யப்படும் செலவும் இதன் பாலாடங்காது. மாறாக அது கட்டுமானத்தின் (Construction) கீழ் கொண்டு வரப்படும்.

செல்வச் சேர்க்கை அடிப்படையிலேயே இத்துறையில் தின்றும் கிடைக்கும் வருமானம் கணிக்கப்படுகிறது. முதலில் மாநில வாரியாக வருமானம் மதிக்கப்படுகிறது. 'இந்தியச் சுரங்க நிறுவனம்' (Indian Bureau of Mines - IBM) மாதந்தோறும், 'மாதாந்திர உலோக புள்ளிவிவர வெளியீடு' என்ற தொகுபத்திரிகையை வெளியிடுகின்றனர். மேலும் 'இந்திய உலோக புத்தகம்' (Indian Mineral Year Book) என்ற நூலையும் ஆண்டுதோறும் வெளியிடுகின்றனர். இவ்விருவகை வெளியீடுகளிலும், ஒவ்வொரு மாநிலத்திலிருந்து வெட்டி எடுக்கப்பட்ட ஒவ்வொரு வகையான உலோகத்தின் மொத்த அளவும், அவற்றின் விலைமதிப்பும் கொடுக்கப்படுகின்றன மேலும் ஆண்டுதோறும் உள்ள வெளியீட்டில் சிறிய உலோகங்கள் (Minor Minerals) பற்றிய விவரங்களும் கிடைக்கப்பெறும். சில மாநிலங்களுக்கு சிறிய உலோகங்கள் பற்றிய மதிப்பீடு மாநில அரசு கொடுக்கும் மதிப்பீடை விடக் குறைவாக இருக்கும். அத்தகைய இடங்களில் எல்லாம் மாநில அரசு கொடுத்துள்ள விவரங்கள் பயன்படுத்தப்படும். ஆனால் பெட்ரோலைப் பொறுத்த அளவில், பெட்ரோலியம் இலாகாவில் கிடைக்கும் விவரங்களே பயன்படுத்தப்படும்.

நிலக்கரியை உற்பத்தி செய்வதற்காகும் செலவை 'நிலக்கரி விலை நிர்ணய குழு' கொடுத்துள்ள அடிப்படையில் அனுமானிக்கப்படும். இதர உலோகங்களுக்கான உற்பத்தி செலவு, இந்திய உலோக நிறுவனம் கொடுத்துதவும் விவரங்களின் அடிப்படையில் கணிக்கப்படுகின்றன. தேய்மானச் செலவும் தேவையான இடங்களில் எல்லாம் நிகர வருமானம் கணிக்கும்போது கழிக்கப்படுகின்றன.

அட்டவணை 5

ரூபாய்-இலட்சத்தில்

விவரம்	1964-65		
	1960-61		
		நடப் பாண்டு விலையில்	நிலை யாண்டு விலையில்
1. பெரிய உலோகங்கள்			
அ. நிலக்கரி, லிக்னைட்	11487	15785	
ஆ. உலோக வகைப் பொருள்கள்	4180	8479	
இ. உலோகம் அல்லாதவை	1513	3435	
ஈ. சிறிய வகை உலோகங்கள்	962	4258	
மொத்த உற்பத்தி	18162	26947	
செலவு (—)	2887	4524	
மொத்த உற்பத்தி	15275	22423	20108
தேய்மானம் (—)	860	1774	1618
மொத்த நிகர உற்பத்தி	14415	2064	18495

10 பெருந்தொழில் உற்பத்தி (Large Scale Manufacturing)

பத்தோ அல்லது அதற்கு மேற்பட்டோ தொழிலாளிகளைக் கொண்டு, விசை மூலம் இயங்கும் தொழிற் கூடங்களும், இருபதோ அல்லது அதற்கு அதிகமாகவோ தொழிலாளிகளைக் கொண்டு விசையின்மீது இயங்கும் தொழிற் கூடங்களும் (Factories) பெரிய தொழிற்சாலைகளைப்போல் அடங்கும். ஆனால், குடி தண்ணீர் விநியோகம், உணவு விடுதி போன்ற இனங்களில், உற்பத்தி நடந்தேறிய போதிலும், அவைகளின் உற்பத்தியைத் தொழிற்சாலை உற்பத்தியாகக் கருதாமல், வியாபாரம் எனக் கருதப்பட்டு அந்தந்த இனங்களில் சேர்க்கப்படுகின்றன என்பதை நினைவுறுத்திக் கொள்ளல் வேண்டும்.

ஆண்டு தோறும் 'வருடாந்திர தொழிற்சாலை ஆய்வு' Annual Survey of Industries - ASI) என்ற திட்டத்தின் கீழ்

தொழிற்சாலைகளிலிருந்து, விரிவான விவரங்கள் சேகரிக்கப்படுகின்றன. இத்தகைய தொழிற்சாலைகளை 20 பெரும்பிரிவுகளாக சர்வதேச பிரிவின் கீழ் (International Classification) பிரித்து வகைப்படுத்துவர். இத்திட்டத்தின் கீழ், தொழிற்சாலைகளை இறுவகையாகப் பிரிக்கின்றனர். 50-க்கு மேற்பட்ட தொழிலாளர்களையும், விசையையும் கொண்டு இயங்கும் தொழிற்சாலைகளையும், 100-க்கு மேற்பட்ட தொழிலாளர்களையும் விசையுமின்றி இயங்கும் தொழிற்சாலைகளையும், முதலில் எடுத்துக் கொள்கின்றனர். இத்தகைய இனங்களில் வரும் ஒவ்வொரு தொழிற்சாலைப்பற்றியும் முழு ஆய்வு முறையில் (Complete Census) விரிவான விவரங்கள் வகுடாந்திர தொழிற்சாலை ஆய்வு என்ற திட்டத்தின்கீழ் சேகரிக்கின்றனர். பின்னர், விசை உதவியுடன் 10-க்கு மேற்பட்டும் 50-க்கு குறைவாகவும் உள்ள தொழிற்சாலைகளையும் விசையில்லாமல் 20-க்கு மேற்பட்டும் 99-க்கு குறைவான தொழிற்சாலைகளையும் ஒன்றாகச் சேர்ந்து மாதிரி முறையில் (Sample Survey) முன்னர் கூறியது போன்று, விரிவான விவரங்களைச் சேகரிக்கின்றனர். இத்தகைய விவரங்கள் யாவும் ஆண்டுதோறும் சனவரி முதல் டிசம்பர் வரையுள்ள பஞ்சாங்க ஆண்டிற்கே (Calendar year) சேகரிக்கின்றனர். எனவே, இவ்விவரங்களை, நிதி ஆண்டிற்காக (Financial Year) வேண்டிய முறையில் திருத்தம் செய்து கொள்ளுகின்றனர். இதற்காக 1960 ஆண்டை அடிப்படையாகக் கொண்டு வெளியிடப்படும் 'தொழிற் உற்பத்திக் குறியீட்டெண்ணையும்' (Index of Industrial Production) மேலும் பொருளாதார ஆலோசகரால் (Economic Adviser) வெளியிடப்படும் உற்பத்திப் பொருள்களின் மொத்த விலைக்கான குறியீட்டெண்ணையும் பயன்படுத்துகின்றனர். இவ்வாறு கணித்துள்ள விவரங்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

இவ்வாறு கணித்துக் கிடைத்த பொருள்களின் மொத்த விலை மதிப்பிலிருந்து, மூலப் பொருள், எரிபொருள், இதர தொழிற்சாலைக்களுக்கோ தனி நபர்களுக்கோ பழுது பார்த்தால் பொருட்டுள்ள செலவினங்களைக் கழித்து, நிகர மதிப்புக் கணிக்கின்றனர். மேலும் நிலையான சொத்துக்களான, கட்டிடம், இயந்திரம் முதலானவற்றிற்காக தேய்மானச் செலவைக் கழிக்கின்றனர். அதோடு வங்கிகள், பாதுகாப்பு நிறுவனங்களின் பணிக்கான செலவையும் கழித்து நிகர வருமானம் கணிக்கின்றனர். இவ்வாறு முன்னர் கூறிய 20 பெரும் பிரிவு தொழிற்சாலைகளுக்காக 1960-61 கணித்துள்ள விவரம் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

அட்டவணை 6

1960-61 ஆம் ஆண்டு வீவரங்கள்

ரூபாய்-இலட்சத்தில்

வ. எண் 1.	தொழிற் பிரிவு 2.	உற்பத்தி யின் மொத்த மதிப்பு (3)	மொத்த உற்பத்தி நிகர மதிப்பு 4.	தேய்வு மானம் 5.	நிகர உற் பத்தி 6.
1.	உணவு	99258	15706	1537	14169
2.	பசனங்கள்	1048	422	57	365
3.	புகையிலை	12213	2573	73	2500
4.	துணி	109237	84903	2852	82056
5.	காலனியும் ஆயத்த ஆடைகளும்	1095	286	12	274
6.	மரமும் மரப்பெருளும் (மேசை நாற்காஸி போன்றவை நீங்கலாக)	8361	1086	74	962
7.	மேசை நாற்காஸி போன்ற நிலையான மரப்பொருள்கள்	1280	465	25	440
8.	காகிதமும் காகிதப் பொருள்களும்	6816	2294	446	1848
9.	அச்சடிப்பும் அதோடிணைந்த தொழிலும்	8160	8574	247	8827
10.	தோலும், கரலணி நீங்கலாக உள்ள தோல் பொருள்களும்	4694	511	19	492

1.	2	3	4	5
11.	ரப்பர் பொருள்கள்	8078	2819	210
12.	இரசாயனப் பொருள்கள்	28494	9842	1148
13.	பெட்ரோலியப் பொருள்களும் நிலக்கரியும்	5988	2374	449
14.	உலோகமல்லாத பொருள்கள்	18524	5199	733
15.	ஆதார உலோக தொழில்கள்	85153	10876	1675
16.	இயந்திரம் போக்குவரத்துச் சாதனம் நீங்கலாக உள்ள உலோகப் பொருள்கள்	11160	8181	236
17.	மின்விசை இயந்திரம் நீங்கலாக உள்ள இயந்திரம்	18140	4518	420
18.	மின்விசை இயந்திரம், கருவிகள்	11676	3898	311
19.	போக்குவரத்து சாதனம்	81309	11398	904
20.	இதர பொருள்கள்	13304	3881	362
மொத்தம்		418988	119056	11790
				107266

அட்டவணை 7

ரூபாய் - இலட்சத்தில்

விவரம்	1964-65		
	19960-61		
	நடப்பாண்டு விசை நிலவரத்தில்	நிலையாண்டு விசை நிலவரத்தில்	
1. மொத்த உற்பத்தி	118056	195421	
2. வங்கிகளின் பணியால் ஏற்பட்ட ஏற்றம் (—)	258	405	
3. மொத்த உற்பத்தி	116798	195016	176848
4. தேய்மானம்	11790	25080	22635
5. நிகர உற்பத்தி	107008	169936	158713

11 சிறு தொழில் உற்பத்தி (Small Scale Manufacturing)

உற்பத்தி, பழுது பார்த்தல், பராமறித்தல் போன்ற பணிகளில் ஈடுபட்டுள்ள குடிசைத் தொழிற்கூடங்களையும் முன்னம் பெரிய தொழில் பிரிவில் சேர்க்காத தொழிற்கூடங்களையும் (10 தொழிலாளர்களுக்குக் குறைந்த நபர்களைக் கொண்டும் விசை கொண்டும் இயங்கும் தொழிற்சாலைகளையும், 20-க்கு குறைவான தொழிலாளர்களைக் கொண்டதாகவும் விசையின்றி இயங்கும் தொழிற்சாலைகளையும்) இப்பிரிவில் அடக்குவர். ஆனால் கைக் குத்தலரிசி, வெல்லம் காய்ச்சுதல், இறைச்சிக்காகக் கால் நடைகளைக் கொல்லும் கசாப்புக்கடை, தயிர், மோர், வெண்ணை, நெய் போன்ற கால்நடைப் பொருள்களின் உற்பத்தி என்பவை எல்லாம் 'வேளாண்மை' பிரிவில் சேர்க்கப்படுகின்றன என்பதையும் நினைவு கூர்ந்து பார்க்க வேண்டும்.

ஆரம்பத்தில், அடிப்படையாண்டான 1960-61க்குரிய மொத்த உற்பத்தியையும் நிகர உற்பத்தியையும் கணித்து, பின்னா இதன் அடிப்படையில் இதர ஆண்டுகளுக்குரிய வருமானம் கணிக்கப்படுகின்றது. அடிப்படையாண்டிற்கான வருமானத்தை கணிப்பதற்காக, சிறு தொழில் உற்பத்தி இரு பிரிவுகளாகப் பகுக்கப்படுகின்றது. வீடுகளில் இயங்கும் தொழில்கள்

என்றும் குடிசைத் தொழில் (House hold Industries) குடிசைத் தொழில் அல்லாத தொழில் (Non-House-hold Industry) என்றும் இருவகைப்படுத்தப்படுகிறது. பின்னர், ஒவ்வொரு பிரிவில் உள்ள தொழில்களை எல்லாம் 7 வகைகளாகப் பிரிக்கின்றனர். அவையாவன 1) துணி, தையல், காலணி 2) தோலும், காலணி நீங்கலாக உள்ள தோல் பொருளும், 3) கல், மரம், பீங்கான் வேலைப்பாடு, 4) உலோக உற்பத்தியும், பொறியியலும் 5) இரசாயனப் பொருள்கள், 6) உணவு வகை பானம், புகையிலை, 7) இதர தொழில்கள். ஒவ்வொரு தொழிலிலும் உள்ள தொழிலாளர்களின் எண்ணிக்கை 1961 மக்கட் தொகைக் கணிப்பின் போதுள்ள விவரங்களின் அடிப்படையில் கணிக்கப்படுகின்றது. இவ்வாறு மாநில வாரியாகக் கிடைத்த விவரங்களைக் கூட்டி தேசத்திற்கான மொத்த தொழிலாளர்களின் எண்ணிக்கை கணிக்கப்படுகிறது.

பிறகு ஒவ்வொரு தொழிலிலும் ஈடுபட்டுள்ள தொழிலாளர்களின் ஒரு நபருக்குரிய உற்பத்தி மதிப்பு தேசிய மாதிரி ஆய் வின் (National Sample Survey—NSS) 94 வது அறிக்கையில் கண்டுள்ள விவரங்களின் அடிப்படையில் கணிக்கப்படுகிறது. இவ்வறிக்கை 1959-ம் ஆண்டிற்கானதால், இதர ஆண்டிற்கான தனிநபர் உற்பத்தியளவு தகுந்த முறையில் திருத்தப்படுகிறது. இம்முறையில், குடிசைத் தொழில் முறையிலும் குடிசைத் தொழில் அல்லாத முறையிலும் இயங்கும் தொழில்களுக்குத் தனித்தனியாக வருமானம் கணித்துப் பின்னர் மொத்த வருமானம் கீழே கொடுத்துள்ள அட்டவணையில் காட்டியதுபோல் கணிக்கப்படுகிறது.

அட்டவணை 8
சிறு தொழில் உற்பத்தி (1960-61)

சிறு தொழில்				சிறு தொழில்				சிறு தொழில்				மொத்தம்
தொழிற் பிரிவு	தொழிலாளர் (000)	2.	3	4	தொழிலாளர் (000)	5.	6.	7.	8.			
1. துணி, தையல், தோல் காலணி	4303	856	16888	16888	1169	986	10942.	27825				
2. தோலும், தோல் பொருளும்	120	440	528	528	89	795	810	888				
3. மரம், கண்ணாடி, கல்	2421	251	6084	6084	1004	1047	10511	16595				
4. உலோக உற்பத்தி பொறியல்	519	513	2661	2661	620	1245	7719	10880				
5. இரசாயனப் பொருள்	47	988	462	462	185	1162	1569	2081				
6. உணவு வகை, பானம் புகைப்பிழை	1112	598	6553	6553	800	1010	8050	14783				
7. இதர தொழில்கள்	457	620	2882	2882	489	1188	5808	8340				
மொத்தம்	9279	884	85608	85608	4256	1056	44839	80542				

இவ்வாறு அடிப்படையாண்டிற்கான (1960-61) வருமானத்தைக் கணித்த பின், முன்னும் பின்னும் உள்ள ஆண்டு களுக்கான வருமானத்தை, முன்னம் கூறிய ஏழு வகைத் தொழில்களுக்கும் உற்பத்தியில் அடிப்படையிலோ அல்லது உபயோகித்த மூலப் பொருள்களின் அடிப்படையில் கணித்த குறியீட்டின் அடிப்படையில் கணிப்பர். இவ்வாறு கணித்துக் கிடைத்த மொத்த நிகர வருமானம் கீழ் வருமாறு.

அட்டவணை 9

ரூபாய் இலட்சத்தில்

	1964-65		
	1960-61.....	நடப் பாண்டு விசைநில வரத்தில்	நிலை யாண்டு விசைநில வரத்தில்
1. துணி, தையல், தோல், காலணி	27325	45070	37217
2. தோலும் தோல் பொருளும்	838	916	939
3. மரம், கண்ணாடி, கல்	16595	22456	20744
4. உலோக உற்பத்தி, பொறியியல்	10880	16582	14437
5. இரசாயனப் பொருள்	2031	3091	2602
6. உணவுவகை, பானம், புகையிலை	14783	21083	16471
7. இதர தொழில்கள்	8640	12801	11102
8. * மொத்த உற்பத்தி	80542	121529	103482
9. மொத்த நிகர உற்பத்தி	78528	118491	100901

* மேலே கொடுத்துள்ள மொத்த உற்பத்தியானது (வரிசை எண் 8) ஒரு தொழிலாளியின் செல்வச் சேர்க்கையின் அடிப்படையில் கணிக்கப் பெற்றது. எனவே இதில் தேய்மானத்திற்காக எந்த விதமான குறைபாடும் செய்யவில்லை. வருடாந்திர தொழில் ஆய்வில் மாதிரி ஆய்வு முறையில் அடுத்தது போல் உற்பத்தி கணிக்கப்படும் தொழிலினங்களில் நிலையான சொத்துகளுக்கு அனுமதித்துள்ள தேய்மான அளவான

மொத்த உற்பத்தியின் $2\frac{1}{2}$ சதவீதத்தையே, இங்கும் தேய்மானமாகக் கருதப்பட்டு கழித்து பின்னர் மொத்த நிகர உற்பத்தி கணிக்கப்பட்டுள்ளது.

12. கட்டுமானம் (Construction)

இத்துறையில் அடங்கியவை பலதரப்படும். அவையாவன: கட்டிடங்கள் கட்டுதல், பழுது பார்த்தல், கட்டிடங்களை இடித்தல், சாலைகள் அமைத்தல், பாதைகள், தெருக்கள் அமைத்தல், கல் பாலங்கள், மதகுகள் கட்டுதல், நீர்நிலைகள் கட்டுதல், இருப்புப் பாதை அமைத்தல், சுரங்கப் பாதைக் கட்டுதல், பாலங்கள் கட்டுதல், அணைகள் கட்டுதல், சுகாதார நிலையங்கள் கட்டுதல், நீர்பாசன நிலையங்களைக் கட்டுதல், வெள்ளத் தடுப்புகள் அமைத்தல், மின் விசைக் கருவி நிலையங்கள் கட்டுதல், குடி தண்ணீர் குழாய்கள் போடல், நிலங்களை வெட்டி சீர் திருத்தல், துறைமுகங்கள் கட்டுதல், நீர் வழிகள் அமைத்தல், விமான நிலையங்கள் கட்டுதல், விளையாட்டு மைதானங்கள் அமைத்தல், செய்திப் போக்கு வரத்திற்காக தந்திக் கம்பிகளும் தந்திக் கம்பங்களும் அமைத்தல், இதுபோன்ற இன்னும் பல. அரசாங்கங்களால் ஆக்கப்படுவதோடல்லாமல் பொது மக்களால் கட்டப்படும் வேலைகளும் இதன் கீழ் அடங்கும்.

இத் துறையிலிருந்து கிடைக்கப்பெறும் வருமானம் இரு விதமாக பிரித்துக் கணிக்கப்படுகிறது. ஒரு முறையில் பொருள் களின் உற்பத்தி (Commodity Production) அடிப்படையில் மறு முறையில் செலவின அடிப்படையிலும் (expenditure approach) வருமானம் கணிக்கப்படுகிறது. உற்பத்தி முறையில் கட்டுமானத்தில் பயன்படும் வீடுகளில் உற்பத்தியான பொருள் களின் மதிப்பீடு அடங்கும். அதோடு சாமான்களை ஓரிடத்திலிருந்து வேறு இடத்திற்குக் கொண்டு செல்வதற்கு காகும் செலவு, வியாபாரிகளின் இலாபம், மறைமுகவரி போன்ற இனங்கள் குறித்து விரிவான விவரங்கள் தேவைப்படும். கட்டுமானத்திற்குத் தேவைப்படும் சிமெண்ட், இரும்பு, உருக்கு, மரம், செங்கல், ஓடு, என்ற பெரிய ஆலைகளில் உற்பத்தியாகும் பொருள்களின் அளவுகள், வருடாந்திரத் தொழிற்சாலை ஆய்வு முறையில் கணிக்கப்படும் விவரங்களிலிருந்து கிடைக்கப் பெறும். இதுபோன்று சிறு தொழில்களிலிருந்து தேவைப்படும் பொருள்களின் அளவும் இந்த அடிப்படையிலேயே மதிப்பீடு செய்யப்படுகின்றது. மேலும், ஏற்றுமதி, இறக்குமதி குறித்துள்ள விவரங்கள் யாவும் வெளி

நாட்டு வியாபாரத் துறையிலிருந்தும், சுங்க இலாகா, வருமான இலாகாக்களிலிருந்தும் கிடைக்கப் பெறுகின்றன. போக்கு வரத்திற்கான செலவினங்களின் மதிப்பீடு பெரிய வியாபாரிகளிடமிருந்து சேகரிக்கப்படும் விவரங்களின் அடிப்படையில் கணிக்கப்படுகிறது. இவ்வாறு பல துறைகளிலுமிருந்தும் கணிக்கப்பெற்ற விவரங்களின் அடிப்படையில் கட்டுமானத் திற்காகும் பொருள்களின் மதிப்பு, மொத்தக் கட்டுமான மதிப்பின் 2/3 பாகமாகும் என மதிப்பீடு செய்யப்பட்டுள்ளது. எனவே கட்டுமானத்துறையிலுள்ள வருமானம் மொத்தக் கட்டுமான மதிப்பில் 1/3 பாகமாகும் எனக் கருதப்படுகிறது. என்றாலும் 1960-61 ஆம் ஆண்டிற்கு கட்டுமானத் துறையின் வருமானம் மொத்தக் கட்டுமான மதிப்பின் 35 சதவீதம் என்று எடுத்துக் கொள்ளப்பட்டது.

புல், இலை, தழை, தட்டி, மூங்கில் முதலியவற்றால் கட்டப் படும் கட்டிடங்களின் விலை மதிப்பு 'இந்திய கிராமங்களின் கடன் முதலீடு ஆய்வில்' (All India Rural Credit & Investment Survey) சேகரித்த விவரங்களின் அடிப்படையில் கணிக்கப்படுகிறது. மேலும் தேசிய மாதிரி ஆய்வுகளில் சேகரித்த விவரங்களும், பருவமும், பயிர்கள் அறிக்கையும் (Season and Crop report) என்ற வெளியீட்டில் கண்டுள்ள விவரங்களோடு, தேயிலை கழகம், காப்பிக் கழகங்களின் ஆண்டறிக்கைகளும், தோட்ட விசாரணைக் குழுவின் அறிக்கைகளும் பயன்படுத்தப் பட்டன.

செலவின முறையில் வருமானம் கணிக்கப்படுவதில் மத்திய அரசு, மாநில அரசுகள், உள்ளாட்சிகள், பொது நிறுவனங்கள், தனி நிறுவனங்கள், வாரியங்கள் என்பன போன்ற துறைகளின் கணக்குகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. வீடுகளைப் பொறுத்த அளவில் தேசிய மாதிரி ஆய்வுகள், கிராமங்களின் கடன் ஆய்வுகளில் கிடைத்த விவரங்களும் கையாளப்பட்டன.

தேயமானத்தைப் பொறுத்த அளவில், கட்டுமானத் துறையில் ஈடுபட்டுள்ள நிறுவனங்களின் நிதி நிலை அறிக்கைகளில் கிடைத்துள்ள விவரங்கள் பெரிதும் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளன. இவ்வாறு கணித்துக் கிடைத்த வருமானம் கீழ் அட்டவணையில் இடம் பெற்றுள்ளன.

அட்டவணை

(ரூபாய் இலட்சத்தில்)

விவரம்	1964-65		
	1960-61	நடப் பாண்டு விவரத்தில்	நிலை பாண்டு விவரத்தில்
1. மொத்த உற்பத்தி	64300	94630	78860
2. தேய்மானம்	1690	3920	3270
3. நிகர உற்பத்தி	62610	90710	75590

மின் விசை, வாயு, நீர் வழங்கல் (Electricity, gas and water supply)

மின் விசை உற்பத்தி, கொண்டு செல்லல், விநியோகம் எரி வாயு உற்பத்தி செய்தல், உற்பத்தியான வாயுவை வீட்டிற்கும், தொழில் நிறுவனங்களுக்கும் விநியோகம் செய்தல், தண்ணீரைத் தேக்கி, சுத்தம் செய்து, வீட்டின் உபயோகத்திற்கும் தொழில் நிறுவனங்களுக்கு வழங்குதலும் இதன்பால் படும். மின் விசை, எரிவாயு, நீர் வழங்கல் என்ற மூன்று பிரிவிற்கும் தனித்தனியே வருமானம் மதிப்பிடப்படுகிறது.

13. மின்விசை:

மத்திய நீர், விசை குழு (Central Water Power Commission) இந்தியாவில் உள்ள மின் விசை குறித்து விவரங்கள் சேகரித்து ஆண்டுதோறும் வெளியிடுகிறது. மின் விசை நிறுவனங்களைப் பொறுத்த அளவில், மொத்த உற்பத்தி, நஷ்ட ஈடு, வாடகை, தேய்மானம், உற்பத்திச் செலவு போன்ற விவரங்கள் மேற்கூறிய அறிக்கையிலிருந்து கிடைக்கின்றன. சில மின் வாரியங்களைப் பொருத்த அளவில், ஊதியம் சம்பளம் போன்ற விவரங்கள் எல்லா ஆண்டுகளுக்கும் தெளிவாக கிடைப்பதில்லை. இக்கைய சூழ்நிலைகளில் விவரங்கள் கிடைத்துள்ள ஆண்டுகளின் அடிப்படையில் இதர ஆண்டுகளுக்கு பொருத்தமான மதிப்பீடுகள் செய்யப் படுகின்றன.

வாயு :

வருடாந்திர தொழிலாய்வு முறையில் கணிப்படும் விவரங்களில் வாயு உற்பத்திக்கென்றும் வாயு விநியோகத்திற்கென்றும் தனித்தனி விவரங்கள் கிடைப்பதில்லை. எனவே, ஒரு நபருக்குரிய ஊதியம், தேய்வுமானச் செலவு என்ற விவரங்களின் அடிப்படையில் மொத்த செல்வச் சேர்க்கை கணிக்கப்பட்டுள்ளது. நபர்களின் எண்ணிக்கை, மக்கட் தொகை கணிப்பிலிருந்து கிடைத்த விவரமாகும். இதர விவரங்கள் மூன்று பெரிய நிறுவனங்களின் கணக்குகளிலிருந்து சேகரிக்கப்பட்டுள்ளன.

தண்ணீர் விநியோகம் :

மொத்த உற்பத்தியின் மதிப்பு, நஷ்ட ஈடு, முதலாளிகளுக்கு கிடைக்கும் வருமானம் நீர், நிலைகளின் தேய்மானம் போன்ற விவரங்கள் தனித்தனியாக கணிக்கப்படுகின்றன. இதற்கான அடிப்படை விவரங்கள் மக்கட் தொகைக் கணிப்பில் சேகரித்த விவரங்களும், வேலை வாய்ப்புப் பயிற்சி நிறுவனம் (Directorate of Employment of Training) விவரமாகும், மேலும் நகராண்மை கழகங்களிலிருந்தும், தண்ணீர் நிலையங்களை வைத்திருக்கும் தனி நபர்களுடமிருந்தும் கிடைத்துள்ள விவரங்களும் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. இவ்வாறு கணித்துள்ள விவரங்கள் அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

அட்டவணை 11

(ரூபாய் இலட்சத்தில்)

விவரம்	19 ⁰ -61	1964-65	
		நடப்பாண்டு விலையில்	நிலை யாண்டு விலையில்
1. மொத்த உற்பத்தி			
அ. மின் விசை	7783	14581	13725
ஆ. வாயு	336	364	364
இ. தண்ணீர் விநி யோகம்	567	752	683
மொத்தம்	8689	15697	14757
2. தேய்மானம்			
அ. மின் விசை	1701	3006	265
ஆ. வாயு	55	69	64
இ. தண்ணீர் விநியோகம்	39	41	35
மொத்தம்	1789	3116	2744
3. நிகர உற்பத்தி			
அ. மின் விசை	6085	11575	11080
ஆ. வாயு	281	295	300
இ. தண்ணீர் விநி யோகம்	534	711	683
மொத்தம்	6900	12581	12013

14 போக்குவரத்தும் செய்தித் துறையும் (Transport & Communication)

• இருப்புப்பாதை, போக்குவரத்து, தபால்தந்தி இலாகாவின் பணி, கடல்கடந்த நாடுகளுடனுள்ள செய்தித் தொடர்பு (Overseas Communication) இதர சாலைப் போக்குவரத்து (இயந்திர மயமானதும், இயந்திர மயமடக்காததும்) நீர் மார்க்கம் ஆகாய மார்க்கம், போன்றவைகள் யாவும் இதில் அடங்கும் எனினும், ரயில் பெட்டி உற்பத்தி செய்யும், ரயில் பெட்டித் தொழிற்சாலை, ரயில்என்ஜின் உற்பத்தி செய்யும் சித்தரஞ்சன் தொழிற்சாலையும் தொழிற்சாலைகளாகக் கருதப்பட்டு இப் பிரிவில் சேர்க்கப்படவில்லை. இதுபோன்ற தபால்தியங்கனின் பணிகளான தபால் நிலைய சேமிப்பு வங்கி (Post office Savings Bank) தேசிய சேமிப்பு பத்திரம் (National savings Certificate) வளர்ந்துவரும் நிதி முதலீடு (Cumulative Time Deposit) தபால் அலுவலக ஆயுள் பாதுகாப்பு (Postal life insurance) முதலியன இங்கு சேர்க்கப்படவில்லை. இவைகள் 'வங்கிகளும் பாதுகாப்பு நிறுவனங்களும்' என்ற பிரிவில் சேர்க்கப்படுகின்றன. ஒவ்வொரு பிரிவிற் கும் கையாளப்படும் முறையைப் பற்றிக் கவனிப்போம்.

இருப்புப் பாதை:

ரயில்வே வாரியத்தால் (Railway Board) ஆண்டுதோறும் தயாரிக்கப்படும் அறிக்கையே பெரும்பான்மையும் பயன்படுத்தப்படுகிறது. இதில் பலவிதமான விவரங்கள் உள்ளன. இதோடு ரயில்வேக்கான நிதிநிலை அறிக்கையும் (Budget document) பயன்படுத்தப்படுகிறது. இதில் ரயில்வே தொழிற்சாலைகள் பற்றிய விவரங்களும் அடங்கியுள்ளன. மத்திய புள்ளிவிவரம் நிறுவனத்தின் தொழிற் பிரிவு, கொழிற்சாலைகளுக்காகச் சேகரித்துள்ள விவரங்களில் இருந்து ரயில்வே தொழிற்சாலைகளுக்கான விவரங்கள் தனியாக எடுக்கப்பட்டு இதர விவரங்கள் இத்துறையின் பரல் கருதப்படுகின்றன.

தொழிலாளர்களுக்காக, சம்பளம், ஊதியம், ஓய்வுகால ஊதியம், சேமிப்பு நிதிக்காக ரயில் நிறுவனம் செலுத்தும் சந்தா, மற்றும் இதர சலுகைகள் யாவும் சேர்க்கப்படுகின்றன.

செய்தி துறை:

தபால் தந்தி இலாகாவின் ஆண்டு அறிக்கையே பெரிதும் பயன்படுகிறது. மேலும் தொழிலாளர்களுக்காக சம்பளம், ஓய்வு ஊதியம், இதர சலுகைகள் யாவும் இதில் அடங்கு

கின்றன. எனினும் பெரிய மூலதன நிறுவனங்களின் பழுது பார்த்தல் காரணமாக பணியாளர்களின் செலவு கட்டுமானத் துறையில் சேர்க்கப்படுகிறது.

இதர போக்குவரத்து மார்க்கங்கள்:

இதில் 1931-ம் ஆண்டு மக்கள் தொகைக் கணிப்பில் சேகரித்த விவரங்களே பெரிதும் பயன்படுகின்றன.

இயந்திர மயமான தனி மார்க்கத்திற்கான மொத்த வருமானம், தனியாக முதலில் கணிக்கப்படுகிறது. இதில் தொழிலாளர்களுக்கான ஊதியங்கள் சேர்க்கப்படுகின்றன. மேலும் இப்போக்குவரத்தை நடத்துவதில் கிடைக்கும் இலாபமும் அடங்கும். பதிவு செய்யப்பட்ட நிறுவனங்களின் அறிக்கைகளில் இருந்தும் இதர தனி நபர் வாகனங்களுக்கு லேபையாட்களின் எண்ணிக்கையின் அடிப்படையில் இதர பொதுத்துறையைப் போன்று வருமானம் கணிக்கப்படுகிறது.

இயந்திரமில்லா இதர போக்குவரத்திற்கு மொத்த வேலையாட்களின் எண்ணிக்கையிலும் தனி நபர் ஊதிய அடிப்படையிலும் வருமானம் மதிப்பீடு செய்யப்படுகிறது. இதற்கு மக்கள் தொகை கணிப்பில் சேகரித்த விவரங்களும் தேசிய மாதிரி ஆய்வில் சேகரித்த விவரங்களும் கையாளப்படுகின்றன.

நீர் மார்க்கம்:

கப்பல் நிறுவனங்களில் மக்கள் போக்குவரத்திற்காகவும் சரக்குகளைக் கொண்டு செல்வந்தகாகவும் வசூலிக்கப்படும் கூலி இதன் பால் அடங்கும். பெரிய கப்பல் நிறுவனங்களின் ஆண்டறிக்கை இதற்குப் பயன்படுகிறது. எல்லாவிதமான நீர் மார்க்கத்தோடு இணைந்துள்ள இதர பணிகளில் உள்ள வருமானங்களை மத்திய மாநில துறைமுக நிறுவனங்களிலிருந்து சேகரிக்கப்படுகின்றன.

கப்பல் நிறுவனங்கள் போல் ஒழுங்காக இயங்காத இதர நீர் மார்க்கங்கள் பற்றி (ஆறு, கால்வாய், கடல்) தனித்தனியாக நகரங்களுக்கும், கிராமங்களுக்கும் பணியாளர்களின் அடிப்படையில் கணிக்கப்படுகிறது. இதற்கு தேசிய மாதிரி ஆய்வின் அறிக்கையில் தெவையான விவரங்கள் கிடைக்கின்றன.

ஆகாய மார்க்கம்:

தனிநபர் ஆகாயமார்க்க நிறுவனங்கள் மற்றும் பயிற்சி கழகங்களின் ஆண்டறிக்கையிலிருந்தும் கிடைக்கும் வரு

மானம் கணிக்கப்படுகிறது. பின்னர் இத்துடன் மத்திய அரசின் நிதிநிலை அறிக்கைகளிலிருந்தும் விமான நிலையங்களைப் பராமரிப்பதிலும், விமான போக்குவரத்தை நடத்துவதிலும் கிடைக்கும் வருமானம் கணிக்கப்படுகிறது.

தேய்மானம்:

ரயில்வே, தந்தி, தபால் விமானங்கள் முதலானவற்றிற்கான தேய்மானச் செலவு அவர்களது ஆண்டறிக்கையில் நின்றுக் கிடைக்கின்றன. ஆனால் இதரத் துறைகளில், வாகனங்களின் மொத்த வயதை 10 ஆண்டுகள் எனக் கொண்டு தேய்மானச் செலவு கணிக்கப்படுகிறது. இவ்வாறு கணித்துக் கிடைத்த தேய்மானச் செலவைக் கழித்து இத்துறைக்கான நிகர வருமானம் கணிக்கப்படுகிறது. இவ்வாறு கணித்துக் கிடைத்தவிவரங்கள் கீழ்க்கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

அட்டவணை 12

(ரூபாய் இலட்சத்தில்)

விவரங்கள்	1964-65		
	1960-61	நடப் பாண்டு விசையிலு	நிலை யாண்டு விசையிலு
1. மொத்த வருமானம்			
ரயில்வே	80211	41511	86598
செய்தித் துறை	6615	10800	9518
2. இதர மார்க்கங்கள்			
தரை மார்க்கம்	24796	88888	82757
நீர் மார்க்கம்	5955	9016	7207
ஆகாய மார்க்கம்	1478	2802	2457
இணைந்த இதர பணிகள்	876	575	586
மொத்தம்	69481	108192	89078

அட்டவணை (தொடர்ச்சி)

விவரங்கள்	1960-61	1964-65	
		நடப் பாண்டு விலையில்	நிலை யாண்டு விலையில்
2. தேய்மானம்			
ரயில்வே	5037	5933	5231
செய்தித் துறை	190	706	273
இதர மார்க்கங்கள்	5880	9102	7856
மொத்தம்	11107	16741	13360
3. நிகர வருமானம் (1 - 2)			
ரயில்வே	25174	35578	31367
செய்தித் துறை	6425	10194	9245
இதர மார்க்கங்கள்	28725	41679	35107
மொத்த நிகர வருமானம்	58324	87451	75718

15. வியாபாரம், பண்டக சாலையில் சேமிப்பு, உணவு விடுதி
கள் (Trade, storage Hotel and Restaurants)

மொத்த வியாபாரம், சில்லரை வியாபாரம், சாமான்களை ஏற்றுமதி இறக்குமதி செய்தல், ஏலமிடல், நிலையான பொருள்களை வாடகைக்கு விடல், சாமான்களைக் கிடங்குகளில் சேகரித்து வைத்தல், குளிர் பதன பாதுகாப்பு இன்னும் இது போன்ற இதர ஊதியம் பெறும் பணிகள், உணவு விடுதி, தங்கும் விடுதிகளின் சேவைகள் யாவும் இத்துறையின் கீழ் அடங்கும்.

மொத்த, சில்லரை வியாபாரம்:

ஆரம்பத்தில், இத்துறையில் உள்ள ஒவ்வொரு பிரிவிலும் பணி புரிவோர்களின் எண்ணிக்கை 1961-ஆம் ஆண்டு நடந்த மக்கள் தொகைக் கணிப்பில் சேகரித்த விவரங்களிலிருந்து

எடுக்கப்படுகின்றன. மேலும் இத்துறையில் உள்ள வியாபாரிகளின் எண்ணிக்கை, வருமான வரி செலுத்துவோர்களின் எண்ணிக்கையிலிருந்து கிடைக்கிறது. இவ்விவரங்கள் 'இந்திய வருமானவரி புள்ளி விவரங்கள், (All India Income tax statistics என்ற வெளியீட்டிலிருந்து எடுக்கப்படுகின்றன. மேலும், பதிவு செய்த நிறுவனங்களைப் பொறுத்த விவரங்கள் அந்நிறுவனங்களில் ஊதியச் செலவிலிருந்தும், நபர் ஒருவரின் சராசரி வருமானத்திலிருந்தும் மொத்த வருமானம் கணிக்கப்படுகிறது. இதிலிருந்து வருமான வரி செலுத்துவோர்களின் விவரங்கள் தனியாகப் பிரிக்கப்பட்டு, இதர நபர்களுக்கான வருமானம் மதிப்பீடு செய்யப்படுகின்றன. ஏனென்றால் வருமான வரி செலுத்தும் வியாபாரிகள் குறித்துச் சரியான விவரங்கள் அவர்கள் அறிக்கைகளிலிருந்தும் கிடைக்கப் பெறும்.

பின்னர் வியாபாரத்தைத் துணைத் தொழிலாக (Secondary occupation) கொண்டுள்ளோரின் எண்ணிக்கை, மக்கட்தொகை கணிப்பு விவரங்களிலிருந்து எடுத்துக் கொள்ளப்படுகின்றன. இத்துறையில் உள்ளோரின் ஒரு நபர் வருமானம் இதேத் தொழிலை முக்கியத் தொழிலாகக் கொண்டுள்ளோரின் ஒரு தனிநபர் வருமானத்தில் பாதியாகக் கொண்டு மொத்த வருமானம் கணிக்கப்படுகிறது.

உணவு விடுதிகள்:

இத்துறையில் பணிபுரிவோர்களின் எண்ணிக்கை மக்கள் கணிப்பில் சேகரித்த விவரங்களின் அடிப்படையில் கணிக்கப்படுகிறது. மேலும் பணியாளர்களின் ஒரு நபர் ஊதியம் தேசிய மாதிரி ஆய்வு அறிக்கைகளிலிருந்து கணிக்கப்பெறுகிறது. பின்னர் இவ்விரு விவரங்களின் உதவியால் மொத்த வருமானம் கணிக்கப்பெறுகிறது. ஈண்டும் வரி செலுத்துவோர் குறித்துள்ள விவரங்கள் தனியாகச் சேகரிக்கப்பெற்று மொத்த வருமானம் கணிக்கப்படுகிறது என்பதையும் நினைவு கூறவேண்டும்.

சேமிப்பும் பண்டக சாலையும்:

பண்டக சாலை சேமிப்பு, குளிர் பதினாட்டுச் சேமிப்பு, இதர சேமிப்பு என சேமிப்பு இனத்தை இனவாரியாக பாவித்துத் தனித்தனியே வருமானம் கணிக்கப்படுகிறது. பண்டகசாலை சேமிப்பைப் பொறுத்த அளவில், ஒவ்வொரு பண்டகசாலை நிறுவனங்களுக்கும்' (Ware Honsing Corporation) அவற்றின்

ஆண்டறிக்கையில் நின்றும் மதிப்பீடுகள் செய்யப்படுகின்றன. பெரிய நிறுவனங்களின் சேமிப்புக் கிடங்குகள் பற்றிய வருமானம் வருடாந்திர தொழில் ஆய்வு முறையில் சேகரிக்கப்படும் விவரங்களின் அடிப்படையில் கணிக்கப்படுகின்றன. இதர சிறு சேமிப்புக்கிடங்குகள் பற்றிய விவரங்கள் இவைகளில் பரையாற்றும் உழைப்பாளிகளின் தனிநபர் ஊதிய அடிப்படையில் மதிப்பிடப்படுகின்றன.

இவ்வாறு கணித்துக் கிடைத்த விவரங்கள் கிழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

அட்டவணை 13.

(ரூபாய் - இலட்சத்தில்)

விவரங்கள்	1960-61	1964-65	
		நடப்பாண்டு விடையில்	நிலையாண்டு விடையில்
1. வியாபாரம், விடுதிகள்:			
மொத்த உற்பத்தி	132661	211088	1718118
தேய்வுமானம்	3233	5148	4179
2. சேகரமும், கிடங்குகளும்:			
மொத்த உற்பத்தி	752	1053	802
தேய்வுமானம்	87	48	42
நிகர உற்பத்தி	715	1005	730
3. மொத்த நிகர வருமானம்:			
மொத்த உற்பத்தி	133413	212141	172120
மொத்த தேய்வுமானம்	3273	5193	4221
மொத்த நிகர வருமானம்	130140	206945	167893

16. வங்கியும் பாதுகாப்பு நிறுவனமும் :

இத்துறையில் எல்லாவிதமான வங்கிகளும், இந்திய ரிசர்வ் டாங்கின் பாங்குப்பகுதியும், ஆயுள் பாதுகாப்பு பேரன்ற எல்லாவித பாதுகாப்பு நிறுவனங்களும், பங்கு சந்தைகளும்

(stock Exchanges) சிட்பண்டு நிறுவனங்களும், தபால் நிலையங்களில் உள்ள சேமிப்பு நிதி, வளரும் நிதி, தேசிய சேமிப்பு பத்திரம் போன்ற பகுதிகள், பலவிதமான கூட்டுறவு வங்கிகள், யாவும் அடங்கும்.

பலதரப்பட்ட பாங்குகளைப் பொறுத்த அளவில் விவரங்கள் யாவும் இந்திய ரிசர்வ் பாங்கு நிறுவனத்திலிருந்து கிடைக்கப்பெறும். இது போன்று ரிசர்வ் பாங்கின் நிருவாகப் பகுதியின் விவரங்களும் ரிசர்வ் பாங்கிலிருந்து கிடைக்கப்பெறுகின்றன. தொழிலாளர்களுக்குக் கொடுக்கப்பெறும் ஊதியங்கள், மற்றும் பாங்கு நிறுவனங்களை நடத்துவதால் கிடைக்கும் இலாபம் போன்ற விவரங்கள் யாவும் பாங்குகளின் அறிக்கைகளிலிருந்து கிடைக்கப்பெறுகின்றன.

பாங்கில்லாத இதர நிதி உதவும் நிறுவனங்களைப் பொறுத்த அளவில், ரிசர்வ் பாங்கு இந்நிறுவனங்கள் குறித்து நடத்தும் ஆய்வு அறிக்கைகளிலிருந்து தேவையான விவரங்கள் கிடைக்கப்பெறும். இத்தகைய நிறுவனங்களிலிருந்து கிடைக்கப்பெறும் வருமானம், இந்நிறுவனங்களின் செலுத்திய மூலதன முதலீட்டிலிருந்து (Paid-up Capital) கணிக்கப் பெறுகிறது. தொழில் வளர்ச்சி நிதி நிறுவனங்களின் வருமானம், அவைகளின் அறிக்கைகளிலிருந்து கணிக்கப்படுகின்றன. மேலே கூறியது போன்று, ஒழுங்கான முறையில் இயங்காத இதர நிறுவனங்களுக்காக ஓர் உத்தேசமதிப்பீடு செய்யப்படுகிறது. இத்துறையிலிருந்து கிடைக்கும் வருமானம், ஒழுங்கான முறையில் பணிபுரியும் பதிவு செய்யப்பட்ட நிறுவனங்களின் வருமானத்தில் ஏகதேசம் மூன்றில் ஒரு பங்காக இருக்கும் என மதிப்பிடப்படுகிறது.

கூட்டுறவு நிறுவனங்களிலிருந்து கிடைக்கப்பெறும் வருமானம், நிருவாகச் செலவு, இலாபம் போன்ற விவரங்கள் ரிசர்வ் பாங்கின் அறிக்கைகளிலிருந்து கிடைக்கப் பெறும்.

ஆயுள் பாதுகாப்புத் துறையைப் பொறுத்த அளவில் தொழிலாளர்களுக்கான ஊதியம், நிர்வாக நெறியாளர்களுக்கான ஊதியம், இலாபம் போன்ற விவரங்கள் அவற்றின் அறிக்கையிலிருந்து கணிக்கப்பெறும், இதர பாதுகாப்பு நிறுவனங்களுக்கான விவரங்கள், 'பாதுகாப்பு, நிறுவன கட்டுப்பாடு அலுவலர் (Controller of Insurance) வெளியீடான வருடாந்திர பாதுகாப்பு புத்தகம் (Insurance Year Book) திலிருந்து சேகரிக்கப்படுகின்றன. இவ்வாறு கணித்துள்ள விவரங்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

அட்டவணை 14

(ரூபாய் இலட்சத்தில்)

விவரங்கள்	1960-61	1964-65	
		நட்பு பாண்டு விசை நில வரத்தில்	நிலை பாண்டு விசை நில வரத்தில்
1. வங்கித் துறை			
பாங்குகள்	5289	9432	6400
ரிசர்வ் பாங்கியின் வங்கிப்பிரிவு	1233	1457	1492
தபால் நிலைய வங்கிப் பிரிவு	178	391	198
இதர நிறுவனங்கள்	1319	2476	2257
கூட்டுறவு நிறுவனங்கள்	2253	4406	3269
(1) மொத்தம்	10372	18162	18611
2. பாதுகாப்பு			
ஆயுள்	4209	8234	5695
தபால்	11	10	11
இதர பாதுகாப்பு	1648	2928	2136
(2) மொத்தம்	5868	11222	7842
மொத்த உற்பத்தி	16140	29384	21453
தேய்மானம்	294	472	379
மொத்த நிகர உற்பத்தி	15846	28912	21074

17 சொத்தும் வீடும் (Real Estate and ownership of building)

குடியிருப்பு வீடுகளிலிருந்து வாடகை வருமானமும், இதரச் சொத்துக்களை விற்போர், வாங்குவோர், தரகர் போன்றவர்களின் பணிக்கான வருமானமும் இப்பிரிவில் அடங்கும்.

குடியிருப்பு வீடுகள் நீங்கலாக உள்ள இதர கட்டிடங்களினால் வரும் வருமானம், அந்தந்த துறைகளின் நிலையான சொத்துக்களாகப் பாவித்து அத்துறை வருமானத்தோடு கணக்கிடப்படுகின்றன.

நகர்ப்புற வீடுகள் :

நகரங்களிலும் கிராமப்புறங்களிலும் உள்ள குடியிருப்பு வீடுகளிலிருந்து வரும் மொத்த வருமானம், ஆண்டுதோறும் உள்ள வீடுகளின் எண்ணிக்கை, சராசரி ஒரு வீட்டிற்கான வாடகை என்ற இரு விவரங்களின் அடிப்படையில் கணிக்கப்படுகிறது. ஆனால் 1960-61-ஆம் ஆண்டிற்கான மொத்த வாடகை வருமானம், மக்கள் எண்ணிக்கை, சராசரி ஒரு நபருக்கான வாடகை என்ற விவரங்களின் அடிப்படையில் கணிக்கப்பெற்றுள்ளது.

1961-ஆம் ஆண்டில் மக்கள் கணக்கெடுப்பின்போது சேகரிக்கப் பெற்ற நகரத்தில் உள்ள குடியிருப்பு வீடுகளின் எண்ணிக்கைப் பயன்படுத்தப்பட்டது. இதர ஆண்டுகளில் உள்ள வீடுகளின் எண்ணிக்கையை மதிப்பிடுவதில் பல்வேறு நகராட்சி, நகராண்மை கழகங்களிலிருந்து சேகரிக்கப்பெற்ற விவரங்கள் கையாளப்பெற்றன. மேலும் நகராட்சிக் கழகங்களில் விதிக்கப்பெறும் வீட்டு வரியையும் பயன்படுத்தி மொத்த வருமானம் கணிக்கப் பெற்றுள்ளது. நகர வருமானத்தைக் கணிப்பதற்காக, வீட்டைப் பழுது பார்ப்பதற்கும், பராமரிப்பதற்கும் ஆகும் செலவோடு தேய்மானத்தையும் சேர்த்து மொத்த வருமானத்திலிருந்து கழிக்கப் பெறுகிறது. வீட்டினுடைய மதிப்பின் $\frac{1}{3}$ சதவீதம் பழுது பார்ப்பதற்காகவும், பராமரிப்பதற்காகவும் செலவாகும் என்று மதிப்பீடு செய்யப்பட்டுள்ளது. வீட்டு வரி அரசாங்கத்தின் நேரடி வரியாகக் கருதப்படுவதால், அது கழிக்கப்படுவதில்லை. கட்டிடங்களின் சராசரி ஆயுட்காலம் 60 ஆண்டுகள் என்ற அடிப்படையில் தேய்மானம் கணிக்கப்படுகிறது.

கிராமப்புற வீடுகள் :

வீட்டுவரி விதிக்கும் ஏராளமான ஊராட்சிகளிலிருந்து (Village Panchayats) விவரங்கள் சேகரிக்கப் பெற்றன. இவ்விவரங்களின் அடிப்படையில் நகர்ப்புற வீடுகளின் வாடகை வருமானத்தின் சராசரி $\frac{1}{3}$ பாகமே கிராமப்புற வீடுகளின் வாடகையாக இருக்கும் என்று அறுதியிடப்பட்டு கிராமப்புற வீடுகளுக்கான வருமானங்கள் கணிக்கப்பெறு

கின்றன. இந்தியக் கிராமங்களின் கடன் முதலீடு ஆய்வில் கண்ட விவரங்களின் அடிப்படையில் கிராமப்புற வீடுகளுக்கான பழுது பார்த்தல், பராமரித்தல் செலவு மதிப்பிடப்பட்டுள்ளது. மேலும் கிராமப்புறங்களில் வீடுகளின் சராசரி ஆயுட்காலம் 40 ஆண்டுகள் என்ற அடிப்படையில் வீடுகளுக்கான தேய்மானச் செலவு கணிக்கப் பெறுகிறது.

சொத்துக்கள்:

சொத்துக்களிலிருந்து கிடைக்கும் வருமானம், நல்ல முறையில் இயங்கும் பதிவு செய்யப்பட்ட நிறுவனங்களுக்கென்றும், இதர பதிவுபெறாத நிறுவனங்களுக்கும் தனித்தனியாகக் கணிக்கப்பெறுகிறது. நிறுவனங்களைப் பொறுத்த அளவில் வருமானம், அந்நிறுவனங்களின் செலுத்திய முதலீட்டுத் தொகையின் (Paid up capital) அடிப்படையில் மதிப்பீடு செய்யப்படுகிறது. ஆனால் இதரப் பிரிவைப் பொறுத்தமட்டில் மொத்தத் தொழிலாளர்களின் எண்ணிக்கை, ஒரு நபரின் சராசரி வருமானம் என்ற இரு விவரங்களின் அடிப்படையில் மதிப்பிடப்படுகிறது. தொழிலாளர்களின் எண்ணிக்கை மக்கட்தொகைக் கணக்கிலிருந்து எடுக்கப்படுகிறது. ஆனால் சராசரி ஊதியம், பதிவுப்பெற்ற நிறுவனங்களின் உழைப்பாளர்களின் சராசரி ஊதியத்தில் மூன்றில் ஒரு பங்கு என்று எடுத்துக் கொள்ளப்படுகிறது. இம்முறையில் கணித்த விவரங்கள் கீழே கொடுக்கப்பெற்றுள்ளன.

அட்டவணை 15

ரூபாய் இலட்சத்தில்

விவரங்கள்	1960-61	1964-65	
		நடப் பாண்டு நிலைநில வரத்தில்	நிலை யாண்டு நிலை நில வரத்தில்
குடியிருப்பு வீடுகள்:			
(1) கிராமப்புறம்:			
மொத்த வீடுகளி எண்ணிக்கை (இலட்சத்தில்)	628.6	671.1	671.1
ஒரு வீட்டின் வாடகை ரூபாய்	61.07	72.91	
மொத்த வாடகை	38401	48980	40974
பராமரிப்பு (-)	3460	4120	3630
பராமரிப்பு நீங்கலாக உள்ள மொத்த வருமானம்	34941	44810	37344
தேய்மானம்	18970	16620	14640
தேய்மானம் நீங்கலாக உள்ள நிகர வருமானம்	20971	28190	22704
(2) நகர்ப்புறம்:			
வீடுகளின் எண்ணிக்கை (இலட்சம்)	185.4	156.5	156.5
ஒரு வீட்டின் வாடகை ரூபாய்	185.37	233.49	29014
மொத்த வாடகை	25099	36541	2020
பராமரிப்புச் செலவு	1860	2350	26994
பராமரிப்பு நீங்கலாக உள்ள வருமானம்	23239	34191	6760
தேய்வுமான்ம்	6200	7840	20234

விவரங்கள்	1960-61	1964-65	
		நடப் பாண்டு- நிலை நில வரத்தில்	நிலை யாண்டு நிலைநில வரத்தில்
ஆ. தேய்வுமானம் நீங்கலாக உள்ள நிகர வருமானம் (ஆ)	17039	26351	20234
இ. குடியிருப்பு வீடுகளின் மொத்த வருமானம் (அ+ஆ)	88010	54541	42938
3. சொத்துகள்:			
பதிவுப் பெற்றவை			
மொத்த உற்பத்தி	427	728	538
தேய்வுமானம்	40	76	51
நிகர உற்பத்தி (உ)	387	652	487
இதரப் பிரிவு			
மொத்த உற்பத்தி	38	64	
தேய்வுமானம்	4	7	
நிகர உற்பத்தி (ஊ)	34	57	
ஈ. சொத்துக்களின் மொத்த நிகர உற்பத்தி (உ+ஊ)	421	709	487
1. மொத்த உற்பத்தி (இ+ஈ)	38431	55250	43425

18 பொது நிர்வாகமும் பாதுகாப்பும் (Public Administration & Defence.)

மத்திய, மாநில அரசுகளின் பல்வேறு நிர்வாகத்துறைகள், நகராண்மைக் கழகங்கள், நகராட்சிக் கழகங்கள், ஊராட்சி ஒன்றியங்கள் ஊராட்சிகள் முதலியன இத் துறையின் கீழ் அடங்கும், மேலும், மத்தியசாலை நிதி,

மதுவாழ்வு நிதி போன்ற நிதிகளை நிருவகிப்பதில் உள்ள செலவும், ரிசர்வ் பாங்கின் நாளைய வெளியீட்டுப் பகுதியின் அலுவலும் இத்துறையின் கீழ்க் கொண்டு வரப்படுகிறது. என்றாலும், அரசாங்கத்தால் மேற் கொள்ளப்படும் கட்டிட அமைப்பு முதலியன கட்டுமானப் பிரிவில் சேர்க்கப்படுகிறது. கல்வி, சுகாதாரம் போன்ற இனங்களில் ஏற்படும் செலவு 'இதர பணிகள்' 'Other Services' என்ற பிரிவின் கீழ் கொண்டு வரப்படுகிறது. வியாபார முறையில் நடத்தப்படும் ரயில் பாதை, போக்குவரத்து, மின்விசை உற்பத்தி, பாதுகாப்பு, துறைமுகங்கள், அச்சு இயந்திரப் பணி முதலியன அந்தந்தத் துறையின் கீழ் கொண்டு வரப்படுகின்றன.

அரசாங்க ஊழியர்களுக்குச் சம்பளம், பற்றாக்குறைப்படி, ஓய்வு கால ஊதியம் என்று பலவாறு கொடுக்கப்படும் விவரங்கள் யாவும் அரசாங்க நிதி நிலையறிக்கையிலிருந்து எடுக்கப்படுகின்றன. இதுபோன்றே, நகராட்சி, நகராண்மைக் கழகங்களில் ஊழியர்களுக்கான செலவு விவரங்கள் அவற்றின் நிதி நிலையறிக்கைகளிலிருந்து கிடைக்கப்பெறுகின்றன. ஆனால் ஊராட்சிகள் குறித்துக் கிடைக்கும் விவரங்கள் திருப்திகரமாக இல்லை. எனினும், இந்நிறுவனங்களுக்காக அரசாங்கம் செலவு செய்கின்ற விவரங்கள் அரசாங்க நிதியறிக்கையில் நின்று கிடைக்கப்பெறும். ரிசர்வ் பாங்கின் நாளைய வெளியீட்டுப் பிரிவின் நிர்வாகச் செலவு அப்பிரிவில் பணியாற்றும் ஊழியர்களின் எண்ணிக்கைக்கு ஏற்ற விவதாச்சாரத்தில் மொத்த நிர்வாகச் செலவில் நின்று கணித்துக் கொள்ளப்படுகிறது. இங்கு தேய்மானச் செலவு நடைமுறைச் சிக்கல்களால் தனியாகக் கழித்துக் கொள்ளப் படுவதில்லை. இத்துறையிலிருந்து கிடைக்கும் வருமானம் கீழ்க் கண்டவாறு அமையும்.

அட்டவணை 16

ரூபாய் இலட்சத்தில்

1960-61		1964-65	
		நடப் பாண்டு விலை நில வரத்தில்	நிலை யாண்டு விலை நில வரத்தில்
மொத்த நிகர வருமானம்	54661	91454	85219

19 இதரப் பணிகள் (Other Services)

கல்வி, ஆராய்ச்சி, மருத்துவம், சுகாதாரம், மதம், சமூகப் பணி, சட்டம், கேளிக்கையும் பொழுதுபோக்கும், வீட்டுவேலை, வெளுப்பு, சாயமிடுதல், சுவரத்தொழில், குப்பை கூளங்களை அப்புறப் படுத்தும் தோட்டி துப்புரவு வேலை, மேலும் இது வரை கவனித்த பிரிவுகளில் அடங்காத இதர பணிகள் யாவும் இப்பிரிவின் கீழ் அடங்கும்.

இம்முறையில் ஒவ்வொரு பிரிவில் பணிபுரிவோர்களின் எண்ணிக்கை அவர்களின் சராசரி ஊதியம் என்ற இரு விவரங்களின் அடிப்படையில் வருமானம் கணிக்கப்படும். அடிப்படையாண்டான 1660—61-க்கு; மக்கள் தொகை கணிப்பின் போது சேகரிக்கப்பட்ட தொழிலாளர்களின் எண்ணிக்கையைப் பயன் படுத்தப் படுகிறது. இதர ஆண்டுகளுக்கு, வேண்டிய திருத்தங்கள் செய்து ஒவ்வொரு பிரிவிற்கும் தொழிலாளர்களின் எண்ணிக்கை மதிப்பிடப்படுகிறது. ஆனால் கல்வி, மருத்துவம் துப்புரவு வேலைகளில் பணிபுரிவோர்களின் எண்ணிக்கை ஆண்டு தோறும் சம்பந்தப்பட்ட அலுவலர்களிலிருந்து கிடைக்கின்றன.

ஊதியம் தேசிய மாதிரி ஆய்வில் ஒவ்வொரு பிரிவிலும், ஊழியர்களின் சராசரி சேகரிக்கப்பட்ட விவரங்களே பெரிதும் பயன்படுத்தப்பட்டன. ஓஸ்வாய்ஸின் அடிப்படை ஊதியத்தை நகர்ப்புற மக்களுக்குக்கென்றும் கிராமப்புற மக்களுக்கொன்று தனித்தனியாக கணிக்கப்படுகின்றன. ஆனால் தேசிய மாதிரி ஆய்வு முறையில் பதினொருவகையான பிரிவுகளுக்கு அதிலும் குறிப்பாக அப்பணிகளை முக்கிய முதற் பணியாகக் கொண்டுள்ள ஊழியர்கள், என, இரு வகையாகப் பிரித்து சராசரி ஊதிய விவரங்கள் கிடைக்கின்றன. மக்கள் தொகை கணிப்பின் போது கிடைத்த தொழிலாளர்களின் எண்ணிக்கை, தேசிய மாதிரி ஆய்வு முறையில் சேகரித்த சராசரி ஊதியம் என்ற விவரங்களின் அடிப்படையில் ஒவ்வொரு பிரிவிற்கும் மொத்த வருமானம் கணிக்கப்படுகிறது. இதோடு இப்பிரிவுகளை நடத்துவோர்களின் இலாபமும், கூட்டு நிறுவனங்களின் தேய்மானச் செலவும் சேர்க்கப்பட்டு மொத்தவருமானம் கணக்கிடப்படுகிறது.

வெளுப்பு, சாயமிடுதல், படமெடுத்தல் போன்ற தொழில்களுக்கான தேய்மானம் பற்றிய விவரங்கள் வருடாந்திர தொழிலாய்வில் சேகரிக்கப்பட்டுள்ளன. கல்வி நீங்கலாக உள்ள இதர பிரிவிகளுக்கு, நிகர வருமானத்தின் 2.5 சதவீதம் தேய்மானமாக எடுத்துக் கொள்ளப்படுகிறது. கல்விக்கும் மக்களின் அலங்காரப் பணிக்கும் தேய்மானம் கணக்கிடப்படுவதில்லை.

பொதுவாக மொத்தத்தில் தேய்மானச் செலவு 1.75 சதவீதமாக காணப்படுகிறது. பதிவு பெற்ற கூட்டு நிறுவனங்களுக்கு தேய்வுமானச் செலவு 10.75 சதவீதமாக எடுத்துக் கொள்ளப்படுகிறது. இது ரிசர்வ் பாங்கின் ஆய்வை ஒட்டியே செய்யப்படுகிறது. இதுமுறையில் கணிக்கப் பெற்ற வருமானம் கீழ்வருமாறு :

அட்டவணை 17

ரூபாய் இலட்சத்தில்

பிரிவு	ஊழியர்களின் எண்ணிக்கை		வருமானம்		
			1960-61	1964-65	
	1960-61 (000)	1964-65 (000)		நடப் பாண்டு விலை நில வரத்தில்	நிலை யாண்டு விலை நில வரத்தில்
1. சமூகப் பணி	2977	3801	33849	47772	42467
2. வர்த்தகப்பணி	262	265	4851	5676	4908
3. பொழுதுப் போக்கு	251	255	2816	2282	2354
4. தனிப் பணி	3188	3752	14681	19092	16302
5. துப்புரவு	420	458	3260	4271	3555
6. இதரப் பணி கள்	7714	8294	35249	45249	37911
மொத்தம்	15012	16823	91686	124792	107497
இலாபம்			350	478	478
மொத்த வரு மானம்			92086	125270	107975
தேய்மானம்			1598	2164	1878
மொத்த நிகர வருமானம்			90448	123106	106102

20. வெளிநாட்டு வியாபாரங்கள்

இதுவரையிலும் நாம் நமது உள்நாட்டில் உற்பத்தியாகும் பொருள்கள் குறித்துக் கண்ணுற்றோம். ஆனால் நாட்டின் வருமானம் என்று கூறும்போது, உள்நாட்டில் உற்பத்தியாகும் பொருளுடன் வெளிநாட்டு வியாபாரத்தால் உண்டாகும் செல்வத்தையும் சேர்த்தே கணக்கிட வேண்டும். வெளிநாட்டு வியாபாரத்தால் உண்டாகும் நிகர வருமானத்தை நாடுகளிடையேயுள்ள கொடுக்கல் வாங்கல் விவர அறிக்கைகளில் (Balance of Payment) நின்றுக் கணிக்கலாம். இது உண்மையில் இரு வகைப்படும். தொழிலாளர்களுக்கான ஊதியமும், வெளிநாட்டில் உள்ள முதலீடுகளிலிருந்து வருமானமுமாகும்.

வெளிநாடுகளுடன் உள்ள வியாபாரத்தால் ஏற்படும் கொடுக்கல் வாங்கல் பற்றிய விவரங்களை இந்திய ரிசர்வ் பாங்கிலிருந்து காலாண்டுக்கொரு முறை வரும் வெளியீடுகளிலிருந்து தயாரிக்கப்படுகின்றன. இதில் ஏற்றுமதி, இறக்குமதி வியாபாரங்கள் குறித்தும், தங்கக்கட்டிகளின் வியாபாரம், வெளிநாட்டு பிரயாணம், போக்குவரத்து, பாதுகாப்பு, முதலீடு என்பன போன்ற விவரங்களும், தனியார், அரசாங்கம் என்ற இரு சாரரைப் பொறுத்த அளவில் உண்டாகும் கொடுக்கல் வாங்கல்கள் பற்றியும் விவரங்கள் இவ்வெளியீடுகள் கிடைக்கப்பெறும்.

தொழிலாளர்களுக்கான வெளிநாட்டு நிகர ஊதியம் நிகர மூலதன வருமானம் போன்ற விவரங்கள் சரியான முறையில் கிடைப்பதில்லை. தொழிலாளர்களின் நிகர ஊதியம் என்று கூறும்போது, வெளி நாடுகளில் பணிபுரியும் தொழில் வல்லுனர்கள், மேலும் தொழில் துறையில் பணிபுரிவோர் முதலானவர்கள் பெறும் ஊதியத்தைக் குறிப்பதாகும். ஆனால் வெளிநாடுகளில் தூதரகங்களில் பணிபுரிவோர்கள் ஊதியம், இதர பிரிவுகளிலடங்காத அரசாங்கப் பணி என்ற பிரிவின் கீழ் கொண்டு வரப்படுகிறது. மேலும் நிகர மூலதன வருமானம் என்று கூறும்போது ஒரு நாட்டில் நின்றுக் வேறு நாட்டிற்கு அனுப்பப்படும் இலாப பங்கீட்டை மாத்திரம் குறிக்குமேயொழிய, பங்கீடு செய்யப்படாத இலாபத்தைக் குறிப்பதாகாது. இம்முறையில் கணக்கிடப் பெற்ற விவரங்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

அட்டவணை 18

(ரூபாய் இலட்சத்தில்)

	1960-61	1964-65
நடப்பாண்டு	நிலையாண்டு	
விலை	விலை	
நிலவரத்தில்	விலை நிலவரத்தில்	
நிகர வருமானம்	-71.8 -147.6	-143.8

21. தேசிய உற்பத்தி

இதுவரையில் ஒவ்வொரு துறையிலுமிருந்து கிடைக்கும் உற்பத்தியின் மதிப்பை நடப்பாண்டு விலையிலும் நிலையாண்டு விலையிலும் கண்டோம். அவைகள் ஒருங்கிணைக்கப்பட்டு கீழ்க்கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

அட்டவணை 19
(ரூபாய் கோடியில்)

துறைகள்	1960-61	1964-65	
		நடப் பாண்டு விசுவயில்	நிலை யாண்டு விசுவயில்
1. வேளாண்மை	6707	10155	7471
2. வனம்	169	254	199
3. மீன்	78	108	91
4. சுரங்கம்	144	206	15
5. பெரிய தொழில்கள்	1070	1700	1537
6. சிறு தொழில்கள்	785	1185	1009
7. கட்டுமானம்	626	907	756
8. மின்விசை, வாயு, தண்ணீர் விநியோகம்	69	126	120
9. (அ) ரயில் போக்குவரத்து	252	36	314
(ஆ) செய்தித் துறை	64	102	92
(இ) இதர போக்குவரத்து	267	417	351
10. வியாபாரம், பண்டக சாலை சேமிப்பு	1301	2039	1679
11. பாங்குகளும் பாதுகாப்பு நிறுவனங்களும்	153	289	211
12. சொத்துக்களும் வீடுகளும்	334	552	434
13. பொது நிருவாகமும் பாது காப்பும்	547	917	852
14. இதரப் பணிகள்	904	1231	1061
மொத்த நிகர உள்நாட்டு உற்பத்தி	13525	20572	16362
15. வெளிநாட்டு வியாபாரத்தில் உள்ள வருமானம்	-72	-143	-143
16. நிகர உற்பத்தி	13453	20424	16219
17. தேய்வுமானத்திற்கான ஒதுக் கீடு	736	1100	963
18. மொத்த தேசிய உற்பத்தி	14189	21524	17187

22. இந்தியாவின் தேசிய வருமானம்

இதுகாறும் ஒவ்வொரு துறையிலிருந்து கிடைக்கப் பெறும் தேசிய வருமானம் குறித்து கண்ணுற்றோம். இனிமேல் மத்திய புள்ளிவிவர நிறுவனத்தால், 1960-61 முதல் 1969-70 வரை உள்ள காலத்தில் ஒவ்வொரு ஆண்டிற்கும் கணித்துக் கிடைத்த தேசிய வருமானத்தைப் பார்ப்போம்.

அட்டவணை 20 (ருபாய் கோடியில்)		உள்நாட்டு நிகர வருமானம் (தடப்பாண்டு விலையில்)				
தொழில்கள்		1960-61	1961-62	1962-63	1963-64	1964-65
1. வேளாண்மை		6570	6771	6905	8015	9946
2. வனவளம்		174	198	206	247	260
3. மின் வளம்		77	86	86	95	108
4. சுரங்கம்		144	149	178	204	204
5. பதிவு செய்த தொழிற்சாலை		1071	1176	1298	1518	1696
6. பதிவு செய்யாத தொழிற்சாலை		785	864	942	1082	1182
7. கட்டுமானம்		620	653	701	782	894
8. மின்விசை		68	77	87	109	128
9. போக்குவரத்தும் செய்தியும்						
அ. இருப்புப் பாதை		252	281	313	353	360
ஆ. செய்தி		63	72	80	91	100
இ. இதர போக்குவரத்து		254	287	326	343	396
10. வியாபாரம், பண்டகசாலை, உணவுவிடுதி		1301	1389	1494	1705	2069
11. பாங்குகளும், பாதுகாப்பு நிறுவனங்களும்		158	163	224	249	298
12. வீடுகளும், சொத்துக்களும்		336	403	447	528	562
13. பொது நிகுவாகம்		538	593	668	778	890
14. இதர பணிகள்		905	966	1026	1099	1236
15. மொத்த உள்நாட்டு உற்பத்தியின் நிகர மதிப்பு		13866	14148	14981	17208	20209
16. வெளிநாட்டிலிருந்து கிடைத்த நிகர வருமானம் (—)		72	98	108	114	148
17. மொத்த நிகர வருமானம்		13294	14050	14873	17094	20061

உள்நாட்டு நிகர வருமானம் (தொடர்ச்சி)
(நடப்பாண்டு விலையில்)

(ரூபாய்-கோடியில்)

தொழில்கள்	1965-66	1966-67	1967-68	1968-69	1969-70
1. வேளாண்மை	9523	11491	14569	18859	14905
2. வனவளம்	298	383	417	470	613
3. மின்வளம்	124	137	154	173	193
4. சுரங்கம்	234	252	290	316	339
5. பதிவு செய்த தொழிற்சாலை	1839	1970	2041	2192	2483
6. பதிவு செய்யாத தொழிற்சாலை	1225	1325	1460	1556	1694
7. கட்டுமானம்	942	1072	1265	1289	1485
8. மின்விசை	144	177	200	243	266
9. போக்குவரத்தும் செய்தியும்					
அ. இருப்புப் பாதை	400	426	421	470	497
ஆ. செய்தி	113	132	147	174	196
இ. இதர போக்குவரத்து	417	476	566	639	740
10. வியாபாரம், பண்டகசாலை, உணவுவிடுதி	2285	2663	3067	3132	3361
11. பாய்க்குகளும், பாதுகாப்பு நிறுவனங்களும்	841	882	416	459	504
12. வீடுகளும், சொத்துக்களும்	516	635	659	700	729
13. பொது நிருவாகம்	989	1099	1247	1393	1502
14. இதர பணிகள்	1386	1533	1714	1841	2022
15. மொத்த உள்நாட்டு உற்பத்தியின் நிகர உற்பத்தி	20786	24186	28633	28986	31432
16. வெளிநாட்டிலிருந்து கிடைத்த நிகர வருமானம்	165	233	259	258	258
17. மொத்த நிகர வருமானம்	20321	23903	28874	28678	31174

உள்நாட்டு நிகர வருமானம் (தொழில்கள்)	அட்டவணை-21 (நிலையாண்டுள்ளியில்)	(ரூபாய் கோடியில்)													
உள்நாட்டு நிகர வருமானம் (தொழில்கள்)	1960-61	1961-62	1962-63	1963-64	1964-65										
1. வேளாண்மை	6570	6617	6439	6806	7224										
2. வனவளம்	174	184	187	205	202										
3. மின் வளம்	77	80	76	83	91										
4. சுரங்கம்	144	152	172	159	180										
5. பதிவு செய்த தொழிற்சாலை	1071	1178	1291	1421	1543										
6. பதிவு செய்யாத தொழிற்சாலை	785	849	836	949	1007										
7. கட்டுமானம்	120	627	661	727	745										
8. மின் விசை	68	79	88	107	118										
9. போக்குவரக்கும் செய்தியும் அ. இருப்புப்பாதை	252	270	287	311	314										
ஆ. செய்தி	63	69	76	85	88										
இ. இதர போக்குவரத்து	254	275	26	818	825										
10. வியாபாரம், பண்டக்காலை, உணவு விடுதி	1801	1887	1457	1572	1679										
11. பாங்குகளும், பாதுகாப்பு நிறுவனங்களும்	158	179	192	206	210										
12. வீடுகளும், சொத்துக்களும்.	386	385	412	437	443										
13. பொதுநிருவாகம்	588	579	654	729	820										
14. இதர பணிகள்	905	939	931	1018	1032										
15. மொத்த உள்நாட்டு உற்பத்தியின் மதிப்பு	18366	18559	14155	14958	16031										
16. வெளிநாட்டிலிருந்து கிடைத்த நிர்வகுமானம் (—)	72	96	110	113	144										
17. மொத்த நிகர வருமானம்.	18294	18768	14045	14845	1917										

உள்நாட்டு நிகர வருமானம்	(நிலையாண்டு விலையில்)						-தொடர்ச்சி (ரூபாய் கோடியில்)	
	தொழில்கள்	1965-66	1966-67	1967-68	1968-69	1969-70		
1. வேளாண்மை		6145	6094	7193	7165	7539		
2. வனவளம்		223	252	259	275	281		
3. மின்வளம்		93	95	94	104	105		
4. சுரங்கம்		205	212	221	227	241		
5. பதிவு செய்த தொழிற்சாலை		1572	1579	1593	1634	1763		
6. பதிவு செய்யாத தொழிற்சாலை		990	1003	105	1092	1129		
7. கட்டுமானம்		714	739	811	786	839		
8. மின்விசை		131	140	152	171	187		
9. போக்குவரத்தும் செய்தியும்								
அ. இருப்புப்பாதை		340	346	347	368	385		
ஆ. செய்தி		96	102	109	113	118		
இ. இதர போக்குவரத்து		343	355	397	410	439		
10. வியாபாரம், பண்டச்சாலை, உணவுவிநிதி.		1384	1730	1783	1851	1942		
11. பாங்குகளும், பாதுகாப்பு நிறுவனங்களும்		218	218	222	249	272		
12. வீடுகளும், சொத்துக்களும்.		45	477	457	496	512		
13. பொது நிருவாகம்		837	805	844	1089	1116		
14. இதர பணிகள்		1101	1143	1154	1225	1265		
15. மொத்த உள்நாட்டு உற்பத்தியின் நிகர மதிப்பு		15173	15392	16342	17233	18132		
16. வெளிநாட்டிலிருந்து ஏடைக்கத் திரு வருமானம் (---)		152	149	152	176	177		
17. மொத்த நிகர வருமானம்.		15021	15243	16660	17057	17955		

அட்டவணை 22

தேசிய வருமானமும் ஒரு நபர் வருமானமும் (கோடி)

ஆண்டு	மக்கள் தொகை (பத்து லட்சம்)	தேசிய வருமானம் (கோடி)		ஒரு நபர் வருமானம்	
		நடப் பாண்டு விலை	நிலை யாண்டு விலை	நடப் பாண்டு விலையில் ரூ	நிலையாண்டு விலையில் ரூ
1930-61	434	13294	13291	306.3	306.3
1931-62	444	14050	13763	316.4	310.0
1962-63	454	14878	14045	327.6	309.4
1963-64	464	17094	14345	368.4	319.9
1964-65	474	20061	15917	423.2	335.8
1965-66	484	20631	15021	423.1	310.4
1936-67	495	23903	15243	432.9	307.9
1967-68	506	23874	16660	560.8	329.2
1968-69	517	23678	17057	554.7	329.9
1939-70	529	31174	17955	589.3	339.4

23. மாநில வருமானம்

இந்திய நாடு பல மாநிலங்களின் கூட்டாகும். எனவே இந்திய நாட்டின் தேசிய வருமானம் உண்மையில் இந்நாட்டில் உள்ள மாநிலங்களின் மாநில வருமானத்தின் கூட்டுத் தொகையேயாகும் என்று கூறத் தேவை இல்லை. ஆகவே மாநில வருவாயைப் பற்றிக் கவனிப்பதும் நன்மை பயக்கும். முன்பே கூறியதுபோல், ஒவ்வொரு மாநிலத்தைப் பிறிதொரு மாநிலத்தோடு ஒப்பு நோக்க வேண்டுமானால், மாநில கணிப்பு முறையும் ஒரே சீரானதாக இருக்க வேண்டும். தற்போது மத்தியபுள்ளி விவர நிறுவனம் பின்பற்றும் முறைகளையே மாநிலங்களும் பின்பற்றுகின்றன. இம்முறையில் கணிக்கப்பெற்ற தமிழ் நாட்டின் மாநில வருமானமும் ஒரு நபர் வருமானமும் கீழ்க் கண்டவாறு உளது.

அட்டவணை 23

தமிழ்நாட்டின் மாநில வருமானம்

நடப்பாண்டு விலையில்

ரூபாய் இலட்சத்தில்

	1960-61	1961-62	1962-63	1963-64
1. விவசாயமும் கால் நடையும்	54,079	55,580	53,950	53,094
2. வன வளம்	313	412	489	461
3. மீன் வளம்	1,058	1,318	1,021	1,610
4. சுரங்கம்	116	284	367	487
5. பெரும் தொழில்கள்	8,838	9,937	10,947	11,981
6. மின்விசை	803	993	1,157	1,556
7. சிறு தொழில்கள்	6,928	7,578	7,971	9,055
8. கட்டுமானம்	1,417	1,664	1,894	2,172
9. செய்தி	666	753	722	902
10. இருப்புப் பாதை	2,387	2,533	2,708	2,889
11. பாங்குகளும் பாதுகாப்பும்	1,319	1,553	1,949	2,167
12. இதர வியாபாரமும் போக்குவரத்தும்	17,865	19,545	21,157	22,255
13. அரசாங்க நிருவாகம்	4,666	5011	5,834	6,102
14. தொழில்கள், கலை, வீட்டு வேலைகள்	9,720	11,297	12,792	14,116
15. வீட்டுச் சொத்து	2,741	2,964	3,097	3,251
மொத்த நிகர உற்பத்தி	112,953	121,475	125,695	137,098
மக்கள் தொகை (இலட்சத்தில்)	337	343	348	354
ஒரு நபர் வருமானம்	335	335	361	387

மாநில வருமானம்—தொடர்ச்சி

	1964-65	1965-66	1966-67	1967-68
1. விவசாயமும் கால் நடையும்	63,826	64,957	84,729	92,139
2. வன வளம்	465	477	637	678
3. மீன் வளம்	1,700	1,640	2,084	2,314
4. சுரங்கம்	603	822	847	1,121
5. பெரும் தொழில்கள்	13,556	15,550	18,014	21,587
6. மின்விசை	1,783	2,027	2,434	2,625
7. சிறு தொழில்கள்	10,488	11,545	13,513	15,376
8. கட்டுமானம்	2,518	2,784	3,228	3,715
9. செய்தி	946	1,043	1,358	1,479
10. இருப்புப் பாதை	2,929	3,525	4,030	3,984
11. பாங்குகளும் பாதுகாப்பும்	2,576	2,872	3,134	3,319
12. இதர வியாபாரமும் போக்குவரத்தும்	22,838	23,656	25,006	26,440
13. அரசாங்க நிருவாகம்	6,805	7,927	9,488	9,864
14. தொழில்கள், கலை, வீட்டு வேலைகள்	14,922	16,323	18,066	20,020
15. வீட்டுச் சொத்து	3,783	4,202	4,567	4,759
மொத்த நிகர உற்பத்தி	149,731	159,350	191,137	209,420
மக்கள் தொகை (இலட்சத்தில்)	360	366	373	380
ஒரு நபர் வருமானம்	416	436	512	551

அட்டவணை 24

தமிழ் நாட்டின் மாநில வருமானம் (நிலையாண்டு விலையில்)
(ரூபாய் இலட்சத்தில்)

	1960-61	1961-62	1962-63	1963-64
1. விவசாயமும் கால் நடையும்	54079	55092	55200	54527
2. வனவளம்	353	346	424	440
3. மின்வளம்	1058	1275	1065	1457
4. சுரங்கம்	116	273	354	454
5. பெரும் தொழில்கள்	8838	10090	10211	10918
6. மின்விசை	803	920	1079	1156
7. சிறு தொழில்கள்	6928	7452	7631	8150
8. கட்டுமானம்	1417	1559	1701	1842
9. செய்தி	666	767	819	859
10. இருப்புப் பாதை	2387	2525	2568	2709
11. பாங்குகளும் பாதுகாப்பும்	1319	1529	1687	1857
12. இதர வியாபாரமும் போக்குவரத்தும்	17865	18264	18674	19095
13. அரசாங்க நிருவாகம்	4366	5011	5728	6041
14. தொழில்கள், கலை, வீட்டு வேலைகள்	9720	10557	11290	12112
15. வீட்டுச் சொத்து	2741	2793	2846	2900
மொத்த நிகர உற்பத்தி	112956	118453	121277	124517
மக்கள் தொகை (இலட்சத்தில்)	337	343	348	354
ஒரு நபர் வருமானம் (ரூ)	335	345	348	352

தமிழ் நாட்டின் மாநில வருமானம் (நிலைபாண்டு
விலையில்) —தொடர்ச்சி

(ரூபாய் இலட்சத்தில்)

	1964-65	1965-66	1966-67	1967-68
1. விவசாயமும் கால் நடையும்	53656	50403	56212	58425
2. வனவளம்	432	436	444	462
3. மின்வளம்	1460	1334	1704	1760
4. சுரங்கம்	538	712	695	878
5. பெரும் தொழில்கள்	12406	13456	13516	14755
6. மின்விசை	1322	1502	1540	1751
7. சிறு தொழில்கள்	8704	9293	9932	10629
8. கட்டுமானம்	1934	2126	2267	2409
9. செய்தி	924	1016	1063	1031
10. இருப்புப் பாதை	2692	2953	3362	2816
11. பாங்குகளும் பாது காப்பும்	1595	1751	2015	2134
12. இதர வியாபாரமும் போக்குவரத்தும்	19527	19971	20426	20595
13. அரசாங்க நிருவாகம்	6612	7362	7741	7955
14. தொழில்கள், கலை, வீட்டு வேலைகள்	12750	13768	14729	15777
15. வீட்டுச் சொத்து	2955	3011	3039	3127
மொத்த நிகர உற்பத்தி	127557	129157	133735	144894
மக்கள் தொகை (இலட்சத்தில்)	360	366	373	380
ஒரு நபர் வருமானம் (ரூ)	354	353	372	381

கலைச்சொற்கள்

1. குறியீட்டெண்கள்

வருகைக் கிரமவரிசை

(தமிழ்—ஆங்கிலம்)

குறியீட்டெண்	— Index Number
ஒருங்கிணைந்த	— Composite
ஒப்பளவுகள்	— Measures of comparison
அடிப்படையாண்டு	— Base Year
நடப்பாண்டு	— Current year
விலைவிகிதம்	— Price relative
அளவு விகிதம்	— Quantity relative
உற்பத்தித் திறன் விகிதம்	— Productive relative
பலதரப்பட்ட	— Hetrogeneous
விலைகுறியீட்டெண்	— Price index
அளவு குறியீட்டெண்	— Quantity Index
கூட்டு விலை	— Aggregative Price
எளிய கூட்டு	— Simple Aggregate
விலை வீதம்	— Rate per Unit
எடை	— Weight
எடைகொள் கூட்டு	— Weighted aggregative
கூட்டுச் சராசரி	— Arithmetic average
பெருக்கல் சராசரி	— Geometric average
தலைகீழ் எண்களின் தலைகீழ்	— Harmonic average
கூட்டுச்சராசரி	—
வர்க்க மூலம்	— Square root
சிறப்புடை, விழுமிய	— Ideal
சங்கிலித் தொடர்	— Chain based
எடைகொள் கூட்டுச் சராசரி	— Weighted Arithmetic averages

தலைகீழ் எண்கள்	— Reciprocals
பகுதி	— Denominator
தொகுதி	— Numerator
மாற்றுச் சோதனை	— Reversal Test
இடமாற்று சோதனை	— Commodity Reversal Test
கால மாற்றுச் சோதனை	— Time Reversal Test
காரணி மாற்றுச் சோதனை	— Factor Reversal Test
சில்லறை விலை	— Retail price
மொத்த விலை	— Wholesale Price
அங்காடி விலை	— Market Price
கனத்து விலை	— Farm Price
தரம்	— Sort
சாதாரண ஆண்டு	— Normal Year
நுகர் பொருள் விலை குறியீட்டெண்	— Consumer Price Index No.
விலை குறிப்புகள்	— Price quotations
தேர்ந்தெடுத்த கடைகள்	— Reference Shops
இருப்புக் கடை	— Reserve Shop
விலை கணிப்பாளர்	— Price Collector.
குடும்பச் செலவாய்வு	— Family Budget Survey
குழுக் குறியீட்டெண்	— Group Index No.

2. காலத் தொடர்வரிசை

காலத் தொடர் வரிசை	— Time Series
வரைபடம்	— Graph
போக்கு	— Trend
சார்பற்ற போக்கு	— Secular Trend
சுழல் மாற்றம்	— Cyclical variation
நியதியற்ற மாற்றம்	— Irregular Trend
இயக்கம்	— Movement
வளர்ச்சி விதிகள்	— Laws of growth
பருவ மாற்றம்	— Periodic Movement
ஆதாரத் தொழில்	— Basic Industry
நிகழ்ச்சி	— Episode
எதிர்பாராதது	— Accident
கால அளவு வேறுபாடு	— Calendar Variation
கூட்டு அமைப்பு	— Additive Type
பெருக்கல் அமைப்பு	— Multiplication Type

கலப்பினம்	— Hybrid
எளிய கோடு	— Free hand curve
முதல் நிலை வேறுபாடு	— First order difference
பாதி சராசரி	— Semi-average
தேர்ந்தெடுத்த நிலைகள்	— Selected points
நகரும் சராசரி	— Moving Average
குறைந்த வர்க்கம்	— Least square
மீப்பெரும் நிகழ்வியல்பு	— Maximum likelihood
நேர்கோடு	— Straight line
வளைகோடு	— Curved line
பொருத்தம்	— Fit
போக்குக் கோடு	— Trend line
சாய்வு	— Slope
சார்புடையது	— Dependent
தானியங்கி	— Independent
மாறிகள் (திரிபுகள்)	— Variables
நிலையெண், (தனிநிலை)	— Constant
குறியீடு	— Symbol
கண்ட அளவு	— Observed Value
கணித்த அளவு	— Computed Value
வரைகோட்டுப் பொருத்தம்	— Curve fitting
தளம்	— Plane
பாத அச்ச	— X axis
மேல் அச்ச	— Y axis
இணை	— Parallel
பொதுச் சமன்பாடுகள்	— Normal equations
உடனுறவு	— Correlation
ஆரம்பம்	— Origin
நேரில்லா போக்கு	— Non-linear Trend
ஒரு படி (விசைச்) சமன்பாடு	— First Degree Equation
இருபடி (விசைச்) சமன்பாடு	— Second Degree Equaion
இருபடி வளைகோடு	— Second degree curve
(இருவிசைக் கோடு)	—
முதல் வேறுபாட்டு வரிசை	— First difference series
மடக்கை, (விசை அளவுகள்)	— Logarithms
எதிர் மடக்கை, (எதிர்விசை அளவுகள்)	— Anti-logarithms
மேலடுக்கு	— Exponent
அடுக்குக்குறி வளைகோடு	— Exponential Cure

(மேலடுக்கு கோடு)	—
மடக்கை	Exponential curve
சரிபாதி (விஸ்யளவு) கொண்ட	
வரைபடத்தாள்	— Semi-logarithmic paper
அணுகு கோடு	— Approach Line
(உச்சவளர்ச்சிக்கோடு)	— Asymptotic growth curve
விகிதம்	— Ratio
திரிபுடை அடுக்குக் குறிவளை	
கோடு (திரிபுடை மேலடுக்குக்	
கோடு)	— Modified exponential curve
மேல் அற்ற எல்லை (மேல் உச்ச)	
எல்லை	— Upper Asymptote
கீழ் அற்ற (உச்ச) எல்லை	— Lower Asymptote
மூல அளவுகள்	— Original values
இலகு கோடு	— Logistic curve
நிலையான பருவ மாற்றம்	— Constant Seasonal Movements
பருவக் குறியீட்டெண்.	— Seasonal Index No.
நடுவமை	— Centering
ஆண்டின் மேல் ஆண்டின்	
படம்	— Year over year chart
இணைப்பு விகிதம்	— Link relatives
வேறுபடும் பருவ மாற்றம்	— Changing Seasonal Move- ments
தொடர்ச்சியான	— Progressive
முதல் மதிப்பீடு	— First approximation
வீச்சு, அகலம்	— Amplitude
பொதுமை	— Normal
மூல விலக்கம், திட்டவிலக்கம்	— Standard deviation
ஏகவிதச் சுழல்கள் ஆய்வு	— Harmonic Analysis
கோணத்தின் 'எழு' அளவு	— Sine of an angle
கோணத்தின் 'இரு' அளவு	— Cosine of an angle
கோணத்தின் 'தொடு' அளவு	— (Tan) Tangent of an angle
திரி கோண மிதி	— Triognometry
சார்பு	— Function
கால அளவு சார்பு	— Periodic Function
இடைவெளி	— Range

3. ஆயுள் விவரங்கள்

ஆயுள் விவரம்	— Vital Statistics
மக்கட் கணிப்பு	— Population Census
ஆயுள் பாதுகாப்பு நிறுவனம்	— Life Insurance Corporation
உலகச் சுகாதார நிறுவனம்	— World Health Organisation
இறப்பளவுகள்	— Measures of Mortality
செப்பனிடா இறப்பு வீதம்	— Crude death rate
ஒர் ஏதுவிற்கான இறப்பு வீதம்	— Death rate for a particular cause
குறிப்பிட்ட இறப்பு வீதம்	— Specific death rate
குழந்தைப் பருவ இறப்பு	— Infant mortality
உயிரோடு பிறத்தல்	— Live birth
இறந்து பிறத்தல்	— Still birth
பிரசவ இறப்பு	— Maternal Mortality
இறப்பு விகிதம்	— Death rate
செப்பனிடப்பட்ட இறப்	— Adjusted rate of Mortality
பளவுகள்	—
சீர் செய்த அளவுகள்	— Standardised Measures
நேர்முறை	— Direct Method
சுற்றுமுறை	— Indirect Method
மூலத் தொகுதி	— Standard population
ஒப்பு இறப்புக் குறியீடு	— Comparative Mortality Index
ஆயுள் அட்டவணை	— Life table
நிலையான பிரிவு	— Stationary Community
சராசரி ஆயுள்	— Average life time
எதிர் பார்க்கும் ஆயுள்	— Expectation of life
குறையுடை சராசரி ஆயுள்	— Curate expectation of life
நிறையுடை சராசரி ஆயுள்	— Complete expectation of life
நடுவாயுட் காலம்	— Median life time
உத்தேச ஆயுட் காலம்	— Probable life time
மைய இறப்பு வீதம்	— Central death rate
மரண வேகம்	— Force of Mortality
நோய் நிகழ்வுள்ளி	—
விவரங்கள்	— Morbidity Statistics
நோய் அளவுகள்	— Measures of Morbidity
நோய் விவரங்களின்	— Classification of Morbidity
பாகுபாடு	— Statistics
நோய் நேரும் வீதம்	— Incidence rate
நோய் நிலவும் வீதம்	— Prevalent rate

பணியால் வரும் பிணி	—	Occupational disease
சாவின் முன்னோடிக் கணிப்பு	—	Projection of Mortality
உயிர் வாழ்வு வீதம்	—	Survival rate
தலைமுறை வழி	—	Generation Method
கணித முறை	—	Mathematical Method
காலப் போக்கு முறை	—	Time Trend Method
புறச் செருகல் முறை	—	Method of Extrapolation
மேலநடுக்குக் கோடு, அடுக்குக் குறி வளைகோடு	—	Exponential Curve
கருத்தரித்தல்	—	Fertility reproduction
மறு தலைமுறை உற்பத்தி	—	Reproduction
இனப் பெருக்க அளவு	—	Measure of Fertility
செப்பனிடாப் பிறப்பு வீதம்	—	Crude birth rate
பொது பிறப்பு வீதம்	—	General Fertility rate
ஒழுங்கினம்	—	Illegitimacy
மொத்த மறுதலைமுறை உற்பத்தி வீதம்	—	Gross reproduction rate
நிகர மறுதலை முறை உற்பத்தி வீதம்	—	Net reproduction rate
நிலையான மக்கள் தொகுதி	—	Stable population
இயற்கை பெருக்கத்தின் உண்மையளவு	—	True rate of national increase
மக்கட் தொகை	—	Population
முன்னோடிக் கணிப்பு	—	Population Projection
பாக முறை	—	Component method
இயற்கை ஏற்றம்	—	Natural Increase
நிறைகுறை	—	Error of closure

4. தேசிய வருமானம்

தேசிய வருமானம்	—	National Income
மாநில வருமானம்	—	State Income
ஒரு நபர் வருமானம், தலா வருமானம்	—	Per capita income
சேவை	—	Service
நிகர வருமானம்	—	Net Income
ஆக்கப்பணிகள்	—	Economic Activities
நுகர்வு	—	Consumption
நுகர் பொருள்	—	Consumer good
திருப்தி	—	Satisfaction
மூலதன வளர்ச்சி, முதல் ஆக்கம்	—	Capital formation

முதலீடு	—	Investment
கையிருப்பு	—	Stock
தேய்மானம்	—	Depreciation
வெளிநாட்டு வியாபாரம்	—	Foregin Trade
நிலையான முதலீடு	—	Fixed Capital
மொத்தச் செல்வச் சேர்க்கை	—	Gross value added
நிகரச் செல்வச் சேர்க்கை	—	Net value added
உற்பத்தியின் அங்கங்கள்	—	Factors of Productions
நேர் முக வரி	—	Direct Tax
மறை முக வரி	—	Indirect Tax
மக்கட் கணிப்பு	—	Population Census
உழைப்பாளிகள்	—	Working Force
தன் உழைப்பால் வாழ்வேவர்	—	Self supporting person
தன் உழைப்போடு பிறரையும் சார்ந்தோர்	—	Earning dependents.
கால் நடை கணிப்பு	—	Live stock census
நிதி நிலை அறிக்கை	—	Budget documents
நடப்பாண்டு விலையில்	—	At current price
அடிப்படையாண்டு விலையில் அல்லது நிலையாண்டு விலையில்	} —	At Constant price
வருடாந்திர தொழிற்சாலை ஆய்வு	—	Annual Survey of Industries
சர்வ தேச பகுப்பு	—	International classification
மாதிரி ஆய்வு	—	Sample survey
முழு ஆய்வு	—	Complete Census
பஞ்சாங்க ஆண்டு	—	Calendar Year
குடிசைத் தொழில்	—	Household industry
செலவு அடிப்படை	—	Expenditure Approach
பருவமும் பயிர்களின் அறிக்கையும்	—	Season and Crop report
துணைத் தொழில்	—	Secondary occupation
தேசிய உற்பத்தி	—	Nanional Production
தபால் நிலைய சேமிப்பு வங்கி	—	Post Office Saving Bank
தேசிய சேமிப்பு பத்திரம்	—	National Savings Certificate
வளர்ந்து வரும் நிதி முதலீடு	—	Cumulative Time Deposit
அகில இந்திய வருமான வரி	—	All India Income-Tax
விவரங்கள்	—	Statis-tics
செலுத்திய மூலதனம்	—	Paid up capital
பாதுகாப்பு புத்தகம்	—	Insurance Year Book
கொடுக்கல் வாங்கல் அறிக்கை	—	Balance of Payment

நிறுவனங்கள்

மத்திய புள்ளி விவர நிறுவனம் —	Central Statistical Organisation
தேசிய வருமானப் பிரிவு —	National Income Unit
தேசிய மாதிரி ஆய்வு —	National Sample Survey
வேளான்மைத் துறை பொருளா தார புள்ளி விவர நிறுவனம். —	Directorate of Economics & Statistics. Ministry of Food and Agriculture.
விற்பனை சோதனை அலுவலகம் —	Directorate of Marketing and Inspection
விவசாய புள்ளி விவர ஆராய்ச்சி நிறுவனம் —	Institute of Agricultural Resources Statistics. (IARS)
இந்திய வன ஆராய்ச்சி நிறுவனம் —	Indian Forest Research Institute-
மத்தியக் கடல் மீன் ஆராய்ச்சிக் கழகம். —	Central Marine Fishery Research Institute
மாநில மீன் வளத்துறை —	State Fishery Department
மாநில புள்ளியியல் துறை —	State Statistics Department
இந்திய உலோகப் புத்தகம் —	Indian Mineral Year Book
மத்திய நீர்விசைக் குழு —	Central Water Power Commission
வேலை வாய்ப்புப் பயிற்சி நிறுவனம் —	Directorate of Employment & Training.
ரயில்வே வாரியம் —	Railway Board
பண்டக சாலை நிறுவனம் —	Warehousing Corporation
பாதுகாப்பு நிறுவன கட்டுப்பாட்டு அலுவலர் —	Controller of Insurance.

கலைச்சொற்கள்

(ஆங்கிலம்—தமிழ்)

(அகர வரிசை)

1. Index Numbers - குறியீட்டெண்கள்

Aggregative Price	— கூட்டு விலை
Arithmetic average	— கூட்டுச் சராசரி
Base Year	— அடிப்படையாண்டு
Chain based	— சங்கிலித்தொடர்
Commodity Reversal Test	— இடமாற்றுச் சோதனை
Composite Index	— ஒருங்கிணைந்த குறியீடு
Consumer Price Index	— நுகர் பொருள் விலைக் குறியீட்டு
Number	— எண்
Current year	— நடப்பாண்டு
Denominator	— பகுதி
Factor Reversal Test	— காரணி மாற்று சோதனை
Family Budget Survey	— குடும்பச் செலவாய்வு
Farm Price	— களத்து விலை
Geometric average	— பெருக்கல் சராசரி
Group Index Number	— குழுக் குறியீட்டெண்
Harmonic average	— தலைகீழ் எண்களின் தலைகீழ் கூட்டுச் சராசரி
Heterogenous	— பலதரப்பட்ட
Ideal	— சிறப்பிடை, விழுமிய
Index number	— குறியீட்டெண்
Market Price	— அங்காடி விலை
Measure of comparison	— ஒப்பளவுகள்
Normal Year	— சாதாரண ஆண்டு

Numerator	— தொகுதி
Price Collector	— விலை கணிப்பாளர்
Price Index	— விலை குறியீட்டெண்
Price quotations	— விலை குறிப்புகள்
Price relative	— விலை விகிதம்
Productive relative	— உற்பத்தித் திறன் விகிதம்
Quantity Index	— அளவு குறியீட்டெண்
Quantity relative	— அளவு விகிதம்
Rate per unit	— விலை விகிதம்
Recip-rocals	— தலைகீழ் எண்கள்
Reference shops	— தேர்ந்தெடுத்தக் கடைகள்
Reserve shop	— இருப்புக் கடை
Retail Price	— சில்லறை விலை
Reversal Test	— மாற்றுச் சோதனை
Time Reversal Test	— கால மாற்று சோதனை
Sample aggregate	— எளிய கூட்டு
Sort	— தரம்
Square root	— வர்க்க மூலம்
Weighted aggregation	— எடைகொள் கூட்டு
Weighted Arithmetic averages	— எடைகொள் கூட்டுச் சராசரி
Weight Measurement	— எடைஅளவு
Wholesale Price	— மொத்த விலை

2. Time Series—காலத் தொடர்வரிசை

Accident	— எதிர்பாராதது
Additive Type	— கூட்டு அமைப்பு
Amplitude	— வீச்சு, அகலம்
Anti-logarithms	— எதிர் விசை அளவுகள்
Asymptotic growth curve	— உச்ச வளர்ச்சிக் கோடு
Basic industry	— ஆதாரத் தொழில்
Calendar variation	— கால அளவு வேறுபாடு
Centering	— நடுவமை
Changing seasonal Movements	— வேறுபடும் பருவமாற்றம்
Constant	— தனிநிலை
Constant Seasonal Movements	— நிலையான பருவ மாற்றம்
Correlation	— உடலுறவு
Cosine of an angle	— கோணத்தின் 'இரு' அளவு

Curve fitting	— வரை கோட்டுப் பொருத்தம்
Curved line	— வளைகோடு
Cyclical variation	— சுழல் மாற்றம்
Dependent	— சார்புடையது
Episode	— நிகழ்ச்சி
Exponent	— மேலடுக்கு
Exponential curve	— மேலடுக்குக் கோடு
First approximation	— முதல் மதிப்பீடு
First Degree Equation	— ஒரு விசைச் சமன்பாடு
First difference series	— முதல் வேறுபாட்டு வரிசை
First order difference	— முதல் நிலை வேறுபாடு
Fit	— பொருத்தம்
Free hand curve	— எளிய கோடு
Function	— அளவு முறை
Graph	— வரைபடம்
Harmonic Analysis	— ஏகவிதச் சுழல்கள் ஆய்வு
Hybrid	— கலப்பினம்
Inpedendent	— தானியங்கி
Irregular Trend	— நியதியற்ற மாற்றம்
Laws of growth	— வளர்ச்சி விகித விதிகள்
Least square	— குறைந்த வர்க்கம்
Link relatives	— இணைப்பு விகிதம்
Logarithms	— விசை அளவுகள்
Logistic curve	— இலகு கோடு
Lower Asymptote	— கீழ் உச்ச எல்லை
Maximum likelihood	— மிகக் கூடுதல் பொருத்தம்
Modified exponential curve	— மாறுபடு மேலடுக்குக் கோடு
Movements	— இயக்கம்
Moving Average	— நகரும் சராசரி
Multiplication Type	— பெருக்கல் அமைப்பு
Non-linear Trend	— நேரில்லாப் போக்கு
Normal	— பொதுமை
Normal equation	— பொதுச் சமன்பாடுகள்
Observed Value	— கண்ட அளவு
Origin	— ஆரம்பம்
Original value	— மூல அளவுகள்
Parallel	— இணை
Periodic Movement	— பருவ மாற்றம்
Periodic Function	— கால அளவு முறை
Plane	— தளம்

Polynomial	— பல்லுறுப்புக் கோவை
Progressive	— தொடர்ச்சியான
Range	— இடைவெளி
Ratio	— விகிதம்
Seasonal Index Number	— பருவக் குறியீட்டெண்
Second degree curve	— இருவிசைக் கோடு
Second Degree Equation	— இருவிசைச் சமன்பாடு
Secular Trend	— சார்பற்ற போக்கு
Selected points	— தேர்ந்தெடுத்த நிலைகள்
Semi-average	— பாதி சராசரி
Semi-logarithmic paper	— சரிபாதி விசையளவு கொண்ட வரைபடத்தாள்
'Sine' of an angle	— கோணத்தின் 'எழு' அளவு
Slope	— சாய்வு
Standard deviation	— மூல விலக்கம்
Straight line	— நேர்கோடு
Symbol	— குறியீடு
'Tangent' of an angle	— கோணத்தின் 'தொடு' அளவு
Time Series	— காலத் தொடர் வரிசை
Trend	— போக்கு
Trend line	— போக்குக் கோடு
Trigonometry	— திரி கோண மிதி
Upper Asymptote	— மேல் உச்ச எல்லை
Variable	— திரிபுகள்
X-axis	— பாத அச்ச
Y-axis	— மேல் அச்ச
Year over year chart	— ஆண்டின் மேல் ஆண்டின் படம்

3. Vital Statistics—ஆயுள் விவரம்

Adjusted rate of Mortality	— செப்பனிடப்பட்ட இறப்பளவுகள்
Average Life Time	— சராசரி ஆயுள்
Central death rate	— மைய இறப்பு வீதம்
Classification of Morbidity Statistics	— நோய் விவரங்களின் பாகுபாடு
Comparative Mortality Index	— ஒப்பு இறப்புக் குறியீடு
Complete expectation of life	— நிறையுடை சராசரி ஆயுள்

Compoenent Method	— பாக முறை
Crude Birth Rate	— செப்பனிடா பிறப்பு வீதம்
Crude Death Rate	— செப்பனிடா இறப்பு வீதம்
Curde expectation of life	— குறையுடை சராசரி ஆயுள்
Death rate for a particular cause	— ஓர் ஏதுவிற்கான இறப்பு
Death ratio	— இறப்பு வீதம்
Direct Method	— நேர் முறை
Error of closure	— நிறை குறை
Expectation of life	— எதிர்பார்க்கும் ஆயுள்
Exponential curve	— மேலடுக்குக் கோடு
Fertility	— கருத்தரித்தல்
Force of Mortality	— மரண வேகம்
Genearal Fertility rate	— பொதுப் பிறப்பு வீதம்
Generation Mcthod	— தலைமுறை வழி
Gross reproduction rate	— மொத்த மறுதலைமுறை உற்பத்தி வீதம்
Illegitimacy	— ஒழுங்கீனம்
Incidence rate	— நோய் நேரும் வீதம்
Indirect method	— சுற்று முறை
Infant mortality	— குழந்தைப் பருவ இறப்பு
Live birth	— உயிரோடு பிறத்தல்
Life Insurance Corporation	— ஆயுள் பாதுகாப்பு நிறுவனம்
Life table	— ஆயுள் அட்டவணை
Maternal Mortality	— பிரசவ இறப்பு
Mathematical Method	— கணித முறை
Measure of Fertility	— உற்பத்தியளவுகள்
Measure of Morbidity	— நோய் அளவுகள்
Measure of Mortality	— இறப்பளவுகள்
Medium life time	— நடுவாயுட் காலம்
Method of Extrpolation	— குறுகிய கால முன்னோடிக் குறிப்பு
Morbidity Statistics	— நோய் விவரங்கள்
Natural Increase	— இயற்கை ஏற்றம்
Net reproduction rate	— நிகர மறுதலைமுறை உற்பத்தி வீதம்
Occupational disease	— பணியால் வரும் பிணி நோய்
Prevalent Rate	— நிலவும் வீதம்
Population Census	— மக்கட் கணிப்பு

Population Projection	— மக்கட் தொகை முன்னோடிக் கணிப்பு
Probable life time	— உத்தேச ஆயுட் காலம்
Projection of Mortality	— சாவின் முன்னோடிக் கணிப்பு
Reproduction	— மறுதலை-முறை உற்பத்தி
Specific death rate	— குறிப்பிட்ட செப்பனிடா இறப்பு வீதம்
Standardised Measures	— சீர் செய்த அளவுகள்
Standard Population	— மூலத் தொகுதி
Stable Population	— நிலையான மக்கள் தொகை
Stationary Community	— நிலையான சமூகம்
Still birth	— இறந்து பிறத்தல்
Survival rate	— உயிர் வாழ்வு வீதம்
Time Trend Method	— காலப் போக்கு முறை
True rate of natural increase	— இயற்கைப் பெருக்கத்தின் உண்மையளவு
Vital Statistics	— ஆயுள் விவரம்
World Health Organisation	— உலகச் சுகாதார நிறுவனம்

4. National Income—தேசியவருமானம்

All India Income-Tax Statistics	— அகில இந்திய வருமான வரி விவரங்கள்
Annual Survey of Industries	— வருடாந்திர தொழிற்சாலை ஆய்வு
At constant price	— அடிப்படையாண்டு விலையில்
At Current price	— நடப்பாண்டு விலையில்
Balance of Payment	— கொடுக்கல் வாங்கல் அறிக்கை
Budget document	— நிதிநிலை அறிக்கை
Calander Year	— பஞ்சாங்க ஆண்டு
Capital formation	— மூலதன வளர்ச்சி, முதல் ஆக்கம்
Complete Census	— முழு ஆய்வு
Consumer good	— நுகர் பொருள்
Consumption	— நுகர்வு
Cumulative Time Deposit	— வளர்ந்து வரும் நிதி முதலீடு
Depreciation	— தேய்மானம்
Direct Tax	— நேர்முக வரி
Earning dependents	— தன் உழைப்போடு பிறரையும் சார்ந்தோ

Economic Activities	— ஆக்கப் பணிகள்
Expenditure Apporoach	— செலவு அடிப்படை
Factors of production	— உற்பத்தியின் அங்கங்கள்
Fixed Capital	— நிலையான முதலீடு
Foreign Trade	— வெளிநாட்டு வியாபாரம்
Gross value added	— மொத்த செல்வச் சேர்க்கை
House hold Industry	— குடிசைத் தொழில்
Indirect Tax	— மறை முக வரி
Insurance Year Book	— பாதுகாப்பு புத்தகம்
International classification	— சர்வதேச பகுப்பு முறை
Investment	— முதலீடு
Live stock census.	— கால் நடைக் கணிப்பு
National Income	— தேசிய வருமானம்
National Production	— தேசிய உற்பத்தி
National Savings Certificate	— தேசிய சேமிப்புப் பத்திரம்
Net Inome	— நிகர வருமானம்
Net value added	— நிகரச் செல்வ சேர்க்கை
Paid up Capital	— செலுத்திய மூலதனம்
Per capita Income	— ஒரு நபர் வருமானம், தலா வருமானம்
Population Census	— மக்கட் கணிப்பு
Post Office Savings Bank	— தபால் நிலைய சேமிப்பு வங்கி
Sample Survey	— மாதிரி ஆய்வு
Satisfication	— திருப்தி
Season and Crop Report	— பருவமும் பயிர்களின் அறிக் கையும்
Secondry Occupation	— துணைத் தொழில்
Self Supporting persons	— தன் உழைப்பால் வாழ்வோர்
Service	— சேவை
State Income	— மாநில வருமானம்
Stock	— கையிருப்பு
Working Force	— உழைப்பாளிகள்

BIBLIOGRAPHY

INDEX NUMBER

1. *Applied General Statistics* by Frederick E. Croxton and Duddly J. Cowden, published by Sri Isac Pitman and Sons Ltd., London.
2. *Statistics for Economics* by William I Greenwald, published by Charles E. Merrill Books, INC, Columbia, Ohio.
3. *Publication by the Director of Statistics*, Madras in Fort St., George Gazette.

TIME SERIES

1. *Applied General Statistics* by Frederick E Croxton and Duddly J. Cowden published by Sri Isac Pitman and Sons Ltd., London.
2. *Statistics For Economics* by William I Greenwald.
Published by Charles E Merrill Books
INC COLUMBIA, OHIO.

VITAL STATISTICS

1. *Demography* by Peter R. COX Published by the Institute of Actuaries and Faculty of Actuaries, Cambridge
2. *Introduction to Demography* by M. Spiegelman.
The Society of Actuaries, Chicago, U. S. A.
3. *Census of India* Volume IX, Part I (B-1) and IB (11), Demography and Vital Statistics.
4. *Vital Statistics of India*, Annual Publication issued by the Registrar General, India.
5. *Life Table 1951-60* Published by the Registrar General, India.
6. *Vital Statistics* Published by the Tamil Nadu Government in Fort St. George Gazette.
7. *United Nation* Publication.

NATIONAL INCOME

1. *National Income Statistics*.
Proposals for a revised Series of National Income Estimates for 1955-56 to 1959-60 Issued by the Central Statistical Organisation, New Delhi.
2. *Brochure on Revised Series of National Products* for 1960-61 to 1964-65 Issued by the Central Statistical Organisation, New Delhi.
3. *Estimates of National Product* 1960-61 to 1969-70 Issued by the Central Statistical Organisation, New Delhi.
4. *An Essay on National Income and Expenditure in India* by Dr. Natarajan, M.A., D. Litt.
5. *National Income and Social Accounting* by Harold C. Edey and Alan T. Peacock published by Hutchinson's University Library, London.

