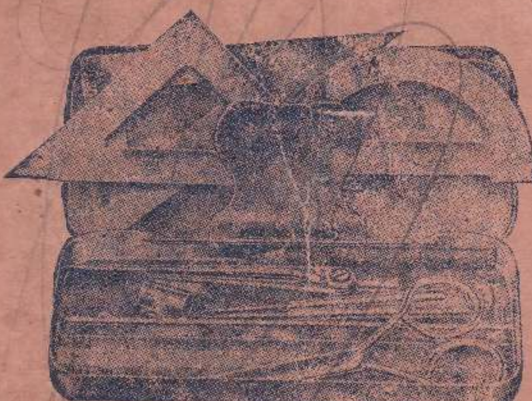
TAMIL GEOMETRY

கேத்திர கணிதம்

பகுதி I

6-ம், 7-ம் வகுப்புகட்கு



திரு. வே. சிவக்கொழுந்து

கேத்திரகணிதம்

(GEOMETRY IN TAMIL)

ஆறும், ஏழாம் வகுப்புகட்கு உபயோகிக்கத்தக்கது

பகுதி 1

14-2-33-ல் வித்தியாகர்த்தராலும்
16-9-52-ல் வித்தியா பிரசுர சபையாராலும்
அங்கீகரிக்கப்பெற்றது.

ஆக்கியோன் :

திரு. வே. சிவக்கொழுந்து அவர்கள்
TEACHER - AUTHOR - PUBLISHER

[redacted]

பிரசுரம் :

வடலங்கா புத்தகசாலை - பருத்தித்துறை.
கிளை: கே. கே. எஸ். வீதி, யாழ்ப்பாணம்.

December 1957.

விலை ரூபா 1-50.

முதற்பதிப்பு - - - 1932
இரண்டாம் பதிப்பு - 1934
மூன்றாம் பதிப்பு - - 1953
நான்காம் பதிப்பு - 1955
ஐந்தாம் பதிப்பு - - 1957

All Rights Strictly Reserved

அச்சுப்பதிவு: கலாபவன அச்சகம் - பருத்தித்துறை.

வணக்கம்.

சுதந்திர நாடாகத் திகழும் இலங்கையில் இன்று தாய் மொழிமூலம் உயர் வகுப்புகளிலும் கல்வி போதிக்கும் சுப கருமம் ஆரம்பமாகின்றது. தற்போது தமிழாசிரியமணிகளாகத் திகழும் பல அன்பர்கட்கு ஆசிரிய கலாசாலைப் பிரவேசத்திற்குத் தகுதிப் பரீக்ஷையாக விளங்கிய சிரேஷ்ட தராதரப் பத்திரப் பரீக்ஷை (பிறிலிம் அல்லது எஸ் எஸ். ஸி.)க்குக் கட்டாய பாடமாக இருந்துவந்த கணிதத்தில் ஒரு காலம் அக்ஷர கேத்திர கணிதங்களும் இருந்தன ஆகவே இற்றைக்கு இருபது வருடங்களுக்கு முன்னர் (25-5-31ல்) யாம் இலங்கை மாணவர்க்கு உதவும் வகையில் முதன் முதலாகத் தமிழில் எழுதிச் சென்னையிற் பதிப்பித்த அக்ஷர கணித நூலும், இதனைத் தொடர்ந்து வெளிவந்த கேத்திர கணித நூலும் பல அறிஞரின் பெருமதிப்பையும் ஆசிரியர்களின் பேராதரவையும் பெற்றுவிளங்கின. வித்தியாகர்த்தரின் அங்கிகாரமும் பெற்றன. கலாசாலைகளில் தாய்மொழி மூலம் போதனை ஆரம்பிக்கும் இத்தினத்தில் எமது கணித நூல்கள் வித்தியா பிரசுர சபையாரின் அங்கிகாரமும் பெறுகின்றன. இன்று எமது கேத்திரகணிதம் ஐந்தாம் பதிப்பாக வெளியாகின்றது. இதனைத் தொடர்ந்து இலங்கை மாணவர்க்குதவும் வகையில் உயர்வகுப்புப் பூமிசாஸ்திரங்களும வெளியாகின்றன. இதிகாசம், சுகாதாரம், விஞ்ஞானம் முதலாம் நூல்களும் எமது பிரசுரங்களாக வெளிவரும். இறைவனருளும, வித்தியாபகுதியாரின் அங்கிகாரமும், அன்பர்களின் பேராதரவுமே எமது சலியா உழைப்பிற்கு ஊக்கமளிப்பன.

அனைவருக்கும் எமது தாழ்மையான வணக்கம்.

களபவனம்,
மேலைப்புலோலி,
பருத்தித்துறை.

வே. சிவக்கொழுந்து

THE ABILITY

The ability of Mr. Sivakolunthu as an author is known to me long ago......... I have determined to introduce his new works in the G. C. E. Classes.

N. Ganapathipillai, B. A., B. SC.
Principal, Senguntha Saiva Eng, School.

VERY VALUABLE

We have used Mr. Sivakolunthu's books in our Schools for over two years and have found them very valuable. The Students and teachers have enjoyed them and do not care to change over to any other author. I am sure this shows what his books mean to them.

Srimathy V. Arumugam B. A.,
Hindu Ladies College, Jaffna.

வகுப்புகளுக்குரிய பகுதிகள்.

(வித்தியாபகுதியாரின் பாடத்திட்டத்தில் உள்ளது.)

தரம் 6

கனவடிவங்களும் தளங்களும் (மேற்பரப்பு)

சமகோண வடிவப் பொருட்களின் கன அளவையும் சமகோணத் தளங்களின் பரப்பு அளவையும் கணக்கிட்டு அறிதல், பிரமாணத்துக்கு இயையப் படம் வரைதல்.

தரம் 7

I. கோணங்கள்

வட்டஞ் செய்கருவி (கொம்பஸ்) கோணமானி என்பவை இயற்றி உபயோகித்தல். கோணங்கள் வரைந்து அளந்து பார்த்தல். நேர்ரேகையையும் கோணங்களையும் சமபாதியாக்கல்.

II. சமதூர ரேகைகளும் லம்பரேகைகளும்

சமதூர ரேகைகள் லம்ப ரேகைகள் கீறுதல்.

III. முக்கோணங்களும் சதுர்ப்புசங்களும்

முக்கோணம் சதுர்ப்புசம் என்பவற்றின் தன்மைகளைப் பரிசோதனை பண்ணிக் கண்டறிதல்.

பொருளடக்கம்.

1.	ரேகைகளும் கோணங்களும்	1
2.	முக்கோணங்கள்	12
3.	சமாந்தர ரேகைகள்	15
4.	வட்டமும், அதன் பகுதிகளும்	21
5.	உபகரணங்களின் உபயோகம்	24
6.	ரேகை வரைதல்	25
7.	கோணம் சமபாதியாக்கல்	26
8.	ரேகை சமபாதியாக்கல்	29
9.	முக்கோணங்களின் சர்வசமத்துவம்	32
10.	சமகோணம் அமைத்தல்	39
11.	சமாந்தர ரேகைகள் கீறல்	41
12	செங்குத்து (லம்பம்) ரேகை கீறல்	47
13.	ரேகையைக் கூறுக்கல்	53
14.	நாற்கோணமும் அதன் இனங்களும்	56
15.	முக்கோணம் அமைத்தல்	58
16.	பரீக்ஷை வினாக்கள்	64

ஒரு பொருட் பதங்கள்

1. பரப்பு, பரப்பளவு : Area
2. செங்கோணம், [செங். ∠] : Rt. angle
3. கூர்ங்கோணம் : Acute - angle
4. ரேகை, கோடு, வரை : Line
5. செங்குத்து, லம்பம் : Perpendicular
6. முக்கோணம், திரிகோணம் : Triangle
7. அமைப்பு, கிரியை, : Construction
8. புறக்கோணம், வெளிக்கோணம் : Exterior - angle
9. அடி, பாதக்கோடு : Base
10. ஆரை, ஆரம், விட்டார்த்தம் : Radius
11. வட்டம், விருத்தம், சக்கரம் : Circle
12. மையம், மத்தி : Centre
13. பரிதிரேகை, விருத்தரேகை, சுற்றளவு : Citcumference
14. கொம்பாஸ், வட்டம்செய்கருவி, கவராயம் : Compass
15. மூலைமட்டம், சோடிவர்க்கி : Set Square
16. கன்னம், செம்பக்கம் : Hypotenuse
17. மூலைவிட்டம், மூலைக்கோடு, கர்ணம் : Diagonal
18. சதுர்ப்புசம், நாற்கோணம், நாற்புசம் : Quadrilateral
19. இணைகரம், சமாந்தரசதுர்ப்புசம் : Parallelogram
20. சதுரம், சற்சதுரம் : Square
21. சாய்சதுரம், ரோம்பஸ், துல்லியசதுர்ப்புசம்: Rhombus
22. சரிவகம், திறப்பீசியம் : Trapezium
23. பஞ்சகம், ஐங்கோணம் : Pentagon
24. ஒழுக்கு, லோக்கஸ், நிதானம் : Locus
25. ஸ்கேல், பிரமாணம், அளவுமுறை : Scale
26. விருத்தகண்டம், துண்டு, குறைவட்டம் : Segment

உயர்தர அக்ஷரகணிதம்

(Approved)

J. S. C., G. C. E.

ஆசிரிய பயிற்சிப் பரீக்ஷை

ஆதியவற்றிற்காயது.

சிறந்த விளக்கமுறைகள்!

கூட்டுவிருத்தி A. P. பெருக்குவிருத்தி G. P.

மடக்கை அல்லது லாகிரிதம்

பரீக்ஷைப் பத்திரங்கள்!

ஆதியன பொருந்தியது.

விலை ரூ. 4-50

பிரசுரம் :

வடலங்கா புத்தகசாலை,

பருத்தித்துறை

கேத்திர கணிதம்

பகுதி 1

ரேகைகளும் கோணங்களும்

ரேகைகளினதும் அவற்ருல் ஆக்கப்படும் உருவங்களினதும் தன்மையை உணர்த்தும் கணிதம் **"கேத்திர கணிதம்"** எனப்படும்.

ஓர் நிலையிலுள்ளதாய்ப் பரிமாணமில்லாததாய ஓர் மிகச் சிறிய குற்று **புள்ளி** எனப்படும்.

நீளம் உடைத்தாய் அளவிடற்கரிய மென்மையான அகல முடைத்தாய கீறு **ரேகை** எனப்படும்.

புள்ளிகளின் நெருங்கிய செறிவினல் ரேகை உண்டாகின்றது.

நீளமும் அகலமும் உடைத்தாய் ஆனல் தடிப்பற்றதாய தளம் **மேற்பரப்பு** எனப்படும்.

ரேகைகளின் அடைப்பினுல் மேற்பரப்பு உண்டாகின்றது.

இவ்வாறு மேற்பரப்பு, ரேகை, புள்ளி என்பன ஒன்றற்கொன்று தொடர்புடையன.

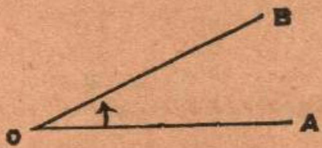
ரேகைகள் **நேர்ரேகை, வளைந்த ரேகை** என இருவகையின.

AB ஓர் நேர் ரேகை

XY ஓர் வளைந்த ரேகை

இரு நேர் ரேகைகள் ஓர் புள்ளியிற் சந்திப்பதனால் உண்டாவது **கோணம்.**

AO என்னும் ரேகையும், BO என்னும் ரேகையும் O என்னும் புள்ளியிற் சந்திப்பதனால் ∠AOB உண்டாகின்றது.



"∠" இவ்வடையாளம் கோணம் என்பதைக் குறிக்கின்றது

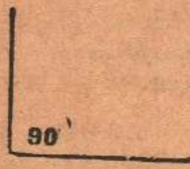
மேற்படி கோணத்தை உண்டாக்கிய AO, BO ஆகிய இரு ரேகைகளும் கோணத்தின் **புயங்கள்** எனப்படும்.

இரு ரேகைகளும் சந்திக்கும் புள்ளியாகிய O கோணத்தின் **உச்சம்** எனப்படும்.

ரேகைகள் அடி, அங்குலம் முதலிய அளவைகளாக அளவிடப்படுதல்போலக் கோணங்கள் பாகைகளாக அளவிடப்படுகின்றன. இவ்வாறு கோணங்களை அளவிடுதற்கு உபயோகப்படும் கருவி **கோணமானி** எனப்படும்.

90 பாகை உடைய ஓர் கோணம் **நேர் கோணம்** அல்லது **செங்கோணம்** எனப்படும்.

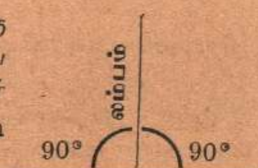
"°" இவ்வடையாளம் **பாகை** என்பதைக் குறிக்கின்றது.



ஓர் செங்கோணத்திலும் குறைவுடைய—அதாவது 90°க்கு உட்பட்ட—கோணம் **குறுங்கோணம்** அல்லது **கூர்ங்கோணம்** எனப்படும்.

ஓர் செங்கோணத்திலும் கூடிய— அதாவது 90°க்கு மேற்பட்ட — கோணம் **விரிகோணம்** எனப்படும்.

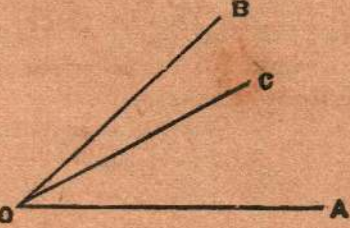
ஒரு நேர் ரேகையின்மேல் இரு பக்கத்துக் கோணங்களும் சமமாய் அமையும்படி நிற்கும் மற்றோர் நேர் ரேகை முந்தியதன் **லம்பம்** (Perpendicular) எனப்படும்.



லம்பத்தின் இருபக்கமுள்ள மேற்படி இரு கோணங்களும் ஒவ்வோர் நேர்கோணமாகவே அமைந்திருக்கும்.

ஒரே பொதுப் புள்ளியிலுள்ள இரு கோணங்கள் **இணைக்கோணங்கள்** அல்லது **அயற்கோணங்கள்** எனப்படும்.

∠AOC இனதும் ∠COB இனதும் கூட்டுத்தொகை = ∠AOB., ∠AOB இனதும் ∠COB இனதும் வித்தியாசம் = ∠AOC.



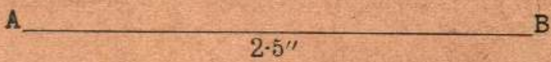
ஒரு கோணத்தின் இரு புயங்களும் இன்னோர் கோணத்தின் இரு புயங்களிலும் படியுமாயின் இரு கோணங்களும் சமமானவைகளாகும்.

✳ கோணங்களின் அளவு அதன் புயங்களின் நீளத்தினுல் மாற்றமடையாது.

செய்கை 1.

தரப்பட்ட அளவிற்கு ஓர் நேர்ரேகை கீறும் முறை.

2·5 அங்குல நீளமுடைய ஒரு நேர்ரேகை கீறுக.



செய்கைமுறை. A என்னும் புள்ளியை முன்னதாகக் காகிதத்தில் இடுக. அடிமட்டத்தின் உதவியினுல் A இல் இருந்து 2·5 அங். தூரத்தில் B என்னும் புள்ளியையும் இடுக.

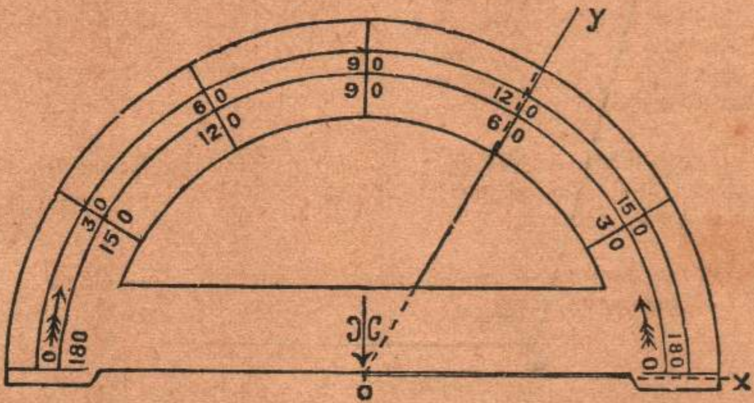
A, B என்னும் இரு புள்ளிகளையும் ஓர் மென்மையான நேர் ரேகையால் இணைக்க.

இதுவே கேட்கப்பட்ட 2·5 அங். நீளமுடைய ரேகையாகும்.

செய்கை 2.

தரப்பட்ட கோணத்தை அளவிடும் முறை.

பின்வரும் கோணமாகிய XOY எத்தனை பாகையுடையது என அளந்தறிக.



அளவிடும்முறை. கோணத்தின் உச்சமாகிய O கோணமானியின் மத்தியிற் பொருந்தவும், கோணத்தின் ஓர் புயமாகிய OX கோணமானியின் ஓரத்துடன் படியவும் கோணமானியை வைக்க.

பின்னர் 0, 10, 20, 30 என வரும் எண்களை எண்ணித் தரப்பட்ட கோணத்தின் மறுபுயமாகிய OY எத்தனை பாகையைக் காட்டுகிறதென்பதை அறிக. இதுவே தரப்பட்ட கோணத்தின் அளவாகும்.

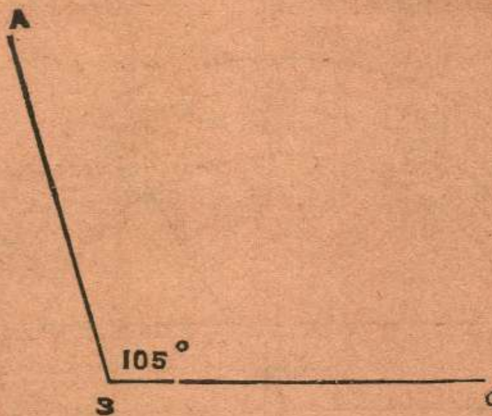
மேற்படி படத்தில் அளக்கப்பட்டிருக்கும் கோணம் 60° உடையது.

கோணம் எதிர்ப்பாடாய் அமைந்திருக்குமாயின் கோணமானியின் மறுபுறத்திலிருந்து எண்ணிக் கணக்கிடுக.

செய்கை 3.

தரப்பட்ட அளவிற்குக் கோணம் அமைக்கும் முறை.

105° ஓர் கோணம் வரைக.



கோணம் வரையும் முறை. ஓர் போதிய அளவில் BC என்னும் புயத்தைக் கிறியபின் B புள்ளியில் கோணமானியின் மத்தி விழும்படி வைக்குக.

BC யின்மேல் கோணமானியின் பாதரேகை நன்ருய்ப் படியவேண்டியது.

பின்னர் கோணமானியின் வலப்புறத்தில் 0, 10, 20என ஆரம்பிக்கும் பாகையிலிருந்து 105-ம் பாகையில் A புள்ளியை இடுக.

BA ஐ ஓர் நேர் ரேகையால் இணைக்குக.

அப்போது $\angle AOB = 105°$ உடையது.

குறிப்பு:- நாம் C புள்ளியை உச்சமாகக் கொண்டு கோணம் அமைக்க நேரின் கோணமானியின் இடப்புறத்திருந்து எண்ணி 105-ம் பாகையில் A புள்ளியைக் குறிக்க வேண்டியது.

அப்பியாசம் 1.

முதலாம், இரண்டாம், மூன்றும் செய்கைகளைச் சார்ந்தவை.

1. (i) 2 அங்குல நீளமுடைய ஓர் நேர்ரேகை கீறுக.

   (ii) 8·5 சென்றிமீற்றர் நீளமுடைய ஓர் நேர்ரேகை கீறுக.

2. 4·6 அங். நீளமுடைய AB என்னும் ரேகையைக் கீறுக. அதில் C என்னும் புள்ளியை AC = 2·3 அங். நீளத்தில் அமையும்படி இடுக. CB இன் நீளம் யாது? அளந்தறிக.

3. 6 செ. மீ. நீளமுடைய ஓர் ரேகை வரைக. அதை 1·5 செ. மீ. நீளமுடைய எத்தனை பகுதிகளாக்கலாம்? செய்கையில் காட்டுக.

4. 12 செ. மீ. நீளமுடைய AB என்னும் ரேகையில் AC = CD = BD என அமையும்படி C, D என்னும் புள்ளிகளை இடுக. ஒவ்வோர் பகுதியினதும் நீளம் யாது?

5. XY என்னும் ரேகையை 2·7 அங். நீளமுடையதாய் வரைக. XY = YZ என அமையும்படி நேரே சிறிது தூரத்தில் Z என்னும் புள்ளியை இடுக. XY ஆனது Z ஐ இணைக்கும் வரைக்கும் நீட்டுக. XZ இன் நீளம் யாது? அளந்து சரிபிழை அறிக.

6. எத்தனை பாகைகட்குட்பட்ட கோணம் கூர்ங்கோணமாகும். மூன்று கூர்ங்கோணங்கள் வரைக.

7. எத்தனை பாகைகட்கு மேற்பட்ட கோணம் விரிகோணமாகும்? மூன்று விரிகோணங்கள் வரைக.

8. செங்கோணம் (நேர்கோணம்) எத்தனை பாகையுடையது? ஒரு செங்கோணத்தின் புயங்கள் இன்னோர் செங்கோணத்தின் புயங்களிலும் பார்க்கக் குறுகியனவாய் அமையும் படி இரு செங்கோணங்கள் வரைக.

9. 180 பாகையுடைய ஓர் கோணத்தின் இரு புயங்களும் ஒரே நேர் ரேகையாய் அமையும் என்பதைப் படமூலம் விளக்குக.

10. சரியான நேரங்காட்டும் ஒரு பெரிய சுவர்க் கடிகாரத்தினதும் ஒரு சிறிய கைக்கடிகாரத்தினதும் இரு கம்பிகளுக்குமிடையே அமையும் கோணங்கள் ஓர் குறித்த மணியில் ஒரே அளவுடையனவாயிருக்குமா? வித்தியாசமான அளவுடையனவாயிருக்குமா? உமது கூற்றைப் படமூலம் விளக்குக.

11. மூன்று மணிக்கு, ஆறு மணிக்கு, ஒன்பது மணிக்கு ஓர் கடிகாரத்தின் இரு கம்பிகளுக்குமிடையே அமையும் கோணங்கள் தனித்தனி எத்தனை பாகையுடையன? படங்கள் கீறி விளக்குக.

12. ஒரு மணிக்கு, இரண்டு மணிக்கு, ஐந்து மணிக்கு, ஏழு மணிக்கு, பதினொரு மணிக்கு இரு கம்பிகளுக்கு மிடையே அமையும் கோணங்களின் அளவுகள் யாவை?

13. 35°, 72°, 90°, 128°, 150° உடையகோணங்கள் வரைக.

14. (i) 5 அங். நீளமுடையதாய் A B என்னும் ரேகையைக் கீறுக. O என்னும் புள்ளியை அதன் மத்தியில் இடுக. இப் புள்ளியிலிருந்து இடப்பக்கம் 45° இல் சாய்ந்து நிற்கும்படி O X என்னும் ரேகையை 3 அங். நீளத்திற் கீறுக. $\angle$BOX இன் அளவு யாது?

(ii) மேற்படி **இரு அயற்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180° ஆகும்** என்பதைக் காட்டுக.

(iii) இதுபோலவே ஒரு நேர்ரேகையின் மேல் இன்னோர் நேர்ரேகை 70°,100°, 135° இல் சாய்ந்து நிற்கும் படங்கள் கீறி எல்லா இடங்களிலும் இருஅயற்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180° உடையனவாக இருத்தலைக் காட்டுக.

15. ஓர் நேர்ரேகையின் மத்திய புள்ளிக்கூடாக இன்னோர் நேர்ரேகை ஊடறுத்துச் செல்லும்படி கீறுக. இவ்வாறு ஊடறுப்பதாலமையும் நாலு கோணங்களிலும் எவ்வெக் கோணங்கள் சமமானவை? நாலு கோணங்களினதும் கூட்டுத்தொகை யாது?

16. (i) 12-ம் பக்கத்திற் காட்டப்பட்டிருக்கும் உருவம் எத்தனை ரேகைகளால் ஆக்கப்பட்டிருக்கிறது?

(ii) அவ்விரேகைகள் எவை எவை என்பதைக்கூறுக.

(iii) மேற்படி உருவத்தில் எத்தனை கோணங்கள் அமைந்துள்ளன?

(iv) அக்கோணங்கள் எவை எவை எனக் கூறுக.

(v) ஒவ்வோர் கோணத்தின் தன்மையையும் யூகத்தால் கூறுக.

17. மேற்படி படத்தில் காட்டப்பட்டிருக்கும் மாதிரியில் ஓர் பெரிய உருவம் வரைக.

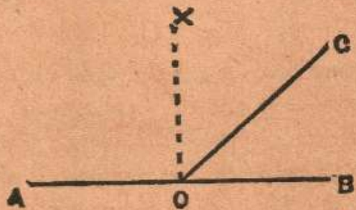
(i) நீர் கீறிய உருவத்தின் ஒவ்வோர் ரேகையையும் அளந்தறிக.

(ii) ஒவ்வோர் கோணத்தையும் அளந்தறிக. கோணங்கள் மூன்றினதும் கூட்டுத்தொகை எத்தனை செங்கோணங்களுக்குச் சமன்?

1-ம் சூத்திரம்

ஒரு நேர்ரேகையின் மேல் இன்னொரு நேர் ரேகை நிற்கும்போது உண்டாகும் அயற்கோணங்களின் மொத்தம் இருசெங்கோணம் (அதாவது180°)

உண்மையைச் செய்கைமூலம் அறிதல்.



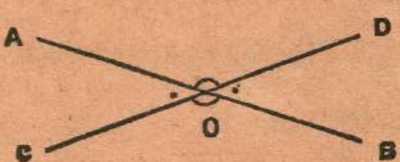
மேற்படி படத்திற் காட்டிய மாதிரியிற் பெரிய உருவமாய் AB என்னும் ரேகையின்மேல் OC என்னும் ரேகை நிற்கும் வண்ணம் கீறுக.

இரு அயற்கோணங்களாகிய AOC, COB இரண்டினதும் கூட்டுத்தொகை 180° ஆய் இருத்தலை அளந்தறிக.

2-ம் சூத்திரம்

இரு நேர்ரேகைகள் ஒன்றை ஒன்று ஊடறுப்பதாலாகும் நாலு கோணங்களில் எதிர்க்கோணங்கள் சமன்.

உண்மையைச் செய்கைமூலம் அறிதல்.



படத்திற் காட்டப்பட்ட மாதிரிப் பெரிய உருவமாய் AB ரேகையை CD ரேகை O புள்ளிக்கூடாக ஊடறுக்கக் கிறுக.

எதிர்க்கோணங்களாகிய AOC யும் BOD யும் சமமாயிருத்தலையும், AOD யும், COB யும் சமமாயிருத்தலையும் அளந்தறிக.

அப்பியாசம் 2.

முதலாம் இரண்டாம் தேற்றங்களைச் சார்ந்தவை.

1. ஒரு நேர்ரேகையில் இன்னோர் நேர்ரேகை ஒரு பக்கஞ் சாய்ந்து நிற்கும்போது அமையும் இருகோணங்களினதும் தன்மை யாது? கூட்டுத்தொகை யாது?

2. AB என்னும் ரேகையின்மேல் OC என்னும் ரேகை நிற்கிறது. $\angle AOC = 116^\circ$ ஆயின் $\angle BOC$ இன் அளவு யாது?

3. 30° உடைய XOY என்னும் கோணத்தின் ஓர் புயமாகிய XO ஆனது O பக்கமாய் Z என்னும் புள்ளிக்கு நீட்டப்பட்டிருக்கிறது. வெளிக்கோணமாகிய YOZ இன் அளவு யாது?

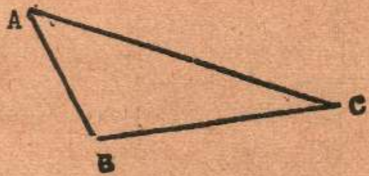
4. AB என்னும் ரேகையின்மேல் OC, OE என்னும் இரு ரேகைகள் நிற்கின்றன. $\angle AOC = 50^\circ$; $\angle BOE = 75^\circ$ எனின் $\angle COE$ இன் அளவு யாது? மூன்று கோணங்களினதும் கூட்டுத்தொகை யாது?

5. AB என்னும் ரேகையின்மேல் OC என்னும் ரேகையும், AB இன் கீழ் OE என்னும் ரேகையும் நிற்கின்றன. $\angle AOC = 50^\circ$, $\angle AOE = 135^\circ$ ஆயின் இரு மிகுதிக் கோணங்களினதும் கூட்டுத்தொகை யாது?

6. இரண்டாஞ் சூத்திரத்திற்குரிய உருவத்தில் $\angle AOC = 33°$ ஆயின் மறுகோணங்களின் அளவுகள் யாவை? நாலு கோணங்களினதும் கூட்டுத்தொகை யாது?

முக்கோணங்கள்

மூன்று நேர்ரேகைகளால் அடைக்கப்பட்டிருக்கும் ஓர் உருவம் **முக்கோணம்** எனப்படும்.



மூன்று நேர்ரேகைகளால் அடைக்கப்படும்போது மூன்று கோணங்கள் அமையுந் தன்மையினல் முக்கோணமெனப்பட்டது.

மேற்படி முக்கோணத்தில் A **உச்சம்** எனவும், BC **பாதக் கோடு** அல்லது **பீடம்** எனவும் அழைக்கப்படும்.

இரு புயம் சமனுகவுடைய ஓர் முக்கோணம் **துவிசமபுய முக்கோணம்** எனப்படும்.

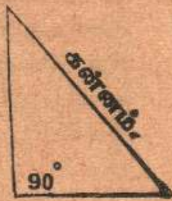
(**குறிப்பு**:- ஓர் துவிசமபுய முக்கோணத்தில் அச் சம புயங்களுக்கு எதிரேயுள்ள இரு கோணங்களும் சமமானவை.)

மூன்று புயமும் சமனுகவுடைய ஓர் முக்கோணம் **சமபுய முக்கோணம்** எனப்படும்.

(**குறிப்பு**:- ஓர் சமபுய முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களும் ஒன்றுக்கொன்று சமன்.)

ஒரு நேர்கோணத்தையுடைய முக்கோணம் **நேர்கோண முக்கோணம்** எனப்படும்.

அந் நேர்கோணத்திற் கெதிரேயுள்ள புயம் **கன்னம்** அல்லது **செம்பக்கம்** எனப்படும்.



ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களும் கூர்ங்கோணமாயிருக்குமாயின் அது **கூர்ங்கோண முக்கோணம்** எனப்படும்.

ஒரு முக்கோணத்தில் ஓர் கோணம் விரிகோணமாயிருக்குமாயின் அது **விரிகோண முக்கோணம்** எனப்படும்.

எவ்வகையான முக்கோணங்களிலும் மூன்று கோணங்களினதும் கூட்டுத்தொகை 180° (அதாவது இரு செங்கோணங்களுக்குச் சமன்.)

அப்பியாசம் 3.

முக்கோணங்களைச் சார்ந்தவை

1. இப்புத்தகத்தின் மூலைக்கோணங்கள் எத்தன்மையன? அளந்தறிக.

2. இப்புத்தக அளவில் ஓர் வெள்ளைக் காகிதமெடுத்து அதை இரு முக்கோணங்களாகப் பிரியும்படி ஒரு மூலையிலிருந்து மற்ற எதிர்மூலைக்கு வெட்டுக. வெட்டிய இரு முக்கோணங்களும் ஒரே அளவுடையனவா? அவை எவ்வின முக்கோணங்கள்?

3. நீர் வெட்டிய முக்கோணத்தில் ஒன்றை எடுத்து அதன் மூன்று ஓரத்தையும் அடிமட்டத்தால் அளந்து அவற்றின் நீளங்களைக் குறித்துக் கொள்க. அதிநீளமான ஓரம் யாது? மற்ற இரு ஓரங்களினதும் கூட்டுத்தொகை இவ்வோரத்திலும் பார்க்கக் கூடியதாயிருக்கின்றதல்லவா?

எவ்வித முக்கோணங்களிலும் இரு புய நீளங்களின் கூட்டுத்தொகை மூன்றும் புயத்திலும் பார்க்கக் கூடியதாகவே இருக்கும். இது தேற்ற (சித்தாந்த) உண்மையாகும்.

4. நீர் வெட்டிய மறு முக்கோணத்தின் மூன்று மூலைக் கோணங்களையும் அளந்து அதே மூலையிற்றானே குறித்துக்கொள்க. மூன்று கோணங்களினதுங் கூட்டுத் தொகை இரு செங்கோணங்களுக்குச் சமனல்லவா? (அதாவது 180°)

முக்கோணங்களிலுள்ள மூன்று கோணங்களினதும் கூட்டுத்தொகை இரு செங்கோணங்களுக்குச் சமனாக இருக்கும். இது சித்தாந்த உண்மைகளில் ஒன்றாகும்.

5. அடிமட்டத்தை மாத்திரம் உபயோகித்து ஓர் பெரிய முக்கோணம் வரைக. அதன் புயங்களின் நீளத்தையும் கோணங்களின் அளவையும் அளந்து குறித்துக் கொள்க. "**ஒரு முக்கோணத்திற் கூடிய பாகையுடைய கோணம் எதுவோ அதற்கெதிரேயுள்ள புயமே கூடிய நீளமுடையதாயிருக்கும்**" என்னும் சித்தாந்த உண்மையை உமது படத்திலிருந்து விளக்குக.

6. மூன்று புயங்களின் நீளமும் தரப்பட்டால் அடிமட்டத்தை மாத்திரம் உபயோகித்து நீர் ஒரு முக்கோணம் வரைதல் முடியுமா? அவ்வாருயின் AB = 3 அங்., BC = 4 அங்., AC = 5 அங். என அமையும்படி ஒரு முக்கோணம் வரைக.

7. பின் வருவனவற்றுள் உம்மால் இயன்ற முக்கோணங்களை வரைக:- (i) நேர்கோண முக்கோணம், (ii) சமபுய முக்கோணம், (iii) துவிசமபுய முக்கோணம், (iv) விரிகோண முக்கோணம்.

8. உமது கேத்திர கணித உபகரணங்களுள் முக்கோண வடிவானவை யாவை? அவை ஒவ்வொன்றின் மூலைக் கோணங்களினது அளவு யாது?

சமாந்தர ரேகைகள்

எவ்விடத்தும் ஒரே சமமான இடைவெளி தூரமுடையதாய் எப்பக்கமாய் நீட்டப்படினும் அந்தங்கள் ஒருபோதும் சந்திக்காத நேர்ரேகைகள் **சமாந்தர ரேகைகள்** எனப்படும்.

……………A____________________B……………

……………X____________________Y……………

AB யும், XY யும் சமாந்தரரேகைகள்.

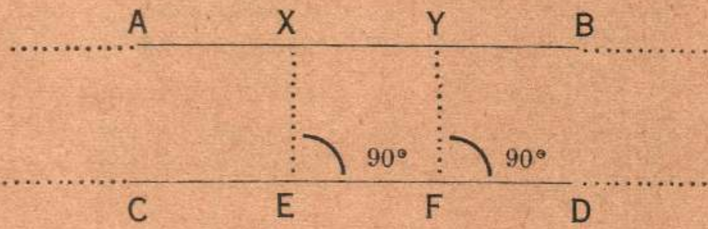
A பக்கமாகவும் X பக்கமாகவும், அல்லது B பக்கமாகவும் Y பக்கமாகவும் மேற்படி இரு ரேகைகளும் எவ்வளவு தூரந்தான் நீட்டப்படினும் ஒருபோதும் ஒன்றை மற்றையது சந்தியாது.

குறிப்பு:- கொப்பிப் புஸ்தகத்திற் கீறப்பட்டிருக்கும் ரேகைகள் சமாந்தர ரேகைகளாகவே அமைந்துள்ளன. புகையிரத இருப்புப் பாதைகள் இரண்டும் பெரும்பாலும் சமாந்தரமானவையே. பாடசாலை மண்டபத்தின் எதிர்ச்சுவர்களும் சமாந்தரமானவை.

செய்கை 5.

இரு ரேகைகள் சமாந்தரமானவைகளோ என்பதை அறிதற்குரிய ஆரம்ப வழிகள்.

தரப்பட்ட ரேகைகளாகிய AB யும் CD யும் சமாந்தரமான வைகளோ என அறிக.



1. AB யையும் CD யையும் இருபக்கமாகவும் நீட்டுக. எவ்வளவு தூரந்தான் நீட்டப்படினும் அவை சந்தியாதிருப் பின் மேற்படி ரேகைகள் சமாந்தரமானவை.

2. படத்தில் காட்டப்பட்டமாதிரி CD யில் E, F என் னும் இரு புள்ளிகள் குறிக்கவும். E இல் இருந்தும் F இல் இருந்தும் இருலம்பங்கள் AB யை முறையே X இலும் Y இலும் சந்திக்கும்படி கீறுக. EX உம் FY உம் ஒன்றற்கொன்று சம னேவென அடிமட்டத்தால் அளந்தறிக. இவை சமனுயின் மேற்படி இரு ரேகைகளும் சமாந்தரமானவைகள். இச்சம அளவு **இடைவெளித்தூரம்** அல்லது **லம்பதூரம்** எனப்படும்.

படத்திற் காணப்பட்ட மாதிரி இரு நேர்ரேகை களை இன்னேர் ரேகை குறுக்கே வெட்டினல் அப் போது கோணங்களாகிய

1, 2, 7, 8 புறக்கோணங்கள் *அல்லது* **வெளிக்கோணங்கள்** *எனவும்*

3, 4, 5, 6 அகக்கோணங்கள் *அல்லது* **உட்கோணங்கள்** *எனவும்*

3—5 ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள் *அல்லது* **மாறுகோணங்கள்** *எனவும்*

இவ்வாறு **4—6 ஒன்றுவிட்டகோணங்கள்** *எனவும்*

1—5 ஒத்தகோணங்கள் *அல்லது* **அனுருபகோணங்கள்** *எனவும்*

இவ்வாறே 2-6, 3-7, 4-8 என்பனவும் ஒத்தகோணங்கள் எனவும் பெயர்பெறும்.

வெட்டப்படும் இரு ரேகைகளும் சமாந்தர ரேகைகளாய் அமைந்திருப்பின் அப்போது—

(i) ஒரு சோடி ஒத்தகோணங்கள் ஒன்றற்கொன்று சமன்.

(ii) ஒரு சோடி ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள் ஒன்றற்கொன்று சமன்.

(iii) ஒரே பக்கத்து அகக்கோணங்கள் இரண்டினதும் கூட்டுத்தொகை இரு செங்கோணங்களுக்குச் சமன். இவைகள் தேற்ற உண்மைகளாகும்.

சமாந்தர ரேகைகள் குறுக்கே வெட்டப்படுவதால் அமையும் கோணங்களின் தன்மைகள்.

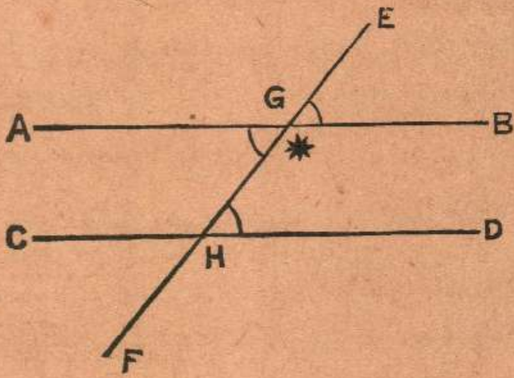
இரு சமாந்தரரேகைகளை இன்னோர் நேர்ரேகைகுறுக்கே வெட்டினுல் அப்போது—

(i) ஒரு சோடி ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள் ஒன்றற்கொன்று சமன்.

(ii) ஒருசோடி ஒத்தகோணங்கள் ஒன்றற்கொன்று சமன்

(iii) ஒரேபக்கத்து அகக்கோணங்கள் இரண்டினதும் கூட்டுத்தொகை இரு செங்கோணங்களுக்குச் சமன்.

உண்மையைச் செய்கைமூலம் அறிதல்



மேற்படி படத்திற் காட்டப்பட்டிருக்கும் AB, CD என்னும் இருரேகைகளும் சமாந்தரமானவை. (அவை சமாந்தரமாயிருத்தலை முன்னர் குறிப்பிட்டபடி செய்கை 5 ஆல் அறிக.)

கோணமானியின் உதவியால்:

(i) ஒன்றுவிட்ட கோணங்களாகிய AGH உம் GHD உம் சமமாயிருத்தலையும், இவ்வாறு BGH உம் GHC உம் சமமாயிருத்தலையும்;

(ii) ஒத்தகோணங்களாகிய EGB உம் GHD உம் சமமாயிருத்தலையும், இவ்வாறு மறுசோடி ஒத்தகோணங்கள் சமமாயிருத்தலையும் அளந்தறிக.

மேலும்

(iii) ஒரே பக்கத்து உட்கோணங்களாகிய BGH இனதும் GHD இனதும் கூட்டுத்தொகை இரு செங்கோணங்களுக்குச் சமனுக—அதாவது மொத்தம் 180° உடையனவாக-இருத்தலையும், இவ்வாறு $\angle$AGH இனதும் $\angle$CHG இனதும் கூட்டுத் தொகை இருத்தலையும் அளந்தறிக.

குறிப்பு:- இரு நேர்ரேகைகள் இன்னோர் நேர்ரேகையை வெட்டும்போது அமையும்—

(i) ஒரு சோடி ஒன்றுவிட்டகோணங்கள் சமனுயிருப்பின்,

(ii) அல்லது ஒருசோடி ஒத்தகோணங்கள் சமனுயிருப்பின்,

(iii) அல்லது ஒரேபக்கத்து உட்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை இரு செங்கோணங்களுக்குச் சமனுயிருப்பின் மேற்படி இரு ரேகைகளும் சமாந்தரமானவைகளாகவே இருக்கும். இவை **மாறுதேற்ற** (*Converse Theorm*) உண்மைகளாகும்.

அப்பியாசம் 5

சமாந்தரரேகைகளைச் சார்ந்தவை.

1. உமது அடிமட்டத்தைக் காகிதத்தின்மேல் வைத்து அதன் மேற்புற ஓரமாகவும், கீழ்ப்புற ஓரமாகவும் இரு ரேகைகள் கீறுக. இவை சமாந்தரமானவைகளா?

2. அடிமட்டத்தின் உதவியால் இரண்டு அங்குல இடைவெளித் தூரமுடையதும், கூடியவரை சமாந்தரமுமாய் அமையும்படி இரு ரேகைகள் கீறுக. இவற்றை இன்னோர் நேர்ரேகையால் குறுக்கே வெட்டி ஒரு சோடி ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள் சமமானவைகளா என அறிக. ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள் சமனுயின் நீர் கீறிய ரேகைகளும் சமாந்தர மானவைகளாகும்.

3. ஒத்த கோணங்கள் என்பதென்ன? படங்கீறி விளக்குக.

4. "இரு சமாந்தர ரேகைகளை இன்னோர் நேர்ரேகை குறுக்கே வெட்டினல் அப்போது ஒரு சோடி ஒத்த கோணங்கள் சமன்" என்னுமுண்மையைச் செய்கை மூலம் விளக்குக.

5. பதினெட்டாம் பக்கத்திற் காணப்படும் உருவத்தில் $\angle AGH = 60°$ எனக் கொள்க. (முதலாம், இரண்டாம் தேற்றங்கள் உட்பட) நீர் இதுவரை படித்த தேற்ற உண்மைகளை ஆதாரமாகக் கொண்டு எஞ்சிய கோணங்கள் ஒவ்வொன்றின் அளவையும் கணக்கிட்டுக் கூறுக.

6. 18-ம் பக்கத்திலுள்ள உருவத்தில் $\angle AGH = x°$ எனக் கொள்க.

(i) அப்போது $\angle EGB = x°$ என்பது சரியா? எத்தேற்ற உண்மைப்படி?

(ii) $\angle BGH = 180° - x°$; எத்தேற்ற உண்மைப்படி?

(iii) $\angle GHC = 180° - x°$; இது எவ்வுண்மைப்படி?

7. ஒரு நேர்ரேகையின் இரு புள்ளிகளிலிருந்து அதற்கு செங்குத்தாகக் கீறப்படும் இரு நேர்ரேகைகள் சமாந்தரமானவை. இதனைச் செய்கைமூலம் விளக்குவதுமன்றி நிரூபித்துங் காண்பிக்குக.

செய்கை முறை:- A B என்னும் ஒரு நேர்ரேகையில் X, Y என்னும் இரு புள்ளிகளைக் குறித்துக் கொள்க. X இலும் Y இலும் இருந்து AB க்கு இரு செங்குத்து ரேகைகள் கீறுக. செய்கை 5 ப்படி இவை சமாந்தரமாயிருத்தலை விளக்குக.

நிரூபித்தல்:- AB என்னும் ரேகை மற்றைய இரு ரேகைகளையும் வெட்டுகின்றது.

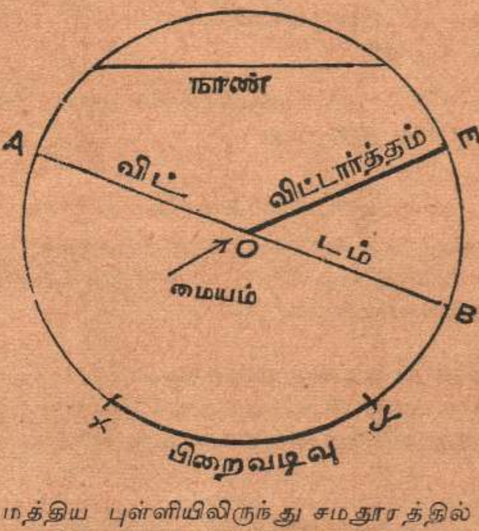
செய்கைமுறையால் ஒவ்வோர் அகக்கோணமும் ஒவ்வோர் செங்கோணமாகும்.

∴ இரு அகக்கோணங்களினதும் கூட்டுத்தொகை 2 செங்கோணங்களுக்குச் சமன்.

∴ மேற்படி இரு செங்குத்து ரேகைகளும் சமாந்தரமானவை.

8. AB, CD, EF என்னும் மூன்று சமாந்தர ரேகைகளை XY என்னும் ரேகை L, M, N என்னும் மூன்று புள்ளிகளில் குறுக்கே வெட்டுகின்றது. $\angle ALM = 60^\circ$ ஆயின் எஞ்சிய கோணங்களின் அளவுகளைக் காரணத்துடன் கூறுக.

வட்டமும் அதன் பகுதிகளும்



ஒரு மத்திய புள்ளியிலிருந்து சமதூரத்தில் எவ்விடத்தும் ஒரே தன்மையாக வளைந்த ஓர் ரேகையால் அடைக்கப்படும் உருவம் **வட்டம்** அல்லது **விருத்தம்** எனப்படும்.

வட்டத்தின் மேற்படி மத்தியபுள்ளி **மையம்** எனப்படும்.

வட்டத்தை உண்டாக்கிய மேற்படி வளைந்தரேகை **பரிதி** அல்லது **விருத்தரேகை** எனப்படும்.

பரிதிரேகையின் ஓர் பகுதி **வில்** அல்லது **பிறைவடிவு** எனப்படும்.

பரிதி ரேகையின் ஓர் புள்ளியிலிருந்து மையத்துக்கு ஊடாகச் சென்று பரிதி ரேகையின் இன்னோர் புள்ளியிற் சந்திக்கும் ரேகை **விட்டம்** எனப்படும்.

மையத்திலிருந்து விருத்தரேகையின் ஓர் புள்ளியை இணைக்கும் நேர்ரேகை **விட்டார்த்தம்** அல்லது **ஆரை** எனப்படும்.

ஆரை = $\frac{1}{2}$ விட்டம்

ஒரு வட்டத்தின் ஆரைகள் யாவும் ஒரே சமமானவைகள். இவ்வாறே விட்டமும்.

ஒரு வில்லின் இரு அந்தப்புள்ளிகளையும் இணைக்கும் நேர்ரேகை **நாண்** எனப்படும்.

அப்பியாசம் 6

பின்வரும் சித்தாந்த உண்மைகளை மனனம் பண்ணிக் கொள்வதுமன்றி அவற்றைச் செய்கை மூலமும் விளக்குக.

1. ஒரு நேர்ரேகையின்மேல் இன்னோர் நேர்ரேகை நிற்கும்போது உண்டாகும் இரு அடுத்துள்ள கோணங்களின் மொத்தம் இரு செங்கோணம்.

2. இரு நேர்ரேகைகள் ஒன்றை ஒன்று ஊடறுப்பதாலாகும் நாலுகோணங்களில்எதிர்க்கோணங்கள் சமன்.

3. இரு சமாந்தர ரேகைகளை இன்னோர் நேர்ரேகை குறுக்கே வெட்டினல் அப்போது ஒரு சோடி ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள் ஒன்றற் கொன்று சமன்.

4. இரு சமாந்தர ரேகைகளை இன்னோர் நேர்ரேகை குறுக்கே வெட்டினல் அப்போது ஒரு சோடி ஒத்தகோணங்கள் ஒன்றற் கொன்று சமன்.

5. இரு சமாந்தரரேகைகளை இன்னோர் நேர்ரேகை குறுக்கே வெட்டும்போது அமையும் கோணங்களில் ஒருபக்கத்து அகக்கோணங்கள் இரண்டினதும் கூட்டுத்தொகை இரு செங்கோணங்களுக்குச் சமன்.

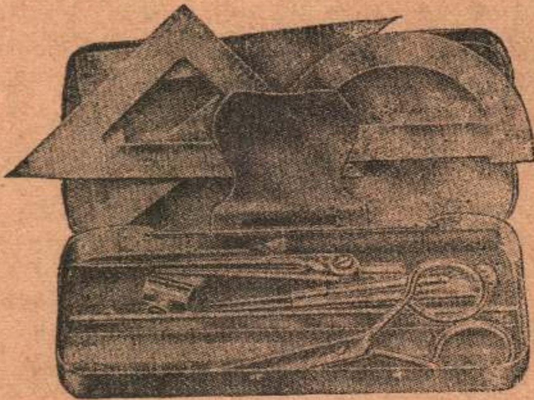
6. ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களினதும் கூட்டுத்தொகை இரு செங்கோணங்களுக்குச் சமன்.

7. ஒரு முக்கோணத்தின் இருபக்கங்களினது நீளங்களின் கூட்டுத்தொகை மூன்றும் பக்கத்திலும் கூடியதாகவே இருக்கும்.

8. ஒரு முக்கோணத்தில் கூடிய பாகையுடைய கோணம் எதுவோ அதற்கெதிரேயுள்ள பக்கம் கூடிய நீளமுடையதாகும்.

9. ஒரு இரு சமபக்க முக்கோணத்தில் சமபக்கங்களுக் கெதிரேயுள்ள கோணங்களும் சமன்.

10. ஒரு முக்கோணத்தில் இரு கோணங்கள் சமனயின் அவற்றின் எதிர்ப்பக்கங்களும் சமன்.



உபகரணங்களின் உபயோகம்

(1) $\frac{1}{2}$ அடிமட்டம். இது 6 அங். நீளம் உடையதாகவும், ஒரு ஓரம் அங்குலமும் அதன் பகுதிகளுமாய்ப் பிரிக்கப்பட்டதாயும், மறு ஓரம் செ. மீற்றரும் அதன் பகுதிகளுமாய்ப் பிரிக்கப்பட்டதாயுமிருக்கும். ரேகைகள்வரைவதற்கும் கோணங்களின் பக்கம் முதலியன அளவிடுவதற்கும் இது உபயோகிக்கப்படுகின்றது.

(2) "கொம்பாஸ்" எனப்படும் வட்டம் செய்கருவி. இது ஒரு பக்கம் கூரிய நுனி உடையதாகவும், மறுபக்கம் கூரிய நுனியுடைய பென்சில் மாட்டப்பட்டதாயும் இருக்கும். ஓர் குறிக்கப்பட்ட அளவு ஆரையுடைய வட்டம் வரைய வேண்டின் இதன் இரு நுனிகளையும் ஆரையிலும் பார்க்கச் சிறிது கூடிய அளவுள்ளதாயிருக்கும்படி விரித்துக் கொள்ளல் வேண்டும். பின்னர் ஓர் நுனியை அளவுகோலின் ஓர்புள்ளியில் வைத்து மறுநுனி குறிக்கப்பட்ட ஆரைஅளவு பெறும் வரை மடித்தல் வேண்டும். பின்னர் அதன் மேற்பாகத்தில் பிடித்தவாறே வட்டம் வரைதல் வேண்டும். விட்டம் தரப்பட்டிருப்பின் அதை இரண்டாற் பிரித்து ஆரையை அறிந்து பின் அவ்வளவைக்கொண்டு வட்டம் வரைக.

(3) **கோணமானி.** இதன் தன்மை, உபயோகம் முதலியன செய்கை 2, செய்கை 3 என்பவற்றில் நன்கு காட்டப்பட்டுள்ளன. ஓர் கோணத்தை அளக்கும்போது அதன் புயங்கள் குறுகியனவாயிருந்தால் அவற்றை நீட்டியபின் கோணத்தை அளந்தறிக.

(4) **ஒரு சோடி வர்க்கி அல்லது மூலைமட்டம்** (*Set of Squares*) இவை இரண்டும் முக்கோண வடிவுள்ள தகடுகளாகும். ஒன்று 90, 45, 45 பாகைகள் கொண்ட கோணங்கள் உடையதாகவும, மற்றையது 90, 60, 30 பாகைகள் கொண்ட கோணங்கள் உடையதாகவுமிருக்கும். இவ்விரு உபகரணங்களினதும் உபயோகம் பலதிறப்படும். செங்குத்து ரேகைகள் கீறுவதற்கும் சமாந்தர ரேகைகள் கீறுவதற்கும் இவை பெரும்பான்மையும் உபயோகிக்கப்படுகின்றன.

(5) **கத்தரிக்கோல்** இது காகிதத்தில் முக்கோணம் முதலிய உருவங்கள் வெட்டுவதற்கு உதவுகின்றது.

(6) மேலும் **லெட்பென்சில், அழிறப்பர்** முதலியன. லெட்பென்சில் எப்பொழுதும் சிறிது பசைப்பிடியுள்ளதாயும், கூரிய நுனியுடையதாயும் இருத்தல் வேண்டும். றப்பர் கடினமற்றதாயும், எழுத்துக்களை லேசாய் அழிக்குந் தன்மையுடையதாயு மிருத்தல் வேண்டும்.

செய்கை 6.

ஓர் தரப்பட்ட ரேகைக்குச் சமனாய் இன்னோர் ரேகையில் ஓர் பகுதி வெட்டல்.

AB என்னும் ரேகையில் AC = XY என அமைய வெட்டுக.

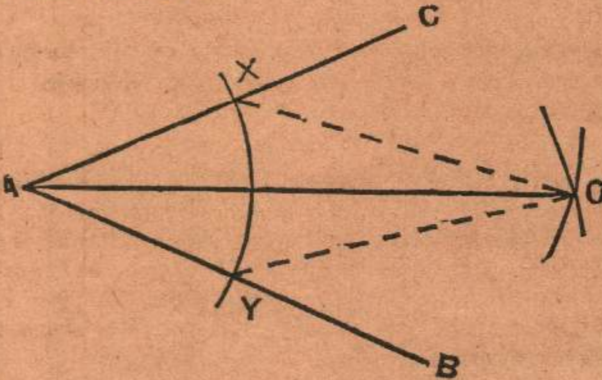
செய்கை முறை:- A என்னும் புள்ளியை மையமாகக் கொண்டு XY விட்டார்த்தமுடைய ஓர் பிறைவடிவு AB ஐ ஊடறுக்கும் வண்ணம் வெட்டுக. இவ்வாறு ஊடறுக்கும் புள்ளியை C எனக் குறித்துக் கொள்க.

அப்போது AC = XY.

செய்கை 7.

தரப்பட்ட ஒரு கோணத்தை இரு சமபாதியாக்கும் விதம்.

கோணமானியின் உதவியின்றி CAB என்னும் கோணத்தை இரு சமபாதியாக்குக.



செய்கை முறை:- A என்னும் புள்ளியை மையமாகக் கொண்டு போதிய அளவு விட்டார்த்தமுடைய ஓர் பிறை வடிவு வெட்டுக.

இப் பிறைவடிவு AC ஐ X இலும் AB ஐ Y இலும் வெட்டட்டும். முறையே X ஐயும் Y ஐயும் மையங்களாகக் கொண்டு ஒரே அளவு விட்டார்த்தமுடைய இன்னும் இரு பிறை வடிவுகள் வெட்டுக.

இவ்விரு பிறை வடிவுகளும் ஒன்றை ஒன்று ஊடறுக்கும் புள்ளியை O எனக் குறித்துக் கொள்க.

AOY வை இணைக்குக.

அப்போது $\angle$CAB இரு சமகூறுகப் பிரிகின்றது.

அதாவது $\angle$ CAO = $\angle$BAO.

அப்பியாசம் 7.

6-ம், 7-ம் செய்கைகளைச் சார்ந்தவை

1. 4 அங். நீளமுடைய ஒரு ரேகை கீறுக. இதில் 2·5 அங் நீளமுடைய ஓர் பகுதி வெட்டுக.

2. 10 செ. மீ. நீளமுடைய ஒரு ரேகை கீறுக. வட்டம் செய் கருவியில் ஒரு அங்குல விட்டார்த்தங் கொண்டு இவ் விரேகையைக் பகுதிகளாக வெட்டுக. எத்தனை பகுதி கள்?

3. $\angle$AOB $=60^\circ$ என அமையும்படி ஒரு கோணம் வரைக. கோணத்தின் உச்சத்தை மையமாகக் கொண்டு 3 அங். விட்டார்த்தமுடைய ஓர் பிறை வடிவு கோணத்தின் புயங்களை முறையே X இலும் Y இலும் ஊடறுக்கும் வண்ணம் வெட்டுக. XY ஐ இணைக்க. XY இன் நீளம் யாது? $\triangle$XOY இல் உள்ள எஞ்சிய கோணங்களின் அளவுகளென்ன?

4. ஒரு கூர்ங்கோணம் வரைந்து அதைக் கேத்திரகணித முறைப்படி இரு சமகூறுக்குக. அளந்து சரி பிழை அறிக.

5. ஒரு நேர்கோணம் வரைந்து அதைக் கேத்திர கணித முறைப்படி இருசமகூறுக்குக. அளந்து சரிபிழைஅறிக.

6. ஒரு விரிகோணம் வரைந்து அதைக் கேத்திரகணித முறைப்படி இரு சமகூறுக்குக.

7. 160° கொண்ட ஒரு கோணம் வரைந்து அதை நாலு சமகூறுக்குக. (தரப்பட்ட கோணத்தை 2 சம கூறுக்கிப் பின்னர் கூறுக்கப்பட்ட ஒவ்வொன்றையும் தனித்தனி 2 சமகூறுக்கலே செய்கைமுறை.)

8. 30°, 75°, 96°, 126°, 176° கொண்ட கோணங்கள் வரைந்து ஒவ்வொன்றையும் க்ஷேத்திரகணித முறைப்படி இவ்விரு சமகூறுக்குக.

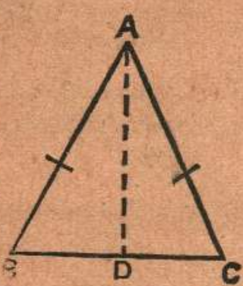
9. 86 பாகை கொண்ட ஒரு கோணம் வரைந்து அதை (1) கோணமானியின் உதவியால் (2) க்ஷேத்திரகணித முறைப்படி இரு சமகூறுக்குக.

இரு முறைகளும் இணங்குகின்றனவா?

10. படத்திற்காணும் மாதிரிப் பெரிய உருவுடைய ஒரு முக்கோணம் வரைந்து அதன் கோணங்கள் ஒவ்வொன்றையும் இவ்விரு சமகூறுகளாக்குக. இவ்வாறு கோணங்களைப் பிரிக்கும் ரேகைகள் மூன்றும் ஒரே புள்ளிக்கூடாகச் செல்கின்றனவா?

ஒரு முக்கோணத்தின் கோணங்களைச் சமபாதியாக்கும் ரேகைகள் மூன்றும் ஒரே பொதுப்புள்ளியில் சந்திக்கும் தன்மையின. இது ஒரு தேற்ற உண்மையாகும்.

11. $AB = 4''$; $AC = 4''$; $\angle BAC = 50^{\circ}$ எனக்கொண்டு படத்திற்காணும் மாதிரியிற் பெரிய உருவமுடைய ஒரு இருசமபுய முக்கோணம் வரைக. உச்சக்கோணத்தை இரு சமகூறுக்கும் ரேகை பாதக் கோடாகிய BC ஐ D என்னும் புள்ளியிற் சந்திக்கட்டும். அப்போது AD என்னும் ரேகை BC க்கு லம்பமாயிருத்தலையும், BC ஐ இரு சமகூறுக்குதலையும் நீர் கீறிய படத்திலிருந்து விளக்குக.



12. பாதக்கோடு 4 அங்குலமும், உயரம் 2·5 அங்குலமுமுடைய ஒரு இருசமபுய முக்கோணம் வரைக.

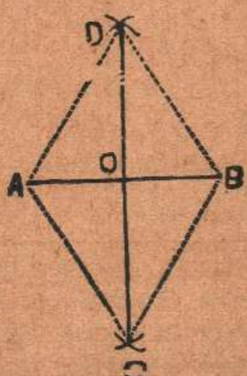
செய்கைமுறை:- AB என்னும் ரேகையை 4 அங். நீளத்தில் கீறி அதன் மத்தியில் OX என்னும் ரேகையை லம்பமாய்க் கீறுக. OX இல் OC=2·5″ நீளத்தில் வெட்டுக. CA CB என்பவற்றை இணைக்குக. அப்போது ABC கேட்கப்பட்ட இருசமபுய முக்கோணமாகும்.

13. ABC என்னும் ஒரு முக்கோணம் வரைக. AB ஐ B பக்கமாய் நீட்டி அதில் X என்னும் புள்ளியை AB=BX என அமையும்படி வெட்டுக. இவ்வாறு ACஐயும் C பக்கமாய் நீட்டி அதில் Y என்னும் புள்ளியை AC = CY என அமைய வெட்டுக. XYரேகை BCக்குச் சமாந்தரமெனக் காட்டுக.

செய்கை 8.

தரப்பட்ட ஒரு நேர்ரேகையை இரு சமகூறுக்கும் விதம்
(அதாவது அர்த்தகர லம்பரேகை கீறல்)

அடிமட்டத்தின் உதவியின்றி AB என்னும் ரேகையை இரு சமகூறுக்குக.



செய்கை முறை:- A என்னும் புள்ளியை மையமாகக் கொண்டு ஒரே * விட்டார்த்தமுடைய இரு பிறைவடிவுகள் AB க்கு மேல்புறத்திலும் கீழ்ப்புறத்திலும் வெட்டுக.

B என்னும் புள்ளியை மையமாகக்கொண்டு அதே விட்டார்த்தமுடைய இரு பிறை வடிவுகள் AB க்கு மேல்புறத்திலும் கீழ்ப்புறத்திலும் முன்போல வெட்டுக.

இப் பிறை வடிவுகள் சந்திக்கும் புள்ளிகளை முறையே D, C எனக் குறித்துக் கொள்க. D C ஐ இணைக்க.

அப்போது DC என்னும் ரேகை AB ஐ O என்னும் புள்ளியில் இரு சமகூறுக்குகின்றது.

அதாவது AO = OB.

அப்பியாசம் 8.

8-ம் செய்கையைச் சார்ந்தவை

1. 8-ம் செய்கையில் காட்டப்பட்ட மாதிரி அதே அளவில் ஒரு உருவம் வரைக. (AD, BD,AC,BC முதலியவற்றைப் புள்ளி ரேகைகளால் இணைத்தல் அவசியமில்லை.)

2. 6 செ. மீ. நீளமுடைய ஒரு ரேகைகீறி அதைக் கேத்திர கணித முறைப்படி இரு சமகூறுக்குக. அளந்து சரிபிழை அறிக.

3. 4·5 அங். நீளமுடைய ஒரு ரேகைகீறி அதை இரு சமகூறுக்குக.

---

* தரப்பட்ட ரேகையிலும் அரைவாசியிற் கூடியதாகவே விட்டார்த்தம் இருத்தல் வேண்டும். உதாரணமாகத் தரப்பட்ட ரேகை 3 அங்குல நீளம் உடையதாயின் 2 அங்குலம் வரையில் விட்டார்த்தம் கொள்ளல் வேண்டும். இவ்வாறின்றேல் பிறைவடிவுகள் ஒன்றை ஒன்று ஊடறுக்கா.

4. ஒரு ரேகைகீறி அதை நாலு சமகூருக்குக. (இரு சம கூருக்கிய பகுதிகள் ஒவ்வொன்றையும் தனித்தனி மீட்டும் இரு கூருக்குக.)

5. 8-ம் செய்கை முறைப்படி தரப்பட்ட ரேகையை இரு சமகூருக்கும் ரேகை **அர்த்தகரலம்பரேகை**(Perpendicular bisector) என அழைக்கப்படும். தரப்பட்ட ஒரு ரேகையை இந்த ரேகை சமகூருக்கும்போது அமையும் கோணங்களும் 90, 90 பாகைகளுடயனவா யிருத்தலைச் செய்கைமூலம் விளக்குக.

6. ஒருபெரிய கூர்ங்கோணமுக்கோணம் வரைந்து அதன் புயங்களுக்கு **அர்த்தகர லம்பரேகைகளைக்** கீறுக. இந்த ரேகைகள் மூன்றும் ஒரே பொதுப் புள்ளியிற் சந்திக் கின்றனவா?

ஒரு முக்கோணத்தினது புயங்களின் நடுப்புள்ளிகளிலிருந்து இழுக்கப்படும் லம்பரேகைகள் ஒரே பொதுப்புள்ளியிற் சந்திக்கும் இயல்பின. இது ஒரு தேற்ற உண்மையாகும். இவ்வுண்மையை இன்னும் பல செய்கைகள்மூலம் அறிக.

7. படத்திற்காணும் மாதிரிப் பெரிய உருவமாய் ஒரு இருசமபுயமுக்கோணம்வரைந்து அதன் பாதக்கோட்டை இரு சமகூருக்கும் லம்பரேகை கீறுக. இந்தரேகை நீட்டப்படின் (i) முக்கோணத்தின் உச்சப்புள்ளியை ஊடறுத்துச் செல்லுதலையும், (ii)உச்சக்கோணத்தை இருசமகூருக்குதலயும்காட்டுக.

8. **AB** என்னும் ஒரு ரேகைகீறி அதனது **அர்த்தகரலம்ப ரேகையாக CD** ஐக் கீறுக. **CD** இல் **P** என்னும் ஒரு புள்ளியை எடுத்து **PA** இனதும் **PB** இனதும் நீளத்தை அளந்தறிக. இவ்வாறே இன்னும் பல புள்ளிகளை **CD** இல் எடுத்துப் புள்ளிகள் ஒவ்வொன்றும் **A** க்கும் **B**க்கும் சமதூரத்தில் இருப்பதை விளக்குக.

முக்கோணங்களின் தன்மைகள்

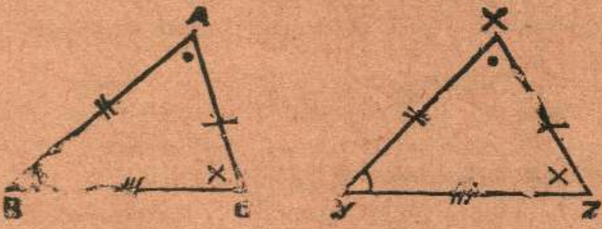
[முற்றொடர்]

சர்வசமத்துவம் (Congruency)

ஒரு பொருள் இன்னோர் பொருளுக்கு எவ்விதத்திலும் ஒப்புடையதாயிருப்பின் இவை இரண்டும் "சர்வசமன்" எனப்படும்.

இவ்வாறு ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று புயமும் மூன்று கோணமுமாகிய ஆறுபகுதிகளும், இன்னோர் முக்கோணத்தின் மூன்றுபுயமும் மூன்றுகோணமுமாகிய ஆறு பகுதிகளுக்கும் முறையே தனித்தனி சமனாயின் இவ்விரு முக்கோணங்களும் **சர்வசமன்** எனப்படும்.

அதாவது சர்வசமனான இரு முக்கோணங்கள் ஒன்றன்மேல் ஒன்று நன்கு பொருந்துமியல்பின.



மேற்படி இரு முக்கோணங்களிலும்,

$\angle A = \angle X$	$AB = XY$
$\angle B = \angle Y$	$AC = XZ$
$\angle C = \angle Z$	$BC = YZ$

∴ $\triangle ABC$ யும் $\triangle XYZ$ உம் ஒன்றற்கொன்று எவ்விதத்திலும் சமன். அதாவது இவை இரண்டும் சர்வசமன்.

முக்கோணத்தின் சர்வசமத்துவம் (A)

ஒரு முக்கோணத்தின் இருபுயங்களும் அப்புயங்களுக்கிடையே அமையுங்கோணமும் இன்னோர் முக்கோணத்தின் இரு புயங்களுக்கும் அவற்றிடையே அமையும் கோணத்துக்கும் முறையே சமனுயின் இவ்விரு முக்கோணங்களும் சர்வசமன்.

உண்மையைச் செய்கைமூலம் அறிதல்

மேற்படி இரு முக்கோணங்களிலும்,

AB = DE

AC = DF

$\angle A = \angle D$

ஆகையால் இவை இரண்டும் சர்வசமனுவதற்கு எஞ்சிய பகுதிகளாகிய $\angle B = \angle E$ ஆகவும், $\angle C = \angle F$ ஆகவும், BC = EF ஆகவும் இருத்தல் வேண்டும். அளந்து அவை அவ்வாறு ஒன்றற்கொன்று சமனுயிருத்தலை அறிக.

மேலும் AB = 4″, AC = 5″, $\angle BAC = 40^\circ$ கொண்ட ஒரு கோணம் வரைக. BC ஐ இணைக்குக. அப்போது ABC என்னும் ஒரு முக்கோணம் அமையும்.

இவ்வாறே XY = 4″, XZ = 5″, $\angle YXZ = 40^\circ$ உள்ள இன்னோர் கோணம் வரைக. YZ ஐ இணைக்குக. அப்போது XYZ என்னும் மற்றோர் முக்கோணம் அமையும்.

இவ்வாறமைந்த இரு முக்கோணங்களும்மேற்படி தேற்றக் கூற்றுக்கு இயைந்தவை. ஆகையால் இவற்றின் எஞ்சிய பகுதிகளாகிய,

$$\angle B = \angle Y$$
$$\angle C = \angle Z$$

புயம் BC = புயம் YZ ஆயிருத்தலை அளந்தறிக.

குறிப்பு.- மேற்படி படத்திற் காணும் முக்கோணங்கள் சிறியன பற்றி, அளந்து உண்மையை நன்கு விளங்கும் பொருட்டு இச்செய்கை இங்கு எடுத்தாளப்பட்டது.

முக்கோணத்தின் சர்வசமத்துவம் (B)

ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று புயங்களும் இன்னோர் முக்கோணத்தின் மூன்று புயங்களுக்கும் சமனயின் இவ்விரு முக்கோணங்களும் சர்வசமன்.

உண்மையைச் செய்கை மூலம் அறிதல்.

மேற்படி ABC, DEF என்னும் இரு முக்கோணங்களிலும்

$$AB = DE$$
$$AC = DF$$
$$BC = EF$$

ஆகையால் இவ்விரு முக்கோணங்களும் மேற்படி தேற்றக் கூற்றுக்கு இயைந்தவை. இவை சர்வசமமாவதற்கு எஞ்சிய பகுதிகளாகிய $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$, $\angle C = \angle F$. ஆயிருத்தல் வேண்டும். அங்ஙனமாதலை அளந்தறிக.

குறிப்பு.- சர்வசமமான முக்கோணங்களில் எவை சமபுயங்களெனத் தரப்பட்டனவோ அவற்றின் எதிர்க்கோணங்களும், அன்றேல் எவை சமகோணங்களெனத் தரப்பட்டனவோ அவற்றின் எதிர்ப்புயங்களுமே சமமானவை. உதாரணமாக 32-ம் பக்கத்திலுள்ள படத்தில் BC= YZ ஆயின் அப்போது $\angle A = \angle X$ அன்றேல் $\angle A = \angle X$ எனத்தரப்பட்டால் அப்போது BC = YZ.

முக்கோணத்தின் சர்வசமத்துவம் (C)

ஒரு முக்கோணத்தின் இரு கோணங்களும் ஒரு புயமும் முறையே இன்னோர் முக்கோணத்தின் இரு கோணங்களுக்கும் ஒரு புயத்துக்கும் சமமாயின் இவ்விரு முக்கோணங்களும் சர்வசமன்.

உண்மையைச் செய்கைமூலம் அறிதல்

முக்கோணங்கள் ABC இலும் DEF இலும்,

$$\angle B = \angle E$$
$$\angle C = \angle F$$
$$BC = EF$$

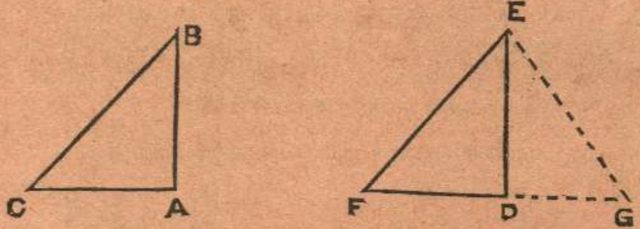
ஆகையால் இவ்விரு முக்கோணங்களும் மேற்படி தேற்றக் கூற்றுக்கு இயைந்தவை. இவைசர்வசமமாவதற்கு எஞ்சிய பகுதிகளாகிய $\angle A = \angle D$, AB = DE, AC = DF ஆயிருத்தல் வேண்டும். அங்ஙனமாதலை அளந்தறிக.

மேலும் மேற்கூறப்பட்ட தேற்ற உண்மைக்கு இயைய இருபெரிய முக்கோணங்கள் வரைந்து காகிதத்தில் வெட்டுக. இவ்வாறு வெட்டப்பெற்ற இரு முக்கோணங்களும் ஒன்றன்மேல் மற்றையது நன்கு பொருந்துதலை அறிக.

முக்கோணத்தின் சர்வசமத்துவம் (D)

ஒரு நேர்கோண முக்கோணத்தின் செம்பக்கமும் ஓர் புயமும் முறையே இன்னேர் நேர்கோண முக்கோணத்தின் செம்பக்கத்துக்கும் ஓர் புயத்துக்கும் சமமாயின் இவ்விரு நேர்கோண முக்கோணங்களும் சர்வசமன்.

உண்மையைச் செய்கைமூலம் அறிதல்



ABC உம், DEF உம் இரு நேர்கோண முக்கோணங்கள். இவற்றில் ∠ A உம், ∠ EDF உம் நேர்கோணங்களாகும்.

மேற்படி இரு முக்கோணங்களிலும்

செம்பக்கம் BC = செம்பக்கம் EF

புயம் B A = ED

ஆகையால் இவ்விரு முக்கோணங்களும் மேற்படி தேற்றக் கூற்றுக்கு இயைந்தன. இவை சர்வசமமாவதற்கு எஞ்சிய பகுதிகளாகிய ∠B = ∠DEF, ∠C = ∠F, AC = DF ஆயிருத்தல்வேண்டும். அங்ஙனமாதலை அளந்தறிக.

இயலுமானல் ஒரு புயமும், செம்பக்கமும் சமமாகவுடைய இரு நேர்கோண முக்கோணங்களைக் காகிதத்தில் வெட்டி ஒன்றன்மேல் மற்றென்றை வைத்து அவை நன்கு பொருந்துதலை அறிக.

☞ △ ABC ஐ எடுத்து △ DEF க்குப் பக்கலில் இணைத்து வைக்கும்போது இவை இரண்டும் மிகவும் ஒப்புடையன

வாயிருத்தலை விளக்குவதற்காக △ ABC க்குச் சமமாய் இன்னோர் முக்கோணம் △ DEF உடன் புள்ளி ரேகைகளால் அமைக்கப்பட்டிருக்கின்றது. இந்நூலிலுள்ள மற்றும் கேத்திரகணித உருவங்கள் பலவற்றிலும் காணப்படும், இத் தகைய மேலதிகமான புள்ளிரேகைச் செய்கைகள் தேற்ற உண்மைகள் முதலியவற்றை அத்தாட்சிப் படுத்துவதற்கு மிகவும் வேண்டப்படுவன என்பது தேற்ற நிரூபணத்தில் விளங்கற்பாலது.

அப்பியாசம் 9.

முக்கோணங்களின் சர்வசமத்துவாதியைச் சார்ந்தவை.

1. பின்வரும் அப்பியாசங்களில் சர்வசமமுடைய முக்கோணங்கள் எவை எவை எனக் கூறுக. இயலுமிடத்துச் சர்வசமமான முக்கோணங்களைப் படங்கீறி விளக்குக.

(i) ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களும் முறையே இன்னோர் முக்கோணத்தின் மூன்றுகோணங் களுக்கும் சமமுடையன.

(ii) ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று புயங்களும் முறையே இன்னோர் முக்கோணத்தின் மூன்று புயங்களுக்கும் சமமுடையன.

(iii) ஒரு முக்கோணத்தின் இரு புயங்களும் அவற்றிடையே அமையும் கோணமும் முறையே இன்னோர் முக்கோணத்தின் இரு புயங்களுக்கும் அவற்றிடையே அமையும் கோணத்துக்கும் சமமுடையன.

(iv) ஒரு முக்கோணத்தின் இரு புயங்களும் ஏதோ ஒரு கோணமும் இன்னோர் முக்கோணத்தின் இரு புயங்களுக்கும் ஏதோ ஒரு கோணத்துக்கும் சமமுடையன.

(v) ஒரு நேர்கோண முக்கோணத்தின் ஒரு புயமும் செம்பக்கமும் முறையே இன்னோர் நேர்கோண முக்கோணத்தின் புயத்துக்கும் செம்பக்கத்துக்கும் சமமுடையன.

2. முக்கோணங்கள் சர்வசமனாய் இருப்பதற்கு வேண்டப்படும் நிபந்தனைகள் (தேற்ற உண்மைகள்) நாலுமெவை?

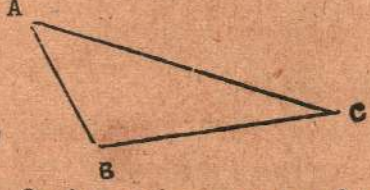
3. ABC, XYZ என்பன இருசர்வசமனான முக்கோணங்கள். இவற்றில்

(i) $\angle A = \angle X$ ஆயின் எப்புயங்கள் சமன்?
(ii) $AB = XY$ ஆயின் எக்கோணங்கள் சமன்?
(iii) $\angle C = \angle Z$ ஆயின் எப்புயங்கள் சமன்?
(iv) $AC = XZ$ ஆயின் எக்கோணங்கள் சமன்?

4. ஒரு முக்கோணம் வரைந்து அதற்குச் சர்வசமனான இன்னோர் முக்கோணம் வரைக.

நீர் வரைந்த மேற்படி முக்கோணங்களில் சமனான புயங்கள் எவை எவை என்பதையும் சமனான கோணங்கள் எவை எவை என்பதையுங் கூறுக.

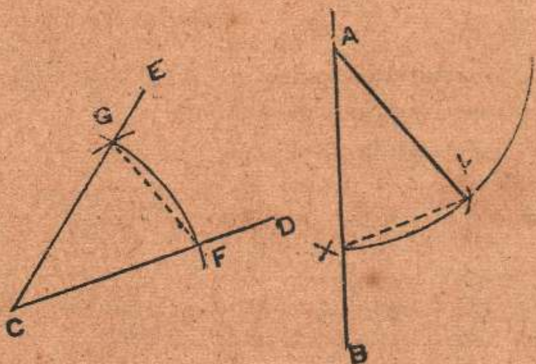
5. படத்தில் காணும் $\triangle ABC$க்குச் சர்வசமனாய் 35-ம் பக்கத்திலுள்ள தேற்ற உண்மையை உபயோகித்து ஒரு முக்கோணமும், 33-ம் பக்கத்திலுள்ள தேற்ற உண்மையை உபயோகித்து இன்னோர் முக்கோணமும் வரைந்து காகிதத்தில் வெட்டுக. நீர் வெட்டிய இவ்விரு முக்கோணங்களும் $\triangle ABC$ யின்மேல் தனித்தனி நன்கு பொருந்துகின்றனவா?



செய்கை 9

தரப்பட்ட ஒரு ரேகையின் ஓர் புள்ளியிலிருந்து தரப்பட்ட ஓர் கோணத்துக்குச் சமமாய் இன்னோர் கோணம் அமைக்கும் விதம்.

ECD தரப்பட்ட ஓர் கோணம். AB ஓர் நேர்ரேகை. ∠ECD க்குச் சமனுய் புள்ளி A இல் ஒரு கோணம் அமைக்க.



செய்கைமுறை. C ஐ மையமாகக் கொண்டு CD ஐ F இலும், CE ஐ G இலும் ஊடறுக்கும் வண்ணம் ஓர் போதிய விட்டார்த்தமுடைய வில்வடிவு வெட்டுக.

A ஐ மைய்மாகக் கொண்டு அதே விட்டார்த்தமுடைய இன்னோர் வில்வடிவு AB ஐ X இல் ஊடறுக்கும் வண்ணம் வெட்டுக.

X ஐ மையமாகக்கொண்டு நாண் FG விட்டார்த்தமுடைய ஓர் வில்வடிவு முந்திய வில்வடிவை Y இல் ஊடறுக்கும் வண்ணம் வெட்டுக.

AY ஐ இணைக்குக.
அப்போது ∠XAY = ∠CDE

அப்பியாசம் 10.

9ம் செய்கையைச் சார்ந்தவை.

1. ஒரு கூர்ங்கோணம் வரைந்து அதற்குச் சமனுய் இன்னோர் கூர்ங்கோணம் கேத்திர கணித முறைப்படி வரைக.

2. ஒரு விரிகோணம் வரைந்து அதைப்போல் இன்னென்று அமைக்க.

3. கூர்ங்கோணம் ABC வரைக. C இல் ∠ABC க்குச் சமனுய் ∠BCD ஐ அமைக்க. AB, CD ஆகிய இரு புயங்களும் ஊடறுக்கும் புள்ளியை O எனக் குறித்துக் கொள்க. OB ஐயும் OC ஐயும் அளந்தறிக.

4. 120° க்கு உட்பட்ட ஒரு விரிகோணமும், 50° க்கு உட்பட்ட ஒரு கூர்ங்கோணமும் வரைக. மேற்படி இருகோணங்களையும் தரப்பட்ட பீடக்கோணங்களாகக் கொண்டு 4 அங். நீளமுடைய பீடத்தில் ஒரு முக்கோணம் வரைக. எஞ்சிய கோணத்தின் அளவு யாது?

5. MN என்னும் ரேகையிலுள்ள O புள்ளியிலிருந்து OA ரேகை MN இன் மேல் ஒரு பக்கம் சாய்ந்து நிற்கின்றது. ∠MOA க்குச் சமனுய் ∠NOB அமையும் வண்ணம் OB ரேகை MN இன் கீழ்ப்புறம் நிற்கும்வண்ணம் வரைக. AOB ஒரே நேர்ரேகையா? எவ்வுண்மைப்படி?

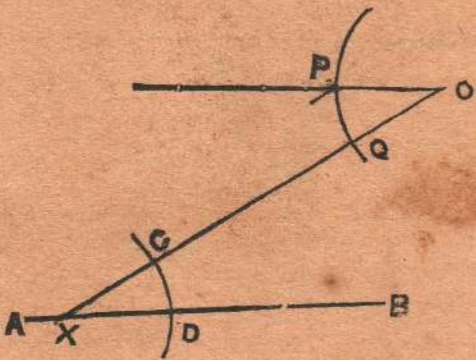
6. 5 செ. மீ. நீளத்தில் AB என்னும் ரேகையைக் கீறுக. புள்ளி A இல் இருந்து AB க்கு மேல்புறத்தில் AX என்னும் புயத்தை ஒரு கூர்ங்கோணம் அமையும்வண்ணம் வரைக. ∠A க்குச் சமனுய் AB ரேகைக்குக் கீழ்ப்புறத்தில் புயம் BY வரும் வண்ணம் புள்ளி B இல் இன்னோர் கோணம் அமைக்க.

   AX உம் BY உம் எவ்வுண்மைப்படி சமாந்தரமானவை?

சமாந்தர ரேகை கீறல்
செய்கை 10

தரப்பட்ட ஒரு ரேகையின் வெளியிலுள்ள ஓர் புள்ளிக்கூடாக அவ்விரேகைக்குச் சமாந்தரமாய் இன்னோர் ரேகை கீறும் விதம்.

AB தரப்பட்ட ரேகை. O வெளியிலுள்ள ஓர் புள்ளி. இப் புள்ளிக்கூடாக AB க்குச் சமாந்தரமாய் இன்னோர் ரேகை கீறுக.



செய்கை முறை. AB இல் X என்னும் ஓர் புள்ளி எடுத்து அதை O வுடன் இணைக்குக.

XO ரேகையிலுள்ள O புள்ளியில் XOP என்னும் கோணத்தை ∠OXB க்குச் சமமாய் அமைக்குக.

∠XOP யும் ∠OXB யும் ஒன்றுவிட்ட கோணங்களாய் அமைய வேண்டியவை.

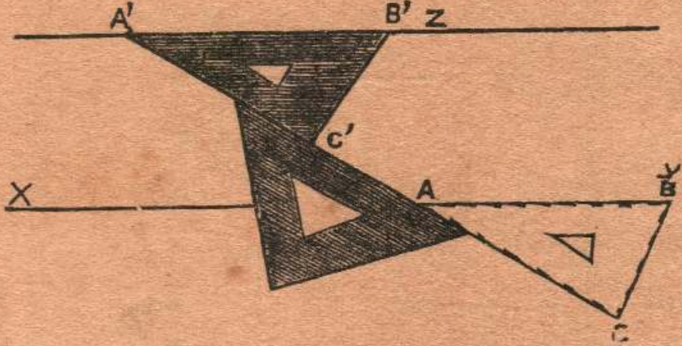
அப்போது OP என்னும் ரேகை AB க்குச் சமாந்தரமாகும்.

குறிப்பு. ஒன்றுவிட்ட கோணங்களைச் சமமாய் அமைப்பதற்கு 9-ம் செய்கைமுறை கையாளப்பட்டிருத்தல் நோக்கற்பாலது. மேலும் கேத்திரகணித முறைப்படி சமாந்தர ரேகைகள் கீறும் விதம் இதுவுமொன்ருகும்.

செய்கை 11

இரு மூலைமட்டங்களையும் உபயோகித்துத் தரப்பட்ட ஒரு ரேகையின் வெளியிலுள்ள ஓர் புள்ளிக்கூடாக அவ்விரேகைக்குச் சமாந்தரமாய் இன்னொரு ரேகை கீறும் விதம்.

XY க்குச் சமாந்தரமாய் Z என்னும் புள்ளிக்கூடாக ஓர் ரேகை கீறுக.



செய்கை முறை. படத்தில் காணும்மாதிரி சிறிய மூலைமட்டத்தின் AB என்னும் புயத்தைத் தரப்பட்ட XY என்னும் ரேகையுடன் பொருத்திய பின்னர் AC என்னும் புயத்துடன் பெரிய மூலைமட்டத்தின்நீளமானபுயத்தைப்பொருத்துக.

பின்னர் பெரிய மூலைமட்டத்தை அதே நிலையிற் பிடித்தவண்ணம் Z புள்ளியுடன் சிறியமூலைமட்டத்தின் AB புயம் பொருந்தும்வரை சிறிய மூலைமட்டத்தைத் தள்ளுக. (சிறிய மூலைமட்டத்தினது தற்போதைய நிலை A′ B′ C′ எனக் குறிக்கப்பட்டிருக்கிறது.)

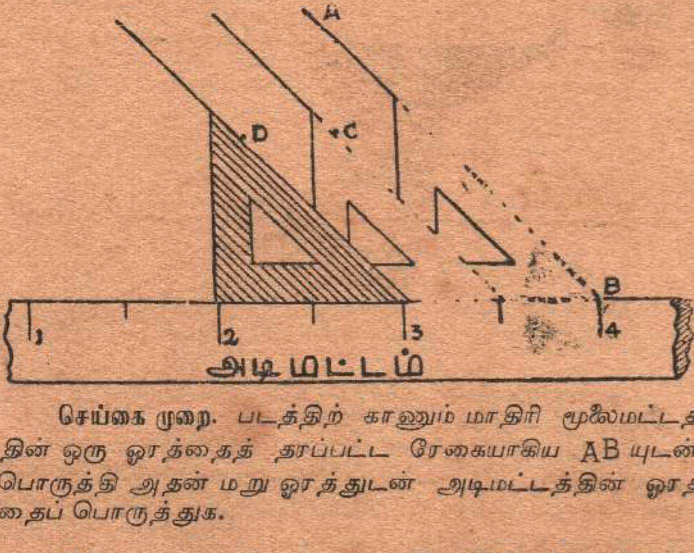
பின்னர் சிறிய மூலைமட்டத்தின் A′ B′ ஓரத்துடன் ஓர் ரேகை கீறுக. இதுவே Z புள்ளிக்கூடாகச் செல்லும் XY க்குச் சமாந்தரமான ரேகையாகும்.

ஒத்த கோணங்கள் சமமென்பது ஆதாரமாகும்.

செய்கை 12

அடிமட்டத்தையும் மூலமட்டத்தையும் உபயோகித்துத் தரப்பட்ட ஒரு ரேகைக்குச் சமாந்தரமாய் இரு ரேகைகள் கீறும் விதம்.

AB க்குச் சமாந்தரமாய் C, D என்னும் இரு புள்ளிகளுக்கூடாக இரு ரேகைகள் கீறுக.



செய்கை முறை. படத்திற் காணும் மாதிரி மூலமட்டத்தின் ஒரு ஓரத்தைத் தரப்பட்ட ரேகையாகிய AB யுடன் பொருத்தி அதன் மறு ஓரத்துடன் அடிமட்டத்தின் ஓரத்தைப் பொருத்துக.

பின்னர் அடிமட்டத்தை அதே நிலையிற் பிடித்த வண்ணம் C புள்ளியுடன் மூலமட்டத்தின் ஓரம்பொருந்தும் வரை மூலமட்டத்தைத் தள்ளுக. அவ்வோரத்துடன் ஒரு ரேகை கீறுக.

இவ்வாறே D புள்ளிவரை மூலமட்டத்தைத் தள்ளி இன்னோர் ரேகை கீறுக.

இவ்விரு ரேகைகளும் AB க்குச் சமாந்தரமானவை.

செய்கை 13

தரப்பட்ட ரேகைக்குச் சமாந்தரமாய்க் குறிக்கப்பட்ட உயரத்தில் (அதாவது இடைவெளித் தூரத்தில்) இன்னோர் ரேகை கீறும் விதம்.

AB க்குச் சமாந்தரமாய் 0·7 அங். தூரத்தில் XY என்னும் ரேகையைக் கீறுக.

செய்கை முறை. AB என்னும் ரேகையில் C, D என்னும் இரு புள்ளிகளிடுக. C, D புள்ளிகளை மையங்களாகக்கொண்டு 0·7 அங். ஆரையுடைய இரு வில்வடிவுகள் வெட்டுக.

அடிமட்டத்தின் உதவியினால் இரு வில்வடிவுகளின் மேற்பாகத்தைத் தொட்டுச் செல்லும்வண்ணம் ஒரு ரேகை கீறுக. இந்த ரேகையை XY எனக் குறித்துக்கொள்க.

அப்போது XY ரேகை AB க்குச் சமாந்தரமாய் 0·7 அங். உயரத்தில் அமைந்திருத்தல் காண்க.

அப்பியாசம் 11.

10ம், 11ம், 12ம், 13ம் செய்கைகளைச் சார்ந்தவை.

1. AB ஒரு ரேகை. X தரப்பட்ட வெளியிலுள்ள ஒரு புள்ளி. ABக்குச் சமாந்தரமாய் X ஊடாக ஒரு ரேகை கேத்திரகணித முறைப்படி கீறுக.

2. இரு மூலைமட்டங்களையும் உபயோகித்துத் தரப்பட்ட ஒரு ரேகைக்குச் சமாந்தரமாய் வெளியிலுள்ள ஓர் புள்ளிக் கூடாக இன்னோர் ரேகை கீறும் விதத்தை விளக்குக.

3. AB என்னும் ஒரு ரேகைக்கு இரு பக்கங்களிலுமுள்ள X, Y என்னும் இரு புள்ளிகளுக்கூடாக இரு ரேகைகள் AB க்குச் சமாந்தரமாகக் கீறுக.

4. அடிமட்டத்தையும் ஒரு மூலைமட்டத்தையும் உபயோகித்துச் சமாந்தர ரேகைகள் கீறும் விதத்தை விளக்குக.

5. ABC தரப்பட்ட ஒரு பெரிய முக்கோணம். புயம் ABக்கு மத்தியிலுள்ள X என்னும் புள்ளியிலிருந்து BC க்குச் சமாந்தரமாய் XY என்னும் ரேகை AC ஐ Yல் தொடும் வண்ணம் வரையப்பட்டிருக்கிறது. AC என்னும் புயம் Yல் இரு சமகூருதலைச் செய்கைமூலம் காட்டுக.

ஒரு முக்கோணத்தின் இரு புயங்களினது மத்திய புள்ளிகளை இணைக்கும் ரேகை மூன்றும் புயத்துக்குச் சமாந்தரமாகவே இருக்கும். இது ஒரு தேற்ற உண்மையாகும்.

6. தரப்பட்ட ரேகைக்குச் சமாந்தரமாகக் குறிப்பிட்ட உயரத்தில் இன்னோர் ரேகை கீறும் விதத்தை விளக்குக.

7. AB என்னும் ரேகைக்கு 2·5 செ. மீ. உயரத்தில் ஒரு சமாந்தர ரேகை கீறுக.

8. தரப்பட்ட ஒரு ரேகைக்கு 8 அங். உயரத்திலும் 1·8 அங். உயரத்திலும் இரு சமாந்தர ரேகைகள் கீறுக.

9. AB என்பது ஓர் நேர் ரேகையாகும். AB க்குச் சமாந்தரமாய் அதன் மேற்புறத்தில் ஓரளவு தூரத்தில் CD என்னும் ரேகையையும், AB க்குச் சமாந்தரமாய் அதன் கீழ்ப்புறத்தில் ஓரளவு தூரத்தில் EF என்னும் ரேகையையும் கீறுக. CD யும் EFஉம் சமாந்தரங்களென (XY என்னும் ரேகையாற் குறுக்கே வெட்டி ஒன்று விட்ட கோணங்கள் சமமாயமைதல் பற்றி)க் காட்டுக.

ஒரே ரேகைக்குச் சமாந்தரமான ரேகைகள் தம்முள்ளும் சமாந்தரமானவையாகும் என்பது ஒரு தேற்ற உண்மையாகும்.

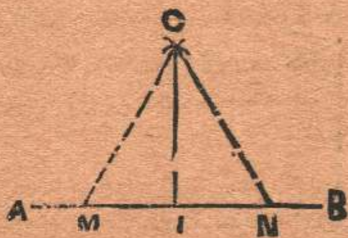
10. ஒரு வீட்டுக்கு 30 யார் தூரத்தில் ஒரு நேரான வீதி உளது. வீட்டிலிருந்து புறப்பட்ட ஒருவன வீதியை அடைந்து வீட்டு மதிலுக்குச் சமாந்தரமாய் வீதி வழியாக 40 யார் தூரம் நடந்து சென்று வீதி மத்தியில் நாட்டப்பட்டிருக்கும் ஒரு தீபஸ்தம்பத்தை அடைந்தான். அவன் சென்ற பாதையை விளக்கும் ஒரு படங் கீறி, தீபஸ்தம்பம் வீட்டுவாசலுக்கு எவ்வளவு தூரத்திலுள்ளது என்பதை அறிக. (20 யார் = 1 அங்குலமாகக் கொள்க.)

செங்குத்து (லம்ப) ரேகை கீறல்

செய்கை 14.

தரப்பட்ட ஒரு ரேகையின் ஓர் புள்ளியிலிருந்து அவ்விரேகைக்கு செங்குத்து அல்லது லம்பம் கீறும் விதம்.

AB ரேகையின் I புள்ளியிலிருந்து IC ஐ ABக்கு லம்பமாய்க் கீறுக.



செய்கை முறை. I புள்ளியை மையமாகக் கொண்டு IM, IN என்னும் இரு சமபகுதிகள் AB இல் வெட்டுக.

M, N என்னும் இரு புள்ளிகளையும் முறையே மையங்களாகக் கொண்டு MN வரையில் ஒரே ஆரையுமுடைய இரு வில்வடிவுகள் C புள்ளியில் ஊடறுக்கும் வண்ணம் வெட்டுக.

IC ஐ இணைக்குக.

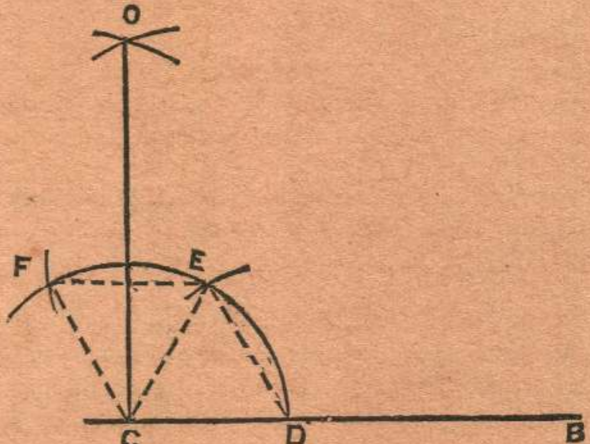
அப்போது IC ரேகை AB க்கு செங்குத்தாய் அமைந்திருத்தல் காண்க.

செய்கை 15.

(1) தரப்பட்ட ஒரு ரேகையின் ஓர் புள்ளியிலிருந்து அவ்விரேகைக்குச் செங்குத்து (லம்பம்) கீறும் இன்னோர் விதம்.

(2) வட்டஞ்செய் கருவியை (கொம்பாஸ்) உபயோகித்து 30, 60, 90, 120 பாகைகளுடைய கோணங்கள் அமைக்கும் விதம்.

CB ரேகையின் C புள்ளியிலிருந்து ஒரு செங்குத்து ரேகை கீறுக, அல்லது CB ரேகையின் C புள்ளியில் 90 பாகையுடைய ஒரு கோணம் வட்டஞ்செய் கருவியின் உதவியினால் அமைக்குக.



செய்கை முறை. C க்குச் சிறிது தூரத்திற்கப்பால் CB ரேகையில் D புள்ளியை இடுக.

C ஐ மையமாகக் கொண்டு CD ஆரையுடைய ஒரு வில்வடிவு CB ஐ D இல் வெட்ட வரைக.

D ஐ மையமாகக்கொண்டு அதே ஆரையுடைய இன்னோர் வில்வடிவு முந்திய வில்வடிவை E இல் ஊடறுக்க வெட்டுக.

E ஐ மையமாகக் கொண்டு முந்திய ஆரையுமுடைய இன்னோர் வில்வடிவு முதல் வில்வடிவை F இல் ஊடறுக்கும் வண்ணம் வெட்டுக.

* பின்னர் E, F என்னும் இரு புள்ளிகளேயும் முறையே மையங்களாகக் கொண்டு ஏதோ விரும்பிய ஆரையுடைய இரு வில்வடிவுகள் ஒன்றை ஒன்று O வில் ஊடறுக்கும் வண்ணம் வெட்டுக.

OC ஐ இணைக்க.

அப்போது OC என்னும் ரேகை CB க்குச் செங்குத்தாய் அதாவது 90 பாகையில் நிற்றல் காண்க.

தரப்பட்ட ஒரு ரேகையின் அந்தப் புள்ளியிலிருந்து அவ்விரேகைக்குச் செங்குத்துரேகை கீறுவதற்கு இச் செய்கைமுறை மிகவும் ஏற்றது.

குறிப்பு. E புள்ளியைக் குறித்தவுடன் CE ஐ இணைத்து நீட்டின் அப்போது BCE என்னும் கோணம் 60 பாகையுடையதாய் அமைதலும், F புள்ளியைக் குறித்தவுடன் CF ஐ இணைத்து நீட்டின் அப்போது BCF என்னும் கோணம் 120 பாகையுடையதாய் அமைதலும் காண்க.

30 பாகையுடைய கோணம் பெறவேண்டின் ∠DCE ஐ இருசம கூறுக்க வேண்டியது.

---

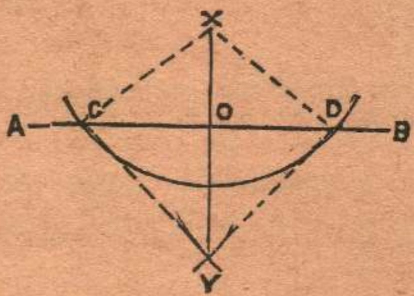
* ECF என்னும் கோணத்தை இரு சம கூறுக்குவதற்கு இம்முறை கையாளப்படுகின்றது.

7

செய்கை 16.

வெளியிலுள்ள ஓர் புள்ளியிலிருந்து தரப்பட்ட ஒரு ரேகைக்குச் செங்குத்துரேகை கீறும் விதம்.

வெளியிலுள்ள X புள்ளியிலிருந்து தரப்பட்ட AB ரேகைக்கு ஒரு செங்குத்து ரேகை கீறுக.



செய்கை முறை. X ஐ மையமாகக் கொண்டு போதிய ஆரையுடைய ஓர் வில்வடிவு AB ஐ C, D என்னும் இரு புள்ளிகளில் ஊடறுக்கும் வண்ணம் வெட்டுக.

பின்னர் C, D என்னும் இரு புள்ளிகளையும் முறையே மையங்களாகக் கொண்டு CD வரை ஆரையுடைய இரு வில்வடிவுகள் Y புள்ளியில் ஒன்றை ஒன்று ஊடறுக்கும வண்ணம் வெட்டுக.

AB ஐ O வில் ஊடறுக்கும் வண்ணம் XY ஐ இணைக்க. அப்போது XO ரேகை AB க்குச் செங்குத்தாய் அமைந்திருத்தல் காண்க.

அப்பியாசம் 12.

8ம், 14ம், 15ம், 16ம் செய்கைகளைச் சார்ந்தவை.

1. தரப்பட்ட ஒரு ரேகையை இருசம கூருக்கும் செங்குத்து ரேகை கீறுக.

2. தரப்பட்ட ஒரு ரேகையின் மத்திய புள்ளியிலிருந்து அவ்விரேகைக்குச் செங்குத்துரேகை கீறுக.

3. தரப்பட்ட ஒரு ரேகையின் அந்தத்திலிருந்து அவ்விரேகைக்குச் செங்குத்துரேகை கீறுக.

4. தரப்பட்ட ஒரு ரேகையின் வெளியிலுள்ள ஓர் புள்ளியிலிருந்து அவ்விரேகைக்குச் செங்குத்துரேகை கீறுக.

5. AB ரேகையிலுள்ள X என்னும் புள்ளியிலிருந்து அவ்விரேகைக்குச் செங்குத்துரேகை கீறும் விதத்தை விளக்குக.

6. 5செ. மீ. நீளத்தில் XY என்னும் ரேகையைக் கீறுக. Yல் இருந்து *1* செ. மீ. தூரத்தில் O புள்ளியை XY ல் இடுக. O வில் இருந்து AB க்குச் செங்குத்துரேகை கீறும் விதத்தை விளக்குக. (செய்கை *15* ஐக் கையாளுதலே இலகுவாயிருத்தல் காண்க.)

7. கோணமானியை உபயோகிக்காது *60*, *120* பாகைகளுடைய கோணங்கள் வரையும் விதத்தை விளக்குக.

8. ஒரு முக்கோணத்தின் பீடம் = *4* அங். நீளமும், பீடக் கோணங்கள் முறையே *60*, *90* பாகைகளுமுடையன. கோணமானியை உபயோகிக்காது மேற்படி முக்கோணத்தை வரைக.

உச்சக்கோணத்தின் அளவு யாது?

9. கோணமானியை உபயோகிக்காது $30°$ உடைய ஒரு கோணம் கேத்திரகணித முறைப்படி வரைக.

10. பீடக்கோணங்கள் இரண்டும் சம கோணங்களாய் அமையும்வண்ணம் ஒரு இருசம பக்க முக்கோணம் வரைக. உச்சப் புள்ளியிலிருந்து பீடத்துக்குச் செங்குத்தாய் இழுக்கப்படும் ரேகை பீடத்தை இருசம கூறுக்கலைச் செய்கைமூலம் விளக்குக-

இருசமபக்க முக்கோணத்தில் உச்சக் கோணத்திலிருந்து பீடத்துக்கு லம்பமாய் இழுக்கப்படும் ரேகை பீடத்தை இருசம கூறுகளாக்கும். இது ஒரு தேற்ற உண்மையாகும்.

11. ஒரு வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து அதன் நாணுக்குச் செங்குத்தாய் ஒரு ரேகை இழுக்கப்படும்போது நாண் இருசம கூறுதலைச் செய்கை மூலம் விளக்குக.

ஒரு வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து நாணுக்குச் செங்குத்தாய்க் கீறப்படும் ரேகை நாணை இருசம கூறுகளாக்கும். இது ஒரு தேற்ற உண்மையாகும்.

12. ஒரு காகிதத்தில் AB = 5 அங். நீளத்தில் கீறுக. இன்னொர் சிறிது மெல்லிய காகிதத்தில் XY = 5 அங். நீளத்தில் கீறுக. A புள்ளியிலும் X புள்ளியிலும் $30°$ உள்ள கோணங்களும், B புள்ளியிலும் Y புள்ளியிலும் $60°$ உள்ள கோணங்களும் கேத்திரகணித முறைப்படி கீறுக. கோணப் புயங்களை நீட்டி ABC, XYZ முக்கோணங்கள் அமைக்குக.

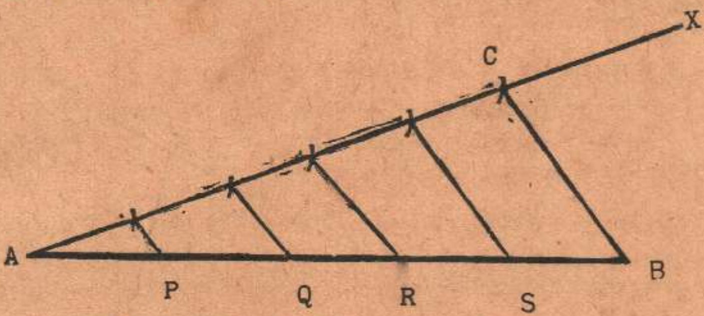
(i) ABC முக்கோணத்தின்மேல் XYZ முக்கோணத்தை வைத்து இரண்டும் சர்வசமனெனக் காட்டுக.

(ii) $\angle C$, $\angle Z$ என்பவற்றின் அளவுகள் யாவை? ஏன்?

செய்கை 17.

தரப்பட்ட ஒரு ரேகையைப் பல சமகூறுகளாக்கும் விதம்.

AB ஒரு நேர்ரேகை அதைக் கேத்திரகணித முறைப்படி ஐந்து சமகூறுகளாக்குக.



அமைப்பு. புள்ளி A இல் ஒரு குறுங்கோணம் அமையும் வண்ணம் AX என்னும் ரேகையைக் கீறுக.

கவராயத்தில் (கொம்பாசில்) ஏதும் ஒரே குறித்த ஆரை கொண்டு A இல் இருநது AX இல் ஐந்து சமகூறுகள் வெட்டுக.

இவ்வாறு வெட்டிய 5-ம் புள்ளியை C எனக் குறித்துக்கொண்டு BC ஐ இணைக்க.

பின்னர் அடுத்த நாலுபுள்ளிகளிலும் இருந்து CB க்குச் சமாந்தரமாய் AB ஐ முறையே S, R, Q, P என்னும் புள்ளிகளிற் சந்திக்கும் வண்ணம் நான்கு ரேகைகள் கீறுக.

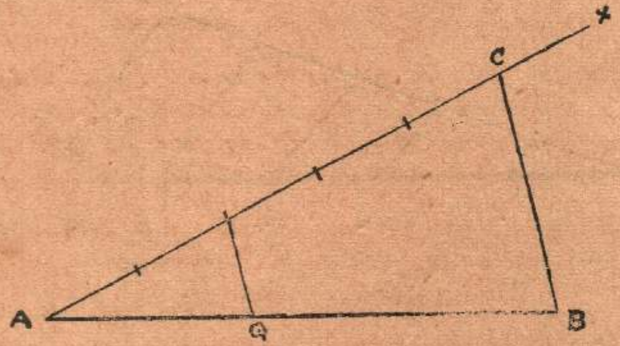
அப்போது AB ரேகை ஐந்து சமகூறுதல் காண்க.

[சமாந்தர ரேகைகள் கீறுவதற்கு செய்கை 12 ல் காட்டிய முறையைக் கைக்கொள்ளவும்.]

செய்கை 18.

தரப்பட்ட ஒரு ரேகையைத் தரப்பட்ட விகிதத்திற்குக் கூறுகளாக்கும் விதம்.

தரப்பட்டிருக்கும் AB ரேகையை 2:3 விகிதம் கூறுகளாக்குக.



அமைப்பு. 17-ம் செய்கை அமைப்புப்போலவே AX ல் ஐந்து சமகூறுகள் வெட்டி BC க்குச் சமாந்தரமாய் AX ல் உள்ள இரண்டாம் புள்ளியிலிருந்து Q வில் சந்திக்கும் சமாந்தர ரேகையை மாத்திரங் கீறுக. அப்போது AQ : QB = 2 : 3 அதாவது AQ இருமடங்காயிருக்கும்போது AB மூன்று மடங்காயிருக்கும்.

AB ஐ 1 : 2 : 2 விதம் கூறுகளாக்குக எனக்கேட்டால் முந்திய செய்கைபோலவே (1 + 2 + 2) 5 சமபகுதிகள் வெட்டி P இலும் R இலும் சந்திக்கும் சமாந்தரரேகைகளை மாத்திரம் கீறவேண்டியது. அப்போது AP : PR : RB = 1 : 2 : 2.

அப்பியாசம் 13.

17-ம் 18-ம் செய்கைகளைச் சார்ந்தவை

1. 3 அங். நீளமுடைய ஒரு ரேகைகீறி அதை அடிமட்டத்தின் உதவியினால் 4 சமகூறுகளாக்குக.

2. 3 அங். நீளமுடைய ஓர் ரேகைகீறி அதைக் கேத்திர கணித முறைப்படி 4 சமகூறுகளாக்குக.

3. 3 அங். நீளமுடைய இன்னோர் ரேகைக்கு அர்த்தகரலம்பரேகைகள் கீறி 4 சமகூறுகளாக்குக.

4. 3 அங். நீளமுடைய ஓர் ரேகையை அடிமட்டத்தின் உதவியினால் 1:2 விகிதம் கூறுகளாக்குக. [அதாவது முதலாம் கூற்றிலும் இரண்டாம் கூறு இருமடங்கு நீளமுடையதாயிருத்தல் வேண்டும்.]

5. 3 அங். நீளமுடைய ஓர் ரேகையைக் கேத்திரகணித முறைப்படி 1 : 2 விகிதம் கூறுகளாக்குக.

6. கேத்திரகணித முறைப்படி தரப்பட்ட ஒரு ரேகையை 3 சமகூருக்கும் விதத்தை விளக்குக.

7. 9 செ. மீ. நீளமுடைய ஒரு ரேகைகீறி அதைக் கேத்திர கணித முறைப்படி 1 : 2 : 3 விகிதம் கூறுகளாக்குக.

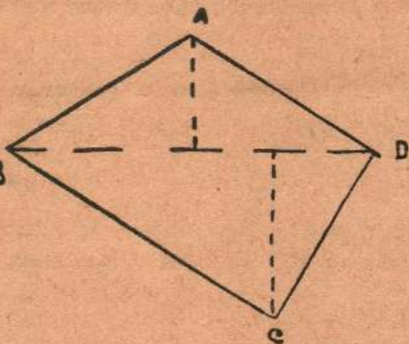
   * அளந்து சரிபிழை அறிக.

8. 4 அங். நீளமுடைய ஒரு ரேகையின் $\frac{2}{5}$ எவ்வளவென்பதை கேத்திரகணித முறையாய்க் கூருக்கி அறிக. [அதாவது ஐந்து சமகூருக்கி அவற்றில் இரண்டு கூற்றின் நீளத்தை அறிக.]

---

* முதலாங்கூறு 1·5 செ. மீ. நீளமும், இரண்டாங் கூறு 3 செ. மீ. நீளமும், மூன்றாங்கூறு 4·5 செ. மீ. நீளமும் உடையதாயிருத்தல்வேண்டும்.

நாற்கோணமும் அதன் இனங்களும்



நாலு நேர்ரேகைகளால் அடைக்கப்பட்டிருக்கும் ஒரு உருவம் **நாற்கோணம்** அல்லது **சதுர்ப்புசம்** எனப்படும். ABCD ஒருசதுர்ப்புசம் ஒரு சதுர்ப்புசத்தின் எதிர்க்கோணப் புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்ரேகை **மூலைவிட்டம்** (*Diagonal*) எனப்படும். BD ஒரு மூலைவிட்டம்.

A புள்ளி C புள்ளி சதுர்ப்புசத்தின் உச்சங்கள். இவற்றிலிருந்து மூலை விட்டத்திற்குக் கீறப்பட்ட புள்ளி ரேகைகள் மூலை விட்டத்துக்குச் செங்குத்துகள்.

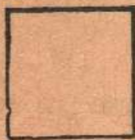
எதிர்ப்புயங்கள் சமாந்தரமாகவுடைய ஒரு **நாற்கோணம் சமாந்தர சதுர்ப்புசம்** அல்லது **இணைகரம்** *Parallelogram*) எனப்படும்.

[ஒரு இணைகரத்தினது எதிர்க்கோணங்கள் சமமென்பதும் எதிர்ப்புயங்கள் சமமென்பதும் பின்னர் காண்பிக்கப்படும்.]

ஒரு கோணம் நேர்கோணமாக அமைந்துள்ள சமாந்தர சதுர்ப்புசம் **செவ்வகம்** அல்லது **நீள்சதுரம்** எனப்படும்.

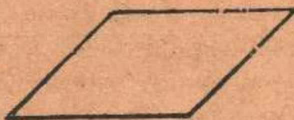
[ஒரு செவ்வகத்தினது கோணங்கள் யாவும் நேர் கோணங்கள் என்பதும் பின்னர் அவதானிக்கத் தக்கது.

இரண்டு அயற்புயங்கள் சமமாகவுடைய ஒரு செவ்வகம் **சதுரம்** அல்லது **சற்சதுரம்** எனப்படும்.



[ஒரு சதுரத்தின் புயங்கள் யாவும் சமமானவைகளென் பதும் அதனது கோணங்கள் யாவும் சமமானவைகளென் பதும் அறியத்தக்கது.]

புயங்கள் யாவும் ஒரே சம அளவுடையதாய் ஆனால் கோணங்கள் செங்கோணங்களல்லாத ஒரு சதுர்ப்புசம் **சாய்சதுரம்** அல்லது **"ரேம்பஸ்"** (*Rhombus*) எனப்படும்.



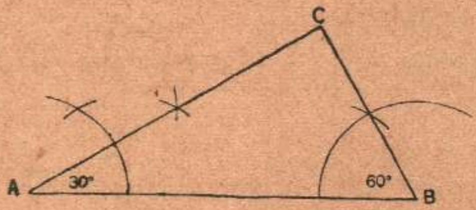
ஒருசோடி சமாந்தர புயங்களையுடைய சதுர்ப்புசம் **சரிவகம்** அல்லது **"திறப்பீசியம்"** (*Trapezium*) எனப்படும்.

நாற்கோணத்தினது விரிவான தன்மைகளையும், தரப்பட்ட விதிகளுக்கமைய நாற்கோணங்கள் வரையும் விசேட வழிவகைகளையும் பின்னர்க் காண்க.

செய்கை 19.

அடிக்கோடும் (பீடமும்) இரு அடிக்கோணங்களுந் தரப்படும்போது முக்கோணம் அமைக்கும் முறை.

AB = 2 அங்.; ∠A = 30°; ∠B = 60° என அமையும்படி △ABC ஐ வரைக.



அமைப்பு. AB = 2 அங்குல நீளத்திற் கீறுக.

புள்ளி A இல் 30 பாகையுடைய ஓர் கோணமும், புள்ளி B இல் 60 பாகையுடைய ஒரு கோணமும் வரைக.

இவ்விரு புயங்களையும் C என்னும் புள்ளியிற் சந்திக்கும்படி நீட்டுக.

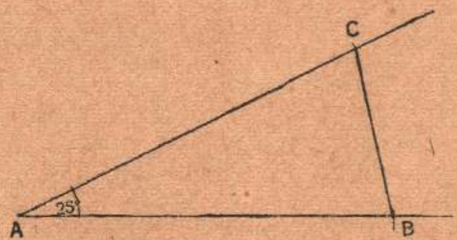
அப்போது ABC என்னும் கேட்கப்பட்ட முக்கோணம் அமையும்.

நான்காம் பதிப்பிலும் அதற்கு முந்தியபதிப்புகளிலுமுள்ள செய்கை 4, அப்பியாசம் 5 என்பன ஒழுங்குமுறை பற்றி இங்கு கொணரப்பட்டன.

செய்கை 20.

இருபுயமும் ஒரு கோணமுந் தரப்படும்போது இருசமபக்க முக்கோணம் வரையும் முறை.

AB = 5 செ.மீ.; AC = 5 செ.மீ.; ∠A = 25° என அமைய AC என்னும் இருசமபக்க முக்கோணம் வரைக.



அமைப்பு. நீளமான இரு புயங்களுடன் 25° அளவு கொண்ட ஒரு கோணம் வரைக.

கோணப்புள்ளியிலிருந்து கவராயத்தின் (கொம்பாசின்) உதவியால் 5, 5 செ. மீ. புயங்களில் வெட்டிக்கொள்க.

வெட்டுப்புள்ளிகளை இணைக்குக.

அப்போது இருசமபக்க முக்கோணம் அமையும்.

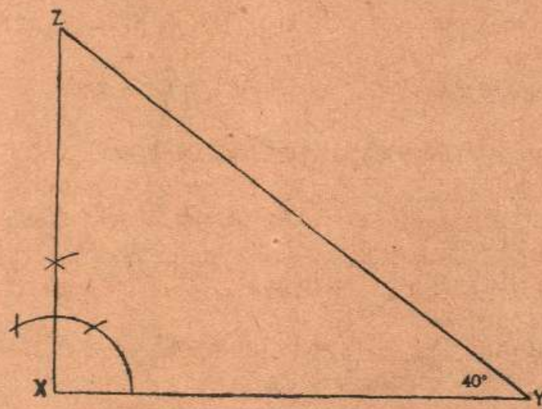
எஞ்சிய பாகங்களை அளவிடுக. சமபுயங்களுக் கெதிர்க் கோணங்கள் சமமானவைகளா?

இதன் எஞ்சிய இரு கோணங்களையும், ஓர் புயத்தையும் அளவிடுக. இரு கோணங்களும் சமமாயிருத்தலைக் காண்க.

செய்கை 21.

ஒரு புயமும் ஒரு கோணமும் தரப்படும்போது செங்கோண முக்கோணம் வரையும் முறை.

XY = 2·5″, ∠Y = 40° என அமையும்படி ஒரு செங்கோண முக்கோணம் வரைக.



அமைப்பு. XY என்னும் புயத்தை 2·5 அங். நீளத்திற் கீறுக.

புள்ளி X இல் ஓர் செங்குத்து ரேகை கீறுக.

புள்ளி Y இல் 40 பாகையுடைய ஓர் கோணம் வரைக. இக்கோணப்புயம் மேற்படி செங்குத்து ரேகையை Z என்னும் புள்ளியில் சந்திக்கட்டும்.

அப்போது XYZ குறிக்கப்பட்ட முக்கோணமாகும்.

i. எஞ்சிய கோணத்தின் அளவு யாது?

ii. மூன்று கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை இரண்டு செங்கோணங்களுக்குச் சமனா?

அப்பியாசம் 14.

17-ம், 18-ம், 19-ம் செய்கைகளைச் சார்ந்தவை

பின்வரும் அளவுகளுக்கமைய முக்கோணங்கள் வரைக.

1. AB = 3 *அங்.*, $\angle A = 40°$, $\angle B = 85°$

2. AB = 6·5 *செ. மீ.*, $\angle A = 60°$, $\angle B = 56°$

3. $\angle ABC = 80°$, AB = 2·2″, BC = 2·9″

4. $\angle B = 30°$, AB = 7·3 *செ. மீ*, BC = 10·7 *செ. மீ.*

5. $\angle A = 45°$, AB = 3·7 *அங்.*, CA = 3·7 *அங்.*

6. $\angle B = 126°$, AB = 6·4 *செ. மீ.*, BC = 6·4 *செ·மீ.*

7. $\angle A = 90°$, $\angle$ = B 40°, AB = 3 *அங்.*

8. CA = 2·6 *அங்.*, AB = 3·3 *அங்.*, $\angle A = 162°$

9. AB = 3·9 *அங்..* $\angle A = 39°$, $\angle B = 39°$

10. AB = 3·6 *அங்.*, $\angle A = 60°$, $\angle B = 45°$ *என அமையக் கோணமானியை உபயோகிக்காது* ABC *என்னும் முக்கோணத்தை வரைக.* $\angle C$ *யின் அளவைக் கணக்கிட்டுக் கூறுக.*

11. 1-ம், 2-ம், 5-ம், 6-ம், 7-ம், 9-ம் *கணக்குகளில் தரப்படாத கோணங்களின் அளவுகளைக் கணக்கிட்டுக் கூறுக.*

12. A, B என்னும் இருவர் 40 யார் தூரத்தில் நிற்கின்றனர். A க்கு 30ம் பாகையிலும், Bக்கு 45ம் பாகையிலும் C நிற்கிருன். 10 யார் = 1 அங்குலமாகக் கணித்து ஒரு முக்கோணம் வரைந்து A யிலிருந்து C எவ்வளவு தூரத்தில் நிற்கிருனென அறிக.

13. AB = 3·5″; AC = 3·5″; ∠A = 50° உள்ள ஒரு முக்கோணம் வரைக. இது எவ்வின முக்கோணம்?

"ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களினதும் கூட்டுத்தொகை 180 பாகை," "ஒரு இருசமபக்க முக்கோணத்தில் சமபக்கங்களுக் கெதிர்க்கோணங்களும் சமமானவை" என்னுந் தேற்ற உண்மைகளை உபயோகித்து உம்மால் வரையைப் பெற்ற மேற்படி முக்கோணத்தினது எஞ்சிய கோணங்களின் அளவுகளைக் கணக்கிட்டுக் கூறுக.

14. ஒரு இருசமபக்க முக்கோணத்தில் சமபுயம் ஒன்றிற்கு எதிரேயுள்ள கோணம் 55 பாகை. எஞ்சிய கோணங்களின் அளவுகள் யாவை?

15. இரு புயங்களும் தனித்தனி 8 செ. மீ. நீளமுடையதாகவும், அவற்றிடையே அமையும் கோணம் 60 பாகையுடையதாகவும் இருக்கும் வண்ணம் ஒரு இருசமபக்க முக்கோணம் வரைக. எஞ்சிய புயத்தின் நீளத்தையும், எஞ்சிய கோணங்களின் அளவையுங் கூறுக. இம்முக்கோணம் வேறு எவ்வினத்தைச் சேர்ந்தது?

16. ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தில் ஒரு கோணம் 35 பாகையுடையது. எஞ்சிய கோணத்தின் அளவு யாது?

17. 30 அடி நீளம், 22 அடி அகலமுள்ள ஒரு அறையின் பிரமாணப்படம் வரைக. எதிர்மூலைகளுக்கிடைத்தூரங் காண்க. (பிரமாணம் 2 அடி = 1 செ. மீ.)

18. ஒருவன் ஓரிடத்திலிருந்து புறப்பட்டுக் கிழக்கு நோக்கி 200 யார் நடந்து பின்னர் வடக்குநோக்கி 150 யார் தூரம் நடந்தான். பிரமாணப் படங்கீறி அவன் புறப் பட்ட இடத்திலிருந்து எவ்வளவு தூரத்தில் நிற்கிருனெனக் காண்க. (பிரமாணம் 20 யார் = 1 செ. மீ.)

19. நிறுதிட்டமாய் (லம்பமாய்) நாட்டப்பட்ட ஒரு கொடிக் கம்பத்திற்கு 50 அடி தூரத்தில் நிலத்தில் ஒரு கட்டை இறுக்கப்பட்டிருக்கிறது. கொடிக்கம்பத்தின் இடையில் உள்ள ஒரு ஆணியுடன் மேற்படி கட்டையை இணைக் குங் கயிறு நிலத்துடன 60 பாகை கோணமாய் அமை கின்றது. 10 அடி = 1 செ. மீற்றராகக் கணித்து ஒரு முக்கோணம் வரைந்து அதன் உதவியால் பின்வருவன வற்றை அறிக. (i) கயிற்றின் நீளம்; (ii) கம்பத்தின் எவ்வளவு உயரத்தில் ஆணியுள்ளது; (iii) கயிற்றுக் குங் கம்பத்துக்கும் இடையே அமையுங் கோணத்தின் அளவு.

20. ஒரு நேரான வேலியிலிருந்து 20 அடி தூரத்திலுள்ள கட்டையில் 35 அடி நீளக்கயிற்றில் ஒரு மாடு கட்டப் பெற்றுள்ளது. அது வேலியை எவ்வளவு நீளத்திற் குக் கடித்தல்கூடும்? பிரமாணத்துக்கமையப் படம் வரைந்து காண்க.

பரீக்ஷை விஞக்கள்

க

1. மூன்று அங்குல நீளமுள்ள AB என்னும் ரேகையைக் கீறுக.

2. 5 செ. மீ. நீளமுள்ள XY என்னும் ரேகை கீறுக. இதன் மத்தியில் Z என்னும் புள்ளியை இடுக. XZ இன் நீளம் யாது?

3. குறுங்கோணம் என்பது யாது? ஒரு குறுங்கோணம் வரைக.

4. மூன்று மணிக்கு, ஐந்து மணிக்கு, எட்டுமணிக்கு ஒரு கடிகாரத்தின் இரு கம்பிகளுக்குமிடையே அமையுங் கோணங்களின் அளவுகள் யாவை? படங்கீறி விளக்குக.

5. ஒரு முக்கோணத்தின் இரு கோணங்கள் முறையே 90°, 30° அளவுடையன. இது எவ்வின முக்கோணம்? மூன்ருங் கோணத்தின் அளவு யாது?

6. FG என்னுங் கோட்டை P என்னும் புள்ளியில் வெட்ட DE என்னுங் கோட்டைக் கீறுக. எதிர்க்கோணங்களை அளந்து குறிக்க. V. S. L. C.

உ

1. நேர்கோணம், விரிகோணம் என்பன யாவை? வகைக்கு ஒவ்வோர் படம் கீறுக.

2. 40° உடைய ஒரு கோணங் கீறுக. இது எக்கோணம் என அழைக்கப்படும்?

3. ஒரு நேர்கோண முக்கோணத்தில் ஒரு கோணம் 52° உடையது. மூன்ருங் கோணத்தின் அளவு யாது?

4. இருசமபக்க முக்கோணமாவது யாது? இத்தகைய ஒரு முக்கோணம் வரைந்து காட்டுக.

5. இரு சமாந்தர ரேகைகளை இன்னோர்ரேகை குறுக்கே வெட்டும்போது ஒரு கோணம் 30° பாகையுடையது. ஒரு படங்கீறி எஞ்சிய கோணங்களின் அளவுகளைக் கணக்கிடுக.

6. 65° உள்ள ABC கோணத்தை (செய்கை வழியால்) இரு சமகூறுக்குக. V. S. L. C.......1931

ட

1. 35°, 50°, 90°, 127°, 175°, கொண்ட கோணங்கள் வரைக. ஒவ்வொன்றின் தன்மையையுங் கூறுக.

2. AB என்னும் ரேகையின்மேல் OC என்னும் ரேகை 33° கோணமமைய ஒரு பக்கம் சாய்ந்து நிற்கின்றது. எஞ்சியகோணத்தின் அளவைக் கணக்கிட்டறிக.

3. இரு நேர் ரேகைகள் ஒன்றையொன்று குறுக்கே வெட்டும்போது ஒரு கோணம் 33 பாகை உடையது. எஞ்சிய கோணங்களின் அளவுகள் யாவை? ஏன்?

4. 3·8 அங். நீளமுடைய ஒரு ரேகை கீறி அதன் மத்திய புள்ளியை அடிமட்டத்தை உபயோகிக்காது செய்கை வழியாற் காண்க.

5. AB = 35 அங்., $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 60^\circ$ என அமைய ஒரு முக்கோணம் வரைக. எஞ்சிய கோணத்தினதும், புயங்களினதும் அளவுகளைக் காண்க. இது எவ்வின முக்கோணம்?

6. AB என்னுங் கோட்டுக்குச் சமாந்தரமாக CD என்னும் கோட்டைக் கீறுக. என்ன கருவிகள் பிரயோகிக்கப்படலாம்? V. S. L. C.

ஜ

1. பின்வருவனவற்றைச் செய்கை வழியால் இரு சமபங்குகளாக்கும் விதத்தைப் படங்களில் தெளிவாய்க்காட்டுக.
   (i) 40° கொண்ட ABC கோணம்,
   (ii) 120° கொண்ட XYZ கோணம்,
   (iii) 7·5 செ. மீ. நீளமுடைய ABC ரேகை.

2. AB என்னும் ரேகைக்குச் சமாந்தரமாய் 2 அங். தூரத்தில் XY ரேகையைக் கீறுக.

3. $AB = 3$ அங்., $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 70^\circ$ என அமைய ஒரு முக்கோணம் வரைக.

4. இரு சமாந்தர ரேகைகளை இன்னொர் நேர்ரேகை குறுக்கே வெட்டுவதாலமையும் கோணங்களின் தன்மைகளைச் சுருக்கமாய்க் கூறுக.

5. ஒரு வட்டம் கீறி அதில் பின்வரும் பகுதிகளைக் குறித்துக் காட்டுக. (i) விட்டம் (ii) ஆரை (iii) நாண்.

6. முக்கோணங்களின் சர்வசமத்துவமென்பது யாது? இரு முக்கோணங்கள் சர்வசமமாவதற்குரிய நிபந்தனைகளுள் மூன்றைச் சுருக்கமாகக் கூறுக. **V. S. L. C.**

ந

1. கீழே தரப்பட்டிருக்கும் கோணங்களுக்குச் சமமாய் வேறு இரு கோணங்கள் கோணமானியை உபயோகிக்காது வரைக.

2. நேர்கோண முக்கோணம், விரிகோண முக்கோணம் ஒவ்வொன்றையும் காட்ட ஒவ்வோர் படங்கீறுக.

3. பின்வரும் தேற்ற உண்மைகளைப் பூரணப்படுத்துக.

(i) இரு நேர்ரேகைகள் ஒன்றை ஒன்று குறுக்கே வெட்டும்போது..............

(ii) ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களினதும் கூட்டுத்தொகை..............

(iii) இரு நேர்கோண முக்கோணங்கள் சர்வசமமாவதற்கு ஒரு நேர்கோண முக்கோணத்தின் கன்னக்கோடும் (செம்பக்கமும்) .... முறையே இன்னேர் நேர்கோண முக்கோணத்தின் .... இன்னேர் புயத்துக்கும் சமமாய் இருத்தல்வேண்டும்.

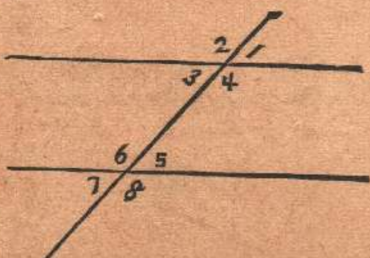
4. $60°$, $90°$, $45°$, $30°$ உடைய கோணங்களைக் கோணமானியை உபயோகிக்காது வரைந்து காட்டுக.

5. சதுரம், செவ்வகம், சாய்சதுரம், சரிவகம், இணைகரம் ஒவ்வொன்றின் தன்மைகளையும் சுருக்கமாய்க்கூறுக. இயலுமானவரை ஒவ்வோர் படமுங் கீறிக் காட்டுக.

6. ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களைச் சமபாதியாக்கும் ரேகைகள் ஒரு புள்ளியிலேயே சந்திக்கும் என்பதைச் சரியாகக் கீறுக. E. S. L. C.

சா

1. பக்கத்தில் தரப்பட்டிருக்கும் 1 என்னும் இலக்கமுடைய கோணத்துக்குச் சமமான கோணங்களின் இலக்கங்களையும், 2 என்னும் இலக்கமுடைய கோணத்துக்குச் சமமான இலக்கங்களையும் இரு நிரைகளிலெழுதுக.



2. படத்தில் காட்டப்பட்ட மாதிரியான ஒரு இருசமபக்க முக்கோணத்தில் உச்சக் கோணம் $20°$ உடையது. (a) ஒரு முக்கோணத்தில் மூன்று கோணங்களினதும் கூட்டுத்தொகை இரு செங்கோணங்களுக்குச் சமன். (b) ஒரு இருசமபுய முக்கோணத்தில் சமபுயங்களுக் கெதிரேயுள்ள கோணங்களும் சமன் என்னுந் தேற்ற உண்மைகளை உபயோகித்துப் பீடக்கோணங்கள் ஒவ்வொன்றினதும் அளவுகளைக் கணக்கிட்டறிக.

3. AB என்னும் ரேகைக்கு வெளியேயுள்ள C என்னும் புள்ளிக்கூடாக AB க்குச் சமாந்தரமாக ஒரு ரேகை கீறுக.

4. 4·8 அங். நீளமுடைய ஒரு ரேகைகீறி இதனைக் க்ஷேத்திர கணித முறைப்படி நாலு சமகூறுகளாக்குக. ஒரு கூற்றினது நீளம் யாது?

5. ABC என்னும் ஒரு பெரிய முக்கோணம் வரைக. AB யின் மத்திய புள்ளியை X எனவும், AC யின் மத்திய புள்ளியை Y எனவும் குறிக்க. XY ஐ இணைக்குக. பின் வருவனவற்றை நிரப்புக.

(அ) BC = ... இன் இரு மடங்கு
(ஆ) $\angle AYX = \angle ...$
(இ) $\angle CBX + \angle BXY = ...$ பாகை

6. மணி ஒன்றிற்கு 18 மைலும், 24 மைலுமாகச் செல்லு மிரு மோட்டார் வண்டிகள் ஓர் இடத்திலிருந்து புறப்பட்டு ஒன்றற்கொன்று செங்கோணமாயமைந்த இரு வீதிகளிற் போனால் அரைமணி முடிவில் அவற்றின் இடைத்தூரம் இன்னதென்று அளவு முறைப்படி படம்வரைந்து காண்க. J. S. C.......1933

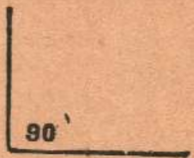
அநுபந்தம்

வடிவங்களும்
கிரியை முறைகளும்

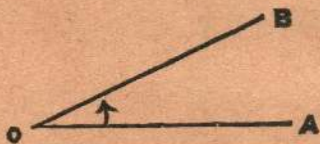
1. வடிவங்கள்

ரேகை

கோணம்



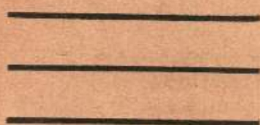
நேர்கோணம்



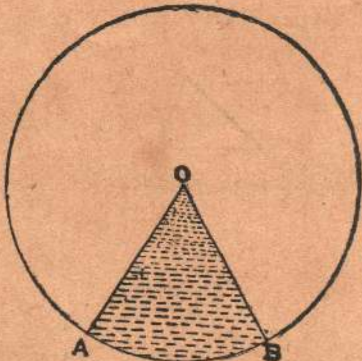
குறுங்கோணம்

விரிகோணம்

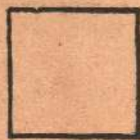
லம்பம்



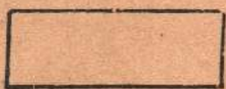
சமாந்தரம்



வட்டம்



சதுரம்

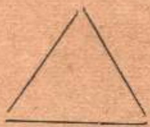


நீள்சதுரம்
அல்லது
செவ்வகம்

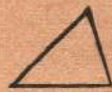
சமாந்தரசதுர்ப்புசம்
அல்லது
இணைகரம்

துல்வியசதுர்ப்புசம்
அல்லது
சாய்சதுரம்

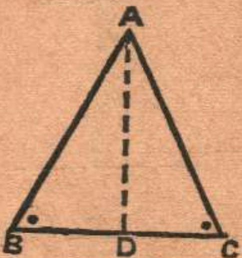
திறப்பீசியம்
அல்லது
சரிவகம்



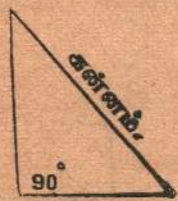
முக்கோணம்



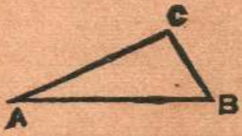
குறுங்கோண முக்கோணம்



துவிசமபுயமுக்கோணம்
அல்லது
இருசம பக்க முக்கோணம்



நேர்கோணமுக்கோணம்
அல்லது
செங்கோண முக்கோணம்



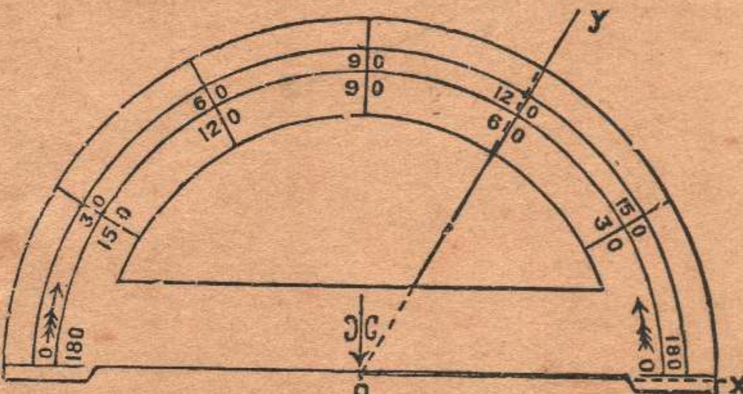
நேர்கோணமுக்கோணம்

சமபுயமுக்கோணம்
அல்லது
சமபக்க முக்கோணம்

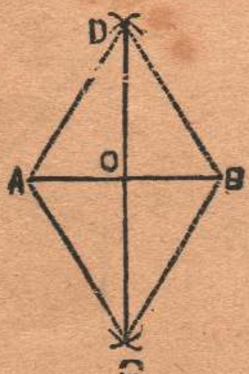
உ. கிரியை முறைகள்

1. அளவுக்கு ரேகை வெட்டல் (பக்கம் 25)

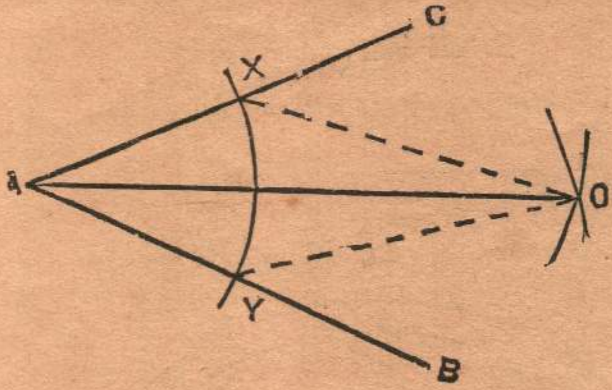
2. கோணம் அளத்தல், வரைதல் (பக்கம் 5)



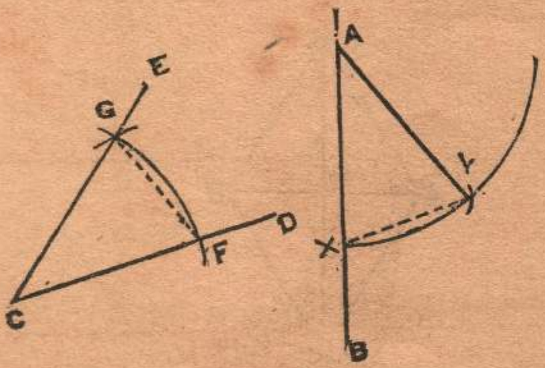
3. ரேகை சமபாதியாக்கல் (பக்கம் 29)



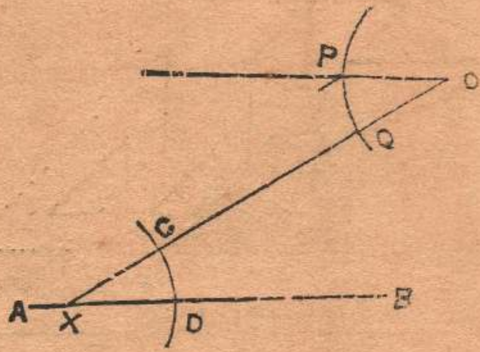
4. கோணம் சமபாதியாக்கல் (பக்கம் 26)



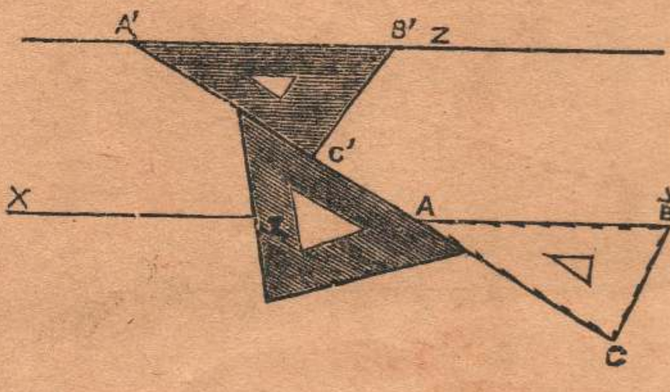
5. சமகோணம் அமைத்தல் (பக்கம் 39)



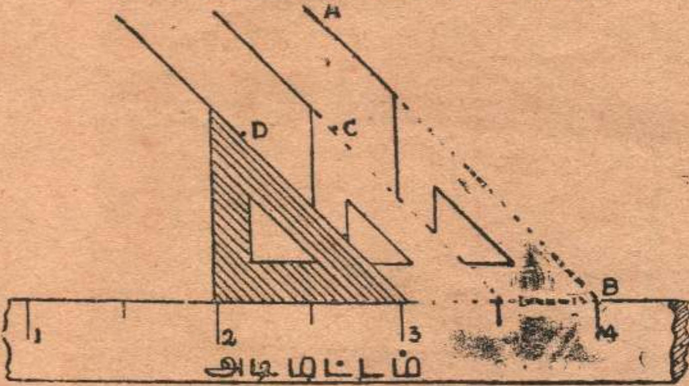
6. A. சமாந்தரம் கிறல் (பக்கம் 41)



6. B. சமாந்தரம் கிறல் (பக்கம் 42)

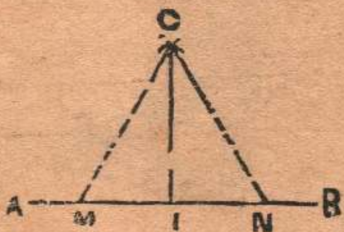


6. C. சமாந்தரம் கீறல் (பக்கம் 43)

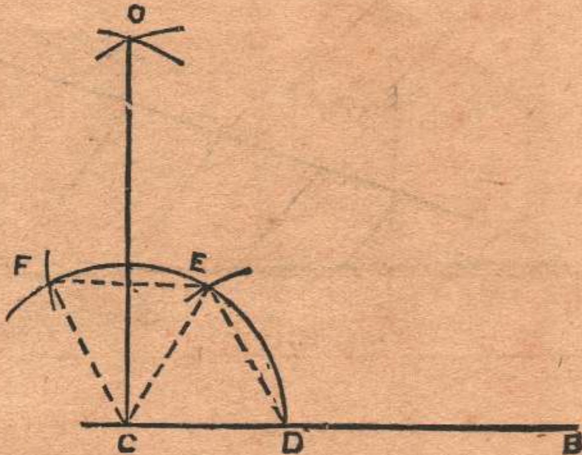


6. D. சமாந்தரம் கீறல் (பக்கம் 44)

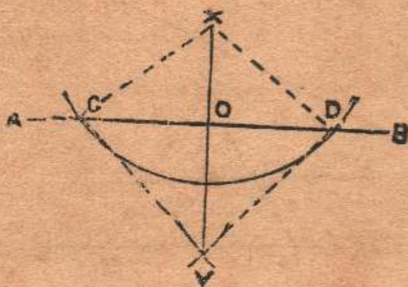
7. A. லம்பம் (செங்குத்து) கீறல் (பக்கம் 47)



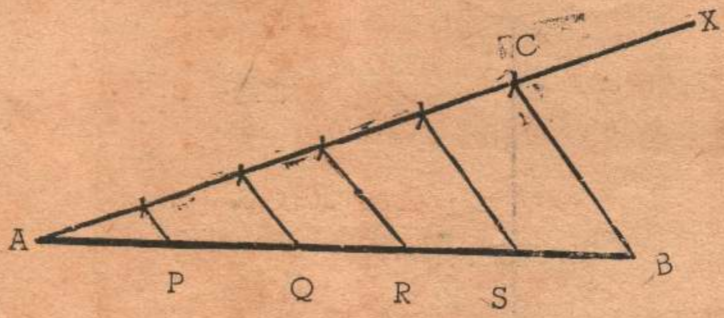
7. B. லம்பம் (செங்குத்து) கீறல் (பக்கம் 48)



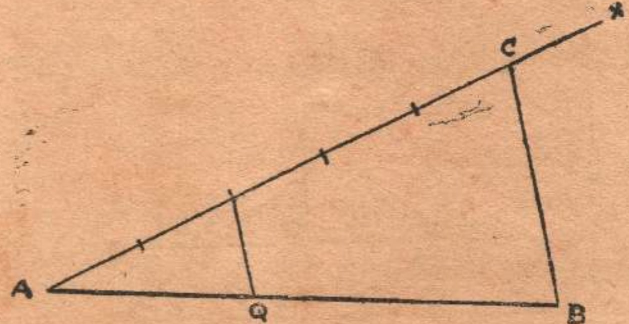
7. C. லம்பம் (செங்குத்து) கீறல் (பக்கம் 50)



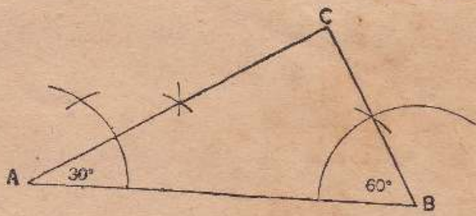
8. A. ரேகை சம கூறுக்கல் (பக்கம் 53)



8. B ரேகை விகிதப்படி கூறுக்கல் (பக்கம் 54)

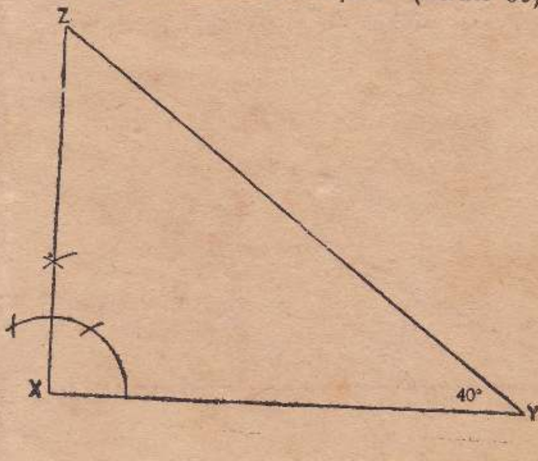


9. A. முக்கோணம் வரைதல் (பக்கம் 58)



9. B. முக்கோணம் வரைதல் (பக்கம் 59)

9. C. முக்கோணம் வரைதல் (பக்கம் 60)



திரு. வே. சிவக்கொழுந்து

அவர்களியற்றிய

உயரிய பாடப் புத்தகங்கள்

TAMIL TEXTS 1960 - 1963

1. புதிய பாடத்திட்டக் கணிதம்
   2 முதல் 7 வரை (Approved)
2. பாடிகணிதம் அல்லது எண்கணிதம்
   6 முதல் G. C. E. Prep வகுப்புகட்கு (Approved)
3. உயர்தர எண் கணிதம்
   J. S. C., G. C. E. வகுப்புகட்கு (Approved)
4. மனக்கணித விரைவுப் பயிற்சி
   2, 3, 4, 5, 6, 7-ம் வகுப்புகட்கு
5. சூழல் அல்லது சமூகக்கல்வி
   2, 3, 4, 5 ம் வகுப்புகட்கு
6. பூமிசாஸ்திரம்
   2, 3, 4, 5, 6, 7-ம் வகுப்புகட்கு
7. உலக பூமிசாஸ்திர விளக்கம்
   பகுதி 1, பகுதி 2, பகுதி 1.2.
   8, J. S. C, G, C, E வகுப்புகட்கு
8. தமிழ் அக்ஷரக்கணிதம் பகுதி 1-2.
   6 முதல் G, C, E Prep வகுப்புகட்கு (Approved)
9. தமிழ் க்ஷேத்திர கணிதம் (புதிய பதிப்பு)
   பகுதி 1, பகுதி 1-2.
   6 முதல் G. C. E Prep வகுப்புகட்கு
10. உயர்தர அக்ஷரகணிதம்
    J. S. C., G. C. E வகுப்புகட்கு (Approved)
11. இலங்கைச் சரித்திர விளக்கம் 1500—1957
    A. விஜயன் விக்ரோறியா B. A எழுதியது
    G C E Prep - G C E வகுப்புகட்கு (Approved)

பிரசுரம் :

வடலங்கா புத்தகசாலை, பருத்தித்துறை

கிளை: 199, கே. கே. எஸ். வீதி, யாழ்ப்பாணம்.