தமிழ்நாடு அரசு

கணக்கு

ஆறாம் வகுப்பு

தீண்டாமை
மனிதநேயமற்ற செயல் – பெருங்குற்றம்

பள்ளிக்கல்வித்துறை

தமிழ் நாடு அரசு இலவசப் பாடநூல் வழங்கும்
திட்டத்தின் கீழ் வெளியிடப்பட்டது

(விற்பனைக்கு அன்று)

© தமிழ்நாடு அரசு
முதல்பதிப்பு : 2010
மறுபதிப்பு : 2011

(சமச்சீர்க்கல்வி - பொதுப் பாடத்திட்டத்தின்கீழ் வெளியிடப்பட்ட நூல்)

பாடநூல் குழு

ப. இராமலிங்கம், முதுநிலை விரிவுரையாளர், மாவட்ட ஆசிரியர் கல்வி பயிற்சி நிறுவனம், கீழ்ப்பென்னாத்தூர்.

கோ. சின்னமணி, தலைமை ஆசிரியர், பருவதராஜ குருகுல மேனிலைப்பள்ளி, காட்டுமன்னார்கோயில், கடலூர்.

கா. பாலசுப்ரமணியன், முதுகலை ஆசிரியர், நகரவை ஆண்கள் மேனிலைப்பள்ளி, கோபிசெட்டிபாளையம், ஈரோடு.

கோவி. பழனி, முதுகலை ஆசிரியர், அரசு மேனிலைப்பள்ளி (ஆ.தி.ந), நாகல்கேணி, காஞ்சிபுரம்.

ச. ஜான் சேவியர் தங்கராஜ், சிறுமலர் பதின்மப் பள்ளி, குன்றத்தூர், காஞ்சிபுரம்.

அ. அந்தோணி சேவியர்ராஜ், பட்டதாரி ஆசிரியர், புனித சவேரியார் மேனிலைப்பள்ளி, பாளையங்கோட்டை.

சோ. கணபதி, பட்டதாரி ஆசிரியர், மாநகராட்சி மேனிலைப்பள்ளி, கொல்லம்பாளையம், ஈரோடு.

ம. செல்லமுத்து, பட்டதாரி ஆசிரியர், அரசு உயர்நிலைப்பள்ளி, கூனிப்பாளையம், திருவள்ளூர்.

ம. கோ. திரிலோகச்சந்திரன், பட்டதாரி ஆசிரியர், க. மு. ந. சகோதரர்கள் ந. உ.நி. பள்ளி, திருவள்ளூர்.

ச. ஷீலா ராஜேஸ்வரி, பட்டதாரி ஆசிரியை, சேக்கிழார் அரசு ஆண்கள் மேனிலைப்பள்ளி, குன்றத்தூர், காஞ்சிபுரம்.

அ. வெண்ணிலா, பட்டதாரி ஆசிரியை, அரசு பெண்கள் மேல்நிலைப்பள்ளி, வந்தவாசி, திருவண்ணாமலை.

வல்லுநர் குழு

முனைவர் ஆர். ராமானுஜம், பேராசிரியர், இந்திய கணிதவியல் நிறுவனம், சென்னை.

முனைவர் அ. ரவிசங்கர், கௌரவத் துணைப் பேராசிரியர், இந்திய தொழில்நுட்ப நிறுவனம், சென்னை.

மேலாய்வுக் குழு

வா. ஆ. சிவஞானம், மேனாள் இயக்குநர், பள்ளிக்கல்வித் துறை.

டி.எம். சௌந்தரராஜன், தலைமை ஆசிரியர், ஸ்ரீ அகோபில மடம் ஓரியண்டல் மேனிலைப்பள்ளி, சென்னை.

அட்டை வடிவமைப்பு : **ட்ராட்ஸ்கி மருது** கணினி அச்சு : **மு. விஜயசாரதி** வடிவமைப்பு : **பி.கே.ராம்குமார்**

பாடநூல் உருவாக்கம்

ஆசிரியர் கல்வி ஆராய்ச்சி மற்றும் பயிற்சி இயக்ககம்,
கல்லூரிச் சாலை, சென்னை – 600 006.

நூல் அச்சாக்கம்

தமிழ்நாட்டுப் பாடநூல் கழகம்,
கல்லூரிச் சாலை, சென்னை – 600 006.

விலை : ரூ.

இந்நூல் 80 ஜி. எஸ். எம். மேப்லித்தோ தாளில் அச்சிடப்பட்டுள்ளது.

ஆப்செட் முறையில் அச்சிட்டோர் :

பொருளடக்கம்

அலகுகள்	பாடப்பொருள்	பக்கம்
I	எண்ணியல்	
	1. இயல் எண்கள், குறையற்ற முழு எண்கள்	1
	2. வகுத்திகள், காரணிகள்	9
	3. பின்னங்கள், தசம எண்கள்	28
	4. முழு எண்கள்	54
II	இயற்கணிதம்	
	5. மாறிலிகள், மாறிகள், கோவைகள், சமன்பாடுகள்	65
III	அன்றாடக் கணிதம்	
	6. விகிதம், விகிதசமம், நேர்விகிதம்	77
IV	அளவைகள்	
	7. மெட்ரிக் அளவைகள்	86
	8. கால அளவைகள்	91
	9. சுற்றளவு, பரப்பளவு	99
V	வடிவியல்	
	10. புள்ளி, கோடு, கோட்டுத்துண்டு, தளம்	110
	11. கோணங்கள், முக்கோணங்கள்	118
	12. செய்முறை வடிவியல்	129
VI	புள்ளியியல்	
	13. புள்ளி விவரங்களைக் கையாளுதல்	138
	விடைகள்	150

1. இயல் எண்கள், குறையற்ற முழு எண்கள்
(Natural and Whole Numbers)

1.1 இயல் எண்கள் – மீள்பார்வை

பள்ளியில் ஒரு வகுப்பறை. அங்கென்ன கூச்சல் ? அருகில் சென்று கேட்போமா ?

"நூறு", "நூற்றுப்பத்து", "இருநூற்றுப் பத்து", "இருநூற்று இருபது", "இருநூற்று ஐம்பது", "முந்நூறு". "ஐந்நூறு". "ஆயிரம்".

ஏன்இப்படி எண்களைச் சொல்லிக் கொண்டிருக்கிறார்கள் ? இது என்ன வரிசை ?

அது ஒரு விளையாட்டு. ஒருவர் ஓர் எண்ணைச் சொல்ல, அடுத்தவர் அதைவிடப் பெரிய எண்ணைச் சொல்ல வேண்டும். யார் எல்லாவற்றையும்விடப் பெரிய்.........ய எண்ணைச் சொல்கிறாரோ அவருக்கே வெற்றி. மீண்டும் கவனித்துக் கேட்போமா ?

"பத்தாயிரம்". "இருபதாயிரம்". "ஐம்பதாயிரம்". "லட்சம்". "பத்து லட்சம்".

நீங்களும் விளையாடிப் பாருங்களேன்.

"கோடி". "ஆயிரம் கோடி". "லட்சம் கோடி". "கோடி கோடி".

"கோடி கோடி கோடி". "கோடி கோடி கோடி கோடி கோடி . . .".

எல்லாக் குழந்தைகளும் ஒரே குரலாகக் "கோடி கோடி கோடி..." என்று கத்துகிறார்கள். எல்லாருமே விளையாட்டில் வெற்றி பெற்றவர்களாக அறிவிக்கப்படுகின்றனர். இந்த விளையாட்டில் யாராவது தோல்வி அடைய முடியுமா ? எவராவது "நான்தான் ஜெயிப்பேன்" என்று உறுதி கூற முடியுமா ?

ஏறு வரிசையில் எண்களுக்கு முடிவேயில்லை.

யார் எந்த எண்ணைச் சொன்னாலும் அதைவிடப் பெரிய எண்ணைச் சொல்வது மிக எளிது. நீங்கள் "இருபது" என்றால், நான் "இருபத்து ஒன்று" என்று சொல்ல முடியும். நான் "நூறு" என்றால், நீங்கள் "இருநூறு" எனலாம்.

முன்னி	எண்	தொடரி
999	1000	1001
54	55	56

நாம் "முன்னி", "தொடரி" என்ற பெயர்களை அறிவோம்.

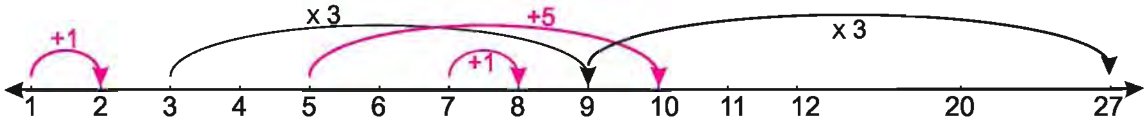
எந்த ஓர் எண்ணையும்விட அதன் தொடரி பெரியது. அதுவே இந்த விளையாட்டை எடுத்துச் செல்ல இயலும்.

ஆனால், தொடரி மூலம் செல்வது அதிக நேரம் பிடிக்கும். கூட்டலும், பெருக்கலும் கொண்டு வேகமாகச் செல்லலாம்.

"நூறு". "நூற்றுப் பத்து". "நூற்று ஐம்பது"- இது கூட்டல்.

"நூறு". "இருநூறு". "ஐந்நூறு"- இது பெருக்கல்.

எந்த ஓர் இயல் எண்ணையும் வேறு இயல் எண்ணுடன் கூட்டும்போதோ அல்லது பெருக்கும் போதோ இன்னும் ஒரு பெரிய எண் கிடைக்கும். நமக்குத்தான் எண்கோடு தெரியுமே ?



பயிற்சி 1.1

1 பின்வரும் எண்களைவிடப் பெரிய எண் ஒன்றையும், சிறிய எண் ஒன்றையும் கூறவும்.

(i) பத்தாயிரம் (ii) இருபத்து மூன்று (iii) இருபது லட்சம் (iv) மூன்று கோடி (v) நூறு

2 பின் வரும் எண்களை ஏறுவரிசை, இறங்கு வரிசையில் எழுதவும்.

(i) பத்து லட்சம், இருபது கோடி, முப்பதாயிரம், நானூறு, எட்டாயிரம்.

(ii) 8888 , 55555 , 23456 , 99 , 1111111

1.2 சிறிய எண்கள்

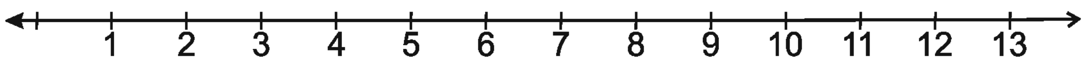
பெரிய எண்களைப்போலச் "சிறிய எண்கள்" மூலம் விளையாடலாமா ? நான் ஓர் எண்ணைச் சொல்ல நீங்கள் அதைவிடச் சிறிய எண் சொல்லவேண்டும். யார் மிகச்சிறிய எண்ணைச் சொல்கிறார்களோ அவருக்கே வெற்றி. விளையாடிப் பார்ப்போமா ? இது சுவையான விளையாட்டு.

“ஆயிரம்”, “ஐந்நூறு”, “நூறு”, “ஐம்பது” , “நாற்பது.”

“பூச்சியம்”, “பூச்சியம்”, “பூச்சியம்”.

“நான்தான் முதலில் சொன்னேன்”. “இல்லை இல்லை, நான்தான் முதலில் சொன்னேன்”.

ஒன்று நிச்சயம் தெளிவு. இந்த விளையாட்டில் வெல்லுவது மிகமிக எளிது. “பூச்சியம்” என்றவுடனே விளையாட்டு நின்று விடும்.



இவ்விளையாட்டிலும் சிலவற்றை முன்போல் காணலாம். பூச்சியத்தைத் தவிர எல்லா எண்ணுக்கும் முன்னி உண்டு. எந்த ஓர் எண்ணையும் விட அதன் முன்னி சிறியது. எந்த ஓர் எண்ணிலிருந்தும் ஒரு சிறிய எண்ணைக் கழித்தால் முன்னதைவிடச் சிறியதே கிடைக்கும்.

எண்ணிக்கைகளை இயல்பாக 1,2,3,... என்று எண்ணுகிறோம். ஆகவே, இந்த எண்களை **இயல் எண்கள்** என்று அழைக்கிறோம். பூச்சியம் என்பது எதுவும் எண்ணுவதற்கு இருக்காத தன்மை. கழித்தலின் விளைவாக இயல் எண்களுடன் பூச்சியமும் சேருகிறது. 0, 1, 2, 3, 4,... என்று சேர்ந்த எண்கள் **குறையற்ற முழு எண்கள்** எனப்படுகின்றன.

கணிதத்தில் இவை மீண்டும்மீண்டும் இடம்பெறுவதால் அவற்றிற்குக் குறிப்பிட்ட பெயரும் வடிவமும் தரப்பட்டுள்ளன.

மிகப்பெரிய எண்கள் விளையாட்டில் மட்டுமல்ல, நம்மைச் சுற்றிப் பலப்பல இடங்களிலும் காணப்படுகின்றன. இவையெல்லாம் "எண்ணிலடங்காதவை" என்று யாராவது சொன்னால், அது சரியில்லை. நிச்சயம் இவை குறிப்பிட்ட எண்ணிக்கையே, ஆனால், மிகமிகப் பெரிய எண்களாகும். நம்மால் எண்ணுவது கடினம்.

இயல் எண்கள் (Natural numbers) அல்லது எண்ணும் எண்கள் (Counting numbers) அல்லது மிகை முழு எண்கள் (Positive integers) N = {1, 2, 3, 4,…}

குறையற்ற முழு எண்கள் (Whole numbers) W = {0, 1, 2, 3, 4,…}
குறிப்பு: குறையற்ற முழு எண்களை நிறைவெண்கள் என்றும் குறிப்பிடலாம்.

பயிற்சி 1.2

1 கீழ்க்காணும் வரிசையை இறுதிவரை பூர்த்தி செய்யவும்.

கோடி, பத்து லட்சம், லட்சம், ...

2 கீழ்க்காணும் வரிசைக்கு முடிவுண்டா ?

ஆயிரம், பத்தாயிரம், லட்சம்,...

3 கீழ்க்காணும் வரிசைக்கு முடிவுண்டா ?

(i) பத்தாயிரம், இருபதாயிரம்,... (ii) தொண்ணூறாயிரம், லட்சம்,..

(iii) தொண்ணூறாயிரம், எண்பதாயிரம்,...

1.3 அதிக இலக்கங்கள் உடைய எண்கள்

உங்கள் வீட்டின் அருகே ஒரு வேப்ப மரம் உள்ளது. அதில் எத்தனை இலைகள் உள்ளன ? உங்களால் எண்ண முடியுமா ? இந்த எண்ணிக்கை ஆயிரக் கணக்கிலா, லட்சக் கணக்கிலா ? இதைத் துல்லியமாக “இத்தனை இலைகள்” என்று எண்ணுவது கடினம். ஆனால், தோராயமாக எத்தனை இருக்கும், ஆயிரக் கணக்கிலா, லட்சக் கணக்கிலா என்று கூறுவது எளிதானதே.

இப்படத்தைப் பாருங்கள். இங்குள்ள மரத்தில் ஒன்பது பெரிய கிளைகள் உள்ளன என்க. ஒவ்வொரு பெரிய கிளையிலும் ஐந்து சிறிய கிளைகள் உள்ளன என்க. ஒரு சிறிய கிளையை ஒடித்து அதில் எத்தனை இலைகள் என்று நேரடியாய் எண்ணுவோம். எண்ணும்போது கிடைப்பது 48 இலைகள் என்க.

9 பெரிய கிளைகள், ஒவ்வொன்றிலும் 5 சிறிய கிளைகள். ஆக மொத்தம் 9 x 5 = 45 சிறிய கிளைகள். சில பெரிய கிளைகளில் 5க்கும் அதிகமான சிறிய கிளைகள் உள்ளன. ஆக, கிட்டத்தட்ட 50 சிறிய கிளைகள் என்று மதிப்பிடுவோம். ஒன்றில் 48 இலைகள். மொத்தம் 50 x 48= 2400.

ஆக, மரத்தில் 2,000 க்கு மேற்பட்ட இலைகள் இருக்கின்றன எனலாம். உண்மையில் 4000 கூட இருக்கலாம். 8000 – ஆகவும் இருக்கலாம், ஆனால், நிச்சயம் லட்சக் கணக்கில் இல்லை.

						பூச்சியங்கள்
10	ஒன்றுகள்	=	1 பத்து	=	10	1
10	பத்துகள்	=	1 நூறு	=	100	2
10	நூறுகள்	=	1 ஆயிரம்	=	1,000	3
10	ஆயிரம்	=	1 பத்தாயிரம்	=	10,000	4
10	பத்தாயிரம்	=	1 லட்சம்	=	1,00,000	5
10	லட்சம்	=	1 மில்லியன்	=	10,00,000	6
100	லட்சம்	=	1 கோடி (10மில்லியன்)	=	1,00,00,000	7

ஒரு லட்சம் என்பது ஒன்றுக்குப் பிறகு 5 பூச்சியங்களைக் கொண்டது. ஒரு கோடி என்பது ஒன்றுக்குப் பிறகு 7 பூச்சியங்கள் கொண்டது. 10 கோடி என்பது ஒன்றுக்குப் பிறகு 8 பூச்சியங்கள் கொண்டது. ஆயிரம் கோடி என்பது ஒன்றுக்குப் பிறகு 10 பூச்சியங்கள் கொண்டது.

ஆக, பெரிய எண்களில் நிறைய இலக்கங்கள் உண்டு. ஒரு கோடியில் எத்தனை இலக்கங்கள் உள்ளன ? எட்டு இலக்கங்கள் உள்ளன. ஒரு லட்சத்தில் ? ஆறு இலக்கங்கள். ஓர் ஆயிரத்தில் ? நான்கு இலக்கங்கள்.

இதெல்லாம் சரிதான். ஏன் இந்தக் காற்புள்ளி எல்லாம் ? ஒரு லட்சத்தை 100000 என்று எழுதினால் எத்தனை பூச்சியங்கள் என்று எண்ணுவது கடினம், அதற்காகவே கீழ்க்கண்டவாறு எழுதுவது நம் வழக்கம்.

நம் நாட்டில்		உலகளவில்		
பத்தாயிரம்	= 10,000	பத்தாயிரம்		= 10,000
ஒரு லட்சம்	= 1,00,000	ஒரு லட்சம்	= நூறாயிரம்	= 100,000
பத்து லட்சம்	= 10,00,000	பத்து லட்சம்	= ஒரு மில்லியன்	= 1,000,000
ஒரு கோடி	= 1,00,00,000	ஒரு கோடி	= பத்து மில்லியன்	= 10,000,000
நூறு கோடி	= 1,00,00,00,000	நூறு கோடி	= ஒரு பில்லியன்	= 1,000,000,000

பயிற்சி 1.3

1. அருகிலுள்ள மாமரம், வேப்ப மரம் அல்லது புளிய மரத்தில் எத்தனை இலைகள் உள்ளன என்று குழுவாக விவாதித்து மதிப்பிடவும்.
2. ஒரு லட்சத்தில் எத்தனை ஆயிரங்கள் உள்ளன ?, அதேபோல் எத்தனை நூறுகள், எத்தனை பத்துகள், எத்தனை ஒன்றுகள் உள்ளன என்றும் கூறவும்.
3. ஒரு கோடியில் எத்தனை லட்சங்கள், எத்தனை ஆயிரங்கள் உள்ளன ?
4. ஒரு தொழிற்சாலையில் ஆயிரத்துக்கு மேற்பட்ட எண்ணிக்கையில் தொழிலாளர்கள் உள்ளனர். ஒவ்வொருவருக்கும் ரூபாய் 1000 ஊக்கத்தொகை வழங்கவேண்டுமானால், குறைந்தபட்சம் எவ்வளவு பணம் தேவைப்படும் ?
5. விடை காண்க.

   (i) 6 x 6 = ; 6 x 6 x 6 = ; 6 x 6 x 6 x 6 =

   (ii) 10 x 10 = ; 100 x 100 = ; 10,000 x 10,000 =
6. பின்வருவனவற்றில் எது பெரியது, எது சிறியது என்பதனை '>' அல்லது '<' என்ற குறியீடுகள் மூலம் காட்டவும் : எண்பதாயிரம், பத்தாயிரம், இருபதாயிரம்.

1.4 எண்களைக் குறிக்கும் முறை

பெரிய எண்கள் எப்படியெல்லாம் இருக்கும் ?

1 2 3 4 5 6 7 என்பது 12, 34, 567 என்று எழுதியவுடன் 12 லட்சத்து 34 ஆயிரத்து 567 என்று புரிகிறது.

12345678 என்ற எண் 1,23,45,678 என்று பிரித்தவுடன் 1 கோடியே, 23 லட்சத்து, 45 ஆயிரத்து, 678 என்பது தெளிவாகிறது. சில எண்களை முயன்று பார்ப்போமா ?

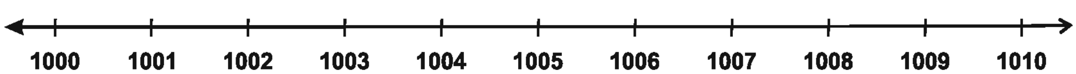
6	ஆறு
66	அறுபத்தாறு
666	அறுநூற்று அறுபத்தாறு
6,666	ஆறாயிரத்து அறுநூற்று அறுபத்தாறு
66,666	அறுபத்தாறாயிரத்து அறுநூற்று அறுபத்தாறு
6,66,666	ஆறு லட்சத்து அறுபத்தாறாயிரத்து அறுநூற்று அறுபத்தாறு
1,001	ஆயிரத்து ஒன்று
10,011	பத்தாயிரத்துப் பதினொன்று
1,10,101	ஒரு லட்சத்துப் பத்தாயிரத்து நூற்றொன்று

1 . 5 எண்களில் செயல்பாடுகள்

எண்களைப்பற்றி நமக்கு எத்தனையோ தெரியும். அதெல்லாமே எல்லா எண்களுக்கும் பொருந்துமா ? ஆம். எவ்வளவு பெரிய எண்ணாக இருந்தாலும், எவ்வளவு சிறிய எண்ணாக இருந்தாலும் அது எண்தான், பிற எண்களைப் போன்ற தன்மைகள் கொண்டதுதான்.

முன்னி	எண்	தொடரி
99, 999	1,00,000	1,00,001
1,10,004	1,10,005	1,10,006
2,27,226	2,27,227	2,27,228
5,55,499	5,55,500	5,55,501

எண்கோடு



1.5.1 கூட்டல்

1,10,110	1,10,110	1,10,110	1,1 0,110
+ 90	+ 990	+ 9,990	+ 99,990
1,10,200	1,11,100	1, 20,100	2,10, 100

1.5.2 கழித்தல்

1,10,110	1,10,110	1,10,110	1,10,110
− 90	− 990	− 9,990	− 99,990
1,10,020	1,09,120	1,00,120	10,120

1.5.3 பெருக்கல்

5 லட்சம் x 6 = 30 லட்சம்

22 லட்சம் x 12 = (22 x 12) லட்சம் = 264 லட்சம்

1,00,005 x 5 = (1 லட்சம் + 5) x 5 = 5 லட்சத்து 25

1,23,456 x 5 = ?

1,23,456 x 15 = ?

$$\begin{array}{r} 1,23,456 \\ \times \quad 5 \\ \hline 6,17,280 \\ \hline \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 1,23,456 \\ \times \quad 15 \\ \hline 617280 \\ 123456 \\ \hline 18,51,840 \\ \hline \end{array}$$

இவ்வாறு நமக்குப் பழக்கமான முறையிலேயே பெருக்கலாம். ஆனால், சற்றுக் கடினமானது. மேலும் கீழும் சரியான எண்களை எழுதியிருக்கிறோமா என்று சரிபார்ப்பதுதான் கடினம். வரிசையாகப் பல எண்களை எழுதும்போதும் கூட்டும்போதும் கவனமாயிருப்பது அவசியம்.

இங்கு முக்கியமானது இடமதிப்பு. நமக்கு 456 – இல் 4–இன் இடமதிப்பு நூறு என்று தெரியும்.

23,456–இல் 2–இன் இடமதிப்பு பத்தாயிரம் ஆகும்.

1,23,456 – இல் 1–இன் இடமதிப்பு லட்சம் ஆகும்.

ஆக 1,23,456 – ஐ 5–ஆல் பெருக்கும் போது விடை எதுவானாலும் 5 லட்சத்துக்குமேல் என்றறிவோம்.

1.5.4. வகுத்தல்

98,76,543 ÷ 3 = ?

தொடர் கழித்தல் வழிமுறையைக்
கொண்டு விடையை 32,92,181 என்று எழுதலாம்.

வகுத்தல் முறை எந்த எண்ணுக்கும் பொருந்தும்.
இலக்கங்கள் அதிகமாகி,
வகுத்தல் செய்யும்போது கவனம் சிதறும். பிழைகள் ஏற்படும்.
கடினமே தவிர வழிமுறை எளிமையானதுதான்.

பெரிய எண்களைக்கொண்டு வகுக்கும்போது
எப்படி மதிப்பு காண்பது என்று பார்க்கலாம்.

```
         3 2 9 2 1 8 1
       ______________
3)       9 8, 7 6, 5 4 3
         9
         ___
           8
           6
           ___
           2 7
           2 7
           ___
             0 6
               6
             ___
               0 5
                 3
               ___
                 2 4
                 2 4
                 ___
                   0 3
                     3
                   ___
                     0
```

32,32,032 ÷ 16 = ?

இதை (32 லட்சம் + 32 ஆயிரம் + 32) ÷ 16 என்று உணர்ந்தால்,

32 லட்சம் ÷ 16 = 2 லட்சம், 32 ஆயிரம் ÷ 16 = 2 ஆயிரம், 32 ÷ 16 = 2 என்று பிரித்து,

2 லட்சத்து 2 ஆயிரத்து இரண்டு, ஆக 2,02,002 எனலாம்.

18 லட்சம் ÷ 9 = 2 லட்சம்

18 லட்சம் ÷ 9 லட்சம் = 2

18 லட்சம் ÷ 9,000 = 200

18 லட்சம் ÷ 90 = 20,000

ஏன் கோடியுடன் நிறுத்திக் கொள்கிறோம் ?
இன்னும் பெரிய எண்ணிக்கைகளுக்கு (நம் நாட்டில்) ஏன் பெயரிடவில்லை ?

1234567891011 என்பது என்ன எண் ?

இதை, ஒரு லட்சத்து 23 ஆயிரத்து 456 கோடியே, 78 லட்சத்து, 91 ஆயிரத்துப் பதினொன்று என்று படிக்கலாம். ஆனால், அது பயனில்லை.

இந்த எண்ணின் மதிப்பு லட்சம் கோடிகளுக்குமேல் என்று புரிந்து கொள்வதே முக்கியமானது.

பெரும்பாலும் நாம் முழு பத்திலக்க எண்களைக் காண்பது கைபேசி எண்களைக் குறிப்பதில்தான்.

98404 36985 என்ற கைபேசி எண்ணை யாரும் 984 கோடி 4 லட்சத்து, 36 ஆயிரத்து 985 எனப் படிப்பதில்லை.

அதேபோல், தபால் முகவரியுடன் 600 113 என்று அஞ்சல் குறியீட்டெண் (பின் கோடு) எழுதுகையில் அதை ஆறு லட்சத்து நூற்றுப் பதின்மூன்று என யாரும் சொல்வதில்லை.

காரணம், இவை எண்ணில்லை, எண் வரிசைகள்.

600 113 என்பதை ஆறு, பூச்சியம், பூச்சியம், ஒன்று, ஒன்று, மூன்று என எண் வரிசையாகவே கருதுகின்றோம்.

எனவேதான் பின் கோடு எண்ணையோ, தொலைபேசி எண்ணையோ,
பேருந்து வண்டியின் எண்ணையோ
நாம் கூட்டுவதில்லை, கழிப்பதில்லை, பெருக்குவதில்லை.

தமிழில் 'எண்ணுவது' என்ற சொல்லுக்கு
'எண்ணிக்கை காண்பது' என்ற பொருள் மட்டுமல்லாது,
'சிந்திப்பது' என்ற பொருளும் உண்டு.

பயிற்சி 1.4

1 நீலகிரி மாவட்டத்தின் மக்கள் தொகை கிட்டத்தட்ட 7 லட்சத்து ஐயாயிரம். கன்னியாகுமரி மாவட்டத்திலோ கிட்டத்தட்ட 16 லட்சம். என் நண்பர் குமரி மாவட்டத்தில் நீலகிரியைவிட இரண்டு மடங்குக்குமேல் மக்கள் உள்ளனர் என்கிறார். அவர் சொல்வது சரியா ?

2 ஒரு பள்ளியில் 462 பேர் படிக்கின்றனர். ஒவ்வொருவருக்கும் ரூ. 18 விலையுள்ள பேனா பரிசாக வழங்கத் தீர்மானிக்கப்பட்டது. ரூ. 10,000 பணமிருந்தால் போதுமா ? ரூ. 7200 இருந்தால் போதுமா ?

3 52 மாணவர்கள் சுற்றுப்பயணம் செல்ல ரூ. 5184 தேவை எனக் கணக்கிடப்பட்டது. ஒவ்வொருவரிடமும் எத்தனை ரூபாய் வசூல் செய்ய வேண்டும் ?

4.

i.	ii.	iii.	iv.	v.	vi.
28,760	22,760	20,760	119,800	1,19,800	1,19,500
+38,530	+40,530	+40,530	- 88,565	- 89,565	- 89,565

5. i. 1,00,000 ÷ 100 =
iii. 10,000 ÷ 25 =
v. 5,55,555 ÷ 11 =
ii. 1,00,000 ÷ 50 =
iv. 1,00,000 ÷ 200 =
vi. 90,909 ÷ 9 =

நினைவில் கொள்க

- N = {1,2,3,4,.......} என்பது இயல் எண்கள்.
- W = {0,1,2,3,4,.......} என்பது குறையற்ற முழு எண்கள்.
- பூச்சியத்திலிருந்து எண் கோட்டை நீட்டிச் சென்றால், அதற்கு முடிவேயில்லை.
- எல்லாக் குறையற்ற முழு எண்களுக்கும் தொடரி உண்டு.
- எல்லாக் குறையற்ற முழு எண்களையும் பெருக்கலாம், கூட்டலாம்.
- பூச்சியத்தைத் தவிர எல்லாக் குறையற்ற முழு எண்களுக்கும் முன்னி உண்டு.
- எந்த இயல் எண்ணிடமிருந்தும் அதைவிடச் சிறிய இயல் எண்ணைஅல்லது அதே எண்ணினைக் கழிக்கலாம்.
- ஒரு பெரிய எண்ணை சிறிய எண்ணால் வகுத்து மீதி காணலாம்.
- இவை எல்லாமே எத்தனை பெரிய எண்ணாயிருந்தாலும் பொருந்தும்.
- லட்சம், கோடி என்று பெரிய எண்களைப் பயன்படுத்தும்போது எல்லா இலக்கங்களுக்கும் ஒரே மாதிரியான பயன்பாடு இல்லை. 1,23,546 என்ற எண்ணை ஒரு லட்சத்து இருபதாயிரத்துக்கு மேல், ஒரு லட்சத்து இருபத்தையாயிரத்துக்குக் குறைவு என்று புரிந்து கொள்வது மிக அவசியம்.

2. வகுத்திகள், காரணிகள்
(Divisors and Factors)

2.1 கூட்டல் மற்றும் பெருக்கலின் சிறப்புகள்

1784 ஆம் ஆண்டு ஜெர்மனி நாட்டின் தொடக்கப் பள்ளி ஒன்றில், ஓர் ஆசிரியர், ஒரு நாள் சற்றுக் களைப்பாக இருந்ததால் குழந்தைகளுக்கு வேலை தந்துவிட்டு தான் சற்றே ஓய்வு எடுக்கலாம் என்று நினைத்தார். கொஞ்சம் கடினமான கணக்கு கொடுக்க முடிவு செய்தார். "1 முதல் 100 வரை உள்ள எண்களின் கூடுதலைக் கண்டுபிடியுங்கள்" என்று பணித்தார்.

சில வினாடிகளிலேயே '5050' என்று பதில்வருகிறது. சற்றே அதிர்ந்து ஆசிரியர் விளக்கம் கேட்க, மாணவனிடமிருந்து பதில் வருகிறது.

1 + 2 + 3 +...... ....+ 98 + 99 + 100

(3 + 98 = 101; 2 + 99 = 101; 1 + 100 = 101)

101

101

101

100 எண்கள் என்பது
50 இரட்டைகள் ஆகும்.
(100÷2=50)

இப்படி 50 இரட்டைகளைக் காணலாம். ஒவ்வொன்றின் மதிப்பும் 101.

ஆக மொத்தம் 50 X 101 = 5050

இவ்வாறு தன் ஆசிரியரை அசத்திவிட்ட மாணவரின் பெயர் காஸ் (Gauss). கி.பி. 1777 முதல் 1855 வரை வாழ்ந்த காஸ் 'கணித மேதைகளின் சக்கரவர்த்தி' என்று போற்றப்படுகிறார்.

அதெப்படிக் கூட்டல் கணக்கைப் பெருக்கல் கணக்காக மாற்றினார் காஸ் ?

எப்போதுமே இது சாத்தியமா ? அடிப்படையாகக் காஸ் புரிந்துகொண்டது இதுவே.

1+2 +3 +....+ 99 + 100 = (1 +100) + (2 +99) + (3 +98).... + (50+51)

= 101 x 50

= 5050

இங்கு முதலில் செய்திருப்பதே முக்கியமானது. நூறு எண்களைக்கூட்டவேண்டியிருந்தாலும், அவற்றை வேறுவிதமாக வரிசைப்படுத்தியவுடன் கூட்டல் எளிதாகிவிட்டது. இது இந்த எண்களுக்கு மட்டும் இல்லை, மற்ற இயல் எண்களுக்கும் பொருந்தும்.

தனக்கு மூன்று வயது
ஆகியிருந்தபோதே,
தந்தையின் அலுவலக
வரவு – செலவு கணக்குகளில்
தப்புக் கண்டுபிடித்து
சரி செய்தவராம் காஸ் !

சரிபார்க்க:

35 + 65 = 65+35 = 100

33 + 34 + 35 = 33+35+34 = 35 + 34 + 33

= 34+33+35 = 35 + 33 + 34

= 102

1777 + 1784 + 1855 = 1855 + 1777 + 1784 = 5416

5050 + 50 + 1050 = 50 + 1050 + 5050 = 6150

இயல் எண்களை எந்த வரிசையில் கூட்டினாலும் வரும் விடை ஒன்றே.

இது நமக்குப் பல வகைகளில் உதவும்.

32 + 2057 + 68	=	2057 + (32 + 68)
	=	2057 + 100
	=	2157
125 + 250 + 125 + 250	=	(2x 250) + 125+ 125
	=	(2x 250) + 250
	=	3x 250
	=	750

ஆகவே, பல எண்களைக் கூட்டவேண்டுமானால் அவற்றை நமக்குச் சாதகமாகப் பிரித்துக்கொண்டு தனித்தனியே கூட்டிய பிறகு மொத்தமாகக் கூட்டலாம். கூடுதல் தொகை ஒன்றாகப் பல இடங்களில் அமைந்தால் அதைப் பெருக்கலாக விடை காணலாம்.

இதே தன்மை பெருக்கலுக்கும் உண்டு.

சரிபார்க்க:	5 x 7 x 20	=	(20 x 5) x 7
		=	100 x 7 = 700
	125 x 20 x 8 x 50	=	(125 x 8) X (20 x 50)
		=	1000 x 1000 = 10,00,000

இயல் எண்களை எந்த வரிசையில் பெருக்கினாலும் வரும் விடை ஒன்றே.

கூட்டல், பெருக்கல் இரண்டும் செய்யவேண்டி இருக்கும்போது கவனம் தேவை.

5 x 8 + 3 என்றால் அதன் விடை என்ன ?

முதலில் 5 x 8 = 40 என்று கண்டு 40 + 3 எனக் கூட்டினால் விடை 43.

முதலில் 8 + 3 = 11 எனக் கூட்டி, பின் 5 x 11 எனப் பெருக்கினால் விடை 55.

ஒரே கணக்கிற்கு இரு வேறு விடைகள் வரக் கூடாது.

ஆகவேதான் (5 x 8)+3 அல்லது 5 x (8+3) என எழுதுவது நல்லது.

மேலே பல இடங்களில் இதுபோல (. . . .) என்ற அடைப்புக் குறிகளைப் பயன்படுத்தி உள்ளோம்.

அவற்றைச் சரிபார்க்கவும்.

கூட்டல், பெருக்கல் இரண்டையும் ஒரேசமயத்தில் கணக்கிடும்பொழுது ( ) என்ற அடைப்புக் குறிகளைப் பயன்படுத்துவது நல்லது.

2.1.1 கழித்தல் மற்றும் வகுத்தலின் போது ஏற்படும் பிரச்சினைகள்

- குறையற்ற முழு எண்களைக் கூட்டினாலும் பெருக்கினாலும் கிடைப்பது குறையற்ற முழு எண்ணே.
- இதைக் கூட்டல் மற்றும் பெருக்கலின் அடைவுத் தன்மை என்று கூறுவது வழக்கம்.
- கழித்தலுக்கும், வகுத்தலுக்கும் அடைவுத் தன்மை உண்டா ?
- முதலில் நாம் எச்சரிக்கையாக இருக்க வேண்டும்.
- எந்த எண்ணிலிருந்தும் எந்த எண்ணையும் கழிக்க இயலுமா ?

$5050 - 50 = 5000$

$5050 - 5050 = 0$

$50 - 5050 = ?$

ஆக, கழித்தலின்போது விடை இயல் எண்ணாகவோ பூச்சியமாகவோ (அல்லது குறையற்ற முழு எண்ணாகவோ) கூட இருக்கவேண்டிய அவசியமில்லை. வகுத்தலிலும் இப்படித்தான்.

$5050 \div 50 = 101$

$5050 \div 5050 = 1$

$50 \div 5050 = ?$

- கழித்தலுக்கும், வகுத்தலுக்கும் அடைவுத்தன்மை கிடையாது.
- கழித்தலுக்கும் வகுத்தலுக்கும் வரிசை மிக முக்கியம்.

$(23 - 12) - 5 = 6$

$23 - (12 - 5) = 16$

எனவே, மேற்காணும் இரண்டு கூற்றுகளும் ஒரே மாதிரி இல்லை.

$23 - 12 = 11$ ஆனால்

$12 - 23 = ?$

வகுத்தலிலும் வரிசை முக்கியம்.

$120 \div 12 = 10$

$12 \div 120 = ?$

பயிற்சி 2.1

1) எளிதாக விடை காண்க:

(i) $25 + 69 + 75$ (ii) $119 + 64 + 1 + 80$ (iii) $750 + 60 + 240 + 250$

2) விடை காண்க : $51 + 52 + \ldots + 99 + 100$

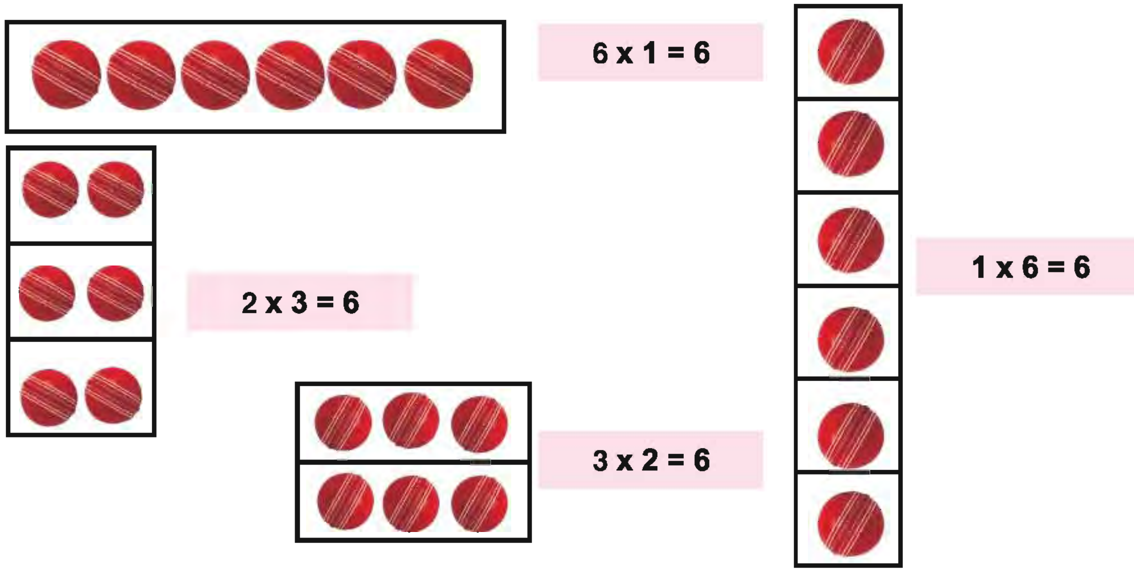
3) எளிதாக விடை காண்க:

(i) $25 \times 62 \times 4$ (ii) $5 \times 125 \times 2 \times 2$ (iii) $(75 \times 5) + (30 \times 5) + (25 \times 5)$

2.2 வகுத்திகள்

மனோஜ் என்பவரிடம் 6 கிரிக்கெட் பந்துகள் உள்ளன.

அவர் அவற்றைச் செவ்வக வடிவில் வரிசைப்படுத்த முயற்சிக்கிறார்.



எந்த ஓர் இயல் எண்ணும் ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட எண்களின் பெருக்கலாக அமையும். (1 ஐ தவிர)

6 பந்துகளை வேறு விதத்தில் செவ்வக வடிவமாக உருவாக்க முடியுமா ?

6 ஐ அதைவிடக் குறைவான எண்களால் வகுப்பதன்மூலம் விடை கூறிவிடலாம்.

1) 6 (6 6 ----------- 0 -----------	2) 6 (3 6 ----------- 0 -----------
3) 6 (2 6 ----------- 0 -----------	4) 6 (1 4 ----------- 2 -----------
5) 6 (1 5 ----------- 1 -----------	6) 6 (1 6 ----------- 0 -----------

இதிலிருந்து 6ஐ சில எண்களால் வகுக்கும்போது மீதி '0' ஆகவும், சில எண்களால் வகுக்கும்போது மீதி '0' அல்ல எனவும் இருப்பதை உணர்கிறார்.

6 இன் வகுத்திகள் = 1, 2, 3, 6.

ஓர் எண்ணை மீதியின்றி (அதாவது மீதி = 0) வகுக்கும் எண்கள் அனைத்தும் அந்த எண்ணின் வகுத்திகள் எனப்படும்.

குறிப்பு : வகுத்தி மற்றும் வகுப்பான் ஆகிய இரு வெவ்வேறான பொருள்கொண்ட சொற்களுக்கு 'divisor' என்ற ஆங்கிலச் சொல் பயன்பாட்டில் உள்ளது என்பதனைக் கவனிக்கவும்.

கீழே உள்ள அட்டவணையைக் கவனிக்க

எண்	வகுத்திகள்	பல்வேறு செவ்வகங்களாக உருவாக்கும் முறை
12	1, 2, 3, 4, 6, 12	1 x 12 ; 2 x 6 ; 3 x 4
17	1,17	1 x 17
25	1, 5, 25	1 x 25 ; 5 x 5
28	1, 2, 4, 7, 14, 28	1 x 28 ; 2 x 14 ; 4 x 7
31	1,31	1 x 31
35	1, 5, 7, 35	1 x 35 ; 5 x 7
42	1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42	1 x 42 ; 2 x 21 ; 3 x 14 ; 6 x 7

அட்டவணையிலிருந்து நாம் அறிந்து கொள்வன:

★ எந்த எண்ணுக்கும் எண் 1 மற்றும் அதே எண்ணும் வகுத்திகளாக அமையும்.

★ எந்த எண்ணாலும் வகுபடாத எண் என்று ஏதும் உண்டா ? இல்லை.
ஏனெனில், எந்த எண்ணையும் 1 ஆல் வகுக்க முடியும். ஆனால், கிடைப்பது அதே எண்தான்.

★ சில எண்களுக்கு நிறைய வகுத்திகள் உண்டு. 42 என்ற எண்ணுக்கு 8 வகுத்திகள்.
720 என்ற எண்ணை எடுத்துக் கொண்டால் 10 க்குக் கீழ் 7 ஐ தவிர எல்லா எண்களாலும் வகுபடும்.
இன்னும் சில வகுத்திகளை நீங்கள் கண்டுபிடிக்க முயற்சி செய்யலாமே!

★ சில எண்கள் இரண்டு வகுத்திகளை மட்டுமே கொண்டவை.
உதாரணமாக 7 என்ற எண்ணை, 1 மற்றும் 7 மட்டுமே வகுக்கும்.
அது போலவே 11, 13, 17, 19 எல்லாம், இவை பல்லாயிரம் ஆண்டுகளாகக் கணித அறிஞர்களை மிகவும் ஈர்த்து வருபவை. பகா எண்கள் எனப்படும் இவ்வெண்களை எண்ணியலின் கதாநாயகர்கள் எனலாம்.

1 மற்றும் அதே எண்ணால் மட்டும் வகுபடும் தன்மை கொண்ட எண்களே பகா எண்கள் எனப்படும்.

2.2.1 காரணிகள்

மேற்குறிப்பிட்ட எண்களில் வகுத்திகள் 1 மற்றும் அதே எண்கள் இடம்பெற்றுள்ளதை அறிவோம். அவற்றினைத் தவிரப் பிற வகுத்திகளையும் பார்த்தோம். உதாரணமாக 45 இன் வகுத்திகள் 1, 3, 5, 9, 15, 45 எனத் தெரியும். இங்கு 1 மற்றும் அதே எண்ணை நீக்கிய வகுத்திகள் 3, 5, 9, 15 ஆகும். இவற்றைச் சிறப்பு வகுத்திகளாகக் கொள்ளலாம். இதனையே காரணிகள் என்கிறோம்.

எனவே, காரணிகள் என்பது ஓர் எண்ணின் வகுத்திகளில், 1 மற்றும் அதே எண்ணைத் தவிர்த்த பிற வகுத்திகளாகும்.

சிந்திக்க:

"எல்லாக் காரணிகளும் வகுத்திகளே." ஆனால், எல்லா வகுத்திகளும் காரணிகளா ?

ஒரு பகா எண்ணிற்குக் காரணிகளே இல்லை என்பது தெளிவு.
7 ஐ காரணிபடுத்த இயலுமா ?

இரண்டுக்கும் மேற்பட்ட வகுத்திகள் கொண்ட எண்கள் பகு எண்கள் எனப்படும்.

2.2.2 பகா எண்களைக் கண்டறியும் முறை

இரட்டைப்படை எண்கள் எல்லாமே 2 ஆல் வகுபடும்.

ஆகவே, பகா எண்களில் ஒரே ஓர் இரட்டைப்படை எண் மட்டுமே உண்டு. அது 2.

ஓர் எண் பகா எண்ணா என்று எவ்வாறு கண்டுபிடிக்கலாம்? இது கடினம். ஏன்? 200 நான்கால் வகுபடுமா? வகுத்துப் பார்த்து ஆம் எனலாம். 200 ஒன்பதால் வகுபடுமா? வகுத்துப் பார்த்து இல்லை எனலாம். 131 ஐ 11 வகுக்குமா? இல்லை. 1137 ஐ வகுக்குமா?

1234567 ஐ 133 வகுக்குமா? முயற்சி செய்து விடை காணலாம்.

எந்த குறிப்பிட்ட எண்ணும் வேறொரு குறிப்பிட்ட எண்ணால் வகுபடுமா என்று முயற்சி செய்து கண்டுபிடித்து விடலாம். ஆனால், பகா எண்ணா என்று கண்டுபிடிக்க இது போதாது.

1 மற்றும் அந்த எண்ணால் வகுபடுவதே பகா எண்.

ஆகவே, வேறெந்த எண்ணும் அதன் வகுத்தி இல்லை என்று உறுதிகாண வேண்டும். இது கடினமே. 100 வரை உள்ள இயல் எண்களில் எத்தனை பகா எண்கள் உள்ளன? அவை எவை என்று கண்டுபிடிக்கலாம்.

1. ஒன்றுமுதல் நூறுவரை உள்ள எண்களைக் கட்டமாக எழுதிக் கொள்ளவும்.
2. முதலில் 2 தவிர 2இன் மடங்குகள் அனைத்தையும், அதாவது, இரட்டைப்படை எண்களை X–செய்து அடித்து விடவும்.
3. அடுத்தது 3, இது பகா எண். அது தவிர்த்து, 3 இன் மடங்குகள் எல்லாவற்றையும் அடித்து விடவும்.
4. அடுத்தது 5. ஏனெனில், 4 இரட்டைப்படை எண் என்பதால், இரண்டாம் கட்டத்தில் அடிக்கப்பட்டு விட்டது. இப்போது 5 இன் மடங்குகள் அடிக்கப்படும்.
5. தொடர்ந்து இதுபோல் செய்து கொண்டேபோனால், மிஞ்சியிருப்பவை பகா எண்கள். ஏனெனில், அடிக்கப்படாத எண் பகு எண்ணாக இருந்தால், அதைவிடச் சிறிய எண் ஒன்றால் வகுபடும். சிறிய எண்ணின் மடங்குகள் அடிபடும்போது, நாம் கருதும் எண்ணும் அடிபட்டிருக்கும்.

கிரேக்கத்தில் கி.மு. 276 – கி.மு. 175 ஆண்டுகளில் வாழ்ந்த எரடோஸ்தனிஸ் என்பவர் இம்முறையைப் பயன்படுத்தி பல பகா எண்களைப் பட்டியல் இட்டதாகக் கருதப்படுகிறது.

1	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~
~~51~~	~~52~~	53	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	67	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	~~75~~	~~76~~	~~77~~	~~78~~	79	~~80~~
~~81~~	~~82~~	83	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89	~~90~~
~~91~~	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~	~~100~~

மொத்தம்
25 பகா எண்கள்
உள்ளன.

ஒரு வகுத்தி மட்டும் கொண்ட எண் ‘1’ ஆனது பகு எண்ணும் அல்ல, பகா எண்ணும் அல்ல.

2.2.3 மடங்குகள்

கீழே உள்ள பெருக்கல் அட்டவணையைக் கவனிக்க:

மடங்குகள்

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48	51	54	57	60
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60	64	68	72	76	80
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	78	84	90	96	102	108	114	120
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84	91	98	105	112	119	126	133	140
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96	104	112	120	128	136	144	152	160
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108	117	126	135	144	153	162	171	180
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200

எடுத்துக்காட்டு : 1

100க்கு மேல் 7 இன் மடங்குகள் நான்கினை எழுதுக.

105, 112, 119, 126

105 என்பது 7இன் மடங்கு என்று பார்த்தோம். அதே சமயம் 105இன் வகுத்திகளில் ஒன்று 7 ஆகும். எனவே, ஒரு எண் அந்த எண்ணின் வகுத்திகளின் மடங்காக அமையும்.

எடுத்துக்காட்டு : 2

80 க்கு முன்னரும், பின்னரும் உள்ள 5 இன் மடங்குகள் நான்கு எண்களைத் தருக.

60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, 95, 100

பயிற்சி 2.2

1. கீழ்க்காணும் வினாக்களுக்குச் சரியா ? அல்லது தவறா ? என விடையளிக்க.

(i) 7 இன் வகுத்திகளில் ஒன்று 4 ஆகும்.

(ii) 21 இன் காரணிகளில் ஒன்று 3 ஆகும்.

(iii) 24 இன் வகுத்திகளில் ஒன்று 1 ஆகும்.

(iv) 45 இன் காரணிகளில் ஒன்று 9 ஆகும்.

(v) 5 இன் மடங்குகளில் ஒன்று 105 ஆகும்.

2. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக.

(i) பின்வருவனவற்றுள் எவை 10 இன் அனைத்து வகுத்திகளையும் கொண்டது ?

(அ) 1, 2, 5 (ஆ) 2, 5 (இ) 1, 2, 5, 10 (ஈ) 2, 10

(ii) பின்வருவனவற்றுள் எவை 4 இன் அனைத்து வகுத்திகளையும் கொண்டது ?

(அ) 2, 4 (ஆ) 1, 2 (இ) 1, 2, 4 (ஈ) 2

(iii) 3 ஆனது ––– என்ற எண்ணின் வகுத்தி

(அ) 18 (ஆ) 19 (இ) 20 (ஈ) 29

(iv) 4 ஆனது –––– என்ற எண்ணின் மடங்கு

(அ) 5 (ஆ) 2 (இ) 3 (ஈ) 8

(v) 15 என்பது ––– ன் மடங்கு

(அ) 3 (ஆ) 45 (இ) 7 (ஈ) 11

3. பின்வரும் எண்களின் வகுத்திகளைக் காண்க.

(i) 8 (ii) 15 (iii) 45 (iv) 121 (v) 14

4. 80 க்கும் 100 க்கும் இடையிலுள்ள 3 இன் மடங்குகளை எழுதுக.

5. 21க்கும் 51க்கும் இடையிலுள்ள 5இன் மடங்குகளையும், 10இன் மடங்குகளையும் எழுதுக. இதிலிருந்து நீங்கள் அறிவது என்ன?

6. பின்வரும் கூற்றுகள் சரியா ? தவறா ? எனக் கூறுக.

(i) மிகச்சிறிய பகா எண் 1 ஆகும்.

(ii) இரட்டைப் பகா எண்களின் எண்ணிக்கை 2 ஆகும்.

(iii) 6 என்பது ஒரு பகா எண் ஆகும்.

(iv) 13 என்பது ஒரு பகு எண் ஆகும்.

(v) 61 என்பது ஒரு பகா எண் ஆகும்.

7. பின்வருவனவற்றுள் சரியான ஒன்றைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக.

(i) 24 இன் பகா காரணிகளில் ஒன்று

(அ) 3 (ஆ) 4 (இ) 6 (ஈ) 12

(ii) 5 க்கும் 11 க்கும் இடையில் உள்ள பகா எண்

(அ) 6 (ஆ) 7 (இ) 8 (ஈ) 10

(iii) ஒற்றை இலக்கப் பகா எண்களின் எண்ணிக்கை

(அ) 1 (ஆ) 2 (இ) 3 (ஈ) 4

(iv) 20 க்கும் 30 க்கும் இடையில் –––– பகா எண்கள் உள்ளன.

(அ) 1 (ஆ) 2 (இ) 3 (ஈ) 4

(v) மிகச் சிறிய ஈரிலக்கப் பகா எண்

(அ) 37 (ஆ) 7 (இ) 11 (ஈ) 10

8. 30க்கும் 60க்கும் இடையில் உள்ள பகா எண்களை எழுதுக.

9. இரு பகா எண்களின் கூடுதல், கழித்தல், பெருக்கல், வகுத்தல் ஒரு பகா எண்ணாக இருக்குமா என்பதைச் சான்றுடன் சரிபார்க்க.

2.3 வகுபடுந்தன்மை

ஒரு இயல் எண்ணின் வகுத்திகள் எல்லாவற்றையும் கண்டறிய அந்த எண்ணைவிடச் சிறிய எண்களால் வகுத்துப் பார்க்கவேண்டும். ஆனால், ஒவ்வொரு வகுத்தல் செயலுக்கும் நேரம் அதிகம் எடுக்குமே! நமக்கு வகுத்தலின் விடை (அதாவது ஈவு, மீதி) முக்கியமில்லை.

மீதி இல்லாமல் வகுக்க முடியுமா என்பதைக் கண்டுபிடிப்பது ஒன்றே குறிக்கோள். இதை நீண்ட வகுத்தல் செயல்பாடுகள் செய்யாமல் எளிதாகக் கண்டறியும் முறைகளைப் பார்க்கலாம்.

2 ஆல் வகுபடுந்தன்மை:

37, 453 போன்ற ஒற்றை எண்களிலிருந்து 2ஐ கழித்துக்கொண்டே போனால் மீதம் இருக்கும். ஆனால், 48, 376 போன்ற இரட்டை எண்களில் மீதி 0வைத் தரும். ஆக, எல்லா இரட்டை எண்களும் 2ஆல் வகுபடும்.

1ஆம் இலக்க எண் 0, 2, 4, 6, 8 என்ற இரட்டைப் படை எண்ணாக இருந்தால் மட்டுமே 2ஆல் வகுபடும்.

5 ஆல் வகுபடுந்தன்மை:

1005இல் இருந்து 5ஐக் கழித்துக்கொண்டே வந்தால் 1000, 995, 900 என்று 5இல் முடியும் எண்ணும் 0இல் முடியும் எண்ணும் மாறி மாறி வரும். கடைசியில் 10, 5, 0 என்று பூச்சியத்தில் முடியும். 7இல் முடியும் எண்ணை (எ.கா: 237) தொடர்ந்து 5 ஐக் கழித்தால் 12,7,2 என்று முடியும் எண்களே கிடைக்கும். இத்தொடர் கடைசியில் 2இல் முடியும். ஆகையால், 237 என்ற எண் 5ஆல் வகுபடாது.

1ஆம் இலக்க எண் பூச்சியம் அல்லது 5 ஆக இருப்பின் அது 5ஆல் வகுபடும்.

10 ஆல் வகுபடுந்தன்மை:

3010இலிருந்து 10ஐக் கழித்துக்கொண்டே வந்தால் 3000, 2990, 2980 என்று 0வில் முடியும் எண்கள் வரும்.

1ஆம் இலக்க எண் பூச்சியமாக இருப்பின் 10 ஆல் வகுபடும்.

ஓர் எண் 2, 5, 10 ஆல் வகுபடுமா என்பதைக் கண்டறிய
அந்த எண்ணின் கடைசி இலக்கத்தை மட்டும் பார்த்தால் போதும்!

4 ஆல் வகுபடுந்தன்மை:

138 என்ற எண் 4ஆல் வகுபடுமா ? இதை 138 = 100 + 38 என்று எழுதலாம். 100இலிருந்து 4ஆல் கழித்துக்கொண்டே போனால், பூச்சியம்தான் மிஞ்சும். எனவே, 138 என்ற எண் 4ஆல் வகுபடுமா ? என்று அறிய 38 என்ற எண் 4ஆல் வகுபடுமா என்று கண்டுபிடித்தால் போதும். அதேபோல், 1792 = 1700 + 92. எனவே, 92 என்ற எண் 4ஆல் வகுபடும். எனவே, 1792 என்ற எண் 4ஆல் வகுபடும். 2129 என்பது 4ஆல் வகுபடாது (சரிபார்க்க), ஏனெனில், 29 என்ற எண் 4ஆல் வகுபடாது.

ஓர் எண்ணின் கடைசி இரண்டு இலக்கங்கள் (1, 10 ஆம் இலக்கங்கள்) 4 இன் மடங்காக இருக்கும் எனில், அந்த எண் 4ஆல் வகுபடும். இல்லையெனில், 4ஆல் வகுபடாது.

8 ஆல் வகுபடுந்தன்மை:

1248 என்ற எண் 8ஆல் வகுபடுமா ? 1248 = 1000 + 248. 1000 என்பது 125 x 8. ஆகையால், 248 என்ற எண் 8ஆல் வகுபடுமா ? என்று பார்த்தால் போதும்.
248 = 31 x 8. எனவே, 1248 என்ற எண் 8ஆல் வகுபடும்.

ஓர் எண்ணின் கடைசி மூன்று இலக்கங்கள் 8 இன் மடங்காக இருக்கும் எனில், அந்த எண் 8 ஆல் வகுபடும்.

2ஆல் வகுபடும் எண்கள் எல்லாம் 4ஆல் வகுபடும் என்று சொல்ல முடியுமா ? எ.கா: 26 என்பது 2ஆல் வகுபடும். ஆனால், 4ஆல் வகுபடாது. அதேபோல் 4 ஆல் வகுபடும் எண் 8ஆல் வகுபடும் என்று கூறமுடியாது.

4 மற்றும் 8 ஆல் வகுபடுந்தன்மையைக் கண்டறிய முறையே கடைசி இரண்டு இலக்கங்கள், மூன்று இலக்கங்களைப் பார்த்தாலே போதும்.

9 ஆல் வகுபடுந்தன்மை:

45 என்ற எண் 9ல் வகுபடுமா ?

45 = 10 + 10 + 10 + 10 + 5
= 9 + 1 + 9 + 1 + 9 + 1 + 9 + 1 + 5

9 களைக் கழித்துவிட்டால் மீதி இருப்பது
= 1 + 1 + 1 + 1 + 5
= 4 + 5 = 9

கடைசி 9 ஐயும் கழித்தால் மீதி = 0.
அதனால் 45, 9ஆல் வகுபடும்.

123, 9ல் வகுபடுமா ?

123 = 100 + 10 + 10 + 3
= (99+1) + (9+1) + (9+1) + 3
= (99+1) + (9+9+2) + 3

9 அல்லது 9இன் மடங்குகளைக் கழித்து விட்டால் மீதி இருப்பது =1 + 2 + 3 = 6

ஆகையால், 123 என்ற எண் 9ஆல் வகுபடாது!

9களைக் கழித்தபின் மீதமிருப்பது கொடுக்கப்பட்ட எண்ணின் இலக்கங்களின் கூடுதல் எனக் கவனிக்கவும்.

ஓர் எண்ணின் இலக்கங்களின் கூடுதல் 9 இன் மடங்காக இருக்கும் எனில், அந்த எண் 9 ஆல் வகுபடும்.

கொடுக்கப்பட்ட எண்	இலக்கங்களின் கூடுதல்	9ஆல் வகுபடுமா ?	பெருக்குத்தொகை வைத்துச் சரிபார்த்தல்
61	6 + 1 = 7	இல்லை	61 = 6 x 9 + 7
558	5 + 5 + 8 = 18; 1 + 8 = 9	ஆம்	558 = 62 x 9
971	9 + 7 + 1 = 17; 1 + 7 = 8	இல்லை	971 = 107 x 9 + 8
54000	5 + 4 + 0 + 0 + 0 = 9	ஆம்	54000 = 6000 x 9

3 ஆல் வகுபடுந்தன்மை:

42இல் இருந்து 3ஐக் கழித்துக்கொண்டே வந்தால் பூச்சியம்தான் மீதம் இருக்கும். (42,39,36. . . . 0 என்று முடியும்.) இதையே வேறு மாதிரியும் பார்க்கலாம்:

42 = 10 + 10 + 10 + 10 + 2

= 9 +1 + 9 +1 + 9 +1 + 9 +1 + 2

மூன்றுகளைக் கழிப்பதற்குப் பதிலாக 9 களை மொத்தமாகக் கழித்துவிடலாம். (ஏனெனில் 9 = 3 x 3) அவ்வாறு கழித்துவிட்டால், மீதி இருப்பது

= 1 + 1 + 1 + 1 + 2

= 4 + 2

= 6

6 ஆனது 3ஆல் வகுபடும். அதனால் 42 என்ற எண் 3ஆல் வகுபடும்.

9களை கழித்த பின் மீதமிருப்பது கொடுக்கப்பட்ட எண்ணின் இலக்கங்களின் கூடுதல் என கவனிக்கவும்.

ஓர் எண்ணின் இலக்கங்களின் கூடுதல் 3 இன் மடங்காக இருக்கும் எனில், அந்த எண் மூன்றால் வகுபடும்..

குறிப்பு : 2 மற்றும் 3ஆல் வகுபடும் எண் 6ஆல் வகுபடும்

11 ஆல் வகுபடுந்தன்மை:

	இலக்கங்கள்						ஒற்றை இட இலக்கங்களின் கூடுதல்	இரட்டை இட இலக்கங்களின் கூடுதல்	வித்தியாசம்
	6	5	4	3	2	1			
3 x 11					3	3	3	3	0
71 x 11				7	8	1	8 (7+1)	8	0
948 x 11		1	0	4	2	8	13(1+4+8)	2 (0+2)	11
5102 x 11		5	6	1	2	2	8	8	0
73241 x 11	8	0	5	6	5	1	7	18	11

மேலே உள்ள அட்டவணையிலிருந்து ஒற்றை இட இலக்கங்களின் கூடுதலுக்கும், இரட்டை இட இலக்கங்களின் கூடுதலுக்கும் உள்ள வித்தியாசம் 11இன் மடங்காக இருப்பதைக் கவனிக்க.

ஓர் எண்ணின் ஒற்றை இட எண்களின் இலக்கங்களின் கூடுதலுக்கும், இரட்டை இட எண்களின் இலக்கங்களின் கூடுதலுக்கும் உள்ள வித்தியாசம் 0 ஆகவோ அல்லது 11 இன் மடங்காகவோ இருந்தால் அந்த எண் 11 ஆல் வகுபடும்.

பொதுவாக 11 ஆல் வகுபடும் தன்மையை அறிவது கடினம். இருந்தாலும் குறிப்பிட்ட வடிவில் உள்ள எண்கள் 11 ஆல் வகுபடும் என்பதை அறிந்துகொள்ளவேண்டும்.

உதாரணமாக, 121, 1331, 4994, 56265, 1234321, 4754574 என்ற எண்கள் 11 ஆல் வகுபடும். எவ்வாறு?

பயிற்சி 2.3

1. கீழ்க்காணும் வினாக்களுக்குச் சரியா, தவறா என்று விடையளிக்க:

   (i) 120 ஆனது 3 ஆல் வகுபடும்.

   (ii) 8ஆல் வகுபடும் எண்கள் அனைத்தும் 2ஆல் வகுபடும்.

   (iii) 10ஆல் வகுபடும் எண்கள் அனைத்தும் 5ஆல் வகுபடும்.

2. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்கள் ஒவ்வொன்றும் 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 ,10, 11 ஆல் வகுபடுமா ? இல்லையா? என்பதை அட்டவணைப்படுத்துக.

எண்கள்	வகுபடுந்தன்மை								
	2	3	4	5	6	8	9	10	11
77	இல்லை	இல்லை	இல்லை	இல்லை	இல்லை	இல்லை	இல்லை	இல்லை	ஆம்
896	ஆம்	இல்லை	ஆம்	இல்லை	இல்லை	ஆம்	இல்லை	இல்லை	இல்லை
918									
1,453									
8,712									
11,408									
51,200									
732,005									
12,34,321									

3. கீழே உள்ள அட்டவணையில் கேட்டுக்கொண்டதற்கு ஏற்பச் சிறிய எண் / பெரிய எண் ஏதேனும் ஒரு பொருத்தமான எண்ணைக்கொண்டு விடுபட்ட கட்டங்களை நிரப்புக.

2 ஆல் வகுபடும் சிறிய எண்	7	6	0	4	3	1	2	
3 ஆல் வகுபடும் பெரிய எண்						7	3	2
4 ஆல் வகுபடும் சிறிய எண்				9	8	2	6	
5 ஆல் வகுபடும் பெரிய எண்			4	3	1	9	6	
6 ஆல் வகுபடும் சிறிய எண்		1		9	0	1	8	4
8 ஆல் வகுபடும் பெரிய எண்	3	1	7	9	5		7	2
9 ஆல் வகுபடும் சிறிய எண்				3	2	0		7
10 ஆல் வகுபடும் ஏதேனும் ஓர் எண்	1	2	3	4	5	6	7	
11 ஆல் வகுபடும் ஏதேனும் ஓர் எண்			8	6	9	4		4
3 ஆல் வகுபடும் சிறிய ஓர் எண்				5	6		1	0
11 ஆல் வகுபடும் ஏதேனும் ஓர் எண்			9	2	3		9	3

4. பின்வருவனவற்றுள் 8 ஆல் வகுபடும் எண்களை வட்டமிடுக.

   22, 35, 70, 64, 8, 107, 112, 175, 156

5. 3, 5ஆல் வகுபடும் எண்கள் 15ஆல் வகுபடுமா என்பதைத் தக்க எடுத்துக்காட்டுடன் சரிபார்க்க.

2.4 பகாக் காரணிப்படுத்துதல்

எந்த ஒரு பகுஎண்ணையும் ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட பகா எண்களின் பெருக்கலாக மாற்றும் முறையினைப் 'பகாக் காரணிப்படுத்துதல்' என்கிறோம்.

(i) வகுத்தல் முறை (ii) காரணி கிளைத்தல் முறை ஆகிய இருமுறைகளைப் பயன்படுத்திக் கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் பகாக் காரணிகளைக் காணலாம்.

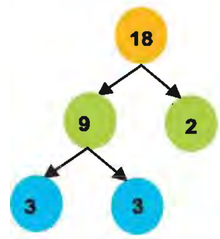
18, 120இன் காரணிகளை வகுத்தல் முறையில் காண்க. மேலும் காரணி கிளைத்தல் முறையிலும் காண்க.

கொடுக்கப்பட்ட எண் 18

வகுத்தல் முறை

		மீதி
2	18	
3	9	– 0
3	3	– 0
	1	– 0

காரணி கிளைத்தல் முறை



18 இன் பகாக் காரணிகள்

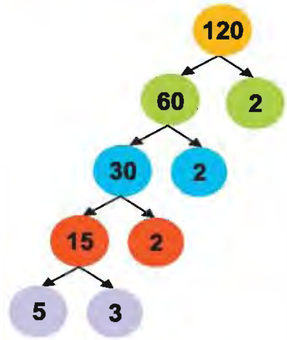
18 = 2 x 3 x 3

கொடுக்கப்பட்ட எண் 120

வகுத்தல் முறை

		மீதி
2	120	
2	60	–0
2	30	–0
3	15	–0
5	5	–0
	1	–0

காரணி கிளைத்தல் முறை



120 இன் பகாக் காரணிகள்

120 = 2 x 2 x 2 x 3 x 5

பயிற்சி 2.4

1. கீழ்க்காணும் எண்களைப் பகாக் காரணிப்படுத்தி எழுதுக

(i) 6 (ii) 15 (iii) 21 (iv) 30 (v) 121

(vi) 145 (vii) 162 (viii) 170 (ix) 180 (x) 200

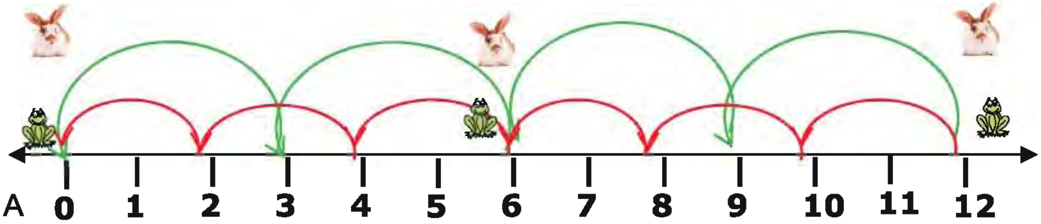
2. 21, 8 இதில் எதற்கு அதிகமான காரணிகள் இருக்கின்றன ? காரணி கிளைத்தலை வரைந்து கண்டுபிடியுங்கள்.

2.5 மீப்பெரு பொது வகுத்தி (G.C.D.), மீச்சிறு பொதுமடங்கு (L.C.M.)

(Greatest Common Divisor , Least Common Multiple)

2.5.1 மீச்சிறு பொதுமடங்கு (மீச்சிறு பொ.ம.)

முயல் ஒன்று ஒரு துள்ளலில் 3 அடி தூரத்தை எட்டுகிறது.
ஆனால், தவளை ஒரு துள்ளலில் 2 அடி தூரத்தைத்தான் எட்டுகிறது.
A இலிருந்து இரண்டும் ஒரே நேரத்தில் குதிக்கத் தொடங்கின.
A இலிருந்து 3, 6, 9, 12, ... அடி தூரத்தில் முயலின் கால் பதியும்.
A இலிருந்து 2, 4, 6, 8, ... அடி தூரத்தில் தவளையின் கால் பதியும்.



இரண்டின் கால் தடமும் 6, 12, ... அடி தூரத்தில் ஒரே இடத்தில் பதியும்.

இங்கு 6 ஆனது 2, 3 ஆகிய எண்களின் மீச்சிறு பொ.ம.

> எண்களின் மடங்குகளில் சில மடங்குகள் பொதுவானதாக அமையும். அவ்வாறு இருக்கும் பொது மடங்குகளில் மிகவும் சிறிய மடங்கு அவ்வெண்களின் மீச்சிறு பொதுமடங்கு எனப்படும்.

கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் மீச்சிறு பொ.ம. வை 2 முறைகளில் காணலாம்.

பொதுமடங்கு முறை

படி 1 கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் மடங்குகளை வரிசைப்படுத்துக.

படி 2 கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் பொது மடங்குகளை வட்டமிட்டு பின்னர் அதனை எழுதுக.

படி 3 கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் பொது மடங்குகளில் சிறியது மீச்சிறு பொ.ம. ஆகும்.

கொடுக்கப்பட்ட எண்கள்: 16, 24

16 இன் மடங்குகள் = 16, 32, 48, 64, 80, 96, 112, 128, 144, 160,.....

24 இன் மடங்குகள் = 24, 48, 72, 96, 120, 144, 168,....

16, 24 இன் பொது மடங்குகள் = 48, 96, 144, ...

(பொதுமடங்குகளில் மிகவும் சிறியது மீச்சிறு பொ.ம. என்பதை அறிக)

∴ 16, 24 இன் மீச்சிறு பொ.ம = 48

காரணி முறை

படி 1 கொடுக்கப்பட்ட எண்களுக்குப் பகாக் காரணிகளை காண்க.

படி 2 கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் பகாக் காரணிகளில் பொதுவான காரணிகளை வட்டமிடுக.

படி 3 பொதுவான காரணிகளின் பெருக்குத் தொகையுடன் அதைத் தவிர்த்த காரணிகளையும் பெருக்கக் கிடைப்பது, அவ்வெண்களின் மீச்சிறு பொ.ம. ஆகும்.

கொடுக்கப்பட்ட எண்கள்: 16, 24

16 இன் காரணிகள்

2	16	மீதி
2	8	– 0
2	4	– 0
2	2	– 0
	1	

24 இன் காரணிகள்

2	24	மீதி
2	12	– 0
2	6	– 0
3	3	– 0
	1	

16 இன் காரணிகள் = 2 x 2 x 2 x 2

24 இன் காரணிகள் = 2 x 2 x 2 x 3

மீச்சிறு பொ.ம என்பது இரண்டுக்கும் பொதுவான காரணிகள் x விடுபட்ட காரணிகள்

= 2 x 2 x 2 x 2 x 3 = 48

2.5.2 மீப்பெரு பொது வகுத்தி (மீப்பெரு பொ.வ.)

வெவ்வேறு எண்களுக்குப் பொதுவான வகுத்திகள் இருக்கும் என்பதை நாம் அறிவோம். அவ்வாறு இருக்கும் பொது வகுத்திகளில் மிகப் பெரிய வகுத்தி, அவ்வெண்களின் மீப்பெரு பொது வகுத்தி எனப்படும்.

கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் மீப்பெரு பொ. வ. யை 2 முறைகளில் காணலாம்.

பொதுவகுத்தி முறை

படி 1 கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் வகுத்திகளை வரிசைப்படுத்துக.

படி 2 கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் பொது வகுத்திகளை வட்டமிட்டுப் பின்னர் அதனை எழுதுக.

படி 3 கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் பொது வகுத்திகளில் பெரியது மீப்பெரு பொ.வ ஆகும்

கொடுக்கப்பட்ட எண்கள்: 30, 42

30இன் வகுத்திகள்: 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30

42இன் வகுத்திகள் : 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42

பொது வகுத்திகள் : 1, 2, 3, 6

மீப்பெரு பொது வகுத்தி : 6

கொடுக்கப்பட்ட எண்கள்: 35, 45, 60

35 இன் வகுத்திகள் : 1, 5, 7, 35

45 இன் வகுத்திகள் : 1, 3, 5, 9, 15, 45

60 இன் வகுத்திகள் : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60

பொதுவகுத்திகள் : 1, 5

மீப்பெரு பொது வகுத்தி : 5

காரணி முறை

படி 1 கொடுக்கப்பட்ட எண்களுக்குப் பகாக் காரணி காண்க.

படி 2 கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் பகாக் காரணிகளில் பொதுவான காரணிகளை வட்டமிடுக.

படி 3 பொதுவான காரணிகளின் பெருக்குத் தொகை, அவ்வெண்களின் மீப்பெரு பொ.வ. ஆகும்.

கொடுக்கப்பட்ட எண்கள்: 30 , 42

30 இன் காரணிகள்

		மீதி
2	30	
3	15	– 0
5	5	– 0
	1	– 0

42 இன் காரணிகள்

		மீதி
2	42	
3	21	–0
7	7	–0
	1	–0

30 இன் காரணிகள் = 2 x 3 x 5

42 இன் காரணிகள் = 2 x 3 x 7

(இரண்டுக்கும் பொதுவான காரணிகளை வட்டமிடுக)

கொடுக்கப்பட்ட எண்களின்

மீப்பெரு பொ.வ. = 2 x 3 = 6

எடுத்துக்காட்டு : 3

காரணி முறையில் 85 ,45, 60 ஆகியவற்றின் மீப்பெரு பொ.வ காண்க.

85இன் காரணிகள்

5	85	மீதி
17	17	– 0
	1	– 0

45இன் காரணிகள்

3	45	மீதி
3	15	– 0
5	5	– 0
	1	– 0

60இன் காரணிகள்

2	60	மீதி
2	30	– 0
3	15	– 0
5	5	– 0
	1	– 0

85இன் காரணிகள் = 5 *(circled)* x 17

45இன் காரணிகள் = 3 x 3 x 5 *(circled)*

60இன் காரணிகள் = 2 x 2 x 3 x 5 *(circled)*

(மூன்றுக்கும் பொதுவான காரணிகளை வட்டமிடுக.)

கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் மீப்பெரு பொ. வ. = 5

2.5.3 சார்பகா எண்கள் (Relatively prime numbers)

ஏதேனும் இரு இயல் எண்களை கொண்டு வரிசைச்சோடிகளை அமைக்கலாம். உதாரணமாக (5, 12), (9, 17), (11, 121).......

(3, 5) என்ற வரிசைச்சோடியில் உள்ள எண்களின் மீப்பெரு.பொ.வ. 1 ஆகும்.

(5, 15) என்ற வரிசைச்சோடியில் உள்ள எண்களின் மீப்பெரு.பொ.வ. 5 ஆகும்.

எந்த ஒரு வரிசைச்சோடியில் உள்ள எண்களின் மீப்பெரு.பொ.வ. '1' எனில் அவை சார்பகா எண்கள் எனப்படும்.

எடுத்துக்காட்டு : 4

பின்வரும் வரிசைச்சோடிகள் சார்பகா எண்களா? என ஆராய்க.

(13, 17), (7, 21), (101, 201), (12, 13)

1. (13, 17) – சார்பகா எண்கள்
   (13, 17) இன் மீப்பெரு பொ.வ. = 1
2. (7, 21) – சார்பகா எண்கள் அல்ல
   (7, 21) இன் மீப்பெரு பொ.வ. = 7
3. (101, 201) – சார்பகா எண்கள்
   (101, 201) இன் மீப்பெரு பொவ. = 1
4. (12, 13) – சார்பகா எண்கள்
   (12, 13) இன் மீப்பெரு பொ.வ. = 1

அடுத்தடுத்துள்ள இரு எண்களின் மீப்பெரு பொ. வ. 1 ஆதலால் அவ்விரு எண்களும் சார்பகா எண்கள் எனப்படும்.

பயிற்சி 2.5

1. கீழ்க்காணும் வினாக்களுக்குச் சரியா, தவறா என்று விடையளிக்க:

   (i) 2, 3 இன் மீப்பெரு பொ. வ. 1

   (ii) 4, 6 இன் மீச்சிறு பொ.ம. 24

   (iii) (5, 15) என்பன சார்பகா எண்கள்.

   (iv) இரு எண்களில் மீப்பெரு பொ. வ. என்பது மீச்சிறு பொ.ம. வைவிடச் சிறியது.

2. பின்வருவனவற்றுள் சரியான ஒன்றைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக.

   (i) 3, 6 இன் மீப்பெரு பொ. வ.

   (அ) 1 (ஆ) 2 (இ) 3 (ஈ) 6

   (ii) 5, 15 இன் மீச்சிறு பொ.ம.

   (அ) 5 (ஆ) 10 (இ) 15 (ஈ) ஏதுமில்லை

   (iii) இரு பகா எண்களின் மீப்பெரு பொ. வ. என்பது

   (அ) 1 (ஆ) ஒரு பகா எண் (இ) ஒரு பகு எண் (ஈ) 0

   (iv) (3, 5) என்ற சார்பகா எண்களில் மீப்பெரு பொ. வ, மீச்சிறு பொ.ம.

   (அ) 1, 3 (ஆ) 1, 5 (இ) 1, 15 (ஈ) 1, 8

3. மீப்பெரு.பொ.வ மற்றும் மீச்சிறு.பொ.ம காண்க

   (i) 30, 42 (ii) 34, 102 (iii) 12, 45, 75 (iv) 48, 72, 108

4. புஷ்பா 75 கிகி, 60 கிகி எடையுள்ள இரண்டு அரிசி மூட்டைகளை வாங்குகிறார். இம்மூட்டைகளில் உள்ள அரிசியைத் தனித்தனியாகச் சம எடையுள்ள பைகளில் நிரப்ப வேண்டும் (மீதம் இல்லாமல்). ஒரு பையின் அதிகபட்ச எடை எவ்வளவு இருக்கலாம் ?

2.6. மீப்பெரு.பொ.வ., மீச்சிறு.பொ.ம. ஆகியவற்றிற்கிடையேயுள்ள தொடர்பு

பின்வரும் அட்டவணையைக் கவனித்து விடுபட்ட எண்களை நிரப்புக.

முதல் எண்	இரண்டாவது எண்	பெருக்குத் தொகை	மீச்சிறு பொ.ம.	மீப்பெரு பொ.வ.	மீப்பெரு பொ. வ.x மீச்சிறு பொ.ம.
8	12	96	24	4	96
18	36	648	36	18	648
5	?	75	15	5	75
3	9	27	?	3	27

அட்டவணையிலிருந்து,

இரு எண்களின் பெருக்கற்பலன் = அவற்றின் மீப்பெரு.பொ.வ. x மீச்சிறு. பொ.ம.

எடுத்துக்காட்டு : 5

36, 156 என்ற இரு எண்களின் மீப்பெரு. பொ.வ. 12 எனில் அவற்றின் மீச்சீறு பொ.ம. காண்க.

முதல் எண் = 36

இரண்டாவது எண் = 156

மீப்பெரு பொ.வ. = 12

$$\text{மீச்சிறு பொ.ம.} = \frac{\text{இரு எண்களின் பெருக்கற்பலன்}}{\text{மீப்பெரு.பொ.வ.}}$$

$$= \frac{36 \times 156}{12}$$

$$= 468$$

எடுத்துக்காட்டு : 6

இரு எண்களின் மீப்பெரு பொ.வ. 3, மீச்சிறு பொ.ம. 72, ஒரு எண் 24 எனில் மற்றொரு எண்ணைக் காண்க.

ஒரு எண் = 24

மீப்பெரு பொ. வ. = 3

மீச்சிறு பொ.ம. = 72

$$\text{மற்றொரு எண்} = \frac{\text{மீப்பெரு பொ. வ.} \times \text{மீச்சிறு பொ.ம.}}{\text{ஒரு எண்}}$$

$$= \frac{3 \times 72}{24}$$

$$= 9$$

பயிற்சி 2.6

1. இரு வெவ்வேறு எண்களின் சரியான தொடர்பு

   (i) மீப்பெரு.பொ.வ = மீச்சிறு பொ.ம.

   (ii) மீப்பெரு பொ.வ ≤ மீச்சிறு பொ.ம.

   (iii) மீச்சிறு பொ.ம ≤ மீப்பெரு பொ.வ.

   (iv) மீச்சிறு பொ.ம > மீப்பெரு பொ.வ.

2. 78, 39 ஆகியவற்றின் மீச்சிறு பொ.ம 78 எனில் மீப்பெரு பொ.வ காண்.
3. இரு எண்களின் மீப்பெரு. பொ.வ. 2 மற்றும் மீச்சிறு பொ.ம. 28 என்க. ஒரு எண் 4 எனில் மற்றொரு எண் என்ன?

உங்கள் சிந்தனைக்கு

1. அடுத்தடுத்துள்ள இரு இரட்டை எண்களின் மீப்பெரு பொ.வ. என்ன?
2. அடுத்தடுத்துள்ள இரு ஒற்றை எண்களின் மீப்பெருபொ.வ. என்ன?
3. அடுத்தடுத்துள்ள ஏதேனும் இரு எண்களின் மீப்பெரு பொ.வ. என்ன?
4. அடுத்தடுத்துள்ள இரு ஒற்றை எண்களின் கூடுதல் 4ஆல் வகுபடுமா என்பதைச் சில எண்களின் உதவியுடன் சரிபார்க்க.
5. அடுத்தடுத்துள்ள மூன்று எண்களின் பெருக்கற்பலன் 6ஆல் வகுபடுமா என்பதைச்சில எண்களின் உதவியுடன் சரிபார்க்க.

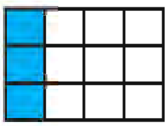
நினைவில் கொள்க.

- எண்களை எந்த வரிசையிலும் கூட்டலாம், பெருக்கலாம். (கழித்தல் மற்றும் வகுத்தல் செயல்களுக்கு இது பொருந்தாது)
- ஓர் எண்ணை மற்றொரு எண் மீதியின்றி வகுக்குமானால் (அதாவது மீதி 0ஆக இருக்குமானால்) அவ்வகுப்பான் அவ்வெண்ணின் வகுத்தி எனப்படும்.
- 1 என்பது எல்லா எண்களுக்கும் வகுத்தியாக அமையும். ஓர் எண் அதற்கு வகுத்தியாக அமையும்.
- 1 மற்றும் அந்த எண்ணால் மட்டுமே வகுபடும் எண்கள் பகா எண்கள் ஆகும். மற்ற எண்கள் பகு எண்கள் ஆகும்.
- ஓர் எண்ணின் 2, 3, 5, 6, 8, 9, 10, 11 ஆகியவற்றால் வகுபடுந்தன்மையை எளிதாக அறிய முடியும்.
- எந்த ஓர் எண்ணையும் ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட பகா எண்களின் பெருக்கலாக எழுதும் முறை 'பகாக் காரணிப்படுத்துதல்' ஆகும்.
- வெவ்வேறு எண்களின் பொது வகுத்திகளில் மிகப் பெரிய வகுத்தி அவ்வெண்களின் மீப்பெரு பொது வகுத்தி ஆகும்.
- இரு எண்களின் மீப்பெரு பொ. வ. 1 எனில் அவ்விரு எண்களும் சார்பகா எண்கள் எனப்படும்.
- வெவ்வேறு எண்களின் பொது மடங்குகளில் மிகச் சிறிய மடங்கு அவ்வெண்களின் மீச்சிறு பொது மடங்கு ஆகும்.
- இரு எண்களின் பெருக்கற்பலன் அவற்றின் மீப்பெரு.பொ.வ. மற்றும் மீச்சிறு பொ.ம. ஆகியவற்றின் பெருக்கற்பலனுக்குச் சமமாகும்.

3. பின்னங்கள், தசம எண்கள்
(Fractions and Decimal Numbers)

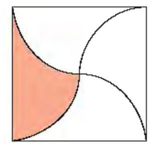
3.1 பின்னங்கள் – மீள்பார்வை

பின்னம் என்பது முழுப்பகுதியைச் சம பாகங்களாகப் பிரித்து, அதில் ஒரு பாகம் அல்லது பல பாகங்களைக் குறிக்கின்ற எண் ஆகும். முழுப் பகுதியின் பாகங்கள் **சமமாக** இருக்கவேண்டும்.

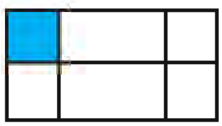


$\frac{3}{12}$ பின்னம்

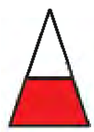
$\frac{2}{6}$ பின்னம்



$\frac{1}{4}$ பின்னம்



இது $\frac{1}{6}$ அல்ல
(இவை சம பாகங்கள் இல்லை)



இது $\frac{1}{2}$ அல்ல
(இவை சம பாகங்கள் இல்லை)

இது $\frac{2}{8}$ ஆகும்

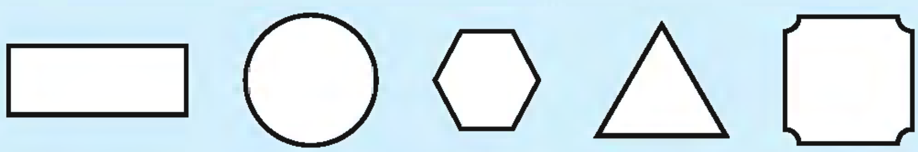
பின்னத்தில் மேலிருக்கும் எண் **தொகுதி** என்றும் கீழிருக்கும் எண் **பகுதி** என்றும் அழைக்கப்படுகிறது.

$$\text{பின்னம்} = \frac{\text{தொகுதி}}{\text{பகுதி}}$$

நமக்குக் கால்பங்கு, அரைப்பங்கு, முக்கால் பங்கு என்று பங்கு போடத் தெரியும். இம்மாதிரிப் பாகங்களை $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}$ என எண்களால் குறிப்பிடலாம். இத்தகைய எண்களைப் **பின்னங்கள்** என அழைக்கிறோம்.

செய்து பார்க்க :

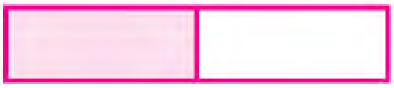
கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள வடிவங்களில் பின்னங்களை நிழலிட்டுக் காட்டவும்.



$\frac{2}{7}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{4}$

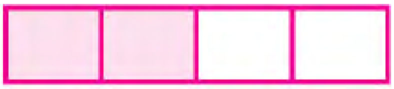
3.1.1 சமான பின்னங்கள்—மீள்பார்வை

முதலில் ஒரு செவ்வகத்தை 2 சம பாகங்களாகப் பிரிக்கலாம். இரண்டில் ஒரு பகுதியை நிழலிடலாம்.



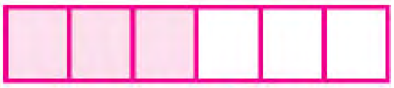
நிழலிடப்பட்ட பகுதி = $\frac{1}{2}$

இப்போது அதே செவ்வகத்தை 4 சம பாகங்களாகப் பிரிக்கலாம்.



நிழலிடப்பட்ட பகுதி = $\frac{2}{4}$

அடுத்து அதே செவ்வகத்தை 6 சம பாகங்களாகப் பிரிக்கலாம்.



நிழலிடப்பட்ட பகுதி = $\frac{3}{6}$

நிழலிட்ட பகுதியின் அளவு மாறவில்லை. ஆனால், அதைப் பல பின்னங்களை வைத்துக் குறிப்பிடலாம்.

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$$

இதேபோன்று **ஒரே அளவை** அல்லது **ஒரே மதிப்பைக்** குறிக்கும் பின்னங்களைச் **சமான பின்னங்கள்** என்று கூறுகிறோம்.

சமான பின்னங்களுக்கான செயல்பாடு:

சமான பின்னங்கள் செயல்பாட்டிற்கு ஓர் அட்டையை எடுத்துக்கொண்டு, கீழிருப்பதுபோல் ஒன்றின் மடங்கு, இரண்டின் மடங்கு எனப் பத்தின் மடங்குவரை எழுதி வெட்டி வைத்துக்கொள்ளவும்.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

2 4 6 8 10 12 14 16 18 20 22 24 26 28 30

3 6 9 12 15 18 21 24 27 30 33 36 39 42 45

5 10 15 20 25 30 35 40 45 50 55 60 65 70 75

8 16 24 32 40 48 56 64 72 80 88 96 104 112 120

இதை மடங்கு அட்டை எனக் கூறலாம்.

இப்போது $\frac{2}{3}$ இன் சமான பின்னங்களைப் பார்க்கலாம்.

தீர்வு:

மேலே உள்ள தொகுதி எண்ணின் மடங்கு அட்டையையும், கீழே உள்ள பகுதி எண்ணின் மடங்கு அட்டையையும் படத்தில் உள்ளதுபோல் வைக்கவும்.

2 இன் மடங்கு அட்டை	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
3 இன் மடங்கு அட்டை	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{4}{6}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 3}{3 \times 3} = \frac{6}{9}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{10}{15}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 9}{3 \times 9} = \frac{18}{27}$$

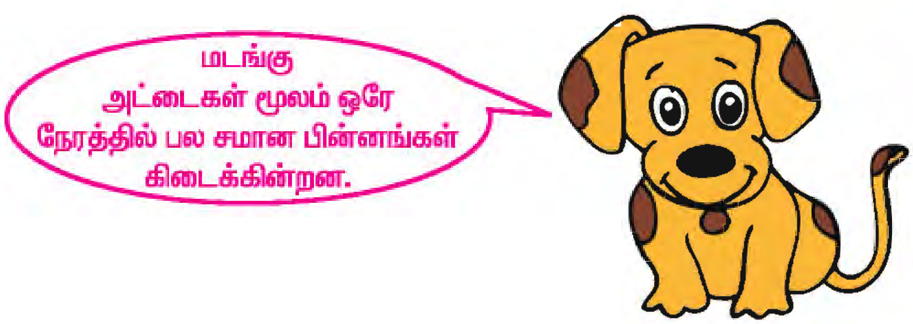
2இன்கீழ் 3 போல்
4இன்கீழ் 6 ,
6இன்கீழ் 9 போன்றவற்றைப் படத்தில் காணலாம்.

இவை அனைத்தும் சமான பின்னங்களே!

அதாவது, தொகுதியையும், பகுதியையும் ஒரே எண்ணால் பெருக்கும்போது, சமான பின்னம் கிடைக்கிறது.

ஆக, $$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{2 \times 3}{3 \times 3} = \frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{2 \times 9}{3 \times 9} = \frac{2 \times 10}{3 \times 10}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{10}{15} = \frac{18}{27} = \frac{20}{30}$$



எடுத்துக்காட்டு : 1

கீழிருக்கும் சமான பின்னங்களில் விடுபட்டுள்ள எண்ணை மடங்கு அட்டை வைத்துக் கண்டுபிடிக்கவும்.

$$\frac{4}{9} = \frac{8}{18} = \frac{\square}{45} = \frac{32}{\square}$$

4இன்மடங்கு அட்டை	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60
9இன் மடங்கு அட்டை	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108	117	126	135

மேலே உள்ள படத்திலிருந்து

1. பகுதி எண் 45 என்றால், தொகுதி எண் 20 எனப் பார்க்கலாம்.
2. அதேபோல், தொகுதி எண் 32 என்றால், பகுதி எண் 72 ஆக இருக்கவேண்டும்.

$$\frac{4}{9} = \frac{8}{18} = \frac{\boxed{20}}{45} = \frac{32}{\boxed{72}}$$

எடுத்துக்காட்டு : 2

$\frac{3}{7}$ இன் ஏதாவது ஐந்து சமான பின்னங்களை எழுதவும்.

சமான பின்னம் கண்டறிய தொகுதியையும் ,

பகுதியையும் ஒரே எண்ணால் பெருக்கவும்.

$$\frac{3}{7} = \frac{3x2}{7x2} = \frac{3x4}{7x4} = \frac{3x5}{7x5} = \frac{3x9}{7x9} = \frac{3x10}{7x10}$$

$$\frac{3}{7} = \frac{6}{14} = \frac{12}{28} = \frac{15}{35} = \frac{27}{63} = \frac{30}{70}$$

3.1.2 பின்னங்களை எளிய (சுருங்கிய) வடிவில் எழுதுதல்

இப்போது , நாம் $\frac{15}{18}$ என்ற பின்னத்தை எடுத்துக்கொள்வோம்.

15இன் வகுத்திகள் = 1, 3, 5, 15

18இன் வகுத்திகள் = 1, 2, 3, 6, 9, 18

$$\frac{15}{18} = \frac{3x5}{3x6}$$

$$\frac{15}{18} = \frac{\cancel{3}x5}{\cancel{3}x6} = \frac{5}{6}$$

15 மற்றும் 18 இரண்டும் மூன்றால் வகுபடும். எனவே இரண்டையும் மூன்றின் மடங்குகளால் எழுதலாம். இப்போது 3ஐ 3ஆல் வகுத்தால் விடை 1 ஆகும். அதனால், மேலும் கீழும் ஒரே எண் இருந்தால் அதை நீக்கி விடுவது வழக்கம்.

5இன் வகுத்திகள் =1, 5

6 இன் வகுத்திகள் =1, 2, 3, 6

இப்போது 5க்கும், 6க்கும் பொதுவான வகுத்தி (1 தவிர) இல்லாததால், $\frac{5}{6}$ தான் $\frac{15}{18}$ இன் எளிய வடிவம் ஆகும்.

சமான பின்னங்கள் எல்லாம் ஒரே மதிப்பைக் கொண்டவை. அம்மதிப்பை ஒரே எண்ணாகக் குறிப்பிட்டால் போதுமே! ஆகவேதான் தொகுதிக்கும், பகுதிக்கும் பொதுவான காரணி இல்லாத எளிய வடிவத்தில் தருகிறோம்.

எடுத்துக்காட்டு : 3

$\frac{12}{16}$ எளிய பின்னமாக மாற்றுக.

12இன் காரணிகள் : 2, 3, 4, 6

16இன் காரணிகள் : 2, 4, 8

2 என எடுத்துக் கொண்டால்

$$\frac{12}{16} = \frac{2x6}{2x8} = \frac{6}{8}$$

6இன் காரணிகள் : 2, 3

8இன் காரணிகள் : 2, 4

$$\frac{6}{8} = \frac{\cancel{2}x3}{\cancel{2}x4} = \frac{3}{4}$$

2, 4 என்ற இரண்டு காரணிகள் உள்ளதால், ஏதேனும் ஒன்றை எடுத்துக் கொள்வோம்.

2 க்கு பதில் 4ஐக் காரணியாக எடுத்துக்கொள்வோம்.

$$\frac{12}{16} = \frac{4x3}{4x4} = \frac{3}{4}$$

3க்கும், 4க்கும் பொதுவான காரணிகள் வேறு ஏதும் இல்லை.

எனவே, $\frac{12}{16}$ இன் எளிய வடிவம் $\frac{3}{4}$ ஆகும்.

எனவே, பெரிய காரணியை எடுக்கும்போது, விடை எளிதாகக் கிடைத்துவிடுகிறது. எனவே, ஒன்றுக்கும் மேற்பட்ட காரணிகள் உள்ளபோது, பெரிய காரணியை எடுத்துக்கொண்டால், எளிதாக விடை கண்டறியலாம்.

எடுத்துக்காட்டு : 4

$\frac{24}{40}$ இன் எளிய வடிவத்தை எழுதுக.

24 இன் காரணிகள் = 2, 3, 4, 6, 8, 12

40 இன் காரணிகள் = 2, 4, 5, 8, 10, 20

8 என்பது பெரிய காரணி. எனவே, $\frac{24}{40} = \frac{8x3}{8x5} = \frac{3}{5}$

பயிற்சி 3.1

1. ஒவ்வொரு பின்னத்திற்கும் 4 சமான பின்னங்களை எழுதுக: (i) $\frac{5}{6}$ (ii) $\frac{3}{8}$ (iii) $\frac{2}{7}$ (iv) $\frac{3}{10}$

2. $\frac{2}{5}, \frac{12}{16}, \frac{1}{3}, \frac{5}{15}, \frac{16}{40}, \frac{3}{4}, \frac{9}{12}$ பின்னங்களில் சமான பின்னங்களைக் கண்டறிக.

3. கீழுள்ள பின்னங்களின் எளிய வடிவத்தைக் கணக்கிடுக.

   (i) $\frac{12}{14}$ (ii) $\frac{35}{60}$ (iii) $\frac{48}{64}$ (iv) $\frac{27}{81}$ (v) $\frac{50}{90}$

4. விடுபட்ட எண்களைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

   (i) $\frac{1}{4} = \frac{?}{20} = \frac{3}{?}$ (ii) $\frac{3}{5} = \frac{21}{?} = \frac{?}{20}$ (iii) $\frac{5}{9} = \frac{35}{?} = \frac{?}{72}$

3.1.3 பின்னங்களை ஒப்பிடுதல், கூட்டல், கழித்தல் மீள்பார்வை

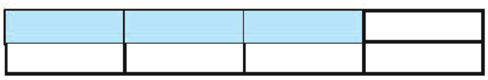
இரு பின்னங்களின் பகுதி ஒரே எண்ணாக இருந்தால் அவை ஓரினப்பின்னங்கள் ஆகும்.
$\left(\text{உ.ம்: } \frac{2}{7}, \frac{5}{7}\right)$

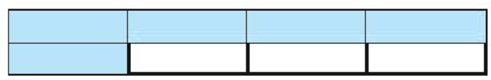
எண்களில் ஒப்பிடுதல், கூட்டல், கழித்தல் போன்ற செயல்பாடுகள் நமக்குத் தெரியும். பின்னங்களிலும் இதுபோன்ற செயல்பாடுகளைக் காண முடியுமா ?

ஒப்பிடுதல்

$\frac{3}{8}, \frac{5}{8}$ என்ற இரு பின்னங்களில் எது பெரியது ?

ஒரு செவ்வகத்தை எடுத்துக் கொள்வோம்.


$\frac{3}{8}$


$\frac{5}{8}$

$\frac{5}{8}$ என்ற பின்னம் $\frac{3}{8}$ என்ற பின்னத்தைவிடப் பெரியதாக உள்ளதைப் படத்தின்மூலம் பார்க்கலாம். இது போன்று பகுதி ஒன்றாக உள்ள பின்னங்களில், தொகுதியை மட்டும் ஒப்பிட்டு எந்தப் பின்னம் பெரியது என்று கூறிவிடலாம்.

அதாவது, $\frac{3}{8} < \frac{5}{8}$

எடுத்துக்காட்டு : 5

$\frac{9}{11}, \frac{7}{11}$ என்ற பின்னங்களில் பகுதி ஒரே எண்ணாக உள்ளது. எனவே, தொகுதியில் எது பெரியது என்று பார்க்கலாம்.

9, 7 ஐவிடப் பெரியதாக உள்ளதால் $\frac{9}{11}$ பெரியது. அதாவது, $\frac{9}{11} > \frac{7}{11}$

ஓரினப் பின்னக் கூட்டல்

இந்தப் படத்தில்

வண்ணமிடப்பட்ட பின்ன அளவு $\frac{1}{10}$ என்று நமக்குத் தெரியும் .

வண்ணமிடப்பட்ட பின்ன அளவு $\frac{3}{10}$

மொத்த வண்ணமிடப்பட்ட பகுதி $\frac{4}{10}$ என்று படத்தில் பார்க்கலாம்.

எனவே, $\boxed{\frac{1}{10}+\frac{3}{10}=\frac{4}{10}}$

மேலே இரு பின்னங்களிலும் பகுதி ஒன்றாகஉள்ளதைப் பார்க்கலாம்.

செய்து பார்க்க :

1. $\frac{3}{11}+\frac{1}{11}=?$
2. $\frac{3}{8}+\frac{4}{8}+\frac{2}{8}=?$
3. $\frac{1}{31}+\frac{15}{31}+\frac{7}{31}=?$

பகுதி ஒரே எண்ணாக இருந்தால், தொகுதியை மட்டும் கூட்டினால் பின்னங்களின் கூடுதல் கிடைத்துவிடும்.

ஓரினப் பின்னக் கழித்தல்

ஓரினப் பின்னங்களில் எது பெரியது ? எது சிறியது ? என்று தெரிந்தவுடன் பெரிய பின்னத்திலிருந்து சிறிய பின்னத்தினைக் கழிக்கலாம்.

1. $\frac{2}{4}-\frac{1}{4}=\frac{2-1}{4}=\frac{1}{4}$ 2. $\frac{6}{7}-\frac{4}{7}=\frac{6-4}{7}=\frac{2}{7}$

சிறிய பின்னத்திலிருந்து பெரிய பின்னத்தினைக் கழிக்க இயலுமா ?

பயிற்சி 3.2

1) கீழ்வரும் பின்னங்களில் எது பெரியது எனக் கண்டுபிடிக்கவும்.

(i) $\frac{3}{7},\frac{5}{7}$ (ii) $\frac{2}{12},\frac{7}{12}$ (iii) $\frac{6}{19},\frac{16}{19}$ (iv) $\frac{13}{34},\frac{31}{34}$ (v) $\frac{37}{137},\frac{33}{137}$

2) கீழ்வரும் ஓரினப் பின்னங்களைக் கூட்டுக.

(i) $\frac{1}{4}+\frac{2}{4}=?$ (ii) $\frac{3}{7}+\frac{4}{7}=?$ (iii) $\frac{3}{13}+\frac{9}{13}=?$ (iv) $\frac{5}{7}+\frac{3}{7}+\frac{4}{7}=?$

(v) $\frac{5}{124}+\frac{43}{124}+\frac{33}{124}=?$ (vi) $\frac{23}{432}+\frac{23}{432}+\frac{32}{432}=?$

3) கீழ்வரும் ஓரினப் பின்னக் கணக்குகளுக்கு விடை காண்க.

(i) $\frac{12}{13}-\frac{4}{13}=?$ (ii) $\frac{9}{17}-\frac{6}{17}=?$ (iii) $\frac{34}{39}-\frac{33}{39}=?$ (iv) $\left\{\frac{75}{47}+\frac{3}{47}\right\}-\frac{14}{47}=?$

(v) $\left\{\frac{125}{214}-\frac{25}{214}\right\}+\frac{50}{214}=?$ (vi) $\left\{\frac{24}{122}+\frac{2}{122}\right\}-\frac{13}{122}=?$

3.1.4 வேற்றினப் பின்னங்கள்: ஒப்பிடுதல், கூட்டல், கழித்தல்

$\frac{1}{4}, \frac{2}{5}$ ஆகியவற்றில் எது பெரியது ?

இங்குப் பகுதிகள் வெவ்வேறாக உள்ளது என்பதனைக் கவனிக்க.

இரு பின்னங்களின் பகுதிகள் வெவ்வேறாக இருந்தால், அவை "வேற்றினப் பின்னங்கள்" எனப்படும்.

வேற்றினப் பின்னங்களின் ஒப்பிடுதல், கூட்டல், கழித்தல் போன்ற செயல்களுக்கு, அவற்றினை முதலில் ஓரினப் பின்னங்களாக மாற்றவேண்டும் .

வேற்றினப் பின்னங்களை ஓரினப் பின்னங்களாக மாற்றுவது எப்படி ?

$\frac{1}{4}, \frac{2}{5}$ என்ற இரு வேற்றினப் பின்னங்களை எடுத்துக்கொள்வோம்.

இவற்றினை ஓரினப் பின்னங்களாக மாற்ற வேண்டும். ஆனால், பின்னங்களின் மதிப்பு மாறக் கூடாது. மதிப்பு மாறாமல் எப்படி ஒரே பகுதி உடைய பின்னங்களாக எழுத முடியும் ?

சமான பின்னங்கள் கண்டறிவதன்மூலம் வேற்றினப் பின்னங்களை ஓரினப் பின்னங்களாக மாற்றலாம்.

$\frac{1}{4}$ இன் சமான பின்னங்கள் $\rightarrow \frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12} = \frac{4}{16} = \frac{5}{20} = \frac{6}{24} = \frac{7}{28}$

$\frac{2}{5}$ இன் சமான பின்னங்கள் $\rightarrow \frac{2}{5} = \frac{4}{10} = \frac{6}{15} = \frac{8}{20} = \frac{10}{25} = \frac{12}{30} = \frac{14}{35}$

இரண்டு பின்னங்களில் பகுதி எங்கு சமமாகிறது என்று பார்ப்பதுதான் முக்கியம்.

ஆக $\frac{1}{4}, \frac{2}{5}$ என்ற பின்னங்களை அதன் மதிப்பு மாறாமல் $\frac{5}{20}, \frac{8}{20}$ என எழுதலாம்.

இப்போது $\frac{5}{20}, \frac{8}{20}$ என்பவை ஓரினப் பின்னங்கள் ஆகும்.

இப்போது $\frac{8}{20} > \frac{5}{20}$. எனவே, $\frac{2}{5} > \frac{1}{4}$ எனத் தெரிந்துகொள்ளலாம்.

எடுத்துக்காட்டு : 6

$\frac{1}{2}, \frac{3}{5}$ என்ற வேற்றினப் பின்னங்களில் எது பெரியது ?

$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \frac{6}{12} = \frac{7}{14} = \frac{8}{16} = \frac{9}{18} = \frac{10}{20}$

$\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \frac{9}{15} = \frac{12}{20} = \frac{15}{25} = \frac{18}{30} = \frac{21}{35} = \frac{24}{40} = \frac{27}{45} = \frac{30}{50}$

வேற்றினப் பின்னங்களை ஓரினப் பின்னங்களாக மாற்றலாம். இதில், எந்தப் பின்னம் பெரியது என எளிதில் காணலாம்.

$\frac{6}{10} > \frac{5}{10}$ எனவே, $\frac{3}{5} > \frac{1}{2}$ அல்லது $\frac{12}{20} > \frac{10}{20}$ எனவே, $\frac{3}{5} > \frac{1}{2}$

செயல்பாடு

கீழ்க்காணும் இரு மடங்கு அட்டைகளைப் போன்று 10 வரையிலான மடங்கு அட்டைகளைத் தயாரிக்கவும்.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45

இப்போது, ஏதேனும் இரண்டு பின்னங்களை எடுத்துக்கொண்டு, ஓரினப் பின்னங்களாக்குவோம்.

$\frac{3}{4}, \frac{2}{5}$

$\frac{3}{4}$	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
$\frac{2}{5}$	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50

மேலே உள்ளது போல் $\frac{3}{4}$ மடங்கு அட்டையும் $\frac{2}{5}$ மடங்கு அட்டையும் எடுத்து வைக்கவும். இப்போது பகுதி எண்களின் அட்டைகளைப் பார்த்து ஒரே எண் எங்குள்ளது எனக் கண்டுபிடிக்கவும். இங்கு 20 ம், 40 ம் இரண்டு பகுதி அட்டைகளிலும் இருக்கிறது. பகுதி 20 –ஐ எடுத்துக்கொண்டால்

$\frac{3}{4}=\frac{15}{20}$ $\frac{2}{5}=\frac{8}{20}$ என அறியலாம்.

இதேபோல் மற்றப் பின்னங்களையும் இந்தச் செயல்பாட்டைக்கொண்டு ஒப்பிட்டுக் கூட்டல், கழித்தல் போன்றவற்றைச் செய்யலாம்.

3.1.5 வேற்றினப் பின்னங்களின் கூட்டல்

$\frac{1}{4} + \frac{2}{5} = ?$

கூட்டல் செயலுக்கு, முதலில் இரு பின்னங்களையும் ஓரினப் பின்னங்களாக மாற்றவேண்டும்.

$\frac{1}{4}$ இன் சமான பின்னங்கள் → $\frac{1}{4}=\frac{2}{8}=\frac{3}{12}=\frac{4}{16}=\frac{5}{20}=\frac{6}{24}=\frac{7}{28}$

$\frac{2}{5}$ ன் சமான பின்னங்கள் → $\frac{2}{5}=\frac{4}{10}=\frac{6}{15}=\frac{8}{20}=\frac{10}{25}=\frac{12}{30}=\frac{14}{35}$

$\frac{1}{4}=\frac{5}{20}, \frac{2}{5}=\frac{8}{20}$ எனவே, $\frac{1}{4}+\frac{2}{5}=\frac{5}{20}+\frac{8}{20}=\frac{13}{20}$

எடுத்துக்காட்டு : 7

$\frac{2}{5}+\frac{5}{6} = ?$

$\frac{2}{5}=\frac{4}{10}=\frac{6}{15}=\frac{8}{20}=\frac{10}{25}=\frac{12}{30}=\frac{14}{35}$

$\frac{5}{6}=\frac{10}{12}=\frac{15}{18}=\frac{20}{24}=\frac{25}{30}=\frac{30}{36}=\frac{35}{42}$

$\frac{2}{5}=\frac{12}{30}, \frac{5}{6}=\frac{25}{30}$

$\therefore \frac{2}{5}+\frac{5}{6}=\frac{12}{30}+\frac{25}{30}=\frac{37}{30}$

முன்பு பார்த்த கணக்குகளை எடுத்துக்கொள்வோம்.

$$\frac{1}{4}+\frac{2}{5}=\frac{5}{20}+\frac{8}{20}$$

அதாவது, $\frac{1}{4}$ என்பது $\frac{5}{20}$ க்குச் சமானமாக உள்ளது.

$\frac{2}{5}$ என்பது $\frac{8}{20}$ க்குச் சமானமாக உள்ளது.

அதாவது, $$\frac{1x5}{4x5}+\frac{2x4}{5x4}=\frac{5}{20}+\frac{8}{20}=\frac{13}{20}$$

அதேபோன்று

$$\frac{2}{5}+\frac{5}{6}=\frac{2x6}{5x6}+\frac{5x5}{6x5}$$

$$=\frac{12}{30}+\frac{25}{30}=\frac{37}{30}$$

ஆகவே, எளிதாக வேற்றினப் பின்னங்களைக் கூட்ட கீழே உள்ள படிகளைப் பயன்படுத்தலாம்.

$$\frac{1}{4}+\frac{2}{5}$$

படி – 1

இரு பகுதிகளையும் பெருக்கிக் கொள்ளவும். $\frac{1}{4}+\frac{2}{5}=\frac{\quad}{4x5}$

படி – 2

தொகுதிகளை மற்றொரு பின்னத்தின் பகுதியால் பெருக்கவும். $\frac{1x5}{4x5}+\frac{2x4}{5x4}=\frac{(1x5)+(2x4)}{4x5}$

படி – 3

$$\frac{1}{4}+\frac{2}{5}=\frac{5+8}{4x5}=\frac{13}{20}$$

எடுத்துக்காட்டு : 8

$$\frac{3}{8}+\frac{5}{7}=\frac{(3x7)+(5x8)}{8x7}$$

$$=\frac{21+40}{56}$$

$$=\frac{61}{56}$$

எடுத்துக்காட்டு : 9

$$\frac{11}{10}+\frac{4}{9}=\frac{(11 x 9)+(4 x 10)}{10 x 9}$$

$$=\frac{99+40}{90}$$

$$=\frac{139}{90}$$

3.1.6 கழித்தல்

கழித்தலும் , கூட்டல் போன்ற செயல்பாடு ஆகும். முதலில் ஓரினப் பின்னங்களாக மாற்றவேண்டும். பின் தொகுதிகளை மட்டும் கழித்தால் போதும்.

எடுத்துக்காட்டு $\frac{4}{5}-\frac{1}{3} = ?$

படி 1 : ஓரினப் பின்னங்களாக மாற்றுதல்:

$\frac{4}{5}=\frac{4 \times 3}{5 \times 3}=\frac{12}{15}$, $\frac{1}{3}=\frac{5 \times 1}{5 \times 3}=\frac{5}{15}$,

$\frac{12}{15}$, $\frac{5}{15}$ ஆகியன $\frac{4}{5}, \frac{1}{3}$ இன் ஓரினப் பின்னங்கள்.

படி 2 : கழித்தல்

$\frac{4}{5}-\frac{1}{3} = \frac{12}{15}-\frac{5}{15}=\frac{7}{15}$

எனவே, $\frac{4}{5}-\frac{1}{3}=\frac{7}{15}$

பயிற்சி 3.3

1) கீழ்வரும் பின்னங்களில் எது பெரியது ?

(i) $\frac{5}{7}, \frac{3}{8}$ (ii) $\frac{2}{10}, \frac{7}{12}$ (iii) $\frac{6}{5}, \frac{2}{4}$ (iv) $\frac{6}{9}, \frac{4}{3}$ (v) $\frac{3}{2}, \frac{3}{7}$

2) விடை காண்க.

(i) $\frac{3}{4}+\frac{2}{3}= ?$ (ii) $\frac{3}{8}+\frac{2}{4}= ?$ (iii) $\frac{3}{5}+\frac{9}{9}= ?$ (iv) $\frac{5}{3}+\frac{3}{8}+\frac{4}{3}= ?$

(v) $\frac{3}{10}+\frac{4}{100}= ?$ (vi) $\frac{3}{4}+\frac{2}{5}+\frac{4}{8}= ?$

3) விடை காண்க.

(i) $\frac{2}{3}-\frac{1}{4}= ?$ (ii) $\frac{9}{10}-\frac{3}{5}= ?$ (iii) $\frac{3}{4}-\frac{3}{8}= ?$ (iv) $\frac{6}{7}-\frac{1}{4}= ?$ (v) $\left\{\frac{8}{9}-\frac{1}{9}\right\}-\frac{2}{9}= ?$

3.1.7 தகாப் பின்னங்கள் மற்றும் கலப்புப் பின்னங்கள்

$\frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{9}{10}, \frac{5}{6}$ போன்ற பின்னங்களில் பகுதியைவிடத் தொகுதி சிறியதாக உள்ளது. இது போன்ற பின்னங்களைத் தகுபின்னம் என்று கூறுகின்றோம்.

பகுதியைவிடத் தொகுதி பெரியதாக இருந்தால் அந்த பின்னத்தைத் தகாப் பின்னம் என்று கூறுகின்றோம். (உ. ம்) $\frac{5}{4}, \frac{6}{5}, \frac{41}{30}$

ஆனால், $\frac{5}{4}$ என்றால் என்ன ? இப்போது பார்க்கலாம்.

வேலு, அப்பு, வாசு மற்றும் கலாவிடம் 5 தோசைகள் இருந்தன. எவ்வாறு சமமாகப் பங்கிடுவது ?

இந்த 5 தோசைகளை 4 பேருக்குள், முதலில் ஒவ்வொருவருக்கும் 1 முழுத் தோசைவீதம் 4 தோசைகளை பங்கிட்டுக் கொடுத்துவிடலாம். பிறகு, 5ஆவது முழுத் தோசையை 4 சம பாகங்களாகப் பிரித்து, ஒவ்வொருவருக்கும் 1பாகம் கொடுக்கலாம்.

வேலு, அப்பு, வாசு, கலா ஒவ்வொருவருக்கும்

கிடைத்த பங்கு = 1 முழுத் தோசை + $\frac{1}{4}$ தோசை $= 1 + \frac{1}{4}$ தோசை

இதை $1\frac{1}{4}$ என்று சுருக்கமாக எழுதலாம்.

தோசைகளை வேறு எப்படிச் சமமாகப் பங்கிட்டிருக்கலாம் ?

ஒவ்வொரு தோசையையும் 4 சம பகுதிகளாகப் பிரித்து ஒவ்வொருவருக்கும் 5 கால் பகுதிகள் கொடுத்திருக்கலாம். வேலு, அப்பு, வாசு, கலா ஒவ்வொருவருக்கும்

$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4} =$ ஐந்து $\frac{1}{4} = \frac{5}{4}$ பகுதிகள் கிடைத்துள்ளன.

இரண்டு விதங்களாகப் பங்குபோட்டாலும் கிடைக்கும் தோசையின் அளவு சமமாகத் தானே இருக்க வேண்டும் ? ஆக, $\frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$

$1\frac{1}{4}$ போன்ற பின்னத்தை **கலப்புப் பின்னம்** என்கிறோம்.

கலப்புப் பின்னங்களில் ஓர் இயல் எண்ணும் ஒரு தகு பின்னமும் இருக்கும்.

எந்த ஒரு தகாப் பின்னத்தையும் இது போன்று கலப்புப் பின்னமாக மாற்றமுடியும்.

கவனிக்க: கலப்புப் பின்னம் = இயல் எண் + தகுபின்னம்

$4\frac{1}{2}$ என்பது $4 + \frac{1}{2}$. மேலும் $22\frac{1}{3}$ என்பது $22 + \frac{1}{3}$

3.1.8 தகாப் பின்னங்களை கலப்புப் பின்னங்களாக மாற்றுதல்

எடுத்துக்காட்டு : 10

$$\frac{7}{3} = \frac{3}{3}+\frac{3}{3}+\frac{1}{3}$$

$$= \frac{6}{3}+\frac{1}{3}$$

$$= 2+\frac{1}{3} = 2\frac{1}{3}$$

அதாவது 7ஐ 3ஆல் வகுக்கவேண்டும்.

```
3) 7 (2
   6
-----------
   1
-----------
```

வகு எண் = 3
ஈவு = 2
மீதி = 1

$$\text{கலப்புப் பின்னம்} = \text{ஈவு} + \frac{\text{மீதி}}{\text{வகு எண்}}$$

சிந்திக்க: இரு குழுக்களில், முதல் குழுவில் நான்கு ஆப்பிள்கள் 3 பேருக்கும், இரண்டாம் குழுவில் மூன்று ஆப்பிள்கள் 4 பேருக்கும் சமமாகப் பங்கிடப்படுகிறது. அதிகமான ஆப்பிள்கள் பெற எந்தக் குழுவில் சேருவீர்கள் ?

செய்து பார்க்க: கீழ்க்காணும் தகாப் பின்னங்களைக் கலப்புப் பின்னங்களாக மாற்றுக:

(i) $\frac{11}{3}$ (ii) $\frac{23}{7}$ (iii) $\frac{22}{5}$

3.1.9 கலப்புப் பின்னங்களைத் தகாப் பின்னங்களாக மாற்றுதல்.

எடுத்துக்காட்டு : 11

$3\frac{2}{7}$ –ஐ தகாப் பின்னமாக மாற்றுக.

$$3\frac{2}{7} = 3+\frac{2}{7} = 1+1+1+\frac{2}{7}$$

$$= \frac{7}{7}+\frac{7}{7}+\frac{7}{7}+\frac{2}{7}$$

$$= \frac{7+7+7+2}{7} = \frac{23}{7}$$

$$3\frac{2}{7} = \frac{23}{7}$$

$$\text{தகாப் பின்னம்} = \frac{(\text{இயல் எண் x பகுதி}) + \text{தொகுதி}}{\text{பகுதி}}$$

$$3\frac{2}{7} = \frac{(3\times7)+2}{7}$$

$$= \frac{21+2}{7} = \frac{23}{7}$$

$\therefore 3\frac{2}{7}$ இன் தகாப் பின்னம் $= \frac{23}{7}$

எல்லாக் குறையற்ற முழு எண்களையும் பின்னமாகக் கருதலாம். இங்கு ஒவ்வொரு எண்ணிலும் பகுதி 1 எனக் கருதப்படும்.

விவாதிக்க:

$\frac{7}{7}$ என்பதும் $\frac{0}{7}$ என்பதும் $\frac{1}{7}$ என்பதும் எவ்வகைப் பின்னம் ?

செய்து பார்க்க:
கீழ்க்காணும் கலப்புப் பின்னங்களைத் தகாப் பின்னங்களாக மாற்றுக.

$1\frac{1}{3}$, $2\frac{3}{5}$, $3\frac{5}{7}$, $1\frac{4}{10}$

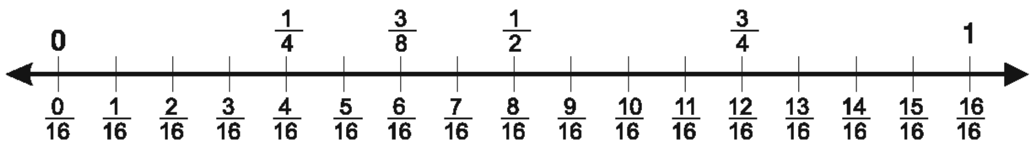
3.1.10 எண்கோட்டில் பின்னங்கள்

பூச்சியத்துக்கும் 1 க்கும் இடையே $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}$ என்ற பின்னங்கள் உள்ளன.

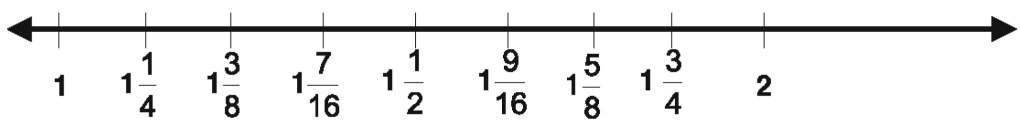
$\frac{1}{4}$ க்கும் $\frac{1}{2}$ க்கும் இடையே $\frac{3}{8}$ உள்ளது.

$\frac{3}{8}$ க்கும் $\frac{1}{2}$ க்கும் இடையே $\frac{7}{16}$ உள்ளது.

$\frac{1}{2}$ க்கும் $\frac{3}{4}$ க்கும் இடையே $\frac{9}{16}$ உள்ளது.



இது மட்டும் இல்லாமல், இதுபோலவே 1க்கும் 2க்கும் இடையே பல பின்னங்கள் உள்ளன.



இதுபோன்ற எண்கோடு 101க்கும் 102க்கும் இடையேயும் உண்டு. 134க்கும் 135க்கும் இடையேயும் உண்டு. 2009க்கும் 2010க்கும் இடையேயும் உண்டு.

ஓ! எண்கோட்டில் ஏகப்பட்ட நெரிசல் ஏற்படுகிறதே! இது மட்டுமல்ல, இரு பின்னங்களைக் கூட்டினாலோ கழித்தாலோ மீண்டும் எண் கோட்டிலுள்ள ஓர் எண்ணோ பின்னமோ கிடைக்கும். ஆக, பின்னங்கள் எவ்வளவு பெரிதாக வேண்டுமானாலும் கிடைக்கும், எவ்வளவு சிறிதாக வேண்டுமானாலும் கிடைக்கும், எந்த முழு எண்களுக்கிடையேயும் கிடைக்கும்!

உண்மையில் வியப்பானது என்ன தெரியுமா ? எந்த இரு பின்னங்களுக்கிடையேயும் ஒரு பின்னத்தைக் கண்டுபிடிக்கலாம்! முடிவில்லாது புதிய புதிய பின்னங்கள் வந்துகொண்டே இருக்கும். நீங்கள் ஒவ்வொருவரும் உங்களுக்கு என்று ஆளுக்கு 100 பின்னங்களைக் கண்டுபிடித்தாலும் அடுத்த ஆண்டு படிப்பவர்களுக்கு இன்னும் புதிய பின்னங்கள் உண்டு. சுவைதானே ?

3.1.11 இதர கணக்குகள்

எடுத்துக்காட்டு : 12

ஒரு பெட்டியில் 20 பந்துகள் உள்ளன. அவற்றில் முக்கால் பகுதிப் பந்துகளை எடுக்கவேண்டும் என்றால், எத்தனை பந்துகளை எடுக்க வேண்டும் ?

மொத்தம் உள்ள பந்துகள் = 20

எடுக்கவேண்டிய பந்துகள் = $\frac{3}{4} \times 20$

= 3 x 5

= 15 பந்துகள்

எடுத்துக்காட்டு : 13

ஒரு வகுப்பில் மொத்தம் 60 மாணவ, மாணவிகள் உள்ளனர்.
அதில் $\frac{2}{5}$ பாகம் மாணவர்கள் எனில், எத்தனை மாணவர்கள் உள்ளனர் ?

மொத்த எண்ணிக்கை = 60

மாணவர்கள் $= \frac{2}{5} \times 60$

$= 2 \times 12$

= 24 மாணவர்கள்

பயிற்சி 3.4

1. பூச்சியத்துக்கும் $\frac{1}{4}$ க்கும் இடையே பத்துப் பின்னங்களைக் கண்டுபிடித்து எழுதவும்.
2. ஒரு கிராமத்தில் 50 ஆடுகள் உள்ளன. அவற்றில் $\frac{2}{5}$ பங்கு ஆடுகளைக் காணவில்லை. காணாமல் போன ஆடுகளின் எண்ணிக்கையைக் காணவும்.
3. ஓர் ஊரில் மொத்தம் 1000 பேர். அவர்களில் நான்கில் ஒருவர் குழந்தை என்றால், அந்த ஊரில் உள்ள பெரியவர்கள் எத்தனை பேர் ?

நினைவில் கொள்க

- முழுப் பகுதியைப் பாகங்களாகப் பிரிக்கும்போது பின்னம் கிடைக்கிறது.
- பின்னத்தின் தொகுதியையும், பகுதியையும் ஒரே எண்ணால் பெருக்கினால் சமான பின்னம் கிடைக்கும்.
- ஓரினப் பின்னங்களின் ஒப்பிடுதல், கூட்டல், கழித்தல் செய்ய, அதன் தொகுதிகளை மட்டும் எடுத்து இச்செயல்களைச் செய்தால் போதும்.
- வேற்றினப் பின்னங்களின் ஒப்பிடுதல், கூட்டல் மற்றும் கழித்தல் செய்ய அவற்றின் சமான பின்னங்களைக் கொண்டு ஓரினப் பின்னங்களாக மாற்றவேண்டும்.
- எண் கோட்டில் எந்த இரு பின்னங்களுக்கும் நடுவில் ஒரு பின்னத்தைக் குறிக்கலாம்.

3.2 தசம எண்கள் (Decimal Numbers)
அறிமுகம்

மிகப் பெரிய எண்கள் பற்றி முதலில் படித்தோம். 1 ஐவிடச் சிறிய எண்களைப் பின்னங்களாக நாம் அறிந்துள்ளோம். அன்றாடம் நாம் $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}$ போன்ற பின்னங்களைப் பயன்படுத்துகிறோம். அதோடு, பின்னங்களைக் கூட்டியும் கழித்தும் $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{16}$ போன்ற பல பின்னங்களைக் கண்டோம். எத்தனை சிறிய எண்ணாகவும் பின்னங்கள் தோன்றலாம் என அறிந்தோம். ஏன் பின்னங்களையே எல்லா மிகச் சிறிய எண்களுக்கும் பயன்படுத்தக் கூடாது ? அவற்றைப் பயன்படுத்துவதில் உள்ள சிரமத்தால்தான்.

$\frac{2}{3} + \frac{3}{4}$ = ? என்றால், சமான பின்னங்களைக் கொண்டு ஓரினப் பின்னங்களாக மாற்றிக் கூட்டுகிறோம்.

எல்லாப் பின்னங்களுமே $\frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1000}$ என்ற வடிவில் இருந்தால் எளிமையாக இருக்குமல்லவா !

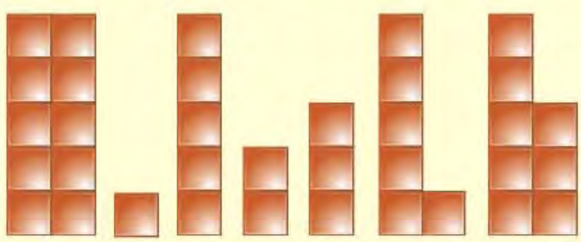
$\frac{15}{100} + \frac{235}{1000}$ என்பதனை $\frac{150}{1000} + \frac{235}{1000} = \frac{385}{1000}$ எனச் சுலபமாக விடை காணலாம் அல்லவா !.

அளவைகளில் 10ன் மடங்குகள் பயன்படுத்துவது எளிதாக இருந்தது. சிறிய எண்களும் 10இன் மடங்குகளின் பின்ன வடிவத்தில் இருந்தால் அவற்றைப் பயன்படுத்துவது எளிதாக இருக்கும். ஈரிலக்க எண்களிலிருந்து மூவிலக்க எண்களுக்குச் செல்ல 10இன் மடங்கும், 100இன் மடங்கும் பயன்படுவதுபோல் ஒன்றைவிட சிறிய எண்களுக்கு $\frac{1}{10}, \frac{1}{100}$ ஆகியவை பயன்படும்.

3.2.1 பத்தில் ஒன்று

கண்ணனிடம் பத்துத் துண்டுகள் கொண்ட 6 சாக்லேட்டுகள் உள்ளன.
ஒவ்வொன்றிலும் சில துண்டுகளை உடைத்து நண்பர்களுக்குக் கொடுத்தார்.

முதல் சாக்லேட்டில் பத்தில் 1 துண்டும்,
இரண்டாவதில் பத்தில் 5 துண்டுகளும்,
மூன்றாவதில் பத்தில் 2 துண்டுகளும்,
நான்காவதில் பத்தில் 3 துண்டுகளும்,
ஐந்தாவதில் பத்தில் 6 துண்டுகளும்,
ஆறாவதில் பத்தில் 8 துண்டுகளும்
இருப்பதைக் கவனிக்கிறார்.



முழு சாக்லேட் $\frac{1}{10}$ $\frac{5}{10}$ $\frac{2}{10}$ $\frac{3}{10}$ $\frac{6}{10}$ $\frac{8}{10}$

இவற்றைப் பின்ன வடிவில் பின்வருமாறு எழுதலாம்.

$\frac{1}{10}, \frac{5}{10}, \frac{2}{10}, \frac{3}{10}, \frac{6}{10}, \frac{8}{10}$

இவற்றை 0.1, 0.5, 0.2, 0.3, 0.6, 0.8 எனத் தசம வடிவத்தில் எழுதலாம்.

10இன் அடுக்குகளைப் பகுதிகளாகக் கொண்ட பின்னங்கள் 'தசம பின்னங்கள்' எனப்படும்.

0.1 என்பதைப் பூச்சியம் புள்ளி ஒன்று என்று படிக்க வேண்டும்.
எண்களுக்கு இடையே வரும் புள்ளி தசமத்தைக் குறிக்கும்.

3.2.2 தசம எண்கள் – வரையறை

முழு எண் பகுதியும், தசம பகுதியும் சேர்ந்த எண்கள் தசம எண்கள் ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டாக,

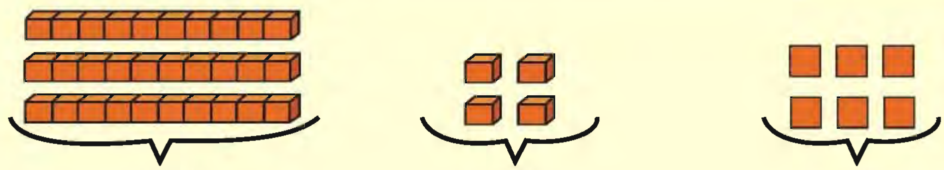
அ. தசம எண் = 0.6 = 0 + 0.6 முழு எண் பகுதி = 0 ; தசம பகுதி = 6

ஆ. தசம எண் = 7.2 = 7 + 0.2 முழு எண் பகுதி = 7 ; தசம பகுதி = 2

தசம எண்களில், தசம புள்ளிக்கு இடப்புறம் வரும் எண் முழு எண் பகுதி என்றும், வலப்புறம் வரும் எண் தசம பகுதி என்றும் அறிகிறோம்.

எல்லா தசம பகுதியின் மதிப்பும் 1ஐ விடக் குறைவானது.

எடுத்துக்காட்டு : 13



படம் (1) படம்(2) படம்(3)

படம் 1 இல் உள்ள ஒவ்வொரு மரப்பட்டையும் 10 அலகுகளையும், படம் 2 இல் ஒவ்வொரு மரப்பட்டையும் ஓர் அலகையும், படம் 3 இல் உள்ள ஒவ்வொரு மரப்பட்டையும் பத்தில் ஒரு பங்கையும் குறிக்கிறது.

தீர்வு:

பத்துகள்(10)	ஒன்றுகள்(1)	பத்தில் ஒன்றுகள் ($\frac{1}{10}$)
3	4	6

(அ.து) $30 + 4 + \frac{6}{10} = 34 + 0.6 = 34.6$

இதை முப்பத்து நான்கு புள்ளி ஆறு எனப் படிக்கவேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு : 14

தசம எண்களை எப்படிப் படிக்க வேண்டும் ?

வ.எண்	தசம எண்	முழு எண் பகுதி	தசம பகுதி	எண்ணை படிக்கும் முறை
1	6.5	6	5	ஆறு புள்ளி ஐந்து
2	12.6	12	6	பன்னிரண்டு புள்ளி ஆறு
3	91.8	91	8	தொண்ணூற்று ஒன்று புள்ளி எட்டு

தெரிந்து கொள்ளுங்கள்:
நம் நாட்டில் அணா, சக்கரம், காசு,பணம் என்று பழக்கத்தில் இருந்த முறை, 1957 முதல் ரூபாய் மற்றும் பைசா என்று தசமமுறைக்கு மாற்றி நடைமுறைப்படுத்தப்பட்டது.

எல்லா முழு எண்களும் தசம எண்களாகக் கருதலாம். 5 என்ற எண்ணை 5.0 என்றும் எழுதலாம். தசம எண்களில் புள்ளிகளுக்கு வலப்புறத்தில் இறுதியில் வரும் பூச்சியத்திற்கு மதிப்பு இல்லை.

3.2.3 தசம எண்ணின் இடமதிப்பு

தசம எண்முறையில், ஒரு முழு எண்ணின் இடமதிப்பு பத்தின் அடுக்குகளாக வலப்புறத்திலிருந்து இடப்புறமாக உயர்ந்துகொண்டே செல்லும். தசம பின்னத்தின் இடமதிப்பு இடப்புறத்திலிருந்து வலப்புறமாகப் பத்தின் அடுக்குகளாகக் குறைந்துகொண்டே செல்லும்.

எடுத்துக்காட்டு : 15

67.8 என்ற தசம எண்ணின் இலக்கங்களின் இடமதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

பத்துகள் (10)	ஒன்றுகள் (1)	பத்தில் ஒன்றுகள் ($\frac{1}{10}$)
6	7	8

செய்து பார்க்க : இடமதிப்பைக் காண்க. 32.7, 78.6, 201.0

எடுத்துக்காட்டு : 16

பின் வருவனவற்றை தசம எண்ணுருவில் எழுதுக.

(i) நான்கு ஒன்றுகள் மற்றும் பத்தில் மூன்று.

(ii) எழுபத்திரண்டு மற்றும் பத்தில் ஆறு.

தீர்வு:

(i) நான்கு ஒன்றுகள் மற்றும் பத்தில் மூன்று.

$$4 + \frac{3}{10} = 4 + 0.3 = 4.3$$

(ii) எழுபத்திரண்டு மற்றும் பத்தில் ஆறு.

$$72 + \frac{6}{10} = 72 + 0.6 = 72.6$$

எடுத்துக்காட்டு : 17

பின்வரும் பின்ன எண்களைத் தசம எண்களாக மாற்றி எழுதுக.

(i) $30 + 8 + \frac{4}{10}$ (ii) $400 + 80 + \frac{6}{10}$

தீர்வு:

(i) $30 + 8 + \frac{4}{10}$

$= 38 + 0.4 = 38.4$

(ii) $400 + 80 + \frac{6}{10}$

$= 480 + 0.6 = 480.6$

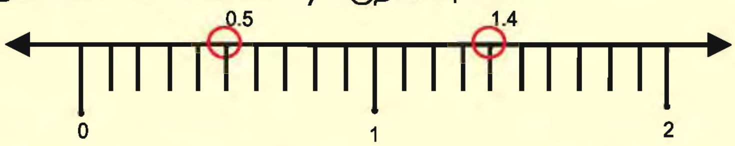
3.2.4 தசம எண்களை எண்கோட்டில் குறித்தல்:

எண்கோட்டில் முழு எண்கள் மற்றும் பின்னங்களைக் குறிக்கும் முறையைப்போலவே தசம எண்களையும் எண்கோட்டில் குறிக்கலாம்.

எடுத்துக்காட்டு : 18

0.5, 1.4 ஆகிய தசம எண்ணை எண்கோட்டில் குறிக்கவும்.

தீர்வு:

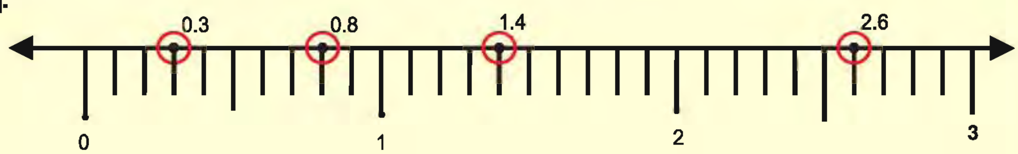


மேற்கண்ட எண் கோட்டில் ஒவ்வொரு குறையற்ற முழு எண்ணுக்கும் இடையில் 10 சம இடைவெளிகள் உள்ளன. ஒவ்வொரு சம இடைவெளியின் நீளமும் $\frac{1}{10}$ பாகம் ஆகும். எனவே, பத்தில் 5 பாகம் என்பது எண்கோட்டில் 0 விலிருந்து 5ஆவது பாகத்தைக் குறிக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு : 19

0.3, 0.8, 1.4, 2.6ஆகிய தசம எண்களை எண் கோட்டில் குறிக்க.

தீர்வு:



செய்து பார்க்க:

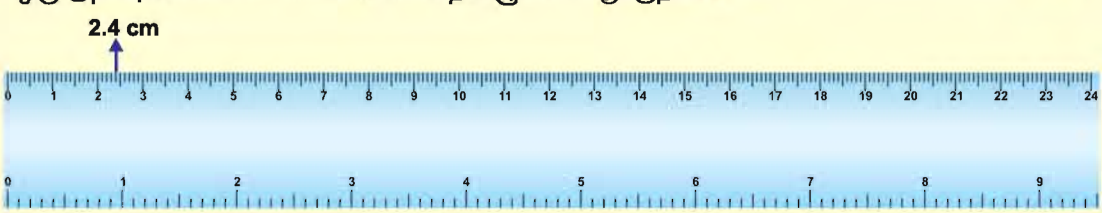
எண் கோட்டில் குறிக்க : 0.9, 1.2

தெரிந்து கொள்ளுங்கள்:

கிரிக்கெட் விளையாட்டில், 4 ஓவர்கள் 2 பந்துகள் என்பதை 4.2 ஓவர்கள் எனக் குறிக்கிறோம். ஆனால், இங்குக் குறிப்பிடும் 4.2 தசம எண் அல்ல.

எடுத்துக்காட்டு : 20

ஒரு அளவுகோலில் 2.4 செ.மீ. என்பதை கீழுள்ளவாறு குறிக்கலாம்.



பயிற்சி 3.5

1. கோடிட்ட இடத்தை நிரப்புக.

   (i) 0.7 இன் தசம பின்னம் ....

   (ii) 12.8 என்ற தசம எண்ணில் முழு எண் பகுதி ....

   (iii) 60.1 இன் ஒன்றுகள் இடத்தில் உள்ள எண் ....

   (iv) 9.4 இல் 4 இன் இடமதிப்பு ....

   (v) தசம எண்ணில் முழு எண்ணுக்கும் தசம பின்னத்திற்கும் இடையில் உள்ள புள்ளியை .... என்று கூறுகிறோம்.

2. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையை நிரப்புக.

பத்துகள் 10	ஒன்றுகள் 1	பத்தில் ஒன்றுகள்	தசம எண்கள்
2	3	4	
6	9	2	
8	2	8	

3. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையை நிரப்புக.

தசம எண்	முழு எண் பகுதி	தசம பகுதி	தசம பகுதியின் மதிப்பு	எண் பெயர்
7.6				
28.5				
24.0				
5.06				

4. தசம எண்ணுருக்களை எழுதுக.

   (i) நூற்று இருபத்து நான்கு மற்றும் பத்தில் ஆறு.

   (ii) பதினெட்டு மற்றும் பத்தில் மூன்று.

   (iii) ஏழு மற்றும் பத்தில் நான்கு.

5. பின்வரும் தசம எண்களை எண்கோட்டில் குறிக்க.

   (i) 0.7 (ii) 1.9 (iii) 2.1

6. பின்வரும் பின்னங்களைத் தசம எண்களாக மாற்றுக.

   (i) $\frac{2}{10}$ (ii) $3 + \frac{7}{10}$ (iii) $700 + 80 + 6 + \frac{3}{10}$

செயல் திட்டம்

1. வகுப்பிலுள்ள மாணவர்களைப் பல குழுக்களாகப் பிரித்து, உணவு விடுதி, மளிகைக் கடை, நியாய விலைக்கடை போன்ற இடங்களுக்குச் சென்று விலைப்பட்டியலைச் சேகரித்து வகுப்பில் கலந்துரையாடச் செய்யவும்.

2. வீட்டில் உள்ள பல்வேறு பொருள்களின் நீள அகலங்களை அளந்து அதனைத் தசம எண் வடிவில் அட்டவணைப்படுத்தவும்.

3.2.5 நூறில் ஒன்று – அறிமுகம்

மகேஷ் தன் வகுப்பறையில் உள்ள கரும்பலகையின் நீளத்தை தன்னிடமிருந்த அளவுகோலால் அளந்தான். அதன் நீளம் 345 செ.மீ. ஆகும். கரும்பலகையின் நீளத்தை மீட்டரில் எழுத உதவலாமா ?

100 செ.மீ. சேர்ந்தது எத்தனை மீட்டர் என்று உங்களுக்குத் தெரியுமல்லவா ?

(அ.து) 100 செ.மீ. $=$ 1 மீ. $\Rightarrow$ 1 செ.மீ. $= \frac{1}{100}$ மீ.

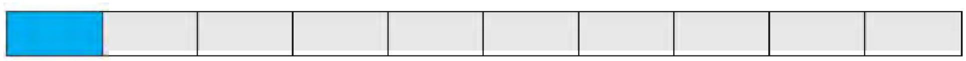
ஃ 345 செ.மீ. $=$ 300 செ.மீ. $+$ 45 செ.மீ. $=$ 3 மீ. $+ \frac{45}{100}$ மீ.

$=$ 3 மீ. $+$ 0.45 மீ. $=$ 3.45 மீ.

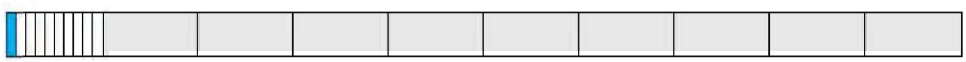
எனவே, 345 செ.மீ. என்பது 3.45 மீ. என தசம எண்ணாக மாறியுள்ளது அல்லவா ?

பத்தில் ஒன்று எவ்வாறு இருக்கும் என்பது நமக்குத் தெரியும். பத்தில் ஒன்றை, மேலும் பத்தில் ஒன்றாக்க முடியுமல்லவா ? இதை கீழே உள்ள படத்தில் காண்க.

படம்–1



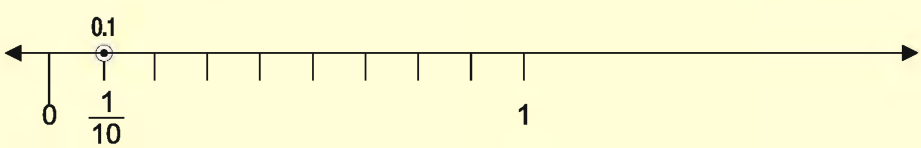
படம்–2

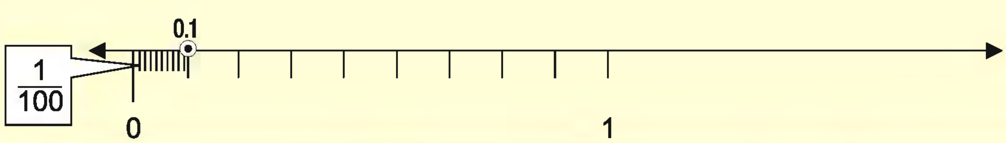


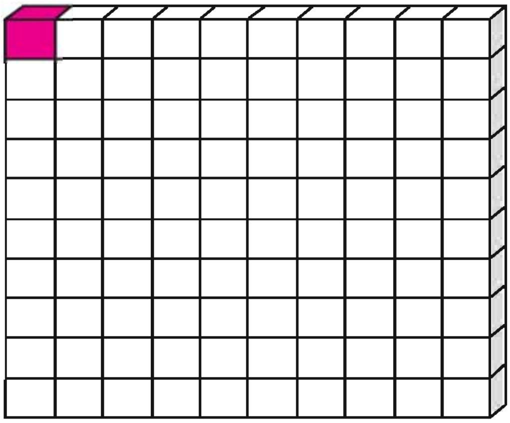
படம்–1இல் நிழலிட்ட பகுதி $\frac{1}{10}$ மற்றும் படம்–2இல் நிழலிட்ட பகுதி $\frac{1}{100}$ ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு : 21

$\frac{1}{10}$ மற்றும் $\frac{1}{100}$ ஐ எண்கோட்டில் குறிக்க.





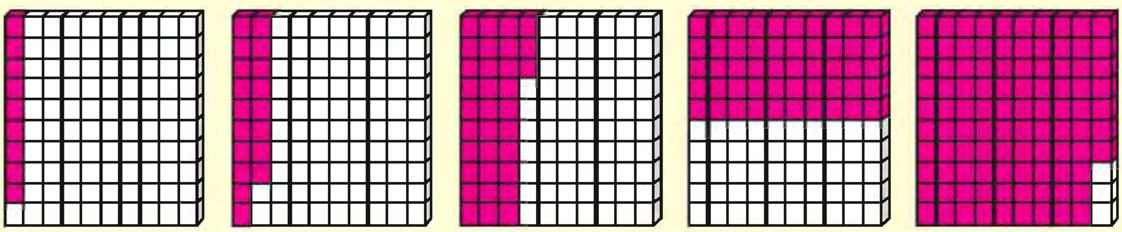


படத்தில் நிழலிடப்பட்ட பகுதி நூறில் ஒரு பாகம் ஆகும்.

இதன் பின்ன வடிவம் = $\frac{1}{100}$ தசம எண் வடிவம் = 0.01 ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு : 22

நிழலிடப்பட்ட பகுதியினைப் பின்னமாக மற்றும் தசம எண்ணாக மாற்றுக.



வரிசை எண்	நிழலிடப்பட்ட பகுதிகள்	பின்ன வடிவம்	தசம வடிவம்
1	9 சதுரங்கள்	$\frac{9}{100}$	0.09
2	18 சதுரங்கள்	$\frac{18}{100}$	0.18
3	33 சதுரங்கள்	$\frac{33}{100}$	0.33
4	50 சதுரங்கள்	$\frac{50}{100}$	0.50
5	97 சதுரங்கள்	$\frac{97}{100}$	0.97

எடுத்துக்காட்டு : 23

தசம எண்ணாக மாற்றுக: (i) $\frac{4}{100}$ (ii) $\frac{36}{100}$ (iii) $6 + \frac{7}{10} + \frac{8}{100}$

தீர்வு :

(i) $\frac{4}{100} = 0.04$

(ii) $\frac{36}{100} = 0.36$

(iii) $6 + \frac{7}{10} + \frac{8}{100} = 6 + \frac{70}{100} + \frac{8}{100}$

$= 6 + \frac{78}{100}$

$= 6 + 0.78 = 6.78$

செய்து பார்க்க:

தசம எண்களாக மாற்றுக.

(i) $\frac{6}{100}$ (ii) $\frac{36}{100}$ (iii) $200 + 80 + 9 + \frac{3}{100}$

எடுத்துக்காட்டு : 24

தசம எண்ணுருவில் எழுதுக: பதினெட்டு மற்றும் நூறில் நாற்பத்தி ஐந்து

தீர்வு:

பதினெட்டு மற்றும் நூறில் நாற்பத்தி ஐந்து $= 18 + \frac{45}{100} = 18 + 0.45 = 18.45$

எடுத்துக்காட்டு : 25

பின்வரும் தசம எண்களைப் பின்ன எண்களாக மாற்றுக: (i) 0.09 (ii) 0.83

தீர்வு:

(i) $0.09 = \frac{9}{100}$ (ii) $0.83 = \frac{83}{100}$

தெரிந்து கொள்ளுங்கள்:

தசம எண்களைப் படிக்கும்போது புள்ளிக்கு வலப்புறம் உள்ள எண்களை ஒவ்வொன்றாகப் படிக்கவேண்டும். உதாரணமாக, 8.29 என்ற எண்ணை எட்டுப் புள்ளி இரண்டு ஒன்பது என்று படிக்கவும்.

செய்து பார்க்க:

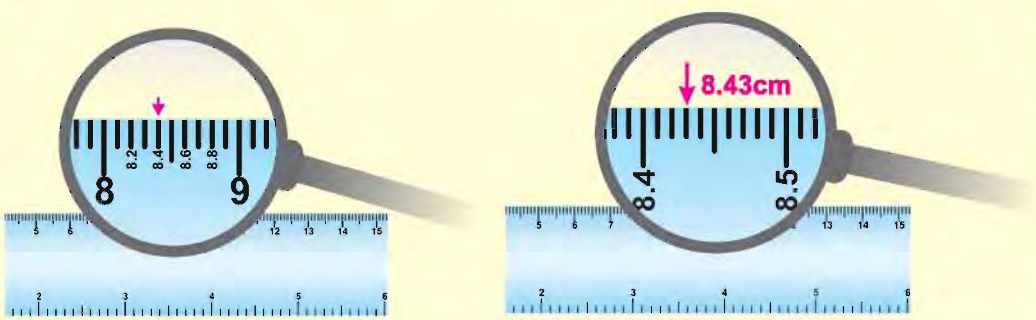
பின்ன எண்களாக மாற்றுக.

அ) 1.45

ஆ) 0.13

எடுத்துக்காட்டு : 26

அளவுகோலில் 8.43 செ.மீ. எங்கு இருக்கும் எனக் குறிக்கலாம்.



பயிற்சி 3.6

1) சரியா ? தவறா ? எனக் கூறுக.

(i) குறையற்ற முழு எண்களையும் தசம எண்களாகக் கருதலாம்.

(ii) 3.76 இன் பின்ன வடிவம் $3 + \frac{76}{10}$ ஆகும்.

(iii) 82.03 இல் 3 இன் இடமதிப்பு $\frac{3}{100}$ ஆகும்.

(iv) 70.12 இல் 0 இன் இடமதிப்பு எழுபது ஆகும்.

2) தசம எண்ணுருக்களை எழுதுக.

(i) இருபத்து மூன்று மற்றும் நூறில் பதினெட்டு.

(ii) ஒன்பது மற்றும் நூறில் ஐந்து.

3) பின்வரும் தசம எண்களில் கீழே கோடிட்ட இலக்கங்களின் இடமதிப்புக் காண்க.

(i) 9227.42 (ii) 208.06 (iii) 343.17 (iv) 166.24

4) பின்வரும் பின்னங்களைத் தசம எண்களாக மாற்றுக.

(i) $20 + 3 + \frac{4}{10} + \frac{7}{100}$ (ii) $137 + \frac{5}{100}$ (iii) $\frac{3}{10} + \frac{9}{100}$

5) பின்வரும் தசம எண்களைப் பின்னங்களாக மாற்றுக.

(i) 106.86 (ii) 1.20 (iii) 76.45 (iv) 0.02

3.2.6 தசம எண்களின் கூட்டலும், கழித்தலும்

தசம எண்களைக் கூட்டுவதும், கழிப்பதும் எவ்விதத்திலும் புதிதானதோ வித்தியாசமானதோ அல்ல. இடமதிப்பே முக்கியம்.

7235 + 47 என்றால்

```
 7235
+47
_____
_____
```

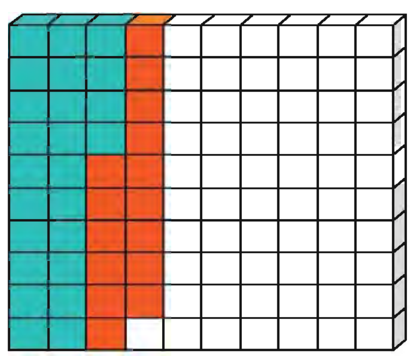
என நாம் எழுதுவதில்லை.

```
 7235
+  47
_____
_____
```

என எழுதுகிறோம்.

அதுபோலவே சரியான இடமதிப்புக்கேற்றவாறு எழுதுவதே முக்கியமானது.

கீழே உள்ள படத்தைக் கவனிக்க.
இப்படத்தில் 0.24 என்ற தசம எண்
ஒரு வண்ணத்திலும் 0.15 என்ற தசம எண்
வேறொரு வண்ணத்திலும் நிழலிடப்பட்டுள்ளது.
இப்போது 0.24 ஐயும் 0.15 ஐயும் கூட்டவேண்டும்.
இவற்றின் கூடுதல் 0.39 ஆகும்.
(அ.து) 3 பத்தில் ஒன்றும், 9 நூறில் ஒன்றும் ஆகும்.



முறை 1 :

	ஒன்றுகள்	தசமபுள்ளி ●	பத்தில் ஒன்றுகள்	நூறில் ஒன்றுகள்
	0	●	2	4
	0	●	1	5
கூடுதல்	0	●	3	9

செயல்முறை
முழு எண்களைப் போலவே தசம எண்களையும் அவற்றின் இடமதிப்புக்கேற்றவாறு ஒன்றன்கீழ் ஒன்றாக எழுதிக் கூட்டல், கழித்தல் செயல்பாடுகளைச் செய்யவேண்டும்.

ஃ 0.24 + 0.15 = 0.39

முறை 2 :

$$\begin{array}{r} 0.24 \\ +\ 0.15 \\ \hline 0.39 \\ \hline \end{array}$$

ஃ 0.24 + 0.15 = 0.39

எடுத்துக்காட்டு : 27

(i) $\begin{array}{r} 0.5 \\ +\ 0.5 \\ \hline 1.0 \end{array}$ (ii) $\begin{array}{r} 0.75 \\ +\ 0.25 \\ \hline 1.00 \end{array}$ (iii) $\begin{array}{r} 0.75 \\ +\ 0.50 \\ \hline 1.25 \end{array}$

குறிப்பாக (iii) யில் 0.75+0.5 என்ற கணக்கைக் கூட்ட 0.5 என்பதை 0.50 என எழுதியுள்ளதைக் கவனிக்க.

எடுத்துக்காட்டு : 28

சுருக்குக : (i) 7.3 + 11.46 (ii) 6.07 + 29

தீர்வு : (i) $\begin{array}{r} 7.30 \\ +\ 11.46 \\ \hline 18.76 \\ \hline \end{array}$ (ii) $\begin{array}{r} 6.07 \\ +\ 29.00 \\ \hline 35.07 \\ \hline \end{array}$

ஃ 7.3 + 11.46 = 18.76 ஃ 6.07+29 = 35.07

எடுத்துக்காட்டு : 29

(i) **3.29** இலிருந்து **1.52** ஐக் கழிக்க (ii) கழிக்க 120 – 12.02

தீர்வு: $\begin{array}{r} 3.29 \\ -\ 1.52 \\ \hline 1.77 \\ \hline \end{array}$ தீர்வு: $\begin{array}{r} 120.00 \\ -\ 12.02 \\ \hline 107.98 \\ \hline \end{array}$

பயிற்சி 3.7

1) கோடிட்ட இடத்தை நிரப்புக.

(i) 7.25 + 3.50 = _____ (ii) 8.18 − 5.00 = _____

(iii) 9.69 − 1.11 = _____ (iv) 5.83 − 3.14 = _____

2) கூட்டுக: (i) 9.005 + 300 (ii) 142.36 + 158.25

3) கழிக்க: (i) 9.756 − 6.79 (ii) 250 − 202.54

செயல் திட்டம்

ஒரு மாணவர் வீட்டுப் பாடத்தில் அனைத்துக் கணக்குகளையும் கீழுள்ளவாறு தவறாகச் செய்துவிட்டார். குழுக்களில் விவாதித்து அவருடைய தவறைத் திருத்த சரியான வழியைக் கூறுக.

(i) 6.7 + 2.5

6.7
+ 2.5
8.12 ✗

(ii) 8.9 + 4.3

8.9
+ 4.3
12.12 ✗

(iii) 48.3 + 17.6

48.3
+ 17.6
515.9 ✗

(iv) 38.3 − 17.9

38.3
− 17.9
21.6 ✗

(v) 28.4 − 4

28.9
− 4
28. 5 ✗

(vi) 9.4 − 6.7

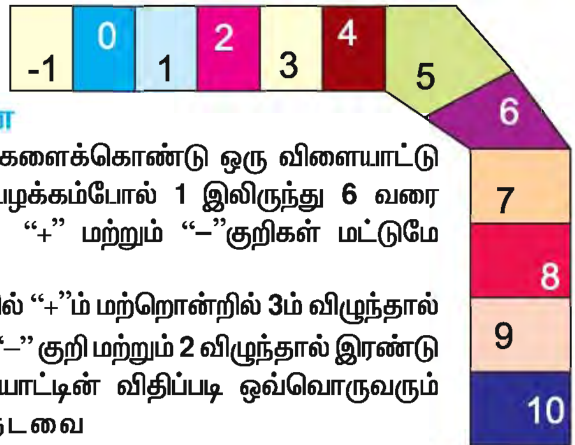
9.4
− 6.7
3.3 ✗

நினைவில் கொள்க

- 10இன் அடுக்குகளைப் பகுதிகளாகக்கொண்ட பின்னங்கள் ‘தசம பின்னங்கள்’ எனப்படும்.
- முழு எண் பகுதியும், தசம பகுதியும் தசம புள்ளியால் சேர்ந்த எண்கள் தசம எண்கள் ஆகும். எல்லாக் குறையற்ற முழு எண்களும் தசம எண்களாகக் கருதப்படும்.
- தசம எண்களில் புள்ளிக்கு வலப்புறத்தில் உள்ள இலக்கங்களுக்கு இறுதியில் வரும் பூச்சியங்களுக்கு மதிப்பு இல்லை.
- முழு எண்களைப் போலவே தசம எண்களையும் அவற்றின் இடமதிப்புக்கேற்றவாறு ஒன்றன் கீழ் ஒன்றாக எழுதிக் கூட்டல், கழித்தல் செயல்பாடுகளைச் செய்யவேண்டும்.

4. முழு எண்கள்
(Integers)

செயல்பாடு



4.1 எண் விளையாட்டில் ஒரு பிரச்சினை

மல்லிகாவும், விக்டரும் இரு பகடைக்காய்களைக்கொண்டு ஒரு விளையாட்டு விளையாடுகிறார்கள். ஒரு பகடைக்காயில் வழக்கம்போல் 1 இலிருந்து 6 வரை எண்கள் இருந்தன. ஆனால் மற்றொன்றில், "+" மற்றும் "–"குறிகள் மட்டுமே இருந்தன.

விளையாட்டின் விதிப்படி ஒரு பகடைக்காயில் "+"ம் மற்றொன்றில் 3ம் விழுந்தால் மூன்று படிகள் **முன்னால்** காய் நகரவேண்டும். "–" குறி மற்றும் 2 விழுந்தால் இரண்டு படிகள் **பின்னால்** நகர்த்த வேண்டும். விளையாட்டின் விதிப்படி ஒவ்வொருவரும் அவர் முறை வரும் போது இரண்டு தடவை உருட்டுவார்கள். 5 சுற்றுகளின் முடிவில் முன்னே இருப்பவருக்கே வெற்றி.

மல்லிகா முதலில் உருட்டினாள். முதல் தடவை + ம், 3ம் விழுந்தன. இரண்டாம் தடவை – ம், 2ம் விழுந்தன. 3 படிகள் முன்னால் நகர்த்திப் பின் 2 படிகள் பின்னால் சென்று, அவளது காயைக் கட்டம் 1இல் வைத்தாள். விக்டர் உருட்டும்போது முதலில் + ம், 5ம் அடுத்து – ம், 3ம் விழுந்தன. அவனது காயைக் கட்டம் 2இல் வைத்தான்.

	காயின் கட்டம்	முதலில் உருட்டியது	இரண்டாம் தடவை உருட்டியது	உருட்டிய பின் காயின் கட்டம்
மல்லிகா	0	+, 3	–, 2	1
விக்டர்	0	+, 5	–, 3	2

இவ்வாறு விளையாடிக் கொண்டே சென்றனர். கடைசிச் சுற்றில் கீழ்க்கண்டவாறு விழுந்தது.

	இறுதிச் சுற்றிற்கு முன்	முதலில் உருட்டியது	இரண்டாம் தடவை உருட்டியது	உருட்டிய பின் இறுதிக் கட்டம்
மல்லிகா	7	–, 3	–, 2	2
விக்டர்	4	–, 6	+, 3	?

விக்டரின் காயை வைப்பதில் ஒரு பிரச்சினை. அவன் 4இல் இருந்து 6 படிகள் பின்னால் செல்ல முயன்றான். ஆனால், 0 வரை சென்றுவிட்டு "இதற்குப் பின்னால் செல்ல முடியாது!" என்று கூறினான். அடுத்து 3 படிகள் முன்னால் சென்று, இறுதியில் கட்டம் 3இல் தன் காயை வைத்தான். தானே வெற்றி பெற்றதாகவும் கூறினான்.

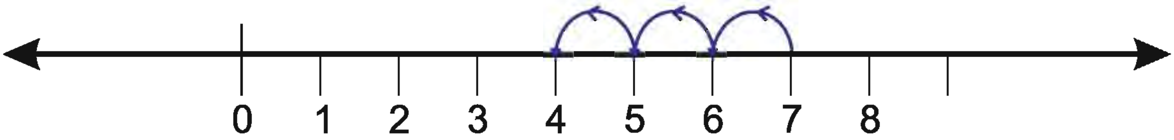
ஆனால் மல்லிகாவோ, "நீ வைத்தது தவறு. 4இல் இருந்து –6 நகர முடியவில்லை என்றால் என்ன ? அதற்குப் பதில் முதலில் +3ம், பிறகு –6ம் நகர்ந்தால் உன் காய் கட்டம் 1ல் தானே இருக்கும். அதனால் நானே வெற்றி பெற்றவள்" என்றாள்.

இருவரில் யார் வெற்றி பெற்றவர் என்று நீங்கள் நினைக்கிறீர்கள் ?

தீர்வு எங்கே ?

குறிப்பு: இவ்விளையாட்டிற்கான தீர்வு இந்த அலகின் கடைசிப் பக்கத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

இங்குப் பார்த்த விளையாட்டில் எழுந்த முக்கியப் பிரச்சினை என்ன ? இதை எண் கதிர் கொண்டு புரிந்து கொள்ளலாம். 7–3 கண்டுபிடிக்க 7 இல் இருந்து 3 அலகுகள் இடப்பக்கம் செல்ல வேண்டும். விடை 4.



ஆனால், 4 – 6 கண்டுபிடிக்க, எண் கதிரில் 4இல் தொடங்கி 6 அலகுகள் இடப்பக்கம் நகர முடியாது – ஏனெனில், பூச்சியத்தைத் தாண்டி எண்கள் இல்லை. 0வைத் தாண்டி இடப்பக்கம் நகர முடிந்தால் இந்தக் கழித்தல் கணக்கிற்கு விடை காண முடியுமா ?

குறிப்பு:

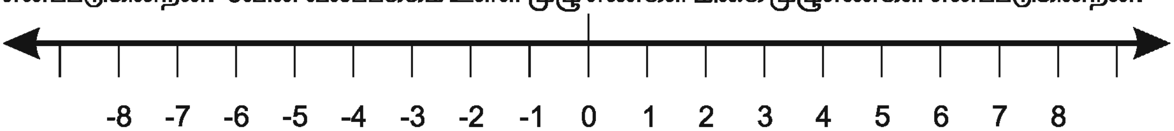
'Integer' என்ற ஆங்கில சொல்லுக்குப் பொருள்படும் படியான வார்த்தை 'முழுஎண்' என்பது ஆகும்.

4.2 முழுஎண்கள் – அறிமுகம்

எண்கோட்டில் எப்படி 0க்கு வலப்புறம் எண்களின் மதிப்பு அதிகரிக்கிறதோ, அதுபோலவே, அவ்வாறே, அதே அளவில் இடப்புறம் மதிப்புக் குறைந்துகொண்டே போவதாகக் கருதலாம்.

எண் கோட்டில் 0க்கு இடப்பக்கம் உள்ள எண்களை "–" குறிகொண்டு குறிக்கிறோம். எண் கோட்டில் வலப் பக்கம் உள்ள இயல் எண்களைப் போலவே இடப் பக்கமும் குறிக்கலாம்.

இடப்பக்கம் உள்ள எண்கள் 0–ஐவிடக் குறைவான மதிப்புக் கொண்டதால் குறை முழுஎண்கள் எனப்படுகின்றன. 0வின் வலப்பக்கம் உள்ள முழு எண்கள் மிகை முழுஎண்கள் எனப்படுகின்றன.



வழக்கமாக மிகை எண்களை எழுதும்போது "+" குறியிடுவதில்லை. "*+5*" என்பதும் "*5*" என்பதும் ஒரே எண்தான். ஆனால், குறை எண்ணை "–"குறி கொண்டுதான் குறிப்பிட வேண்டும்.

அன்றாட வாழ்வில் இது போன்ற எண்களை நிறைய நாம் பயன்படுத்துகிறோம்.

கடைக்காரர் ஒரு பொருளை விற்று ரூ. 500 லாபம் பெறுகிறார் என்பதனை + 500 ரூ. லாபம் என எழுதலாம். ஒரு பொருளை ரூ. 200 நட்டத்துக்கு விற்றால் ரூ. 200 நட்டம் என்பதை –200 என்றும் குறிப்பிடலாம்.

தமிழ்நாட்டில் சராசரி வெப்பநிலை = $+30^{0}$C

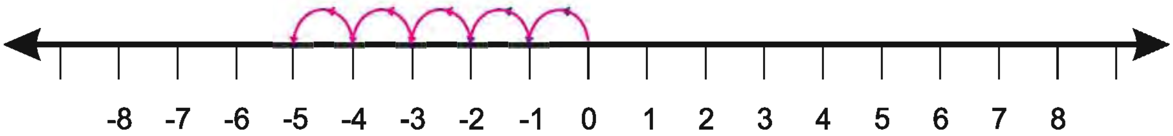
அண்டார்டிகா கண்டத்தின் சராசரி வெப்பநிலை = -25^{0}C

மிகை முழுஎண்கள், பூச்சியம், குறை முழுஎண்கள் ஆகியவற்றின் தொகுப்பு முழுஎண்கள் ஆகும்.

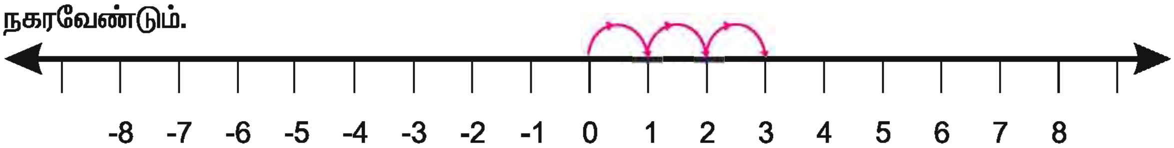
4.3 எண்கோட்டில் முழுஎண்களின் வரிசை

எண்கோட்டில் புள்ளிகளைக் குறிப்பது எவ்வாறு என்பதை முதலில் நாம் அறிந்து கொள்வோம்.

-5 என்பதை எண்கோட்டில் குறிக்க, 0 விலிருந்து இடப்புறமாக 5 அலகுகள் நகர வேண்டும்.

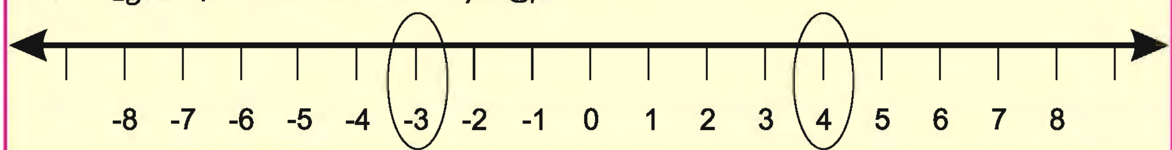


இதேபோல் +3 என்பதை எண்கோட்டில் குறிக்க 0 விலிருந்து வலப்புறமாக 3 அலகுகள் நகரவேண்டும்.



எடுத்துக்காட்டு : 1

-3, +4 ஆகிய புள்ளிகளை எண் கோட்டில் குறிக்க.



செய்துபார்க்க:
எண் கோட்டில் குறிக்க:
+7, -2, -6, -1, 8, -10

எண் கோட்டில் சிறிய அளவுடைய எண்களை மட்டுமே இங்குக் காட்டியுள்ளோம். ஆனால் எண் கோட்டின் இரு பக்கமும் தொடர்ந்து நீடிக்கும்.

முழு எண்களில் 5 >1 என நாம் படித்திருப்போம்.

அதாவது,

5 >1 எனில் எண் கோட்டில் 5 என்பது 1 க்கு வலப்புறம் உள்ளது.

3 > 0 எனில் எண் கோட்டில் 3 என்பது 0க்கு வலப்புறம் உள்ளது.

0 > -2 எனில் எண் கோட்டில் 0 என்பது -2 க்கு வலப்புறம் உள்ளது.

-3 > -5 எனில் எண் கோட்டில் -3 என்பது -5 க்கு வலப்புறம் உள்ளது.

மாறாக,

எண் கோட்டில் -6 என்பது -8 க்கு வலப்புறம் இருப்பதால், அதனை -6 > -8 எனவும்,

எண் கோட்டில் -2 என்பது -5 க்கு வலப்புறம் இருப்பதால், அதனை -2>-5 எனவும் கூறுகிறோம்.

எனவே,

எண் கோட்டில் வலப்புறம் செல்லச்செல்ல எண்களின் மதிப்பு அதிகரிக்கும்.
இடப்புறம் செல்லச்செல்ல எண்களின் மதிப்புக் குறையும்.

ஒவ்வொரு மிகை எண்ணும் குறை எண்ணைவிட அதிக மதிப்பு உடையதாகும்.
பூச்சியம் என்பது மிகை எண்ணைவிடக் குறைவானதாகும்.
பூச்சியம் என்பது குறை எண்ணைவிட அதிகமானதாகும்.

"0" ஒரு குறை எண்ணா ? அல்லது மிகை எண்ணா ?
அவ்வாறு இல்லை எனில் "0" என்பது --------------.

செய்துபார்க்க:

பொருத்தமான < , > குறிகளைக் கொண்டு நிரப்புக

1) 6 ☐ 4 2) 5 ☐ 0 3) 4 ☐ -6 4) -3 ☐ -1 5) -1 ☐ 4

எடுத்துக்காட்டு : 2

பின்வரும் முழுஎண்களின் முன்னி, தொடரி காண்க.
−7, −3, 0, 4, 7

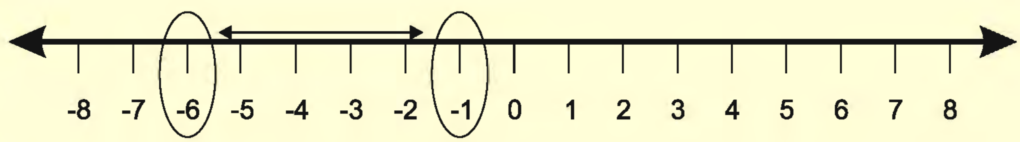
தீர்வு:

முன்னி	முழு எண்	தொடரி
−8	−7	−6
−4	−3	−2
−1	0	1
3	4	5
6	7	8

எடுத்துக்காட்டு : 3

எண்கோட்டைப் பயன்படுத்தி -6 க்கும் -1க்கும் இடையில் உள்ள முழுஎண்களை எழுதுக. அவற்றில் எது பெரியது ? எது சிறியது ? எனக் கூறுக.

தீர்வு:



எண்கோட்டிலிருந்து, – 6 க்கும் – 1 க்கும் இடைப்பட்ட முழுஎண்கள் -5 , -4, -3, -2 ஆகும்.
இவற்றில் -2 என்பது -5 க்கு வலப்பக்கம் உள்ளதால் -2 > -5 ஆகும்.
∴ பெரிய எண் = -2 , சிறிய எண் = -5

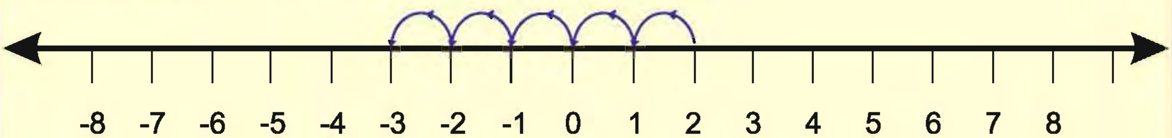
எடுத்துக்காட்டு : 4

எண் கோட்டில்

(அ) 2 என்ற இடத்திலிருந்து -3ஐ அடைய இடப்புறம் எத்தனை அலகுகள் நகரவேண்டும் ?
(ஆ) -5 என்ற இடத்திலிருந்து வலப்புறம் 4 அலகுகள் நகர்ந்தால் அடையும் எண் என்ன ?

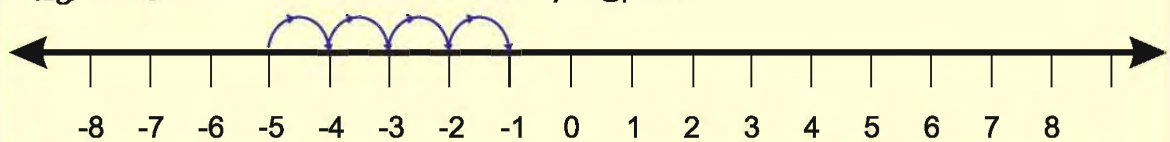
தீர்வு:

(அ) கொடுக்கப்பட்ட எண்ணை எண்கோட்டில் குறிக்க,



எனவே, 2 லிருந்து –3 ஐ அடைய ஐந்து அலகுகள் இடப்புறமாக நகரவேண்டும்.

(ஆ) கொடுக்கப்பட்ட எண்ணை எண்கோட்டில் குறிக்க,



எனவே –5 இலிருந்து நான்கு அலகுகள் வலப்புறம் நகர கிடைக்கும் எண் –1 ஆகும்.

பயிற்சி 4.1

1. கீழுள்ளவை சரியா ? தவறா ? எனக் கூறுக.
   - (i) ஒவ்வொரு மிகை எண்ணை விடவும் பூச்சியம் குறைவானதாகும்.
   - (ii) பூச்சியத்திற்கு இடப்புறம் செல்லச்செல்ல எண்களின் மதிப்புக் குறையும்.
   - (iii) எண் கோட்டில் -5 என்பது -4 க்கு வலப்புறம் உள்ளது.
   - (iv) மிகச் சிறிய குறை எண் -1 ஆகும்.
   - (v) ஒவ்வொரு மிகை எண்ணும் குறை எண்களைவிடப் பெரியதாகும்.
2. எண் கோட்டைப் பயன்படுத்தி பின்வரும் முழு எண்களில் பெரியது, சிறியது காண்க.
   (i) 7, 3 (ii) -5, -3 (iii) -3, 2 (iv) 7, -3 (v) 1, -4 (vi) -4, -7
3. எண் கோட்டைப் பயன்படுத்திப் பின்வரும் முழு எண்களுக்குஇடைப்பட்ட எண்களை எழுதுக.
   (i) -3, 3 (ii) -4, 2 (iii) -1, 1 (iv) –5, -2 (v) –4, 3 (vi) -2, 2
4. எண் கோட்டைப் பயன்படுத்தி விடை காண்க.
   - (i) -2 க்கு வலப்புறமாக 3 அலகுகள் நகர்ந்தால் கிடைக்கும் எண் என்ன ?
   - (ii) 3 க்கு இடப்புறமாக 7 அலகுகள் நகர்ந்தால் கிடைக்கும் எண் என்ன ?
   - (iii) 5 என்ற இடத்திலிருந்து -3 ஐ அடைய எத்தனை அலகுகள் நகரவேண்டும் ?
   - (iv) -6 என்ற இடத்திலிருந்து -1 ஐ அடைய எத்தனை அலகுகள் நகர வேண்டும் ?

4.4 முழுஎண்களில் கூட்டலும், கழித்தலும்

இயல் எண்களைக் கூட்டுவதுபோல் முழு எண்களையும் கூட்டலாம். ஆனால், முழு எண்களில் ஏற்கனவே + மற்றும் – குறிகள் உள்ளன. அதனால், இரண்டு எண்களுக்கு நடுவில் உள்ள கூட்டல் அல்லது கழித்தல் குறிகளையும் எண்ணோடு சேர்ந்துள்ள குறியையும் வெவ்வேறாகப் பார்க்கவேண்டும். எ.கா: (+5) + (+3) என்ற கணக்கில் இரண்டாவது + குறிப்பது “கூட்டல்” என்னும் செயலை. ஆனால், முதல் மற்றும் மூன்றாம்“ +”கள் மிகை எண்ணைக் குறிக்கின்றன.

மிகை எண்களைக் கூட்டுவது எளிது. (+5) + (+3) என்பதும் 5+3 என்பதும் ஒரே கணக்குதான். 5+3இன் விடை 8 என்பதால் (+5) + (+3) = 8 என்று அறியலாம்.

குறை எண்கள் இருந்தால் எப்படிக் கூட்டுவது ? எண் கதிரில் ஒரு எண்ணுடன் 1 ஐக் கூட்டினால் அதற்கு வலப்புறம் உள்ள எண் கிடைக்கும் என்று தெரியும். 3 உடன் 1 கூட்டினால் கிடைக்கும் விடை 4. இது 3க்கு அருகில் வலப்புறம் உள்ளது. இப்பொழுது (–1) உடன் +1 ஐக் கூட்டினால் என்ன கிடைக்கும் ? அடுத்து உள்ள எண் 0 (பூச்சியம்) தானே ? அது தான் நமக்குத் தேவையான விடை ! ஆக,

(–1) + (+1) = 0

இந்த அடிப்படைச் சூத்திரத்தைக்கொண்டு மிகை மற்றும் குறை எண்களின் கூட்டல் மற்றும் கழித்தலை எளிதாகக் கற்றுக் கொள்ளலாம்.

4.4.1 வண்ணப் பந்துகள் பயன்படுத்திக் கூட்டல்

இரு வெவ்வேறு நிறம்கொண்ட பந்துகளைப் பயன்படுத்தி முழுக்களின் கூட்டல், கழித்தலை எளிதாகப் புரிந்துகொள்ளலாம். பச்சைப் பந்து (+1) ஐயும், சிவப்புப் பந்தை (–1) ஐயும் குறிக்கிறது. கீழுள்ள அட்டவணைமூலம் முழு எண்களை வண்ணப் பந்துகள் கொண்டு குறிப்பிடுவோம்.

வண்ணப்பந்துகள்	முழு எண்கள்
⊕⊕⊕⊕⊕⊕⊕	+7
⊕⊕⊕⊕	+4
⊖⊖⊖	–3
⊖⊖⊖⊖⊖	–5
⊕⊕⊕	+3

இரு எண்களின் கூட்டலைச் சேர்க்கை என்று புரிந்துகொள்ளலாம்.

(அ) +7, +4 ஐக் கூட்டுக

⊕⊕⊕⊕⊕⊕⊕ + ⊕⊕⊕⊕ = ⊕⊕⊕⊕⊕⊕⊕⊕⊕⊕⊕

அதாவது, (+7) + (+4) = (+11)

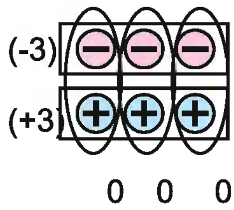
(ஆ) –3, –5 ஐக் கூட்டுக

⊖⊖⊖ + ⊖⊖⊖⊖⊖ = ⊖⊖⊖⊖⊖⊖⊖⊖

அதாவது (–3) + (–5) = (–8)

நாம் முன்னரே பார்த்ததுபோல் (–1) + (+1) = 0 என்ற அடிப்படைச் சூத்திரத்தை இங்குப் பயன்படுத்த வேண்டும். அதாவது, ஒரு பச்சைப் பந்தும் ஒரு சிவப்புப் பந்தும் ஜோடி சேர்ந்தால், அந்த ஜோடியை நீக்கி விடலாம்.

$\oplus + \ominus = 0$



(-3) + (+3) = 0

செய்துபார்க்க:

(-2) + (+2) = ☐

(-1) + (+1) = ☐

(-5) + (+5) = ☐

(-8) + (+8) = ☐

ஒரே அளவிலான மிகை எண்ணையும், குறை எண்ணையும் கூட்டும்போது பூச்சியம் கிடைக்கும். எனவே, அவை ஒன்றுக்கொன்று ‘கூட்டலில் தலைகீழ்’ (Additive Inverse) என்று அழைக்கப்படும்.

இங்கு 3, -3 என்பவை ஒன்றுக்கொன்று ‘கூட்டலில் தலைகீழ்’ ஆகும்.

இப்போது வெவ்வேறு எண்ணிக்கையுள்ள சிவப்புப் பந்துகளையும் பச்சைப் பந்துகளையும் சேர்த்துப் பார்ப்போம்.

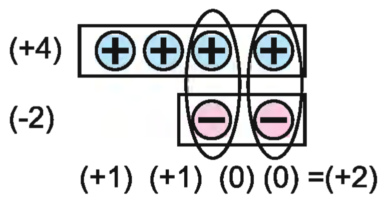
அ) கூட்டுக: (+4) , (-2)

(+4) + (-2) = (+2) + (+2) + (-2)

= (+2) + 0

= + 2

ஃ (+4) + (- 2) = + 2



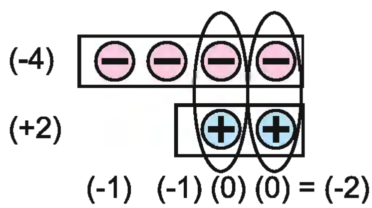
செய்துபார்க்க:

(-5) + (+2) = ☐

(+4) + (-3) = ☐

(-2) + (+7) = ☐

(-3) + (-5) = ☐



ஆ) கூட்டுக: (-4) + (+2)

(-4) + (+2) = (-2) + (-2) + (+2)

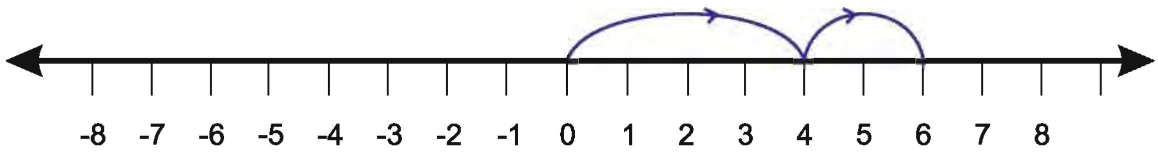
= (-2) + 0

= -2

மேலே வண்ணப்பந்துகளைப் பயன்படுத்தி முழுஎண்களில் கூட்டலைக் கண்டோம். இப்போது எண்கோட்டைப் பயன்படுத்தி முழுஎண்களில் கூட்டலைக் காண்போம்.

4.4.2 எண் கோட்டின் மூலம் முழுஎண்களில் கூடுதல்

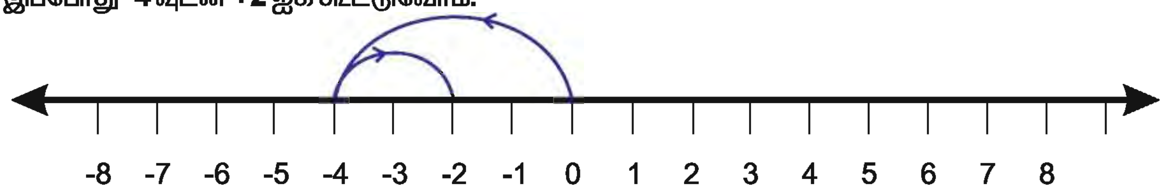
இப்போது எண் கோட்டில் **+4** மற்றும் **+2** ஐக் கூட்டும் முறையை அறிவோம்.



+4 உடன் +2ஐக் கூட்டுவதால், 4இல் தொடங்கி வலப்புறமாக 2 அலகுகள் நகரவேண்டும். அப்படி நகரும் போது, நாம் அடையும் இடம் +6 ஆகும்.

(+4) + (+2) = (+6)

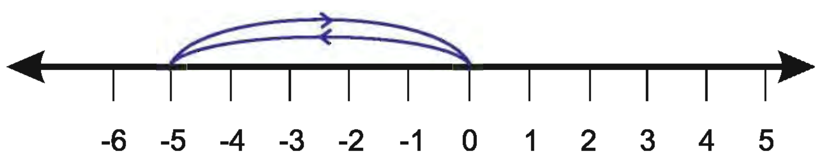
இப்போது **-4** வுடன் **+2** ஐக் கூட்டுவோம்.



(-4) உடன் (+2)ஐக் கூட்டுவதால், –4 என்ற இடத்திலிருந்து 2 அலகுகள் வலப்புறம் நகர்ந்தால் நாம் அடையும் இடம் -2 ஆகும்

(–4) + (+2) = (–2)

இப்போது எண் கோட்டைக் கொண்டு (-5) உடன் (+5)ஐக் கூட்டுவோம்.



செய்துபார்க்க:

(-5) + (+2) = ☐

(-3) + (+6) = ☐

(+1) + (+4)= ☐

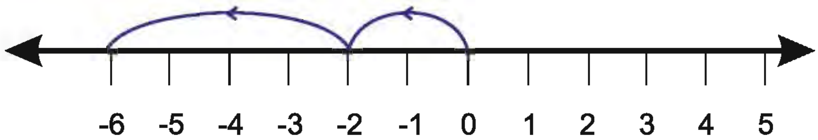
(-3) + (+5) = ☐

(–5) வுடன் (+5) ஐக் கூட்டுவதால், –5இலிருந்து 5 அலகுகள் வலப்புறமாகச் செல்லவேண்டும். அப்போது நாம் அடையும் இடம் '0' ஆகும். எனவே (-5) + (+5) = 0.

குறிப்பு: மிகை எண்ணாக இருப்பின் வலப்பக்கமாகவும், குறையாக இருப்பின் இடப்பக்கமாகவும் நகருவதாக கருதுக.

ஒரு குறை எண்ணுடன் அதே அளவிலான மிகை எண்ணையும் (அதாவது "கூட்டல் தலைகீழி") கூட்டும்போது விடை 0 என்பதை வண்ணப் பந்துகள்மூலம் பார்த்தோம். இப்போது எண் கோடு மூலமும் உறுதி செய்துள்ளோம். இங்கு 5, -5 என்பவை ஒன்றுக்கொன்று கூட்டல் தலைகீழி ஆகும்.

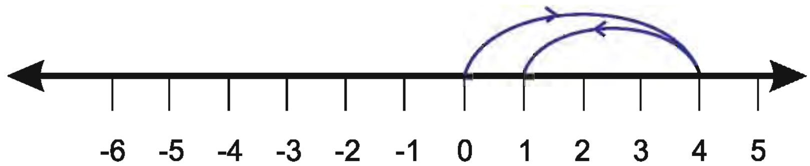
இப்போது **-2** வுடன் **-4** ஐக் கூட்டுவோம். அதாவது, (–2) + (–4). இப்பொழுதும் –2 வில் தொடங்க வேண்டும். ஆனால், கூட்ட வேண்டிய எண் -4 என்பதால் இடப்புறம் நகர வேண்டும்.



(-2) உடன் (-4) ஐக் கூட்டுவதால், (-2) என்ற இடத்திலிருந்து 4 அலகுகள் இடப்புறம் நகர்ந்தால் நாம் அடையும் இடம் -6 ஆகும்.

ஃ (-2) + (-4) = - 6

இப்போது எண் கோட்டின் மூலம் (+4) உடன் (-3) ஐக் கூட்டுவோம்.



(+4) உடன் (-3) ஐக் கூட்டுவதால், 4இல் தொடங்கி இடப்புறமாக

3 அலகுகள் நகர அடையும் இடம் (+1) ஆகும்.

ஃ (+4) + (-3) = (+ 1)ஆகும்.

செய்துபார்க்க:

(-5) + (-2) = ☐

(-3) + (+6) = ☐

(+1) + (+4) = ☐

(+3) + (-5) = ☐

4.4.3 வண்ணப் பந்துகள் பயன்படுத்திக் கழித்தல்

முபஎண்களின் கூட்டல் எப்படி செய்வது என்று ஏற்கனவே பார்த்தோம். கழித்தல் செயல்பாடும் கூட்டல் போலவே செய்யலாம். எந்த எண்ணைக் கழிக்க வேண்டுமோ, அதன் கூட்டல் தலைகீழியைக் கூட்டினால் போதும்.

எடுத்துக்காட்டு : 5

(+5) – (+3) விடை காண்க:

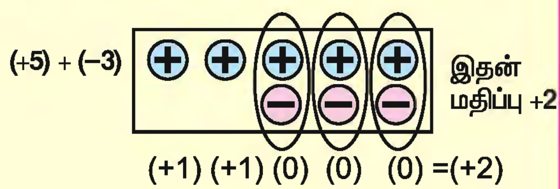
+3 ஐக் கழிக்க வேண்டும். +3 இ ன் கூட்டல் எதிரெண் = –3

நமக்குக் கொடுக்கப்பட்ட கழித்தல் கணக்கு: (+5) – (+3)

இதைக் கூட்டல் கணக்காக மாற்றி எழுதினாலும் விடை மாறாது:

(+5) + (–3) ஆனால், (+5) + (–3) எவ்வாறு செய்யவேண்டும் என்று நமக்கு ஏற்கனவே தெரியுமே!

நினைவில் கொள்க :
(–3) + (+3) = 0, என்பதால்
–3 ம், +3 ம் கூட்டலில் தலைகீழ்.



எனவே, (+5) + (–3) = +2 என்று அறிகிறோம்.

கொடுக்கப்பட்ட கழித்தல் கணக்கின் விடையும் அதே தான்.

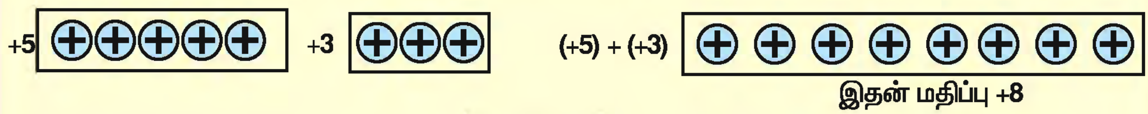
அதாவது, (+5) – (+3) = +2

எடுத்துக்காட்டு : 6

(+5) – (–3) விடை காண்க:

(–3)இன் கூட்டல் தலைகீழி = +3

ஆக (+5) – (–3) எனக் கழிப்பதற்குப் பதில் (+5) + (+3) எனக் கூட்டினால் போதும்.



(+5) + (+3) = +8

எனவே, **(+5)– (–3) = +8**

செய்து பார்க்க:

(i) (–4) – (–3), (ii) (+7) – (+2), (iii) (–7) – (+3), (iv) (–5) – (+4)

4.4.4 எண் கோட்டினைப் பயன்படுத்தி முழுஎண்களின் கழித்தல்

எண் கோட்டினைப் பயன்படுத்திக் கழித்தலின்போது கழிக்கவேண்டிய எண்ணின் கூட்டல் தலைகீழியைக் கூட்டினால் போதும்.

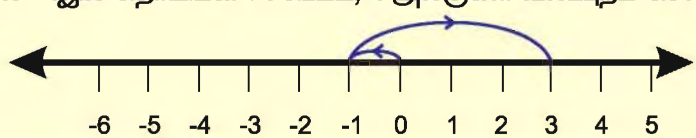
எடுத்துக்காட்டு : 7

எண்கோட்டைப் பயன்படுத்தித் தீர்க்க : (-1) – (-4).

-4ன் கூட்டல் தலைகீழி = +4

எனவே, (-1) – (-4) என கழிப்பதற்குப் பதில் (-1)+(+4) என்று கூட்டலாம்.

எண் கோட்டில் –1இல் தொடங்கி +4 கூட்ட, 4 அலகுகள் வலப்புறம் செல்லவேண்டும்.



இப்பொழுது நாம் அடையும் இடம் +3. (–1) + (+4) = +3 என அறிகிறோம். எனவே, **(-1) – (-4) = +3**

எடுத்துக்காட்டு : 8

எண்கோட்டைப் பயன்படுத்தித் தீர்க்க : (-1) – (+4)

+4ன் கூட்டல் தலைகீழி = –4

எனவே, (-1) – (+4) எனக் கழிப்பதற்குப் பதில் (-1)+(-4) என்று கூட்டலாம்.

எண் கதிரில் –1இல் தொடங்கி –4 கூட்ட, 4 அலகுகள் இடப்புறம் செல்லவேண்டும்.

இப்பொழுது நாம் அடையும் இடம் –5. (–1) + (–4) = –5 என அறிகிறோம். எனவே, **(-1) – (+4) = -5**

பயிற்சி 4.2

1. எண்கோட்டைப் பயன்படுத்திக் கூட்டுக.

   (i) 8 + (-4) (ii) (-1) + (-9) (iii) (-5) + (7) (iv) 3+ (-6) (v) (+4) + (-7).

2. எண்கோட்டைப் பயன்படுத்தித் தீர்க்க.

   (i) –3ஐவிட 4 அதிகம் உள்ள எண் எது ?
   (ii) –7ஐவிட 3 குறைவாக உள்ள எண் எது ?

3. கூட்டுக:

   (i) (-10) + (+17) (ii) (+20) + (-13) (iii) (-50) + (-20)
   (iv) (+40)+(+70) (v) (+18) + (-75) (vi) (+75) + (-75)
   (vii) (-30) + (12) (viii) (-30) + (-22)

4. சுருக்குக.

   (i) 5 + (-7) + (8) + (-9) (ii) (-13) + (12) + (-7) + (18)

5. விடை காண்க.

   (i) (+7) – (-3) (ii) (-12) – (+5) (iii) (-52) – (-52) (iv) (+40) – (+70)

முதல் பக்கத்தில் கொடுக்கப்பட்ட பிரச்சினைக்கான தீர்வு:

எண் கோட்டைப் பூச்சியத்திற்கு இடப்புறம் நீட்டி, குறை எண்களைச் சேர்த்துக்கொண்டால் மல்லிகாவே வெற்றி பெறுவாள். விக்டர் கடைசிச் சுற்றில் 4இல் இருந்து 6 படிகள் இடப்புறம் சென்று –2ஐ அடைந்து, பின் 3படிகள் வலப்புறம் நகர்ந்து கடைசியில் கட்டம் 1இல் காயை வைக்கவேண்டும். மல்லிகாவின் காய், கட்டம் 2இல் உள்ளதால் அவளே வெற்றி பெற்றவள் !

நினைவில் கொள்க.

1. மிகை எண்கள், குறை எண்கள் மற்றும் பூச்சியம் ஆகிய எண்களின் தொகுப்பு முழுஎண்கள் எனப்படும்.
2. எண்கோட்டில் வலப்புறம் செல்லச்செல்ல எண்களின் மதிப்பு அதிகரிக்கும். இடப்புறம் செல்லச்செல்ல எண்களின் மதிப்புக் குறையும்.
3. இரு எண்களின் கூடுதல் பூச்சியம் எனில் ஒன்று மற்றொன்றின் கூட்டல் தலைகீழ் எனப்படும்.
4. மிகை எண்களின் கூடுதல் மிகை எண்களாகும். குறை எண்களின் கூடுதல் குறை எண்கள் ஆகும்.
5. ஒரு மிகை எண்ணையும் ஒரு குறை எண்ணையும் கூட்டினால் கிடைக்கும் விடை குறை எண்ணாகவோ மிகை எண்ணாகவோ அல்லது பூச்சியமாகவோ இருக்கலாம்.
6. ஒரு முழுஎண்ணிலிருந்து மற்றொரு முழுஎண்ணைக் கழிக்க, முதல் முழுஎண்ணுடன் இரண்டாவது முழுஎண்ணின் கூட்டல் தலைகீழியைக் கூட்டுவது போன்றதாகும்.

5. மாறிலிகள், மாறிகள், கோவைகள், சமன்பாடுகள்
(Constants, Variables, Expressions and Equations)

5.1 அறிமுகம்

நீங்கள் பல்வேறு விளையாட்டுகளை ஆர்வத்துடனும், உற்சாகத்துடனும் விளையாடி இருப்பீர்கள். இப்போது எண்களைக் கொண்டு விளையாடிப் பார்ப்போம்!

வகுப்பில் உள்ள மாணவர்களைப் பல குழுக்களாகப் பிரித்துக் கொள்ளவும். ஒவ்வொரு குழுவையும் ஏதேனும் ஓர் ஈரிலக்க எண்ணைக் குறித்துக் கொள்ளச் சொல்லவும். பின்னர் கீழே உள்ளவாறு சில கணக்கீடுகளைச் செய்யவும்.

படி 1 குறித்த ஈரிலக்க எண்ணை 2 ஆல் பெருக்கவும்.

படி 2 கிடைத்த எண்ணுடன் 4 ஐக் கூட்டவும்.

படி 3 கிடைத்த எண்ணை 5 ஆல் பெருக்கவும்.

படி 4 கடைசியாக 20ஐக் கழிக்கவும்.

இப்போது ஒவ்வொரு குழுவிலும் கடைசியாகக் கிடைத்த எண்களைக்கொண்டு அவர்கள் முதலில் குறித்த எண் என்ன என்பதைக் கூறிவிட முடியும். கடைசியாகக் கிடைத்த எண்ணை 10ஆல் வகுத்தால் கிடைக்கும் விடையே முதலில் குறித்த எண்! இது எல்லாக் குழுக்களுக்கும் பொருந்தும்.

எடுத்துக்காட்டாக: கடைசியாகக் கிடைத்த எண் 380 என்க. இப்போது 380ஐ 10 ஆல் வகுக்க. அக்குழு குறித்த எண் 38 என கிடைக்கும்.

சரிபார்த்தல்:

1. $38 \times 2 = 76$
2. $76 + 4 = 80$
3. $80 \times 5 = 400$
4. $400 - 20 = 380$

இதை எவ்வாறு கண்டறிவது ? வெவ்வேறு எண்களை அந்தக் குழு நினைத்திருந்தால், என்ன விடை கிடைத்திருக்கும் என்று பட்டியலிடலாம். பின் அதில் என்ன அமைப்பு முறை தோன்றுகிறது என்று பார்க்கலாம்.

எ.கா: குறித்த எண் = 23; 23x2=46; 46+4=50; 50x5=250; 250−20=230

∴ குறித்த எண் 23 ஆக இருந்தால் கடைசியில் கிடைக்கும் விடை 230

இதையே வேறு சில எண்களுக்கும் செய்து கீழ்க்கண்டவாறு பட்டியலிடலாம்.

குறித்த எண்= 25	கடைசியில் கிடைக்கும் விடை = 250
குறித்த எண்= 40	கடைசியில் கிடைக்கும் விடை = 400
குறித்த எண்= 37	கடைசியில் கிடைக்கும் விடை = 370

இப்பொழுது, குறித்த எண்ணிற்கும் கடைசி விடைக்கும் உள்ள தொடர்பைக் காணமுடிகிறது.

குறிப்பு: இதற்கான இயற்கணித விளக்கம் இப்பாடத்தின் கடைசிப் பக்கத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

செய்து பார்க்க:

இதே விளையாட்டை மூன்றிலக்க, நான்கிலக்க எண்களுக்குச் செய்து பாருங்கள். இதேபோல், மேலும் பல விளையாட்டுக் கணக்குகளை உருவாக்கிச் செய்து பாருங்கள்.

பயிற்சி 5.1

அ) கொடுக்கப்பட்ட எண் அமைப்பு முறையில் விடுபட்ட எண்ணைக் காண்க.

5, 10, 15, __ , 25, 30

(i) 20 (ii) 2 (iii) 22 (iv) 23

ஆ) அமைப்பு முறையில் அடுத்த மூன்று வடிவங்களைக் காண்க.

○ △ □ ○ △ . . .

(I) ○ △ □ (ii) □ ○ △ (iii) △ ○ □

(iv) ○ □ △

இ)

முதல் எண்	1	2	3	4	5	6
இரண்டாம் எண்	10	20	30	40	50	60

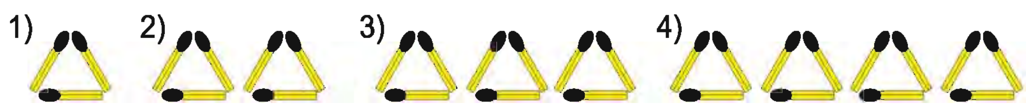
அட்டவணையில் இருந்து பெறப்படும் அமைப்பு முறை யாது ?

(i) இரண்டாம் எண் = 10 + முதல் எண் (ii) இரண்டாம் எண் = 10 – முதல் எண்

(iii) இரண்டாம் எண் = 10 ÷ முதல் எண் (iv) இரண்டாம் எண் = 10 x முதல் எண்

5.2 மாறிலிகள் மற்றும் மாறிகளை அமைப்புகள்மூலம் அறிமுகம் செய்தல்

லதா, தன்னிடம் உள்ள தீக்குச்சிகளைக் கொண்டு முக்கோண அமைப்பைப் பின்வருமாறு அமைத்தார்.



லதா என்பவர், ஒரு முக்கோணத்திற்கு மூன்று தீக்குச்சிகள் வீதம் இந்த அமைப்பிற்குப் பயன்படுத்திய மொத்தத் தீக்குச்சிகளின் எண்ணிக்கையைக் கணக்கிடுவதற்காகப் பின்வருமாறு அட்டவணைப்படுத்தினார்.

முக்கோணங்களின் எண்ணிக்கை	1	2	3	4	....	
பயன்படுத்திய தீக்குச்சிகளின் எண்ணிக்கை	3	6	9	12	....	
	3×1	3×2	3×3	3×4	....	

இவ்வாறு அட்டவணைப்படுத்தி முக்கோணங்களின் எண்ணிக்கைக்கும் பயன்படுத்தப்பட்ட தீக்குச்சிகளின் எண்ணிக்கைக்கும் இடையேயுள்ள தொடர்பினைக் கண்டார். அதாவது,

பயன்படுத்திய தீக்குச்சிகளின் எண்ணிக்கை = 3 x முக்கோணங்களின் எண்ணிக்கை.

இங்கு முக்கோணங்களின் எண்ணிக்கையைப் பொருத்துத் தேவையான தீக்குச்சிகளின் எண்ணிக்கை மாறுகின்றது. மேலும், ஒரு முக்கோணம் அமைக்கத் தேவையான தீக்குச்சிகளின் எண்ணிக்கை 3 என்பது மாறாத ஒரு நிலை எண் ஆகும். இம்மாதிரியான நிலையான எண்ணினை மாறிலி என்போம் ஆனால், முக்கோணங்களின் எண்ணிக்கை மாறுகிறது. எனவே, முக்கோணங்களின் எண்ணிக்கையை x என்ற குறியீட்டால் குறிக்கலாம்.

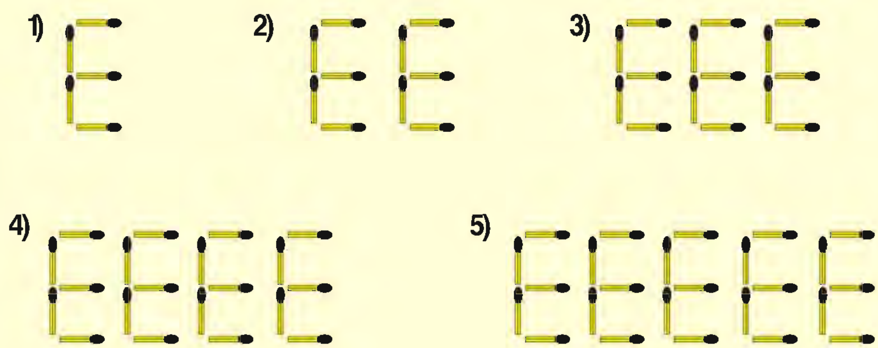
எனவே, பயன்படுத்திய தீக்குச்சிகளின் எண்ணிக்கை = $3 \times x = 3x$

மேற்கண்டவாறு பெறப்படும் விதிகள் "அமைப்பு முறை விதிகள்" எனப்படும்.

இவ்வாறு மாறும் தன்மையுள்ள குறியீடுகள் மாறி எனப்படும். மாறிகள் சூழ்நிலைக்கேற்ப வெவ்வேறு எண் மதிப்புகளை பெறும். பொதுவாக மாறிகளை a,b,c . . . . x,y,z என்ற சிறிய ஆங்கில எழுத்துக்களால் குறிப்பிடுகிறோம்.

எடுத்துக்காட்டு : 1

தீக்குச்சிகளைப் பயன்படுத்தி E என்ற எழுத்தின் அமைப்பு முறை விதியைக் காண்க.
E என்ற எழுத்திற்கு 5 தீக்குச்சிகள் தேவை.



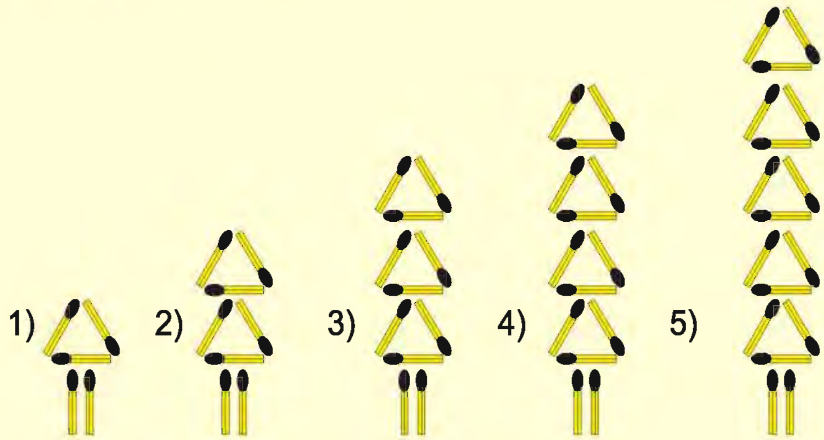
E என்ற எழுத்துக்களின் எண்ணிக்கை	1	2	3	4	5	....	
தேவையான தீக்குச்சிகளின் எண்ணிக்கை	5	10	15	20	25	....	
	5×1	5×2	5×3	5×4	5×5	....	

அட்டவணையிலிருந்து கிடைக்கும் அமைப்பு விதி,

பயன்படுத்திய தீக்குச்சிகளின் எண்ணிக்கை = 5 x (E என்ற எழுத்துக்களின் எண்ணிக்கை). E என்ற எழுத்துக்களின் எண்ணிக்கையை x என்ற மாறியால் குறித்தால், பயன்படுத்திய தீக்குச்சிகளின் எண்ணிக்கை = $5 \times x = 5x$

எடுத்துக்காட்டு : 2

தீக்குச்சிகளைப் பயன்படுத்தி அடிப்பாகம் இரண்டு நிலையான தீக்குச்சிகளையும், மேல் பாகங்கள் மூன்று மூன்றாகவும் கொண்ட அசோக மர வடிவத்தின் அமைப்பு முறை விதியைக் காண்க.



அசோக மரத்தின் மேல்பாகங்களின் எண்ணிக்கை	1	2	3	4	5	....	
மேல் பாகங்களுக்குத் தேவையான தீக்குச்சிகளின் எண்ணிக்கை	3	6	9	12	15	....	
	3×1	3×2	3×3	3×4	3×5	....	
அடிப்பாகத்திற்குத் தேவையான தீக்குச்சிகளின் எண்ணிக்கை	2	2	2	2	2	....	
தேவையான மொத்தத் தீக்குச்சிகளின் எண்ணிக்கை	3×1+2	3×2+2	3×3+2	3×4+2	3×5+2	....	

அட்டவணையிலிருந்து கிடைக்கும் அமைப்பு விதி,

பயன்படுத்திய தீக்குச்சிகளின் எண்ணிக்கை = 3 x (மேல் பாகத்திலுள்ள முக்கோணங்களின் எண்ணிக்கை) + (அடிப்பாகத்திற்கு தேவையான தீக்குச்சிகளின் எண்ணிக்கை).

மேல் பாகத்திலுள்ள முக்கோணங்களின் எண்ணிக்கையை x என்ற மாறியால் குறித்தால், பயன்படுத்திய தீக்குச்சிகளின் எண்ணிக்கை $= 3 \times x + 2 = 3x + 2$

பயிற்சி 5.2

1. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுக்க

அ)

முதல் எண்	16	26	36	46	56	66
இரண்டாம் எண்	10	20	30	40	50	60

மேலிருக்கும் ஜோடி எண்கள் கீழ் உள்ள எந்த விதியைச் சார்ந்தது ?

i. இரண்டாம் எண் = முதல் எண் + 6
ii. இரண்டாம் எண் = முதல் எண் – 6
iii. இரண்டாம் எண் = முதல் எண் ÷ 6
iv. இரண்டாம் எண் = முதல் எண் x 6

ஆ)

முதல் எண்	1	2	3	4	5
இரண்டாம் எண்	9	10	11	12	13

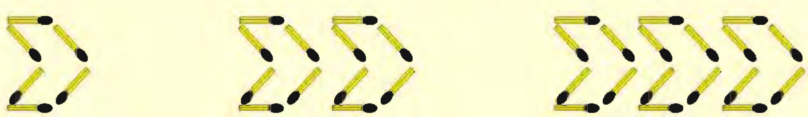
மேலிருக்கும் ஜோடி எண்கள் கீழ் உள்ள எந்த விதியைச் சார்ந்தது ?

i. இரண்டாம் எண் = முதல் எண் x 5
ii. இரண்டாம் எண் = முதல் எண் – 8
iii. இரண்டாம் எண் = முதல் எண் + 8
iv. இரண்டாம் எண் = முதல் எண் x 8

2) ஒரு பெட்டியில் 40 ஆப்பிள்கள் உள்ளன எனில் கொடுக்கப்பட்ட பெட்டிகளின் எண்ணிக்கையைப் பொருத்து, மொத்த ஆப்பிள்களின் எண்ணிக்கை பெறும் அமைப்பு விதியைக் கூறுக. (பெட்டிகளின் எண்ணிக்கை மாறி 'x' என்க)

3) ஒரு கட்டில் 12 பென்சில்கள் உள்ளன எனில் கொடுக்கப்பட்ட கட்டுகளின் எண்ணிக்கையைப் பொருத்து மொத்தப் பென்சில்களின் எண்ணிக்கையைப் பெறும் அமைப்பு விதியைக் கூறுக. (கட்டுகளின் எண்ணிக்கையை மாறி 'b' என்க)

4) தீக்குச்சிகளைக் கொண்டு அமைக்கப்பட்ட இவ்வடிவங்களுக்கு அட்டவணை தயாரித்து அமைப்பு முறையில் பொது விதி காண்க.



5.3 எண்ணியலில் மாறியின் பங்கு

கூட்டலைப் பொருத்து, இரண்டு எண்களின் பரிமாற்று விதி......

$1+2 = 2+1 = 3$

$4+3 = 3+4 = 7$

$4+5 = 5+4 = 9$ ....

எந்த இரண்டு முழு எண்களை இடம் மாற்றிக் கூட்டினாலும் மதிப்பு மாறுவதில்லை. எனவே, மாறிகளைப் பயன்படுத்தி $a + b = b + a$ என எழுதலாம். a, b என்பன ஏதேனும் இரண்டு முழு எண்கள்.

> **செய்து பார்க்க :**
>
> a, b, c என்பன மாறிகள் எனில் முழு எண்கள் கணத்தில்
>
> 1. $a \times b = b \times a$
> 2. $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$ என்ற விதிகள் மெய்யா எனச் சரிபார்க்க!

5.4 கோவைகள்

நாம் முன் வகுப்புக்களில்,

$11 = (1 \times 10) + 1$,

$12 = (1 \times 10) + 2$ ......

$20 = (2 \times 10) + 0$ ....

போன்ற எண் மதிப்புக் கோவைகளைப் பார்த்தோம்.

இந்த எண்கோவைகளில் 1, 2, 3 ..... ஆகிய எண்களை மட்டும் பயன்படுத்தி உள்ளோம்.

எண்கோவைகளை உருவாக்க கூட்டல், கழித்தல், பெருக்கல், வகுத்தல் செயல்களைப் பயன்படுத்துகிறோம்.

எடுத்துக்காட்டாக $(4 \times 10) + 5$ இல் 10 ஐ 4 ஆல் பெருக்கிப் பெருக்கல் பலனுடன் ஐந்தைக் கூட்டியுள்ளோம்.

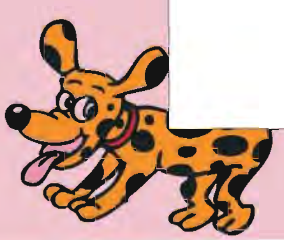
மேலும், சில எண்கோவைகள். $(2 \times 10) - 7$, $3 + (7 \times 6)$, $(-5 \times 40) + 8$, $(6 \times 2) + 4$

மாறிகள் வெவ்வேறு மதிப்புகளைப் பெறும்.

அதற்கு நிலையான மதிப்பில்லை.

எண்களுக்குப் பயன்படுத்தும் அனைத்துச் செயல்களையும்,

(அதாவது +, -, x, ÷) மாறிகளுக்கும் பயன்படுத்தலாம்.



எடுத்துக்காட்டு : 3

கீழ்க்காணும் கூற்றுகளைக் கோவை வடிவத்தில் எழுதுக.

சூழ்நிலை	மாறி அறிமுகம்	கோவை வடிவக் கூற்று
1. செவ்வகத்தின் நீளம் அதன் அகலத்தை விட 3 அலகுகள் அதிகம்.	செவ்வகத்தின் அகலம் x அலகுகள் என்க.	செவ்வகத்தின் நீளம் $(x + 3)$ அலகுகள்
2. ரகு, சேதுவைவிட 10 ஆண்டு இளையவன்.	சேதுவின் வயதை x ஆண்டுகள் என்க	ரகுவின் வயது $(x - 10)$ ஆண்டுகள்.
3. ராம்குமாரின் வயது நந்தகோபால் வயதைப் போல் இருமடங்கு	நந்த கோபால் வயது x ஆண்டுகள் என்க	ராம்குமாரின் வயது $2x$ ஆண்டுகள்
4. ஒரு பேனாவின் விலை, ஒரு நோட்டுப் புத்தகத்தின் விலையைவிட ரூ.9 குறைவு	ஒரு நோட்டு புத்தகத்தின் விலை ரூ y என்க	ஒரு பேனாவின் விலை (y- 9) ரூபாய்
5. ஒரு வட்டத்தின் விட்டம் அதன் ஆரத்தைப்போல் இரு மடங்காகும்.	ஒரு வட்டத்தின் ஆரம் r அலகுகள் என்க.	வட்டத்தின் விட்டம் 2r அலகுகள்

எடுத்துக்காட்டு : 4

கீழ்க்காணும் கூற்றுகளைக் கோவை வடிவத்தில் எழுதுக.

கணிதச் செயல்பாடு	கூற்று	கோவை
கூட்டல்	ஓர் எண்ணுடன் 10 ஐ கூட்டு	$x + 10$
கழித்தல்	ஓர் எண்ணிலிருந்து 9ஐ கழிக்க	$x - 9$
பெருக்கல்	ஓர் எண்ணின் ஐந்து மடங்கு	$5x$
வகுத்தல்	ஒருவரின் மாத வருமானத்தில் நான்கில் ஒரு பங்கு	$\frac{x}{4}$
குறைவு	கொடுக்கப்பட்ட எண்ணைவிட 10 குறைவு	$x - 10$
அதிகம்	கொடுக்கப்பட்ட எண்ணைவிட 15 அதிகம்	$y + 15$
மடங்கு	ரகுவின் வயதின் மும்மடங்கு யாது ?	$3z$

எடுத்துக்காட்டு : 5

கோவை உருவான விதத்தை எழுதுக.

$3m+4, 3m-4, \frac{3m}{4}, \frac{4m}{3}$.

தீர்வு :

I. $3m + 4$ ஓர் எண்ணின் மூன்று மடங்குடன் 4 ஐச் சேர்க்க.

II. $3m - 4$ ஓர் எண்ணின் மூன்று மடங்கில் இருந்து 4ஐக் குறைக்க.

III. $\frac{3m}{4}$ ஓர் எண்ணின் மூன்று மடங்கில் கால் பாகம்.

IV. $\frac{4m}{3}$ ஓர் எண்ணின் நான்கு மடங்கில், மூன்றில் ஒரு பாகம்.

-3x + 4x = x

பயிற்சி 5.3

1. கீழுள்ளவற்றைக் கோவைகளாக மாற்றுக.
   (i) x உடன் 7ஐக் கூட்டுக.
   (ii) y யிலிருந்து 10ஐக் கழிக்க.
   (iii) y யின் மூன்று மடங்கிலிருந்து 8 ஐக் கழிக்க.
   (iv) ஓர் எண்ணின் மூன்று மடங்கில் அரை பாகம்

2. கோவை உருவான விதத்தை எழுதுக.
   (i) $2y + 5$ (ii) $2y - 5$ (iii) $\frac{2y}{5}$ (iv) $\frac{5y}{2}$

3. y, 7 மற்றும் ஏதேனும் ஓர் எண்ணியல் செயலியை மட்டும் பயன்படுத்தி y ஐ உள்ளடக்கிய கோவைகளை உருவாக்குக.

4. மங்கையின் தற்போதைய வயது z ஆண்டுகள் எனில், கீழுள்ள கேள்விகளுக்கு விடையளிக்கவும்.
   (கோவைகளை உருவாக்குக)
   i. 5 ஆண்டுகளுக்குப் பிறகு மங்கையின் வயது என்ன ?
   ii. மங்கையின் தாத்தாவின் வயது, மங்கையின் வயதைப் போல் 7 மடங்கு எனில், தாத்தாவின் வயது என்ன?
   iii. மங்கையின் தந்தையின் வயது மங்கையின் வயதைப் போல் 3 மடங்கு உடன் 5 ஆண்டுகள் அதிகம் எனில் தந்தை வயது என்ன ?

5. ஒரு முயல் முதல் 30 அடிதூரத்தை நடந்து கடக்கிறது. பின்னர் நொடிக்கு 2 அடி தூரம் வீதம் சீராக 't' நொடிகள் ஓடுகிறது எனில், அது கடந்த மொத்தத் தொலைவின் கோவையைக் காண்க.

6. ஒரு பேனாவின் விலை ரூ. 10 எனில் y பேனாக்களின் விலை என்ன ?

7. சச்சின் தினமும் ரூ x சேமித்தால் அவர் ஒரு வாரத்தில் சேமித்த தொகை யாது?

5.5 சமன்பாடு அமைத்தல் மற்றும் தீர்வு காணல்

இரண்டு எண் கோவைகள் சமமாக இருக்குமா என்பதை கீழுள்ளவாறு தெரிந்துக்கொள்ளலாம்.

7 + (30 + 7) = (40 – 2) + 6 என்பது சரியா ? ஆம் (?).

சமக்குறியைப் பயன்படுத்தாமல் மற்றக் குறிகள் >, ≠, < மூலம்

1) $135 \times (74 + 32) > 134 \times (72 + 34)$

2) $(20 - 10) \times 8 < (10 + 20) \times 8$

3) $(5 + 7) \times 6 \neq 5 + (7 \times 6)$

ஆகியவற்றை சரிபார்க்க.

இரண்டு கோவைகளுக்கு (இரு கோவைகளும் எண் கோவைகளாக இருத்தல் கூடாது) இடையில் சமக்குறி பயன்படுத்தினால் சமன்பாடு கிடைக்கும். மாறாக >, <, ≠ என்ற குறியீடுகளில் ஏதேனும், ஒன்றைப் பயன்படுத்தினால் அது சமன்பாடு அல்ல.

எடுத்துக்காட்டு:

1.) $3x - 7 = 10$ (சமன்பாடு)

2.) $4x + 8 > 23$ (அசமன்பாடு)

3.) $2x - 1 < 11$ (அசமன்பாடு)

F என்ற எழுத்துக்களின் எண்ணிக்கை	1	2	3	4	5 ....
தேவையான தீக்குச்சிகளின் எண்ணிக்கை	4	8	12	16	20........
	4×1	4×2	4×3	4×4	4×5 ....

x என்பது 'F' என்ற எழுத்தில் உள்ள குச்சிகளின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கும் மாறியாகக் கொண்டால், அட்டவணையில் இருந்து கீழ்க்கண்ட சமன்பாடுகள் கிடைக்கும்.

$x = 4$, $2x = 8$, $3x = 12$, $4x = 16$, $5x = 20$

$6x = 24$, $7x = 28$, $8x = 32$ ....

அட்டவணையிலிருந்து $3x = 12$ என்ற சமன்பாட்டை நிறைவு செய்யும் x இன் மதிப்பு 4.

இப்பொழுது பிரதியிடல் முறை மூலம் $3x = 12$ என்ற சமன்பாட்டை நிறைவு செய்யும் x இன் மதிப்புக் காண்போம்.

சமன்பாடு	மாறியின் மதிப்பு	மாறியின் மதிப்பைப் பிரதியிட	தீர்வு / தீர்வல்ல
$3x = 12$	$x = 1$	$3 \times 1 = 3$ (தவறு)	தீர்வல்ல
	$x = 2$	$3 \times 2 = 6$ (தவறு)	தீர்வல்ல
	$x = 3$	$3 \times 3 = 9$ (தவறு)	தீர்வல்ல
	$x = 4$	$3 \times 4 = 12$ (சரி)	தீர்வு
	$x = 5$	$3 \times 5 = 15$ (தவறு)	தீர்வல்ல
	$x = 6$	$3 \times 6 = 18$ (தவறு)	தீர்வல்ல

முடிவு: $3x = 12$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வு $x = 4$

எடுத்துக்காட்டு : 6

கீழுள்ள வாக்கியங்களை இயற்கணிதச் சமன்பாடாக மாற்றுக.

வாக்கியம்	இயற்கணிதச் சமன்பாடு
1. ஓர் எண்ணுடன் 10ஐக் கூட்ட இருபது கிடைக்கும்	$y + 10 = 20$
2. ஓர் எண்ணின் இரு மடங்கு நாற்பது ஆகும்.	$2x = 40$
3. ஓர் எண்ணிலிருந்து 5ஐக் கழிக்க இருபது கிடைக்கும்	$x - 5 = 20$
4. ஓர் எண்ணை ஆறால் வகுக்க ஈவு, ஐந்து கிடைக்கும். மீதி இல்லை	$\frac{x}{6} = 5$
5. ஓர் எண்ணின் இரண்டு மடங்கிலிருந்து 8ஐக் கழிக்க பத்து கிடைக்கும்	$2y - 8 = 10$
6. நாற்பத்தி இரண்டு என்பது ஓர் எண்ணின் இரண்டு மடங்குடன் 6ஐக் கூட்டுவதற்கு சமம்	$42 = 2x + 6$

எடுத்துக்காட்டு : 7

அட்டவணையை நிறைவு செய்க.

சமன்பாடு	மாறியின் மதிப்பு	மாறியின் மதிப்பைப் பிரதியிட	தீர்வு / தீர்வல்ல
(i) $x + 3 = 8$	$x = 4$	$4 + 3 = 8$; $7 \neq 8$ (தவறு)	தீர்வல்ல
(ii) $x - 4 = 7$	$x = 11$	$11 - 4 = 7$; $7 = 7$ (சரி)	தீர்வு
(iii) $3x = 12$	$x = 3$	$3(3) = 12$; $9 \neq 12$ (தவறு)	தீர்வல்ல
(iv) $\frac{x}{7} = 6$	$x = 42$	$\frac{42}{7} = 6$; $6 = 6$ (சரி)	தீர்வு

எடுத்துக்காட்டு : 8

அட்டவணையை நிரப்புக. அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி $x + 7 = 12$ என்ற சமன்பாட்டை நிறைவு செய்யும் மாறியின் மதிப்பைக் காண்க.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$x + 7$	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

அட்டவணையிலிருந்து $x + 7 = 12$ இன் தீர்வு $x = 5$ ஆகும்.

பயிற்சி 5.4

1. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுக்கவும்.

(அ) கீழுள்ளவற்றில் எது சமன்பாடு ?

(i) $3 + 7 = 8 + 2$ (ii) $x < \frac{4}{3}$ (iii) $3x + 1 = 10$ (iv) $4 \times 7 = 28$

(ஆ) $y = 4$ என்பதைத் தீர்வாகக் கொண்ட சமன்பாடு எது?

(i) $2y + 3 = 0$ (ii) $y - 7 = 2$ (iii) $y + 3 = 7$ (iv) $y + 4 = 0$

(இ) $2s - 4 = 10$ என்ற சமன்பாட்டில் உள்ள மாறி எது ?

(i) 2 (ii) 10 (iii) -4 (iv) s

2) பொருத்துக.

சமன்பாடு	தீர்வு
(அ) $y - 2 = 0$	(i) $y = 0$
(ஆ) $2y = 6$	(ii) $y = 2$
(இ) $2 = y + 2$	(iii) $y = 3$

3. அட்டவணையை நிரப்புக.

சமன்பாடு	மாறியின் மதிப்பு	மாறியின் மதிப்பைப் பிரதியிடு	தீர்வு / தீர்வல்ல
$x - 8 = 12$	$x = 4$		
$x - 8 = 12$	$x = 6$		
$x - 8 = 12$	$x = 20$		
$x - 8 = 12$	$x = 15$		

4. அட்டவணையை நிரப்புக.

சமன்பாடு	மாறியின் மதிப்பு	மாறியின் மதிப்பைப் பிரதியிடுக	தீர்வு / தீர்வல்ல
$y + 7 = 15$	$y = 6$		
$y + 7 = 15$	$y = 7$		
$y + 7 = 15$	$y = 8$		
$y + 7 = 15$	$y = 9$		

5. அட்டவணையை நிரப்புக.

வ.எண்	சமன்பாடு	மாறியின் மதிப்பு	சமன்பாட்டில் மாறியின் மதிப்பைப் பிரதியிட	சமன்பாட்டை நிறைவு செய்கிறது ஆம் / இல்லை
(i)	$x - 3 = 0$	$x = 2$		
(ii)	$y + 7 = 2$	$y = -2$		
(iii)	$n + 8 = -18$	$n = 28$		
(iv)	$3 - p = 10$	$p = -7$		

6. அடைப்புக் குறிக்குள் கொடுக்கப்பட்டுள்ள மதிப்புக்களைப் பிரதியிட்டுச் சமன்பாட்டை நிறைவு செய்யும் மாறியின் மதிப்பைக் காண்க.

(i) $x + 7 = 12$ (3, 4, 5, 6)

(ii) $x - 10 = 0$ (7, 8, 9, 10)

(iii) $3x = 27$ (6, 12, 9, 8)

(iv) $\frac{p}{7} = 5$ (21,14, 7, 35)

(v) $\frac{r}{10} = 2$ (18, 19, 20, 21)

7. $y - 3 = 9$ என்ற சமன்பாட்டை நிறைவு செய்யும் y இன் மதிப்பைக் காண்க.

8. அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி $3z = 30$ என்ற சமன்பாட்டை நிறைவு செய்யும் மாறியின் மதிப்பைக் காண்க.

z	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
3z			21					36			

9. அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி $\frac{P}{4} = 3$ என்ற சமன்பாட்டை நிறைவு செய்யும் மாறியின் மதிப்பைக் காண்க.

P	4	8	12	16	20	24
$\frac{P}{4}$		2			5	

நினைவில் கொள்க.

1. மாறி ஒரு நிலையான எண் அல்ல. சூழ்நிலைக்கேற்பப் பல்வேறு மதிப்புகளைப் பெறும்.
2. மாறிகளை a, b, c, d, ... x,y,z என்ற ஆங்கிலச் சிறிய எழுத்துக்களால் குறிக்கின்றோம்.
3. மாறிகளைப் பயன்படுத்தி உருவாக்கப்பட்ட கோவைகளைத் தொடர்பு படுத்தலாம்.
4. எண்ணியல் மற்றும் வடிவியல் பகுதிகளில் இடம் பெற்றுள்ள பொதுச் சூத்திரங்களை, மாறிகளைப் பயன்படுத்திப் பெறலாம்.
5. இரண்டு கோவைகளுக்கு இடையில் சமக்குறி இடம் பெற்றால் அது சமன்பாடு எனப்படும். (இரண்டு கோவைகளும் எண் கோவைகளாக இருத்தல் கூடாது)
6. ஒரு சமன்பாட்டை நிறைவு செய்யும் மாறியின் மதிப்பு அச்சமன்பாட்டின் தீர்வு எனப்படும்.

குறிப்பு : குழு விளையாட்டின் இயற்கணித விளக்கம்

இந்த அத்தியாயத்தின் அறிமுகத்தில் கொடுக்கப்பட்ட எண் விளையாட்டிற்கான இயற்கணித விளக்கம் இதோ.

நண்பர் நினைத்த எண் x என்க.
நினைத்த எண்ணை 2 ஆல் பெருக்க $2x$; 4 ஐக் கூட்ட ($2x + 4$);
5 ஆல் பெருக்க ($5 \times (2x + 4) = 10x + 20$); 20 ஐக் கழிக்க ($10x + 20 - 20 = 10x$).

இப்பொழுது முதலில் நினைத்த எண்ணைக் கண்டுபிடிக்க
$10x$ இல் தொடங்கி 10 ஆல் வகுத்தால் போதும்.

$$\left(\frac{10x}{10} = x\right)$$

மீண்டும் முதலில் குறித்த எண்ணே கிடைக்கிறது.

புதிர் கணக்குகள் :

1) நான் ஓர் எண். இப்படத்தில் உள்ள அனைத்து உச்சிகளையும் நான்கு முறை சுற்றி வாருங்கள். கடந்த உச்சிகளின் எண்ணிக்கையையும் எனது மதிப்பையும் கூட்டினால் 46 கிடைக்கிறது எனில் எனது மதிப்பென்ன ?

2) நான் ஓர் எண். நான் இப்படத்தில் உள்ள அனைத்துப் பெட்டிகளையும் கடந்து வந்த பின்னர், கடந்த பெட்டிகளின் எண்ணிக்கையையும், எனது மதிப்பையும் கூட்டினால் 60 கிடைத்தது எனில் எனது மதிப்பென்ன ?

3) நான் ஓர் ஈரிலக்க எண். மேலும் 11 இன் மடங்கு ஆவேன். என்னை 7 ஆல் வகுத்து மீதியின்றிக் கிடைக்கும் ஈவுடன் 4ஐச் சேர்த்தால் 15கிடைக்கும் எனில் எனது மதிப்பென்ன ?

6. விகிதம், விகித சமம், நேர் விகிதம்
(Ratio, Proportion and Direct Variation)

நமது அன்றாட வாழ்க்கையில் எண்ணியலை நேரடியாகவோ மறைமுகமாகவோ எவ்வாறு பயன்படுத்துகின்றோம் என்பதை இப்பாடத்தில் காணலாம்.

6.1 அறிமுகம்

ஐஸ்வர்யா, கிருத்திகா ஆகியோரைப் பற்றிய சில விவரங்கள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

வ.எண்.	விவரங்கள்	ஐஸ்வர்யா	கிருத்திகா
1.	வயது	17 ஆண்டுகள்	15 ஆண்டுகள்
2.	உயரம்	136 செ.மீ.	123 செ.மீ.
3.	எடை	31 கி.கி	29 கி.கி
4.	பருகும் நீரின் அளவு	5 லி.	3 லி.
5.	படிக்கும் நேரம்	4 மணி	3 மணி
6.	விளையாடும் நேரம்	2 மணி	2 மணி
7.	பயன்படுத்தும் நோட்டுகளின் எண்ணிக்கை	13	14
8.	மிதிவண்டியை ஓட்டும் வேகம்	10 கி.மீ/மணிக்கு	15 கி.மீ/மணிக்கு

மேலே உள்ள அட்டவணையிலிருந்து இருவரின் விவரங்களை மிகஎளிதாக ஒப்பிட முடியுமல்லவா ? எவ்வாறு ஒப்பிடுவது ? ஒரே தன்மையுள்ள இரு அளவுகளை ஒப்பிடுவதற்கு நாம் கணிதத்தில் விகிதமுறையைப் பயன் படுத்துகிறோம்.

மேலே உள்ள அட்டவணையிலிருந்து இருவரின்

- வயதுகளின் விகிதம் 17 : 15
- உயரங்களின் விகிதம் 136 : 123
- எடைகளின் விகிதம் 31 : 29
- பருகும் நீரின் அளவுகளின் விகிதம் 5 : 3
- படிக்கும் நேரங்களின் விகிதம் 4 : 3
- விளையாடும் நேரங்களின் விகிதம் 2 : 2
- பயன்படுத்தும் நோட்டுகளின் எண்ணிக்கையின் விகிதம் 13 : 14
- மிதிவண்டியை ஓட்டும் வேகத்தின் விகிதம் 10 : 15

என்பதைத் தெளிவாக அறிந்து கொள்ள முடிகிறதல்லவா ?

6.2 விகிதம்

- விகிதம் என்பது, ஒரே அலகினை உடைய இரு அளவுகளை ஒப்பிடுவது ஆகும்.
- a, b என்ற இரு அளவுகளின் விகிதத்தை a:b என்று குறிப்பிடலாம். இதை a is to b எனப் படிக்கலாம். அதாவது ' : ' என்ற குறியீட்டினை 'is to' எனப் படிக்க வேண்டும்.
- b, a என்ற இரு அளவுகளின் விகிதத்தை b:a என்று குறிப்பிடலாம்.
- a:b மற்றும் b:a இரண்டும் வெவ்வேறானது என்பதைப் புரிந்துகொள்க.
- ஒப்பிடும் போது a,b ஆகியவற்றின் அலகுகள் ஒரே மாதிரியாக இருக்கவேண்டும்.
- a, b என்ற இரு அளவுகளும் மிகை எண்ணாக இருக்கும்

எடுத்துக்காட்டாக, 1 மீட்டர் மற்றும் 90 செ.மீ. என்ற அளவுகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன என்க. இரு அளவுகளையும் ஒரே அலகிற்கு மாற்றிய பின்னரே ஒப்பிட வேண்டும்.

அதாவது, 1 மீ. = 100 செ.மீ. என மாற்றி 90 செ.மீ. உடன் ஒப்பிட்டு இதன் விகிதத்தை 100:90 என எழுத வேண்டும்.

சில சமயங்களில் ஒப்பிடும் எண்கள் பெரிய எண்களாக இருக்கும்போது ஒப்பிடுவது கடினமாக இருக்கும். எனவே, விகிதங்களைச் சுருக்கி எளிய வடிவில் எழுதுவது அவசியமாகிறது. எனவே, எந்த ஒரு விகிதத்தையும் பின்ன வடிவில் எழுதிச் சுருக்கி எளிய வடிவத்தைப் பெறலாம்.

எடுத்துக்காட்டு : 1

வ.எண்.	அளவு	விகித வடிவம்	பின்ன வடிவம்	எளிய விகிதம்
1.	15 ஆண்களுக்கும் 10 பெண்களுக்கும் உள்ள விகிதம்	15:10	$\frac{15}{10}$	3:2
2.	500 கி. ; 1 கி.கி. ஆகியவற்றுக்கு உள்ள விகிதம்	500:1000	$\frac{500}{1000}$	1:2
3.	1 மீ. 25 செ.மீ. ; 2 மீ. ஆகியவற்றுக்கு உள்ள விகிதம்	125:200	$\frac{125}{200}$	5:8

எடுத்துக்காட்டு : 2

ஒரு மாணவரிடம் 11 நோட்டுகளும் 7 புத்தகங்களும் உள்ளன. மாணவரிடம் உள்ள நோட்டுகளின் எண்ணிக்கைக்கும் புத்தகங்களின் எண்ணிக்கைக்கும் உள்ள விகிதம் என்ன ?

தீர்வு : மாணவரிடம் உள்ள நோட்டுகளின் எண்ணிக்கை = 11

மாணவரிடம் உள்ள புத்தகங்களின் எண்ணிக்கை = 7

∴ நோட்டுகளுக்கும் புத்தகங்களுக்கும் உள்ள விகிதம் = 11 : 7

எடுத்துக்காட்டு : 3

ஒரு பேனாவின் விலை ரூ. 8. ஒரு பென்சிலின் விலை ரூ.2.50 எனில், (i) பேனாவின் விலைக்கும், பென்சிலின் விலைக்கும் (ii) பென்சிலின் விலைக்கும், பேனாவின் விலைக்கும் உள்ள விகிதத்தை எளிய வடிவில் காண்க.

தீர்வு: ஒரு பேனாவின் விலை = ரூ.8.00 = 8.00x100 = 800 காசுகள்

ஒரு பென்சிலின் விலை = ரூ.2.50 = 2.50x100 = 250 காசுகள்

வ. எண்.	அளவு	விகித வடிவம்	பின்ன வடிவம்	எளிய விகிதம்
1.	பேனாவின் விலைக்கும், பென்சிலின் விலைக்கும் உள்ள விகிதம்	800:250	$\frac{800}{250}$	16:5
2.	பென்சிலின் விலைக்கும், பேனாவின் விலைக்கும் உள்ள விகிதம்	250:800	$\frac{250}{800}$	5:16

எடுத்துக்காட்டு : 4

ஒரு கிராமத்தில் உள்ள 10,000 பேரில் 4,000 பேர் அரசுப்பணியில் உள்ளனர்; மீதி உள்ளவர்கள் சுயதொழில் புரிகின்றனர் எனில்,

(I) அரசுப் பணியில் உள்ளவர்கள் மற்றும் கிராமத்தில் உள்ளவர்கள்.

(ii) சுய தொழில் புரிபவர்கள் மற்றும் கிராமத்தில் உள்ளவர்கள்.

(iii) அரசுப் பணியில் உள்ளவர்கள் மற்றும் சுய தொழில் புரிபவர்கள்

ஆகியோருக்கிடையே உள்ள விகிதங்களைக் காண்க.

தீர்வு : கிராமத்தில் உள்ளவர்களின் எண்ணிக்கை = 10,000 பேர்

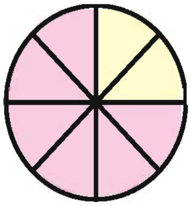
அரசுப்பணியில் உள்ளவர்களின் எண்ணிக்கை = 4,000 பேர்

∴ சுய தொழில் புரிபவர்களின் எண்ணிக்கை = 10,000 – 4,000 = 6,000 பேர்

வ.எண்	அளவு	விகித வடிவம்	பின்ன வடிவம்	எளிய விகிதம்
1.	அரசுப் பணியில் உள்ளவர்களுக்கும், கிராமத்தில் உள்ளவர்களுக்கும்	4000:10000	$\frac{4000}{10000}$	2:5
2.	சுய தொழில் புரிபவர்களுக்கும், கிராமத்தில் உள்ளவர்களுக்கும்	6000:10000	$\frac{6000}{10000}$	3:5
3.	அரசுப் பணியில் உள்ளவர்களுக்கும், சுய தொழில் புரிபவர்களுக்கும்	4000:6000	$\frac{4000}{6000}$	2:3

6.3 சமான விகிதம்

ஒரு ஆப்பிள் பழத்தை, இருவர் எவ்வாறு பகிர்ந்து கொள்கிறார்கள் என்பதைக் கவனியுங்கள்.



எட்டுச் சம பாகங்களாகப் பிரிக்கிறார்கள்

இருவரும் தங்களுக்குரிய பாகங்களைப் பிரிக்கும் விகிதத்தை 6:2 எனலாம்.

அதையே சுருங்கிய வடிவில் 3:1 என்று சொல்லலாம்.

இதிலிருந்து நாம் அறிவது 3:1, 6:2 என்ற விகிதங்கள் சம அளவிலானது ஆகும்.

எனவே, சமான பின்னங்களைப் போல,

இவற்றைச் **சமான விகிதங்கள்** எனலாம்.

எனவே,

a:b என்ற விகிதத்தில் உள்ள a,b என்ற உறுப்புகள் ஒரே எண்ணின் மடங்குகளால் பெருக்கப்படும் போது கிடைக்கும் விகிதங்கள் சமான விகிதங்கள் எனப்படும்.

எடுத்துக்காட்டு : 5

5:7 என்ற விகிதத்தின் ஏதேனும் ஐந்து சமான விகிதங்களை எழுதுக.

தீர்வு : கொடுக்கப்பட்ட விகிதம் = 5:7

பின்ன வடிவம் $= \frac{5}{7}$

இதன் சமான பின்னங்கள் $\frac{10}{14}, \frac{15}{21}, \frac{20}{28}, \frac{25}{35}, \frac{55}{77}$ ஆகும்.

∴ 5:7 இன் சமான விகிதங்கள், 10:14, 15:21, 20:28, 25:35, 55:77

பயிற்சி : 6.1

1. பின்வரும் கூற்றுகள் சரியா ? தவறா ? எனக் கூறுக.
   - i. 4 பேனாக்களுக்கும் 6 பென்சில்களுக்கும் உள்ள விகிதம் 4:6
   - ii. 50 மாணவர்கள் உள்ள வகுப்பில் 30 பெண்களுக்கும் 20 ஆண்களுக்கும் உள்ள விகிதம் 20:30
   - iii. 3:2 என்ற விகிதமும் 2:3 என்ற விகிதமும் சமான விகிதங்கள் ஆகும்.
   - iv. 5:2 என்ற விகிதத்தின் சமான விகிதம் 10 : 14

2. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக.
   - i. 3:4 இன் பின்ன வடிவம்

     (1) $\frac{4}{3}$ (2) $\frac{3}{4}$ (3) $\frac{1}{3}$ (4) 3.4
   - ii. 7:8 இன் சமான விகிதம்

     (1) 14:16 (2) 8:9 (3) 6:7 (4) 8:7
   - iii. 16: 32இன் எளிய வடிவம்

     (1) $\frac{16}{32}$ (2) $\frac{32}{16}$ (3) 1:2 (4) 2:1
   - iv. 2:3, 4:___ ஆகியன சமான விகிதங்கள் எனில் விடுபட்ட எண்.

     (1) 2 (2) 3 (3) 4 (4) 6
   - v. 1 செ.மீ.,க்கும் 2 மி.மீ.க்கும் உள்ள விகிதம்.

     (1) 1:20 (2) 20:1 (3) 10:2 (4) 2:10

3. பின்வரும் விகிதங்களை எளிய வடிவில் தருக.

   (i) 20:45 (ii) 100:180 (iii) 144:216

4. பின்வரும் விகிதங்களின் நான்கு சமான விகிதங்களை எழுதுக.

   (i) 3:5 (ii) 3:7 (iii) 5:9

5. கீழே உள்ள விவரங்களுக்கு விகிதத்தை அமைத்து, அதனை எளிய வடிவில் தருக.

   (i) 81 –க்கும் 108–க்கும் உள்ள விகிதம்.

ii. 30 நிமிடத்திற்கும் 1 மணி 30 நிமிடத்திற்கும் உள்ள விகிதம்.

iii. 60 செ.மீ.க்கும் 1.2 மீ. க்கும் உள்ள விகிதம்.

6. சீமாவின் மாதச் சம்பளம் ரூ.20,000, சேமிப்பு ரூ.500 என்க.

i. சம்பளத்திற்கும், சேமிப்பிற்கும் உள்ள விகிதம்.

ii. சம்பளத்திற்கும், செலவிற்கும் உள்ள விகிதம்.

iii. சேமிப்பிற்கும், செலவிற்கும் உள்ள விகிதம் காண்க.

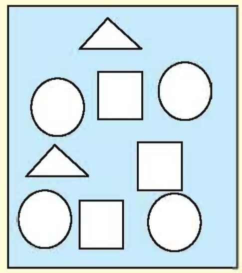
7. ஐம்பது பேர் உள்ள வகுப்பில் 30 பேர் ஆண்கள் எனில்

i. ஆண்களுக்கும் மொத்த மாணவர்களுக்கும் உள்ள விகிதம்.

ii. பெண்களுக்கும் மொத்த மாணவர்களுக்கும் உள்ள விகிதம்.

iii. ஆண்களுக்கும் பெண்களுக்கும் உள்ள விகிதம், காண்க.

8. கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில் இருந்து எண்ணிக்கைக்கு ஏற்றவாறு கீழ்க்காணும் வினாக்களுக்கு விடையளிக்க.



I. முக்கோணங்களுக்கும் வட்டங்களுக்கும் இடையே உள்ள விகிதம்.

ii. வட்டங்களுக்கும் சதுரங்களுக்கும் உள்ள விகிதம்.

iii. முக்கோணங்களுக்கும் சதுரங்களுக்கும் உள்ள விகிதம்.

iv. வட்டங்களுக்கும் மொத்த உருவங்களுக்கும் உள்ள விகிதம்.

v. முக்கோணங்களுக்கும் மொத்த உருவங்களுக்கும் உள்ள விகிதம்.

vi. சதுரங்களுக்கும் மொத்த உருவங்களுக்கும் உள்ள விகிதம் காண்க.

6.4 விகித சமம்

இரு விகிதங்களின் எளிய வடிவம் சமமாக இருக்கும் எனில் அவ்விகிதங்கள் விகிதசமம் ஆகும். விகிதசம விகிதங்களை '=' அல்லது '::' என்ற குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி எழுதலாம். அதாவது a, b, c,d ஆகியன விகிதசமத்தில் அமையும் எனில் இதனை a:b = c:d அல்லது a:b :: c:d என எழுதலாம்.

எடுத்துக்காட்டு : 6

i) 2 : 3, 8 : 12 ii) 25 : 45, 35 : 63 ஆகியன விகிதசமம் எனக்காட்டுக.

தீர்வு :

	விகிதம்	பின்ன வடிவம்	எளிய வடிவம்
i.	2:3	$\frac{2}{3}$	2:3
	8:12	$\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$	2:3

∴ 2:3, 8 : 12 ஆகியன விகிதசமம் ஆகும்.

	விகிதம்	பின்ன வடிவம்	எளிய வடிவம்
ii.	25:45	$\frac{25}{45}=\frac{5}{9}$	5:9
	35:63	$\frac{35}{63}=\frac{5}{9}$	5:9

∴ 25 : 45, 35 : 63 ஆகியன விகிதசமம் ஆகும்.

குறிப்பு: மேலே உள்ள எடுத்துக்காட்டிலிருந்து 45ஐ 35ஆல் பெருக்க. 25ஐ 63ஆல் பெருக்க. இதிலிருந்து நமக்குக் கிடைப்பது, 25x63 = 45x35 = 1575

எனவே, a : b, c : d ஆகியன விகிதசமத்தில் இருக்கும் எனில் a x d = b x c என்பது உண்மையாகும். இதனை a : b : : c : d என்ற குறியீட்டின் மூலம் எழுத வேண்டும். அதாவது, நான்கு எண்கள் விகிதசமத்தில் அமையும் எனில், முதல் மற்றும் இறுதியில் உள்ள எண்களின் பெருக்குத் தொகை நடுவில் உள்ள எண்களின் பெருக்குத் தொகைக்குச் சமமாக இருக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு : 7

12 : 9, 4 : 3 என்ற எண்கள் விகித சமம் எனக் காட்டுக.

தீர்வு : முதல் மற்றும் இறுதியில் உள்ள எண்களின் பெருக்குத்தொகை = 12 x3 = 36

நடுவில் உள்ள எண்களின் பெருக்குத்தொகை = 9 x 4 = 36

∴ 12 : 9 , 4 : 3 ஆகியன விகிதசமம் ஆகும்.

எனவே, 12 : 9 : : 4 : 3

எடுத்துக்காட்டு : 8

3 : 4 :: 12: ___ எனில் விடுபட்ட எண்ணைக் காண்க.

தீர்வு : முதல் மற்றும் இறுதியில் உள்ள எண்களின் பெருக்குத்தொகை

= நடுவில் உள்ள எண்களின் பெருக்குத்தொகை

∴ 3 x ___ = 4 x 12

இரு புறமும் 3 ஆல் வகுக்க, விடுபட்ட எண் = 4 x 4 = 16.

எடுத்துக்காட்டு : 9

ஒரு புத்தகத்தின் விலை ரூ.12 எனில் 2, 5, 7 புத்தகங்களின் எண்ணிக்கைக்கும் விலைக்கும் உள்ள விகிதம் காண்க. இதிலிருந்து நீ அறிந்து கொண்டது என்ன ?

தீர்வு:

புத்தகங்களின் எண்ணிக்கை	மொத்த விலை	விகிதம்	பின்ன வடிவம்	எளிய விகிதம்
2	2x12 = 24	2:24	$\frac{2}{24}$	1:12
5	5x12 = 60	5:60	$\frac{5}{60}$	1:12
7	7x12 = 84	7:84	$\frac{7}{84}$	1:12

இதிலிருந்து புத்தகங்களின் எண்ணிக்கைக்கும் அதன் விலைக்கும் உள்ள விகிதம் விகிதசமமாக இருக்கும் என்பதை அறியலாம்.

6.5 நேர் விகிதம் :

இரண்டு உறுப்புகள் ஒரே விகிதத்தில் தொடர்ந்து மாறினால் அவை நேர் விகிதத்தில் அமைந்துள்ளன எனலாம்.

எடுத்துக்காட்டு : 10

சபானா என்பவர் 2 மணி நேரத்தில் 35 கி.மீ. தூரம் கடக்கிறார் எனில், அதே வேகத்தில் சென்றால் 6 மணி நேரத்தில் எவ்வளவு தூரம் கடந்து இருப்பார் ?

காலம் அதிகரிக்கும்போது கடந்த தூரமும் அதிகரிக்கும் எனவே, இது நேர்விகிதத்தில் அமையும்.

காலம் (மணி)	கடந்த தூரம் (கி.மீ.)
2	35
6	?

∴ 2 : 6 = 35 : □

∴ விடுபட்ட எண் = $\frac{6 \times 35}{2} = 105$

எனவே, 6 மணிநேரத்தில் சபானா கடந்த தூரம் = 105 கி.மீ.

எடுத்துக்காட்டு : 11

12 மாணவர்களுக்குச் சீருடை வழங்க ரூ. 3000 செலவாகும் எனில், ரூ. 1250க்கு எத்தனை மாணவர்களுக்குச் சீருடை வழங்கலாம் ?

தீர்வு :

மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	சீருடைக்கு ஆகும் செலவு ரூபாயில்
12	3,000
?	1,250

செலவு செய்யும் தொகை குறையும் போது, மாணவர்களின் எண்ணிக்கையும் குறையும். எனவே, இது நேர்விகிதத்தில் அமையும்.

∴ 12 : □ :: 3000 : 1250

∴ விடுபட்ட எண் = $\frac{12 \times 1250}{3000} = 5$

எனவே, ரூ. 1250இல் 5 மாணவர்களுக்குச் சீருடை வழங்கலாம்.

எடுத்துக்காட்டு : 12

1,21,000 பேர் உள்ள ஒரு கிராமத்தில் ஆண்களும் பெண்களும் 6:5 என்ற விகிதத்தில் உள்ளனர். எனில், ஆண்கள் எத்தனை பேர் ? பெண்கள் எத்தனை பேர் ?

தீர்வு :

கிராமத்தில் உள்ளவர்கள் = 1,21,000 பேர்

ஆண்கள், பெண்களின் விகிதம் = 6:5

விகித எண்களின் கூடுதல் = 6+5=11

இது நேர்விகிதத்தில் அமையும்.

11 பங்குகள் = 1,21,000

பங்கு	மொத்தம்
11	121000
6	?
5	?

∴ 1 பங்கு = $\frac{121000}{11} = 11,000$

∴ கிராமத்தில் உள்ள ஆண்களின் எண்ணிக்கை = 6x 11,000 = 66,000 பேர்

∴ கிராமத்தில் உள்ள பெண்களின் எண்ணிக்கை = 5x 11,000 = 55,000 பேர்

பயிற்சி 6.2

1. கீழ்க்காணும் விகிதங்கள் விகித சமமா ? இல்லையா ? எனக் கூறுக.

   (i) 1:5 மற்றும் 3:15 (ஆம் / இல்லை)

   (ii) 2:7 மற்றும் 14:4 (ஆம் / இல்லை)

   (iii) 2:9 மற்றும் 18:81 (ஆம் / இல்லை)

   (iv) 15:45 மற்றும் 25:5 (ஆம் / இல்லை)

   (v) 30:40 மற்றும் 45:60 (ஆம் / இல்லை)

2. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக.

   (i) எவை விகித சமத்தில் அமையும் ?

   (1) 3:4,6:8 (2) 3:4,8:6 (3) 4:3,6:8 (4) 4:8,6:3

   (ii) 2:5 = ...:50 எனில் விடுபட்ட எண்

   (1) 10 (2) 20 (3) 30 (4) 40

   (iii) 6 பந்துகளின் விலை ரூ.30 எனில் 4 பந்துகளின் விலை

   (1) ரூ.5 (2) ரூ.10 (3) ரூ.15 (4) ரூ.20

   (iv) 5,6,10 .... ஆகிய எண்கள் (அதே வரிசையில்) விகித சமத்தில் அமையும் எனில் விடுபட்ட எண்

   (1) 60 (2) 50 (3) 30 (4) 12

   (v) 100 ஐ 3 : 2 என்ற விகிதத்தில் பிரிக்கும் போது கிடைப்பது

   (1) 30,20 (2) 60,40 (3) 20,30 (4) 40,60

3. சரத் என்பவர் ரூபாய் 1350க்கு 9 கிரிக்கெட் மட்டைகளை வாங்குகிறார் எனில், அதே விலையில் மனோஜ்என்பவர் 13 கிரிக்கெட் மட்டைகளை என்ன விலைக்கு வாங்குவார் ?

4. ஒரு போட்டியில் கிடைக்கும் பரிசுத் தொகையை ரகீம் மற்றும் பஷீர் இருவரும் 7 : 8 என்ற விகிதத்தில் பிரித்துக்கொள்ள முடிவு செய்கின்றனர். அவர்களுக்குக் கிடைத்த பரிசுத்தொகை ரூபாய் 7,500இல் ஒவ்வொருவருக்கும் எவ்வளவு கிடைக்கும் ?

5. ஒரு நகரத்தில் உள்ள வாக்காளர் பட்டியலில் 1,00,000 பேர் உள்ளனர். ஆண் மற்றும் பெண் வாக்காளர்களின் விகிதம் 11 : 9 எனில், ஆண் வாக்காளர்கள் எத்தனை பேர்? பெண் வாக்காளர்கள் எத்தனை பேர் ?

6. ஒரு புத்தகத்தில் ஒருவர் 2 மணி நேரத்தில் 20 பக்கங்களைப் படிக்கிறார் எனில், அதே வேகத்தில் படித்தால் 8 மணி நேரத்தில் எத்தனை பக்கங்களைப் படித்து முடித்திருப்பார் ?

7. 15 ஆட்கள் சேர்ந்து 150 மீட்டர் நீளமுள்ள சாலையைச் செப்பனிடுகிறார்கள் எனில், 420 மீட்டர் நீளமுள்ள சாலையைச் செப்பனிட எத்தனை ஆட்கள் தேவை ?

8. ஒரு வரைபடத்தில் அளவுத் திட்டம் 1 செ.மீ. = 200 கி.மீ. என்று உள்ளது. (வரைபடத்தில் 1 செ.மீ. நீளம் என்பது உண்மையான நீளம் 200 கி.மீ. குறிக்கும்) உண்மையில் 3600 கி.மீ. நீளத்தை வரைபடத்தில் எவ்வளவு நீளம் என்று குறிக்கும் ?

நினைவில் கொள்க.

- ஒரே அலகினைக் கொண்ட இரு அளவுகளை ஒப்பிடுவது விகிதம் ஆகும்.
- ஒரு விகிதத்தில் உள்ள இரு உறுப்புகளும் ஒரே எண்ணால் பெருக்க சமான விகிதங்கள் கிடைக்கும்.
- இரு விகிதங்கள் சமான விகிதங்கள் எனில், அவை விகிதசமம் ஆகும்.
- விகிதசம விகிதங்களில் உள்ள முதல் மற்றும் இறுதி உறுப்புகளின் பெருக்குத்தொகை நடுவில் உள்ள உறுப்புகளின் பெருக்குத்தொகைக்குச் சமம்.
- இரண்டு உறுப்புகள் ஒரே விகிதத்தில் தொடர்ந்து மாறினால், அது நேர் விகிதம்.

7. மெட்ரிக் அளவைகள்
(Metric Measures)

ஒரு படி என்பது எத்தனை கிலோ என்று கண்டுபிடியுங்களேன்.

7.1 அறிமுகம்

பிரியாவின் பாட்டி, “வீட்டில் ஒரு படி அரிசி கூட இல்லை. பள்ளியில் இருந்து வரும்போது அரிசி வாங்கி வா” என்று கூறினார். பிரியா தன் ஆசிரியரிடம் கேட்டாள் “அரிசியைக் கிலோகிராம் கொண்டு அளப்பதுண்டு. ஆனால் 1 படி என்றால் எவ்வளவு அரிசி ?” என்று கேட்டாள். வகுப்பில் பலரும் தாங்களும் இதுபோன்று கேள்விப்பட்டிருப்பதாகச் சொன்னார்கள்.

ஆசிரியர், “இந்தியா ஆங்கிலேயரால் ஆளப்பட்டு வந்தபோது, ஆங்கிலேயர் பயன்படுத்திய அளவைகளும், இந்தியாவில் பழங்காலத்தில் இருந்து வந்த அளவைகளும், பலவிதமாகப் பயன்பட்டன. சுதந்திர இந்தியாவில் மெட்ரிக் அளவைகளைப் பயன்படுத்த முடிவு செய்து, இன்று நாடெங்கும் மெட்ரிக் அளவையே அனைவருக்கும் பழக்கமாகி விட்டது”என்றுவிளக்கினார்.

“ஏன் மெட்ரிக் அளவைக்கு நாம் மாறினோம் ? அதிலென்னசிறப்பு ?” என்று கேட்டான் நிலவன்.

ஒரு நிமிடம் சிந்தித்த ஆசிரியர், “எல்லாரிடமும் அளவுகோல் (Scale) இருக்கிறது இல்லையா ?” அதில் ஒரு பக்கம் அங்குலமும் மறுபக்கம் சென்டிமீட்டர்களும் குறிக்கப்பட்டிருக்கும்.இதுஉங்களுக்குத்தெரியும்தானே ? 12 அங்குலம் கொண்டது ஓர் அடி. மாறாக 100 செ.மீ. கொண்டது ஒருமீட்டர். இரண்டில் எது எளிது ?

“அடி”, “மீட்டர்”என்று பலகுரல்கள் எழுந்தன.

ஆசிரியர் பலகையில் அட்டவணையிட்டார்.

நீட்டலளவை			
ஆங்கில மரபு		மெட்ரிக் அளவை	
12 அங்குலம்	= 1 அடி	10 மில்லி மீட்டர்	= 1 சென்டி மீட்டர்
660 அடி	= 1 பர்லாங்கு	100 சென்டி மீட்டர்	= 1 மீட்டர்
8 பர்லாங்கு	= 1 மைல்	1000 மீட்டர்	= 1 கிலோ மீட்டர்

“இரண்டில் எது எளிது ?” என ஆசிரியர் கேட்க, மெட்ரிக் அளவை என்று உரத்த குரலில் பதில் கிடைத்தது.

நிறுத்தலளவை			
ஆங்கில மரபு		மெட்ரிக் அளவை	
10 கிராம்	=1 அவுன்ஸ்	1000 மில்லிகிராம்	=1 கிராம்
16அவுன்ஸ்	= 1 பவுண்டு	1000 கிராம்	= 1 கிலோ கிராம்
2000 பவுண்டு	= 1 (சிறு) டன்	1000 கிலோ கிராம்	= 1 டன்

மீண்டும் கேள்வி , எது எளிது ? உரத்த பதில், மெட்ரிக் அளவை.

முகத்தலளவை			
ஆங்கில மரபு		மெட்ரிக் அளவை	
8 கிராம்	= 1 திரவ அவுன்ஸ்	1000 மில்லி லிட்டர்	= 1 லிட்டர்
20 திரவ அவுன்ஸ்	= 1 பைன்ட்	1000 லிட்டர்	= 1 கிலோ லிட்டர்
2 பைன்ட்	= 1 குவார்ட்		
4 குவார்ட்	= 1 காலன்		

ஆசிரியர் ஏதும் கேட்கும் முன்னரே, மெட்ரிக் அளவை, மெட்ரிக் அளவை என்ற கூச்சல்.

ஆம், பத்தின் மடங்குகள் நமக்கு மிகச் சுலபமானவை அல்லவா ? நம் வாழ்க்கையில் நாம் மிக மிக அதிகம் பயன்படுத்தும் எண்கள் எவை என்று யாரும் கேட்டால் விடை நிச்சயம் ஒன்றுமுதல் பத்துவரையுள்ள எண்களோடு 100 மற்றும் 1000 ஆகும்.

7.1.1 அளவைகள் – மீள்பார்வை

பெரும்பாலும் நாம் வாழ்க்கையில் சந்திக்கும் அளவைகள் வர்த்தகத்தைச் சார்ந்தவை – அதாவது, கடையில் பொருட்கள் வாங்கப் பயன்படுபவை. சில பொருட்களை நாம் எண்ணிக்கையாக வாங்குகிறோம். 4 சாக்லேட், 5 மைசூர்பாகுகள், 2 ஐஸ்கிரீம், 6 வாழைப்பழம் என்று எண்ணிக்கையைக் கூறி விலை பேசுகிறோம். ஆனால், துணியின் நீளம் அளந்து வாங்கப்படுகிறது. காய்கறி, அரிசி, பருப்பு போன்ற மளிகை சாமான் எல்லாம் அவற்றின் எடை அளந்து வாங்கப்படுகின்றன. திரவப் பொருட்களான பால், எண்ணெய் எல்லாம் கொள்ளளவு கொண்டு வாங்கப்படுகின்றன.

நீளத்தை மீட்டர் என்ற அலகு கொண்டும், எடையைக் கிராம் என்ற அலகுகொண்டும், கொள்ளளவை லிட்டர் என்ற அலகு கொண்டும் அளவிடுகிறோம்.

- ஒரு மீட்டர் நீளம் எவ்வளவு என்பதைக் கைகள் மூலம் காட்டுக.
- கிட்டத்தட்ட ஒரு கிராம் எடையுள்ள பொருட்களைப் பட்டியலிடுக.
- ஏதாவது ஒரு பாட்டிலை எடுத்து அதில் ஒரு லிட்டர் நீர் நிரப்ப இயலுமா என்று பரிசோதிக்க.

ஒரு மீட்டர் நீளம் எவ்வளவு தூரம் என்று தெரிந்தவுடன் பள்ளியிலிருந்து வீடு செல்லும் தூரம் மீட்டர் கணக்கில் மிகப்பெரிது என்று புரிந்துவிடும். அதுபோலவே, பென்சிலின் நீளம் மீட்டர் அளவில் மிகச் சிறியது என்று தெரிந்து கொள்கிறோம்.

அதுபோலவே, அரிசி வாங்குகையில் கிராம் என்ற அளவு மிகக்குறைவாகவும், தங்கம் வாங்குகையில் மிக அதிகமாகவும் அமைகிறது. ஒரு குவளையில் உள்ள நீர் லிட்டர் கணக்கில் சிறியதாகவும் ஒரு குட்டையில் உள்ள நீர் லிட்டர் கணக்கில் பெரியதாகவும் இருக்கும்.

ஒரு மீட்டர், ஒரு கிராம், ஒரு லிட்டர் என்ற அளவைகள் அனைவரும் எளிதில் புரிந்து பயன்படுத்தும் அளவுகளாக இருந்தாலும்கூட, தேவைக்கேற்ப அவற்றின் பல அடுக்குகளையும், பல சிறு பகுதிகளையும் நாம் பயன்படுத்துகிறோம். இதுவே மெட்ரிக் அளவைகளின் அடிப்படையாகும்.

முழுமையான மெட்ரிக்அளவை இதோ

1000 மீட்டர்	= 1கிலோ மீட்டர்
100 மீட்டர்	= 1ஹெக்டா மீட்டர்
10 மீட்டர்	= 1டெகா மீட்டர்
1மீட்டர்	
$\frac{1}{10}$ மீட்டர்	= 1 டெசி மீட்டர்
$\frac{1}{100}$ மீட்டர்	=1 சென்டி மீட்டர்
$\frac{1}{1000}$ மீட்டர்	=1 மில்லி மீட்டர்

இது போலவே கிராம் மற்றும் லிட்டர் அட்டவணைகளை நீங்களே தயார் செய்யலாம்.

இவற்றில் ஹெக்டா மீட்டர், டெகா மீட்டர் மற்றும் டெசி மீட்டர் என்ற அளவுகள் தினசரிப் பழக்கத்தில் பெரும்பாலும் கிடையாது.

நீளத்தை அளக்க கிலோ மீட்டர், மீட்டர், சென்டி மீட்டர் மற்றும் மில்லி மீட்டர், எடையை அளக்க கிலோ கிராம் மற்றும் கிராம், கொள்ளளவை அளக்க கிலோ லிட்டர் மற்றும் லிட்டர் – இவையே பெரிதும் வழக்கத்தில் உள்ளன.

பயிற்சி 7.1

1. ஒரு வாளிக் கொள்ளளவுத் தண்ணீரை லிட்டர் / மில்லி லிட்டர் இவற்றில் எதனைப் பயன்படுத்துவது சிறந்தது ?
2. கோழி முட்டையின் எடை தோராயமாக என்னவாக இருக்கும் ?
3. ஒரு புடலங்காயின் நீளம் தோரயமாக எவ்வளவு இருக்கலாம் ?
4. உங்களுக்கு ஒரு கிலோமீட்டர் தூரம் நடக்க எவ்வளவு நேரம் தேவைப்படும் ?

7.2 அளவைக் கணக்குகள்

எந்த அளவையாக இருந்தாலும் அவையும் எண்கள்தாம். ஆகவே, அவற்றை வழக்கம்போல் கூட்டலாம், கழிக்கலாம், பெருக்கலாம், வகுக்கலாம்.

வழக்கமாகச் சில அளவுகள் மேலின (கிலோ) எண்ணிக்கையிலும், சில அளவுகள் கீழின (மில்லி) எண்ணிக்கையிலும் தேவைக்கேற்ப எடுத்துரைக்கப்படும். அவை அனைத்தையும் கீழினமாக மாற்றிவிட்டால் எல்லாமே ஒரே அளவாகிவிடும். பின், கூட்டலாம் / கழிக்கலாம், ஓர் எண்ணால் பெருக்கலாம் / வகுக்கலாம்.

எடுத்துக்காட்டு : 1

A,B,C என்ற புள்ளிகள் ஒரு நேர்கோட்டில் உள்ளன. AB= 12 செ.மீ. 4 மி.மீ., AC= 20 செ.மீ. 2 மி.மீ. எனில் BC= ?

20 செ.மீ. 2 மி.மீ.

A 12 செ.மீ. 4 மி.மீ. B ? C

தீர்வு :

AC = 20 செ.மீ.2 மி.மீ. = (20X10) மி.மீ. + 2 மி.மீ. = 202 மி.மீ.

1 செ.மீ. = 10 மி.மீ.

AB = 12 செ.மீ. 4 மி.மீ = (12X10) மி.மீ. + 4 மி.மீ. = 124 மி.மீ.

BC = AC- AB = 202 மி.மீ. – 124 மி.மீ. = 78 மி.மீ.

= 7 செ.மீ. 8 மி.மீ

எடுத்துக்காட்டு : 2

ஒரு குழந்தைக்கு 200 மி.லி பால் வீதம், 40 குழந்தைகள் கொண்ட வகுப்பில் எல்லாக் குழந்தைகளுக்கும் பால் தர வேண்டுமென்றால் எத்தனை லிட்டர் பால் வாங்க வேண்டும் ?

தீர்வு : ஒரு குழந்தைக்கு 200 மி.லி

40 குழந்தைகளுக்கு 40 X 200 = 8000 மி.லி,

அதாவது 8 லிட்டர் பால் தேவை.

1000 மி.லி = 1 லிட்டர்

எடுத்துக்காட்டு : 3

ஒரு நாள் சாப்பாட்டிற்கு எங்கள் வீட்டில் 350 கிராம் அரிசி செலவாகிறது. இன்று நான் 5 கிலோ அரிசி வாங்கி வந்தேன். இன்னும் எத்தனை நாட்களுக்கு நாங்கள் கவலைப்படாமல் சாப்பிடலாம் ?

தீர்வு :

1 கிலோ = 1000 கிராம்.

5 கிலோ = 5000 கிராம்.

5000 த்தை 350 ஆல் வகுத்தால் ஈவு 14, மீதி 100 எனக் கிடைக்கிறது.

```
350)5000(14
     350
    1500
    1400
     100
```

அதாவது, 14 நாட்களுக்குப் பிறகு 100 கிராம் அரிசி மட்டுமே மிஞ்சும்.

அப்பொழுது மீண்டும் அரிசி வாங்க வேண்டும்.

பயிற்சி 7.2

1. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக.

(i) 1 செ.மீ.= __________ மி.மீ. (ii) 3 கி.மீ. = __________ மீ.

(iii) 1.5 மீ. = __________ செ.மீ. (iv) 750 மீ. = __________ கி.மீ.

(v) 5 செ.மீ. 3 மி.மீ. = _______ மி.மீ.

2. கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளை கீழின அலகுகளாக மாற்றுக.

(i) 4 கி.மீ. 475 மீ. (ii) 10 மீ. 35 செ.மீ. (iii) 14 செ.மீ. 7 மி.மீ.

3. ஒரு சட்டைக்கு 2மீ. 25 செ.மீ. நீளமுள்ள துணி தேவைப்படுகிறது எனில் 12 சட்டை களுக்குத் தேவையான துணியின் நீளம் காண்க .

4. ஒருவர் தன்னிடம் உள்ள 3 மீ. 2 செ.மீ.; 2 மீ. 15 செ.மீ.; 7 மீ. 25 செ.மீ. நீளமுள்ள மூன்று கம்பிகளையும் ஒரே கம்பியாக இணைத்தால் கிடைக்கும் கம்பியின் நீளம் எவ்வளவு ?

5. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக : -

(i) 2000 கிராம் = ___________ கி.கி. (ii) 7 கி.கி. = ___________ கிராம்.

6. கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளை கீழின அலகுகளாக மாற்றுக.

(i) 10 கி. 20 செ.கிராம் (ii) 3 கி.கி. 4 கிராம்

7. சலீம் என்பவரிடம் 4 கி.கி. 550கிராம்; 9கி.கி. 350 கிராம்; 4 கி.கி. 250 கிராம் எடையுள்ள மூன்று இரும்புக் குண்டுகள் உள்ளன எனில் அவற்றின் மொத்த எடை என்ன ?

8. ஒரு இரும்பு நாற்காலியின் எடை 5 கி.கி. 300 கி. எனில் 7 இரும்பு நாற்காலிகளின் எடை என்ன ?

9. 100 கி.கி. எடையுள்ள சர்க்கரையை 500 கிராம் எடை அளவுள்ள பைகளில் அடைத்தால் தேவைப்படும் பைகளின் எண்ணிக்கை என்ன ?

10. இரண்டு பாத்திரங்களில் உள்ள தண்ணீரின் அளவு 14 லி. 750 மி.லி. மற்றும் 21 லி. 250 மி.லி. எனில் இரண்டு பாத்திரங்களிலும் உள்ள மொத்த நீரின் அளவு என்ன ?

11. ஜமால் என்பவரின் கடையில் 75 லி. நல்லெண்ணெய் இருக்கிறது. 37 லி. 450 மி.லி. நல்லெண்ணையை விற்ற பிறகு மீதி உள்ள நல்லெண்ணையின் அளவு எவ்வளவு ?

12. ஒரு குடுவையில் உள்ள அமிலத்தின் அளவு 250 மி.லி. எனில் 20 குடுவைகளில் எத்தனை லிட்டர் அமிலம் இருக்கும் ?

8. கால அளவைகள்
(Measures of Time)

அறிமுகம்

அதிகாலையில் எழுந்ததுமுதல், இரவுவரை நமது செயல்பாடுகளைக் கவனியுங்கள். காலைக் கடன்கள் முடித்தல், பள்ளிக்குச் செல்லுதல், படித்தல், விளையாடுதல் போன்ற ஒவ்வொரு செயல்பாட்டிற்கும் நாம் குறிப்பிட்ட நேரத்தைக் கருத்தில் கொள்கிறோமல்லவா ?

நம் முன்னோர் சூரியனின் துணைகொண்டு காலத்தைக் கணித்துத் தத்தம் பணிகளை மேற்கொண்டனர். ஆனால், மழைக்காலங்களிலும், பனிமூட்டக் காலங்களிலும் சூரியனின் உதவியைக் கொண்டு செயல்பட முடியாதல்லவா ?

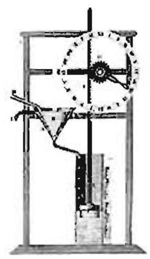
எனவே, பண்டைய காலங்களில், காலத்தை அறிய பல முறைகளைப் பயன்படுத்தினார்கள். நிழற்கடிகாரத்தை எகிப்தியர்களும், மெழுகுவத்திக் கடிகாரத்தை இங்கிலாந்தினரும், கயிற்றுக் கடிகாரத்தைச் சீனர்களும், எண்ணெய்க்கடிகாரத்தை ஐரோப்பியர்களும், நீர்க்கடிகாரத்தை இந்தியர்களும் மற்றும் மணற்கடிகாரத்தை வேறு சில நாட்டினரும் பயன்படுத்தினர்.

நிழல் கடிகாரம்

மெழுகுவத்திக் கடிகாரம்

மணல் கடிகாரம்

நீர்க்கடிகாரம்


கயிற்றுக்கடிகாரம்

இத்தகைய கடிகாரங்களில் உள்ள குறைகளை நீக்கி, காலப்போக்கில் இயந்திரக் கடிகாரங்கள் அறிமுகப்படுத்தப்பட்டன. காலம் என்பது நமக்கு உற்ற தோழனாக அமைகிறது. எனவே, காலத்தைப் பற்றி நாம் அறிந்து கொள்வது மிகவும் அவசியமாகிறது.

8.1 கால அலகுகள்

காலத்தின் அலகுகள் விநாடி, நிமிடம், மணி, நாள், வாரம், மாதம், ஆண்டு என்று பகுக்கப்பட்டுள்ளன. இந்த அலகுகளைப் பற்றி நாம் தெரிந்து கொள்வோமா ?

1 நிமிடம் = 60 விநாடிகள்
1 மணி = 60 நிமிடங்கள்= 60 x 60 விநாடிகள்
= 3600 விநாடிகள்
1 நாள் = 24 மணி = 1440 நிமிடங்கள் (24x60)
= 86400 விநாடிகள் (24x60x60)

60 விநாடி = 1 நிமிடம்
∴ 1 விநாடி = $\frac{1}{60}$ நிமிடம்
60 நிமிடங்கள் = 1 மணி
∴ 1 நிமிடம் = $\frac{1}{60}$ மணி

எடுத்துக்காட்டு : 1

120 விநாடிகளை நிமிடங்களாக மாற்றுக.

தீர்வு :120 விநாடி = 120 x $\frac{1}{60}$ நிமிடம்= $\frac{120}{60}$ = 2 நிமிடங்கள்

∴ 120 விநாடி என்பது 2 நிமிடங்கள் ஆகும்.

∵ 60 விநாடி = 1 நிமிடம்
1 விநாடி = $\frac{1}{60}$ நிமிடம்

எடுத்துக்காட்டு : 2

360 நிமிடங்களை மணிகளாக மாற்றுக.

தீர்வு : 360 நிமிடங்கள் = $360 \times \frac{1}{60}$ மணி = $\frac{360}{60}$ = 6 மணி

∴ 360 நிமிடங்கள் என்பது 6 மணி ஆகும்.

60 நிமிடம் = 1 மணி

∴ 1 நிமிடம் = $\frac{1}{60}$ மணி

எடுத்துக்காட்டு : 3

3 மணி 45 நிமிடங்களை நிமிடங்களாக மாற்றுக.

தீர்வு :

1 மணி = 60 நிமிடங்கள்   3 மணி = 3 x 60 = 180 நிமிடங்கள்

∴ 3 மணி 45 நிமிடங்கள் = 180 நிமிடங்கள் + 45 நிமிடங்கள் = 225 நிமிடங்கள்

எடுத்துக்காட்டு : 4

5400 விநாடிகளை மணிகளாக மாற்றுக.

தீர்வு : 5400 விநாடி = $5400 \times \frac{1}{3600}$ மணி = $\frac{9}{6} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$ மணி

∴ 5400 விநாடிகள் = $1\frac{1}{2}$ மணி

செய்து பார்க்க:

1. உணவு இடைவேளை நேரத்தை விநாடிகளாக்குக.
2. மாலையில் விளையாடும் நேரத்தை மணிகளாக மாற்றுக.

எடுத்துக்காட்டு : 5

2 மணி 30 நிமிடங்கள் 15 விநாடிகள் என்பதை விநாடிகளாக மாற்றுக.

தீர்வு :

1 மணி = 3600 விநாடிகள்   2 மணி = 2 x 3600= 7200 விநாடிகள்

1 நிமிடம் = 60 விநாடிகள்   30 நிமிடம் = 30 x 60 = 1800 விநாடிகள்

2 மணி 30 நிமிடங்கள் 15 விநாடிகள் = 7200 + 1800 + 15 = 9015 விநாடிகள்.

சாதாரணமாக, நேரத்தைக்குறிக்கும் போது நள்ளிரவு 12.00 மணிமுதல் நண்பகல் 12.00 மணிவரை முற்பகல் (A.M. – Anti Meridiem) அல்லது மு.ப. என்றும், நண்பகல் 12.00 மணிமுதல் நள்ளிரவு 12.00 மணிவரை பிற்பகல் (P.M. - Post Meridiem) அல்லது பி.ப. என்றும் குறிப்பிடுகிறோம்.

குறிப்பு: நேரத்தைக் குறிக்கும்போது 4:30 அல்லது 4.30 என்று எழுதலாம். தசமப் புள்ளியைப் பயன்படுத்தினாலும் 4.30 என்பது வழக்கமாகப் பயன்படுத்தும் தசம எண் அல்ல.

பயிற்சி 8.1

1. கோடிட்ட இடத்தை நிரப்புக.

(i) 1 மணிக்கு ------- நிமிடங்கள்.

(ii) 24 மணி --------- நாள்.

(iii) 1 நிமிடம் -------- விநாடிகள்.

(iv) காலை 7 மணி 15 நிமிடங்கள் என்பதை ---- எனலாம்.

(v) மாலை 3 மணி 45 நிமிடங்கள் என்பதை ----- எனலாம்.

2. விநாடிகளாக மாற்றுக .

(i) 15 நிமிடங்கள்

(ii) 30 நிமிடங்கள் 12 விநாடிகள்

(iii) 3 மணி 10 நிமிடங்கள் 5 விநாடிகள்

(iv) 45 நிமிடங்கள் 20 விநாடிகள்

3 . நிமிடங்களாக மாற்றுக .

(i) 8 மணி

(ii) 11 மணி 50 நிமிடங்கள்

(iii) 9 மணி 35 நிமிடங்கள்

(iv) 2 மணி 55 நிமிடங்கள்

4 . மணிகளாக மாற்றுக .

(i) 525 நிமிடங்கள்

(ii) 7200 விநாடிகள்

(iii) 11880 விநாடிகள்

(iv) 3600 விநாடிகள்

8.2 இரயில்வே நேரம்

இந்த அட்டவணையைப் பாருங்கள்.
இது போன்ற அட்டவணையை வேறு எங்காவது பார்த்திருக்கிறீர்களா ?

வ.எண்	தொடர் வண்டி எண்	தொடர் வண்டியின் பெயர்	புறப்படும் இடம்	சேருமிடம்	புறப்படும் நேரம்	வந்து சேரும் நேரம்
1	2633	கன்னியாகுமரி விரைவு வண்டி	எழும்பூர்	கன்னியாகுமரி	17.25 மணி	6.30 மணி
2	2693	முத்து நகர் விரைவு வண்டி	எழும்பூர்	தூத்துக்குடி	19.45 மணி	6.15 மணி
3	6123	நெல்லை விரைவு வண்டி	எழும்பூர்	நாகர்கோயில்	19.00 மணி	8.10 மணி
4	2637	பாண்டியன் விரைவு வண்டி	எழும்பூர்	மதுரைச் சந்திப்பு	21.30 மணி	6.15 மணி
5	6177	மலைக் கோட்டை விரைவு வண்டி	எழும்பூர்	திருச்சிராப்பள்ளி	22.30 மணி	5.25 மணி
6	2635	வைகை விரைவு வண்டி	எழும்பூர்	மதுரை	12.25 மணி	20.10 மணி
7	2605	பல்லவன் விரைவு வண்டி	எழும்பூர்	திருச்சிராப்பள்ளி	15.30 மணி	20.50 மணி

மேலே உள்ள அட்டவணையில் நேரம் எப்படி எழுதப்பட்டிருக்கிறது என்று பாருங்கள்.

1 நாளுக்கு எத்தனை மணி நேரம் ? 24 மணி நேரம்.

1 நாளில் உள்ள 24 மணி நேரத்தைத் தான் நாம் இரயில்வே நேரம் என்று கூறுகிறோம். இரயில்வே நேரத்தில் முற்பகல், பிற்பகல் என்று கிடையாது. அனைத்து நேரத்தையும் மணி என்றே கூற வேண்டும். அட்டவணையில் சில தொடர் வண்டிகளின் புறப்படும் நேரம் மற்றும் சேரும் நேரம் 12–க்கு அதிகமாக உள்ளது. இவ்வாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ள இரயில்வே நேரத்தைச் சாதாரண நேரமாக மாற்ற இரயில்வே நேரத்தில் இருந்து 12 மணி நேரத்தைக் கழிக்க வேண்டும்.

நேரத்தை மாற்றிப் பார்ப்போமா!

எடுத்துக்காட்டு : 6

இரயில்வே நேரமாக மாற்றி எழுதுக.

(i) 8.00 மு.ப. (ii) 10.25 பி.ப. (iii) 12 நண்பகல்

தீர்வு : (i) 8.00 மு.ப. = 8.00 மணி

(ii) 10.25 பி.ப. = 10 மணி 25 நிமிடங்கள்= 22.25 மணி

(iii) 12.00 நண்பகல் = 12.00 மணி

சாதாரண நேரமாக மாற்றுக.

(i) 23.10 மணி (ii) 24 மணி (iii) 9.20 மணி

தீர்வு : (i) 23.10 மணி = 23.10 – 12.00 = 11.10 பி.ப.

(ii) 24 மணி = 12.00 நள்ளிரவு

(iii) 9.20 மணி = 9.20 மு.ப.

செய்து பார்க்க :

மாணவர்களே! நீங்கள் அன்றாடம் செய்யும் செயல்பாடுகளை இரயில்வே நேரப்படி வரிசைப்படுத்தி அவற்றைச் சாதாரண நேரமாக மாற்றுங்கள்.

பயிற்சி 8.2

1. இரயில்வே நேரமாக மாற்றுக.

(i) 6.30 மு.ப. (ii) நள்ளிரவு 12.00 (iii) 9.15 பி.ப. (iv) 1.10 பி.ப.

2. சாதாரண நேரமாக மாற்றுக.

(i) 10.30 மணி (ii)12 மணி (iii) 00.00 மணி (iv) 23.35 மணி

8.4 கால இடைவெளியைக் கணக்கிடுதல் :

தீபா, தன் தோழி ஜான்சியிடம் நான் நேற்று காலை 8.00 மணியிலிருந்து 11 மணி வரை 3.00 மணி நேரம் தேர்வுக்குப் படித்தேன் என்றாள். தீபா 3.00 மணி நேரம் என்ற கால இடைவெளியை எவ்வாறு கணக்கிட்டாள் என்பதை நாமும் தெரிந்து கொள்ளலாமா?

எடுத்துக்காட்டு : 7

மு.ப. 4.00 முதல் பி.ப. 4.00 வரையுள்ள கால இடைவேளையைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு : பி.ப. 4.00 = 4 மணி 00 நிமிடங்கள் + 12 மணி 00 நிமிடங்கள்

= 16 மணி 00 நிமிடங்கள் = 16 மணி

கால இடைவேளை = 4.00 பி.ப. – 4.00 மு.ப.

= 16 மணி – 4 .00 மணி = 12 மணி நேரம்

எடுத்துக்காட்டு : 8

சேரன் விரைவு வண்டி சென்னைச் சென்ட்ரலிருந்து 22.10 மணிக்குப் புறப்பட்டு, மறுநாள் 2.50 மணிக்குச் சேலம் சென்றடைந்தது. வண்டி ஓடிய நேரத்தைக் கணக்கிட்டுக் கூறுக.

தீர்வு:

சேலம் சென்றடைந்த நேரம் = 2.50
சென்னையிலிருந்து புறப்பட்ட நேரம் = 22.10
(முன் நாள்)
∴ பயண நேரம் = (24.00 – 22.10) + 2.50 = 1.50 + 2.50 = 4.40
∴ வண்டி ஓடிய நேரம் = 4 மணி 40 நிமிடம்

எடுத்துக்காட்டு : 9

ஒரு மாணவன் முற்பகல் 9.00க்குப் பள்ளிக்குச் சென்றான். பள்ளி முடிந்ததும் தன் நண்பன் வீட்டிற்குச் சென்று விளையாடி விட்டுப் பின்னர், தன் வீட்டிற்குப் பிற்பகல் 5.30க்குத் திரும்பினான் எனில், அவன் வீட்டை விட்டு வெளியே இருந்த நேரத்தைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு :

மாணவன் வீட்டிலிருந்து புறப்பட்ட நேரம் = 9.00 மு.ப.
புறப்பட்ட நேரத்திலிருந்து 12.00 மணி வரை இடைப்பட்ட நேரம்
= 12.00 – 9.00= 3.00 மணி நேரம்
வீட்டிற்குத் திரும்பிய நேரம் = 5.30 பி.ப.
மாணவன் வீட்டை விட்டு வெளியில் இருந்த நேரம் = 3.00 + 5.30 = 8.30 மணி நேரம்

பயிற்சி 8.3

1. கால இடைவேளையைக் கணக்கிடுக.

   (i) 3.30 மு.ப. முதல் 2.15 பி.ப. வரை (ii) 6.45 மு.ப. முதல் 5.30 பி.ப.

2. திருநெல்வேலியிலிருந்து 18.30 மணிக்குப் புறப்பட்ட நெல்லை விரைவு வண்டி 6.10 மணிக்குச் சென்னை எழும்பூர் இரயில் நிலையத்திற்கு வந்து சேர்ந்தது. அவ்வண்டி, சென்னை வந்தடைய எடுத்துக் கொண்ட நேரம் எவ்வளவு ?

3. சங்கவி, தன் மாமா வீட்டிலிருந்து மு.ப. 10.00க்குப் புறப்பட்டு, தனது வீட்டை பி.ப. 1.15க்குச் சென்றடைந்தாள், அவள் வீட்டை அடைய எடுத்துக் கொண்ட நேரம் எவ்வளவு?

8.5 லீப் ஆண்டு

இராமன், தன் பிறந்த நாளை மகிழ்ச்சியாகக் கொண்டாடிக் கொண்டிருந்தான். ஆனால், தன் நெருங்கிய நண்பன் திலீப் மட்டும் எதிலும் பங்கு கொள்ளாமல் சோகமாக அமர்ந்திருப்பதைக் கண்டு "ஏன் வருத்தமாக இருக்கிறாய்?" என்று அன்போடு கேட்டான். அதற்குத் திலீப், "நான் என் பிறந்த நாள் விழாவிற்கு ஒவ்வொரு வருடமும் உங்களை எல்லாம் அழைத்து மகிழ முடியாதே என்றுதான் வருத்தமாய் உள்ளேன்" என்றான். அது கேட்ட சதீஷ் "ஏன்?" என்று வினவினான். திலீப் அதற்கு "நான் என் பிறந்த நாளை நான்கு வருடத்திற்கு ஒரு முறை தான் கொண்டாடி வருகிறேன்" என்றான்." "ஏன் அப்படி? " என்று ஆச்சரியத்துடன் கேட்டான் இராமன்.

"ஏனென்றால், என் பிறந்த நாள் பிப்ரவரி 29ஆம் தேதி வருகிறது!" என்று பதில் வந்தது.

“என்னது ? பிப்ரவரி 29 ஆம் தேதியா? திலீப் என்ன பேசுகிறாய்? பிப்ரவரி மாதத்திற்கு 28 நாட்கள் தானே ?”

“ஆமாம் சதீஷ்! வழக்கமாக 28 நாட்கள் தான். ஆனால், நான்கு ஆண்டுகளுக்கு ஒரு முறை மட்டும் பிப்ரவரி மாதத்திற்கு 29 நாட்கள் வரும். அதனால்தான் அந்த ஆண்டை நாம் லீப் ஆண்டு என்கிறோம். லீப் ஆண்டிற்கு 366 நாட்கள். சாதாரண ஆண்டிற்கு 365 நாட்கள்.”

“லீப் ஆண்டில் மட்டும் ஏன் ஒரு நாள் அதிகம் வருகிறது என்று உனக்குத் தெரியுமா ?”

“எனக்குத் தெரியாது. நாம் ஆசிரியரிடம் கேட்டுத் தெரிந்து கொள்ளலாம்.”

இருவரும் ஆசிரியரிடம் சென்று தங்களின் சந்தேகத்தைக் கேட்டனர். ஆசிரியர், “புவி சூரியனைச் சுற்றுகிறது என்பது உங்களுக்குத் தெரியுமல்லவா? அது சூரியனை ஒரு முறை சுற்றி வர எடுத்துக் கொள்ளும் கால அளவு 365.25 நாட்கள் ஆகும். ஆனால், எளிமைக்காக ஆண்டிற்கு 365 நாட்கள் எனக் கருதுகிறோம். ஒவ்வோர் ஆண்டும் கால் நாள்(0.25) வித்தியாசம் இருப்பதால் நான்கு ஆண்டுகளில் ஒரு முழு நாள் விடுபட்டு விடும். நான்காம் ஆண்டில் ஒரு நாள் கூட்டினால், இதைச் சரி செய்து விடலாம். அந்த ஆண்டைத்தான் நாம் லீப் ஆண்டு என்கிறோம்” என்று விளக்கினார்.

அறிந்து கொள்க:

- நாம் எந்த நூற்றாண்டில் இருக்கிறோம்.
- மில்லினியம் ஆண்டு எது என அறிக.

1 நாள்	= 24 மணி நேரம்
1 வாரம்	= 7 நாட்கள்
1 ஆண்டு	= 12 மாதங்கள்
1 ஆண்டு	= 365 நாட்கள்
1 லீப் ஆண்டு	= 366 நாட்கள்
10 ஆண்டுகள்	= 1 பத்தாண்டு (Decade)
100 ஆண்டுகள்	= 1 நூற்றாண்டு (Century)
1000 ஆண்டுகள்	= 1 மில்லினியம் (Millennium)

ஓர் ஆண்டை, லீப் ஆண்டு என்று எவ்வாறு கண்டுபிடிப்பது ?

பொதுவாக, நூற்றாண்டுகள் 400ஆலும் மற்ற ஆண்டுகள் 4ஆலும் மீதியின்றி வகுபடும் எனில் அவை லீப் ஆண்டு ஆகும்.

ஆனால் 1900, 1800, 1700, 1500 போன்ற ஆண்டுகள் லீப் ஆண்டுகள் அல்ல. ஏன் தெரியுமா?

மேற்கூறிய நூற்றாண்டுகளை 400ஆல் வகுக்கும் போது மீதி வருவதால் இவை லீப் ஆண்டுகளல்ல. ஆனால் 1200, 1600, 2000, 2400 போன்ற நூற்றாண்டுகளை 400ஆல் வகுத்தால் மீதி வருவதில்லை. ஆகையால், இவைகள் லீப் ஆண்டுகளாகும்.

எடுத்துக்காட்டு : 10

இவற்றுள் எது லீப் ஆண்டு ?

(i) 1400 (ii) 1993 (iii) 2800 (iv) 2008

தீர்வு : (i) 1400ஐ 400ஆல் வகுக்கவும்

$$\begin{array}{r} 3 \\ 400 \overline{)1400} \\ 1200 \\ \hline 200 \\ \hline \end{array}$$

1400 ÷ 400 = ஈவு = 3, மீதி = 200

எனவே, 1400 லீப் ஆண்டல்ல

(ii) 1993 ஐ 4 ஆல் வகுக்கவும்

1993 ÷ 4 = ஈவு = 498, மீதி 1

எனவே, 1993 லீப் ஆண்டல்ல

```
     498
4 ) 1993
    16
    ---
     39
     36
    ---
      33
      32
    ---
       1
```

(iii) 2800 ஐ 400 ஆல் வகுக்கவும்

2800 ÷ 400 ஈவு = 7, மீதி 0

எனவே, 2800 லீப் ஆண்டு.

```
        7
400) 2800
     2800
     ----
        0
```

(iv) 2008 ஐ 4 ஆல் வகுக்கவும்.

2008 ÷ 4 = ஈவு = 502, மீதி 0

எனவே, 2008 லீப் ஆண்டு.

```
     502
4 ) 2008
    20
    ---
     08
     08
    ---
      0
```

எடுத்துக்காட்டு : **11**

ஆகஸ்ட் 15ஆம் தேதி முதல் அக்டோபர் 27ஆம் தேதி முடிய எத்தனை நாட்கள் எனக் கணக்கிடுக.

தீர்வு : ஆகஸ்ட் மாதத்திற்கு 31 நாட்கள்.

∴ ஆகஸ்ட் 15ஆம் தேதியிலிருந்து எனக் கொடுத்திருப்பதால் ஆகஸ்ட் மாதத்தில் உள்ள நாட்கள் = 31 – 14 = 17 நாட்கள்

ஆகஸ்ட்	=	17
செப்டம்பர்	=	30
அக்டோபர்	=	27
மொத்தம்	=	74

தெரிந்து கொள்க:
ஆகஸ்ட் 15ஆம் தேதியிலிருந்து என இருப்பதால் அதற்கு முன் தினம் வரை கழித்து மீதம் உள்ள நாட்களைச் சேர்த்துக் கொள்ள வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு : **12**

298 நாட்களை வாரங்களாக மாற்றுக.

தீர்வு: 298 நாள் = $\frac{298}{7}$ வாரம்

∴ 298 நாட்கள் = 42 வாரங்கள் மற்றும் 4 நாட்களாகும்.

1 வாரம் = 7 நாட்கள்

1 நாள் = $\frac{1}{7}$ வாரம்

எடுத்துக்காட்டு : **13**

12 ஜனவரி 2004 க்கும் 7 மார்ச் 2004 க்கும் இடையில் உள்ள நாட்களைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு : கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஆண்டு லீப் ஆண்டா எனக் கண்டுபிடிக்கவும்

2004 ÷ 4

∴ ஈவு = 501, மீதி = 0

எனவே 2004 லீப் ஆண்டு பிப்ரவரி மாதத்திற்கு 29 நாட்கள் ஜனவரி மாதத்தில் உள்ள நாட்கள் = 31 – 12= 19 நாட்கள்.

(அ.து) ஜனவரி = 19

பிப்ரவரி = 29

மார்ச் = 6

மொத்த நாட்கள் = 54

∴ 12 ஜனவரி 2004க்கும் 7 மார்ச் 2004க்கும் இடையில் 54 நாட்களாகும்.

பயிற்சி 8.4

1. கோடிட்ட இடத்தை நிரப்புக :

(i) ஒரு வாரத்திற்கு --------- நாட்கள்

(ii) லீப் ஆண்டில் பிப்ரவரி மாதத்தில் ------- நாட்கள்.

(iii) 3 நாட்கள் -------- மணிகள்

(iv) 1 வருடம் ------- மாதங்கள்.

(v) 1 மணி -------- விநாடிகள்.

2. எவை லீப் ஆண்டு ?

(i) 1992 (ii) 1978 (iii) 2003 (iv) 1200 (v) 1997

3. 1996 ஜனவரி 4ஆம் தேதியிலிருந்து 1996 ஏப்ரல் 8ஆம் தேதி முடிய எத்தனை நாட்கள் எனக் கணக்கிடுக.

4. வாரங்களாக மாற்றுக :

(i) 328 நாட்கள் (ii) 175 நாட்கள்

செயல் திட்டம்:

மாணவர்களைக் குழுக்களாகப் பிரித்துக் குழுவினரின் பிறந்த தினத்தைத் தங்களின் பிறந்த தினத்தோடு ஒப்பிட்டுப் பார்த்து யார் பெரியவர் எனக் கண்டறியச் செய்யுங்கள். ஒவ்வொரு குழுவிலும் இதுபோல் ஒப்பிட்டு , வகுப்பிலே யார் மிகவும் பெரியவர், யார் மிகவும் சிறியவர் என்று அறியச் செய்யுங்கள்.

நினைவில் கொள்க.

1) காலத்தை நாள், மணி, நேரம், விநாடி, நிமிடம், வாரம், மாதம், ஆண்டு என்று வகைப்படுத்துகிறோம்.

2) நள்ளிரவு 12.00 மணிமுதல் நண்பகல் 12.00 மணிவரை முற்பகல்

3) நண்பகல் 12.00 மணிமுதல் நள்ளிரவு 12.00 மணிவரை பிற்பகல்

4) முற்பகல் 12 மணி நேரமும், பிற்பகல் 12 மணி நேரமும் சேர்ந்த ஒரு நாளின் 24 மணி நேரமே இரயில்வே நேரமாகும்.

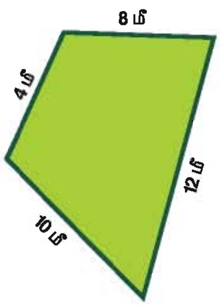
5) ஓர் ஆண்டிற்கு 365 நாட்கள், ஆனால், லீப் வருடத்திற்கு 366 நாட்கள் .

9. சுற்றளவும் பரப்பளவும்
(Perimeter and Area)

9.1 சுற்றளவு

அறிமுகம்

ரகுமான் ஒரு விவசாயி. அவருடைய வயலுக்கு அவர் வேலி போட வேண்டும்.



என் வயலைச் சுற்றி முள் கம்பி வேலி போட நான் எவ்வளவு நீள முள் கம்பி வேலி வாங்கவேண்டும் ?

உங்களால் ரகுமானுக்கு உதவ முடியுமா ? வயலின் எல்லைகளின் மொத்த நீளத்தைக் கண்டுபிடிக்க வேண்டும். ஒவ்வோர் எல்லைப் பக்கத்தின் நீளமும் படத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

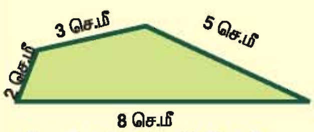
விடை கிடைத்து விட்டது. நான் 8மீ + 12மீ + 10மீ + 4மீ = 34மீ. நீளத்திற்கு வேலி வாங்க வேண்டும்.

ஒரு மூடிய வடிவத்தின் எல்லையின் மொத்த நீளம் அதன் சுற்றளவு எனப்படும்

எடுத்துக்காட்டு : 1

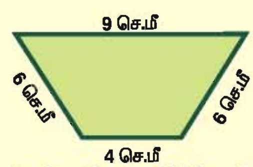
கீழுள்ள வடிவங்களின் சுற்றளவுகளைக் காண்க.

வடிவத்தின் சுற்றளவு = பக்க நீளங்களின் கூடுதல்

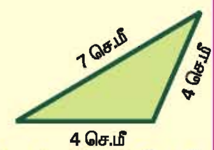


8 + 5 + 3 + 2 =18 செ.மீ.

4 + 7 + 4 + 7=22 செ.மீ.



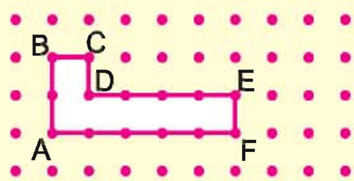
4 + 6 + 9 + 6 =25 செ.மீ.



4 + 4 + 7 = 15 செ.மீ.

எடுத்துக்காட்டு : 2

படத்தில் அடுத்தடுத்து உள்ள இரண்டு புள்ளிகள் ஓரலகு தொலைவில் உள்ளன. ABCDEF வடிவத்தின் சுற்றளவைக் காண்க.



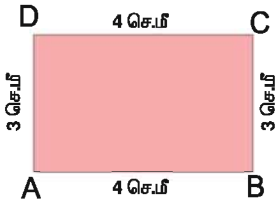
<u>தீர்வு:</u>

A யிலிருந்து B வரை செல்ல 2 அலகுகள். இவ்வாறு ஒவ்வொரு பக்கத்தின் நீளத்தையும் கூட்டினால் நமக்குக் கிடைப்பது 2+1+1+4+1+5=14 அலகுகள். ஆக,

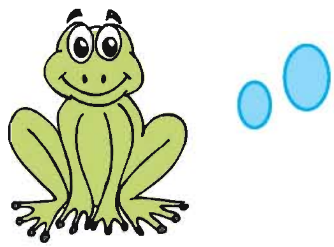
வடிவத்தின் சுற்றளவு = 14 அலகுகள்

9.1.1 செவ்வகம் மற்றும் சதுரத்தின் சுற்றளவு

ABCD செவ்வகத்தின் சுற்றளவை 4+3+4+3 = 14 செ.மீ என்று எளிதாகக் கணக்கிடலாம். ஆனால், இதே வேறு நீளமும் அகலமும் இருந்தாலும் பொதுவாகச் சுற்றளவு = நீளம் + அகலம் + நீளம் + அகலம் என்று கணக்கிடலாம். அதாவது, செவ்வகத்தைச் சுற்றி வர இரண்டு முறை நீளத்தையும் இரண்டு முறை அகலத்தையும் கடக்க வேண்டும். எனவே,



செவ்வகத்தின்சுற்றளவு = 2 x நீளம் + 2 x அகலம்
= 2 x (நீளம் + அகலம்) அலகுகள்



ஆங்கிலத்தில் நீளம் என்பது length எனப்படுவதால், அதன் முதல் எழுத்தான 'l' என்ற குறியீட்டைப் பயன்படுத்துவது வழக்கம். இதேபோல், அகலத்தை 'b' என்று (breadthஇன் முதல் எழுத்து) குறிப்பிடுகிறோம். இந்தக் குறியீடுகளைப் பயன்படுத்தினால் செவ்வகத்தின்

சுற்றளவு = 2 x (l + b) என்று எழுதலாம். வேறு குறியீடுகளை உபயோகித்தால் வாய்பாட்டில் உள்ள எழுத்துக்கள் அதற்கு ஏற்றாற்போல் மாறும். ஆனால் அதன் சுற்றளவு மாறாது.

எடுத்துக்காட்டு : 3

நீளம் 5 செ.மீ., மற்றும் அகலம் 3 செ.மீ. உள்ள செவ்வகத்தின் சுற்றளவைக் காண்க.

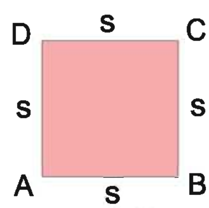
செவ்வகத்தின் சுற்றளவு = 2 x (நீளம் + அகலம்) அலகுகள்
= 2 x (5+3)
= 2 x 8 = 16 செ.மீ.

சதுரத்தின் சுற்றளவு

சதுரத்தை நீளமும் அகலமும் ஒரே அளவுள்ள செவ்வகமாகப் பார்க்கலாம்.

சதுரத்தின் பக்கம், செவ்வகத்தின் நீளம் மற்றும் அகலத்திற்குச் சமமானது.

எனவே,



சதுரத்தின் சுற்றளவு = 2 x பக்கம் + 2 x பக்கம்
= 4x பக்கம் அலகுகள்

சதுரத்தின் பக்கத்தை "s" (sideன் முதல் எழுத்து) என்று குறித்தால் சதுரத்தின் சுற்றளவு = 4 x s அலகுகள் என்று எழுதலாம்.

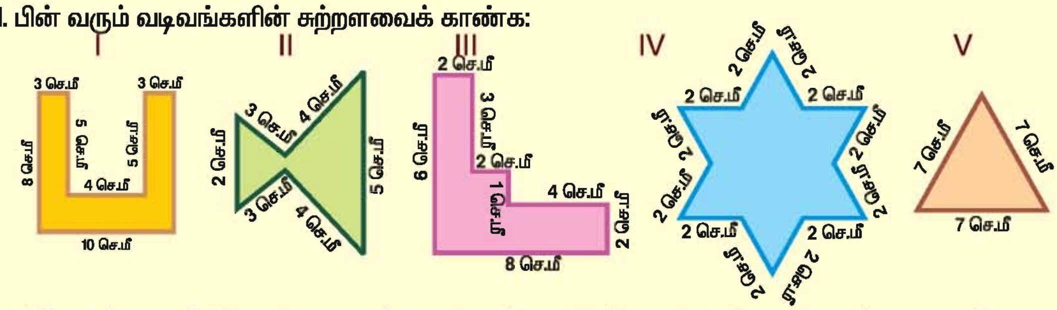
எடுத்துக்காட்டு : 4

சதுரத்தின் பக்கம் 20 செ.மீ எனில் அதன் சுற்றளவைக் காண்க.

சதுரத்தின் சுற்றளவு = 4 x பக்கம் = 4x20 = 80 செ.மீ.

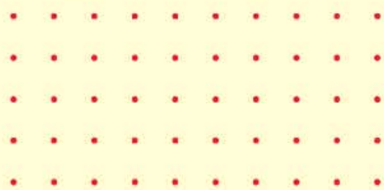
பயிற்சி 9.1

1. பின் வரும் வடிவங்களின் சுற்றளவைக் காண்க:



2. கீழே உள்ள படத்தின் சுற்றளவைக் காண்க (இரு புள்ளிகளுக்கு இடையே உள்ள தூரத்தினை 1–அலகு என எடுத்துக்கொள்க.)

3. சுற்றளவு 8 அலகுகள் கொண்ட வெவ்வேறு வடிவங்களை இங்குள்ள புள்ளிக் கட்டமைப்பில் வரைந்து காட்டுக (இரு புள்ளிகளுக்கு இடையே உள்ள தூரத்தினை 1–அலகு என எடுத்துக் கொள்க.)



4. ஒரு செவ்வகத்தின் நீளம் 4 செ.மீ மற்றும் அகலம் 7 செ.மீ எனில் அதன் சுற்றளவைக் காண்க.

5. ஒரு சதுரத்தின் சுற்றளவு 48 செ.மீ எனில் அதன் பக்கம் என்ன ?

9.2 பரப்பளவு

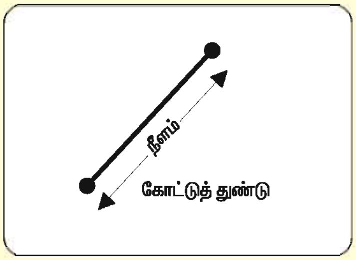
அறிமுகம்

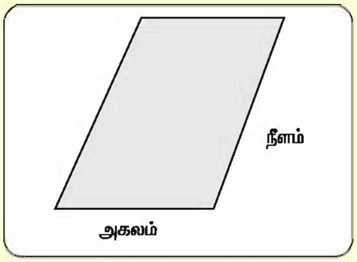
இப்படத்தில், மேசையில் வைத்துள்ள புத்தகங்களைப் பாருங்கள். ஒவ்வொரு புத்தகமும் ஓர் இடத்தை அடைத்துக் கொள்கிறது. 4ஆவது புத்தகம் வைக்க இடம் இல்லை. ஒவ்வொரு புத்தகமும் மேசையின் மேல் அடைத்துக்கொள்ளும் இடம்தான் புத்தகத்தின் பரப்பளவு ஆகும்.

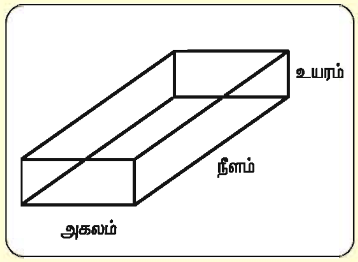
ஒரு பொருள் ஒரு சமதளப் பகுதியில் அடைக்கும் இடத்தின் அளவு அப்பொருளின் பரப்பளவு எனப்படும்.

இருபரிமாணப் பொருட்கள் மற்றும் முப்பரிமாணப் பொருட்களுக்குத் தான் பரப்பளவு இருக்க முடியும்.

எடுத்துக்காட்டு : 5

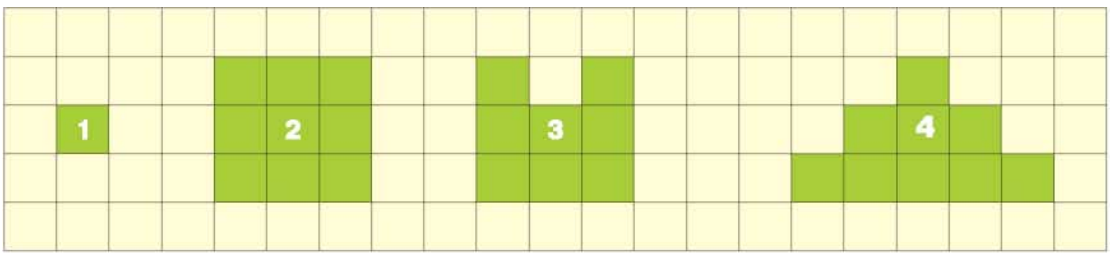






கோட்டுத்துண்டு	செய்தித்தாள்	அட்டைப்பெட்டி
1 பரிமாணம் மட்டுமே உள்ளது	2 பரிமாணங்கள் உள்ளன	3 பரிமாணங்கள் உள்ளன
பரப்பளவு கிடையாது	இதன் பரப்பளவு கண்டுபிடிக்க முடியுமா ?	இந்தப் பெட்டிக்கு 6 பக்கத்தளங்கள் உள்ளன. ஒவ்வொன்றிற்கும் பரப்பளவு கண்டுபிடிக்க முடியும்.

பரப்பளவை எப்படிக் கணக்கிடுவது ?
கீழுள்ள வடிவங்களில் பச்சை வண்ணமிட்ட சதுரங்களை எண்ணிப் பாக்கவும்.



வடிவம் ஒன்று = 1 சதுரம், வடிவம் இரண்டு = 9 சதுரங்கள்

வடிவம் மூன்று = 8 சதுரங்கள், வடிவம் நான்கு = 9 சதுரங்கள்

வடிவம் ஒன்றைப் பாருங்கள்.
ஒரு அலகு பக்க அளவாகக் கொண்ட சதுரம், “அலகு சதுரம்” ஆகும். அது அடைத்துக் கொள்ளும் இடத்தின் பரப்பு ஒரு சதுர அலகு ஆகும்.
இதன் பரப்பளவு = 1 அலகு x 1 அலகு =1 சதுர அலகு
ஒரு சிறிய சதுரத்தின் பக்கத்தை ஓர் அலகு என்று குறிப்பிட்டோம். இதற்குப் பதில் அன்றாட வாழ்வில் அதிகமாகப் பயன்படும் மி.மீ., செ.மீ., மீ., கி.மீ. போன்றவற்றைப் பக்க அளவாகக்கொண்ட சதுரத்தின் பரப்பளவுகளைக் கீழ்வருமாறு குறிக்கலாம்.

1 மி.மீ. x 1 மி.மீ. = 1 சதுர மி.மீ.
1 செ.மீ. x 1 செ.மீ. = 1 சதுர செ.மீ.
1 மீ. x 1 மீ. = 1 சதுர மீ.
1 கி.மீ. x 1 கி.மீ. = 1 சதுர கி.மீ.

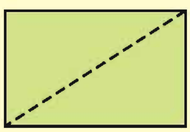
பயிற்சி 9.2

கீழே உள்ள அட்டவணையைப் பாருங்கள். ஒவ்வொன்றின் பரப்பளவைக் கண்டுபிடிக்கும்போதும் எந்த அலகு பொருத்தமாக இருக்கும் என்று (✓) குறிப்பிடவும்.

பொருட்கள்	சதுர செ.மீ.	சதுர மீ.	சதுர கி.மீ.
கைக்குட்டை			
புத்தகத்தின் பக்கம்			
வகுப்பறையின் கதவு			
சென்னை நகரத்தின் நிலப்பரப்பு			
புடவை			

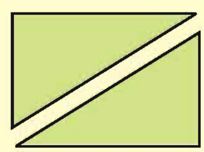
9.2.1 பல்வேறு வடிவங்களின் பரப்பளவு

செயல்பாடு

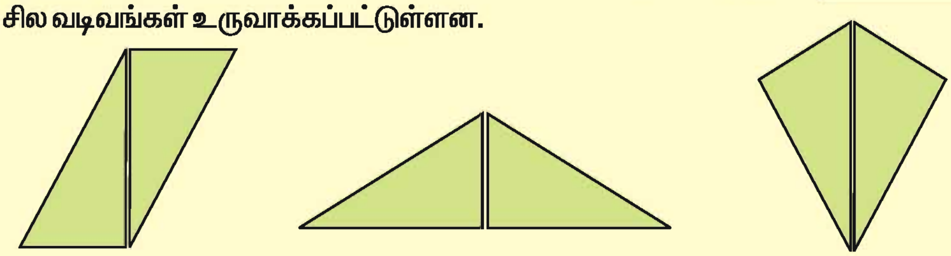


செவ்வக வடிவத்தில் ஒரு காகிதத் துண்டை எடுத்துக் கொள்ளவும்.

அதை மூலைவிட்டத்தில் மடித்து இரு முக்கோணத் துண்டுகளாக வெட்டுங்கள்.



இந்த இரு முக்கோணங்களின் வெவ்வேறு பக்கங்களை இணைத்துக் கீழே சில வடிவங்கள் உருவாக்கப்பட்டுள்ளன.

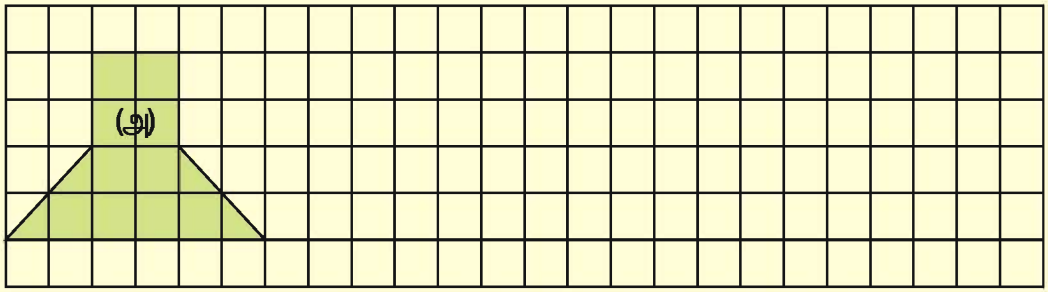


இவை எல்லாமே வெவ்வேறு விதமான வடிவங்கள். இவற்றின் பரப்பளவு பற்றி என்ன கூற முடியும்? அதே இரண்டு காகிதத் துண்டுகளை வைத்து உருவாக்கியதால் எல்லா வடிவங்களின் பரப்பளவும் சமமாகவே இருக்கும்! இது போன்று மேலும் இரண்டு வடிவங்களை உங்களால் உருவாக்க முடியுமா?

இதுபோன்ற வடிவங்களுக்கு அதனுள் அடைபட்ட சதுரங்களை எண்ணிப் பரப்பளவைக் கண்டுபிடிக்கலாம்.

எடுத்துக்காட்டு : 6

கீழ்க்காணும் வடிவத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.



ஒவ்வொரு சிறிய சதுரமும் 1 சதுர செ.மீ. என்று எடுத்துக் கொள்ளலாம்.

வடிவம் (அ)வின் பரப்பளவு = 10 முழுச் சதுரங்கள் + 4 அரைச் சதுரங்கள்

= 10 முழுச் சதுரங்கள் + 2 முழுச் சதுரங்கள்

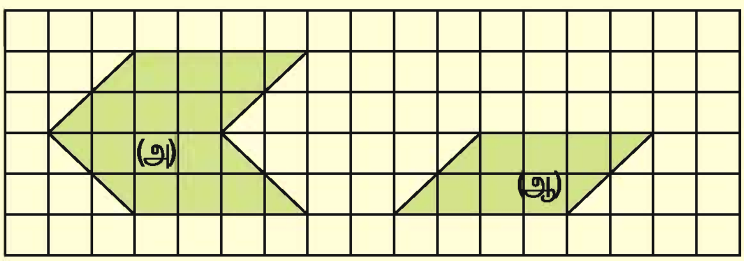
= 12 முழுச் சதுரங்கள்

= 12 சதுர செ.மீ.

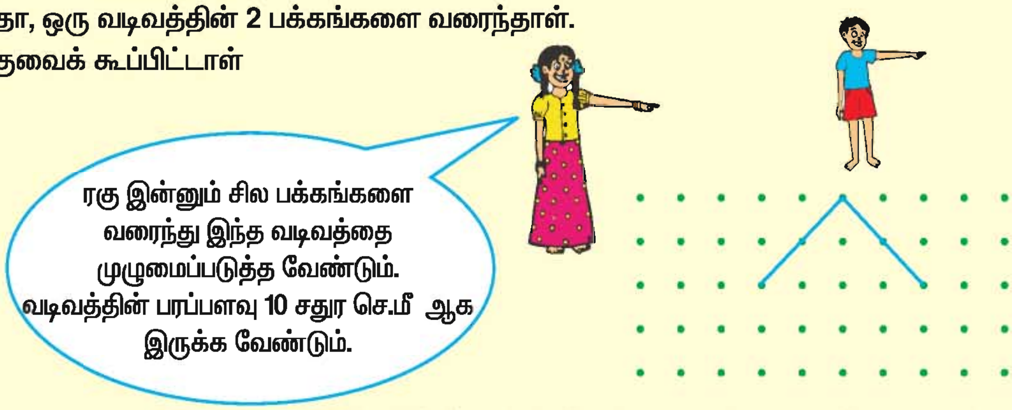
கட்டத்தாளில் இது போன்று பல்வேறு வடிவங்களை வரையச் செய்து அவற்றின் பரப்பளவுகளைக் காணப் பயிற்சி தருக.

பயிற்சி 9.3

1. கீழ்க்காணும் வடிவங்களின் பரப்பளவைக் காண்க.



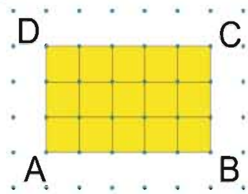
2. புள்ளிக் கட்டமைப்பில் 10 சதுர அலகுகள் பரப்பளவு கொண்ட இரண்டு வேறு வடிவங்களை வரைக.
3. கீதா, ஒரு வடிவத்தின் 2 பக்கங்களை வரைந்தாள். ரகுவைக் கூப்பிட்டாள்



ரகு வடிவத்தை எவ்வாறு முழுமைப்படுத்தினான் ? இதற்குப் பல தீர்வுகள் இருக்கலாம். உங்களால் எத்தனை விதங்களில் இவ்வடிவத்தை முழுமைப்படுத்த முடியும்.

9.3 செவ்வகம், சதுரம் மற்றும் முக்கோணத்தின் பரப்பளவு

செவ்வகத்தின் பரப்பளவு



புள்ளிகளில் இருக்கும் செவ்வகத்தின் பரப்பளவைக் கண்டுபிடிக்க அதன் உள்ளே இருக்கும் சிறிய சதுரங்களை எண்ணி 15 சதுர அலகுகள் என்று கூறி விடலாம்.

ஆனால், சதுரங்களை ஒவ்வொன்றாக எண்ணாமல் பரப்பளவை எப்படிக் கணக்கிடலாம் ?

செவ்வகத்தின் நீளம் (அதாவது) A முதல் B வரை உள்ள தூரம் 5 அலகுகள் என்பதால், ஒரு வரிசையில் 5 சிறிய சதுரங்கள் உள்ளன.

செவ்வகத்தின் அகலம் (அதாவது) B முதல் C வரை உள்ள தூரம் 3 அலகுகள் என்பதால், செவ்வகத்தில் மூன்று 5 சதுர வரிசைகள் உள்ளன.

இப்போது செவ்வகத்தின் பரப்பளவு = மொத்த சதுரங்களின் எண்ணிக்கை

= மூன்று 5 சதுர வரிசைகளில் உள்ள சதுரங்களின் எண்ணிக்கை

= 5 +5+5

= 5x3

= நீளம் x அகலம் சதுர அலகுகள்

பொதுவாக நீளத்தை 'l' என்றும், அகலத்தை 'b' என்றும் குறிப்பது வழக்கம், ஆதலால், செவ்வகத்தின் பரப்பளவு = l x b சதுர அலகுகள் என்று எழுதலாம்.

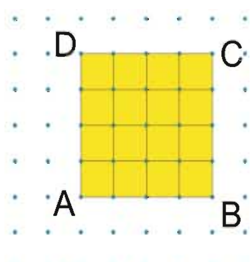
எடுத்துக்காட்டு : 7

ஒரு செவ்வகத்தின் நீளம் 8 செ.மீ மற்றும் அகலம் 5 செ.மீ எனில், அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

செவ்வகத்தின் பரப்பளவு = நீளம் x அகலம் = 8 செ.மீ x 5 செ.மீ = 40 ச.செ.மீ.

சதுரத்தின் பரப்பளவு

ஒரு செவ்வகத்தின் நீளமும் அகலமும் ஒரே அளவாக இருந்தால் அது சதுரம் என்பது நமக்குத் தெரியும். இந்த அளவைச் சதுரத்தின் பக்கம் என்று குறிப்பிடுகிறோம்.



ஆக,

நீளம் = அகலம் = சதுரத்தின் பக்கம்

சதுரத்தின் பரப்பளவு = நீளம் x அகலம்

(செவ்வகத்தின் பரப்பளவு இதற்குப் பொருந்தும்)

= பக்கம் x பக்கம் சதுர அலகுகள்

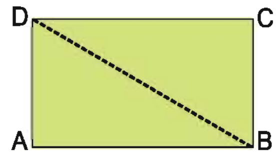
பக்கத்தை s என்று குறிப்பிட்டால் சதுரத்தின் பரப்பளவு = s x s சதுர அலகுகள்

எடுத்துக்காட்டு : **8**

ஒரு சதுரத்தின் பக்கம் 7 செ.மீ. எனில், அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

பரப்பளவு = பக்கம் x பக்கம் = 7 செ.மீ. x 7 செ.மீ. = 49 சதுர செ.மீ

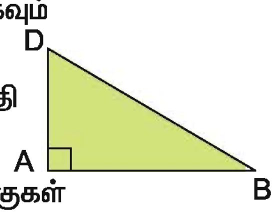
செங்கோண முக்கோணத்தின் பரப்பளவு



ஒரு செவ்வக வடிவ அட்டையை எடுத்துக் கொண்டு அதை ஒரு மூலை விட்டம் வழியாக வெட்டவும்.

இப்போது 2 செங்கோண முக்கோணங்கள் கிடைக்கும்.

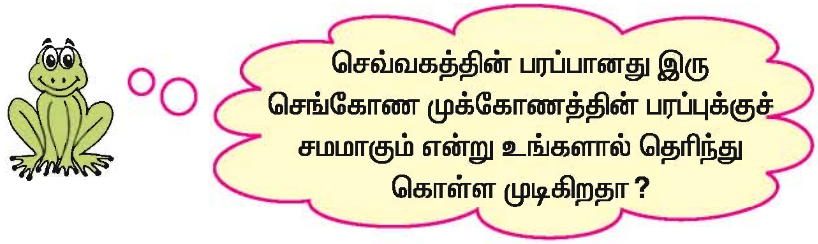
செங்கோணங்கள் பொருந்துமாறு ஒன்றின்மேல் ஒன்று வைத்துப் பார்க்கவும் இப்போது என்ன தெரிந்து கொள்கிறோம் ?



செங்கோண முக்கோணத்தின் பரப்பளவு = செவ்வகத்தின் பரப்பில் பாதி

எனவே,

செங்கோண முக்கோணத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2}$ **x(நீளம் x அகலம்) சதுர அலகுகள்**



செவ்வகத்தின் நீளம் செங்கோண முக்கோணத்தின் அடிப்பக்கமாகவும், அதன் அகலம் உயரமாகவும் இருப்பதால், நீளம் என்பதற்குப் பதில் அடிப்பக்கம் என்றும், அகலம் என்பதிற்குப் பதில் உயரம் என்றும் பயன்படுத்தலாம்.

ஆக, செங்கோண முக்கோணத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2}$ **x (அடிப்பக்கம்x உயரம்) சதுர அலகுகள்**

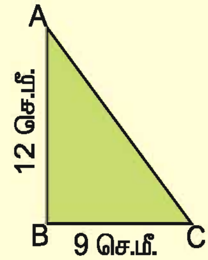
அடிப்பக்கத்தை b (base) என்றும், உயரத்தை h (height) என்றும் குறிப்பிட்டால்,

செங்கோண முக்கோணத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times (b \times h)$ **சதுர அலகுகள்**

எடுத்துக்காட்டு : **9**

கீழே உள்ள செங்கோண முக்கோணத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு:



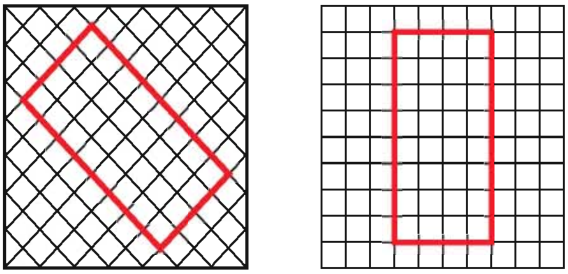
செங்கோண முக்கோணத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2}$ **x அடிப்பக்கம் x உயரம்**

முக்கோணத்தின் அடிப்பக்கம் = 9 செ.மீ.

உயரம் = 12 செ.மீ.

செங்கோண முக்கோணத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times 9 \times 12 = 9 \times 6 = 54$ **சதுர செ.மீ.**

கீழே உள்ள படங்களில் எந்த வடிவத்தின் பரப்பளவு அதிகம் ?

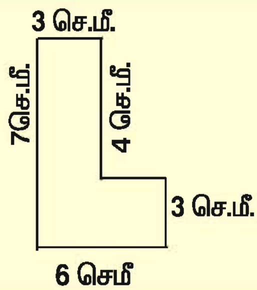


இருவடிவங்களின் பரப்பளவும் ஒன்றே! முதல் வடிவத்தை சுழற்றுவது மூலம் இரண்டாம் வடிவம் கிடைக்கிறது.

வடிவங்களைச் சுழற்றினாலோ அல்லது நகர்த்தி வைத்தாலோ அதன் பரப்பளவு மாறாது.

எடுத்துக்காட்டு : 10

கொடுக்கப்பட்டுள்ள வடிவத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.



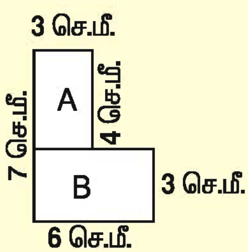
தீர்வு : இக்கணக்கிற்கு மூன்று வழிகளில் தீர்வு காணலாம்.

முறை 1

(A) இன் பரப்பளவு = 4 x 3 = 12 சதுர செ.மீ.

(B) இன் பரப்பளவு = 6x 3 =18 சதுர செ.மீ.

∴ வடிவத்தின் பரப்பளவு = 30 சதுர செ.மீ.

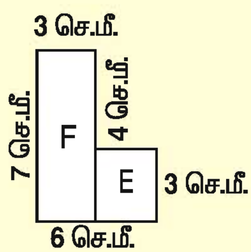


முறை 2

(F) இன் பரப்பளவு = 7 x 3 =21 சதுர செ.மீ.

(E) இன் பரப்பளவு = 3 x 3 = 9 சதுர செ.மீ.

∴ வடிவத்தின் பரப்பளவு = 30 சதுர செ.மீ.



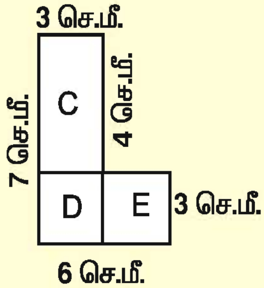
முறை 3

(C) இன் பரப்பளவு= 4x3=12 சதுர செமீ

(D) இன் பரப்பளவு = 3x3 = 9 சதுர செமீ

(E) இன் பரப்பளவு = 3x3= 9 சதுர செமீ

∴ வடிவத்தின் பரப்பளவு = 30 சதுர செமீ



எடுத்துக்காட்டு 10இனை மூன்று முறைகளில் ஏதேனும் ஒரு முறையில் வடிவத்தின் பரப்பளவு கணக்கிட்டால் போதும்.

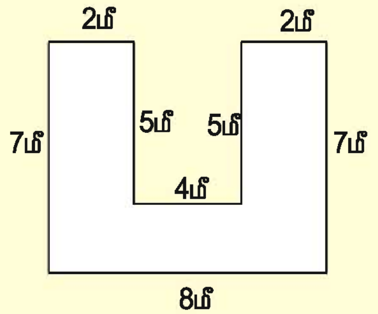
பயிற்சி 9.4

1. கீழுள்ளவற்றை நிரப்புக:

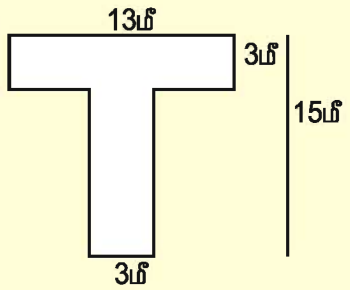
	செவ்வகத்தின் நீளம் (l)	செவ்வகத்தின் அகலம்(b)	செவ்வகத்தின் சுற்றளவு	செவ்வகத்தின் பரப்பளவு
(i)	7 செ.மீ.	5 செ.மீ.	–	–
(ii)	10 செ.மீ.	–	28மீ.	–
(iii)	–	6மீ.	–	72 சதுர மீ.
(iv)	9 மீ.	–	–	63 ச.மீ.

2. கீழுள்ள வடிவங்களின் பரப்பளவைக் காண்க.

(i)

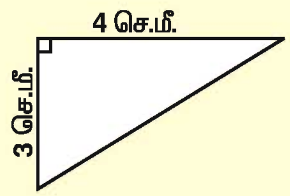


(ii)

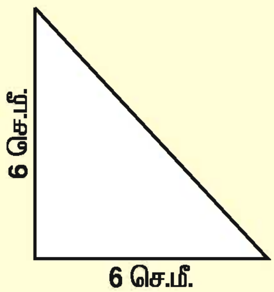


3. படத்திலுள்ள செங்கோண முக்கோணங்களின் பரப்பளவைக் கண்டுபிடி.

(i)



(ii)

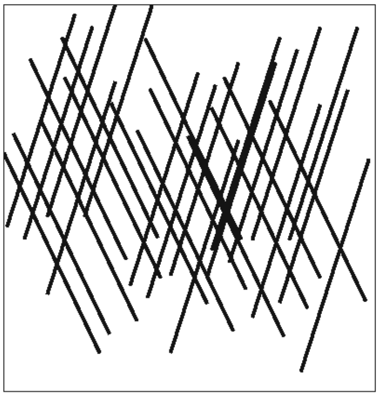


நினைவில் கொள்க.

1. ஒரு மூடிய வடிவத்தின் எல்லையின் மொத்த நீளம் அதன் சுற்றளவு எனப்படும்.
2. செவ்வகத்தின் சுற்றளவு = 2 x (l + b) அலகுகள்.
3. சதுரத்தின் சுற்றளவு = 4 x s அலகுகள்.
4. ஒரு பொருள் ஒரு சமதளப்பகுதியில் அடைக்கும் இடத்தின் அளவு அப்பொருளின் பரப்பளவு எனப்படும்.
5. செவ்வகத்தின் பரப்பளவு = l x b சதுர அலகுகள்.
6. சதுரத்தின் பரப்பளவு = s x s சதுர அலகுகள்.
7. செங்கோண முக்கோணத்தின் பரப்பளவு = $\frac{1}{2}$ x (அடிப்பக்கம் x உயரம்)
8. வடிவங்களை சுழற்றினாலோ அல்லது நகர்த்தி வைத்தாலோ அதன் பரப்பளவு மாறாது.

10. புள்ளி, கோடு, கோட்டுத்துண்டு, தளம்
(Point, Line, Line Segment and Plane)

வாணியும் செல்வியும் நீளமான பல குச்சிகளைத் தரையில் கொட்டி விளையாடத் தயாராயினர். செல்விக்கு விளையாட வாய்ப்புக் கிடைக்கும்போது, அவள் ஒரே ஒரு குச்சியை எடுக்க வேண்டும். அதை எடுக்கையில் மற்றக் குச்சிகள் அசைந்துவிட்டால் ஆட்டமிழந்து விடுவாள். அட, இது வித்தியாசமான விளையாட்டுதான்.



விளையாட்டை இரசிக்கும் மூன்றாவது நபரின் மனதில் பல கேள்விகள் எழுந்தன. இதோ அவற்றில் சில. உங்களால் பதிலளிக்க முடிகிறதா?

- குச்சிகளெல்லாம் கோட்டுதுண்டுகள்தானே, இவற்றை வைத்து என்னவெல்லாம் செய்யலாம் ?
- கோட்டுத்துண்டுகளை நீட்டிக் கொண்டே போனால் எவ்வளவு தூரம் போகலாம் ? உலகிலேயே நீளமான கோடு எது ?
- நம் ஊரில் ஒரு கம்பம் நட்டால், அது எவ்வளவு உயரம் இருக்கும் ? வானத்தைப் பிளந்துகொண்டு போனால், எது வரை போகும் ? பூமிக்குள் ஓட்டைபோட்டு அதைச் செலுத்தினால் மறுபுறம் வருமா?
- கோடுகளை உடைத்துக்கொண்டே வந்தால் இறுதியில் என்ன கிடைக்கும் ?
- தண்டவாளங்கள், நம் தலைக்குமேலே செல்லும் மின்சாரக் கம்பிகள் எல்லாம் அக்கம் பக்கத்தில் ஒன்றையொன்று தொடாது. ஆனால், நட்புடன் போய்க்கொண்டே இருக்கின்றனவே, அவை எங்கேயாவது சந்திக்குமா ?
- கோட்டுத்துண்டுகளைக் கொண்டு கோபுர வடிவங்களை உருவாக்கலாம்; வட்டம் வரைய முடியுமா ?

இதுபோன்ற கேள்விகளுக்கு விடை தேடும் கணித ரீதியான முயற்சியே வடிவியல். வடிவங்கள் எவ்வாறு உருவாகின்றன, அவற்றை எவ்வாறு அமைக்கலாம் என்று வடிவியல் ஆராய்கிறது.

நமக்கு ஏற்கெனவே பல விதமான கோடுகள் தெரியும். சில சிறியவை, சில பெரியவை, சில சந்திப்பவை, சில சந்திக்காமல் செல்பவை. சில நீண்டு கொண்டே செல்பவை. சிறிய கோடுகளுக்கு நம்மால் அளந்து பார்க்குமளவு நீளம் உண்டு. நீளமே இல்லாத மிக மிக மிக மிகச்சிறிய கோடு உண்டா ? அதன் நீளம் 0 செ.மீ. என்றுதானே இருக்க வேண்டும்! அப்படிப்பட்ட கோட்டைப் 'புள்ளி' என நாம் கருதலாம்.

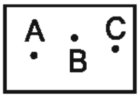
ஆக, கோடு என்பது புள்ளிகளால் ஆனது எனலாம். குறிப்பிட்ட நீளமுள்ள கோட்டினை' கோட்டுத்துண்டு' எனவும் முடிவில்லாமல் நீண்டு கொண்டே போவதைக் 'கோடு' எனவும், ஒரு புறம் மட்டும் நீளும் கோட்டைக் 'கதிர்' எனவும் பெயரிடலாம்.

10.1 புள்ளிகள் (Points)

புள்ளி என்பது நமக்குப் புதிய கருத்து அல்ல. ஏனெனில், நமது வீடுகளின் முற்றத்தில் தினந்தோறும் அல்லது பொங்கல் போன்ற பண்டிகை நாட்களில் புள்ளிகளை இணைத்தோ அல்லது புள்ளிகளை மையப்படுத்தியோ கோலமிடுவதைப் பார்த்திருக்கலாம்.

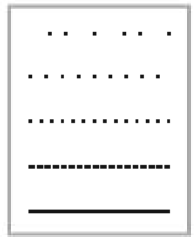
புள்ளி என்பது ஒரு குறிப்பிட்ட நிலையினைக் குறிக்கும்

நாம் பயன்படுத்தும் பென்சில்கள், பேனாக்களின் முனை அளவு கூட புள்ளிகள் இருக்காது. எனவே, புள்ளிக்கு குறிப்பிட்ட நீளம், அகலம், உயரம் மற்றும் அடர்த்தி எதுவும் கிடையாது.

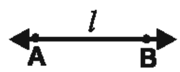


புள்ளிகளைப் பொதுவாக A, B, C போன்ற ஆங்கில பெரிய எழுத்துக்களால் குறிப்பிடுவது வழக்கம்.

10.2 கோடு (Line)



அருகில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள படங்களைக் கூர்ந்து கவனிக்கவும். புள்ளிகளுக்கிடையே உள்ள இடைவெளி குறையக் குறைய புள்ளிகள் ஒன்றோடொன்று இணைந்து ஒரு கோடாக மாறுகிறது. எனவே, கோடு என்பது மிக நெருக்கமாக ஒரு குறிப்பிட்ட நேர் வரிசையில் அமையும் புள்ளிகளின் தொகுப்பு ஆகும்.



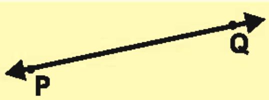
ஒரு தாளில் A, B என்ற புள்ளிகளைக் குறிக்க. அப்புள்ளிகள் வழியே செல்லுமாறு ஒரு கோட்டினை அளவுகோலைக் கொண்டு வரைக. இதுவே நேர்கோடு ஆகும்.

இதனை $\overleftrightarrow{AB}$ அல்லது கோடு 'l' என்று குறிப்பிடலாம். நேர்கோட்டை $\overleftrightarrow{AB}$ எனக் குறிப்பிடும்போது, கோடானது

(i) A, B என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்கிறது எனவும்,

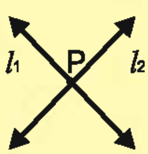
(ii) A,B என்ற புள்ளிகளுக்கு இருபுறமும் தொடர்ந்து செல்கிறது எனவும் பொருள்படும்.

கீழுள்ள நேர்கோடுகள் பெயரிடப்பட்டிருப்பதைக் கவனிக்க.



இது $\overleftrightarrow{PQ}$ அல்லது நேர்கோடு PQ

இது நேர்கோடு l



l_1, l_2 ஆகியன புள்ளி P வழிச் செல்லும் இரண்டு நேர்கோடுகளாகும்.

செய்து பார்க்க :

- நேர்கோடு XY வரைக
- ஒரு நேர்கோடு வரைந்து அதில் A, B, C ஆகிய 3 புள்ளிகளைக் குறிக்கவும்.
- புள்ளி R வழிச் செல்லுமாறு ஏதேனும் 3 நேர்கோடுகளை வரைக.

10.3 கதிர் (Ray)

ஒரு குறிப்பிட்ட புள்ளியில் இருந்து வரையப்படும் கோடு கதிர் எனப்படும்.

கதிரை $\overrightarrow{AB}$ எனக் குறிப்பிடலாம்.

(i) கதிரின் தொடக்கப் புள்ளி A,

(ii) கதிர் A, B என்ற புள்ளி வழியே செல்கின்றது எனவும்

(iii) B என்ற புள்ளி வழியாகத் தொடர்ந்து செல்கின்றது எனவும் பொருள்படும்.

செய்து பார்க்க :

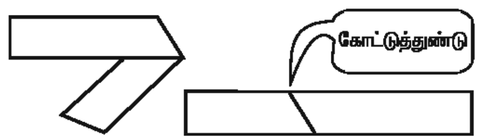
1) கதிர் XY வரைக

2) புள்ளி Pயிலிருந்து $\overrightarrow{PA}$, $\overrightarrow{PB}$, $\overrightarrow{PC}$, $\overrightarrow{PD}$ வரைக.

கதிர் என்பது ஒரு புள்ளியில் தொடங்கி முடிவில்லாமல் செல்லும் நேர்கோடு ஆகும்.

10.4 கோட்டுத்துண்டு (Line Segment)

ஒரு தாளை மடித்து மீண்டும் நேராக்கிப் பார்த்தால், மடிக்கப்பட்ட பகுதி ஒரு கோட்டுத்துண்டு ஆகும்.



$\overleftrightarrow{AB}$ என்ற நேர்கோட்டின்மீது X, Y, Z என்ற புள்ளிகளைக் குறிக்க.

நேர்கோட்டில் ஒரு பகுதியான AXஐ எடுத்துக் கொண்டால், இது Aஇல் தொடங்கி Xஇல் முடிவடைகிறது. எனவே, இதற்கு ஒரு குறிப்பிட்ட நீளம் உள்ளது. இதுவே நேர்கோட்டுத் துண்டு எனப்படும். இதை கோட்டுத் துண்டு AX எனக் குறிப்பிடலாம். மேற்கண்ட படத்தில் உள்ள மேலும் சில நேர்கோட்டுத் துண்டுகள் AY, AB, XY, XB, YB, XZ ஆகும்.

எனவே, கோட்டுத் துண்டு என்பது நேர்கோட்டின் ஒரு பகுதி. மேலும், இதற்கு ஒரு தொடக்கப் புள்ளியும், ஒரு முடிவுப் புள்ளியும் உள்ளது. நேர்கோட்டுத்துண்டுக்கு ஒரு குறிப்பிட்ட நீளம் உள்ளது.

10.5 தளம் (Plane)

நேர்கோடுகள், புள்ளிகள், கதிர்களை நாம் ஒரு தாளிலோ அல்லது கரும்பலகையிலோ குறிப்போம் அல்லவா? அதுபோலத் தரை, சுவர், கரும்பலகை, அட்டை, மேசையின் மேற்பகுதி போன்றவை தளங்களின் பகுதிக்கு (plane segment) உதாரணங்கள் ஆகும். ஆனால், தளம் என்பது அனைத்துத் திசைகளிலும் முடிவே இல்லாத எல்லைகளைக் கொண்டது.

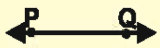
தளத்தை அமைக்க குறைந்தபட்சம் எத்தனை புள்ளிகள் தேவை ?

ஒரே நேர்கோட்டில் அமையாத மூன்று புள்ளிகள் இருந்தால் போதுமானது.

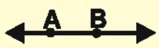
விவாதிக்க :

3 பென்சில்களை 3 மாணவர்கள் ஒரே திசையில் வைத்துக் கொண்டார்கள் எனில், அதன் முனைகள் மீது படியுமாறு ஒரு நோட்டுப் புத்தகத்தை வைக்கலாம். இப்போது 3 பென்சில்களும் ஒரே நேர்கோட்டில் இருக்குமாறு பிடித்துக் கொண்டால் நோட்டுப் புத்தகமானது அதன்மீது நிலையாக நிற்க முடிகிறதா ? ஏன் ?

பயிற்சி 10.1

1. 

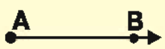
என்பது ஓர் ______

2. 

என்ற நேர்கோட்டில் உள்ள புள்ளிகள் ______

3.

$\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{CD}$ என்ற நேர்கோடுகள் வெட்டிக் கொள்ளும் புள்ளி ______

4. 

இன் பெயர் ______

5.

இல் Q என்பது ______

6.

இல் உள்ள கோட்டுத்துண்டுகளை எழுதுக.

10.6 புள்ளிகளுக்கும் கோடுகளுக்கும் இடைப்பட்ட தொடர்பு

10.6.1 ஒரு கோடமைப் புள்ளிகள்

ஒரே நேர்கோட்டில் அமையும் புள்ளிகள் ஒருகோடமைப் புள்ளிகள் எனப்படும்.

கீழுள்ள கூற்றைக் கவனிக்கவும்.

1. A, B என்ற புள்ளிகளின் வழியே நேர்கோட்டை வரைக.

   A •　　　　　　　　• B

2. A, B, C என்ற புள்ளிகளின் வழியே நேர்கோட்டை வரைய முடியுமா எனப் பார்க்கவும்.

   A •
   B •　　　　　C •

3. P, Q, R என்ற புள்ளிகளின் வழியே நேர்கோட்டை வரைக

   P　　　　Q　　　　R

தெரிந்து கொள்ளுங்கள் :

1. சூரிய கிரகணம், சந்திர கிரகணத்தின் போது சூரியன், சந்திரன், பூமி ஆகிய மூன்றும் ஒரே நேர் கோட்டில் அமையும்.

2. கடிகாரத்தில் நேரம் 6 மணி ஆக இருக்கும்போது 12, 6 மையப்புள்ளி ஆகிய மூன்றும் ஒரே நேர்கோட்டில் அமையும்.

A,B என்ற இரு புள்ளிகள் வழியாக நேர்கோடு வரைய முடிகிறது.

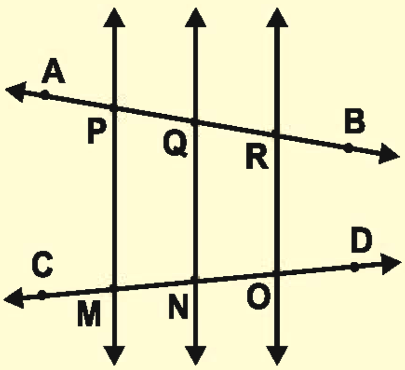
A, B, C ஒரே நேர்கோட்டில் அமையாததால் அவற்றின் வழியே நேர்கோடு வரையமுடியவில்லை. ஆனால் P,Q,R ஒரே நேர்கோட்டில் உள்ளதால் அவற்றின் வழியே நேர்கோடு வரைய முடிகிறது. P,Q,R ஆனது ஒருகோடமைப் புள்ளிகள் எனப்படும். எனவே, கீழுள்ள கூற்றுகள் மெய்யாகின்றன.

1　எந்த ஒரு சோடி புள்ளிகளின் வழியாகவும் ஒரு நேர்கோடு வரைய முடியும்.

2　மூன்று புள்ளிகளின் வழியே எப்போதும் ஒரு நேர்கோடு வரைய இயலாது.

3　ஆனால் ஒரு வரிசையில் அமைந்துள்ள மூன்று புள்ளிகள் வழியே ஒரு நேர்கோடு வரைய முடியும்.

எடுத்துக்காட்டு : 1



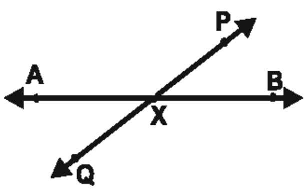
படத்தில் ஒருகோடமைப் புள்ளிகள் எவை ?

தீர்வு :

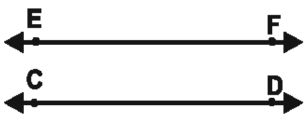
1. AB என்ற நேர்கோட்டின் மீது உள்ள ஒருகோடமைப் புள்ளிகள் P,Q,R.
2. CD என்ற நேர்கோட்டின் மீது உள்ள ஒருகோடமைப் புள்ளிகள் M,N,O.

10.6.2 இணை கோடுகள்(Parallel lines)

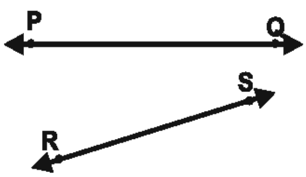
கீழே உள்ள நேர்கோடுகளைக் கவனிக்க :-



$\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{PQ}$ என்ற கோடுகள் X என்ற புள்ளியில் சந்திக்கின்றன. X என்பது இரு நேர்கோடுகள் வெட்டிக் கொள்ளும் புள்ளி ஆகும். மேலும், அக்கோடுகளை **வெட்டும் கோடுகள்** (intersecting lines) எனலாம்.



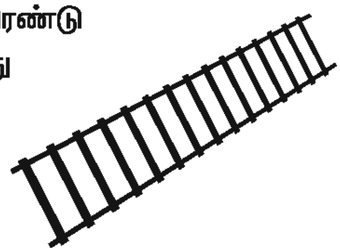
$\overleftrightarrow{CD}$, $\overleftrightarrow{EF}$ என்ற கோடுகள் எந்தப் புள்ளிகளிலும் சந்திக்கவில்லை. அவை **இணைகோடுகள்** ஆகும்.



$\overleftrightarrow{PQ}$, $\overleftrightarrow{RS}$ என்ற நேர்கோடுகள் படத்தில் எந்தப் புள்ளியிலும் சந்திக்கவில்லை. ஆனால், அவை ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கும். ஏன் ?

- இணையில்லாக் கோடுகள் ஒரு புள்ளியில் வெட்டிக் கொள்ளும்.
- ஒன்றையொன்றை வெட்டிக்கொள்ளாத கோடுகள் இணைகோடுகள் எனப்படும்.

ஒரு தொடர் வண்டியின் இருப்புப் பாதையைக் கவனிக்க. இரண்டு தண்டவாளங்களும் ஒன்றையொன்று தொடாமல் செல்கிறது அல்லவா ?

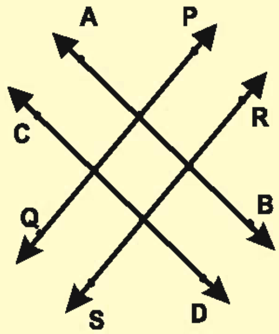


இது இணைகோட்டிற்கான எடுத்துக்காட்டு.

நோட்டுப்புத்தகத்தின் இரண்டு எதிரெதிர் விளிம்புகளும் இணைகோடுகளாகும்.

எடுத்துக்காட்டு : 2

படத்தில் இணைகோடுகள் யாவை?



தீர்வு :

$\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{CD}$ இணைகோடுகளாகும். அதே போல் $\overleftrightarrow{PQ}$, $\overleftrightarrow{RS}$ ஆகியவைகளும் இணைகோடுகளாகும்.

இதனை $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ மற்றும் $\overleftrightarrow{PQ} \parallel \overleftrightarrow{RS}$ எனவும் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி எழுதலாம்.

செய்து பார்க்க :

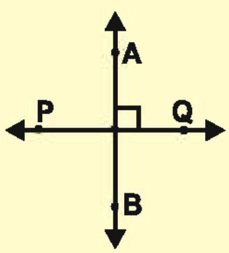
வகுப்பறைச் சூழலில் இருந்து இணைகோடுகளுக்கான உதாரணங்களை பட்டியலிடுக.

10.6.3 செங்குத்துக் கோடுகள் (Perpendicular lines)

கட்டிடங்கள் கட்டும்போது தூண்கள் செங்குத்தாக அமைந்திருப்பதைப் பார்த்திருப்பீர்கள். இத்தூண்கள் எந்தப் பக்கமும் சாயாதவாறு உள்ளதைக் கவனித்திருப்பீர்கள் அல்லவா? இதுவே செங்குத்து எனப்படும் என்பதை முன்னரே அறிந்திருக்கிறோம்.

நேர்கோடுகள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்து என்பதை $\perp$ என்ற குறியீட்டால் குறிப்பிடலாம்.

எடுத்துக்காட்டு : 3



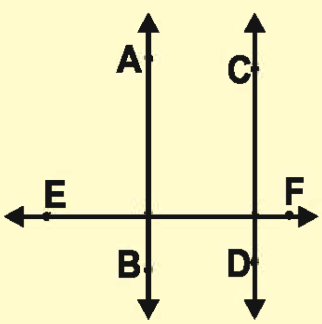
படத்தில் $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{PQ}$ என்ற இரு கோடுகள் செங்குத்து என்பதை $\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{PQ}$ எனக் குறிக்கலாம்.

தெரிந்துகொள்ளுங்கள் :

கொடிக்கம்பங்கள், கைபேசி கோபுரங்கள், உயரமான கட்டிடங்கள் அனைத்தும் தரையோடு செங்கோணத்தை உண்டாக்குகின்றன.

எடுத்துக்காட்டு : 4

படத்தில் இணைகோடுகள் மற்றும் செங்குத்துக் கோடுகளைக் காண்க.



தீர்வு :

$\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{CD}$ ஆகியவை இணைகோடுகளாகும்.

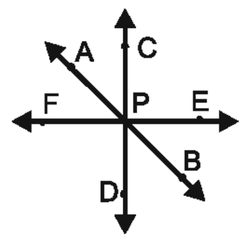
அதாவது $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

$\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{EF}$ மற்றும் $\overleftrightarrow{CD}$, $\overleftrightarrow{EF}$ ஆகியவை செங்குத்துக் கோடுகள் ஆகும்.

அதாவது $\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{EF}$ மற்றும் $\overleftrightarrow{CD} \perp \overleftrightarrow{EF}$

10.6.4 ஒரு புள்ளி வழிச் செல்லும் கோடுகள்

எடுத்துக்காட்டு : 5



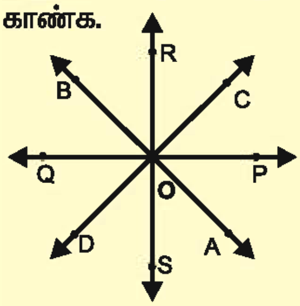
ஏதேனும் இரண்டு இணையற்ற கோடுகள் ஒரு புள்ளியில் வெட்டிக் கொள்ளும் என அறிந்திருக்கிறோம். மூன்றாவதாக அப்புள்ளி வழி செல்லுமாறு ஒரு நேர்கோடு வரைந்தால் அம்மூன்று நேர்கோடுகளும் **ஒரு புள்ளி வழி செல்லும் கோடுகள்** எனப்படும். படத்தில் $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{CD}$, $\overleftrightarrow{EF}$ ஆகியவை ஒரு புள்ளி வழி செல்லும் கோடுகளாகும். புள்ளி P ஆனது ஒரு புள்ளி வழி செல்லும் கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி எனப்படும்.

மூன்று அல்லது மூன்றுக்கும் மேற்பட்ட நேர்கோடுகள் ஒரு புள்ளி வழி சென்றால் அவை ஒரு புள்ளி வழி செல்லும் நேர்கோடுகள் எனப்படும். அப்புள்ளி, ஒரு புள்ளி வழி செல்லும் நேர்கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி (concurrent point) எனப்படும்.

1 எதிர் எதிர் சாலைகள் சந்திக்கும் சந்திப்பு, ஒரு புள்ளி வழியே செல்லும் கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளிக்கு ஓர் எடுத்துக்காட்டாகக் கொள்ளலாம்.
2 ஒரு வட்டத்திற்கு இரண்டிற்கு மேற்பட்ட விட்டங்கள் வரைந்தால் அவை அனைத்தும் வட்ட மையத்தில் சந்திக்கும். அவை அனைத்தும் ஒரு புள்ளி வழி செல்லும் கோடுகளாகும்.
3 மரத்தால் ஆன மாட்டுவண்டிச் சக்கரத்தின் ஆரங்கள் ஒரு புள்ளி வழி செல்லும் கோடுகளாக கொள்ளலாம்.

எடுத்துக்காட்டு : 6

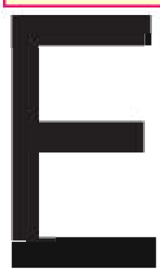
கொடுக்கப்பட்ட படத்தில் ஒரு புள்ளி வழி செல்லும் கோடுகள் மற்றும் ஒரு புள்ளி வழி செல்லும் கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி ஆகியவற்றைக் காண்க.



தீர்வு :

$\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{CD}$, $\overleftrightarrow{PQ}$, $\overleftrightarrow{RS}$ ஆகியவை ஒரு புள்ளி வழிச் செல்லும் கோடுகளாகும். இவை அனைத்தும் புள்ளி O வழிச் செல்வதால் O ஆனது ஒரு புள்ளி வழிச் செல்லும் கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி ஆகும்.

செய்து பார்க்க :
உங்கள் ஊரிலுள்ள சாலைச் சந்திப்பு அல்லது நீங்கள் உபயோகிக்கும் பொருட்களில் ஒரு புள்ளி வழிச் செல்லும் கோடுகள் உள்ளதா எனப் பார்க்க.



விவாதிக்க:

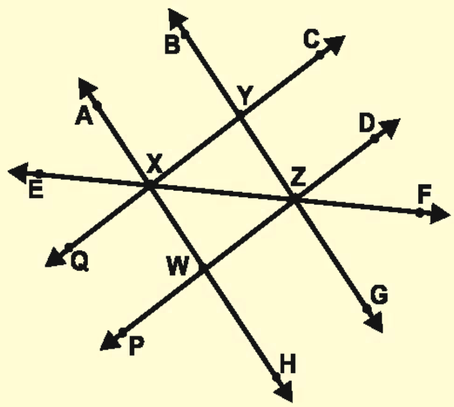
E என்ற ஆங்கில எழுத்தை எடுத்துக்கொண்டால் இதில் இணைகோட்டுத்துண்டுகள், செங்குத்துக் கோட்டுத்துண்டுகள், வெட்டும் கோட்டுத்துண்டுகள், ஒரு புள்ளி வழிச் செல்லும் கோட்டுத்துண்டுகள், ஒரு புள்ளி வழிச் செல்லும் நேர்கோட்டுத் துண்டுகள் சந்திக்கும் புள்ளி போன்றவை அமைந்துள்ளதா என விவாதிக்க.

குழு விளையாட்டு:

ஆசிரியர் வகுப்பில் உள்ள மாணவர்களை வரிசையாக நிற்க வைக்கவேண்டும். இணைகோடுகள், செங்குத்துக்கோடுகள், எனக் கூறியவுடன் அதற்கேற்றவாறு மாணவர்கள் கைகளை நீட்டி, மடக்கிக் காட்ட வேண்டும். ஆசிரியர் விரைவாகக் கூறும்போது மாணவர்களும் அதற்கேற்றாற்போல் விரைவாகச் செய்யவேண்டும். தவறு செய்யும் மாணவர்கள் குழுவிலிருந்து நீக்கப்படுவர். இவ்வாறு வெளியேறியவர்கள் போக, எஞ்சியிருக்கும் மாணவரே வெற்றிபெற்றவராவார்.

பயிற்சி 10.2

1. புள்ளிகள் ________ அமைந்தால் அவை ஒருகோடமைப் புள்ளிகள் எனப்படும்
2. மூன்று புள்ளிகள் ஒரே நேர்கோட்டில் அமைந்தால் அதனை _________என்கிறோம்.
3. ஒரே புள்ளி வழிச் செல்லுமாறு _________ கோடுகள் வரையலாம்.
4. கொடுக்கப்பட்ட இரண்டு புள்ளிகள் வழியே __________ கோடு வரையலாம்.
5. கொடுக்கப்பட்ட படத்தில்
   (அ) வெட்டும் கோடுகள்
   (ஆ) இணை கோடுகள்
   (இ) ஒருகோடமைப் புள்ளிகள்
   (ஈ) ஒரு புள்ளிவழிச்செல்லும் கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி
   ஆகியவற்றைப் பட்டியலிடுக.



நினைவில் கொள்க

1 புள்ளிகள் என்பது ஒரு குறிப்பிட்ட நிலையைக் குறிக்கும்.

2 மிக நெருக்கமாகக் குறிப்பிட்ட வரிசையில் அமையும் புள்ளிகளின் தொகுப்பு, கோடு ஆகும்.

3 நேர்கோடு என்பது இருபுறமும் தொடர்ந்து செல்லும்.

4 கதிர் என்பது ஒரு தொடக்கப் புள்ளியைக் கொண்ட கோடு ஆகும்.

5 கோட்டுத் துண்டு என்பது கொடுக்கப்பட்ட இருபுள்ளிகளுக்கு இடைப்பட்டது ஆகும்.

6 தளம் என்பது அனைத்துத் திசைகளிலும் முடிவில்லாத எல்லைகளைக் கொண்டது.

7 இணையற்ற இரு நேர்கோடுகள் ஒரு புள்ளியில் வெட்டிக் கொள்ளும்.

8 வெட்டிக் கொள்ளாத இரு நேர்கோடுகள் இணைகோடுகள் ஆகும்.

9 இரு நேர்கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் செங்கோணம் எனில், அவை செங்குத்துக் கோடுகள் ஆகும்.

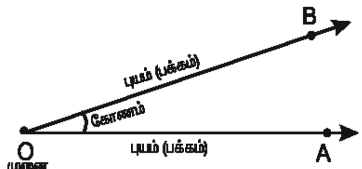
10 மூன்று அல்லது மூன்றுக்கும் மேற்பட்ட புள்ளிகள் ஒரே கோட்டில் அமையும் எனில், அவை ஒரு கோடமைப் புள்ளிகள் எனப்படும்.

11 மூன்று அல்லது மூன்றுக்கும் மேற்பட்ட நேர்கோடுகள் ஒரு புள்ளி வழிச் சென்றால், அவை ஒரு புள்ளி வழிக்கோடுகள் எனப்படும்.

11. கோணங்கள், முக்கோணங்கள்
(Angles and Triangles)

11.1 கோணங்கள்: (Angles)

ஒரு தாளில் O என்னும் புள்ளியைக் குறிக்க. O விலிருந்து $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ என்னும் இரு கதிர்களைப் படம் 1 இல் காட்டியுள்ளவாறு வரைக.

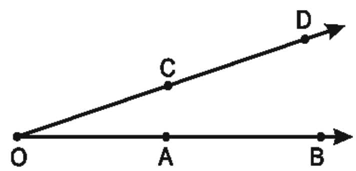


படம் 1

இப்படத்தில் இரு கதிர்கள் 'O' என்ற ஒரே தொடக்கப்புள்ளியில் அமைந்திருக்கின்றன. 'O' என்ற புள்ளியில் ஒரு கோணம் அமைகிறது. இரு கதிர்கள் $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ என்பவை புயங்கள் அல்லது கோணத்தின் பக்கங்கள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன. பொதுப் புள்ளி 'O' ஐ முனை என்கிறோம். கோணத்தைக் குறிப்பிட படத்தில் காட்டியுள்ளபடி (படம்1) கோணத்தின் புயங்களை, முனைக்கு அருகில் ஒரு சிறிய வளைந்த கோட்டால் சேர்த்துக் குறிப்பிடப்படுகிறது.

எனவே, ஒரு பொதுவான தொடக்கப் புள்ளியில் தொடங்கும் இரு கதிர்களுக்கிடையே ஒரு கோணம் அமைகிறது எனலாம்.

படம் 1 இல் காட்டியுள்ள கோணத்தை $\angle AOB$ அல்லது $\angle BOA$ என்று குறிக்கிறோம். அவற்றைக் கோணம் AOB அல்லது கோணம் BOA என்று படிக்கிறோம். கோண முனை எப்போதும் நடுவில் எழுதப்படுகிறது. சில சமயங்களில் கோண முனையையே கோணமாக $\angle O$ என்பது போல் குறிக்கப்படுகிறது.

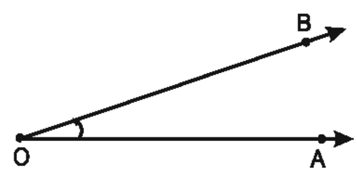


படம் 2

பின்வரும் கோணப்படத்தைக் கவனிப்போம். (படம் 2)
ஒரு கதிர் என்பது அதன் தொடக்கப்புள்ளியிலும், அக்கதிரின் மீதமைந்த மற்றொரு புள்ளியாலும் குறிக்கப்படும் என்பதை நாம் அறிவோம்.

எனவே, $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ என்பவை ஒரே கதிரைக் குறிப்பன. அதேபோல் $\overrightarrow{OC}$,$\overrightarrow{OD}$ என்பவையும் ஒரே கதிரைக் குறிப்பன. எனவே, மேற்கண்ட கோணத்தைப் பின்வரும் பலவழிகளில் குறிப்பிடலாம்.

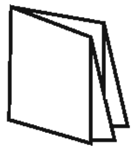
$\angle O$, $\angle COA$, $\angle DOA$, $\angle COB$, $\angle DOB$, $\angle AOC$, $\angle AOD$, $\angle BOC$, $\angle BOD$



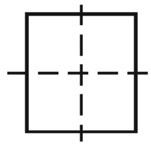
படம் 3

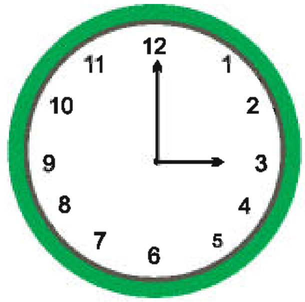
படம் 3இல் $\overrightarrow{OA}$ என்னும் கதிர் 'O' ஐ மையமாகக் கொண்டு எதிர்க் கடிகாரத் திசையில் சுழன்று கதிர் $\overrightarrow{OB}$ ஐ அடைகிறது. அக்கதிர் உருவாக்கும் சுழற்சி அளவு கோண அளவு என்று அழைக்கப்படுகிறது.

செங்கோணம் : (Right Angle)



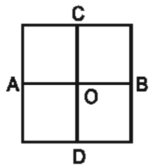
ஒரு காகிதத் தாளைப் படத்தில் காட்டியவாறு மடித்துப் பிரிக்கவும் அதில் இரு வெட்டும் கோடுகளைக் காண்கிறோம்.
அவற்றிற்கு AB, CD எனப் பெயரிடுவோம்.



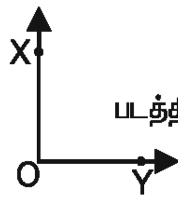


கடிகாரத்தில் மணி 3இல் ஏற்படும் கோண அளவு.

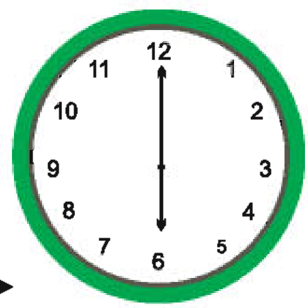
இவ்விரு கோடுகளும் சந்திக்கும் புள்ளி 'O' என்ற இடத்தில் நான்கு கோணங்கள் உருவாகின்றன. ∠AOC, ∠BOC, ∠DOB, ∠AOD எனும் நான்கு கோணங்களும் சமமாக உள்ளதைக் காண்கிறோம்.



இந்த ஒவ்வொரு கோணமும் செங்கோணம் என்று அழைக்கப்படுகிறது.
செங்கோணத்தின் அளவை 90° என்று குறிப்பிடுகிறோம்.



படத்தில் ∠XOY ஒரு செங்கோணம்.

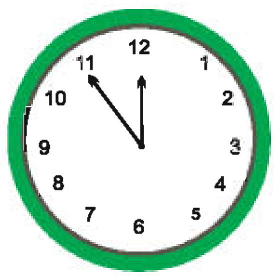


நேர்கோணம் : (Straight Angle)

இரு புயங்களுக்கு இடையில் உள்ள கோண அளவு 180° எனில்,
அக்கோணம் நேர்கோணம் எனப்படும்.

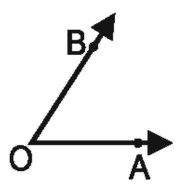
கடிகாரத்தில் மணி 6—க்கு ஏற்படும் கோண அளவு.

குறுங்கோணம் : (Acute Angle)



கோண அளவு 0° ஐ விட அதிகமாகவும் 90° ஐ விடக் குறைவாகவும் உள்ளது எனில், அக்கோணம் குறுங்கோணம் ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு : 2°, 10°, 37°, 80°, 89°

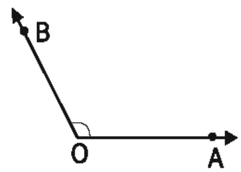


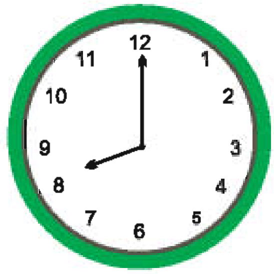
கடிகாரத்தில் மணி 11.55—க்கு ஏற்படும் கோண அளவு.

விரிகோணம் : (Obtuse Angle)

கோண அளவு 90° விட அதிகமாகவும், 180° ஐ விடக் குறைவாகவும் உள்ளது எனில், அக்கோணம் விரிகோணம் ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு : 91°, 96°, 142°, 160°, 178°

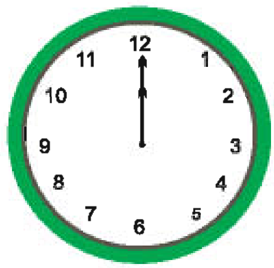




கடிகாரத்தில் மணி 8 – ல் ஏற்படும் கோண அளவு (விரிகோணம்)

பூச்சியக் கோணம் : (Zero angle)

ஒரு கோணத்தின் புயங்கள் ஒன்றோடொன்று பொருந்தி இருக்கும்போது ஏற்படும் கோணத்தைப் பூச்சியக் கோணம் என்பர். இதன் கோண அளவு 0° ஆகும்.

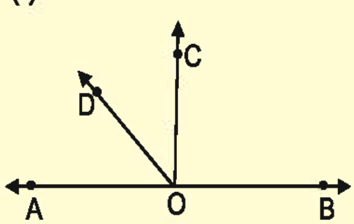


கடிகாரத்தில் மணி 12– ல் ஏற்படும் கோண அளவு (பூச்சியக் கோணம்)

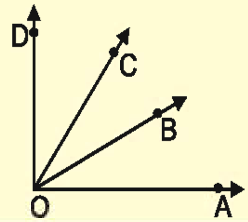
பயிற்சி 11.1

1. பின்வரும் கோணங்களில் எவை குறுங்கோணம், செங்கோணம், விரிகோணம் என எழுதுக.
   (i) 45° (ii) 138° (iii) 100° (iv) 175°
2. கடிகாரத்தில் கீழுள்ள நேரங்களில் மணி முள்ளுக்கும் நிமிட முள்ளுக்கும் இடையே ஏற்படும் கோணங்களை வகைப்படுத்துக.
   (i) 12.10 (ii) 4.00 (iii) 9.00 (iv) 7.45
3. படங்களில் உள்ள கோணங்களின் பெயர்களை எழுதி, அவை எவ்வகைக் கோணம் என்பதை குறிப்பிடுக.

(i)

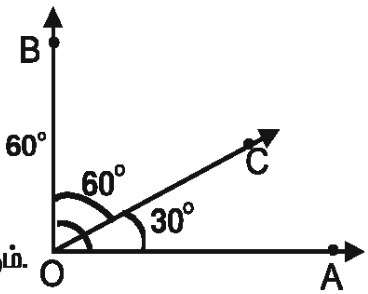


(ii)



11.2 நிரப்புக் கோணங்களும் மிகை நிரப்புக் கோணங்களும்:

நிரப்புக் கோணங்கள்: (Complementary Angles)



படத்தில் உள்ள கோணம் $\angle AOB = 90^\circ$
அதாவது, செங்கோணம் என்பது நாம் அறிந்ததே;

இதில் உள்ள மற்றக் கோணங்கள் $\angle AOC = 30^\circ, \angle COB = 60^\circ$

இதிலிருந்து கோணங்கள் $\angle AOC$ மற்றும் $\angle COB$

இவற்றைக் கூட்ட நமக்குக் கிடைக்கும் கோணம் 90° ஆகும்.
(அ–து) $30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$
$30^\circ, 60^\circ$ இவை நிரப்புக்கோணங்கள் ஆகும். இவ்வாறு ,

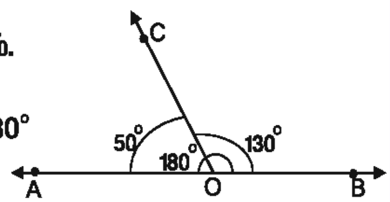
இரு கோண அளவுகளின் கூடுதல் 90° எனில், அக்கோணங்கள் ஒன்றுக்கொன்று நிரப்புக் கோணங்கள் எனப்படும்.

(எ.கா) ஏணி சுவரில் சாய்த்து வைக்கப்பட்டிருக்கும்பொழுது சுவற்றோடும் தரையோடும் ஏற்படுத்தும் கோண அளவுகள் எப்பொழுதும் நிரப்புக் கோணங்களாகவே இருக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு : 1

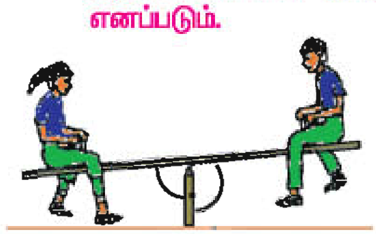
40° இன் நிரப்புக் கோணம் = $90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$
66° இன் நிரப்புக் கோணம் = $90^\circ - 66^\circ = 24^\circ$
35° இன் நிரப்புக் கோணம் = $90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$

மிகை நிரப்புக் கோணங்கள் : (Supplementary angles)



படத்தில் உள்ள நேர்கோடு AB புள்ளி 'O' உடன் உண்டாக்கும் கோணம் நேர்கோணம் அதாவது 180° என்பதை நாம் அறிவோம்.
இதில் $\angle AOC = 50^\circ$ மற்றும் $\angle COB = 130^\circ$
மேலும் இவற்றின் கூடுதல் 180° ஆகும். (அ–து) $130^\circ + 50^\circ = 180^\circ$
130° மற்றும் 50° ஆகியன ஒன்றுக்கொன்று மிகை நிரப்புக் கோணங்கள் ஆகும்.

இரு கோணங்களின் கூடுதல் 180° எனில், அக்கோணங்கள் ஒன்றுக்கொன்று மிகை நிரப்புக் கோணங்கள் எனப்படும்.



(எ.கா)

ஆட்டப்பலகையில் மையப் புள்ளியில் ஏற்படும் கோண அளவுகள்
எப்பொழுதும் மிகை நிரப்பிகளாகவே இருக்கும்.

40° இன் மிகை நிரப்புக் கோணம் = $180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$
110° இன் மிகை நிரப்புக் கோணம் = $180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$

78° இன் மிகை நிரப்புக் கோணம் = $180^\circ - 78^\circ = 102^\circ$
66° இன் மிகை நிரப்புக் கோணம் = $180^\circ - 66^\circ = 114^\circ$

பயிற்சி 11.2

1. பின்வரும் கோணங்களின் நிரப்புக் கோணங்களை எழுதுக.

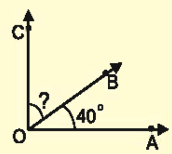
(i) 37° (ii) 42° (iii) 88° (iv) 0° (v) 16°

2. பின்வரும் கோணங்களின் மிகை நிரப்புக் கோணங்களை எழுதுக.

(i) 6° (ii) 27° (iii) 88° (iv) 104° (v) 116° (vi) 146° (vii) 58°
(viii) 179°

3. கோணம் காண்க.

படத்தில் $\angle BOC$ = -----------



4. சரியா ? தவறா ?

(i) ஒரு நேர்கோட்டின் கோணம் 180°.

(ii) இரு கோணங்களின் கூடுதல் 90° எனில், அவை நிரப்புக் கோணங்கள்.

(iii) 26° இன் நிரப்புக் கோணம் 84°.

(iv) இரு கோணங்களின் கூடுதல் 180° எனில், அது செங்கோணம் எனப்படும்.

(v) ஒரு குறுங்கோணத்தின் நிரப்புக்கோணம் குறுங்கோணமாகவே இருக்கும்.

(vi) 110° இன் மிகை நிரப்புக் கோணம் 70°.

5. நிரப்புக் கோணங்கள், மிகை நிரப்புக் கோணங்கள் என வகைப்படுத்துக.

(i) $25^\circ, 65^\circ$ (ii) $120^\circ, 60^\circ$ (iii) $45^\circ, 45^\circ$ (iv) $100^\circ, 80^\circ$

6. (i) ஒரு கோணமும் அதன் நிரப்பியும் சமம் எனில், அக்கோணங்களைக் காண்க.

(ii) ஒரு கோணமும் அதன் மிகைநிரப்பியும் சமம் எனில், அக்கோணங்களைக் காண்க.

7. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக.

(i) ஒரு செங்கோணத்தின் மிகைநிரப்புக் கோணம் ------------ ஆகும்.

(ii) ஒரு குறுங்கோணத்தின் மிகைநிரப்புக் கோணம் ------------ ஆகும்.

(iii) ஒரு விரிகோணத்தின் மிகைநிரப்புக் கோணம் ------------ஆகும்.

(iv) ஒரு குறுங்கோணத்தின் நிரப்புக்கோணம் -----------ஆகும்.

11.3 முக்கோணங்கள்

நமக்குக் கோணங்களும் தெரியும், முக்கோணங்களும் தெரியும். இரண்டிற்கும் என்ன தொடர்பு ?

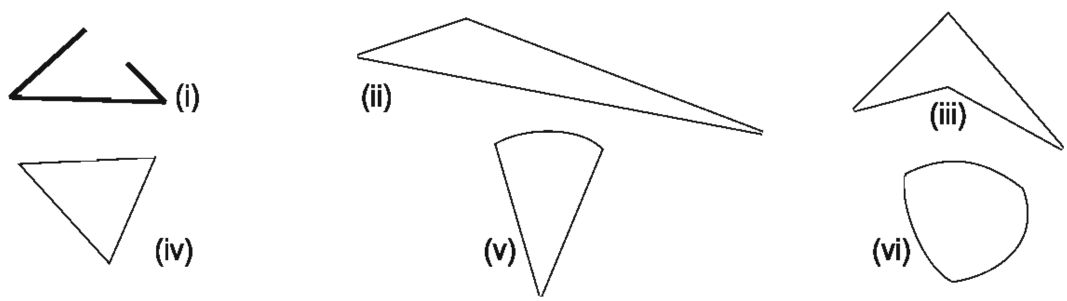
“இது என்ன கேள்வி ? முக்கோணம் என்பது மூன்று கோணங்களைக் கொண்டது” என்று நீங்கள் வியக்கலாம்.

“தமிழ் சொற்படி சரியாகத் தான் தெரிகிறது. ஆனால், முக்கோணம் என்றால் மூன்று பக்கங்கள் கொண்டது, செவ்வகம் என்றால் நான்கு பக்கங்கள் கொண்டது என்று தானே இதுவரை படித்தோம் !” என்று மற்றொருவர் கூறலாம்.

இரண்டுமே சரிதான்.

முக்கோணம் என்பது மூன்று பக்கங்கள் (கோட்டுத் துண்டுகள்) கொண்ட மூடிய வடிவம். இதில் மூன்று கோணங்கள் உருவாகும். அதனால், அதனை முக்கோணம் என்கிறோம்.

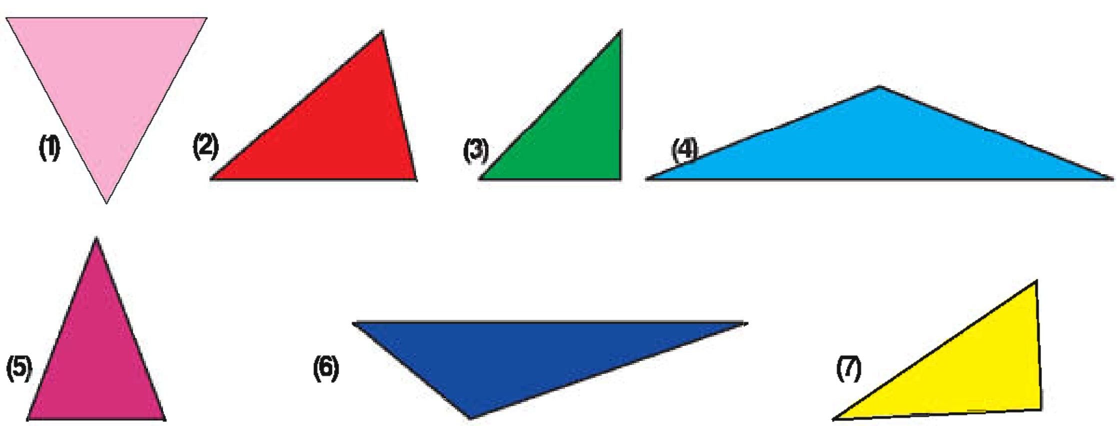
கீழுள்ள வடிவங்களில் எவை முக்கோணங்கள் என்று கண்டுபிடிக்க.



முக்கோணங்களின் வகைகள்

ஒரு முக்கோணத்தை அதன் பக்க அளவுகள் மற்றும் கோண அளவுகளைக் கொண்டு வகைப்படுத்தலாம்.

பின்வரும் முக்கோணங்களின் பக்க அளவுகள் மற்றும் கோண அளவுகளை அளந்து அட்டவணையில் நிரப்புக.



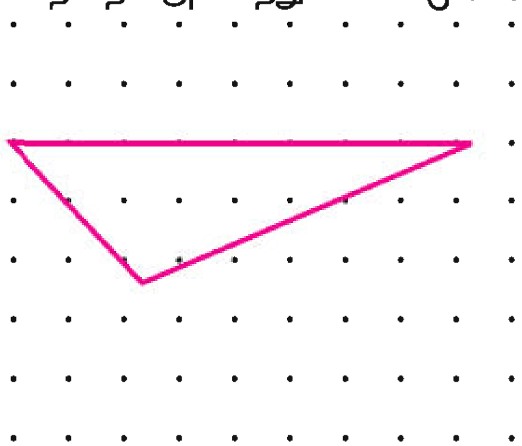
படம்	கோண அளவுகள்	கோண அளவுகளின் கூடுதல்	கோணங்களின் அமைப்பு	பக்க அளவுகள்	முக்கோணத்தின் அமைப்பு
1	60°, 60°, 60°	180°	மூன்று கோணங்கள் சமம்	3 செ.மீ.,3 செ.மீ., 3 செ.மீ.	சம பக்க முக்கோணம்
2					
3					
4					
5					
6					
7					

மேற்கண்ட முக்கோணங்களில் இரு பக்க அளவுகளின் கூடுதலுடன் மூன்றாம் பக்க அளவை ஒப்பிடுக.

இச் செயல்பாடுகளிலிருந்து நாம் அறிவது:

- ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்கள் சமம் எனில், மூன்று பக்க அளவுகளும் சமம்.
- ஒரு முக்கோணத்தின்மூன்று பக்க அளவுகள் சமம் எனில், மூன்று கோணங்களும் சமம்.
- ஒரு முக்கோணத்தின்இரண்டு கோணங்கள் சமம் எனில், இரண்டு பக்க அளவுகள் சமம்.
- ஒரு முக்கோணத்தின்இரண்டு பக்க அளவுகள் சமம் எனில், இரண்டு கோணங்கள் சமம்.
- ஒரு முக்கோணத்தின்கோணங்கள் வெவ்வேறானவை எனில், பக்க அளவுகளும் வெவ்வேறானவை.
- ஒரு முக்கோணத்தின்பக்க அளவுகள் வெவ்வேறானவை எனில், கோணங்களும் வெவ்வேறானவை.
- ஒரு முக்கோணத்தின்மூன்று கோணங்களின் கூட்டு மதிப்பு 180°
- ஒரு முக்கோணத்தின்எந்த இரு பக்க அளவுகளின் கூடுதலும் மூன்றாவது பக்க அளவை விட அதிகம்.

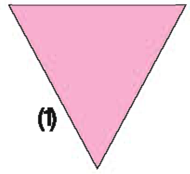
மேற்கூறிய அனைத்தும் எல்லா முக்கோணங்களுக்கும் பொருந்தும்!



செய்து பார்க்க :

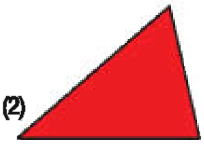
வடிவ–பலகையில் (Geo Board) இரப்பர் பேண்டுகளைப் பயன்படுத்திப் பல முக்கோண வடிவங்களை அமைத்து அவற்றின் பண்புகளை ஆராய்க.

பக்கங்களின் அடிப்படையில் முக்கோணங்கள்


(1)

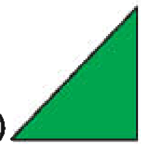
ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று பக்க அளவுகளும் சமம் எனில், அது **சமபக்க முக்கோணம்** எனப்படும்.

எடுத்துக்காட்டு: படம் – (1)


(2)

ஒரு முக்கோணத்தின் இரண்டு பக்க அளவுகள் சமம் எனில், அது **இரு சமபக்க முக்கோணம்** எனப்படும்.

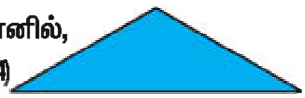
எடுத்துக்காட்டு: படங்கள் – (3), (4), (5)


(3)

ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று பக்க அளவுகளும் வெவ்வேறானவை எனில், அது **அசமபக்க முக்கோணம்** எனப்படும்.

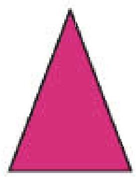
எடுத்துக்காட்டு: படங்கள் – (2), (6), (7)

கோணங்களின் அடிப்படையில் முக்கோணங்கள்


(4)

ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களும் குறுங்கோணங்கள் எனில், அது **குறுங்கோண முக்கோணம்** எனப்படும்.

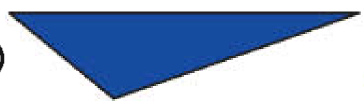
எடுத்துக்காட்டு: படங்கள் – (1), (2), (5)

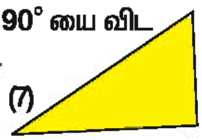

(5)

ஒரு முக்கோணத்தின் ஏதாவது ஒரு கோணம் செங்கோணம் எனில், அது **செங்கோண முக்கோணம்** எனப்படும்.

எடுத்துக்காட்டு: படங்கள் – (3), (7)

ஒரு முக்கோணத்தின் ஏதாவது ஒரு கோணம் விரிகோணமாக இருந்தால் (90° யை விட அதிகமாயின்) அது **விரிகோண முக்கோணம்** எனப்படும்.


(6)


(7)

எடுத்துக்காட்டு: படங்கள் – (4),(6)

இப்பொழுது சில கேள்விகள் எழுகின்றன.

1. ஒரு முக்கோணத்தில் ஒரு செங்கோணமும் ஒரு விரி கோணமும் இருந்தால், அது எந்த வகையைச் சேரும் ?
2. ஒரு முக்கோணத்தில் இரண்டு விரிகோணங்களோ அல்லது செங்கோணங்களோ அமைய வாய்ப்பு உள்ளதா ?

   கேள்வி 1–ன் படி ஒரு செங்கோணமும் ஒரு விரிகோணமும் இருந்தால், அந்த இரண்டின் கூட்டுத் தொகையே 180°ஐ விட அதிகமாக இருக்கும் (ஏன் ?).

   எனவே, அப்படி ஒரு முக்கோணம் அமைய முடியாது.

எடுத்துக்காட்டு : 2

பக்க அளவுகளைக் கொண்டு எவ்வகை முக்கோணம் என எழுதுக.

(i) △ABCல் AB = 7 செமீ BC = 8 செமீ CA = 6 செமீ

(ii) △PQR ல் PQ = 5 செமீ QR = 4 செமீ PR = 4 செமீ

தீர்வு:

(I) பக்க அளவுகள் அனைத்தும் வெவ்வேறானவை. எனவே, △ABC ஓர் அசமபக்க முக்கோணம்.

(ii) QR = PR = 4 செமீ. இரு பக்க அளவுகள் சமம். எனவே, △PQR ஓர் இரு சமபக்க முக்கோணம்.

எடுத்துக்காட்டு : 3

4 செமீ, 10 செமீ, 5 செமீ அளவுகள் உடைய முக்கோணம் வரைய இயலுமா ? காரணம் கூறுக.

தீர்வு :

10 + 4 = 14 என்பது 5 விடப் பெரியது.

10 + 5 = 15 என்பது 4 விடப் பெரியது.

4 + 5 = 9 என்பது 10 விடக் குறைவானது.

முக்கோணத்தை அமைக்க இயலாது. ஏனெனில், இருபக்க அளவுகளின் கூடுதல் மூன்றாவது பக்க அளவை விடக் குறைவாக உள்ளது.

எடுத்துக்காட்டு : 4

கோணங்களைக் கொண்டு எவ்வகை முக்கோணம் எனக் கூறுக.

(i) $60°, 45°, 75°$ (ii) $20°, 90°, 70°$ (iii) $104°, 35°, 41°$

தீர்வு :

(I) மூன்று கோணங்களும் $90°$ஐ விடக் குறைவு. எனவே, இது குறுங்கோண முக்கோணம் ஆகும்.

(ii) ஒரு கோணத்தின் அளவு $90°$ எனவே, இது செங்கோண முக்கோணம் ஆகும்.

(iii) ஒரு கோணத்தின் அளவு $90°$ ஐ விட அதிகம். எனவே, இது விரிகோண முக்கோணம் ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு : 5

$30°, 80°, 85°$ கோணங்களை உடைய முக்கோணத்தை அமைக்க முடியுமா ?

தீர்வு :

மூன்று கோணங்களின் கூடுதல் $30° + 80° + 85° = 195°$ ஆனால், ஒரு முக்கோணத்தின் கோணங்களின் கூடுதல் $180°$ மட்டுமே இருக்க வேண்டும். எனவே, மேற்கண்ட கோணங்களைக் கொண்டு ஒரு முக்கோணத்தை அமைக்க இயலாது.

எடுத்துக்காட்டு : 6

ஒரு முக்கோணத்தின் இரண்டு கோணங்கள் 100°, 120° ஆக இருக்க முடியுமா ?

தீர்வு:

இந்த இரு கோணங்களின் கூட்டுத் தொகை $100^\circ + 120^\circ = 220^\circ$. இது 180°ஐ விட அதிகமாக உள்ளது. ஆனால், மூன்று கோண அளவுகளையும் சேர்த்தாலே 180° தான் இருக்க வேண்டும்! ஆக, மூன்றாவது கோணம் பற்றித் தெரியவில்லை என்றாலும் 100°, 120° ஆகியவை ஒரே முக்கோணத்தின் கோணங்களாக இருக்காது.

எனவே, ஒரு முக்கோணத்தில் இரு விரிகோணங்கள் இருக்க முடியாது.

பயிற்சி 11.3

1. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக.
   - (i) ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் கூடுதல் -------- ஆகும்.
   - (ii) ஒரு சமபக்க முக்கோணத்தில் -------- பக்கங்கள் சமம்.
   - (iii) இரண்டு பக்க அளவுகள் சமம் எனில் அம்முக்கோணம் -------- முக்கோணம் ஆகும்.
   - (iv) ஒரு முக்கோணத்தில் ஒரு கோணம் செங்கோணம் எனில், அம்முக்கோணம்-------- எனப்படும்.
   - (v) ஒரு முக்கோணத்தின் எந்த இருபக்க அளவுகளின் கூடுதலும் மூன்றாவது பக்க அளவைவிட ------------ இருக்கும்.
   - (vi) முக்கோணம் பக்க அளவுகளைக் கொண்டு ------- வகையாகப் பிரிக்கப்படுகின்றது.
   - (vii) முக்கோணம் கோண அளவுகளைக் கொண்டு ------- வகையாகப் பிரிக்கப்படுகின்றது.
2. ஒரு முக்கோணத்தின் ஆறு பகுதிகள் யாவை ?
3. பின்வரும் கோணங்களைக் கொண்டு முக்கோணங்களை வகைப்படுத்தவும்.

வரிசை எண்	கோணம் $\angle A$	$\angle B$	$\angle C$	வகை
(i)	30°	45°	105°	
(ii)	25°	90°	65°	
(iii)	62°	45°	73°	
(iv)	120°	30°	30°	

4. பின்வரும் கோண அளவுகளைக் கொண்ட முக்கோணம் இருக்க முடியுமா ?

(i) 30°, 60°, 90°

(ii) 40°, 100°, 40°

(iii) 60°, 70°, 20°

(iv) 50°, 75°, 65°

(v) 90°, 90°, 0°

5. பின்வரும் பக்க அளவுகளைக் கொண்டு முக்கோணங்களை வகைப்படுத்தவும்.

வரிசை எண்	AB செ. மீ	BC செ. மீ	CA செ. மீ	வகை
(i)	5	2	5	
(ii)	3	3	3	
(iii)	6	7	3	
(iv)	4	5	7	

6.பின்வரும் பக்க அளவுகளைக் கொண்டு முக்கோணங்கள் அமைக்க இயலுமா?

(i) 3 செ.மீ, 6 செ.மீ, 9 செ.மீ (ii) 10 செ.மீ, 6 செ.மீ, 3 செ.மீ

(iii) 15 செ.மீ, 10 செ.மீ, 8 செ.மீ (iv) 12 செ.மீ, 20 செ.மீ, 8 செ.மீ

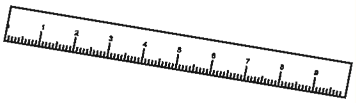
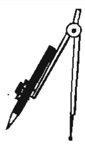
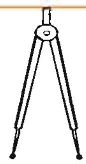
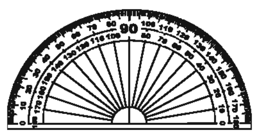
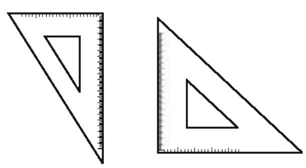
12.செய்முறை வடிவியல்
(Practical Geometry)

வாழ்க்கையில் தினம் நாம் பல வடிவங்களைப் பார்க்கின்றோம். இவ்வடிவங்களில் பல கோடுகளும், கோணங்களும் உள்ளன. பல வடிவங்களை நாம் படங்களாக வரைகின்றோம். படங்கள் வரைவதற்கு அளவுகோல், கவராயம், கவை, பாகைமானி, மூலை மட்டங்கள் போன்ற கருவிகளைப் பயன்படுத்துகின்றோம். இவை அனைத்தும் வடிவியல் கருவிப் பெட்டியில் உள்ளன.

12.1 வடிவியல் கருவிப் பெட்டி

வடிவியல் கருவிப் பெட்டியிலுள்ள உபகரணங்கள்

அளவுகோல், கவராயம், கவை, பாகைமானி அல்லது கோணமானி, ஒரு சோடி மூலை மட்டங்கள்

வ.எண்	படமும் பெயரும்	படக் குறிப்பு	பயன்கள்
1	அளவுகோல் 	ஒரு விளிம்பு சென்டி மீட்டர் அளவிலும், மற்றொரு விளிம்பு அங்குல அளவிலும் உள்ளது.	1. கோடுகள் வரைய. 2. கோட்டுத்துண்டுகளின் நீளங்களை அளக்க.
2	கவராயம் 	ஒரு பக்கம் கூரிய முனையும் மற்றொரு பக்கம் பென்சிலும் பொருத்தக்கூடிய ஒரு கருவி	குறிப்பிட்ட அளவுள்ள வட்டம் அல்லது வட்டப்பகுதியை வரைய.
3	கவை 	இரு பக்கமும் கூரிய முனைகள்	1. கோட்டுத் துண்டின் நீளத்தை அளக்க. 2. கோட்டுத் துண்டுகளின் நீளங்களை ஒப்பிட.
4	கோணமானி 	1. அரைவட்ட வடிவில் உள்ளது. 0° யிருந்து 180° வரை இருபுறமும் தொடங்கி மறுபுறம் வரை கோண அளவு உள்ளது.	1. கோணங்களை அளக்க. 2. கோணங்களை வரைய.
5	மூலை மட்டங்கள் 	1. 45° , 45° , 90° கோண அளவுகள் உள்ள முக்கோண வடிவம் 2. 30°, 60°, 90° கோண அளவுகள் உள்ள முக்கோண வடிவம்.	1. செங்குத்துக் கோடுகள் வரைய. 2. இணைகோடுகள் வரைய.

நினைவில் கொள்ள வேண்டியது:

1. வடிவியல் கருவியின் விளிம்புகள் மற்றும் முனைகளை நல்ல நிலையில் வைத்திருக்க வேண்டும்.
2. கவராயத்தில் பொருத்துவதற்கு ஒரு கூர்முனைப் பென்சிலும், கோடு போடுதல், வரைதல் போன்றவற்றிற்கு மற்றொரு கூர்முனைப் பென்சிலும் வைத்திருக்க வேண்டும்.
3. ஓர் அழிப்பானும் (Eraser) பென்சிலைக் கூர்மையாக்கும் கருவியும் (Sharpner) வடிவியல் பெட்டியில் வைத்திருக்க வேண்டும்.

12.2 கோட்டுத் துண்டினை வரைதலும், அளத்தலும்

நாம் அறிவது :

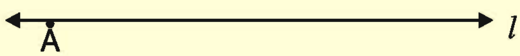
- இரு புள்ளிகளை மிகக்குறைந்த தூரத்தின் மூலம் இணைக்கும் இணைப்பு கோட்டுத்துண்டு எனப்படும். ஆனால், ஒரு கோட்டிற்கு முடிவுப் புள்ளிகள் இல்லை.
- கோட்டுத் துண்டு (line segment) AB யை $\overline{AB}$ என எழுதுகிறோம். இதனை AB எனவும் எழுதலாம்.
- கோட்டுத்துண்டு AB இன் நீளம் = கோட்டுத்துண்டு BA இன் நீளம் ($\overline{AB} = \overline{BA}$)
- கோட்டுத் துண்டின் நீளத்தை அளவுகோல், கவை கொண்டு அளக்கலாம்.

கோட்டுத்துண்டு வரைதல் :

எடுத்துக்காட்டு : 1

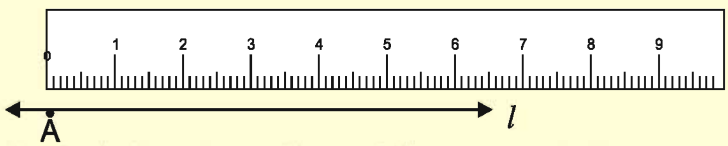
அளவுகோலின் உதவியோடு AB = **5.8** செ.மீ. அளவில் கோட்டுத்துண்டு AB வரைக.

படி : 1



I) l என்ற ஒரு கோடு வரைந்து, அதில் A என்ற ஒரு புள்ளியைக் குறிக்க.

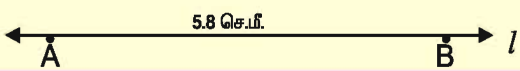
படி : 2



கோட்டின் மீது, ஓர் அளவுகோலைப் பொருத்துக. புள்ளி A யும் அளவுகோலின் பூச்சியமும் ஒரேபுள்ளி மீது அமையுமாறு பொருத்துக.

படி : 3

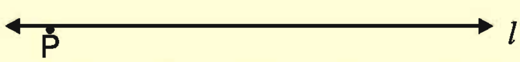
i) A யிலிருந்து **5.8** செ.மீ. உள்ள இடத்தைக் கவனிக்க.
ii) 5.8 க்கு நேராக B என்று குறிக்க.
iii) $\overline{AB}$= 5.8 செ.மீ. இது தேவையான கோட்டுத்துண்டு ஆகும்.



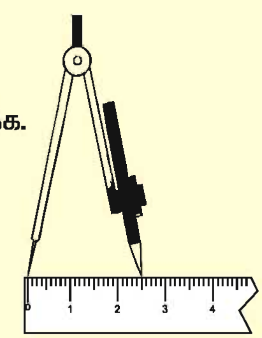
எடுத்துக்காட்டு : 2

அளவுகோல் மற்றும் கவராயம் உதவியோடு $\overline{PQ}$ = **2.5** செ.மீ. அளவில் கோட்டுத்துண்டு PQ வரைக.

படி : 1



l என்ற ஒரு கோடு வரைந்து, அதில் P என்ற ஒரு புள்ளியைக் குறிக்க.



படி : 2

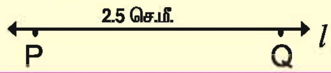
அளவுகோலில் கவராயத்தின் உதவியால் படத்தில் காட்டியபடி **2.5** செ.மீ. அளவு எடுக்க.

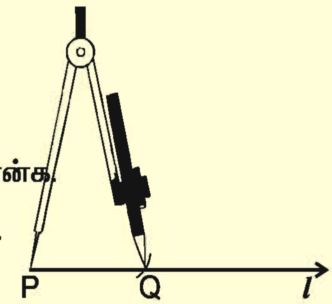
படி : 3

i) கவராயத்தின் கூரான முனையை P என்ற புள்ளியின் மீது பொருத்துக.

ii) பென்சிலின் மறு முனை கோடு l ல் வெட்டும் புள்ளியை Q என்க.

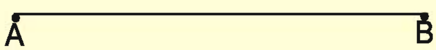
iii) $\overline{PQ}$ = 2.5 செ.மீ. இது தேவையான கோட்டுத்துண்டு ஆகும்.

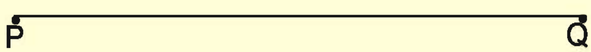




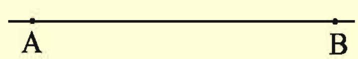
பயிற்சி 12.1

1. அளவுகோலையும் மற்றும் கவராயத்தையும் பயன்படுத்திக் கீழுள்ள கோட்டுத்துண்டுகளின் நீளங்களை அளந்து எழுதுக:

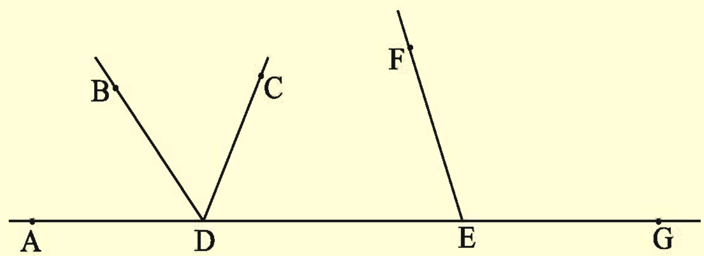
i) 

ii) 

2. பின்வரும் கோட்டுத்துண்டுகளை அளந்து எழுதுக.

i) 

AB = -------

ii) 

AD =

BD =

CD =

AE =

DE =

EF =

EG =

DG =

AG =

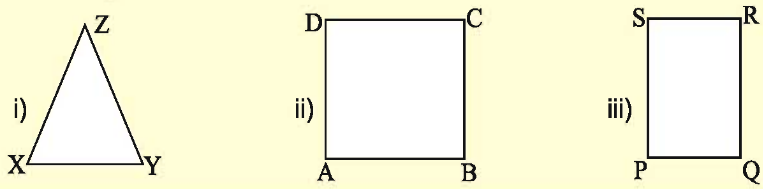
3. அளவுகோலை மட்டும் பயன்படுத்திக் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளுக்கு கோட்டுத்துண்டுகளை வரைக.

i) CD = 7.5 செ.மீ. ii) MN = 9.4 செ.மீ. iii) RS = 5.2 செ.மீ.

4. அளவுகோல் மற்றும் கவராயத்தைப் பயன்படுத்திக் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளுக்கு கோட்டுத்துண்டுகள் வரைக.

i) XY = 7.8 செ.மீ. ii) PQ = 5.3 செ.மீ. iii) AB = 6.1 செ.மீ.

5. கொடுக்கப்பட்ட உருவங்களின் சுற்றளவைக் காண்க.



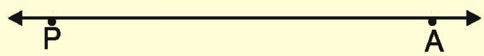
12.3 கோணங்களை வரைதலும், அளத்தலும்

கோணத்தின் அலகு பாகை (Degree) ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு : 3

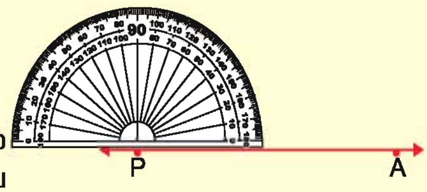
குறுங்கோணம் 60° ஐ வரைக.

படி : 1



i) PA என்ற கோட்டுத் துண்டு வரைக.

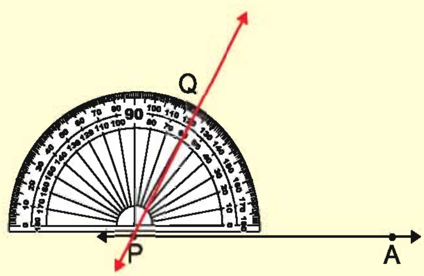
படி : 2



i) கோணமானியை PA என்ற கோட்டுத் துண்டின்மீது வைக்க.

ii) கோணமானியின் மையப்புள்ளி P என்ற புள்ளியில் பொருந்து மாறு படத்தில் காட்டியவாறு கோணமானியை PA இன் மீது பொருத்துக.

படி : 3



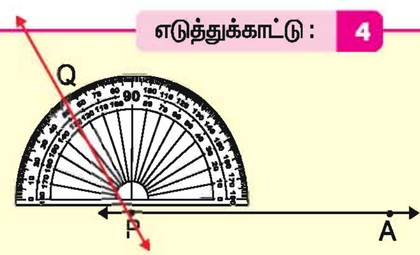
i) PA என்ற கோட்டு திசையில் 0° இல் தொடங்கி ஏறுவரிசையில் (கடிகார எதிர் திசையில்) கோணமானியின் அரைவட்டவிளிம்பில் 60° க்கு நேராகக் கூர்முனைப் பென்சிலால் Q என்று குறிக்க.

ii) கோணமானியை எடுத்த பின்னர் P, Q என்ற புள்ளிகளை நேர்கோட்டில் இணைக்க.

iii) இப்போது தேவையான கோணம் $m\angle APQ = 60^\circ$ ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு : 4

விரிகோணம் 125° ஐ வரைக.



படி 1, படி 2 ஐ எடுத்துக்காட்டு 3ஐ போலச் செய்க.

படி : 3

i) O° இல் தொடங்கி ஏறு வரிசையில் (கடிகாரத்திசையின் எதிர் திசையில்) கோணமானியின் அரைவட்ட விளிம்பில் 120° க்கும் 130° க்கும் நடுவில் 125° க்கு நேராகக் கூர்முனைப் பென்சிலால் Q என்று குறிக்க.

ii) கோணமானியை எடுத்த பின்னர் PQ வை நேர்கோட்டில் இணைக்க.

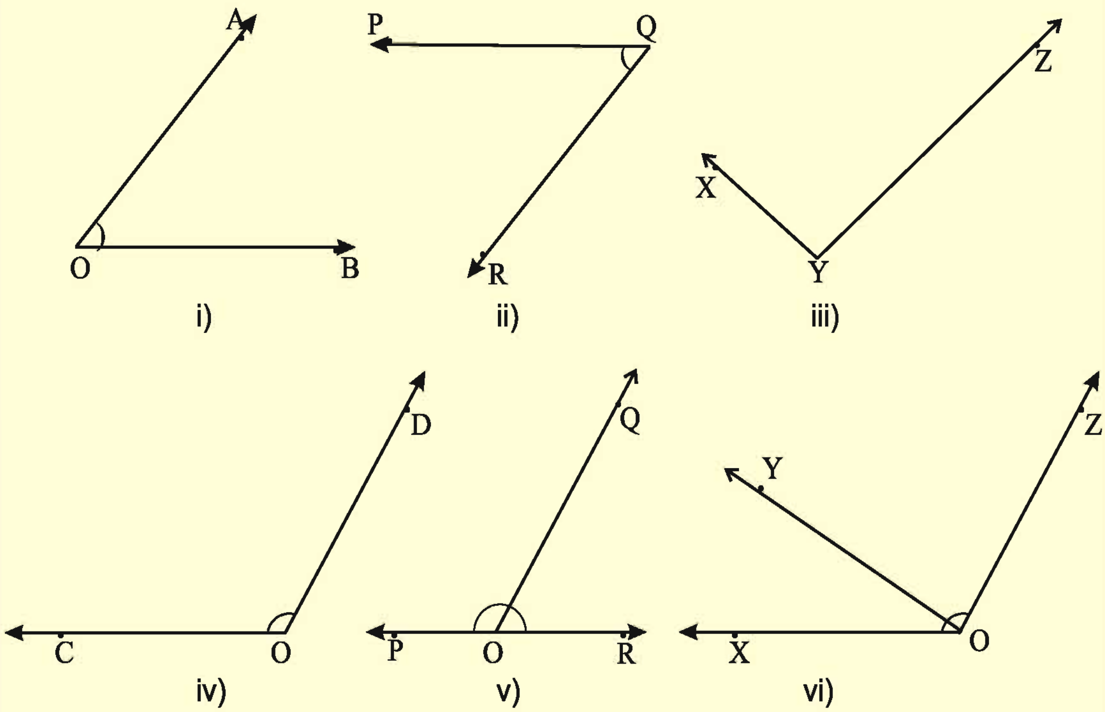
இப்போது தேவையான கோணம் $m\angle APQ = 125^\circ$ ஆகும்.

பயிற்சி 12.2

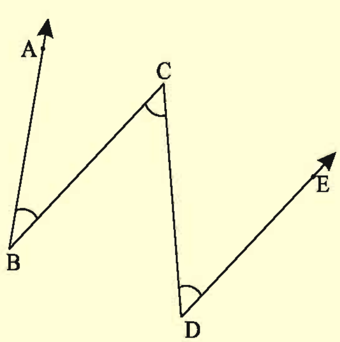
1. கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளுக்குக் கோணங்கள் வரைந்து பெயரிடுக:
   i) 65°   ii) 35°   iii) 110°   iv) 155°   v) 69°

2. கடிகாரத்தில் நேரம் 9 மணி, 4 மணி, 12 மணி ஆக இருக்கும்போது பெரியமுள், சிறியமுள் ஆகியவை ஏற்படுத்தும் கோண அளவுகளை வரைந்து அளந்தெழுதுக.

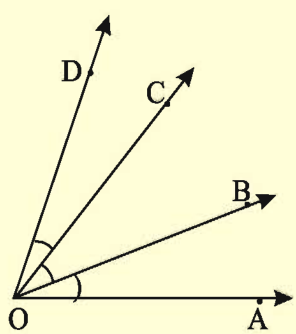
3. கொடுக்கப்பட்ட படங்களில் கோண அளவுகளை அளந்து பெயரிட்டு வகைப்படுத்துக.



4. கொடுக்கப்பட்ட படத்தில் m∠ ABC, m∠ BCD, m∠ CDE இன் அளவுகளை அளந்து எழுதுக.

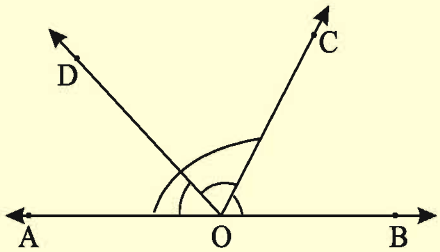


5. கொடுக்கப்பட்ட படத்தில் பின்வரும் ஆறு கோணங்களை அளந்து எழுதுக.



1. m∠ AOB
2. m∠ AOC
3. m∠ AOD
4. m∠ BOC
5. m∠ BOD
6. m∠ COD

6. கொடுக்கப்பட்ட படங்களில் கோண அளவுகளை அளந்து கோணங்களின் பெயருடன் எழுதுக.

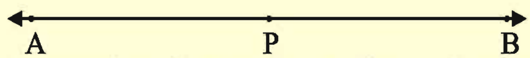


12.4 செங்குத்துக் கோடு, இணைகோடுகள் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு : 5

மூலைமட்டத்தையும் அளவுகோலையும் பயன்படுத்திக் கோட்டின் மீதுள்ள ஒரு புள்ளியில் செங்குத்துக்கோடு வரைதல்.

படி : 1



i) அளவுகோலின் உதவியால் AB என்ற கோடு வரைக.

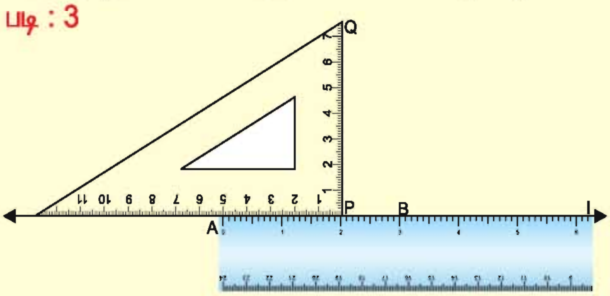
ii) கோட்டின்மீது P என்ற புள்ளியைக் குறிக்க.

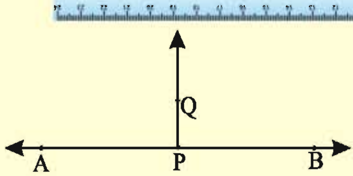
படி : 2

i) கோடு AB இல் பொருந்துமாறு அளவுகோலை அமைக்க.

ii) மூலைமட்டத்தில் செங்கோணத்தை உருவாக்கும் ஒரு பக்கம் அளவுகோலின்மீதும் மற்றொரு பக்கம் படத்தில் காட்டியவாறும் அமைக்க.

படி : 3





i) அளவுகோலை நகர்த்தாமல் மூலைமட்டத்தை P என்ற புள்ளியைநோக்கி நகர்த்துக.

ii) மூலைமட்டத்தின் விளிம்பை ஒட்டி P வழியாக PQ என்ற கோட்டுத்துண்டு வரைக.

iii) PQ ஆனது AB க்கு செங்குத்துக் கோடாகும்.

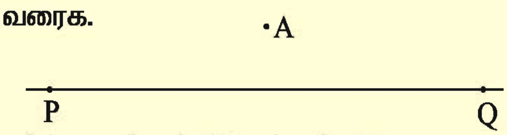
$m\angle APQ = m\angle BPQ = 90^\circ$

என்பதை அளந்து சரிபார்க்க.

எடுத்துக்காட்டு : 6

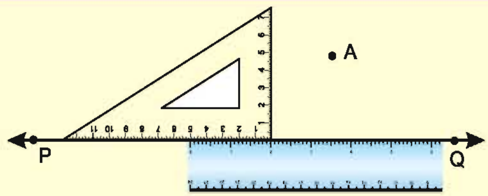
மூலைமட்டத்தையும் அளவுகோலையும் பயன்படுத்திக் கோட்டிற்கு மேலேயுள்ள ஒரு புள்ளி வழியே செங்குத்துக்கோடு வரைக.

படி : 1



i) அளவுகோலின் உதவியால் PQ என்ற கோடு வரைக.

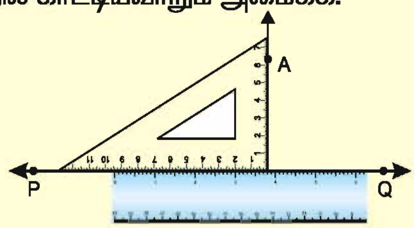
ii) கோட்டிற்குமேல் பகுதியில் A என்ற புள்ளியைக் குறிக்க.



i) கோடு PQ இல் பொருந்துமாறு அளவுகோலை அமைக்க.

ii) மூலைமட்டத்தில் செங்கோணத்தை உருவாக்கும் ஒருபக்கம் அளவுகோலின்மீதும் மற்றொரு பக்கம் படத்தில் காட்டியவாறும் அமைக்க.

படி : 3

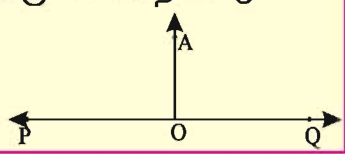


i) அளவுகோலை நகர்த்தாமல் மூலைமட்டத்தை A என்ற புள்ளியை நோக்கி நகர்த்துக.

ii) மூலைமட்டத்தின் விளிம்பை ஒட்டி A வழியாகக் கோடு PQ க்கு AO என்ற கோடு வரைக.

iii) AO ஆனது PQ க்கு செங்குத்துக் கோடாகும்.

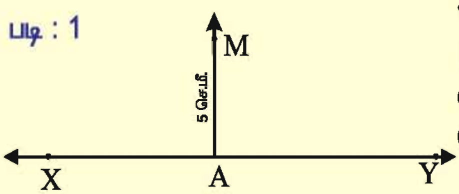
$m\angle POA = m\angle QOA = 90^\circ$ என்பதை அளந்து சரிபார்க்க.



எடுத்துக்காட்டு : 7

மூலைமட்டத்தையும், அளவுகோலையும் பயன்படுத்தி ஒரு கோட்டின் மேலேயுள்ள (5 செ.மீ. உயரம்) ஒரு புள்ளி வழியே அக்கோட்டிற்கு இணை கோடு வரைக.

படி : 1



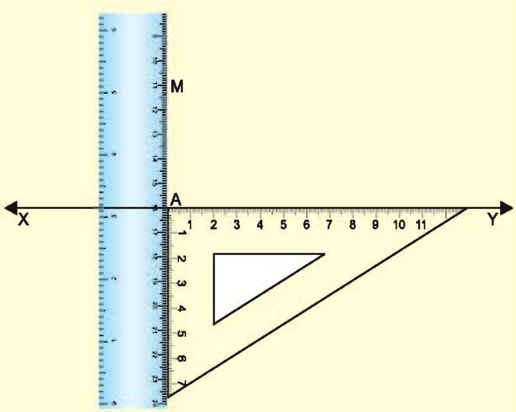
I) அளவுகோலின் உதவியால் கோடு XY வரைக. அதில் A என்ற புள்ளியைக் குறிக்க.

ii) கோட்டிற்கு மேல் AM = 5 செ.மீ. அளவில் M என்ற ஒரு புள்ளியை மூலைமட்டத்தின் உதவியால் குறிக்க.

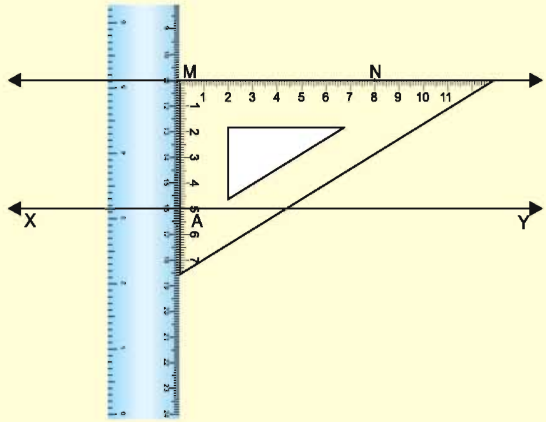
படி : 2

கோட்டுத்துண்டு XY இல் பொருந்துமாறு மூலைமட்டத்தைப் பொருத்துக.

i) அளவுகோலைப் படத்தில் காட்டியவாறு அமைக்க.



படி : 3



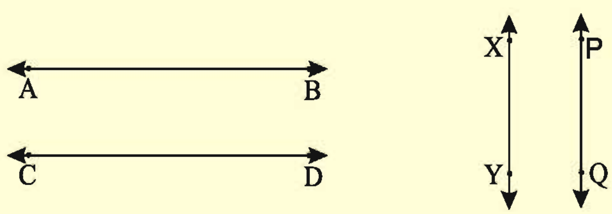
i) அளவுகோலை நகர்த்தாமல் மூலைமட்டத்தை M என்ற புள்ளி வரை நகர்த்துக.

ii) மூலைமட்டத்தின் விளிம்பை ஒட்டி M வழியாக இருபுறமும் MN என்ற கோடு வரைக.

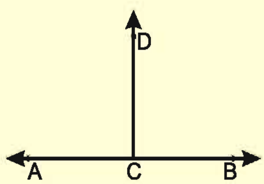
iii) MN ஆனது M வழியாக XY க்கு இணைகோடாகும்.

பயிற்சி 12.3

1. பின்வரும் இணைக்கோடுகளுக்கிடையே உள்ள தொலைவு காண்க.



2. பின்வரும் செங்குத்துக்கோடுகளில் AB, CDஇன் நீளங்களைக் காண்க.



3. 5.6 செ.மீ. அளவில் ஒரு கோட்டுத்துண்டு வரைக. கோட்டுத்துண்டின்மீது P என்ற புள்ளியைக் குறித்து P வழியே கோட்டுத்துண்டிற்குச் செங்குத்துக்கோடு வரைக.

4. 6.2 செ.மீ. அளவில் ஒரு கோட்டுத்துண்டு வரைக. கோட்டுத்துண்டிற்குமேல் பகுதியில் A என்ற ஒரு புள்ளியைக் குறிக்க. A வழியே கோட்டுத்துண்டிற்குச் செங்குத்துக் கோடு வரைக.

5. 7.1 செ.மீ. அளவில் ஒரு கோட்டுத்துண்டு வரைக. கோட்டுத்துண்டிற்குக் கீழ் பகுதியில் M என்ற ஒரு புள்ளியைக் குறிக்க. M வழியே கோட்டுத்துண்டிற்குச் செங்குத்துக் கோடு வரைக.

6. 5.2 செ.மீ. அளவில் ஒரு கோட்டுத்துண்டு வரைக. கோட்டுத்துண்டிற்கு மேற்பகுதியில் 4.3 செ.மீதூரத்தில் B என்ற புள்ளியைக் குறிக்க. B வழியே கோட்டுத்துண்டிற்கு இணைக்கோடு வரைக.

7. ஒரு கோட்டுத்துண்டு வரைக. கோட்டுத்துண்டுக்குக் கீழ்ப்பகுதியில் 5.1 செ.மீ. தூரத்தில் Q என்ற புள்ளியைக் குறிக்க. Q வழியே கோட்டுத்துண்டிற்கு இணைக்கோடு வரைக.

நினைவில் கொள்க

- இரு புள்ளிகளை மிகக்குறைந்ததூரத்தின் மூலம் இணைக்கும் இணைப்பினைக் கோட்டுத்துண்டு என்கிறோம்.
- கோட்டுத்துண்டு என்பது இரண்டு முடிவுப் புள்ளிகளை உடைய ஓர் நேர் பாதை ஆகும்.
- கோட்டுத்துண்டு AB யை $\overline{AB}$ என எழுதுகிறோம்.
- ஒரு கோட்டிற்கு முடிவுப் புள்ளிகள் இல்லை.
- கோட்டுத்துண்டு AB இன் நீளம்=கோட்டுத்துண்டு BA இன் நீளம். அதாவது $\overline{AB} = \overline{BA}$
- கோணத்தை அளக்கப் பயன்படும் அலகு பாகை ஆகும்.
- இரண்டு செங்குத்துக்கோடுகளுக்கு இடையே உள்ள கோணம் 90^0.

13. புள்ளிவிவரங்களைக் கையாளுதல்
(Data Handling)

13.1 விவரங்கள்

உனது வகுப்புக் கரும்பலகையில் தினமும் மாணவ, மாணவியரின் வருகை பற்றிய தகவல்களை வகுப்பாசிரியர் குறித்து வைப்பதைப் பார்த்திருப்பீர்கள்.

பதிவு மற்றும் வருகை பற்றிய தகவல்		ஆண்கள்	பெண்கள்	கூடுதல்
வகுப்பு : 6	பதிவு	20	20	40
நாள் : திங்கள்	வருகை	20	18	38

இதைப்போலவே, ஒரு வகுப்பில் உள்ள மாணவர்கள் ஒரு குறிப்பிட்ட தேர்வில், ஒரு குறிப்பிட்ட பாடத்தில் பெற்ற மதிப்பெண்கள், ஒரு குறிப்பிட்ட நாளில், ஒரு குறிப்பிட்ட மாநிலத்தில், பல்வேறு இடங்களில் காணப்பட்ட அதிகபட்ச தட்ப வெப்பநிலை மற்றும் குறைந்தபட்ச தட்ப வெப்பநிலை போன்ற சேகரிக்கப்பட்ட தகவல்கள் **எண்கள் சார்ந்த விவரங்கள் ஆகும்.**

> குறிப்பிட்ட தகவலை அல்லது பிற தகவல்களைத் தருமாறு திரட்டப்பட்ட எண்களின் தொகுப்பு விவரங்கள் எனப்படும்.

13.1.1 விவரங்களைச் சேகரித்தல்

அரசுக்குத் தகவல் தெரிவிப்பதற்காகப் பள்ளி மாணவ, மாணவியர் பள்ளிக்கு வந்துச் செல்லும் போக்குவரத்து முறைபற்றிய தகவல்கள் சேகரிக்கத் தீர்மானிக்கப்பட்டது. 40 மாணவ, மாணவியர் கொண்ட ஒரு வகுப்பில் இத்தகவல்களைச் சேகரித்துப் பின்வருமாறு அவர்கள் பயன்படுத்தும் போக்குவரத்து முறைகளை எழுதினார்கள்.

மாணவர் எண்	போக்குவரத்து	மாணவர் எண்	போக்குவரத்து	மாணவர் எண்	போக்குவரத்து	மாணவர் எண்	போக்குவரத்து
1	பேருந்து	11	பேருந்து	21	பேருந்து	31	பேருந்து
2	தொடர்வண்டி	12	சைக்கிள்	22	சைக்கிள்	32	சைக்கிள்
3	சைக்கிள்	13	நடை	23	நடை	33	தொடர்வண்டி
4	பேருந்து	14	பேருந்து	24	நடை	34	பேருந்து
5	நடை	15	நடை	25	நடை	35	பேருந்து
6	நடை	16	நடை	26	பேருந்து	36	நடை
7	தொடர்வண்டி	17	பேருந்து	27	பேருந்து	37	நடை
8	பேருந்து	18	பேருந்து	28	நடை	38	நடை
9	சைக்கிள்	19	தொடர்வண்டி	29	சைக்கிள்	39	தொடர்வண்டி
10	பேருந்து	20	சைக்கிள்	30	பேருந்து	40	பேருந்து

13.1.2 செப்பனிடப்படாத விவரங்கள்

மாணவ மாணவியர் எத்தனை வகையான போக்குவரத்து முறைகளைப் பயன்படுத்துகின்றனர் ? ஒவ்வொன்றிலும் எத்தனை பேர்? போன்ற விவரங்களை மேற்கண்ட பட்டியலிலிருந்து எளிதாகக் காண இயலாது. ஏனென்றால், இது தொடக்க நிலையில் கண்டறிந்த உண்மைகளின் தொகுப்பு மட்டுமே.

இந்த விவரங்கள் இன்னும் செப்பனிடப்படவில்லை. அதாவது, குறிப்பிட்ட தகவல்களைப் பெறும் வகையில் வகைப்படுத்தப்படவில்லை.

13.1.3 விவரங்களை முறைப்படுத்துதல்

மேற்கண்ட முறைப்படுத்தாத விவரங்களிலிருந்து தெரிவது – மாணவ, மாணவியரில் பலர் பள்ளிக்கு வந்துசெல்ல பேருந்து, தொடர் வண்டி, சைக்கிள், நடைப்பயணம் இவற்றில், ஏதேனும் ஒரு வகையைப் பயன்படுத்துகின்றனர்.

இந்த விவரங்களை ஒன்றன்கீழ் ஒன்றாக பின்வருமாறு எழுதிப் பின் மாணவர்களிடமிருந்து பெற்ற தகவல்களின் அடிப்படையில் அவர்கள் பயன்படுத்தும் முறைக்கு எதிரே குறியை ஒருவருக்கு ஒன்று வீதம் குறித்துக் கொண்டால், இறுதியாகக் குறிகளின் எண்ணிக்கையைக் கணக்கிட்டு ஒவ்வொரு போக்குவரத்து முறையையும் பயன்படுத்தும் மாணவர்களின் எண்ணிக்கையைக் கண்டறியலாம்.

பேருந்து	││││││││││││││││	16
தொடர்வண்டி	│││││	5
சைக்கிள்	│││││││	7
நடைப்பயணம்	││││││││││││	12
	கூடுதல்	40

'|' குறியை 'நேர்க்கோட்டுக் குறி' என அழைப்போம்.
மேற்கண்ட வகை அட்டவணையில் நேர்கோட்டு குறிகளின் எண்ணிக்கை
அதிகமாக இருக்கும்போது அவற்றைக் கணக்கிடுவதற்கு கடினமாக இருக்கும். எனவே, எளிதாக இருக்குமாறு பின்வருமாறு மாற்றி அமைப்பது வழக்கம்.

போக்குவரத்து வகை	நேர்கோட்டுக் குறிகள்	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை
பேருந்து	卌 卌 卌 │	16
தொடர்வண்டி	卌	5
சைக்கிள்	卌 ││	7
நடைப்பயணம்	卌 卌 ││	12
	கூடுதல்	40

நேர்கோட்டுக் குறிகள் ஒருவருக்கு ஒன்றுவீதம் நான்கு முறை குறித்தபின், ஐந்தாவது நேர்கோட்டுக் குறியை நான்கு நேர்கோட்டு குறிகள்மீதும் மூலை விட்டமாக அமையுமாறு குறிக்க வேண்டும். இப்போது 𝍸 என்ற நேர்கோட்டு குறிகளின் தொகுப்பை எண்ணிக்கை 5க்குச் சமமாக எடுத்துக் கொள்ள வேண்டும். எனவே, பேருந்தில் பள்ளிக்கு வந்து செல்வோர் எண்ணிக்கையை 5 + 5 + 5 +1 = 16 என எளிதில் கணக்கிட முடியும். இது போலவே மற்ற விவரங்களையும் எளிதாக அறிய முடியும். முறைப்படுத்தப்படாத விவரங்கள் எளிதில் புரிந்துகொள்ளும் வகையில் சீர்படுத்தப்பட்டுப் பின் கிடைப்பது முறைப்படுத்தப்பட்ட அல்லது வகைப்படுத்தப்பட்ட விவரங்கள் எனப்படும்.

எடுத்துக்காட்டு : 1

20 பேர் கொண்ட ஒரு வகுப்பிலுள்ள மாணவ மாணவியரிடம் பல்வேறு விளையாட்டுப் போட்டிகளுக்கு விருப்பத் தெரிவு சேகரிக்கப்பட்டது.

மாணவர் எண்	போட்டி	மாணவர் எண்	போட்டி	மாணவர் எண்	போட்டி	மாணவர் எண்	போட்டி
1	கிரிக்கெட்	6	கபடி	11	பூப்பந்து	16	பூப்பந்து
2	கபடி	7	கிரிக்கெட்	12	கபடி	17	பூப்பந்து
3	கால்பந்து	8	கிரிக்கெட்	13	கால்பந்து	18	கால்பந்து
4	கால்பந்து	9	கபடி	14	பூப்பந்து	19	பூப்பந்து
5	கபடி	10	கால்பந்து	15	கபடி	20	கால்பந்து

இந்த விவரங்களை நேர்கோட்டுக் குறிகளைப் பயன்படுத்தி வகைப்படுத்துக.

இந்த வகுப்பில் உள்ள மாணவ மாணவியர் அனைவரும் கிரிக்கெட், கபடி, கால்பந்து, பூப்பந்து இவற்றில், ஏதேனும் ஒன்றைத் தேர்ந்தெடுக்கவே விரும்புகின்றனர். எனவே, இந்த விவரங்களைப் பின்வருமாறு வகைப்படுத்தலாம்.

கிரிக்கெட்	|||	3
கபடி	𝍸 |	6
கால்பந்து	𝍸 |	6
பூப்பந்து	𝍸	5
	கூடுதல்	20

எடுத்துக்காட்டு : 2

ஒரு குறிப்பிட்ட வாரத்தில் ஒரு குறிப்பிட்ட வகுப்பில் பள்ளிக்கு வருகை தராத மாணவர்களின் எண்ணிக்கை பற்றிய வகைப்படுத்தப்பட்ட விவரம் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. ஒரு நேர்கோட்டுக் குறி ஒரு மாணவரைக் குறிக்கிறது எனில், பின்வரும் விளக்கங்களுக்கு விடையளி.

<table>
<tr><th>நாட்கள்</th><th>மாணவர்களின் எண்ணிக்கை
(நேர்கோட்டுக் குறிகளில்)</th></tr>
<tr><td>திங்கள்</td><td>卌</td></tr>
<tr><td>செவ்வாய்</td><td>||||</td></tr>
<tr><td>புதன்</td><td>||</td></tr>
<tr><td>வியாழன்</td><td></td></tr>
<tr><td>வெள்ளி</td><td>|</td></tr>
<tr><td>சனி</td><td>卌 |||</td></tr>
</table>

1. வாரத்தில் ஒவ்வொரு நாளும் பள்ளிக்கு வருகை தராதோர் எண்ணிக்கை எத்தனை?

   விடை : திங்கள் = 5, செவ்வாய் = 4, புதன் = 2, வியாழன் = 0, வெள்ளி = 1, சனி = 8

2. எந்த நாளில் அதிகமான எண்ணிக்கையில் மாணவர்கள் பள்ளிக்கு வரவில்லை ?

   விடை : சனி

3. எந்த நாளில் குறைவான எண்ணிக்கையில் மாணவர்கள் பள்ளிக்கு வரவில்லை ?

   விடை : வியாழன்

செய்து பார்க்க

உனது வகுப்பில் உள்ள மாணவ மாணவியர் மூலம் கிராமங்களில் எத்தனை வகையான வீடுகள் உள்ளன என்பதைப் பற்றிய விவரங்களைச் சேகரித்து வகைப்படுத்தவும்.

வீட்டின் வகை	நேர்கோட்டுக் குறிகள்	மொத்த வீடுகளின் எண்ணிக்கை
கூரை வீடு		
ஓட்டு வீடு		
ஆஸ் பெஸ்டாஸ் வீடு		
மாடி வீடு (அ) கான்கிரீட் வீடு		

அ) எந்த வகையான வீடுகள் அதிகமாக உள்ளன ?

ஆ) எந்த வகையான வீடுகள் குறைவாக உள்ளன ?

இ) ஏதேனும் இரண்டு அல்லது அதற்கும் அதிகமான வீடுகளின் வகைகள் சம எண்ணிக்கையில் உள்ளனவா ? ஆம் எனில், எந்தெந்த வகைகள்?

13.2 விளக்கப்படம் (Pictograph) வரைதல்

"ஒரு படம் 1000 வார்த்தைகளுக்குச் சமம்" என்றொரு பழமொழி உண்டு. பல பக்கங்கள் சொல்லும் ஒரு நிகழ்வை ஒரு படத்தின் மூலம் மிக எளிதாக விளக்கலாம். படங்களைப் புரிந்து கொள்வதும் எளிது.

எடுத்துக்காட்டு : 3

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள விளக்கப்படம், ஒரு சுற்றுலாப் பொருட்காட்சிக்கு ஐந்து வாரங்களில் வருகை புரிந்தவர்களின் எண்ணிக்கையைக் காட்டுகின்றது.

☺ 10,000 ஐக் குறிக்கும்

முதல் வாரம்	☺ ☺ ☺ ☺
இரண்டாம் வாரம்	☺ ☺ ☺ ☺ ☺
மூன்றாம் வாரம்	☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺
நான்காம் வாரம்	☺ ☺ ☺
ஐந்தாம் வாரம்	☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

வினாக்கள் :

1. முதல் வாரத்தில் சுற்றுலாப் பொருட்காட்சிக்கு வருகை புரிந்தவர்கள் எத்தனை பேர்?
2. எந்த வாரத்தில் அதிகமானவர் வருகை தந்தனர்?
3. மிகவும் குறைவானோர் வருகை புரிந்த வாரம் எது?
4. மொத்தம் எத்தனை பேர் சுற்றுலாப் பொருட்காட்சியைக் கண்டு இரசித்தனர்?

தீர்வு :

1. 40,000 பேர் முதல்வாரத்தில் வருகை புரிந்தவர்கள் ஆவர்.
2. ஐந்தாம் வாரத்தில் மிக அதிக எண்ணிக்கையிலான பார்வையாளர் வருகை புரிந்தனர்.
3. நான்காவது வாரத்தில் மிகக் குறைந்த எண்ணிக்கையிலான பார்வையாளர் வருகை புரிந்தனர்.
4. ஐந்து வாரங்களில் மொத்தம் 2,50,000 பேர் வருகை புரிந்தனர்.

எடுத்துக்காட்டு : 4

கார் தயாரிக்கும் ஒரு தொழிற்சாலையில் 2005ஆம் ஆண்டுமுதல் 2009ஆம் ஆண்டுவரை உற்பத்தி செய்யப்பட்ட கார்களின் எண்ணிக்கை அட்டவணையில் குறிப்பிடப்பட்டுள்ளது.

ஆண்டு	கார்களின் எண்ணிக்கை
2005	2000
2006	3000
2007	1000
2008	4000
2009	5000

அட்டவணையில் உள்ள விவரத்தைப் பின்வரும் விளக்கப்படம் குறிக்கின்றது.

2005ஆம் ஆண்டுமுதல் 2009ஆம் ஆண்டுவரை உற்பத்தி செய்யப்பட்ட கார்களின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கும் விளக்கப்படம்.

வினாக்கள் :

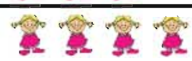
1. மிகக் குறைந்த அளவிலான கார்கள் எந்த ஆண்டு உற்பத்தி செய்யப்பட்டன ?
2. எந்த ஆண்டு 3000 கார்கள் உற்பத்தி செய்யப்பட்டன?
3. 2008ஆம் ஆண்டுவரை உற்பத்தி செய்யப்பட்ட கார்களின் எண்ணிக்கை எவ்வளவு ?
4. 2008, 2009 ஆண்டுகளில் உற்பத்தி செய்யப்பட்ட கார்களின் எண்ணிக்கை எவ்வளவு?

தீர்வு :

1. மிகக் குறைந்த அளவிலான கார்கள் 2007ஆம் ஆண்டு உற்பத்தி செய்யப்பட்டன.
2. 2006ஆம் ஆண்டு 3000 கார்கள் உற்பத்தி செய்யப்பட்டன.
3. 2008ஆம் ஆண்டுவரை 10,000 கார்கள் (2000 + 3000 + 1000 +4000 = 10,000) உற்பத்தி செய்யப்பட்டன.
4. 2008, 2009 ஆண்டுகளில் 9000 கார்கள் (4000 + 5000 = 9000) உற்பத்தி செய்யப்பட்டன

பயிற்சி 13.1

I. கீழுள்ள விளக்கப்படத்தைப் பார்த்து, அதன் கீழ்க்கொடுக்கப்பட்ட வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும். 200 மாணவிகளைக் குறிக்கும்.

2006	
2007	
2008	
2009	
2010	

ஓர் உயர்நிலைப் பள்ளியில் 2006ஆம் ஆண்டுமுதல் 2010 ஆம் ஆண்டுவரை படித்த மொத்த மாணவிகளின் எண்ணிக்கையைக் காட்டும் விளக்கப்படம்.

வினாக்கள் :

1. எந்த ஆண்டில் மிகக் குறைந்த அளவில் மாணவியர் படித்தனர் ?
2. எந்த ஆண்டில் மிக அதிக அளவில் மாணவியர் படித்தனர் ?
3. மாணவியர் எண்ணிக்கை 600 ஆக இருந்த ஆண்டுகள் எவை ?
4. மிக அதிகமாகப் பள்ளியில் படித்த மாணவியருக்கும், மிகக் குறைவாகப்பள்ளியில் படித்த மாணவியருக்கும் எண்ணிக்கையில் உள்ள வித்தியாசம் என்ன ?
5. சரியா ? தவறா ? எனக் கூறுக.
   2008, 2009 ஆண்டுகளில் சம எண்ணிக்கையிலான மாணவர்கள் பள்ளியில் படித்தனர்.

II. கீழுள்ள விளக்கப்படத்தைப் பார்த்து, அதன் கீழ்க்கொடுக்கப்பட்ட வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும். ஒவ்வொன்றும் ரூபாய் 10,000–த்தைக் குறிக்கும்.

மரம்	
மணல்	
செங்கல்	
கருங்கல்	
சிமெண்ட்	

வீடு கட்டுவதற்கான முக்கியச் செலவினத்தைக் காட்டும் விளக்கப்படம்.

வினாக்கள் :

1. விளக்கப்படம் குறிப்பிடும் செய்தி என்ன?
2. மணலுக்குச் செய்யப்படும் செலவு எவ்வளவு?
3. செங்கல், கருங்கல் இவற்றிற்கு ஆகும் செலவு எவ்வளவு?
4. எந்தப் பொளுக்கு அதிகம் செலவிடப்பட்டது?
5. வீடு கட்ட ஆகும் மொத்தச் செலவு எவ்வளவு?

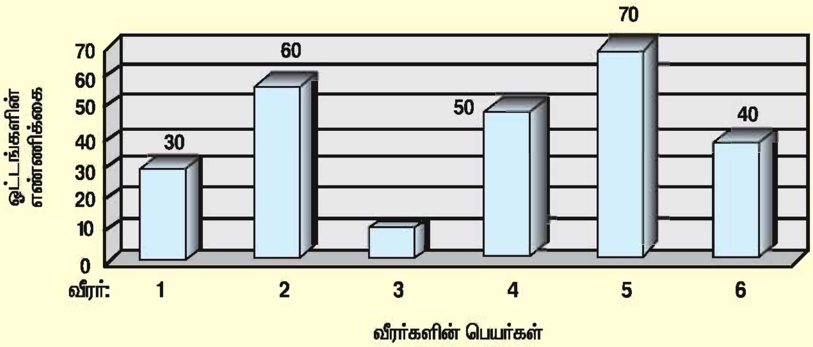
13.3 செவ்வக விளக்கப்படம் (Bar diagram) வரைதல்

* புள்ளி விவரங்களை எளிய முறையில் புரியவைக்க செவ்வக விளக்கப்படம் பயன்படுகிறது.
* எளிதாகப் புரிந்துகொள்ளவும், ஏனைய புள்ளி விவரங்களுடன் ஒப்பிட்டுப் பார்க்கவும் பயன்படுகிறது.
* நிகழ்வுச் செவ்வகம் பல செவ்வக வடிவங்களைக் கொண்டது.
* கிடைமட்டக் கோடு, செங்குத்துக் கோடு பிரிவு இடைவெளிகளின் மேல் இந்தச் செவ்வகங்கள் வரையப்படுகின்றன.

எடுத்துக்காட்டு : 5

இந்தியாவில் நடைபெற்ற ஒரு நாள் கிரிக்கெட் போட்டியில் நம் வீரர்கள் பெற்ற ஓட்டங்களின் எண்ணிக்கை கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அதற்கான செவ்வக விளக்கப்படம் வரைக.

வீரர்கள்	வீரர் – 1	வீரர் – 2	வீரர் – 3	வீரர் – 4	வீரர் – 5	வீரர் – 6
ஓட்டங்களின் எண்ணிக்கை	30	60	10	50	70	40



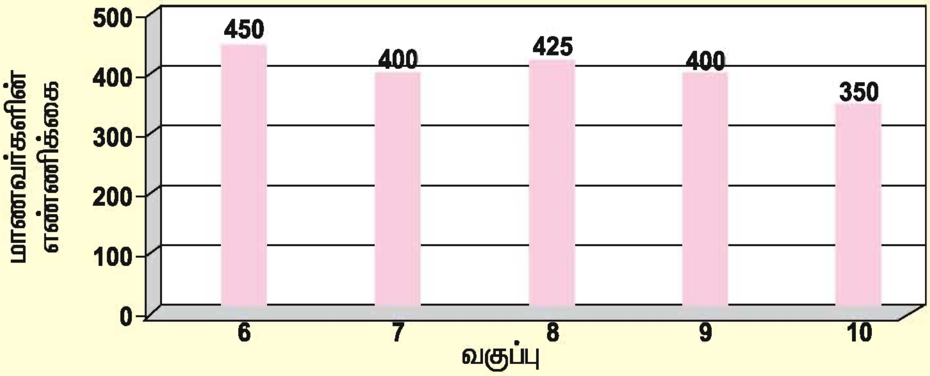
வீரர்களைக் கிடைமட்டக் கோட்டிலும், ஓட்டங்களின் எண்ணிக்கையைச் செங்குத்துக் கோட்டிலும் குறிக்க வேண்டும்.

* செங்குத்துக் கோட்டில் 1 செமீ = 10 ஓட்டங்களைக் குறிக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு : 6

ஒரு உயர்நிலைப் பள்ளியில் ஒவ்வொரு வகுப்பிலும் உள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கை கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அதற்கான செவ்வக விளக்கப்படம் வரைக.

வகுப்பு	6	7	8	9	10
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	450	400	425	400	350



* மாணவர்களின் எண்ணிக்கையைச் செங்குத்துக் கோட்டிலும், 6 முதல் 10 வகுப்புகளைக் கிடைமட்டக் கோட்டிலும் குறிக்க வேண்டும்.
* செங்குத்துக் கோட்டில் ஒவ்வொரு 1 செ.மீ. அளவும் 100 மாணவர்களைக் குறிக்கும்.

பயிற்சி 13.2

1. ஒரு மாநகராட்சி உயர்நிலைப்பள்ளியில் ஒருவாரத்தில் ஒவ்வொரு வகுப்பிலும் வருகை தராதவர்களின் எண்ணிக்கையை விளக்க, செவ்வக விளக்கப்படம் வரைக.

வகுப்பு	6	7	8	9	10
வருகை தராதவர்	8	12	9	15	6

2. ஒரு மேனிலைப்பள்ளியில் கீழுள்ள விளையாட்டுகளில் பங்கு பெறும் 100 மாணவர்களைக் குறிக்கும் செவ்வக விளக்கப்படம் வரைக.

விளையாட்டு	கால்பந்து	வளைபந்து	கூடைப்பந்து	கிரிக்கெட்	தடகளம்
மாணவர் எண்ணிக்கை	25	30	15	20	10

3. ஒரு மாணவர் சேமித்த தொகை அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அதற்கான செவ்வக விளக்கப்படம் ஒன்று வரைக.

மாதம்	ஜூன்	ஜூலை	ஆகஸ்ட்	செப்டம்பர்	அக்டோபர்	நவம்பர்	டிசம்பர்
தொகை ரூ	20	35	25	15	10	40	30

4. ஓர் ஊரில் தொலைக்காட்சியைப் பார்ப்போர் விரும்பிப் பார்க்கும் நிகழ்ச்சிகள் குறித்த ஓர் ஆய்வினைச் செவ்வக விளக்கப்படத்தில் வரைக.

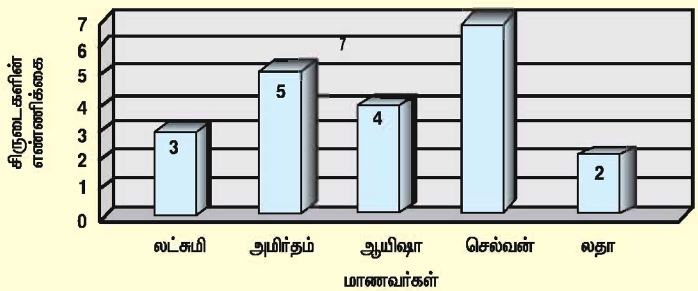
தொலைக்காட்சி நிகழ்ச்சி	கார்ட்டூன்	விளையாட்டு	போகோ நிகழ்ச்சி	விலங்குகள் உலகம்	சுற்றுலா	செய்திகள்
விரும்பிப் பார்ப்போர்	150	100	125	200	100	250

13.4 செவ்வக விளக்கப்படம் வாயிலாக விவரங்களை எடுத்துரைத்தல்

எடுத்துக்காட்டு : 7

அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்ட ஆறாம் வகுப்பு மாணவர்கள், அவர்கள் வைத்திருக்கும் பள்ளிச் சீருடைகளின் எண்ணிக்கை இவற்றை விளக்க, செவ்வக விளக்கப்படம் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

மாணவர் பெயர்	லஷ்மி	அமிர்தம்	ஆயிஷா	செல்வன்	லதா
சீருடைகளின் எண்ணிக்கை	3	5	4	7	2

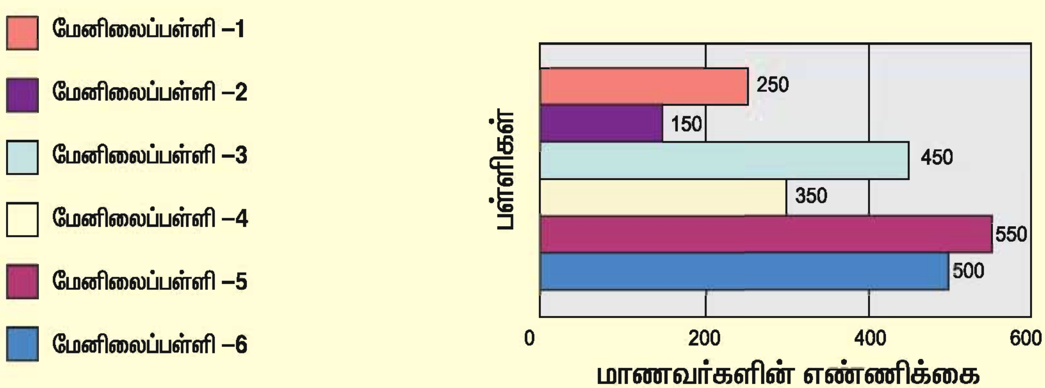


செவ்வக விளக்கப்படத்திலிருந்து கீழுள்ள வினாக்களுக்கு விடை தருக :-

1. மிக அதிக எண்ணிக்கையில் சீருடை வைத்திருக்கும் மாணவர் பெயர் என்ன ? (செல்வன்)
2. ஆயிஷா என்னும் மாணவி வைத்துள்ள சீருடைகள் எத்தனை? (4)
3. மிகக் குறைந்த எண்ணிக்கையில் சீருடைகள் வைத்துள்ளவர் யார்? (லதா)
4. எத்தனை மாணவர்கள் பற்றிய விவரங்கள் தரப்பட்டுள்ளது? (5 மாணவர்கள்)
5. 2 சீருடைகளுக்கு மேல் வைத்திருக்கும் மாணவர்கள் எத்தனைபேர்? (4 பேர்)

எடுத்துக்காட்டு : 8

நகராட்சி மேனிலைப்பள்ளி நடத்திய ஒரு தேர்வில் கலந்து கொண்ட பள்ளிகளின் பெயரும், மாணவர்களின் எண்ணிக்கையும் குறிக்கும் செவ்வக விளக்கப்படத்திலிருந்து கீழுள்ள வினாக்களுக்கு விடை தருக.



1. தேர்வில் அதிக மாணவர்கள் கலந்து கொண்ட பள்ளியின் பெயர் என்ன ?

(மேனிலைப்பள்ளி –5)

2. எத்தனை பள்ளிகள் தேர்வில் கலந்து கொண்டன ? (6)

3. தேர்வில் குறைந்த மாணவர்கள் கலந்து கொண்ட பள்ளியின் பெயர் என்ன ? (மேனிலைப்பள்ளி–2)

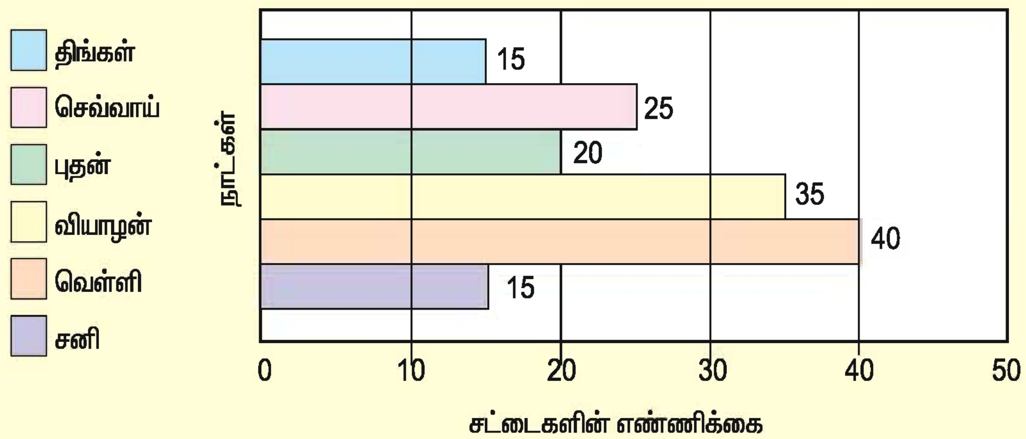
4. தேர்வில் 350 மாணவர்கள் கலந்து கொண்ட பள்ளியின் பெயர் என்ன ?

(மேனிலைப்பள்ளி–4)

5. மேனிலைப்பள்ளி–6இல் தேர்வில் கலந்து கொண்ட மாணவர்களின் எண்ணிக்கை எவ்வளவு ? (500)

பயிற்சி 13.3

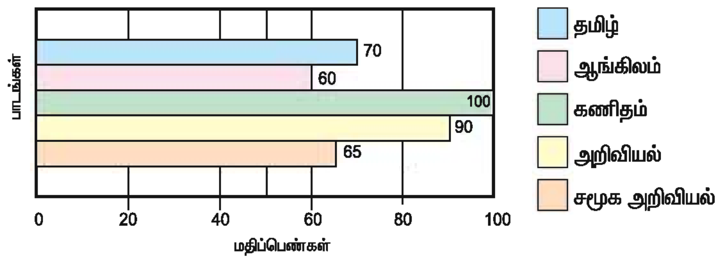
I. ஒரு நவீன தையலகத்தில் 6 நாட்களில் தயாரிக்கப்பட்ட சட்டைகளின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கும் செவ்வக விளக்கப்படத்திலிருந்து கீழுள்ள வினாக்களுக்கு விடை தருக.



வினாக்கள் :

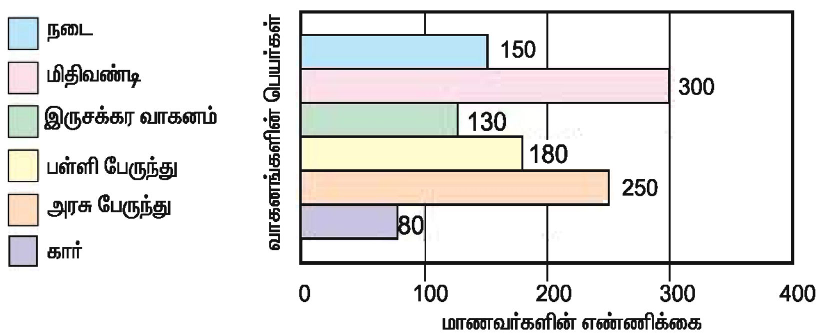
1. எந்தக் கிழமையில் மிக அதிக எண்ணிக்கையில் சட்டைகள் தயாரிக்கப்பட்டன? எத்தனை ?
2. செவ்வாய்க்கிழமை தயாரிக்கப்பட்ட சட்டைகளின் எண்ணிக்கை எத்தனை?
3. எந்தக் கிழமைகளில் ஒரே எண்ணிக்கையிலான சட்டைகள் தயாரிக்கப்பட்டன?
4. செவ்வக விளக்கப்படம் எந்த விவரங்களைக் குறிக்கிறது ?
5. கிடைமட்டக் கோட்டில் 1 செமீ எத்தனை சட்டைகளைக் குறிக்கிறது ?

II. அரையாண்டுத் தேர்வில் ஒரு மாணவர் பெற்ற மதிப்பெண்கள் விளக்கப்படத்தில் தரப்பட்டுள்ளன. படத்திலிருந்து கீழுள்ள வினாக்களுக்கு விடை தருக.



1. அறிவியலில் மாணவர் பெற்ற மதிப்பெண்கள் எத்தனை?
2. மாணவர் எந்தப்பாடத்தில் அதிக மதிப்பெண் பெற்றிருக்கிறார்?
3. மொழிப்பாடங்கள் இரண்டிலும் சேர்த்து மாணவர் பெற்ற மதிப்பெண்கள் எத்தனை?
4. மாணவர் ஐந்து பாடங்களிலும் பெற்ற மதிப்பெண்களை அட்டவணைப்படுத்துக.

III. ஓர் உயர்நிலைப் பள்ளிக்கு வர மாணவர்கள் பயன்படுத்தும் வாகனங்கள் பற்றிய செவ்வக விளக்கப்படத்திலிருந்து கீழுள்ள வினாக்களுக்கு விடை தருக.



கேள்விகள் :

1. எந்த வாகனத்தை அதிக எண்ணிக்கையில் மாணவர்கள் பயன்படுத்துகிறார்கள்?
2. செவ்வக விளக்கப்படம் எதைப் பற்றிய விவரத்தைக் கூறுகிறது?
3. பள்ளிக்கு நடந்து வரும் மாணவர்கள் எத்தனை பேர்?
4. கிடைமட்டக்கோட்டில் 1 செ.மீ. எத்தனை மாணவர்களைக் குறிக்கிறது?
5. எம்முறையில் மிகக் குறைந்த மாணவர்கள் பள்ளிக்கு வருகின்றனர்?

நினைவில் கொள்க.

- குறிப்பிட்ட தகவல்களைப் பெறுவதற்காகத் திரட்டப்படும் எண்களின் தொகுப்பு விவரம் ஆகும்.
- தொடக்க நிலையில் கண்டறிந்த விவரங்கள் வகைப்படுத்தப்படாத தொகுப்பு முறைப்படுத்தப்படாத விவரங்கள் எனப்படும்.
- அட்டவணை மூலமாக எளிதில்புரிந்து கொள்ளும் வகையில் சீர்படுத்தப்பட்ட விவரங்கள் முறைப்படுத்தப்பட்ட அல்லது வகைப்படுத்தப்பட்ட விவரங்கள் எனப்படும்.
- விளக்கப்படங்கள் என்பது முறைப்படுத்தப்பட்ட விவரங்களைப் படங்கள் மூலம் குறிப்பிடுவது ஆகும்.

விடைகள்

பயிற்சி 1.1

1) (i) ஆயிரம், 20 ஆயிரம் (ii)12 , 27 (iii)1 லட்சம், 30 லட்சம் (iv)2 கோடி, 5 கோடி 1 லட்சம்
(v) 97 , 109 (இதுபோன்று பல விடைகள் எழுதலாம்)

2) (i) நானூறு, எட்டாயிரம், முப்பதாயிரம், பத்து லட்சம், இருபது கோடி (ஏறுவரிசையில்)
இருபது கோடி, பத்து லட்சம், முப்பதாயிரம், எட்டாயிரம், நானூறு (இறங்குவரிசையில்)
(ii) 99, 8888 , 23456 , 55555 , 1111111 (ஏறுவரிசையில்)
1111111 , 55555 , 23456, 8888 , 99 (இறங்குவரிசையில்)

பயிற்சி 1.2

1) பத்தாயிரம் , ஆயிரம், நூறு, பத்து, ஒன்று 2) முடிவில்லை

3) (i) முடிவில்லை, (ii) முடிவில்லை, (iii) முடிவுண்டு

பயிற்சி 1.3

2) ஒரு லட்சம் = 100 ஆயிரங்கள் = 1,000 நூறுகள் = 10,000 பத்துகள் = 1,00,000 ஒன்றுகள்

3) ஒரு கோடி = 100 லட்சங்கள் = 10,000 ஆயிரங்கள்

4) ரூ. 10 லட்சம் (5) (i) 36 216 1296 (ii) 100 10,000 10,00,00,000

5) எண்பதாயிரம் > இருபதாயிரம் > பத்தாயிரம் ; பத்தாயிரம் < இருபதாயிரம் < எண்பதாயிரம்

பயிற்சி 1.4

1) சரி (7 லட்சம், 5 ஆயிரம் x 2 = 14 லட்சம் 10 ஆயிரம்)

2) 10,000 போதும். (ஏனெனில் 462 x 18 = 7668 < 10,000)
7200 போதாது. (ஏனெனில் 462 x 18 =7668 > 7200)

3) ரூ 100 (5184 ÷ 52 என்று செய்வதற்கு பதில் தோராயமாக 5200 ÷ 52 = 100)

4) (அ) 67,290 (ஆ) 63,290 (இ) 61,290 (ஈ) 31,235 (உ) 30,235 (ஊ) 29,935

5) (அ) 1000 (ஆ) 2000 (இ) 400 (ஈ) 500 (உ) 50,505 (ஊ)10,101

பயிற்சி 2.1

1) (i)169 ii) 264 iii) 1300 (2) 3775 (3) (I) 6200 (ii) 2500 (iii) 650

பயிற்சி 2.2

1) (i) தவறு (ii) சரி (iii) சரி (iv) சரி (v) சரி

2) (i) இ) (ii) இ) (iii) அ) (iv) ஆ) (v) அ)

3) (i) 1,2,4,8 (ii) 1,3,5,15 (iii) 1,3,5,9,15,45 (iv) 1,11 ,121 (v)1,2,7,14

4) 81, 84, 87, 90, 93, 96, 99 (5) (i) 25, 30, 35, 40, 45, 50 (ii) 30,40,50

6) (i) தவறு (ii) தவறு (iii) தவறு (iv) தவறு (v) சரி

7) (i) அ) (ii) ஆ) (iii) ஈ) (iv) ஆ) (v) இ)

8) 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59 (9) இருக்காது.

பயிற்சி 2.3

1) i) சரி ii) சரி iii) சரி

2)

வகுபடுந்தன்மை									
எண்கள்	2	3	4	5	6	8	9	10	11
918	ஆம்	ஆம்	இல்லை	இல்லை	ஆம்	இல்லை	ஆம்	இல்லை	இல்லை
1,453	இல்லை	இல்லை	இல்லை	இல்லை	இல்லை	இல்லை	இல்லை	இல்லை	இல்லை
8,712	ஆம்	ஆம்	ஆம்	இல்லை	ஆம்	ஆம்	ஆம்	இல்லை	ஆம்
11,408	ஆம்	இல்லை	ஆம்	இல்லை	இல்லை	ஆம்	இல்லை	இல்லை	இல்லை
51,200	ஆம்	இல்லை	ஆம்	ஆம்	இல்லை	ஆம்	இல்லை	ஆம்	இல்லை
732,005	இல்லை	இல்லை	இல்லை	ஆம்	இல்லை	இல்லை	இல்லை	இல்லை	இல்லை
12,34,321	இல்லை	இல்லை	இல்லை	இல்லை	இல்லை	இல்லை	இல்லை	இல்லை	ஆம்

3) 76043120, 9732, 98260, 431965, 1190184, 31795872, 32067, 12345670, 869484, 56010,923593

4) 64,8,112 (5) சரி, 15ன் மடங்குகள் அனைத்தும் வகுபடும்.

பயிற்சி 2.4

1. (i) 2 x 3 (ii) 3 x 5 (iii) 3 x 7 (iv) 2 x 3 x 5 (v) 11 x 11 (vi) 5 x 29 (vii) 2x3 x 3 x 3 x 3 (viii) 2 x 5 x 17 (ix) 2 x 2 x 3 x 3 x 5 (x) 2x 2x 2x 5x5

பயிற்சி 2.5

1) i) சரி ii) தவறு iii) தவறு iv) சரி

2) i) (இ) ii) (இ) iii) (அ) iv) (இ)

3) i) 6 , 210 ii) 34 , 102 iii) 3 , 900 iv) 12 , 432

4) 15கி.கி

பயிற்சி 2.6

1) (iv) 2) 39 3) 14

பயிற்சி 3.1

1. (i) $\frac{10}{12}, \frac{15}{18}, \frac{20}{24}, \frac{30}{36}$ (ii) $\frac{9}{24}, \frac{15}{40}, \frac{21}{56}, \frac{6}{16}$ (iii) $\frac{6}{21}, \frac{14}{49}, \frac{12}{42}, \frac{16}{56}$

iv) $\frac{6}{20}, \frac{9}{30}, \frac{12}{40}, \frac{15}{50}$ 2. $\frac{2}{5}, \frac{16}{40}$ $\frac{3}{4}, \frac{9}{12}, \frac{12}{16}$ 3. (i) $\frac{6}{7}$ (ii) $\frac{7}{12}$ (iii) $\frac{3}{4}$ (iv) $\frac{1}{3}$ (v) $\frac{5}{9}$

4. (i) 5 , 12 (ii) 35 , 12 (iii) 63 , 40

பயிற்சி 3.2

1. (i) $\frac{5}{7}$ (ii) $\frac{7}{12}$ (iii) $\frac{16}{19}$ (iv) $\frac{31}{34}$ (v) $\frac{37}{137}$

2. (i) $\frac{3}{4}$ (ii) $\frac{7}{7}=1$ (iii) $\frac{12}{13}$ (iv) $\frac{12}{7}$ (v) $\frac{81}{124}$ (vi) $\frac{13}{72}$

3. (i) $\frac{8}{13}$ (ii) $\frac{3}{17}$ (iii) $\frac{1}{39}$ (iv) $\frac{64}{47}$ (v) $\frac{75}{107}$ (vi) $\frac{13}{122}$

பயிற்சி 3.3

1. (i) $\frac{5}{7}$ (ii) $\frac{7}{12}$ (iii) $\frac{6}{5}$ (iv) $\frac{4}{3}$ (v) $\frac{3}{2}$

2. (i) $\frac{17}{12}$ (ii) $\frac{7}{8}$ (iii) $\frac{8}{5}$ (iv) $\frac{27}{8}$ (v) $\frac{17}{50}$ (vi) $\frac{33}{20}$

3. (i) $\frac{5}{12}$ (ii) $\frac{3}{10}$ (iii) $\frac{3}{8}$ (iv) $\frac{17}{28}$ (v) $\frac{5}{9}$

பயிற்சி 3.4

1. $\frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}, \frac{1}{10}, \frac{1}{20}, \frac{1}{50}, \frac{1}{100}, \frac{1}{200}$ 2) 20 ஆடுகள் 3) 750 பெரியவர்கள்

பயிற்சி 3.5

1) (i) $\frac{7}{10}$ (ii) 12 (iii) 0 (iv) $\frac{1}{10}$ (v) தசம புள்ளி

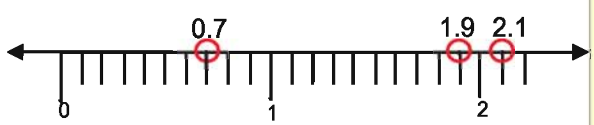
2) 23.4 69. 2 82.8

3)

தசம எண்	முழு எண் பகுதி	தசம பகுதி	தசம பகுதியின் மதிப்பு	எண் பெயர்
7.6	7	6	0.6	ஏழு ஒன்றுகள் மற்றும் பத்தில் ஆறு
28.5	28	5	0.5	இருபத்து எட்டு மற்றும் பத்தில் ஐந்து
24.0	24	0	0	இருபத்து நான்கு

4) (i) 124.6 (ii) 18.3 (iii) 7.4

5)



6) (i) 0.2 (ii) 3.7 (iii) 786.3

பயிற்சி 3.6

1) (i) சரி (ii) தவறு (iii) சரி (iv) தவறு

2) (i) 23.18 (ii) 9.05

3) (i) 9 ஆயிரம் (ii) 6 நூறில் ஒன்றுகள் (iii) 3–ஒன்றுகள் (iv) 2 பத்தில் ஒன்றுகள்

4) (i) 23.47 (ii) 137.05 (iii) 0.39

5) (i) $106+\frac{86}{100}$ (ii) $1+\frac{2}{10}$ (iii) $76+\frac{45}{100}$ (iv) $\frac{2}{100}$

பயிற்சி 3.7

1) (i) 10.75 (ii) 3.18 (iii) 8.58 (iv) 2.69

2) (i) 309.005 (ii) 300.61 3) (i) 2.966 (ii) 47.46

பயிற்சி 4.1

1) (i) சரி (ii) சரி (iii) தவறு (iv) தவறு (v) சரி

2) (i) $7 > 3$ (ii) $-3 > -5$ (iii) $2 > -3$ (iv) $7 > -3$ (v) $1 > -4$ (vi) $-4 > -7$

4) (i) −2, −1, 0, 1, 2 (ii) −3, −2, −1, 0, 1 (iii) 0 ஈ) −4, −3 (iv) −3, −2, −1, 0, 1, 2 (v) −1, 0, 1

5. (i) 1 (ii) −4 (iii) இடப்புறமாக 8 அலகுகள் (iv) வலப்புறமாக 5 அலகுகள்

பயிற்சி 4.2

1) (i) 4 (ii) −10 (iii) 2 (iv) −3 (v) −3

2) (i) 1 (ii) −10

3) (i) 7 (ii) 7 (iii) −70 (iv) 110 (v) −57 (vi) 0 (vii) −18 (viii) −52

4) (i) −3 (ii) 10

5) (i) 10 (ii) −17 (iii) 0 (iv) −30

பயிற்சி 5.1

அ) 20 ஆ) □ ○ △ இ) இரண்டாம் எண் = 10 x முதல் எண்

பயிற்சி 5.2

1) அ) (ii) இரண்டாம் எண் = முதல் எண் −6 ஆ) (iii) இரண்டாம் எண் = முதல் எண் + 8

2) 40x 3) 12b 4) 6x

பயிற்சி 5.3

1) (i) x+7 (ii) y-10 (iii) 3y-8 (iv) $\frac{3x}{2}$

2) i) y இன் இரண்டு மடங்குகளுடன் 5ஐக் கூட்டவும்

ii) y இன் இரண்டு மடங்கிலிருந்து 5ஐக் கழிக்கவும்.

iii) y இன் இரண்டு மடங்குகளை 5ஆல் வகுக்கவும்.

iv) y இன் ஐந்து மடங்குகளை 2ஆல் வகுக்கவும்.

3) y+7, 7y, y-7, 7-y, $\frac{y}{7}$, $\frac{7}{y}$ 4) i) z+5 ii) 7z iii) 3z+5 5) 2t+30 (6) 10y (7) 7x

பயிற்சி 5.4

1) அ) iii ஆ) iii இ) iv

2) அ) ii ஆ) iii இ) i

3) 4− 8 = −4 தீர்வல்ல. 6− 8 = −2 தீர்வல்ல. 20− 8 = 12 தீர்வு. 15 − 8 = 7 தீர்வல்ல.

4) 6 + 7 = 13 தீர்வல்ல. 7 + 7 = 14 தீர்வல்ல 8 + 7 = 15 தீர்வு 9 + 7 = 16 தீர்வல்ல.

5) i) 2 − 3 = −1 நிறைவு செய்யவில்லை. ii) − 2 +7 = 5 நிறைவு செய்யவில்லை.

iii) 28 + 8 = 36 நிறைவு செய்யவில்லை. iv) 3 − (−7) = 10 நிறைவு செய்கிறது

6) (i) 5 (ii) 10 (iii) 9 (iv) 35 (v) 20 7) y = 12

8) Z = 10 9) P = 12

பயிற்சி 6.1

1. (i) சரி (ii) தவறு (iii) தவறு (iv) தவறு
2. (i) 2 (ii) 1 (iii) 3 (iv) 4 (v) 3
3. (i) 4:9 (ii) 5:9 (iii) 2:3 4) (i) 6:10, 9:15, 12:20, 24:40
   (ii) 6:14, 12:28, 15:35, 30:70 (iii) 10:18, 15:27, 30:54, 40:72
5. (i) 3:4 (ii) 1:3 (iii) 1:2 6. (i) 40:1 (ii) 40:39 (iii) 1:39 7.(i) 3:5 (ii) 2:5 (iii) 3:2
8. (i) 1:2 (ii) 4:3 (iii) 2:3 (iv) 4:9 (v) 2:9 (vi) 1:3

பயிற்சி 6.2

1) (i) ஆம் (ii) இல்லை (iii) ஆம் (iv) இல்லை (v) ஆம்

2) (i) 1 (ii) 2 (iii) 4 (iv) 4 (v) 2 3) ரூ. 1950

4) 3500, 4000 5) ஆண் 55,000, பெண் 45,000 6) 80 7) 42 8) 18 செ.மீ

பயிற்சி 7.2

1) (i) 10 மி.மீ (ii) 3000.மீ (iii) 150 செ.மீ (iv) 0.75 கி.மீ. (v) 53 மி.மீ

2) (i) 4475 மீ (ii) 1035 செ.மீ (iii) 147 மி.மீ 3) 27 மீ

4) 1242 செ.மீ (அல்லது) 12 மீ 42 செ.மீ

5) (i) 2 கி.கி (ii) 7000 கி 6) (i) 1020 செ.கி. (ii) 3004 கி. 7) 18 கி.கி150 கி

8) 37 கி.கி 100 கி 9) 200–பாக்கட் 10) 36லிட்டர் 11) 37 லிட்டர் 550 மி. லிட்டர்

12) 5 லிட்டர்

பயிற்சி 8.1

1) (i) 60 (ii) 1 நாள் (iii) 60 (iv) 7.15 முற்பகல் (v) 3.45 பிற்பகல்

2) (i) 900 வினாடிகள் (ii) 1812 வினாடிகள் (iii)11,405 வினாடிகள் (iv) 2720

3) (i) 480 நிமிடம் (ii) 710 நிமிடம் (iii) 575 நிமிடம் (iv) 175 நிமிடம்

4) (i) 8 மணி 45 நிமிடம் (ii) 2 மணி (iii) 3 மணி 18 நிமிடம் (iv) 1 மணி

பயிற்சி 8.2

1) (i) 6.30 மணி (ii) 0 மணி (iii) 21.15 மணி (iv) 13.10 மணி

2) (i) 10.30 மு.ப (ii) 12 நண்பகல் (iii) நள்ளிரவு 12 (iv) 11.35 பி. ப

பயிற்சி 8.3

1) (i) 10 மணி 45 நிமிடம் (ii) 10 மணி 45 நிமிடம் 2) 11 மணி 40 நிமிடம்

3) 3 மணி 15 நிமிடம்

பயிற்சி 8.4

1) (i)7 நாட்கள் (ii)29 (iii)72 மணி (iv) 12 (v) 3600

2) (i),(iv) 3) 96 4) (i) 46 வாரங்கள் மற்றும் 6 நாட்கள் (ii) 25 வாரம்

பயிற்சி 9.1

1) (I) 46 செ.மீ (II) 21 செ.மீ (III)28 செ.மீ (IV) 24 செ.மீ (V)21 செ.மீ

2) 16 அலகுகள் 4) 22 செ.மீ 5) 12 செ.மீ

பயிற்சி 9.2

1) ச. செ.மீ ச. செ.மீ ச. மீ ச.கி.மீ. ச.மீ

பயிற்சி 9.3

1. அ) 16 ச.அ ஆ) 8 ச.அ

பயிற்சி 9.4

1) (i) 24 செ.மீ, 35 ச.செ.மீ (ii) 4 செ.மீ, 40 ச.செ.மீ (iii) 12 மீ. 36 மீ (iv) 7 மீ. 32 மீ

2) (i) 36 ச. மீ (ii) 75 ச. மீ 3) (i) 6 ச.செ.மீ (ii) 18 ச. செ.மீ

பயிற்சி 10.1

1) கோடு 2) A , B 3) Q 4) கதிர் 5) தொடக்கப் புள்ளி 6) AB; AC ; AD ; BC ; BD ; CD

பயிற்சி 10.2

1) ஒரு கோட்டில் 2) ஒரு கோடமைப் புள்ளிகள் 3) எண்ணற்ற 4) ஒரு

5) (அ) ($\overleftrightarrow{AH}$,$\overleftrightarrow{CQ}$), ($\overleftrightarrow{AH}$,$\overleftrightarrow{DP}$), ($\overleftrightarrow{AH}$,$\overleftrightarrow{EF}$), ($\overleftrightarrow{BG}$,$\overleftrightarrow{CQ}$), ($\overleftrightarrow{BG}$,$\overleftrightarrow{DP}$), ($\overleftrightarrow{BG}$,$\overleftrightarrow{EF}$), ($\overleftrightarrow{CQ}$,$\overleftrightarrow{EF}$), ($\overleftrightarrow{DP}$,$\overleftrightarrow{EF}$)

(ஆ) ($\overleftrightarrow{AH}$,$\overleftrightarrow{BG}$), ($\overleftrightarrow{CQ}$,$\overleftrightarrow{DP}$)

(இ) $\overleftrightarrow{AH}$ என்ற கோட்டில் ஒரு கோட்டுப் புள்ளிகள் A,X,W,H

$\overleftrightarrow{BG}$ என்ற கோட்டில் ஒரு கோட்டுப் புள்ளிகள் B,Y,Z,G

$\overleftrightarrow{CQ}$ என்ற கோட்டில் ஒரு கோட்டுப் புள்ளிகள் C,Y,X,Q

$\overleftrightarrow{DP}$ என்ற கோட்டில் ஒரு கோட்டுப் புள்ளிகள் D,Z,W,P

$\overleftrightarrow{EF}$ என்ற கோட்டில் ஒரு கோட்டுப் புள்ளிகள் E,X,Z,F

(ஈ) X என்ற புள்ளி வழிச்செல்லும் கோடுகள் $\overleftrightarrow{AH}$, $\overleftrightarrow{CQ}$, $\overleftrightarrow{EF}$

Z என்ற புள்ளி வழிச்செல்லும் கோடுகள் $\overleftrightarrow{BG}$, $\overleftrightarrow{DP}$, $\overleftrightarrow{EF}$

பயிற்சி11.1

1. (i) குறுங்கோணம் (ii) விரிகோணம் (iii) விரிகோணம் (iv) விரிகோணம்
2. (i) குறுங்கோணம் (ii) விரிகோணம் (iii) செங்கோணம் (iv) குறுங்கோணம்
3. (i) ∠ AOB நேர்கோணம் ∠ DOB விரிகோணம் ∠ COB செங்கோணம்

∠ AOD குறுங்கோணம் ∠ DOC குறுங்கோணம் ∠ AOC செங்கோணம்

3. (ii) ∠ AOB குறுங்கோணம் ∠ AOC குறுங்கோணம் ∠ AOD செங்கோணம்

∠ BOC குறுங்கோணம் ∠ COD குறுங்கோணம்

பயிற்சி 11.2

1) (i) 53^0 (ii) 48^0 (iii) 2^0 **(iv) 90^0 (v) 74^0**

2) (i) 174^0 (ii) 153^0 (iii) **92^0 (iv) 76^0 (v) 64^0**

(vi) 34^0 (vii) 122^0 (viii) 1^0

3) 50^0

4) (i) சரி (ii) சரி (iii) தவறு (iv) தவறு (v) சரி (vi) சரி

5) (i) நிரப்புக்கோணம் (ii) மிகை நிரப்புக்கோணம் (iii) நிரப்புக்கோணம் (iv) மிகை நிரப்புக்கோணம்

6) (i) 45^0 (ii) 90^0

7) (i) செங்கோணம் (ii) விரிகோணம் (iii) குறுங்கோணம் (iv) குறுங்கோணம்

பயிற்சி 11.3

1) (i) 180° (ii) மூன்று பக்கங்களும் (iii) இருசமபக்க முக்கோணம்

(iv) செங்கோண முக்கோணம் (v) அதிகம் (vi) மூன்று (vii) மூன்று

2) மூன்று கோணங்கள் , மூன்று பக்கங்களும்

3) (i) விரிகோணமுக்கோணம் (ii) செங்கோண முக்கோண

(iii) குறுங்கோண முக்கோணம் (iv) விரிகோண முக்கோணம்

4) (i) ஆம் (ii) ஆம் (iii) முடியாது (iv) முடியாது (v) முடியாது

5) (i) இரு சம பக்க முக்கோணம் (ii) சம பக்க முக்கோணம்

(iii) அசம பக்க முக்கோணம் (iv) அசம பக்க முக்கோணம்

6) (i) இயலாது (ii) இயலாது (iii) இயலும் (iv) இயலாது

பயிற்சி 13.1

I) 1) 2006 2) 2010 3) 2008, 2009 4) 600 5) சரி

II) 1) வீடுகட்ட எந்தெந்த வகையில் எவ்வளவு செலவு செய்யப்பட்டுள்ளது என்பதை குறிக்கின்றது.

2) ரூ 60,000 3) ரூ 70,000 4) சிமெண்ட் ரூ 70,000 5) மொத்த செலவு ரூ 2,30,000

பயிற்சி 13.3

I) 1) வெள்ளி, 40 2) 25 3) திங்கள், சனி

4) ஒரு வாரத்தில் தயாரிக்கப் பட்ட சட்டைகளின் விவரம் 5) 10 சட்டைகள்

II) 1) 90 2) கணிதம் 3) 130

4)

பாடம்	தமிழ்	ஆங்கிலம்	கணிதம்	அறிவியல்	சமூக அறிவியல்
மதிப்பெண்	70	60	100	90	65

III) 1) மிதிவண்டி

2) பள்ளிக்கு வர மாணவர்கள் பயன்படுத்தும் வாகனங்கள் பற்றிய விவரம்.

3) 150

4) 100 மாணவர்கள்

5) கார்