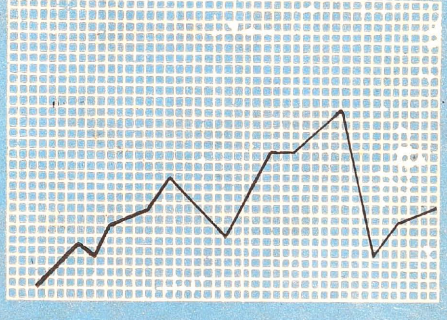
பொருளாதாரம்
வணிகப் புள்ளியியல் கூறுகள்

(ECONOMIC AND BUSINESS STATISTICS)

பி.ஏ.,பி.காம்.,எம்.ஏ.,



4937

புதிப்புத் துறை

காமராசர் பல்கலைக் கழகம்

-625021

பொருளாதாரம்

வணிகப் புள்ளியியல் கூறுகள்

(ECONOMIC AND BUSINESS STATISTICS)

பதிப்பாசிரியர்கள்

திருமதி எ. விசயலட்சுமி, எம். ஏ.,
திருமதி கே. தெய்வமணி, எம். சயி.,
திரு ஆர். அரிதாசு, எ.ம்சயி., எம்.பில்.

பி. ஏ., பொருளாதாரம், பி. காம்., எம். ஏ., பொருளாதாரம்

பதிப்புத் துறை

மதுரை காமராசர் பல்கலைக் கழகம்
மதுரை

பதிப்புரிமை

பதிப்புத்துறை
மதுரை காமராசர் பல்கலைக்கழகம்
மதுரை-625 021.

பதிப்பு எண் 51

பதிப்பு விவரங்கள்

1)	பதிப்பாசிரியர்கள்	திருமதி எ. விசயலட்சுமி திருமதி கே. தெய்வமணி திரு ஆர். அரிதாசு
2)	தலைப்பு	பொருளாதாரம் வணிகப் புள்ளியியல் கூறுகள்
3)	பதிப்பு	
	1. இடம்	மதுரை காமராசர் பல்கலைக் கழகம்
	2. பதிப்பித்தோர்	பதிப்புத்துறை மதுரை காமராசர் பல்கலைக் கழகம்
	3. ஆண்டு	1981 (முதற் பதிப்பு)
4)	மொத்த பக்கங்கள்	752 + 8
5)	பொருள்	புள்ளியியல் கூறுகள் (பொருளாதாரம், வணிகம்)
6)	விலை	ரூ. 30/-
7)	அச்சும் அமைப்பும்	கோனார் பிரிண்டர்ஸ், 1-C, தெற்கு வெளி வீதி, மதுரை.

★ பதிப்புரை ★

பொருளாதாரம் சிறக்க வேண்டுமெனில் அந்நாட்டில் வணிகம் பெருக வேண்டும். வணிகச் சிறப்பினைக் கணிக்க வணிகப் புள்ளி விவரங்கள் இன்றியமையாதன. பொருளாதாரத்தில் என்றும் நீறைந்திருக்கும் இவ்வடிப்படை உத்தியை எண்ணிய வள்ளுவர்,

"இயற்றலு மீட்டலுங் காத்தலுங் காத்த
வகுத்தலும் வல்ல தரசு"

என்றார். வல்லமை பொருந்திய அரசு, நாட்டில் ஈட்டியவைகளின் விவரங்கள் எடுத்து மக்களுக்குக் கொடுத்து அம்மக்கள் வளம் பெற வாழ வழி வகுக்கும்.

இந்நூல் இவ்வகையில் ஒரு வழிகாட்டி நூலாகும்; பி.ஏ., (பொருளாதாரம்), பி.காம்., எம்.ஏ., (பொருளாதாரம்) ஆகிய வகுப்பு மாணவர்க்கு இந்நூல் பெரிதும் பயன்படும்.

மதுரை காமராசர் பல்கலைக் கழக அஞ்சல்வழிக் கல்வி நிலுவனத்தில் பொருளாதாரத் துறையில் பணிபுரியும் இப்பதிப்பாசிரியர்கள், இந்நூல், அஞ்சல்வழிப் பயிலும் மாணவர்க்கு மட்டுமின்றி அனைத்துக் கல்லூரி மாணவர்க்கும் பயன்படும் வகையில் தொகுத்தும் வகுத்தும் பதிப்பித்துள்ளனர். இந்நூல் முதல் தொகுதி ஆம்.

மாணவர்கள் மட்டுமன்றி வணிகப் பெருமக்களும் பொருளாதார ஆர்வலர்களும் இந்நூல் நல்கும் நற்பயனைப் பெறுவிர்களாக!

பதிப்புத்துறை
மதுரை காமராசர் பல்கலைக்கழகம்,
மதுரை.

பொருளடக்கம்

பாடத்திற்கு ஓர் அறிமுகம் 1

1. புள்ளியியலின் தன்மையும் எல்லையும் 6
2. புள்ளியியல் ஆராய்ச்சி 44
3. புள்ளி விவரங்களை அட்டவணையில் காட்டுதல் 117
4. விளக்கப்படங்களும் வரைபடங்களும் 199

சராசரிகள் 250

1. கூட்டுச் சராசரி 254
2. இடைநிலை 304
3. முகடு 394
4. பெருக்குச் சராசரி 436
5. இசைவுச் சராசரி 464
6. எடையிட்ட அல்லது நிறையிட்ட சராசரிகள் 479
7. மாதிரி வினாக்கள் 502

சிதறல் அளவைகள் 519

1. வீச்சு 526
2. கால்மான விலக்கம் 529
3. சராசரி விலக்கம் 550
4. திட்ட விலக்கம் 594
5. லாரென்சின் வளைகோடு 651
6. மாதிரி வினாக்கள் 682

கோட்டம் 701

தட்டைத் தன்மை 735

மேற்கோள் நூல்களின் பட்டியல் 742

கலைச் சொற்கள் 743

பெரும்பாலும் 'ஸ்டாடிஸ்டிக்ஸ்' (Statistics) என்னும் ஆங்கிலச் சொல்லானது எண்களாலான விவரங்களைக் குறிக்கப் பயன்படுத்தப் பெறுகிறது. ஒருவர் 1979–ஆம் ஆண்டு ஒவ்வொரு மாதமும் நிகழ்ந்த சாலை விபத்துக்களைப்பற்றிய ஸ்டாடிஸ்டிக்ஸ் பார்த்ததாகக் கூறலாம். இங்கு ஸ்டாடிஸ்டிக்ஸ் என்னும் சொல் 'புள்ளி விவரங்கள்' என்ற பொருளில் பயன்படுத்தப் பெறுகிறது. ஆனால் ஸ்டாடிஸ்டிக்ஸ் என்னும் சொல்லானது எண்களாலான விவரங்களை, அதாவது புள்ளி விவரங்களைக் கையாளுவதற்குப் பயன்படுத்தப் பெறும் வழிமுறைகளைக் குறிப்பதற்கும் பயன்படுத்தப் பெறுகிறது. இவ்வாறு பயன்படுத்தும் பொழுது ஸ்டாடிஸ்டிக்ஸ் என்னும் சொல் தமிழில் 'புள்ளியியல்' அல்லது 'புள்ளியியல் முறைகள்' எனப்படுகிறது. புள்ளியியல் முறைகள் எளிய விவரண (descriptive) முறைகளிலிருந்து மிகவும் சிக்கலான கணித முறைகள் முடிய உள்ளடக்கியவைகளாகும்.

புள்ளியியலின் விவரணப் பகுதியானது புள்ளி விவரங்களைச் சேகரித்தல், தருதல், ஆராய்தல் மற்றும் அவை புலப்படுத்தும் கருத்துக்களை விளக்குதல் ஆகிய நான்கு பகுதிகளையுடையது. எண்களாலான விவரங்களை மட்டுமே புள்ளியியல் முறைகளைப் பயன்படுத்தி ஆராய முடியும். ஒவ்வொரு ஆண்டின் பயிர் விளைச்சலை எண்களில் தராமல், 'சுமார்' (Fair) 'மோசம்' (Poor) 'வழக்கமான அளவு' (Normal) போன்ற சொற்களால் புலப்படுத்தினால் இவ்விவரங்களைப் புள்ளியியல் முறைகளைப் பயன்படுத்தி ஆராய்தல் இயலாது. மாறாக, ஒரு ஏக்கரில் ஒவ்வொரு ஆண்டின் பயிர் விளைச்சலை மணங்குகளில் தந்தால் இவ்விவரங்களைப் புள்ளியியல் முறைகளைப் பயன்படுத்தி ஆராய முடியும்.

ஒரு குறிப்பிட்ட தொழிற்சாலையில் வெவ்வேறு வகையான வேலைகளைச் செய்வோரின் எண்ணிக்கை, ஒவ்வொருவரும் செய்து வரும் வேலையின் தன்மை மற்றும் வேலைநேரம் முதலியவை பற்றிய விவரங்களை ஆராயவிரும்புவதாகக்கொள்வோம். இவ்வாராய்ச்சிக்கு முதலாவதாக இவைபற்றிய விவரங்களைச் சேகரித்தல் வேண்டும். இவ்வாறாக, எந்த ஆய்விலும் விவரங்களைச் சேகரித்தல் முதல்படியாகும். தேவையான விவரங்களைக் குறிப்பிட்ட தொழிற்சாலைக்கு நேரில் சென்று சேகரிக்கலாம் அல்லது எவரிடமிருந்தெல்லாம் விவரங்கள் தேவையோ அவர்களுக்கு வினாத்தாட்கள் அனுப்பி அவற்றின் மூலமும் தேவையான விவரங்களைப் பெறலாம் அல்லது

ஏற்கெனவே வெளியிடப்பெற்ற கட்டுரைகளிலிருந்தும் பத்திரிகை களிலிருந்தும் தேவையான விவரங்களைப் பெறலாம்.

சேகரிக்கப்பெற்ற விவரங்களை அப்படியே பக்கம் பக்கமாக நூற்றுக்கணக்கான எண்களாக வைத்திருப்பதால் எவ்விதப் பயனு-மில்லை. சேகரித்த விவரங்களைப் புரிந்து கொள்ளும் பொருட்டு அவற்றைப் பல முறைகளில் பாகுபடுத்துகிறோம்: அதாவது, அள-வினப் பண்பின் அடிப்படையிலோ, அளக்க முடியாத பண்பின் அடிப்படையிலோ, இடவாரியாகவோ, காலவாரியாகவோ பாகு-படுத்தலாம்.

சேகரிக்கப்பெற்ற விவரங்களின் சிறப்பியல்புகளை உணர்ந்து கொள்ளும்பொருட்டு, பாகுபாடு செய்யப் பெற்ற விவரங்களைச் சுருக்கமாகவும், தெளிவாகவும் ஏதேனும் ஒரு வகையில் தருதல் அவசியம். பாகுபடுத்தப்பெற்ற விவரங்களை அட்டவணை வடிவில் தருதல் ஒரு முறையாகும். அட்டவணை பலவகைப்பட்டவை இது பற்றிய விவரங்களைப் புள்ளி விவரங்களை அட்டவணைப் படுத்துதல் என்ற பகுதியில் தந்துள்ளோம்.

அட்டவணை வடிவில் தரப்பெற்றுள்ள விவரங்களைக் காட்-டிலும் விளக்கப்படங்கள் மற்றும் வரை படங்கள் வடிவில் தரப்-பெற்றுள்ள விவரங்களைப் பலர் எளிதில் புரிந்து கொள்கிறார்கள். எனவே, பெரும்பாலும் பாகுபடுத்தப் பெற்ற விவரங்கள் விளக்கப்-படங்களாகவோ வரைபடங்களாகவோ தரப்பெறுகின்றன.

சேகரிக்கப்பெற்ற விவரங்களை ஆராய்வது அடுத்தபடியாகும். விவரங்களை ஆராய்வதற்குப் பல முறைகள் உள்ளன. அலைவெண் பரவல் வடிவில் உள்ள விவரங்களை ஆராயும் முறைபற்றி முதலில் காண்போம். இருவகைப்பட்ட விவரங்கள் இரு அட்டவணை-களாகத் தரப்பெற்றிருப்பதாகக் கொள்வோம். மேலும் இவ்விரு வகைப்பட்ட விவரங்களையும் ஒப்பிட வேண்டியிருப்பதாகவும் கொள்வோம், ஒரு அட்டவணையை அப்படியே மற்றொரு அட்ட-வணையோடு ஒப்பிடுவதென்பது இயலாத காரியம். ஒவ்வொரு அட்டவணையிலும் தரப்பெற்றுள்ள விவரங்களை ஒவ்வொரு தனி எண்ணால் குறிப்பிட்டால் ஒப்பிடுவதற்கு எளிதாக இருக்கும். ஒரு அட்டவணையில் தரப்பெற்றுள்ள விவரங்களனைத்தையும் குறிப்பிடுவதற்கு நாம் பயன்படுத்தும் எண்ணானது அவ்விவரங்-களின் தன்மைகளைப் பிரதிபலிக்கும் வண்ணம் அமைந்திருத்தல் இன்றியமையாததாகும். அதாவது நாம் பயன்படுத்தும் எண்-

ணானது, தரப்பட்டுள்ள விவரங்களின் உண்மையான பிரதிநிதியாக (representative) இருத்தல் வேண்டும்.

கொடுக்கப்பெற்றுள்ள பரவலில் சில மதிப்புக்கள் பெரும்பான்மையான தடவைகளும், மீதியுள்ள மதிப்புக்கள் சில தடவைகளும் வரும் தன்மையுடையனவாகப் பெரும்பாலும் அமைந்திருக்கும். பெரும்பான்மையான தடவைகள் வரும் மதிப்புக்கள் கொடுக்கப்பெற்றுள்ள பரவலின் மத்திய பாகத்திலேயே அமைந்திருக்கின்றன. பரவலின் இத்தன்மையை அளந்தறியப் பயன்படும் அளவைகளுக்கு 'மையநிலைப் போக்கு அளவைகள்' (measures of central tendency) அல்லது 'சராசரிகள்' (averages) என்று பெயர். சராசரிகள் பல வகைப்பட்டவை.

இருவகையான விவரங்களை ஒன்றையொன்று ஒப்பிடுவதற்கு சராசரிகளைப் பயன்படுத்துகிறோம். எனவே சராசரியானது கொடுக்கப் பெற்றுள்ள விவரங்களின் தன்மைகளை எவ்வளவு தூரம் பிரதிபலிக்கும் சக்தி வாய்ந்தது என்பதை அறிந்திருத்தல் அவசியம். மேலும் கொடுக்கப்பெற்றுள்ள விவரங்களில் எத்தனை மதிப்புக்கள் சராசரி மதிப்பிலிருந்து பெரிதும் வேறுபடுகின்றன என்பதையும் அறிந்திருத்தல் அவசியம். இவற்றையெல்லாம் அறிந்துகொள்ள உதவும் அளவையே 'சிதறல் அளவை' (measure of dispersion) ஆகும். பலவகையான சிதறல் அளவைகள் உள்ளன.

இரு வேறு பரவல்களின் சராசரி மதிப்புக்களும் சிதறல் அளவைகளும் சமமாக இருக்கலாம். இருந்தபோதிலும் இரு பரவல்களும் கீழே கூறியுள்ள தன்மையின் அடிப்படையில் வேறுபடலாம். அதாவது ஒரு பரவலில் பெரும்பான்மையான மதிப்புக்கள் சராசரி மதிப்பைவிட அதிகமாகவும், மற்றொரு பரவலில் பெரும்பான்மையான மதிப்புக்கள் சராசரி மதிப்பைவிடக் குறைந்த மதிப்புடையவையாகவும் இருக்கலாம். பரவலின் இத்தன்மையை அளக்க உதவும் அளவை 'கோட்ட அளவை' (measure of skewness) என்று கூறுகிறோம்.

ஏதேனும் இரு பரவல்களின் சராசரி மதிப்புக்களும் சிதறல் அளவைகளும் சமமாக இருக்கலாம். இருந்த போதிலும் இரு பரவல்களின் வரைபடத்தை ஒரே வரைபடத்தாளில் வரைந்தால்; ஒரு பரவலின் வளை கோடானது மற்றொரு பரவலின் வளை–கோட்டைவிடக் கூர்மையான உச்சியைப் பெற்றிருக்கும். இவ்வகையில் இருபரவல்களும் ஒன்றிலிருந்து ஒன்று வேறுபட்டவையாக இருக்கும். ஒரு பரவலின் வளைகோட்டின் உச்சியின் கூர்மைத்

தன்மையை அளக்க உதவும் அளவைகளே 'தட்டைத்தன்மை அளவைகள்' (measure of Kurtosis) ஆகும்.

மேலே நாம் கூறியுள்ள சராசரிகள், சிதறல் அளவைகள், கோட்ட அளவைகள் மற்றும் தட்டைத்தன்மை அளவைகள் ஆகிய நான்கு அளவைகளும் ஏதேனும் ஒரு பண்பு பற்றிய விவரங்களின் அலைவெண் பரவலுடைய தன்மைகளை ஆராய்ந்தறியப் பயன்படுகின்றன.

ஒரே நேரத்தில் இரு பண்புகள் பற்றிய விவரங்கள் தரப்பெற்றிருக்கலாம். எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு வகுப்பிலுள்ள மாணவர்களின் உயரம் மற்றும் எடை பற்றிய விவரங்கள் ஒரே சமயத்தில் தரப் பெற்றிருக்கலாம் மாணவர்களின் உயரத்திற்கும் எடைக்கும் ஏதேனும் தொடர்புள்ளதாவென அறிய வேண்டியதிருக்கலாம். இதனைக் கண்டறிவதற்குப் பயன்படும் புள்ளியியல் கருவியே 'உடன்–தொடர்பு' (correlation) ஆகும். உடன் தொடர்பை அளப்பதற்குப் பல அளவைகள் உள்ளன. அவை சிதறல் விளக்கப்படம், உடன் தொடர்பு வரைபடம், உடன் தொடர்புக்கெழு மற்றும் மதிப்–புத்தரத் தொடர்புக்கெழு ஆகியவையாகும். முதல் இரண்டு அளவைகளும் உடன் தொடர்பின் தன்மையை மட்டுமின்றி அதன் அளவையும் அறிந்துகொள்ள உதவுகின்றன.

விளம்பரத்தின் உதவியால் விற்பனை அளவை அதிகரிக்கமுடியும் என்பது யாவரும் அறிந்த உண்மையாகும். ஒரு குறிப்பிட்ட அளவு விளம்பரச் செலவினால் பெறும் விற்பனை அளவு அல்லது ஒரு குறிப்பிட்ட அளவு விற்பனைக்குச் செய்யவேண்டிய விளம்பரச் செலவின் அளவு ஆகியவற்றை அறிய விரும்பலாம். இவை போன்றவற்றை அறியப் பயன்படும் புள்ளியியல் கருவிக்கு 'ரெக்ரெஷன்' (Regression) என்று பெயர்.

மேலே கூறியுள்ள முறைகளனைத்தும் அளவினப்பாகுபாடு செய்யப்பெற்ற விவரங்களை ஆய்வதற்குப் பயன்படுத்தப் பெறும் முறைகளாகும். பண்பினப்பாகுபாடு செய்யப்பெற்ற விவரங்களும் தரப்பெற்றிருக்கலாம். இரண்டு அல்லது இரண்டிற்கு மேற்பட்ட பண்புகளுக்கிடையேயுள்ள தொடர்பைக் 'கூட்டுறவு' (association) என்ற சொல்லால் குறிக்கிறோம். ஏதேனும் இரு பண்புகள், எடுத்துக்காட்டாக உணவுப் பழக்கம் மற்றும் கண்பார்வை ஆகிய இரு பண்புகளுக்கிடையில் தொடர்புள்ளதாவென அறிய விரும்பலாம். இது போன்ற ஆய்வு பற்றிப் 'பண்புகளின் கூட்டுறவு' (Association of Attributes) என்ற தலைப்பில் தந்துள்ளோம்.

1960 முதல் 1965 முடிய ஒவ்வொரு ஆண்டும் ஒரு குறிப்பிட்ட பொருளின் விலைபற்றிய விவரங்கள் தரப் பெற்றுள்ளதாகக் கொள்வோம். ஒவ்வொரு ஆண்டின் விலை முந்திய ஆண்டின் விலையிலிருந்து வேறுபட்டிருக்கலாம். இவ்வேறுபாடுகளின் அளவை அளப்பதற்குக் 'குறியீட்டெண்கள்' (Index Numbers) பயன்படுகின்றன. காலப்பாகுபாடு அல்லது இடப்பாகுபாடு செய்யப்பெற்ற விவரங்களில் கொடுக்கப்பெற்றுள்ள மதிப்புகளிடையிலுள்ள வேறுபாடுகளின் அளவை அளப்பதற்குக் குறியீட்டெண்கள் பயன்படுகின்றன.

ஒரு குறிப்பிட்ட விற்பனையகத்தின் விற்பனையளவுகள் ஒவ்வொரு ஆண்டிற்கும் தரப்பெற்றிருப்பதாகக் கொள்வோம். ஒரு ஆண்டில் விற்பனை அளவு மிக அதிகமாகவும் மற்றொரு ஆண்டில் மிகக் குறைவாகவும் இருக்கலாம். ஆனால் பொதுவாகக் காலப்போக்கில் விற்பனை அளவில் ஏற்றம் உள்ளதா அல்லது இறக்கம் உள்ளதா என்பதை அறிய வேண்டியிருக்கலாம். இது போன்றவற்றை அறிந்து கொள்ளப் பயன்படும் முறைகள் பற்றி காலத்தொடர் வரிசை (Time Series) என்ற தலைப்பில் தந்துள்ளோம்.

எதிர்கால நிகழ்ச்சிகள் பற்றி நாம் அறியாதவர்களாக இருப்பினும் ஒவ்வொரு நாளும் எதிர்காலத்தைப் பற்றிய முடிவுகள் செய்ய வேண்டிய நிர்ப்பந்தத்திற்குள்ளாகிறோம். வெயிலில் செல்லும் போது மழை உடுப்பை எடுத்துச் செல்வது அல்லது மழை பெய்யாது என்ற நம்பிக்கையை மேற்கொள்வது, இப்பொழுதே ஒரு கார் வாங்குவது அல்லது இன்னும் ஒருவருடம் கழித்து வாங்குவது இது போன்ற முடிவுகள் எடுக்க வேண்டிய சந்தர்ப்பங்களில் நம்முடைய முடிவுகள் ஊகத்தை மேற்கொள்ள வேண்டியுள்ளது, தொழில் உலகத்தில் 'ஊகம்' (chance) முக்கிய பங்கு வகிக்கிறது. ஊக விதிகளைப் பற்றி 'ஊக அளவைக் கோட்பாடு' (Probability Theory) கூறுகின்றது.

இந்தியா போன்ற பொருளாதார வளர்ச்சியில் பின்தங்கிய நாடுகளின் சமூகப் பொருளாதார முன்னேற்றத்திற்கு அந்த நாட்டின் சமூகப் பொருளாதார மற்றும் வணிகத்துறை பற்றிய புள்ளி விவரங்கள் இன்றியமையாதவை. எனவே பலதுறைகள் பற்றிய புள்ளி விவரங்களைச் சேகரித்து ஆராயும்பொருட்டு பல புள்ளியியல் அமைப்புக்கள் நிறுவப்பெற்றுள்ளன. இந்தியாவில் பயன்படுத்தப் பெறும் புள்ளியியல் அமைப்புப்பற்றி 'இந்தியப் புள்ளி விவரங்கள்' (Indian Statistics) என்ற தலைப்பில் விளக்கியுள்ளோம்.

1

புள்ளியியலின் தன்மையும் எல்லையும்

(Nature and Scope Statistics)

[புள்ளியியலின் பொருள் — இலக்கணம் — பகுதிகள் — பணிகள் — முக்கியத்துவம் — வரையறை — அவநம்பிக்கை — புள்ளியியலின் பங்கு]

புள்ளியியல் என்ற தொடருக்கான பொருள் :
(Meaning of Statistics)

ஆங்கிலச் சொல்லாகிய '*Statistics*'-ஐ இரண்டு வேறுபட்ட பொருட்களில் பயன்படுத்துகின்றனர். இச்சொல்லை (a) குறுகிய பொருளிலும் (b) பரந்த பொருளிலும் பயன்படுத்துகின்றனர். குறுகிய பொருளில் இச்சொல் புள்ளி விவரங்களைக் (data) குறிப்பதற்காகப் பயன்படுத்தப்படுகின்றது. அதாவது, எண்கள் வாயிலாக வெளியிடக்கூடிய விவரங்களைக் குறிக்குமுகமாக இச்சொல்லைக் குறுகிய பொருளில் பயன்படுத்துகின்றனர். எடுத்துக்காட்டாக, வேலையற்றிருப்போர் பற்றிய புள்ளி விவரம், இந்தியாவில் உற்பத்தித் தொழில்களில் ஏற்பட்டு வரும் விபத்துக்கள் பற்றிய புள்ளி விவரம் என்று நாம் கூறும்போது Statistics என்ற சொல்லை, அதன் குறுகிய பொருளில் பயன்படுத்துகிறோம். சாதாரணப் பேச்சுவழக்கில் இச்சொல்லை இப்பொருளிலேயே பயன்படுத்தி வருகின்றனர். *Statistics* என்ற ஆங்கிலச் சொல்லைப் புள்ளி விவரங்களைக் குறிக்குமுகமாகப் பயன்படுத்தும் போது அது பன்மைப் பெயர்ச்சொல் (Plural noun) என்பதை அறியவும்.

எண்கள் வாயிலாக வெளியிடப்பெறும் விவரங்களை ஆய்ந்து சில முடிவுகளை நாம் பெறுவதற்கு ஏதுவாகப் புள்ளியியல் முறைகள் (statistical methods) பல உள்ளன. இப் புள்ளியியல் முறைகளைக் குறிக்குமுகமாகவும் statistics என்ற ஆங்கிலச்சொல்லைப்

பயன்படுத்துகின்றனர். இதுவே இச்சொல்லுக்குப் பரந்த பொருளாகும். புள்ளியியல் முறைகள் பலதரப்பட்டவையாக உள்ளன. எளிதில் யாவரும் புரிந்துகொள்ளக் கூடிய முறைகளும் உள்ளன. சிக்கல்கள் பலவுள்ளவையாகவும், கணிதத்தை நன்கு கற்றோரே புரிந்துகொள்ளக் கூடியவையாகவும் இம்முறைகளில் சில உள்ளன. நம்முடைய பாடங்களில் *Statistics* என்ற சொல்லைப் புள்ளியியல் முறைகளைக் குறிக்குமுகமாகப் பயன்படுத்தியுள்ளோம். *Statistics* என்ற ஆங்கிலச் சொல்லைப் புள்ளியியல் முறைகள் என்ற பொருளில் பயன்படுத்தும்போது அது ஒருமைப் பெயர்ச்சொல் (singular noun) என்பதை அறியவும். மேலும் (statistics) என்ற சொல்லை இப்பொருளில் பயன்படுத்தும்போது அது பிரயோகக் கணிதத்தின் (Applied Mathematics) ஒரு கூறாகும் என்பதையும் அறியவும்.

புள்ளியியல் எதைப் பற்றியது? (Subject-matter of statistics):

எண்கள் வாயிலாக வெளியிடக்கூடிய விவரங்களைச் சேகரித்து (collection) அவற்றை வேண்டிய உருவில் வடித்து (presentation), பின்னர் ஆய்ந்து (analysis), அவையுணர்த்தும் கருத்துக்களை விளக்குவதை (interpretation)ப் புள்ளியியல் அல்லது புள்ளியியல்முறைகள் என்கிறோம். புள்ளியியல் முறைகளைக் கையாளுவதற்கு நமக்கு விவரங்கள் கிட்டினால் மட்டும் போதுமானதாகாது; இவை எண்கள் வாயிலாக வெளியிடக்கூடிய விவரங்களாக இருத்தல் வேண்டும். இக்கருத்தை நாம் அறிந்துகொள்வதற்காக கிராக்ஸ்டன் (Croxton), கௌடன் (Cowden), கிளைன் (Klein) ஆகிய மூவரும் தாம் எழுதியுள்ள ''Applied General Statistics'' என்ற நூலில் ஓர் எடுத்துக்காட்டு தந்துள்ளனர். செங்கல், கல், மரம் ஏனைய பொருட்கள் ஆகியவற்றைக் கொண்டு வீடுகள் கட்டப்பட்டுள்ளன என்று நமக்குத் தரப்படும் விவரங்களைப் புள்ளியியல் முறைகளைக் கொண்டு ஆய்வுக்குப் பயன்படுத்த முடியாது. ஆனால் இப்பொருட்கள் ஒவ்வொன்றையும் பயன்படுத்தி எத்தனை எத்தனை வீடுகள் கட்டப்பட்டுள்ளன என்ற விவரங்களை நாம் பெற்றால் புள்ளியியல் முறைகளைக் கொண்டு அவற்றை ஆய்வுக்குப் பயன்படுத்த முடியும்.

புள்ளி விவரங்களைச் சேகரித்து, வேண்டிய உருவில் வடித்து, ஆய்ந்து, உணர்த்தும் கருத்தை விளக்குவது ஆகியவை குறித்தது புள்ளியியல் என்று மேலே கூறியுள்ளோம். இந்த நான்கு படிகள் குறித்தும் கீழே சுருக்கமாக விளக்கியுள்ளோம்:

1. சேகரித்தல் (Collection) :

எந்தப் புள்ளியியல் ஆராய்ச்சியிலும் (statistical investigation) முதற்படி புள்ளி விவரங்களைச் சேகரிப்பதாகும். புள்ளி விவரங்களில் முதன் நிலைப் புள்ளி விவரங்கள், இரண்டாம் நிலைப் புள்ளி விவரங்கள் என்று இருவகைகள் உள்ளன. இவற்றைச் சேகரிப்பதற்கு மாதிரி முறை, முழுக்கணிப்பு முறை என இரண்டு வழிமுறைகள் உள்ளன. நமது தேவைக்கும் வசதிக்கும் ஏற்ற முறையைத் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும்.

2. வடித்தல் (Presentation) :

சேகரித்துள்ள புள்ளி விவரங்களை நமக்குப் பயன்படும் வகையிலும் உருவிலும் வடித்துக் கொள்ளுதல் புள்ளியியல் ஆராய்ச்சியிலுள்ள இரண்டாவது படியாகும். அட்டவணை உருவிலோ வரைபடங்கள் உருவிலோ இவற்றை வடித்துக் கொள்ள வேண்டும்,

3. ஆய்வு (Analysis) :

பயன்படும் உருவில் நாம் வடித்துள்ள புள்ளி விவரங்களை ஆய்தல், புள்ளியியல் ஆராய்ச்சியில் மூன்றாவது படியாகும். புள்ளி விவரங்கள் உணர்த்தும் போக்கை நாம் கண்டறிய முயலுவதைக் குறிப்பதற்காக நாம் ஆய்வு என்ற சொல்லைப் பயன் படுத்துகிறோம். புள்ளி விவரங்கள் உணர்த்தும் போக்கைக் கண்டறிவதற்காக நாம் பயன்படுத்தக்கூடிய புள்ளியியல் கருவிகள் சில உள்ளன. அவை சராசரி (Average), கோட்டம் Skewness), தட்டைத் தன்மை (Kurtosis), உடன்தொடர்பு (correlation), பண்புகளின் கூட்டுறவு (association முதலியவையாகும்

4. விளக்கம் (Interpretation) :

புள்ளி விவரங்கள் உணர்த்தும் கருத்துக்களை விளக்குவது எந்தப் புள்ளியியல் ஆராய்ச்சியிலும் இறுதிக் கட்டமாகும். நாம் சேகரித்த புள்ளி விவரங்களை ஆய்ந்ததன் விளைவாகப் பெற்ற முடிவுகளைக் கூறுவதைக் குறிப்பதற்காக நாம் விளக்கம் என்ற சொல்லைப் பயன்படுத்துகிறோம். சேகரிக்கப்பட்ட புள்ளிவிவரங்கள் எவ்வெவ்வரையறைகட்குட்பட்டவை என்பதை மனதில் கொண்டே அவை உணர்த்தும் கருத்துக்களை எடுத்துரைக்கவேண்டும்.

புள்ளியியல் குறித்த இலக்கணங்கள்
(Definitions of Statistics)

பல அறிஞர்கள் பல்வேறு வகையில் புள்ளியியலுக்கு

இலக்கணங்களைத் தந்துள்ளனர். *Statistics* என்ற சொல் உணர்த்தும் குறுகிய பொருளை (அதாவது புள்ளி விவரங்கள் என்ற பொருளை) மனதில் கொண்டு சிலர் இலக்கணங்கள் தந்துள்ளனர். வேறு சிலர் Statistics என்ற சொல் உணர்த்தும் பரந்த பொருளை (அதாவது புள்ளியியல் முறைகள் என்ற பொருளை) மனதில் கொண்டு இலக்கணங்கள் தந்துள்ளனர். இவ்விலக்கணங்களுள் தலையாயவற்றை நாம் கீழே ஆராய்ந்துள்ளோம்.

Statistics என்ற சொல்லைப் புள்ளி விவரங்கள் என்ற பொருளில் பயன்படுத்தும் அறிஞர்கள் வரைந்துள்ள இலக்கணங்கள் சில வருமாறு :

1. வெப்ஸ்டர் (Webster) என்பார் தந்துள்ள இலக்கணம் வருமாறு : ''எண்கள் வாயிலாகவோ, அட்டவணை உருவிலோ, வேறு வகையிலோ வடித்துத் தரக்கூடியவையும் நாட்டிலுள்ள மக்களின் நிலைகளைப் பற்றியவையுமான விவரங்கள் புள்ளி விவரங்களாகும்''.

வெப்ஸ்டரின் இலக்கணம் குறுகிய எல்லைக்குட்பட்டதாகும். நாட்டிலுள்ள மக்களின் நிலைகளைப் பற்றிய விவரங்கள் மட்டுமே புள்ளி விவரங்கள் என்று இவர் கூறியிருப்பதால் நாம் இவ்வாறு கருத வேண்டியுள்ளது. மேலும் இவருடைய இலக்கணம் தற்கால நிலையைப் பிரதிபலிப்பதாக இல்லை. ஏனெனில், தற்சமயம் மக்களின் பல்வேறுவகையான நடவடிக்கைகள் குறித்து மட்டுமன்றி சடப்பொருள் உலகம், பிராணிகள் உலகம், தாவர உலகம், முதலிய வற்றில் நிகழும் நடவடிக்கைகள் குறித்தும் புள்ளி விவரங்கள் சேகரிக்கப்பட்டு வருகின்றன.

2. பேராசிரியர் ஹொரேஸ் செக்ரிஸ்ட் (Horace Secrist) வழங்கியுள்ள இலக்கணத்தைக் கீழேதந்துள்ளோம். புள்ளி விவரங்கள் பெற்றிருக்க வேண்டிய தன்மைகள் யாவற்றையும் இவர் தம்முடைய இலக்கணத்தில் தெளிவாகப் புலப்படுத்தியுள்ளார். இவருடைய இலக்கணம் வருமாறு:

''ஒழுங்கான முறைகளை மேற்கொண்டு, முன் கூட்டியே தீர்மானிக்கப்பட்ட நோக்கத்திற்காக, போதுமான அளவு துல்லியத்தைப் பெறக்கூடிய முறைகளைக் கையாண்டு எண்கள் வாயிலாக வெளியிடப்பட்டுள்ள அல்லது கணக்கீடு செய்யப்பட்டுள்ள அல்லது மதிப்பிடப்பட்டுள்ளவையும், பல்வேறு காரணங்களின் விளைவாகத்

தோன்றியுள்ளவையும், ஒன்றோடொன்று தொடர்புபடுத்தப்பட்டுள்ளவையுமான மொத்தமாக உள்ள விவரங்களே புள்ளி விவரங்களாகும்."

புள்ளி விவரங்கள் கீழ்க்காணும் தன்மைகளைப் பெற்றிருக்க வேண்டும் என்பதை இவ்விலக்கணத்தின் மூலம் நாம் அறிய முடிகிறது.

1. **புள்ளி விவரங்கள் மொத்தமாக உள்ள விவரங்களாகும்.** (Statistics are aggregates of facts).

தனியாக உள்ள எண்ணோ, தொடர்பின்றியிருக்கும் எண்ணோ புள்ளி விவரமாகாது. ஏனெனில், இத்தன்மைத்தான எண்களை ஒப்பு நோக்க முடியாது. எடுத்துக்காட்டாக, ஒருவரின் நிறை 50கிலோ என்பது புள்ளிவிவரமாகாது. ஆனால் ஒரு வகுப்பிலுள்ள மாணவர்களின் நிறைகள் புள்ளி விவரமாகும்.

2. **புள்ளி விவரங்கள் பல்வேறு காரணங்களின் விளைவாகத் தோன்றியுள்ளவையாகும்.**

(Statistics are affected to a marked extent by a multiplicity of causes).

பொதுவாக, நிகழ்ச்சிகளும் விவரங்களும் பல காரணங்களை முன்னிட்டுத் தோன்றுகின்றன எடுத்துக்காட்டு ஒன்று காண்போம். விலைகளைப் பற்றிய புள்ளி விவரங்கள் பல காரணங்களின் விளைவாகத் தோன்றியவையாகும். அளிப்பு, தேவை, ஏற்றுமதி, இறக்குமதி, புழக்கத்திலுள்ள பணத்தினளவு போன்ற பல காரணங்களால் விலைகள் பாதிக்கப்படுகின்றன. ஒவ்வொன்றும் நாட்டில் பொது விலைமட்டத்தை எந்த அளவுக்குப் பாதிக்க வல்லவை என்பதைத் தனித்தனியே நாம் கண்டு கொள்ளவியலாது

3. **புள்ளி விவரங்கள் எண்கள் வாயிலாக வெளியிடப் படுபவை.** (Statistics are numerically expressed.)

எல்லாப் புள்ளி விவரங்களும் எண்கள் வாயிலாக வெளியிடப்பட்டுள்ள விவரங்களாகும். நன்மை, தீமை இளமை, முதுமை போன்ற பண்புகளை நாம் புள்ளி விவரங்கள் என்று கொள்வதில்லை.

4. புள்ளி விவரங்கள் போதுமான அளவு துல்லியத்தைப் பெறக்கூடிய முறைகளைக் கையாண்டு கணக்கீடு செய்யப்பட்டுள்ள அல்லது மதிப்பிடப்பட்டுள்ள விவரங்களாகும்.

(Statistics are enumerated or estimated according to reasonable standards of accuracy.)

புள்ளி விவரங்களை இரு வகைகளில் பெறமுடியும். ஒன்றொன்றாக எண்ணியோ. அளந்தோ பெறுவது ஒரு முறை. மதிப்பீடு (estimate) செய்து பெறுவது இரண்டாவது முறையாகும். ஒவ்வொன்றாக எண்ணி நாம் பெறும் புள்ளி விவரங்களைப் போல மதிப்பீடு செய்து நாம் பெறும் புள்ளி விவரங்கள் துல்லியமானவையாக இருக்க முடியாது. பெரும்பாலான புள்ளியியல் ஆராய்ச்சிகளில் நூற்றுக்கு நூறு துல்லியத்தைப் பெற முடியாது. நாம் புள்ளியியல் ஆராய்ச்சிக்கென்று எடுத்துக் கொண்டுள்ள கருத்தமைவிற்கு ஏற்ப புள்ளி விவரங்களைச் சேகரிக்க விரும்பும் இடத்தின் பரப்பு ஆகியவற்றைப் பொறுத்து நாம் பெறவேண்டிய துல்லியம் அமையும். எடுத்துக்காட்டு ஒன்று காண்போம். குடியரசு தின் அணிவகுப்பை ஐந்து லட்சம் மக்கள் கண்டனர் என்று கூறும் போது உண்மையாகக் கண்டவர்கள் ஐந்து இலட்சமாக இருக்க வேண்டியதில்லை புள்ளி விவரமானது ஐந்து இலட்சத்தைவிடச் சில ஆயிரங்கள் அதிகமானதாகவோ குறைவானதாகவோ இருக்கலாம். ஆனால் ஒரு வகுப்பிலுள்ள மாணவர்களை எண்ணிய பின்னர் மொத்தம் 50 மாணவர்கள் இருந்தனர் என்று கூறினால் அப்புள்ளி விவரம் நூற்றுக்கு நூறு துல்லியமானதாகும். மற்றுமொரு எடுத்துகாட்டுக் காண்போம். மருத்துவப் பரிசோதனைக்காக மாணவர்களின் உயரங்களை அளக்கும்போது சென்டி மீட்டரின் ஒரு சிறு பகுதியைக் கூட நாம் புறக்கணித்தல் கூடாது ஆனால் இரு நகரங்கட்கிடையேயுள்ள தூரத்தை அளவிடும் போது ஒரு சில மீட்டர்களை நாம் புறக்கணித்தாலும் அது தவறாகாது.

5. புள்ளி விவரங்கள் ஒழுங்கான முறைகளைக் கொண்டு சேகரிப்பவையாகும்.

(Statistics are collected in a systematic manner.)

புள்ளி விவரங்களைச் சேகரிக்கு முன்னர் எவ்வாறு இவற்றைச் சேகரிப்பது என்பது குறித்து உரிய திட்டம் ஒன்றை உருவாக்கிக் கொள்ள வேண்டும். இத்திட்டத்தில் கண்டுள்ளவாறு ஒழுங்கான முறைகளைக் கையாண்டு புள்ளி விவரங்களைச் சேகரிக்க வேண்டும்.

திட்டமேதுமின்றி ஒழுங்கற்ற முறையில் சேகரிக்கப்படும் விவரங்களைப் பயன்படுத்தி ஆய்வை மேற்கொண்டால் தவறான முடிவுகளை நாம் பெறக் கூடும்.

6. **புள்ளி விவரங்கள் முன்கூட்டியே தீர்மானிக்கப்பட்ட நோக்கத்திற்காகக் சேகரிக்கப்படுபவையாகும்.**
(Statistics are collected for a pre-determined purpose) :

எந்த நோக்கத்திற்காகப் புள்ளி விவரங்கள் சேகரிக்கப்பட வேண்டும் என்பதை முன் கூட்டியே தீர்மானிக்க வேண்டும். எந்தக் குறிப்பிட்ட நோக்கத்திற்காகப் புள்ளி விவரங்கள் சேகரிக்கத் தீர்மானித்துள்ளனரோ அதைத் தெளிவாகக் குறிப்பிடவேண்டும். மேலும் புள்ளியியல் ஆராய்ச்சியை மேற்கொள்ளுபவருக்கு இந்தக் குறிப்பிட்ட நோக்கம் தெளிவாகத் தெரிந்திருக்க வேண்டும்.

7. **புள்ளி விவரங்கள் ஒன்றோடொன்று தொடர்பு படுத்தக்கூடியவையாகும்** (Statistics should be placed in relation to each other) :

ஒன்றோடொன்றை ஒப்பிட்டறிவதற்காகவே பெரும்பாலும் புள்ளிவிவரங்கள் சேகரிக்கப்படுகின்றன. ஒரே விஷயங் குறித்த ஒரே சீரான (homogeneous) புள்ளி விவரங்களே ஒன்றோடொன்று ஒப்பிடக்கூடியவையாகும். எடுத்துக்காட்டாக யானைகளின் உயரங்களையும் மனிதர்களின் உயரங்களையும் ஒப்பிடுவது பொருளற்றதாகும்.

Statistics என்ற சொல்லைப் புள்ளியியல் முறைகள் என்ற பொருளில் பயன்படுத்தும் அறிஞர்கள் வரைந்துள்ள இலக்கணங்கள் வருமாறு:

1. பேராசிரியர் A.L. பௌலி (Bowley) புள்ளியியலுக்கு மூன்று விதமான இலக்கணங்கள் தந்துள்ளார். அவை வருமாறு:

a) 'கணக்கிடும் அறிவியலே புள்ளியியலாகும்' (science of counting) என்பது இவர் தந்துள்ள ஓர் இலக்கணமாகும். இவ்விலக்கணத்தின் வரம்பு மிகமிகக் குறுகலானதாகும். ஏனெனில், புள்ளியியல் முறையின் ஒரே ஒரு கூறாகிய புள்ளி விவரங்களைச் சேகரித்தல் என்பதை மட்டும் இது கருதி ஏனையவற்றைப் புறக்கணித்துள்ளது. மேலும் புள்ளியியல் முறைகளை மேற்கொள்வதற்கு ஏதுவாகப் புள்ளி விவரங்கள் மதிப்பீடு செய்யப்படுகின்றன என்ற உண்மையை இந்த இலக்கணம் புறக்கணிக்கின்றது, எனவே, இது ஏற்றுக் கொள்ளக் கூடியதல்ல.

b) 'சராசரிகளைப் பற்றிய அறிவியல் புள்ளியியலாகும்' (science of averages) என்பது, பௌலி தந்துள்ள மற்றோர் இலக்கணமாகும். இவ்விலக்கணமும் ஏற்றுக்கொள்ளக் கூடியதன்று. புள்ளியியலில் நாம் சராசரியை மட்டும் பயன்படுத்தவில்லை. சிதறல் (dispersion), கோட்டம் (skewness), உடன்தொடர்பு (correlation) முதலிய பலமுறைகளையும் நாம் புள்ளியியலில் பயன்படுத்தி வருகிறோம்.

c) ''புள்ளியியல் என்பது ஒருயிர்போல் இயங்கும் சமூக அமைப்பில் ஏற்படும் எல்லா வெளித் தோற்றங்களையும் அளவுபடுத்தி ஆராயும் அறிவியலாகும்'' என்று மற்றுமோர் இலக்கணத்தையும் பௌலி தந்துள்ளார். இவ்விலக்கணத்தின் வரம்பும் மிகக் குறுகியதாகும். புள்ளியியல் மனித நடவடிக்கைகளை மட்டும் ஆராயும் அறிவியல் என்று இவ்விலக்கணம் தவறான முடிவுக்கு நம்மை இட்டுச் செல்கின்றது. தற்சமயம் இயற்பியல், தாவர இயல், விலங்கியல், வானசாத்திரம் முதலியவற்றிலும் புள்ளியியல் முறைகள் மேற்கொள்ளப்பட்டு வருகின்றன என்ற உண்மையை இவ்விலக்கணம் புறக்கணிக்கின்றது. மேலும், இவ்விலக்கணத்தில் பௌலி அளவுபடுத்துதல் என்னும் பணியை மட்டும் புள்ளியியல் ஆற்றும் பணியாகக் குறிப்பிட்டுள்ளார். ஆனால் ஒப்பிடுதல், ஆய்வு, வடித்தல், விளக்கம் தருதல் போன்ற பணிகளையும் புள்ளியியல் ஆற்றுகிறது. எனவே, இவ்விலக்கணமும் ஏற்றுக்கொள்ளக் கூடியதல்ல.

2. புள்ளியியலுக்குப் போடிங்டன் (Boddington) வழங்கியுள்ள இலக்கணம் வருமாறு: ''மதிப்பீடுகள், ஊக அளவைகள் ஆகியவற்றைப் பற்றிக் கூறும் அறிவியல் புள்ளியியலாகும்''. இந்த இலக்கணத்தையும் நாம் ஏற்றுக்கொள்ள முடியாது. புள்ளியியல் முறைகள் பல உள்ளன. அவற்றுள் இரண்டை மட்டும் கருத்தில் கொண்டு இவ்விலக்கணம் வரையப்பட்டிருப்பதே இதற்கான காரணமாகும்.

3. கிராக்ஸ்டன், கௌடன், கிளைன் ஆகிய மூவரும் புள்ளியியலுக்குத் தெளிவான இலக்கணம் தந்துள்ளனர். அது வருமாறு; ''எண்கள் வாயிலாக வெளியிடக்கூடிய விவரங்களைச் சேகரித்து, அவற்றை வேண்டிய உருவில் வடித்துப் பின்னர் ஆய்ந்து அவையுணர்த்தும் கருத்துக்களை விளக்குவதைப் புள்ளியியல் அல்லது புள்ளியியல் முறைகள் என்கிறோம்''.

4. செலிக்மென் தந்துள்ள இலக்கணமும் கிராக்ஸ்டன், கௌடன், கிளைன் ஆகிய மூவரும் தந்துள்ள இலக்கணத்தைப் போலத் தெளிவானதாகும். செலிக்மென் தந்துள்ள இலக்கணம் வருமாறு: ''எவ்விதமான ஆராய்ச்சியிலும் எண்கள் வாயிலாக வெளியிடப்படும் விவரங்களைச் சேகரித்து, வகைப்படுத்தி, வேண்டிய உருவில் வடித்து, ஒப்பிட்டு, அவையுணர்த்தும் கருத்துக்களை விளக்கப் பயன்படும் முறைகளைக் கொண்டுள்ள அறிவியல் புள்ளியியலாகும்''.

மேலே நாம் கொடுத்துள்ள இலக்கணங்கள் பலவற்றுள்ளும் கிராக்ஸ்டன், கௌடன், கிளைன் ஆகிய மூவரும் தந்துள்ள இலக்கணமும் செலிக்மென் தந்துள்ள இலக்கணமும் ஏற்றுக்கொள்ளத்தக்கவையாகும். புள்ளியியல் எதைப்பற்றிக் கூறுகின்றது என்று இவை விளக்குவதோடு புள்ளியியல் எல்லையை இவை தெளிவாக வரையறுத்துக் கூறுகின்றன. எந்தப் புள்ளியியல் ஆராய்ச்சியும் கடந்து செல்ல வேண்டிய நான்கு படிகளாகிய (1) புள்ளி விவரங்களைச் சேகரித்தல் (2) புள்ளி விவரங்களைப் பயன்படும் உருவில் வடித்தல் (3) புள்ளி விவரங்களை ஆய்தல் (4) புள்ளி விவரங்கள் உணர்த்தும் கருத்துக்களை விளக்குதல் ஆகியவற்றை இவ்விரு இலக்கணங்களும் தெளிவாகக் குறிப்பிட்டுள்ளன.

புள்ளியியலின் முக்கிய பகுதிகள் (Main Divisions of Statistics):

தற்கால அறிவியல் ஒன்றில் இரு கூறுகள் இருப்பதை நாம் காணலாம். அவை (1) தூய அறிவியல் (Pure science) (2) பிரயோக அறிவியல் (Applied Science) என்பவையாகும். இதே போல புள்ளியியலும் இரு கூறுகளால் ஆகியதாகும். அவை (1) புள்ளியியல் முறைகள் (Statistical Methods) (2) பிரயோகப் புள்ளியியல் (Applied Statistics) என்பவையாகும்.

புள்ளி விவரங்களைச் சேகரிப்பது, வேண்டிய உருவில் வடிப்பது, ஆய்வது, உணர்த்தும் கருத்துக்களை விளக்குவது ஆகிய நான்கு படிகளிலும் பயன்படுத்தப்பட்டு வருகின்ற முறைகள், கோட்பாடுகள் ஆகியவற்றின் மொத்தத்தை நாம் புள்ளியியல் முறைகள் என்கிறோம்.

நடைமுறை உலகிலுள்ள கூலிகள், விலைகள், மக்கள் தொகை போன்றவற்றின் போக்கைப்பற்றி அறிவதற்காக நாம் இக்கோட்பாடுகளையும், முறைகளையும் பயன்படுத்துவதைப் பிர-

யாகப் புள்ளியியல் என்கிறோம். உயிருள்ள பொருட்களை அளவிட்டறிவதைப் பற்றிய பயோமெட்ரி (Biometry), மனதின் போக்கைப்பற்றிய சைகோமெட்ரி (Psychometry), பிறப்பு, இறப்புப் புள்ளி விவரங்கள் (Vital Statistics), திருவாகத்துறை, சமுதாய நடவடிக்கை, பொருளாதார நடவடிக்கை ஆகியவற்றோடு தொடர்புடைய புள்ளி விவரங்கள் போன்றவை யாவும் பிரயோகப் புள்ளியியலின் பல்வேறு பகுதிகளாகும்.

பிரயோகப் புள்ளியியலை இரண்டாக வேறுபடுத்தியுள்ளனர். அவை 1) விவரிக்கும் பிரயோகப் புள்ளியியல் (Descriptive Applied Statistics) 2) அறிவியல் அடிப்படையில் பயன்படு புள்ளியியல் (Scientific Applied Statistics) என்பவையாகும்.

நிகழ்காலத்தைப் பற்றியவையாகவோ கடந்த காலத்தைப் பற்றியவையாகவோ உள்ள புள்ளி விவரங்களைப் பற்றிக் கூறும் பகுதியை நாம் விவரிக்கும் பயன்படு புள்ளியியல் என்கிறோம். வாணிபப் புள்ளி விவரங்களை நாம் இதற்கு எடுத்துக்காட்டாகக் கூறலாம். வாணிபம் சம்பந்தப்பட்ட கடந்தகாலப் புள்ளி விவரங்களையும், நிகழ்காலப் புள்ளி விவரங்களையும் சேகரித்து, வகைப்படுத்தி, ஆய்ந்து, வாணிபத்திலுள்ள பிரச்சனைகளைத் தீர்ப்பதற்கு ஏதுவாகச் சில முக்கியமான முடிவுகளைப் பெற முடிகின்றது.

உரிய புள்ளியியல் முறைகளைக் கையாண்டு சேகரிக்கப்பட்டுள்ள புள்ளி விவரங்களை அடிப்படையாகக் கொண்டு விஞ்ஞான ரீதியான விதிகளை உருவாக்குவதை நாம் அறிவியல் அடிப்படையில் பயன்படு புள்ளியியல் என்கிறோம். எடுத்துக்காட்டாக, வாணிபப் புள்ளி விவரங்களை அடிப்படையாகக் கொண்டு எதிர்கால வாணிபப் போக்கு (business forecasting)க் குறித்து விளக்கத் தலைப்பட்டால் அது அறிவியல் அடிப்படையில் பயன்படு புள்ளியியலின் ஒரு பகுதியாகும்.

புள்ளியியல் அறிவியலும் கலையுமாகும். (Statistics as a science and as an art) :

முறைப்படி தொகுக்கப்பட்டுள்ள அறிவின் தொகுதியைக் குறிப்பதற்காக நாம் அறிவியல் என்ற சொற்றொடரைப் பயன்படுத்துகிறோம். அறிவியல் காரண - காரியத் தொடர்புகள் குறித்து ஆய்கின்றது. விவரங்களைச் சேகரித்து, அவற்றை ஒழுங்குபடுத்தி, அவையுணர்த்தும் கருத்துக்களை விளக்கி, அவற்றிலிருந்து சில

முடிவுகளைப் பெறுவது அறிவியலின் பணியாகும். இந்த அடிப்-படையில் நோக்கினால் புள்ளியியலும் ஓர் அறிவியலே என்று கொள்ள வேண்டும். ஏனெனில் புள்ளியியலானது புள்ளி விவரங்களைச் சேகரித்து, ஒழுங்குபடுத்தி அவையுணர்த்தும் கருத்துக்களை விளக்கி, சில முடிவுகளைப் பெறும் பணியையே ஆற்றிக் கொண்டுள்ளது.

எனினும் தம்முடைய Applied General Statistics என்ற நூலில் கிராக்ஸ்டன், கௌடன், கிளைன் ஆகியோர் புள்ளியியல் ஓர் அறிவியலன்று என்றும் அது ஓர் அறிவியல் முறையே (scientific method) என்றும் வலியுறுத்தியுள்ளனர். அவர்தம் கூற்று வருமாறு: ''இயற்பியல், வேதியல், பொருளாதாரம், சமுதாய அறிவியல் போலப் புள்ளியியல் அறிவியலாகாது. புள்ளியியல் ஓர் அறிவிய-லன்று;அது ஓர் அறிவியல் முறை மட்டுமேயாகும்''.

ஆய்ந்து அறிவின் தொகுதியை ஏற்படுத்துவது அறிவியலின் பணியாகும். இவ்வாறு பெற்ற அறிவை நடைமுறை உலகில் பயன்படுத்துவதைக் கலை(art)என்கிறோம். ஒவ்வொரு கலையிலும் அறிவியல் அடிப்படை உள்ளது.எடுத்துக்காட்டாக, ஓவியர் சித்திரம் வரையும் போது சில கோட்பாடுகளை அடிப்படையாகக் கொண்டே செயல்படுகிறார்.ஒவ்வொரு அறிவியலிலும் பிரயோகப் பகுதி(applied side) ஒன்றுள்ளது. எடுத்துக்காட்டாக, வேதியலைப் பொறுத்த வரையில் தூய வேதியல் pure Chemistry) அதன் அறிவியல் பகுதியாகும். பயன்படு வேதியல் (Applied Chemistry) அதன் கலைப் பகுதியாகும். இதேபோலப் புள்ளியியலைப் பொறுத்த வரையில் புள்ளியியல் முறைகள் (Statistical Methods) அதன் அறிவியல் பகுதியாகும். பிரயோகப் புள்ளியியல் (App'ied Statistics) அதன் கலைப்பகுதியாகும். இவ்வாறு புள்ளியியல் அறிவு ஒளி வழங்கும் அறிவியலாகவும், பயனைத் தரும் கலையாகவும் உள்ளது.

புள்ளியியல் ஆற்றும் பணிகள் (Functions of statistics):

கண்ணின் காணக்கூடிய ஆற்றலை டெலஸ்கோப் விரிவு படுத்துவதைப் போல, நம் மனக்கண்ணின் ஆற்றலைப் புள்ளியியல் விரிவுபடுத்துகின்றது. அதாவது புள்ளியியல் நம் அறிவின் எல்லை-யை விரிவுபடுத்துகின்றது. ''தனிமனிதன் அனுபவத்தை விரிவு படுத்துவது புள்ளியியலின் முக்கிய பணியாக உள்ளது,'' என்று பௌலி குறிப்பிட்டுள்ளார். பொதுவாகப் புள்ளியியல் ஆறு தலையாய பணிகளையாற்றி வருகின்றது. அவை வருமாறு:

1. சுருக்கித் தருதல் (condensation)
2. ஒப்பிடுதல் (comparison)
3. உடன் தொடர்பை அறிவுறுத்தல் (correlation)
4. திருத்தமாகத் தருதல் (correction)
5. விளைவுகளை அளவிட உதவுகின்றது (measures results)
6. மனித அனுபவத்தை விரிவடையச் செய்கின்றது (enlarges human experience).

1. சுருக்கித் தருதல் :

பலவாறாகவும் பெருமளவிலும் சிக்கல்கள் உடையதுமான புள்ளி விவரங்களை எளிமையாக்கித் தருவது புள்ளியியலின் பணிகளுள் ஒன்றாகும். மனித மனத்தின் ஆற்றல் வரையறைக்குட்பட்டதாகும். எனவே பெருமளவிலுள்ள சிக்கல்களுடைய புள்ளி விவரங்கள் உணர்த்தும் கருத்துக்களைக் கிரகித்துக் கொள்ளும் ஆற்றல் அதற்கில்லை. ஆனால் இப்புள்ளி விவரங்கள் உணர்த்தும் உண்மைகளைப் புள்ளியியல் எளிதில் உணருமாறு செய்கின்றது, சிக்கல்கள் உடைய புள்ளி விவரங்களை மொத்தங்களாகவும் சராசரிகளாகவும், சதவீதங்களாகவும் அமைத்து அவற்றைப் படங்கள் மூலமாகவும் வடித்து நாம் பயனடையப் புள்ளியியல் வழி கோலுகின்றது. இதனால் புள்ளி விவரங்களில் பொதிந்துள்ள உண்மைகளை அறிய முடிவதோடு நம் மனச்சுமையையும் குறைத்துக் கொள்ள முடிகின்றது. ஆயிரக்கணக்கிலுள்ள புள்ளி விவரங்களை அப்படியே பயன்படுத்தும்போது அவற்றில் பொதிந்துள்ள உண்மைகளை எளிதில் கண்டுகொள்ள முடியாது. ஆனால் இப்புள்ளி விவரங்களை சராசரி, விகிதம் போன்ற வடிவில் ஓர் எண்ணால் புலப்படுத்தும் போது இவற்றில் பொதிந்துள்ள உண்மைகளை நாம் எளிதில் உணர முடியும். இதேபோலப் படங்களும், வரைபடங்களும் நம் கண்ணையும் கருத்தையும் கவரவல்லவை. எனவே புள்ளி விவரங்களில் பொதிந்துள்ள கருத்துக்களை மக்கள் எளிதில் புரிந்து கொள்வதற்கு இவையும் உற்ற துணையாக உள்ளன.

2. ஒப்பிடுதல் :

''கணக்கீடு செய்வது மட்டும் புள்ளியியலின் முக்கிய பணியாகாது ஒப்பிட்டறிய வழிவகுத்தலும் இதன் தலையாய பணி-

யாகும்'' என்று போடிங்டன் கூறியுள்ளார். சில விவரங்களை அப்படியே பயனுள்ள வகையில் பயன்படுத்த முடிவதில்லை. அவற்றை ஏனைய இடங்களில் கிட்டிய விவரங்களோடு அல்லது ஏனைய காலத்திற்குரிய விவரங்களோடு ஒப்பிடும்போது அவை பயன்களை விளைவித்தல் கூடும். எடுத்துக் காட்டொன்று காண்போம். நாட்டில் செய்யப்படும் தொழில். பொருட்கள் உற்பத்தி குறித்த புள்ளி விவரங்களை நாம் சேகரிப்பதற்கான முக்கிய நோக்கம் யாது? கடந்த கால உற்பத்தியோடு ஒப்பிட்டு நாட்டில் தொழில் முன்னேற்றம் ஏற்பட்டுள்ளதா அல்லது தொழில் மந்தம் ஏற்–பட்டுள்ளதா என்று கண்டறிவதற்காக இவற்றைச் சேகரிக்கிறோம். மேலும் நம் நாட்டுத் தொழில் உற்பத்தியை ஏனைய நாடுகளின் தொழில் உற்பத்தியோடு ஒப்பிட்டு உலகநாடுகளில் நம் நாடு வகிக்கும் இடத்தைக் கண்டறியவும் நாம் இவற்றைச் சேகரிக்–கிறோம். புள்ளியியலில் ஒப்பிட்டறிவதற்கு ஏதுவாக மொத்தங்கள், விகிதங்கள், சராசரிகள், வரைபடங்கள், விளக்கப்படங்கள் போன்ற முறைகள் பயன்படுகின்றன.

3. உடன்தொடர்பை அறிவுறுத்தல் ;

இரண்டும் இரண்டுக்கு மேற்பட்ட செய்திகட்கிடையேயு–முள்ள தொடர்பை அறிவதற்கும் புள்ளியியல் பயன்படுகின்றது. எல்லா வகையான ஆராய்ச்சிகளிலும் பல செய்திகட்கிடையே–யுள்ள தொடர்பைக் கண்டறிய வேண்டுவது இன்றியமையாததாக உள்ளது. எடுத்துக்காட்டாக, அளிப்பிற்கும் தேவைக்குமிடையே–யுள்ள தொடர்பையும், மழைக்கும் வேளாண்மைப் பொருள் உற்–பத்திக்கும் இடையேயுள்ள தொடர்பையும், விலைகட்கும் கூலி வீதங்கட்குமிடையேயுள்ள தொடர்பையும், ஊக வாணிபத்திற்கும் வட்டி வீதத்திற்குமிடையேயுள்ள தொடர்பையும் நாம் அறிய வேண்டியது இன்றியமையாததாகும். இரண்டும் இரண்டுக்கு மேற்–பட்ட செய்திகட்குமிடையே எவ்வாறான தொடர்பு உள்ளது? என்பவற்றைக் கண்டறியப் புள்ளியியல் உதவுகின்றது. கூட்டுறவுக்–கெழு, உடன் தொடர்புக்கெழு முதலியவற்றின் உதவியால் நாம் நிகழ்ச்சிகட்கிடையேயுள்ள உடன் தொடர்பை அளவிட முடிகின்றது.

4. திருத்தமாகத் தருதல் :

புள்ளியியல் என்ற அறிவியல் தோன்றியிராத நிலையில் நம்முடைய கருத்துக்கள் திருத்தமற்றவையாகவும் உறுதியற்றவை யாகவும் இருத்தல் கூடும். புள்ளி விவரங்களைக் கொண்டு நிகழ்ச்சி

களைப்பற்றித் திருத்தமாகவும் வடித்தெடுப்பதற்கும் புள்ளியியல் உறுதுணையாக உள்ளது. எடுத்துக் காட்டு ஒன்று காண்போம் நாட்டில் மொத்த விலைகள் பெருமளவு அதிகரித்துள்ளன என்று நாம் கூறும்போது, விலையுயர்வு குறித்த நமது அறிவு திருத்த மானதென்று கூறமுடியாது. ஆனால் மொத்த விலை குறியீட்-டெண்களைப் பயன்படுத்தி நாம் இவ்வாறு கூறினால் விலையுயர்வு குறித்த நம்முடைய அறிவு திருத்தமானதாகவிருக்கும். ''ஒருவர் தாம் கூறும் செய்திகளை அளந்தறிந்து எண்கள் வாயிலாக வெளியிட முடியுமென்றால், அவர் அச்செய்திகளைப்பற்றி ஓரளவுக் காவது அறிந்திருக்கிறார் என்று கொள்ளலாம். ஆனால் அவர் அச்செய்திகளை அளந்தறிந்து எண்கள் வாயிலாக வெளியிட இயலாதென்றால், அவர் அச்செய்திகள் குறித்துப் பெற்றுள்ள அறிவு மிக மிகக் குறைவானதென்றும் திருப்தியற்றதென்றும் கொள்ளவேண்டும்.'' என்று கெல்வின்பிரபு (Lord Kelvin) குறிப்-பிட்டுள்ளார்.

5. விளைவுகளை அளவிட உதவுகின்றது :

ஒரு குறிப்பிட்ட கொள்கையை மேற்கொள்வதால் ஏற்படக் கூடிய விளைவுகளை அளந்தறிவதற்குப் புள்ளியியல் முறைகள் பெரிதும் துணையாக உள்ளன. எடுத்துக்காட்டொன்று காண்போம். மைய பாங்கு வீதம் அதிகரிக்கப்பட்டிருப்பதாகவும் இதனால் தொழில்கள் எவ்விதத்தில் பாதிக்கப்படக்கூடும் என்று அறிய விரும்புவதாகவும் கொள்வோம். இதற்காக நாம் மைய பாங்கு வீதத்தில் மாற்றம் ஏற்படுவதற்கு முன்பிருந்த நிலையையும் மாற்றம் ஏற்பட்டபின் உள்ள நிலையையும் ஒப்பிட வேண்டும். இவ்வாறு செய்து சிறந்த முடிவுகளைப் பெறுவதற்கு நாம் புள்ளி விவரங்களைப் பயன்படுத்த வேண்டுவது இன்றியமையாததாகும். எனவே, குறிப் பிட்ட கொள்கை ஒன்றால் ஏற்படக்கூடிய விளைவுகள் குறித்து நாம் ஒரு முடிவிற்கு வருவதற்குப் புள்ளி விவரங்கள் பெரிதும் துணை-யாக இருக்கக்கூடியவை.

6. மனித அனுபவத்தை விரிவடையச் செய்கிறது :

மனிதர்கள் தம்முடைய நடவடிக்கைகளால் ஏற்படக் கூடிய விளைவுகளைக்கண்டு, விளக்கி, அளவிடுவதற்கும் ஏனையவர்களின் நடவடிக்கைகளால் ஏற்படக்கூடிய விளைவுகளைக்கண்டு, விளக்கி, அளவிடுவதற்கும் புள்ளி விவரங்கள் உதவக்கூடியவை.

புள்ளியியலின் முக்கியத்துவம் (Importance of Statistics) :

பலவகைப்பட்ட மனித நடவடிக்கைகளைப்பற்றி அறிந்து கொள்வதற்காகப் புள்ளியியல் முறைகளைப் பயன்படுத்துகின்றனர். எந்தெந்த அறிவுத் துறைகளிலெல்லாம் புள்ளி விவரங்களைப் பெற முடியுமோ அந்தத் துறைகள் யாவற்றிலும் புள்ளியியல் முறைகள் பயனளித்து வருகின்றன அரசாங்கத்தினர், திட்டமிடுவோர், தொழிலதிபர், பாங்கர், இன்சூரன்ஸ் கம்பெனி நிர்வாகி, ஆராய்ச்சியாளர், சமுதாய ஆய்வாளர், கொள்கைகளை உருவாக்குபவர் ஆகிய யாவருக்கும் புள்ளியியல் முறைகள் உறுதுணையாக உள்ளன 'வாணிபம் சமுதாயக் கொள்கை, அரசு நிருவாகம் ஆகியவற்றோடு தொடர்புடைய பிரச்சினைகளைப் புள்ளியியலின் உதவியின்றிப் புரிந்து கொள்ளவியலாது'' என்று செக்ரிஸ்ட் கருத்துத் தெரிவித்துள்ளார். பல்வேறு துறைகளிலும் புள்ளியியல் முறைகள் பெற்றுள்ள பங்கு குறித்துக் கீழே விளக்கியுள்ளோம்.

1. அரசு நிர்வாகத்தில் வகிக்கும் பங்கு:

அரசு நிருவாகத்திற்குப் புள்ளியியல் பெரிதும் உதவுகின்றது. அரசுக்கு ஏற்படும் பல்வேறு பிரச்னைகளைத் தீர்ப்பதற்கு அரசு புள்ளி விவரங்களையும் முறைகளையும் பெருமளவு பயன்படுத்துகின்றது. பொதுவாகத் தற்சமயம் எந்த நாட்டிலும் புள்ளி விவரங்களைச் சேகரித்து பயன்படுத்தும் நிறுவனங்கள் யாவற்றுள்ளும் அரசே முதலிடத்தை வகித்து வருகின்றது. நாட்டின் எல்லைக்குள் வசித்து வரும் மக்களின் எண்ணிக்கை, நாட்டிலுள்ள மொத்தச் செல்வ வளம், நாட்டில் பரவியுள்ள கேடுகளின் அளவு முதலியவற்றைப்பற்றி எந்த அரசும் திட்டவட்டமாக அறிந்திருக்க வேண்டும். எந்தஅரசும் செலவினங்கள், வரவினங்கள் ஆகியவை குறித்தும் மதிப்பீடுகள் செய்யவேண்டும். போதுமான அளவு புள்ளி விவரங்களைச் சேகரிக்காமல் இம்மதிப்பீடுகளைச் செய்ய முடியாது. ஏற்றுமதியினளவு, இறக்குமதியினளவு, உற்பத்தியாகும் பொருட்களின் மதிப்பு, தொழிலாளர் நிலை, விலை ஏற்ற இரக்கங்கள் முதலியவை குறித்து எந்த அரசும் புள்ளியியல் முறைகளைக் கொண்டே மதிப்பிட முடிகின்றது. பொருளாதாரக் கொள்கைகளை உருவாக்குவதற்கும், சமூக சீர்திருத்த நடவடிக்கைகளை மேற்கொள்வதற்கும் தற்கால அரசுக்குப் பலதரப்பட்ட புள்ளி விவரங்கள் தேவைப்படுகின்றன. இவ்வாறு, புள்ளி விவரங்கள், புள்ளியியல் முறைகள் ஆகியவற்றின் உதவியின்றித் தற்கால அரசு செம்மையாகச் செயலாற்ற முடியாது.

2. பொருளியலில் இதன் பங்கு

பொருளாதாரப் பிரச்னைகளைச் சரிவர அறிந்து கொள்வதற்கும், பொருளாதாரக் கொள்கைகளை உருவாக்குவதற்கும் புள்ளி விவரங்களும் புள்ளியியல் முறைகளும் பெரிதும் உறுதுணையாக உள்ளன.

புள்ளி விவரங்களின் உதவியோடு பொருளாதார விதிகள் உருவாக்கப்பட்டுள்ளன. விதிகள் உண்மையானவையா அல்லது உண்மைக்குப் புறம்பானவையா என்று சோதித்தறியவும் புள்ளி விவரங்கள் பெரிதும் உதவுகின்றன.

பொருளாதாரப் பிரச்னைகளை ஆய்வதற்குப் புள்ளியியல் முறைகள் உறுதுணையாக உள்ளன. எடுத்துக்காட்டொன்று காண்போம். வேலையின்மைப் பிரச்னை ஒரு பொருளாதாரப் பிரச்னையாகும். இதன் தன்மை, அளவு முதலியவற்றை நன்கு அறிந்து கொள்வதற்கு நாம் கீழ்க்காணும் வினாகட்குரிய விடைகளறிய முயலவேண்டும் — வேலையின்மை அதிகரித்த வண்ண முள்ளதா? அல்லது குறைந்த வண்ணமுள்ளதா? வேலையின்மை நாடு முழுவதும் பரவலாக உள்ளதா? கல்வி கற்றோரும் கல்வி பயிலாதவரும் இதனால் எவ்வாறு பாதிக்கப்பட்டுள்ளனர்? இவ்வினாக்கள் யாவற்றிற்கும் விடைகளைப் பெற நாம் புள்ளி விவரங்களையே பயன் படுத்த வேண்டியுள்ளது.

பொருளியலில் 1) நுகர்வு (Consumption) 2) உற்பத்தி (Production) 3) மதிப்பு (Value) 4) பகிர்வு (Distribution) என்று நான்கு உட்பிரிவுகளுள்ளன இந் நான்கு உட்பிரிவுகளிலும் புள்ளி விவரங்களும் புள்ளியியல் முறைகளும் பயனளித்து வருகின்றன. பல்வேறு வகுப்பைச் சேர்ந்த மக்களும் எவ்வாறு தம் வருமானத்தைச் செலவிடுகின்றனர் என்பது குறித்துச் சேகரிக்கும் புள்ளிவிவரங்கள் நுகர்வுப் பகுதியில் பயன் தருகின்றன. தேவைக் கேற்றவாறு அளிப்பை அமைத்துக் கொள்வதற்குப் பொருள் உற்பத்தி பற்றிய புள்ளிவிவரங்கள் பயன்படுகின்றன. மதிப்புப் பகுதியில் பொருளின் விலைநிர்ணயங்குறித்து விளக்குகிறோம். இவ் விளக்கத்திற்குப் புள்ளிவிவரங்கள் பெரிதும் பயன்படுகின்றன. பகிர்வுப்பகுதியில் நாட்டு வருமானத்தைக் கணக்கிடுவது குறித்தும் அது பகிரப்படும் விதம் குறித்தும் விளக்கம் காண்கிறோம். இதற்கும் புள்ளி விவரங்கள் பெரிதும் உதவியாக உள்ளன.

3. பொருளாதாரத் திட்டத்திற்கு இதன் உதவி :

தற்காலத்தில் பொருளாதாரத் திட்டம் எல்லா நாடுகளிலும் ஆக்கம் பெற்றுள்ளது. நாட்டிலுள்ள செல்வ வளங்களை பயன் படுத்தி உச்ச அளவுப் பொருளாதார வளர்ச்சி பெறுவது பொருளாதாரத் திட்டத்தின் நோக்கமாக உள்ளது. போதுமான அளவு புள்ளி விவரங்கள் இல்லாத நிலையில் பொருளாதாரத் திட்டங்களை உருவாக்கவியலாது. ஒரு நாட்டில் உருவாக்கப்பட்ட பொருளாதாரத் திட்டங்கள் யாவற்றையும் சீர்தூக்கிப் பார்த்தால் அவை யாவற்றிற்கும் நாட்டுப் பொருளாதார நடவடிக்கைகள் குறித்த புள்ளி விவரங்களே ஆதாரமானவை என்பதை நாம் கண்டு கொள்ள முடியும். அதாவது, நாட்டு மக்கள்தொகை, வேளாண்மைத்துறை உற்பத்தி, தொழில்துறை உற்பத்தி, வாணிபத்தினளவு விலைமட்டம் முதலியவை குறித்த புள்ளி விவரங்களின் அடிப்படையில் ' குறிப்பிட்ட காலத்தில் எய்த வேண்டிய திட்ட இலக்குகள் நிருணயிக்கப்பெறுகின்றன. மேலும், திட்டத்தின் சாதனைகளை மதிப்பீடு செய்வதற்கும் புள்ளியியல் முறைகளே பயன்பட்டு வருகின்றன. புள்ளிவிவரங்களின்றிப் பொருளாதாரத் திட்டம் தோன்ற முடியாது'', என்று திப்பத் (Tippet) குறிப்பிட்டுள்ளார்.

4. வாணிபம், தொழில் ஆகிய துறைகட்கு இதன் உதவி :

வாணிபம், தொழில் ஆகிய துறைகட்குப் புள்ளியியல் பெரிதும் உதவியாக உள்ளது. செய்திகளைத் துல்லியமாகவும் விருப்பு வெறுப்பின்றியும் தீர்மானிப்பதற்குப் புள்ளியியல் முறைகள் வணிகர் கட்கும் தொழிலதிபர்கட்கும் உறுதுணையாக உள்ளன.

தொழில் நிறுவனம் ஆரம்பிக்கப்படும்பொழுதே புள்ளி விவரங்கள் தேவைப்படுகின்றன. நிறுவப்படவிருக்கும் தொழில் நிறுவனத்திற்கான நிதி சம்பந்தமான திட்டத்தை (financial plan) உருவாக்குவதற்குப் புள்ளி விவரங்களே உறுதுணையாக உள்ளன.

தற்காலத் தொழில் நிறுவனங்கள் அளவில் பெரியனவாகவும் ஒன்றோடொன்று கடும் போட்டியிட்டுக் கொண்டும் உள்ளன. எனவே, எவ்வளவு பொருளை உற்பத்தி செய்வது, தீர்மானித்துள்ள அளவு பொருளை உற்பத்தி செய்வதற்கு எத்தனை தொழிலாளர்கள் தேவைப்படுவர், எவ்வளவு கச்சாப்பொருள் தேவைப்படும், எத்தன்மையான பொருளை உற்பத்தி செய்து எந்த

உருவுடைய பொருளை உற்பத்தி செய்வது போன்ற பல்வேறு செய்திகளையும் தற்காலத் தொழிலதிபர் முன் கூட்டியே உருவாக்க வேண்டியுள்ளது சுருங்கக் கூறின், தற்காலத் தொழிலதிபர் 'உற்பத்தித் திட்டம்'. (production plan) ஒன்றை முன்கூட்டியே உருவாக்க வேண்டியுள்ளது. போதுமான அளவு புள்ளி விவரங்களில்லாமல் இவர் இத்திட்டத்தை உருவாக்கவியலாது. இவ்வாறு உற்பத்திக் கட்டுப்பாட்டுத் திட்டத்திற்கு (production control) புள்ளியியல் உகந்த ஒரு கருவியாக உள்ளது.

விற்பனை நிலவரம் குறித்து முன் கூட்டியே சிறந்த மதிப்பீடுகள் செய்யக்கூடிய தொழில் நிறுவனங்கள் வெற்றிகரமாக நடைபெற்று வருவதைக் காண்கிறோம். அதாவது, பொருளுக்கான தேவைப் பற்றியும் மக்களின் சுவையுணர்வு, பழக்க வழக்கங்கள் முதலியவற்றில் ஏற்படும் மாற்றங்களால் பொருளுக்கான தேவை எவ்வாறு பாதிக்கப்படக்கூடும் என்பவை குறித்தும் தொழிலதிபர் முன்கூட்டியே மதிப்பிட்டு இதற்கேற்றவாறு தம் உற்பத்தியை அமைத்துக் கொள்ள வேண்டும். இதையே நாம் வாணிப முன்னறிவிப்பு (business forecasting) என்கிறோம். வாணிப முன்னறிவிப்பிற்குப் புள்ளியியல் முறைகள் பெரிதும் உறுதுணையாக உள்ளன. ஒரு தொழில் நிறுவனம் தன்னுடைய நிகழ்கால விற்பனையினடிப்படையிலும் தன்னையொத்த நிறுவனங்களின் விற்பனைகளினடிப்படையிலும் காலத்தொடர் வரிசை ஆய்வை (time series) மேற்கொண்டு வாணிப முன்னறிவிப்புச் செய்ய முடிகின்றது.

பொருளுக்கான அங்காடியின் பரப்புச் சம்பந்தமான ஆய்வுகளை (market research) மேற்கொள்வதற்கும் புள்ளியியல் பெரிதும் உதவியாக உள்ளது. புதிய பொருளுக்கான அங்காடியை உருவாக்க முயலும் தொழிலதிபர், மக்கள்தொகை, மக்களிடமுள்ள வாங்குந்திறன், மக்களின் பழக்க வழக்கங்கள், போட்டியாளர், போக்குவரத்துச் செலவுகள் முதலியவை குறித்து ஆய்வது இன்றியமையாததாகும். பொருளுக்கான பரந்ததோர் அங்காடியை உருவாக்கிப் போற்றிப் பாதுகாக்க விரும்புபவர் அப்பொருளுக்குத் தற்சமயம் உள்ள அங்காடியின் பரப்பு, எதிர்காலத்தில் தோன்றக்கூடிய அங்காடியின் பரப்பு ஆகியவை குறித்துத் தீர்க்கமாக ஆராய வேண்டும். இவை யாவற்றிற்கும் புள்ளியியல் முறைகளே ஆதாரமாக உள்ளன.

செலவு முறைக் கணக்கீடு (cost accounting) முழுவதும் புள்ளி விவரங்களை அடிப்படையாகக் கொண்டதாகும். இம்முறையின் உதவி கொண்டு உற்பத்தியாளர்கள் பொருட்களின் விலைகளை நிர்ணயித்து வருகின்றனர்.

தொழில் பண்டங்களின் தரத்தை உயர்த்தும் நோக்கத்தோடு புள்ளியியலை அடிப்படையாகக் கொண்ட தரக்கட்டுப்பாடு (statistical quality control) என்ற பிரிவு தோன்றியுள்ளது. பொருள் உற்பத்தி நிகழ்ந்து கொண்டிருக்கும்போதே எந்திரம் உற்பத்தி செய்த தரக்குறைவான பண்டங்களின் எண்ணிக்கை விளக்கப்படம் (chart) ஒன்றில் பதிவாகின்றது. இவ்விளக்கப் படத்தை ஆய்ந்து உற்பத்தி செய்யப்படும் பொருளின் தரம் எவ்வமயம் குறைகின்றது என்பதைப் புள்ளியியல் நிபுணர் கூறமுடியும். இவ்வாறு உற்பத்தி செய்யப்படும் பண்டங்களின் தரத்தைப் போற்றிக் காப்பதற்கும் புள்ளியியல் முறைகள் உதவி புரிகின்றன.

தொழில் நிருவாக முறைகளை உருவாக்குவதற்கும் புள்ளியியல் முறைகள் உதவுகின்றன. தற்காலத் தொழில்கள் அளவில் மிகப் பெரியவையாக உள்ளன. பெரிய நிறுவனத்தின் நடவடிக்கைகள் யாவற்றையும் மையப்படுத்தப்பட்ட நிறுவாகஅமைப்பால் செவ்வனே கண்காணிக்க முடியாது. எனவே தொழில் நிறுவனத்தில் பல்வேறு பணிகளின் அடிப்படையில் பல்வேறு நிறுவானத்துறைகளை உருவாக்க வேண்டியுள்ளது எடுத்துக்காட்டாக, திட்டமிடுதல், கச்சாப்பொருள் கட்டுப்பாடு, வாங்குதல், விற்பனை அதிகரிப்பு, கணக்குப் பதிவு முதலியவற்றைத் தனித்தனியே நிருவகித்து வரும் துறைகளை உருவாக்க வேண்டியுள்ளது. இத்துறைகள் யாவும் தம் பணிகளைச் செவ்வனேயாற்றி வருவதற்குப் புள்ளிவிவரங்கள் பெரும் துணையாக உள்ளன.

தற்சமயம் பெரும்பாலான தொழில் நிறுவனங்களில் தனியாக ஒரு புள்ளியியல் துறை செயலாற்றி வருவது குறிப்பிடத்தக்கதாகும்.

5. இன்சூரன்ஸ் கம்பெனிகள் பெறும் நன்மை:

இன்சூரன்சுத் தொழிலில் புள்ளியியல் முறைகள் பெருமளவில் பயன்படுத்தப்பட்டு வருகின்றன. ஆயுட்கால அட்டவணைகள் (life tables). எதிர்பார்க்கப்படும் ஆயுட்காலங்கள் முதலியவற்றை காலத்துக்குக் காலம் தொகுக்க வேண்டுவது ஆயுள் இன்சூரன்ஸ் தொழிலுக்கு அடிப்படையானதாகும். வேலையின்மை இன்சூரன்ஸ்,

நோய் இன்சூரன்ஸ் போன்றவையும் விவரங்களையே அடிப்படையாகக் கொண்டவையாகும். சுருங்கக்கூறின், புள்ளி விவரங்கள் இல்லாத நிலையில் தற்கால இன்சூரன்ஸ் தொழில் தோன்றியிருக்கவே முடியாது. ஊக அளவைக் கோட்பாடு (Theory of Porbability) முழு அளவில் இன்சூரன்ஸ் தொழிலில் பயன்படுத்தப்பட்டு வருகின்றது.

6. பொது நன்மைத் தொழில்கள் அடையும் பயன் :

இரயில்வேக் கம்பெனிகள், மின்சார விநியோகக் கம்பெனிகள், குடிநீர் வழங்கும் நிறுவனங்கள் போன்ற பொது நன்மைக் கம்பெனிகள் புள்ளியியலால் பெரிதும் பயனடைந்து வருகின்றன. இரயில்வேக் கம்பெனிகள் புள்ளி விவரங்களின் அடிப்படையிலேயே விரிவாக்கத் திட்டங்களை உருவாக்கிச் செயல்படுத்தி வருகின்றன. சில பகுதிகளில் விஷேச இரயில்கள் விடுவது புதிய இரயில்கள் விடுவது ஆகியவற்றிற்கும் அடிப்படையாக இருப்பவை புள்ளி விவரங்களேயாகும். குடிநீரை எந்தெந்த உபயோகங்கட்காக எத்தனை பேர் பயன்படுத்துகின்றனர் என்ற புள்ளி விவரத்தின் அடிப்படையிலேயே பல்வேறு உபயோகங்கட்காகவும் பல்வேறு கட்டணங்கள் நிர்ணயிக்கப்படுகின்றன.

7. பாங்கர்களும், பங்குமார்க்கட்தரகர்களும் அடையும் நன்மை:

பாங்கர்களுக்கும், பங்குமார்க்கட் தரகர்கட்கும் புள்ளியியல் முறைகள் பெரும் பயனை நல்குகின்றன. பாங்குக் கடனுக்கான தேவை, காலத்திற்குக் காலம் எவ்வவாறு மாறிவருகின்றது என்று அறிந்துள்ள பாங்கரால் திறப்பட செயலாற்ற முடிகின்றது. வட்டி வீதங்கள் குறித்தும் மூலதன அங்காடியில் ஏற்படும் ஏற்ற இறக்கங்கள் குறித்தும் நன்கு அறிந்துள்ள பங்குமார்க்கட் தரகரும் முதலீடு செய்பவரும் வெற்றியுடன் செயல்பட முடிகின்றது.

8. ஆராய்ச்சியாளருக்குக் கிட்டும் நன்மைகள்:

எத்துறையைச் சேர்ந்த ஆராய்ச்சியிலும் புள்ளியியல் இன்றியமையாத கருவியாக உள்ளது. தற்சமயம் புள்ளியியல் முறைகள் பயன்படுத்தப் பெறாத ஆராய்ச்சியே இல்லை எனலாம். பயிரிலிருந்து கிட்டக்கூடிய மகசூல் பற்றிய பரிசோதனை, பல்வேறு வகையைச் சேர்ந்த உரங்களின் ஆற்றலை நிருணயிக்கும் பரிசோதனை, மண்வள ஆராய்ச்சி, பல்வேறு வகை உணவு முறைகளாலும் சூழ்நிலைகளா-

லும் விலங்குகளின் வளர்ச்சி எவ்வாறு பாதிக்கப்படுகின்றது என்பது குறித்த ஆராய்ச்சி முதலியவற்றிற்கும் புள்ளியல் முறைகளே ஆதாரமாக உள்ளன. மருந்து, பொதுச் சுகாதாரம் ஆகிய துறைகள் சம்பந்தப்பட்ட ஆராய்ச்சிகளிலும் புள்ளியியல் முறைகள் கையாளப் படுகின்றன. புதிய மருந்துகளின் ஆற்றலைச் சோதிப்பதற்கும், புதிய வைத்திய முறைகளைச் சோதிப்பதற்கும் புள்ளியியல் முறைகள் பயன்படுகின்றன.

9. சமுதாய ஆராய்ச்சிகளில் இதன் முக்கியத்துவம்.

சமுதாய ஆராய்ச்சிகளில் புள்ளியியல் மிகவும் இன்றியமை–யாததாகும். சமூக சேவகர் தம் பணிகளைச் சரியான முறையில் ஆற்றுவதற்குப் புள்ளியியல் துணைபுரிகிறது. பிச்சைக்காரர் பிரச்னை, பால்ய விவாகப்பிரச்னை, கல்வியறிவற்றிருப் போரின் அளவு, வேலை யற்றிருப்போரின் அளவு முதலிய யாவற்றையும் ஆராய்வதற்குப் புள்ளியியல் முறைகளே மேற் கொள்ளப்பட்டு வருகின்றன.

10. கொள்கைகளை உருவாக்குவதில் இதன் பங்கு:

பொருத்தமான கொள்கைகளை உருவாக்குவதற்கும் உற்ற–தோர் சாதனமாகப் புள்ளியியல் முறைகளுள்ளன. எடுத்துக்காட்டாக 1985-ஆம் ஆண்டு இந்தியா இறக்குமதி செய்ய வேண்டிய கோதுமை யினளவைத் தீர்மானிக்க வேண்டியதிருக்கலாம். 1985-ஆம் ஆண்டு இந்தியாவில் எதிர்பார்க்கப்படும் கோதுமை உற்பத்தி கோதுமைக்–கான தேவைமுதலியவற்றின் அடிப்படையில் இம்முடிவுஎடுக்கப்படும்.

11. ஏனைய துறைகளில் இதன் பங்கு:

புள்ளி விவரங்களைப் பயன்படுத்தி ஆய்வுகள் நடத்தப் பெறும் துறைகள் யாவற்றிலும் புள்ளியியல் முறைகள் பயன்படுத்தப்படு–கின்றன. அரசியல் துறையில் பொதுமக்களின் கருத்தையறிவதற்–காக ராண்டம் மாதிரி முறை (Random Sampling Technique) பயன்படுத்தப்பட்டு வருகின்றது. கல்வித் துறையில் மாணவரின் இயல்பான ஆற்றலைக் கண்டறிவதற்காக அறிவாற்றலை எண்கள் வாயிலாகக் கணித்தறியும் Intelligence Quotient or. I.Q. முறை பயன்படுத்தப்பட்டு வருகிறது. நட்சத்திரங்கள், கிரகங்கள், வால் நட்சத்திரங்கள் போன்றவற்றின் பாதைகளைக் கண்டறிவதற்கான வான சாஸ்திரத்தில் புள்ளியியல் முறைகளாகிய குறைந்தவர்க்க முறை (The Method of Least Squares) பயன்படுத்தப்பட்டு வருகிறது.

வழி வழியே வரும் இனப்பண்புகளைப் பரிசோதித்தறிவதற்காக புள்ளியியல் முறையாகிய உடன் தொடர்பு பயன்பட்டு வருகிறது. பிறப்பு இறப்புப் புள்ளி விவரங்கள் மருத்துவயியலுக்குப் பெரிதும் துணையாக உள்ளன. பொறியியலில் ஊக அளவைக் கோட்பாடு பயன் படுத்தப்படுகிறது. வேளாண்மை நடவடிக்கைகளில் பல்வேறு வகையைச் சேர்த்த பயிர்களிலிருந்து கிட்டக் கூடிய மகசூலை மதிப்பிடுவதற்கும் பொருளின் தன்மையை அறுதியிடுவதற்கும் புள்ளியியல் முறைகள் உறுதுணையாக உள்ளன.

இவ்வாறு எத்துறையிலும் எங்ஙணும் புள்ளியியல் முறைகள் பேராக்கம் பெற்றுள்ளன, தற்சமயம் புள்ளியியல் முறைகள் பயன் படாத அறிவுத்துறையில்லை எனலாம். எனவே, ''ஒவ்வொரு-வரையும் வாழ்வின் பல்வேறு அம்சங்களையும் புள்ளியியல் தழு-வியதாக உள்ளது.'' என்ற கருத்து வெளியிடப்பட்டுள்ளது. 'புள்ளி-யியலைப்பற்றி அறிந்திருப்பதானது அயல்நாட்டு மொழிகளைப் பற்றியும் அல்ஜிப்ராவைப் பற்றியும் அறிந்திருப்பதையொக்கும். எந்தச் சூழ்நிலையிலும் எந்தக் காலத்தும் புள்ளியியலறிவு பயன் தரக்கூடியதாகும்'', என்று பௌலி புள்ளியியலின் முக்கியத்-துவத்தை அழகாகக் கூறியுள்ளார். தற்சமயம் புள்ளியியல் முறைகள் எல்லாத்துறைகளிலும் பெருமளவும் பயன்பட்டு வருகின்றன. ''சிறந்த குடிமக்களாக விளங்குவதற்கு எழுதப்படிக்கத் தெரிந்-திருப்பது இன்றியமையாதது என்பதில் ஐயமில்லை. இதே போல சிறந்த குடிமக்களாக விளங்குவதற்குப் புள்ளியியல் முறைச் சிந்தனை இன்றியமையாதது என்ற நிலை ஒரு நாள் உருவாகும்'' என்ற H. G. வெல்ஸ் (Wells) கூற்று தற்சமயம் உண்மையாகி வருகின்றது.

★ ★ ★

புள்ளியியலின் வரையறைகள் (Limitations of Statistics.)

தற்சமயம் எல்லா வகையைச் சார்ந்த அறிவியல் துறை ஆராய்ச்சிகளிலும் புள்ளியியல் முறைகள் கையாளப்பட்டு வரு-கின்றன. எனவே, புள்ளியியல் முறைகளைப் பயன்படுத்தாத அறிவியல்கள் கனியற்ற மரம் போன்றவை என்ற கூற்றுத் தோன்றி-யுள்ளது. எனினும், புள்ளியியல் முறைகள் பல வரையறைகட்கு உட்பட்டவையாக உள்ளன. முக்கியமான வரையறைகளைக் கீழே விளக்கியுள்ளோம்.

1. தனிப்பட்ட இனங்கள் குறித்துப் புள்ளியியல் ஏதும் கூறுவதில்லை:

மொத்தமாக உள்ள புள்ளி விவரங்களை ஆய்வதற்கே புள்ளியியல் முறைகள் பயன்படக் கூடியவையாகும். எனவே, தனிப்பட்ட இனங்கள் புள்ளியியல் முறைகட்கு அப்பாற்பட்டவையாகும். தனிப்பட்ட இனங்களைப் பற்றி ஆராய்ந்து கருத்துக்களைப் பெற வேண்டிய நிலையில் புள்ளியியல் முறைகள் நமக்குக் கை கொடுத்து உதவமாட்டா. எடுத்துக்காட்டு ஒன்று காண்போம். ஒரு நாட்டு மக்களின் தலா வருமானம் உயர்ந்ததாக அமைந்திருக்கலாம். ஆனால் இவ்வுண்மையிலிருந்து அந்நாட்டில் குறைந்த வருமானமுள்ள மக்களே இல்லை என்று முடிவு கட்ட முடியாது. ஏனெனில், அந்நாட்டில் பெருமளவு வருமானமுடைய மக்களுமிருப்பர்: குறைந்த அளவு வருமானமுடைய மக்களுமிருப்பர். எனவே, தலாவருமானப் புள்ளி விவரத்திலிருந்து நாட்டிலுள்ள ஒவ்வொருவரும் உயர்ந்த வருமானமுடையோர் என்று கூறிவிடமுடியாது. இவ்வாறு நாட்டிலுள்ள உண்மையான நிலையைப் பற்றி புள்ளியியல் முறைகள் மூலம் அறிய முடியாமல் போகலாம்.

2. புள்ளியியல் முறைகளைக் கையாண்டு நாம் பெறக் கூடிய முடிவுகள் சராசரி உண்மையானவை என்று மட்டும் கூறமுடியும்:

அதாவது, பௌதிக விதிகள் எங்கும் உண்மையானவையாக இருப்பது போலப் புள்ளியியல் விதிகள் எங்கும் உண்மையானவை என்று கூறமுடியாது. L.R. கொன்னார் (L. R. Connor) கூறியிருப்பது போல, ''புள்ளியியல் விதி சராசரி உண்மையாகவிருக்கக்கூடியவை அல்லது நீண்ட காலத்தில் உண்மையாக இருக்கக் கூடியவை'', எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு நகரில் ஆண்டொன்றில் பொழியும் மழையின் சராசரியளவு 40 சென்டிமீட்டராகவுள்ளது என்போம். இதிலிருந்து எந்த ஆண்டிலும் அந்நகரில் பொழியும் மழையினளவு 40 சென்டிமீட்டருக்குச் சிறிது அதிகமாகவோ அல்லது குறைவாகவோ இருக்க முடியாது என்று முடிவு கட்டிவிடலாகாது. ஆனால் நீண்ட காலத்தில் ஆண்டொன்றில் பொழியும் மனழையினளவு சராசரி 40 சென்டிமீட்டராக இருப்பதைக் கணித்தறிய முடியும். எனவே, புள்ளியியல் விதிகள் சராசரி உண்மையானவை அல்லது நீண்டகாலத்தில் உண்மையானவை.

3. எண்கள் வாயிலாக வெளியிடக்கூடிய செய்திகளையே புள்ளியியல் முறைகளை மேற்கொண்டு ஆராயமுடியும்.

நேர்மை, திறமை, அறிவாற்றல், குருட்டுத்தன்மை முதலிய பண்புகளை ஆராய்வதற்குப் புள்ளியியல் முறைகள் மேற்கொள்ள முடியாது. எனினும், இப்பண்புகளை எண்கள் மூலம் வடித்துக் காட்ட முடியுமென்றால் புள்ளியியல் முறைகளைக் கையாள முடியும். எடுத்துக்காட்டொன்று காண்போம். மாணவர்கள் ஒரு தேர்வில் பெற்றுள்ள மதிப்பெண்களின் அடிப்படையில் ஆராய்ச்சியில் ஈடுபட முடியும்.

4. ஒரு செய்தியை ஆராய்வதற்காகப் பயன்படுத்தும் பல்வேறு முறைகளில் புள்ளியியல் முறைகள் ஒருவகை மட்டுமே என்பதை நாம் மறந்துவிடலாகாது.

ஆராய்ச்சிக்கு எடுக்கப்படுகின்ற பல பிரச்னைகட்குப் பல சந்தர்ப்பங்களில் புள்ளியியல் முறைகள் மூலம் மட்டும் முழுமையான தீர்வைக் காண முடிவதில்லை. எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு நாட்டின் பொருளாதார அமைப்புக் குறித்து ஆராய்வதற்காகப் புள்ளியியலைப் பயன்படுத்தும்போது அந்நாட்டின் கலாச்சாரம், சமயம் போன்ற வற்றின் அடிப்படையிலும் ஆராய வேண்டுவது இன்றியமையாத-தாகும்.

5. புள்ளி விவரங்கள் ஒரே சீரானவையாக இருத்தல் வேண்டும்.

புள்ளி விவரங்கள் ஒரே சீரானவையாக (homogeneous) இருந்தாலேயே ஒப்பிட்டறிவதற்கு இவற்றைப் பயன்படுத்த முடியும். எடுத்துக் காட்டொன்று காண்போம். இரண்டு நிறுவனங்களில் வழங்கப்படும் கூலிகளை நாம் ஒப்பிட வேண்டியதுள்ளதென்போம். ஒரு நிறுவனத்திற்குக் கணிக்கப்படும். சராசரிக் கூலியானது வயது வந்தோரின் கூலிகளை மட்டும் அடிப்படையாகக் கொண்டதென்-போம். ஆனால் இரண்டாவது நிறுவனத்திற்குக் கணிக்கப்படும் சராசரிக் கூலியானது வயதுவந்தோரின் கூலிகளையும் சிறுவர்களின் கூலிகளையும் அடிப்படையாகக் கொண்டதென்போம். இந்நிலையில் இவ்விரு நிறுவனங்களிலும் வழங்கப்படும். கூலியை ஒப்பிட்டறிய முடியாது.

6. பொதுவாகப் புள்ளியியல் முறைகளை மேற்கொண்டு நாம் பெறும் முடிவுகள் துல்லியமானவையாக இருப்பதில்லை; இவை மதிப்பீடுகளேயாகும்.

பேட்டி (interview) முறையைக் கையாண்டும், கண்டறியும் (observation) முறையைக் கையாண்டும் புள்ளி விவரங்களைச் சேகரிக்கும்போது பேட்டி காண்பவர், பேட்டியளிப்பவர் ஆகியோரின் விருப்பு வெறுப்புக்களை முன்னிட்டுப் புள்ளி விவரங்கள் பிழையானவையாக அமைய வாய்ப்புள்ளது. எனவே, L, R. கொன்னார் என்பார், ''புள்ளி விவரங்கள் மதிப்பீடுகளே என்பதையும் துல்லியமானவையல்ல என்பதையும் நாம் மறந்துவிடலாகாது'' என்று குறிப்பிட்டுள்ளார்.

7. புள்ளி விவரங்கள் சேகரிக்கப்பட்ட சூழ்நிலையைக் கணக்கிடாமல் அவற்றைப் பயன்படுத்தினால் தவறான முடிவுகள் எடுக்கவேண்டி நேரலாம் :

எடுத்துக்காட்டு ஒன்றின்மூலம் இக்கருத்தை நன்கு அறிந்து கொள்ள முடியும். இரு மாணவர்கள் ஒவ்வொருவரும் மூன்று தேர்வுகளில் பெற்ற சராசரி மதிப்பெண் 50 சதவீதம் என்போம். இந்தப் புள்ளி விவரத்தின் அடிப்படையில் இரு மாணவர்களும் கல்வியறிவு பெறுவதில் ஒன்றுபோல முன்னேறியுள்ளனர் என்று சொல்லத் தோன்றும். ஆனால் உண்மையில் முதலாமவர் முதல் தேர்வில் 40 சதவீத மதிப்பெண்ணும், இரண்டாவது தேர்வில் 50 சதவீத மதிப்பெண்ணும், மூன்றுவது தேர்வில் 60 சதவீத மதிப்பெண்ணும் பெற்றார் என்றும், இரண்டாமவர் இவற்றில் முறையே 80 சதவீதம், 40 சதவீதம், 30 சதவீதம் பெற்றார் என்றும் கொள்வோம். இவ்வாறாயின் நாம் நம்முடைய தீர்ப்பை மாற்றிக் கூறவேண்டும். அதாவது முதலாமவர் கல்வியறிவு பெறுவதில் முன்னேறிய வண்ணமிருக்கும்போது இரண்டாமவர் பின்னேறிய வண்ணமிருந்தார் என்று கூறவேண்டும். எனவே, ''ஓரளவுக்கு உண்மையான தீர்ப்பையே புள்ளியியல் வழங்க முடியுமேயன்றி முழுமையான தீர்ப்பை இதனால் வழங்க முடியாது'' என்று L. R. கொன்னார் குறிப்பிட்டுள்ளார்.

8. புள்ளியியல் முறைகள் தவறாகப் பயன்படுத்தப்படலாம்.

புள்ளியியல் முறைகளைத் தீர்க்கமாகக் கற்றோரே புள்ளி விவரங்களைப் பயன்படுத்திச் சரியான முடிவுகளைப் பெற முடியும். போலி மருத்துவர் மருந்துகளைத் தவறாகப் பயன்படுத்துவதுபோல அரைகுறை அறிவுள்ள அனுபவமற்றவர்கள் புள்ளியியல் முறைகளைத் தவறாகப் பிரயோகிக்கலாம். எந்த நோக்கத்திற்காக எந்த சூழ்நிலையில் புள்ளி விவரங்கள் சேகரிக்கப்பட்டன என்பதைக் கண்டறியாமல் இவர்கள் இவற்றைப் பயன்படுத்தித் தவறான முடிவுகளைப் பெறலாம். புள்ளியியல் ஆய்வில் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ள சொற்கட்டான சரியான பொருளை உணராமலும், புள்ளி விவரங்கள் எவ்வளவு துல்லியமானவை என்று அறுதியிடாமலும் இவர்கள் இவற்றைப் பயன்படுத்தித் தவறான முடிவுகளைப் பெறலாம். தீயநோக்கமுடையோர் புள்ளி விவரங்களைப் பயன்படுத்திப் பொது மக்களைத் தவறான பாதையில் திருப்பக்கூடும், எனவே, ''அரைகுறையறிவுள்ள அனுபவமற்றவர்களின் கைகளில் புள்ளியியல் முறைகள் மிகவும் ஆபத்தான சாதனங்களாகும்'', என்று பௌலி குறிப்பிட்டுள்ளார்,

★ ★ ★

புள்ளியியல் மீது ஏற்பட்டுள்ள அவநம்பிக்கை (Distrust of Statistics)

புள்ளியியல் மீது ஏற்பட்டுள்ள அவநம்பிக்கை (Distrust of Statistics)

புள்ளியியல் தற்சமயம் பெருமதிப்புடன் திகழும் அறிவியலாக இருப்பதோடு எல்லாத் துறைகளிலும் பயன்பட்டு வருகின்றது, எனினும் புள்ளியியலின் பயன் குறித்துப் பலர் அவநம்பிக்கை கொண்டுள்ளனர். இவர்கள் தம் கருத்துக்களைப் பலவாறாக வெளியிட்டுள்ளனர். புள்ளியியல் மீது அவநம்பிக்கையுடையோர் கூறி வரும் வாசகங்களுள் முக்கியமானவை வருமாறு:

1. ''பொய் மூன்று வகைப்படும். அவை சாதாரணப் பொய் மட்டற்ற பொய், புள்ளியியல் என்பவையாகும்'' (மார்க் டுவைன்)
2. ''புள்ளியியல் முதல் தரமான பொய்யாகும்.''
3. ''புள்ளி விவரங்களைக் கொண்டு எதையும் நிரூபிக்க முடியும்.''

4. ''புள்ளி விவரங்கள் என்ற களிமண்ணைக் கொண்டு கடவுள் வடிவத்தையும், பிசாசின் வடிவத்தையும் அமைத்துக் கொள்ளமுடியும்''.

5. ''ஒரு அவுன்ஸ் உண்மையினடிப்படையில் பல டன்கள் புள்ளி விவரங்களை உற்பத்தி செய்யமுடியும்''.

6. புள்ளி விவரங்கள் தீங்கிலாப் பொய்யாகும்''.

இவ்வாறு சிலர் புள்ளியியல் மீது அவநம்பிக்கை கொண்டிருப்பதற்குப் பல காரணங்களுள்ளன. இவற்றுள் முக்கியமானவை வருமாறு:

1. புள்ளி விவரங்களை மக்கள் நம்புகின்றனர். எனவே, புள்ளி விவரங்களைக் கொண்டு மக்கள் எதையும் நம்புமாறு செய்து விடலாம்.

2. தம் நலனைப் பெருக்குவதற்காக யாரும் புள்ளி விவரங்களைத் திரித்துப் பயன்படுத்த முடியும்.

3. புள்ளி விவரங்கள் உண்மையானவையாக இருப்பினும் தீயவர்களும் சுயநலமிகளும் பொதுமக்களை ஏமாற்றுவதற்காக இவற்றைத் தவறாகப் பயன்படுத்தலாம். எடுத்துக் காட்டாக,இந்தியாவிலுள்ள தொழிலாளர் தலைவர் ஒருவர் அமெரிக்கத் தொழிலாளர் உயர்ந்த அளவு கூலி பெற்று வருவதாகக் கூறித் தம்முடைய கூற்றுக்கு ஆதாரமாக அமெரிக்கத் தொழிலாளர் பெற்று வரும் உண்மையான சராசரிக் கூலி வீதத்தை எடுத்தாளலாம். ஆனால் அமெரிக்காவில் வாழ்க்கைச் செலவுகள் அதிகமானவை என்ற உண்மையையும், ஏனைய செய்திகளையும் வேண்டுமென்றே இவர் மறைக்கலாம். இவ்வாறாயின் இவர் தம் நோக்கம் நிறைவேறுவதற்காகத் தவறான முறையில் புள்ளி விவரங்களைப் பயன்படுத்துவதாகக் கொள்ள வேண்டும்.

புள்ளியியல் மீது சிலர் கொண்டுள்ள அவநம்பிக்கைக்கான காரணங்களைப் பௌலி விளக்கியுள்ளார். அவை வருமாறு :

1. எந்தச் சூழ்நிலையினடிப்படையில் புள்ளி விவரங்கள் சேகரிக்கப்பட்டனவோ அதை முற்றிலும் மறந்து விட்டு அவற்றைப் பயன்படுத்துவது.

2. ஒரு தொகுதிக்குப் பொருந்தக் கூடிய புள்ளி விவரங்கள் அதற்கு முற்றிலும் மாறுபட்ட தொகுதிக்குப் பொருந்தக் கூடியதாகக் கொண்டு பயன்படுத்துவது.

3. ஒரு கூட்டத்தினரில் ஒரு சிலரைப் பற்றிச் செய்யப்பட்ட மதிப்பீடுகள் அக்கூட்டத்தினருக்கே பொருந்தும் என்று கொள்வது.

4. தம்முடைய விவாதங்கட்குச் சாதகமான புள்ளி விவரங்களை மட்டும் பயன்படுத்துவது

5. காரணத்தைக் காட்டி காரியத்தை விளக்காமல் காரியத்தைக் காட்டி காரணத்தை விளக்க முற்படுவது.

மேலே நாம் விளக்கியுள்ள காரணங்கள் தவிர வேறு காரணங்களை முன்னிட்டும் புள்ளியியல் மீது மக்களுக்கு அவ-நம்பிக்கை தோன்றுகிறது. அவை வருமாறு :

1. நம்பகமான புள்ளி விவரங்கள் எவை, நம்பக்கூடாத புள்ளி விவரங்கள் எவை என்று எளிதில் பாகுபடுத்திக் காண முடியாது. "அகத்தினழகு முகத்தில் தெரியும்" என்ற பழமொழி புள்ளி விவரங்களைப் பொறுத்தவரையில் உண்மையல்ல. புள்ளி விவரங்களின் தன்மையை அறுதி-யிடுவது எளிதான செயலன்று. நம்பமுடியாத அடிப்-படையைக் கொண்டு உருவாக்கப்பட்டுள்ள திருத்தமற்ற அட்டவணையும், திறமை வாய்ந்த புள்ளியியல் நிபுணர்கள் மாதக் கணக்கில் உழைத்து சேகரித்த புள்ளி விவரங்களின் அடிப்படையில் உருவாக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையும் நுனிப்புல் மேய்பவருக்குச் சம அளவு முக்கியத்துவமுடை-யவையாகத் தோன்றுகின்றன என்று W. I கிங் கூறி-யுள்ளார்.

2. துல்லியமற்ற புள்ளி விவரங்களும் புள்ளிவிவரக் கணிப்பில் ஏற்படும் தவறுகளும்.

3. உண்மைக்குப் புறம்பான எடுகோள்களின் (assumptions) அடிப்-படையில் எடுக்கப்படும் தவறான முடிவுகள்.

4. வேண்டுமென்றே புள்ளி விவரங்களைத் திரித்துக் கூறுதல்.

புள்ளியியலின் தன்மை, வரையறைகள், பயன் ஆகியவை குறித்த அறிவற்றிருப்பதே புள்ளியியல் மீது ஏற்பட்டுள்ள அவநம்பிக்கைக்கு முக்கிய காரணம் என்பதையும், புள்ளியியல் என்ற அறிவியலில் அடிப்படையான கோளாறுகள் எவையுமில்லை என்பதையும் நாம் மறந்துவிடலாகாது. புள்ளியியல் எதையும் உண்மையென்றோ அல்லது தவறென்றோ நிருபிக்க முற்படுவதில்லை. ஏனெனில் அது ஒரு கருவியேயாகும். நம்மிடமுள்ள கருவி–யொன்றை முறையாகப் பயன்படுத்தினால் வியக்கத்தக்க விளைவு-களும், முறைகேடாகப் பயன்படுத்தினால் பேராபத்துக்களும் ஏற்படக்கூடும். உதாரணமாக, கூரியகத்தி தோட்டக்காரனுக்கு மிகவும் உதவியாக உள்ளது. ஆனால் குழந்தையின் கையில் இது மிகவும் ஆபத்தான கருவியாகும். நல்ல பயிற்சியுள்ள மருத்துவர் மருந்துகளைச் சிறந்த பயன் ஏற்படுமாறு கையாள முடியும். ஆனால் போலி மருத்துவர் இவற்றைக் கையாளும் போது நோயாளிகள் மரணமடையலாம். இவ்வுண்மை புள்ளியியல் கருவிகட்கும் பொருந்தக் கூடியதாகும். புள்ளி விவரங்கள் பொய் கூறுவதில்லை. ஆனால் பொய்யர்கள் புள்ளி விவரங்களைப் பயன்–படுத்திப் பொய்யுரைக்கலாம். புள்ளியியல் முறைகளை முறையாகப் பயன்படுத்தினால் சிறப்பான முடிவுகளை நாம் பெறமுடியும். ஆனால் இவற்றைத் தவறாகப் பயன்படுத்தினால் கேடுகள் ஏற்படும். ''புள்ளியியல் என்ற கருவி இதன் பயனையும் வரையரையையும் அறியாதவர்கள் கையில் ஆபத்தானதாகும்'', என்று பௌலி குறிப்பிட்டுள்ளார். ''புள்ளியியலை முறையாகப் பயன்படுத்தத் தெரிந்தவர்கட்குப் புள்ளியியல் மிகப்பயனுள்ள பணியாளாக உள்ளது,'' என்று W. I. கிங் என்பார் கருத்துத் தெரிவித்துள்ளார்.

★ ★ ★

பொருளாதாரம் உள்ளிட்ட ஏனைய அறிவியல்களில் புள்ளியியல் முறைகளின் பங்கு

''புள்ளியியல் முறைகள் பல்வேறு வகையைச் சேர்ந்த மனித நடவடிக்கைகளை ஆராய்வதற்குப் பயன்படுகின்றன. புள்ளி விவரங்-களைச் சேகரிக்கக் கூடிய எத்துறையிலும் இவை பயனளித்து வருகின்றன,'' என்று கிராக்ஸ்டன், கௌடன், கிளைன் ஆகிய மூவரும் குறிப்பிட்டுள்ளனர். தற்சமயம் புள்ளியியல் முறைகளைப் பயன் படுத்தாத அறிவியல் எதுவும் இல்லை எனலாம். அரசியல்,

உயிரியல். மருத்துவ இயல், வானிலை ஆராய்ச்சி, வேளாண்மை-யியல், பௌதீக இயல், வான சாஸ்திரம், பொறியியல், கணிதவியல் இக்னாமிட்ரிக்ஸ், பொருளியல் முதலிய பல்வேறு அறிவியல்களில் இவை பயன்பட்டு வருகின்றன. புள்ளியியல் முறைகள் எல்லா அறிவியல்களிலும் பயன்பட்டு வருவதால் கீழ்க்காணும் புதுமொழி தோன்றியுள்ளது.

புள்ளியியலைப் பயன்படுத்தாத அறிவியல்கள்
கனியற்ற மரம் போன்றவை;

அறிவியல்களைத் துணைக்கொள்ளாத புள்ளியியல்
வேரற்ற மரம் போன்றது

புள்ளியியலும் அரசியலும் :

அரசியலைப் பொறுத்த வரையில் சமுதாய, பொருளாதார, அரசியல் பிரச்னைகட்குத் தீர்வு காண்பதற்காகப் புள்ளியியல் முறைகளைக் கையாண்டு பொதுமக்களின் கருத்துக்களை அறிய முற்படுகின்றனர். அரசின் நிர்வாகத்துறை திறம்பட செயலாற்று-வதற்குப் பொது மக்களின் கருத்துக்கள் இன்றியமையாததாகும். அமெரிக்காவில் அரசியல் பிரச்னைகளை குறித்த மக்களின் கருத்தை அறிவதற்காக இரண்டாம் மாதிரி முறையின் அடிப்படையில் அவ்வப்போது Gallop Poll நடத்தி வருவது குறிப்பிடத் தக்க தாகும்.

புள்ளியியலும் உயிரியலும் :

உயிரியலின் எல்லாப் பிரிவுகளிலும் புள்ளியியல் முறைகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. பாரம்பரியக் கோட்பாடு முழுமையும் புள்ளியியல் முறையை அடிப்படையாகக் கொண்டுள்ளது என்பது கார்ல்பியர்சனின் கருத்தாகும். மனப்பண்புகளும், உடல் பண்பு-களும், ஒருதலைமுறையினரிடமிருந்து அடுத்த தலைமுறையினருக்கு எவ்விதத்தில் வந்தடைகின்றன என்பதை அறிவதற்காக சர் பிரான்சிஸ்கேல்டன் என்பார் புள்ளியியல் முறைகளையே மேற்கொண்-டார் கணவனின் வயதுக்கும் மனைவியின் வயதிற்கும் இடையேயுள்ள தொடர்பையும் தந்தையின் உயரத்திற்கும், மகனின் உயரத்திற்கும் இடையேயுள்ள தொடர்பையும் அறிவதற்காகப் புள்ளியியல் முறையாகிய உடன் தொடர்பு ஆய்வைப் பயன்படுத்தி வருகின்றனர்-பல்வேறு வகையான சூழ்நிலைகளிலும் உணவுப் பழக்க வழக்கங்-

களின் கீழும் விலங்குகள் எவ்வாறு வளருகின்றன என்பதைப் பரிசோதித்தறிவதற்குப் புள்ளியியல் முறைகளையே கையாண்டு வருகின்றனர்.

புள்ளியியலும் மருத்துவயியலும் :

மருத்துவ இயலின் வளர்ச்சியிலும் புள்ளியியல் குறிப்பிடத்தக்க பங்கு பெற்றுள்ளது. மருந்து, மாத்திரை ஆகியவற்றின் ஆற்றலைச் சோதிக்கவும், இவற்றை எந்த அளவுக்கு உட்கொள்ளலாம் என்பதைக் கண்டறியவும் புள்ளியியல் முறைகளைப் பயன்படுத்துகின்றனர். மருத்துவமனைகளில் நோயாளிகளைப் பற்றிய குறிப்புகளைச் சேகரித்து வைத்துப் பயன்படுத்துகின்றனர். தொத்து நேரய்கள் பற்றி ஆராய்வதற்காக மக்களின் இறப்பு வீதங்களும் மக்களுக்கு வரும் நோய் வீதமும் பயன்படுகின்றன.

புள்ளியியலும் வானிலை ஆராய்ச்சியும் :

வானிலை ஆராய்ச்சிக்குப் பலவகைகளில் புள்ளியியல் உதவுகின்றது. தட்ப வெப்ப நிலை. காற்றிலுள்ள ஈரப்பசை காற்றின் அழுத்தம் முதலியவை குறித்துக் கணக்கிடுவதற்குப் புள்ளியியல் முறைகள் பயன்படுகின்றன. ஒப்பிட்டறிவதற்கும், வானிலை முன்னறிவிப்புச் செய்வதற்கும் இவை குறித்துத் திரட்டப்படும் புள்ளி விவரங்கள் பயன்படுகின்றன. இப் புள்ளி விவரங்கட்கான சராசரிகளைக் கணித்து இவற்றின் போக்குகளையும், இவற்றில் ஏற்படக் கூடிய ஏற்றத் தாழ்வுகளையும் அறுதியிடுகின்றனர்.

புள்ளியியலும் வேளாண்மையியலும் :

அரசின் வருவாய் துறை மற்றும் வேளாண்மைத் துறையின் தலையாய பணிகளுள் வேளாண்மை நடவடிக்கைகள் குறித்த புள்ளி விவரங்களைச் சேகரிப்பது ஒன்றாகும். பயிர் விளைச்சல் பற்றிய முன் மதிப்பீடுகளைச் செய்வதற்காகப் புள்ளியியல் முறைகளையே மேற்கொள்ளுகின்றனர். அதிக அளவு நிலத்தில் சாகுபடியை மேற்கொள்வதற்கும், அதிக அளவு நிலங்கட்கு நீர்ப்பாசன வசதிசெய்து தருவதற்கும், ரொக்கப் பயிரை சாகுபடி செய்வதா அல்லது உணவுப் பயிரை சாகுபடி செய்வதா என்பது குறித்த கொள்கையை உருவாக்குவதற்கும் புள்ளி விவரங்கள் இன்றியமையாதவையாகும். திட்டங்கள் தீட்டவும், பரிசோதனைகளை மேற்கொள்ளவும், உரங்களைப் பயன்படுத்துவதால் மகசூலும் உற்பத்தியாகும் பொருளும்

எவ்வாறு பாதிக்கப்படுகின்றன என்பதைக் கண்டறியவும், பயிர்க்–கொல்லிகளால் பாதிக்கப்படும் நிலத்தினளவை அளவிடவும், புள்ளி–யியல் முறைகளே பயன்படுகின்றன.

புள்ளியியலும் பௌதிக இயலும் :

பௌதிக இயல், இரசாயன இயல் போன்ற துல்லியமிக்க அறிவியல்கள் புள்ளியியலால் பெரிதும் பயனடைந்துள்ளன. எடுத்துக் காட்டாக,ஒளியின் வேகத்தைக் கண்டுபிடிப்பதற்காக மேற்கொள்ளப் படும் பல்வேறு ஆராய்ச்சிகளும் ஒன்றுக்கொன்று ஒரு சிறிதாவது வேறுபட்ட முடிவுகளைத் தருகின்றன. சரியான முடிவை அறுதி–யிடுவதற்குப் புள்ளியியல் முறைகளையே பயன்படுத்துகின்றனர். அணுக்கள், எலக்ட்ரான்கள் முதலியவற்றின் போக்குகளில் வேறு–பாடுகள் உள்ளன. இவை செல்லும் திசைகள், இவற்றின் வேகங்–கள் முதலியவற்றில் வேறுபாடுகளுள்ளன. இவற்றின் போக்கைச் சரிவர அறுதியிடுவதற்குப் புள்ளியியல் விதிகளே உறுதுணையாக உள்ளன.

புள்ளியியலும் வானசாஸ்திரமும் :

நட்சத்திரங்கள், கிரகங்கள் ஆகியவற்றின் போக்கைப் பற்றி ஆராய்வதற்காகவே முதன்முதல் புள்ளி விவரங்கள் சேகரிக்கப்பட்–டன. தம்முடைய ஆராய்ச்சிகளில் முன்னேற்றங் காண வான சாஸ்திர நிபுணர்கள் புள்ளியியல் முறைகளைப் பெருமளவில் பயன் படுத்தி வருகின்றனர். உண்மையில் முக்கிய புள்ளியியல் முறை–யாகிய குறைந்த வர்க்க முறையை உருவாக்கியவர்கள் வான சாஸ்திர நிபுணர்களேயாவார்கள். நட்சத்திரங்கள், கிரகங்கள், வால் நட்சத்திரங்கள் முதலியவை செல்லும் பாதைகள் கண்டறி–வதற்கு இம்முறையைப் பயன்படுத்தி வருகின்றனர்.

புள்ளியியலும் பொறியியலும் :

பொறியியலிலும் புள்ளியியல் முறைகள் கையாளப்படுகின்–றன. பொறியியலில் தோன்றும் பல பிரச்னைகட்குத் தீர்வு காண் பதற்காகப் புள்ளியியல் முறையாகிய ஊக அளவைக் கோட்–பாட்டைப் பயன்படுத்தி வருகின்றனர். தரக்கட்டுப்பாடு, தொழில் பண்டங்களைத் திட்டப்படுத்துதல், எந்திர இயக்க காலம் பற்றிய ஆய்வு முதலிய யாவற்றிலும் புள்ளியியல் முறைகள் மேற்கொள்ளப்–பட்டு வருகின்றன.

புள்ளியியலும் கணிதவியலும் :

கணித சூத்திரங்களைக் கொண்டே சேகரிக்கப்படும் புள்ளி விவரங்களை ஆய்வது, ஒப்பிடுவது, விளக்குவது போன்ற பணிகள் நடந்து வருகின்றன. எனவே, புள்ளியியல் முறைகள் கணிதவியலின் ஒரு பகுதியாகக் கொள்ளப்படுகின்றன. புள்ளியியல் முறைகளாகிய சராசரிகள், சிதறல் அளவைகள், கெழுக்கள், குறியீட்டெண்கள் ஆகிய யாவற்றிற்கும் கணிதவியலே ஆதாரமாகவுள்ளது. 'புள்ளியியலின் ஒழுங்கு நியதி' (Law of Statistical Regularity) என்ற அடித்தளத்தின் மீதே தற்காலப் புள்ளியியல் என்ற கட்டடம் எழுப்பப்பட்டுள்ளது. இந்நியதிக்கு ஆதாரமாக உள்ளது. கணிதவியலிலுள்ள ஊக அளவைக் கோட்பாடு என்பது குறிப்பிடத்தக்கதாகும். உண்மையில் புள்ளியியல் பிரயோகக் கணிதத்தின் ஒரு பகுதியேயாகும். ''பல்வேறு வகையைச் சேர்ந்த இனங்கள் குறித்த புள்ளி விவரங்களை ஆய்வதற்காகத் திட்டவட்டமான முறைகளைப் புள்ளியியல் உருவாக்கியிருப்பதால் புள்ளியியலைக் கணிதவியலின் ஒரு பகுதியாகக் கொள்ளவேண்டும்'' என்று W. I. கிங் என்பார் குறிப்பிட்டுள்ளார்.

புள்ளியியல் கணிதவியலின் ஒரு பகுதியாக உள்ள போதிலும் இது கணிதவியலைப் போலத் துல்லியமான அறிவியலல்ல. இவ்விரு அவறிவியல்கட்குமிடையே உள்ள வேறுபாட்டைப் பௌலி கீழ்க்கண்டவாறு குறிப்பிட்டுள்ளார்: ''கணிதத்தில் துல்லியமான முடிவுகளை காண்கிறோம். ஆனால் புள்ளியியலினால் மதிப்பீடுகளையே நாம் காண முடிகின்றது. இம்மதிப்பீடுகள் திருத்தமானவையாகவும் மேற்கொண்டுள்ள ஆராய்ச்சிக்குப் போதுமானவையாகவும் இருப்பினும் இதை கணிதத்தில் நாம் பெறும் முடிவுகளைப்போலத் துல்லியமானவையல்ல''

புள்ளியியலும் பொருளாதார அளவையியலும் : (Econometrics)

பொருளாதார அளவையியல் என்ற அறிவியல் மிகவும் அண்மைக் காலத்தில் தோன்றியதாகும். பொருளியல், கணிதவியல், புள்ளியியல் ஆகிய மூன்று அறிவியல் முறைகளின் இணைப்பாக இவ்வறிவியல் விளங்குகிறது. கணிதமுறைகளையும், புள்ளியியல் முறைகளையும் கையாண்டு பொருளாதாரப் பிரச்னைகட்-

குரிய தீர்வுகளைப் பெறுவதே இவ்வறிவியலின் தலையாய பணி–யாகும். இவ்வறிவியலின் தோற்றத்தால் கணிதவியல், புள்ளியியல், பொருளியல் ஆகிய மூன்று அறிவியல்களும் வளம் பெற்றுள்ளன.

புள்ளியியலும் பொருளாதாரமும் :

பொருளாதாரப் பிரச்னைகளை சரிவர அறிந்து கொள்வதற்கும், பொருளாதாரக் கொள்கைகளை உருவாக்குவதற்கும் புள்ளி விவரங்களும் புள்ளியியல் முறைகளும் பெரிதும் உறுதுணையாக உள்ளன.

புள்ளி விவரங்களின் உதவியோடு பொருளாதார விதிகள் உருவாக்கப்படுகின்றன. உருவாக்கப்பட்டுள்ள விதிகள் உண்மை, யானவையா அல்லது உண்மைக்குப் புறம்பானவையா என்று சோதித்தறிய புள்ளி விவரங்கள் பெரிதும் உதவுகின்றன. ''நடை முறையோடு பொருளாதாரவியல் ஒத்துள்ளதா என்பதையறி–வதற்கும், பொருளாதார விதிகட்கான கருப்பொருளைப் பெறுவதற்கும் புள்ளியியல் முறைகள் இன்றியமையாதவையாகும்'' என்று கார்மல், போலசெக் ஆகிய இருவரும் குறிப்பிட்டுள்ளனர்.

புள்ளி விவரங்களின் துணைக்கொண்டு நாம் பொருளாதார வரலாற்றைத் திறம்படக் கற்க முடியும். ஒரு நாட்டில் பொருளாதார வளர்ச்சி ஏற்பட்டுள்ளதா இல்லையா என்பதை அறிந்து கொள்–வதற்கு நாட்டு வருமானப் புள்ளிவிவரங்கள் உதவியாக உள்ளன.

பொருளாதாரப் பிரச்னைகளை ஆய்வதற்குப் புள்ளியியல் முறைகள் உறுதுணையாக உள்ளன. எடுத்துக் காட்டொன்று காண்போம். வேலையின்மைப் பிரச்னை ஒரு பொளாதாரப் பிரச்–னையாகும். இதன் தன்மை, அளவு முதலியவற்றை நன்கு அறிந்து கொள்வதற்கு நாம் கீழ்க்கானும் வினாக்கட்கு விடை காண முயல வேண்டும். வேலையின்மை அதிகரித்த வண்ணமுள்ளதா? அல்லது குறைந்த வண்ணமுள்ளதா? வேலையின்மை நாடு முழுவதும் பரவ–லாக உள்ளதா? அல்லது நாட்டின் ஒரு சில பகுதிகளில் மட்டும் காணக் கூடியதாக உள்ளதா? கல்வி கற்றோரும் கல்வி பயிலாத–வரும் இதனால் எவ்வாறு பாதிக்கப்பட்டுள்ளனர்? இவ்வினாக்கள் யாவற்றிற்கும் விடைகளைப் பெற நாம் புள்ளி விவரங்களையே பயன்படுத்த வேண்டியுள்ளது.

பொருளியலில் (1) நுகர்வு (2) உற்பத்தி (3) மதிப்பு (4) பகிர்வு என்ற நான்கு உட்பிரிவுகள் உள்ளன. இந்நான்கு உட்பிரிவுகளிலும் புள்ளி விவரங்களும், புள்ளியியல் முறைகளும் பயனளித்து வருகின்றன. பல்வேறு வகுப்பைச் சேர்ந்த மக்களும் எவ்வாறு தம் வருமானத்தைச் செலவிடுகின்றனர் என்பது குறித்துச் சேகரிக்கப்படும் புள்ளி விவரங்கள் நுகர்வுப் பகுதியில் பயன் தருகின்றன. தேவைக்கேற்றவாறு அளிப்பை அமைத்துக் கொள்வதற்குப் பொருள் உற்பத்தியைப் பற்றிய புள்ளி விவரங்கள் பயன்படுகின்றன. மதிப்புப் பகுதியில் விலை நிர்ணயங்குறித்து விளக்குகிறோம். இவ்விளக்கத்திற்குப் புள்ளி விவரங்கள் பெரிதும் பயன்படுகின்றன. பகிர்வுப் பகுதியில் நாட்டு வருமானத்தைக் கணக்கிடுவது குறித்தும் அது பகிரப்படும் விதம் குறித்தும் விளக்கம் காண்கிறோம். இதற்கும் புள்ளி விவரங்கள் பெரிதும் உதவியாக உள்ளன.

அண்மைக் காலத்தில் பொருளாதார அளவையியல் என்ற புதியதோர் அறிவியல் தோன்றியுள்ளது. பொருளியல் கணிதவியல், புள்ளியியல் ஆகியவற்றில் பயன்படுத்தப்படுகின்ற முறைகளின் தொகுதியாக இவ்வறிவியலுள்ளது. இவ்வறிவியல் தற்சமயம் பேராக்கம் பெற்றுள்ளது. பொருளாதாரப் பிரச்னைகட்குத் தீர்வு காண்பதற்கு இவ்வறிவியல் பெரிதும் உதவியாக உள்ளது.

பொருளாதாரக் கோட்பாடுகட்கு ஆதாரமாக உள்ள எடுகோள்களைச் (assumptions) சோதித்தறியவும். இவ்வெடுகோளின் அடிப்படையில் உருவாக்கப்பட்டுள்ள பொருளாதாரக் கோட்பாடுகளைச் சோதித்தறியவும் புள்ளி விவரங்கள் பெரிதும்பயன்படுகின்றன. எனவே, ''பொருள் உற்பத்திக்கு மூலப்பொருள் இன்றியமையாதது போல என்போன்ற பொருளாதார நிபுணர்கட்குக் கோட்பாடுகள் உருவாக்கப் புள்ளி விவரங்களே மூலப்பொருளாக உள்ளன'' என்று மார்ஷல் குறிப்பிட்டுள்ளார்.

மாதிரி வினாக்கள் :-

1. ''புள்ளியியல் என்பது, ஒருயிர் போல் இயங்கும் சமூக அமைப்பில் ஏற்படும் எல்லா வெளித் தோற்றங்களையும் அளவுபடுத்தி ஆராயும் அறிவியலாகும்'' (பௌலி) இவ்வரையறையை, சிறப்பாக, சமூகப் பொருளாதார நடவடிக்கைகளுக்கு பொருத்தி ஆராய்க.

(பி.ஏ., ஏப்ரல், 1971)

2. ''கணக்கிடும் அறிவியலே புள்ளியியலாகும்'' — விவாதிக்க.

(பி.காம்., ஏப்ரல், 1970)

3. ''சராசரிகளைப் பற்றிய அறிவியல் புள்ளியியலாகும்'' — விவாதிக்க.

(பி காம்., செப்., 1972)

4 புள்ளியியலுக்கு வழங்கப்பட்டுள்ள முக்கியமான இலக்கணங்–களை விளக்கி இவற்றுள் எது பொருத்தமான இலக்கணம் என்பதைக் கூறவும்.

5. ''புள்ளியியலானது துல்லியமான மதிப்புக்களைக் காட்டிலும் மதிப்பீடுகளை ஆராயும் அறிவியல் ஆகும்'' இக்கூற்றை ஆராய்க.

(பி.காம்., ஏப்ரல், 1972)

6. புள்ளியியலின் (புள்ளியியல் விவரங்கள்) தன்மைகள் யாவை? எடுத்துக்காட்டுகளுடன் விளக்குக.

(பி.காம்., அக்., 1977)

7. புள்ளியியலின் தன்மைகள் மற்றும் வரம்புகளை விளக்குக.

(பி.காம்., அக்., 1978)

8. பொருளியலில் புள்ளியியல் முறைகள் எவ்வாறு பயன்படு–கின்றன என்பதை விளக்குக.

(பி.காம்., ஏப்ரல், 1971)

9. பல்வேறு துறைகளிலிலும் புள்ளியியல் எவ்வாறு பயனளித்து வருகின்றது என்பது குறித்து விளக்குக.

2
புள்ளியியல் ஆராய்ச்சி

[திட்டமிடுதலும் நடத்துதலும் — புள்ளி விவரங்களை சேகரித்தல் — வினா பட்டியல் அமைத்தல் — மாதிரி முறைகள்]

புள்ளியியல் ஆராய்ச்சியைத் திட்டமிடுதலும் நடத்துதலும்
(Planning and Conducting a statistical enquiry)

புள்ளியியல் ஆராய்ச்சி என்றாலென்ன?

எதைப்பற்றி அறிவதற்கும் ஆராய்ச்சி மேற்கொள்ளுகின்றனர். எனவே, ஒரு விஷயத்தைப் பற்றி அறிவதற்காகப் புள்ளியியல் முறைகளைக் கையாண்டு மேற்கொள்ளும் ஆராய்ச்சியைப்புள்ளியியல் ஆராய்ச்சி என்கிறோம். புள்ளியியல் ஆராய்ச்சியின் முதற்படியாக ஆராய்ச்சியாளர் புள்ளி விவரங்களைச் சேகரிக்க வேண்டும். இப்-புள்ளி விவரங்களைப் பயன்படுத்திச் சில முடிவுகளைப் பெற-முடிகின்றது. எடுத்துக்காட்டாக, நாட்டிலுள்ள ஒரு சாராரின் நுகர்வுப் பழக்கவழக்கங்கள் குறித்து அறியத் தீர்மானித்துள்ளனர் என்போம். இந்நோக்கம் நிறைவேறுவதற்காக அம்மக்களின் நுகர்வுப் பழக்க வழக்கங்களைப் பற்றி அறிவதற்கு ஏற்ற வகையில் புள்ளியியல் ஆராய்ச்சியொன்று நடத்துவதற்கான ஏற்பாடுகளைச் செய்ய வேண்டும். இதற்கு முதற்படியாகப் புள்ளி விவரங்களைச் சேகரிப்-பதற்கான நடவடிக்கையில் ஆராய்ச்சியாளர் ஈடுபட வேண்டும். அதாவது. இம்மக்கள் உணவு, உடை, உறையுள், கல்வி, எரி-பொருள், விளக்கு முதலியவை ஒவ்வொன்றிற்காகவும் தம் வரு-மானத்தில் மாதந்தோறும் எவ்வளவு சதவீதப் பணத்தைச் செல-விட்டு வருகின்றனர் என்பது குறித்த புள்ளி விவரங்களைச் சேகரிப் பதற்கான நடவடிக்கையில் ஆராய்ச்சியாளர் ஈடுபட வேண்டும். இவர் சேகரிக்கும் புள்ளி விவரங்களை ஆய்ந்துபெறும் முடிவுகள் இம்மக்களின் நுகர்வுப் பழக்கவழக்கங்களை உணர்த்தவல்லவையாக இருக்கும்.

புள்ளியியல் ஆராய்ச்சி வகைகள் (Types of statistical enquiry)

புள்ளியியல் ஆராய்ச்சிகள் பல்வேறு வகையைச் சேர்ந்தவையாக உள்ளன. இவற்றுள் மிக முக்கியமானவற்றைக் கீழே குறிப்பிட்டுள்ளோம்.

1. பலநோக்க ஆராய்ச்சியும் (General purpose enquiry), குறிப்பிட்ட நோக்க ஆராய்ச்சியும் (Special purpose enquiry).

2. நேரடி ஆராய்ச்சியும் (direct enquiry), மறைமுகமான ஆராய்ச்சி (indirect enquiry).

3. அந்தரங்க நோக்க ஆரர்ய்ச்சியும் (confidential enquiry), வெளியிடும் நோக்க ஆராய்ச்சியும் (open enquiry):

4. முதல்முறை ஆராய்ச்சியும் (original or initial enquiry,) திரும்ப மேற்கொள்ளும் ஆராய்ச்சியும் (repetitive enquiry)

5. தொடர்ந்து நிகழும் ஆராய்ச்சியும் (regular enquiry), விசேஷ ஆராய்ச்சியும் (ad hoc enquiry)

6. முழுக்கணிப்பு ஆராய்ச்சியும் (census enquiry), மாதிரி ஆராய்ச்சியும் (Sample enquiry)

7. தபால்முறை ஆராய்ச்சியும் (mail-card enquiry), கணிப்பாளர் முறை ஆராய்ச்சியும் (enquiry through enumerator):

8. அதிகாரப்பூர்வமான ஆராய்ச்சியும் (official enquiry). ஓரளவுக்கு அதிகாரப்பூர்வமான ஆராய்ச்சியும் (semi-official enquiry), அதிகாரப் பூர்வமற்ற ஆராய்ச்சியும் (non-official enquiry)

பல நோக்கங்களை நிறைவேற்றிக் கொள்வதற்காகப் புள்ளி விவரங்களைச் சேகரித்து ஆய்வதை நாம் பல நோக்க ஆராய்ச்சி என்கிறோம். நம் நாட்டில் பத்தாண்டுகட்கொருமுறை மேற்கொண்டு வருகின்ற மக்கள் தொகைக் கணக்கெடுப்பை இதற்கு உதாரணமாகக் கூறலாம். இக் கணக்கெடுப்பு மூலம் நாட்டிலுள்ள மொத்த மக்களின் எண்ணிக்கையை அறிவதோடு, இவர்களுள் ஆடவர் எத்தனை பேர் பெண்டிர் எத்தனை பேர் என்பதையும், கற்றவர் எத்தனை பேர், கல்லாதவர் எத்தனை பேர் என்பதையும். வேலையிலிருப்பவர்கள் எத்தனை பேர் வேலையின்றிருப்பவர் எத்தனை பேர் என்பதையும், வயது வாரியாக மக்கள்

எண்ணிக்கையையும் வருமான வாரியாக மக்கள் எண்ணிக்கையையும் நாம் அறிந்து கொள்ள முடிகின்றது. ஒரு குறிப்பிட்ட பிரச்னை குறித்து மட்டும் அறிந்து கொள்வதற்காகப் புள்ளி விவரங்களைச் சேகரித்து ஆய்வதை நாம் குறிப்பிட்ட நோக்க ஆராய்ச்சி என்கிறோம்.

ஆராய்ச்சிக்காகச் சேகரிக்கப்படும் விஷயங்களை நேரடியாக எண்கள் மூலம் வெளியிட முடியுமேயாயின் அந்த ஆராய்ச்சிக்கு நேரடி ஆராய்ச்சி என்பது பெயராகும். எடுத்துக்காட்டாக, மாணவர்களின் உயரங்களை நேரடியாக எண்கள் மூலம் வெளியிடமுடியும். எனவே, மாணவர்களின் உயரங்கள் குறித்த புள்ளியியல் ஆராய்ச்சி நேரடி ஆராய்ச்சியாகும். மறைமுக ஆராய்ச்சியைப் பொறுத்தவரையில் தேவைப்படும் விஷயங்களை நேரடியாக எண்கள் மூலம் பெறமுடிவதில்லை. ஆனால் ஆராய்ச்சிக்குத் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டுள்ள தலைப்போடு தொடர்புடைவையும் எண்கள் வாயிலாக வெளியிடக் கூடியவையுமான விஷயங்களின் அடிப்படையில் ஆராய்ச்சி மேற்கொள்கின்றனர். எடுத்துக்காட்டாக, மாணவர்களின் அறிவாற்றலை எண்கள் வாயிலாக வெளியிட முடியாது. ஆனால் ஒரு குறிப்பிட்ட தேர்வில் மாணவர்கள் பெற்றுள்ள மதிப்பெண்களின் அடிப்படையில் அவர்களின் அறிவாற்றலை அறுதியிட முடியும்.

புள்ளியியல் ஆராய்ச்சியின் முடிவுகளைப் பிரசுரிக்காமல் இரகசியமாக வைத்துக் கொண்டால், ஆராய்ச்சியை நாம் அந்தரங்க நோக்க ஆராய்ச்சி என்கிறோம். வர்த்தகக்கழகங்கள், வாணிபக் குழுக்கள் முதலியவை மேற்கொள்ளும் புள்ளியியல் ஆராய்ச்சிகளில் பல இவ்வகையைச் சேர்ந்தவையாகும். புள்ளியியல் ஆராய்ச்சியின் முடிவுகளை இரகசியமாக வைக்காமல் பிரசுரித்தால், அந்த ஆராய்ச்சியை நாம் வெளியிடும் நோக்க ஆராய்ச்சி என்கிறோம்.

முதல் முறையாக மேற்கொள்ளும் புள்ளியியல் ஆராய்ச்சியை முதல் ஆராய்ச்சி என்கிறோம். எனவே, முதல் ஆராய்ச்சியைப் பொறுத்த வரையில் ஆராய்ச்சிக்குரிய திட்டம் ஒன்றைஉருவாக்குவதோடு ஆரம்ப முதல் இறுதி வரை மேற்கொள்ள வேண்டிய நடவடிக்கைகள் யாவற்றையும் முன் கூட்டியே தீர்மானிக்கின்றனர். முன்னர் நடத்திய புள்ளியியல் ஆராய்ச்சியின் தொடர்ச்சியாக உள்ளதையும் முன்னர் நடத்திய புள்ளியியல் ஆராய்ச்சியை மீண்டும்

நடத்துவதையும் நாம் திரும்ப மேற் கொள்ளும் ஆராய்ச்சி என்-கிறோம், எனவே, ஏற்கனவே உருவாக்கிய திட்டத்தில் ஒரு சில மாற்றங்களைச் செய்து கொண்டு திரும்ப மேற்கொள்ளும் ஆராய்ச்-சியை நடத்துகின்றனர்.

குறிப்பிட்ட கால இடைவெளிக்குப் பின்னர் புள்ளிவிவரங்-களைச் சேகரித்துக் காலந்தோறும் மேற்கொள்ளும் புள்ளிவிவர ஆராய்ச்சிகளைத் தொடர்ந்து நிகழும் ஆராய்ச்சிகள் என்கின்றனர். இதற்கு எடுத்துக்காட்டாக விலைக் குறியீட்டெண்கள் அமைப்-பதைக் கூறலாம். விலைக் குறியீட்டெண்களை அமைப்பதற்காக வாரந்தோறும் பல்வேறு பொருட்களின் விலைப் புள்ளி விவரங்களைச் சேகரித்துப் பயன்படுத்துகின்றனர். தொடர்ந்து நிகழாது எப்பொழு-தாவது அவசியம் நேரும் பொழுது நடத்தப்படும் ஆராய்ச்சிகளை விசேஷ ஆராய்ச்சிகள் என்கின்றனர். எடுத்துக்காட்டாக பிச்சை-யெடுப்பது குறித்து மேற்கொள்ளும் புள்ளியியல் ஆராய்ச்சி எப்-பொழுதாவது மேற்கொள்ளப்படுவதாகும்; இது தொடர்ந்து நடை பெற்றுவருவதல்ல.

ஆராய்ச்சிக்கு மேற்கொண்டுள்ள பொருளோடு தொடர்-புடைய நபர்கள் எல்லோரையும் அணுகிப் புள்ளி விவரங்களைச் சேகரிப்பதையும் ஆராய்ச்சிக்கு மேற்கொண்டுள்ள பொருளோடு தொடர்புடைய பொருட்கள் முழுவதையும் குறித்துப் புள்ளிவிவரங்-கள் சேகரிப்பதையும் முழுக்கணிப்பு ஆராய்ச்சியென்கிறோம், இதற்கு எடுத்துக்காட்டாகப் பத்தாண்டுகட்கு ஒருமுறை நம்நாட்டில் நடத்தி வருகின்ற மக்கள் தொகைக் கணக்கெடுப்பைக் கூறலாம். ஆராய்ச்சி மேற்கொண்டுள்ள பொருளோடு தொடர்புடைய நபர்களில் பிரதி நிதிகள் என்று கருதத்தக்க ஒரு சிலரை மட்டும் பொறுக்கியெடுத்து, அவர்களை மடடும் அணுகிப் புள்ளி விவரங்களைச் சேகரிப்பதையும், ஆராய்ச்சிக்கு மேற்கொண்டுள்ள பொருளோடு தொடர்புடைய பொருட்கள் முழுவதிலும் பிரதிநிதி தத்துவமுடையவை என்று கருத்தத்தக்க ஒரு சிலவற்றை மட்டும் பொறுக்கியெடுத்து அவை குறித்த புள்ளி விவரங்களை மட்டும் சேகரிப்பதை நாம் மாதிரி ஆராய்ச்சி என்கிறோம். நம் நாட்டில் மேற்கொள்ளப்பட்டு வருகின்ற தேசீய மாதிரிச் சர்வே (National Sample Survey) இவ்வகையைச் சேர்ந்த ஆராய்ச்சியாகும்.

செய்தி தருபவர் (informant) ஒவ்வொருவருக்கும் வினாத்-தொகுதி (questionnaire) என்ற பெயருடைய அச்சிடப்பட்ட நமூனா ஒன்றை அனுப்பி வைத்துப் புள்ளி விவரங்களைப் பெறும் முறைக்குத் தபால் முறை ஆராய்ச்சி என்பது பெயராகும். இவ்வினாத் தொகுதியில் கண்டுள்ள வினாக்கட்குப் பதில்கள் எழுதி அதைத்திருப்பித் தனக்குத் தபாலில் அனுப்புமாறு புள்ளியியல் ஆராய்ச்சியில் ஈடுபட்டிருப்பவர் செய்தி தருபவரைக் கேட்டுக் கொள்கிறார். கணிப்பாளர் முறை ஆராய்ச்சியின் கீழ்பயிற்சி பெற்ற கணிப்பாளர் மூலம் புள்ளி விவரங்களைச் சேகரிக்கின்றனர். இக்கணிப்பாளர்கள் செய்தியை அறிவிக்கக் கூடியவரைப் பேட்டிகண்டு தாம் திரட்டும் செய்திகளைப் பட்டியல் (schedule) ஒன்றில் பதிவு செய்து கொள்கின்றனர்.

அரசாங்கமோ அல்லது அரசாங்கத்திற்காகவோ மேற்கொள்ளும் புள்ளியியல் ஆராய்ச்சிகளை அதிகாரப்பூர்வமான ஆராய்ச்சிகள் என்கிறோம். மத்திய அரசு, மாநில அரசு ஆகியவை மேற்கொள்ளும் ஆராய்ச்சிகள் அதிகாரப்பூர்வமான ஆராய்ச்சிகளாகும். அரசின் ஆதரவோடு செயலாற்றிக் கொண்டிருக்கும் பல்கலைக்கழகங்கள் நடத்தும் ஆராய்ச்சிகட்கு ஓரளவு அதிகாரபூர்வமான ஆராய்ச்சிகள் என்பது பெயராகும். தனியார்களும், தனியார் நிறுவனங்களும் மேற்கொள்ளும் ஆராய்ச்சிகட்கு அதிகாரபூர்வமற்ற ஆராய்ச்சிகள் என்பது பெயராகும்.

ஆராய்ச்சிக்கான திட்டத்தை உருவாக்கும் போது கருத்தில் கொள்ளவேண்டியவை:

புள்ளி விவரங்களைச் சேகரிக்கு முன்னர் உரிய திட்டமொன்றைத் தயாரிக்க வேண்டும். இவ்வாறு செய்வதன் மூலம் தவறான முறைகளை மேற்கொள்வதைத் தவிர்ப்பதோடு, பணம், காலம் உழைப்பு ஆகியவை வீணாவதையும் தடுக்க முடியும். புள்ளியியல், ஆராய்ச்சிக்கான திட்டத்தை உருவாக்கும் நிலையில் தீவிரமாகக் கவனத்தில் கொள்ளவேண்டியவைகள் வருமாறு :

1. ஆராய்ச்சியின் நோக்கம் (Purpose of enquiry):
2. ஆராய்ச்சியின் எல்லை (Scope of enquiry):
3. புள்ளி விவரங்கள் சேகரிப்பில் பயன்படுத்தப் பெறும் அலகுகளைத் தீர்மானித்தல் (Determination of units of data collection);

4. புள்ளி விவரங்கட்கான தோற்று வாயில்கள் (Sources of data collection);

5. புள்ளி விவரங்களைச் சேகரிக்கும் முறை (Technique of data collection);

6. பணிச் சட்டத்தை தேர்ந்தெடுத்தல் (Choice of frame);

7. வேண்டப்படும் துல்லியத்தை நிருணயித்தல் (Degree of accuracy desired);

8. திட்டத்திற்கான செலவை மதிப்பிடுதல் (Cost of the plan);

1. **ஆராய்ச்சியின் நோக்கம்:**

ஆராய்ச்சியை எந்த நோக்கத்திற்காக நடத்தத் தீர்மானித்துள்ளனர் என்பதைத் தெளிவாகவும் திட்டவட்டமாகவும் குறிப்பிட வேண்டும். எத்தகைய விவரங்களைச் சேகரிக்க வேண்டுமென்பதையும் இவ்விவரங்களை எதற்காகப் பயன்படுத்த வேண்டும் என்பதையும் தீர்மானிப்பதற்கு இது வழிகோலும். எடுத்துக்காட்டாக, காலப் போக்கில் விலைகளில் ஏற்படும் மாற்றங்களின் தன்மையை ஆராயத் தீர்மானித்துள்ளனர் என்போம். இதற்காகப் பொருட்களின் விலைகள் குறித்த புள்ளி விவரங்களைச் சேகரிக்க வேண்டும். சில்லறை விலைகளைச் சேகரிப்பதா அல்லது மொத்த விலைகளைச் சேகரிப்பதா என்பதையும், சேகரிக்கப்படும் விவரங்கள் எவ்வாறு பயன்படக்கூடும் என்பதையும், முன் கூட்டியே தீர்மானித்தல் வேண்டும். இவ்வாறு செய்தால் ஆராய்ச்சிக்குரிய விஷயங்களை மட்டும் சேகரிப்பதில் ஈடுபட்டுக் காலம், பணம் ஆகியவை விரயமாவதைத் தடுக்க முடியும்.

2. **ஆராய்ச்சியின் எல்லை:**

ஆராய்ச்சியின் எல்லையை தெளிவாகவும் திட்டவட்டமாகவும் குறிப்பிட வேண்டும். அதாவது (a) சேகரிக்கப்பட வேண்டிய செய்திகளின் தன்மை (b) செய்திகளைச் சேகரிக்க வேண்டிய பூகோளப் பகுதி (c) மேற்கொள்ளத் தீர்மானித்துள்ள ஆராய்ச்சி வகை (d) ஆராய்ச்சியை செய்து முடிக்க விரும்பும் காலம் ஆகியவற்றை மிகத் தெளிவாக வரையறுத்துக் கொள்ள வேண்டும்.

3. அலகுகளைத் தீர்மானித்தல்

எந்த செய்திகுறித்த புள்ளியியல் ஆராய்ச்சிக்கும் எண்ணுவதும் அளவிடுவதும் அடிப்படையாக உள்ளன. ஆராய்ச்சிக்கு எடுத்துக் கொள்ளப் படுகின்ற செய்தியோடு தொடர்புடைய நபர்களையும் பொருட்களையும் சில தன்மைகளின் அடிப்படையில் இவற்றையே நாம் புள்ளியியல் அலகுகள் (statistical units) என்ற சொற்றொடரால் குறிப்பிடுகிறோம்.

கிலோ, மீட்டர், ஆண்டு முதலிய அலகுகட்குப் பௌதீக அலகுகள் (physical units) என்பது பெயராகும். இவ்வலகுகள் திட்ட வட்டமானவையாக இருப்பதோடு தெளிவாகப் புரிந்து கொள்ளக் கூடியவையாகும். இவ்வலகுகளை ஒருவர் புரிந்து கொள்ள வேண்டுமென்பதற்காக எவ்விதமான விளக்கமோ அல்லது இலக்கணமோ தரவேண்டியதில்லை. ஆனால் பெரும்பாலான புள்ளியியல் ஆராய்ச்சிகளில் இவை போன்ற மரபுவழி அலகுகள் சட்டரீதியான அலகுகள் ஆகியவை மட்டும் பயன்படுவதில்லை. வேறு வகையைச் சார்ந்த அலகுகளையும் பயன்படுத்த வேண்டிய கட்டாயம் ஏற்படுகிறது. இது போன்ற நிலைகளில் புள்ளியியல் ஆராய்ச்சியாளர் தாம் பயன்படுத்தக் கருதியுள்ள அலகைச் செயற்கையாக நிருணயித்து அதற்குரிய இலக்கணமும் தரவேண்டியுள்ளது. எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு தொழிலில் வேலையில் அமர்ந்துள்ள தொழிலாளர்களின் கூலிகள் குறித்து ஒருவர் புள்ளியியல் ஆராய்ச்சி ஒன்றை மேற் கொள்ள விரும்புவதாகக் கொள்வோம், கூலி என்ற சொல்லானது பொதுவான பொருளை உணர்த்தக் கூடியதாகும். இது பணக் கூலியைக் குறிக்கலாம். அல்லது உண்மைக் கூலியைக் குறிக்கலாம். இது பணிக்கேற்ப கூலியைக் குறிக்கலாம் அல்லது நாட்கூலியைக் குறிக்கலாம். மேலும் இது திறமைமிக்க தொழிலாளர் பெறும் கூலியைக் குறிக்கலாம். அல்லது திறமை குன்றிய தொழிலாளர் பெறும் கூலியைக் குறிக்கலாம். புள்ளியியல் ஆராய்ச்சியாளர் கூலி என்ற சொல்லை எப்பொருளில் பயன்படுத்தத் தீர்மானித்துள்ளார் என்பதைத் திட்ட வட்டமாகவும் தெளிவாகவும் விளக்க வேண்டும்.

எந்த புள்ளியியல் ஆராய்ச்சியிலும் பயன்படுத்தக் கருதியிருக்கும் அலகுகளை கவனத்துடனும் அக்கறையுடனும் நிருணயிக்க வேண்டும். இவ்வாறு செய்யத் தவறினால் புள்ளியியல் ஆராய்ச்சிக்காகச் சேகரிக்கப்பட வேண்டிய விவரங்கள் சேகரிக்கப்படாமல்

போகலாம் அல்லது சேகரிக்கப்பட வேண்டாத விவரங்கள் சேகரிக்கப்படலாம். புள்ளியியல் அலகு ஒன்று பெற்றிருக்க வேண்டிய தகுதிகளைக்கீழே குறிப்பிட்டுள்ளோம்.

(1) புள்ளியியல் அலகு எளியதாகவும் தெளிவானதாகவும் வெளிப்படையாகப் புரிந்து கொள்ளக்கூடியதாகவும் இருத்தல் வேண்டும்.

(2) அது நிச்சயமானதாகவும். குறிப்பானதாகவும் அறுதியிடக் கூடியதாகவும் இருத்தல் வேண்டும்.

(3) அது ஒரே தன்மையானதாகவிருத்தல் வேண்டும், அதாவது அது பல்வேறு சந்தர்ப்பங்களில் பல்வேறு பொருட்களை உணர்த்துவதாக இருத்தல் கூடாது.

(4) அது ஸ்திரமானதாகவும் திட்டவட்டமானதாகவும் இருத்தல் வேண்டும்.

(5) அது ஆராய்ச்சியின் நோக்கத்திற்கு உகந்ததாக இருத்தல் வேண்டும்.

புள்ளியியல் அலகுகளை இரண்டு வெவ்வேறு தொகுதிகளாகப் பாகு படுத்தியுள்ளனர். இவ்வலகுகளின் தோற்றத்தின் அடிப்படையில் முதலாவது தொகுதி அமைந்துள்ளது. இவ்வலகுகள் ஆற்றும் பணிகளில் அடிப்படையில் இரண்டாவது தொகுதி அமைந்துள்ளது.

தோற்றத்தின் அடிப்படையில் வகைப்படுத்தப்பட்டுள்ள அலகுகள் இருவகையினவாக உள்ளன. இவை (1) இயல்பான அலகுகள் (spontaneous units) என்றும் (2) செயற்கை அலகுகள் (artificial units) என்றும் இரு வகையினவாக உள்ளன. எண்ணியறிவதற்குப் பயன்படும் அலகுகளை இயல்பான அலகுகள் என்கின்றனர். அவை (a) இயற்கை அலகுகள் (natural units) என்றும் (b) உருவாக்கப்பட்ட அலகுகள் (produced units) என்றும் இருவகையினவாக உள்ளன. ஒரு நபர், ஒரு மரம், ஒரு பசு முதலியவை இயற்கை அலகுகட்கு எடுத்துக்காட்டுகளாகும். மனித நன்மைக்காகவும் மனிதர் பயன்படுத்துவதற்காகவும் இயற்கை வளங்களிலிருந்து மனிதர் உருவாக்கியுள்ள அலகுகளை நாம் உருவாக்கப்பட்ட அலகுகள் என்கிறோம். ஒரு வீடு, ஒரு கார், ஒரு மேஜை முதலியவை உருவாக்கப்பட்ட அலகுகட்கு எடுத்துக் காட்டுக்களாகும்.

அளந்தறிவதற்குப் பயன்பட்டு வருகின்ற அலகுகளை செயற்கை அலகுகள் என்கின்றனர். செயற்கை அலகுகள் (a அளவுக்குரிய அலகுகள் (mensurational units) என்றும் (b) பண மதிப்பு அலகுகள் (pecuniary value units) என்றும் இருவகையினவாக உள்ளன. கிலோ, மீட்டர், ஆண்டு முதலிய அலகுகள் அளவுக்குரிய அலகுகட்கு எடுத்துக்காட்டுகளாகும் மதிப்பை அளந்தறிவதற்குப் பயன்டும் அலகுகட்குப் பணமதிப்பு அலகுகள் என்பது பெயராகும். ரூபாய், டாலர், பவுன், ஸ்டெர்லிங் முதலியவை பண மதிப்பு அலகுகட்கு எடுத்துக்காட்டுகளாகும். பொருள் உற்பத்தி, வாணிபம் முதலியவற்றின் மதிப்பை அளவிட்டறிவதற்குப் பணமதிப்பு அலகுகள் இன்றியமையாதவையாகும்.

ஆற்றும் பணிகளின் அடிப்படையில் வகைப்படுத்தப்பட்டுள்ள அலகுகள் இரண்டு வகையைச் சேர்ந்தவையாகும். அவை வருமாறு:

1. சேகரிக்கப் பயன்படும் அலகுகள் (units of collection).
2. ஆய்வுக்கும் விளக்கத்திற்கும் பயன்படும் அலகுகள் (units of analysis and interpretation).

சேகரிக்கப்பயன்படும் அலகுகட்குக் கணக்கீடு செய்யப் பயன்படும் அலகுகள் (units of enumeration) என்றும் மதிப்பீடு செய்யப்படும் அலகுகள் (units of estimation) என்றும் பெயர்கள் உள்ளன. இவ்வலகு (a) எளிய அலகுகள் (simple units) என்றும் (b) கூட்டு அலகுகள் (composite units) என்றும் இரண்டு வகையைச் சேர்ந்தவையாக உள்ளன. எவ்வித அடைமொழியுமில்லாத ஒரே ஒரு நிபந்தனைக்கு உட்பட்டிருக்கும் அலகுகட்கு எளிய அலகுகள் என்பது பெயராகும். ஒரு தொழிலாளி, ஒருகிலோ மீட்டர், ஒரு கட்டடம் முதலியவை எளிய அலகுகட்கு எடுத்துக்காட்டுகளாகும். எளிய அலகோடு அடைமொழி ஒன்றைச் சேர்த்தால் அது கூட்டு அலகாகிவிடும். எடுத்துக்காட்டாக ஒரு தொழிலாளி என்பது எளிய அலகாகும்; ஆனால் ஆலைத் தொழிலாளி என்ற அடைமொழியோடுள்ள அலகு, கூட்டு அலகாகும். மேலும் ஒரு மைல் என்பது எளிய அலகாகும். ஆனால் டன் மைல் (ton-mile) என்று அடைமொழியோடுள்ள அலகு கூட்டு அலகாகும். தனி அலகுகள் நடைமுறையில் பொதுவாக நாம் பயன்படுத்தி வருபவையாக உள்ளன. எனவே இவற்றை நாம் எளிதாகவும் திட்டவட்டமாகவும் அறிந்து கொள்ள முடிகின்றது. ஆனால் கூட்டு-

லகைப் பொறுத்த வரையில் எளிய அலகோடு அடைமொழி ஒன்று சேர்த்துக் கொள்ளப்படுவதால் இதற்குத் திட்டவட்டமானதும் எளிதில் புரிந்து கொள்ளக் கூடியதுமான விளக்கம் தருவது சிரமமானதாக உள்ளது.

ஆய்விற்கும் விளக்கத்திற்கும் பயன்படும் அலகுகள் எளிதில் ஒன்றைப் பிறிதொன்றோடு ஒப்பிட்டறியப் பயன்பட்டு வருகின்றன. (a) வீதங்கள் (rates) (b) விகிதங்கள் (ratios) (c) கெழுக்கள் (coefficients) முதலியவை இவ்வகையைச் சேர்ந்த அலகுகளாகும்.

4. புள்ளி விவரங்கட்கான தோற்றுவாயில்கள்:

புள்ளியியல் ஆராய்ச்சியாளர் விவரங்களை சேகரிப்பதற்கு இரண்டு தோற்றுவாயில்களுள்ளன. இவை (a) முதல் நிலை தோற்றுவாயில் (primary source) (b) இரண்டாம் நிலை தோற்று வாயில் (secondary source) என்பனவயாகும். ஆராய்ச்சியாளர் முயன்று சேகரிக்கும் புள்ளி விவரங்கட்கு முதல் நிலை புள்ளி விவரங்கள் (Crimary data) என்பது பெயராகும். இவ்வாறன்றி ஏற்கனவே பிறரால் சேகரிக்கப்பட்டு பிரசுரிக்கப்பட்டுள்ள அல்லது பிரசுரிக்கப்படாத புள்ளிவிவரங்களை ஆராய்ச்சிக்குப் பயன்படுத்தினால் அவற்றிற்கு இரண்டாம் நிலை புள்ளிவிவரங்கள் (secondary data) என்பது பெயராகும். ஆராய்சிக்கான புள்ளி விவரங்களை முதல் நிலைத் தோற்றுவாயிவிருந்து பெறுவதா அல்லது இரண்டாம் நிலை தோற்று வாயிலிருந்து பெறுவதா என்பதே ஆராய்ச்சியின் நோக்கம் எல்லை முதலியவற்றின் அடிப்படையில் நிருணயிக்கின்றனர்.

5. புள்ளிவிவரங்களை சேகரிக்கும் முறை:

(a) முழுக்கணிப்பு முறை (census technique) (b) மாதிரி முறை (Sample technique) ஆகிய இரு முறைகளில் ஏதேனும் ஒன்றைப் பயன் படுத்திப் புள்ளி விவரங்களைச் சேகரிக்கமுடியும். புள்ளியியல் ஆராய்ச்சிக்குத் தேர்தெடுத்துள்ள செய்தியோடு தொடர்புடைய ஒவ்வொரு நபர் (அல்லது ஒவ்வொரு பொருள் குறித்தும் புள்ளிவிவரங்கள் சேகரித்தால் அம்முறைக்கு முழுக்கணிப்பு முறை என்பது பெயராகும். இதற்கு எடுத்துக் காட்டாக மக்கள் தொகைக் கணிப்பைக் கூறலாம். ஆராய்ச்சிக்கு மேற்கொண்டுள்ள செய்தியோடு தொடர்புடைய பொருட்கள் யாவற்றுள்ளும் பிரதி

நிதித்துவமுடையவை என்று கருதத்தக்க ஒருசிலவற்றை மட்டும் பொறுக்கியெடுத்து அவை குறித்த புள்ளி விவரங்களை மட்டும் சேகரிப்பதை நாம் மாதிரி ஆராய்ச்சி என்கிறோம். நம்நாட்டில் மேற்கொள்ளப்பட்டு வருகின்ற தேசீய மாதிரிச் சர்வே இவ்வகையைச் சேர்ந்த ஆராய்ச்சியாகும். இவ்விருமுறைகளுள் எம்முறையை மேற்கொண்டு புள்ளி விவரங்களைச் சேகரிக்க வேண்டும் என்பது குறித்து ஆராய்ச்சியாளர் தீர்மானிக்க வேண்டும். (a) நிதிவசதி (b) ஆராய்ச்சிக் காலம் (c) எதிர் பார்க்கப்படும் துல்லியம் (d) ஆராய்ச்சியின் தன்மையும் எல்லையும் முதலிய பல கருத்துக்களின் அடிப்படையில் ஆராய்ச்சியாளர் மேற்கொள்ள வேண்டிய முறையினைத் தீர்மானிப்பார்.

6. பணிச்சட்டத்தை தேர்ந்தெடுத்தல் :

ஆராய்ச்சி நடைபெற வேண்டிய பரப்பின் எல்லையை நிருணயித்த பின்னர் இந்த பரப்பில் இடம் பெற்றுள்ள அலகுகள் யாவை என்பதை ஆராய்ச்சியாளர்கள் இனங்கண்டு கொள்ள வேண்டும். ஆராய்ச்சிக்கு மேற்கொண்டுள்ள விஷயத்தோடு தொடர்புடைய விவரங்கள் அடக்கியுள்ள அலகுகள் யாவும் அடங்கிய பட்டியலை நாம் ஆராய்ச்சிக்கான பணிச்சட்டம் (frame of the enquriy) என்கிறோம். எடுத்துக்காட்டுஒன்று காண்போம். மதுரை மாநகரிலுள்ள சிறு தொழில்களில் இடப்பட்டுள்ள மூலதனம், வேலை பார்த்து வரும் தொழிலாளர்களின் எண்ணிக்கை ஆகியவற்றை அறிய விரும்புவதாகக் கொள்வோம். இதற்காக நாம் மதுரை மாநகரிலுள்ள சிறுதொழில்கள் எல்லாவற்றின் பெயர்கள், முகவரிகள் ஆகியவை அடங்கிய பட்டியலை நாம் இந்த ஆராய்ச்சிக்கான பணிச்சட்டம் என்கிறோம், இப்பணிச் சட்டமானது ஆராய்ச்சியின் அமைப்பு முழுவதையும் பெருமளவுக்குத் தீர்மானிக்கவல்லதாகும்.

7. வேண்டப்படும் துல்லியத்தை நிருணயித்தல்:

சேகரிக்க விரும்பும் புள்ளி விவரங்கள் எவ்வளவு துல்லியமானவையாக இருக்கவேண்டும் என்று தீர்மானிப்பதும் புள்ளியியல் ஆராய்ச்சியைத் திட்டமிடுவதிலுள்ள முக்கியபடிகளில் ஒன்றாகும். புள்ளியியல் ஆராய்ச்சிக்காக சேகரிக்கப்படும் புள்ளி விவரங்கள் நூற்றுக்கு நூறு துல்லியமானவையாக இருப்பதில்லை இருக்க வேண்டியதுமில்லை. இவை நியாயமான அளவு துல்லியம் உடையனவாக இருந்தால் போதுமானதாகும். வேண்டப்படும் துல்லியத்தினளவு ஆராய்ச்சியின் நோக்கத்தைப் பொறுத்ததாகும். எடுத்துக்-

காட்டொன்று காண்போம். மருத்துவப் பரிசோதனைக்காக மாணவர்களின் உயரங்களை அளக்கும் போது ஒரு சென்டி மீட்டரைக் கூடப் புறக்கணித்தல் கூடாது. ஆனால் இரு நகரங்கட்கிடையேயுள்ள தூரத்தை அளக்கும்போது ஒருசில மீட்டர்களை புறக்கணித்தாலும் அது தவறாகாது.

8. திட்டத்திற்கான செலவை மதிப்பிடுதல்:

புள்ளியியல் ஆராய்ச்சிக்கென்று உருவாச்கிய திட்டத்தைநிறை வேற்றும்போது பல்வேறு கட்டங்களிலும் பணம் செலவிட வேண்டியிருக்கும் எனவே, பூர்வாங்கவேலை விவரங்கள் சேகரிக்கும் வேலை அட்டவணைப்படுத்தும் வேலை, ஆய்வுவேலை முதலியவை ஒவ்வொன்றிற்கும் ஆகக்கூடிய செலவுகளைத் தனித்தனியே மதிப்பீடு செய்வதன் மூலம் பணம் வீணாவதைத் தடுக்க முடியும்.

ஆராய்ச்சித் திட்டத்தை நிறைவேற்றுதல்:
(Execution of the plan of enquiry) :

ஆராய்ச்சிற்குரிய திட்டத்தை உருவாக்கிய பின்னர் அத்திட்டத்தை நிறைவேற்றுவதற்கான நடவடிக்கைகளை மேற்கொள்ள வேண்டும். புள்ளி விவரங்களைச் சேகரித்து ஆராய்வதிலுள்ள பல்வேறு கட்டங்கள் வருமாறு

1. நிர்வாக அமைப்பு ஒன்றை உருவாக்குதல்
2. நிழுன்னாக்கள், வினாதொகுதி ஆகியவற்றை உருவாக்குதல், பார்வையிடுதல்.
3. புள்ளி விவரக் கணிப்பாளர்களைத் தேர்ந்தெடுத்துப் பயிற்சியளித்தல்
4. புள்ளிவிவரக் காணிப்பாளர்களின் நடவடிக்கைகளை மேற்பார்வையிடுதல்.
5. தேவைப்படும் புள்ளிவிவரங்கள் கிட்டாத நிலையில் மேற்கொண்டு செய்ய வேண்டிய நடவடிக்கையான ஏற்பாடுகளைச் செய்தல்.
6. சேகரிக்கப்பட்ட புள்ளி விவரங்களை வேண்டிய உருவில் வடித்தெடுத்தல்.
7. சேகரிக்கப்பட்ட புள்ளி விவரங்களை ஆய்தல்.
8. அறிக்கை தயாரித்தல்.

புள்ளி விவரங்களைச் சேகரித்தல்
(COLLECTION OF DATA)
அல்லது
புள்ளி விவரங்கட்கான தோற்றுவாயில்கள்
(SOURCES OF DATA)

முதல்நிலைப் புள்ளி விவரங்களும் (Primary data) **இரண்டாம்நிலைப் புள்ளி விவரங்களும்** (Secondary data) :

எந்த வகையைச் சேர்ந்த புள்ளியியல் ஆராய்ச்சியிலும் புள்ளி விவரங்களைச் சேகரித்தலே முதற்படியாகும். புள்ளியியல் ஆராய்ச்சிக்குப் பயன்படும் புள்ளிவிவரங்கள் (1) முதல்நிலைப் புள்ளி விவரங்கள் (2) இரண்டாம் நிலைப் புள்ளி விவரங்கள் என்ற இரு வகையினவாக உள்ளன. புள்ளியியல் ஆராய்ச்சிக்காக முதல் முதலாகச் சேகரிக்கப்படும் புள்ளி விவரங்கட்கு முதல் நிலைப் புள்ளி விவரங்கள் என்பது பெயராகும். இவ்வாறன்றிப் பிறரால் ஒரு குறிப்பிட்ட நோக்கத்திற்காகச் சேகரிக்கப்பட்டு, அட்டவணைப் படுத்தப்பட்டு, வேண்டிய உருவில் வடிக்கப்பட்டுள்ள புள்ளி விவரங்களை ஒருவர் தம்முடைய ஆராய்ச்சிக்குப் பயன்படுத்தினால் அவை அவருக்கு இரண்டாம் நிலைப் புள்ளி விவரங்கள் ஆகும். முதல்நிலைப் புள்ளி விவரங்கள் மூலப் பொருட்களை (raw meterials) யொத்தவை என்றும், இரண்டாம்நிலைப் புள்ளி விவரங்கள் உருவாக்கப்பட்ட பொருட்களை (finished products) யொத்தவை என்றும் குறிப்பிட்டுள்ளனர்.

எனினும், இவை முதல்நிலைப் புள்ளி விவரங்கள் என்றும் அவை இரண்டாம் நிலைப் புள்ளி விவரங்கள் என்றும் திட்ட வட்டமாக எதுவும் கூற முடியாது. ஏனெனில், ஒரு நிறுவனத்திற்கு முதல்நிலைப் புள்ளி விவரங்களாக இருக்கக்கூடியவை பிறிதொரு நிறுவனத்திற்கு இரண்டாம்நிலைப் புள்ளி விவரங்களாக அமையக் கூடும் எடுத்துக்காட்டொன்று காண்போம். இந்தியாவில் மக்கள் கணக்கெடுப்பு மூலம் கிட்டும் புள்ளி விவரங்கள் இந்திய அரசின் மக்கள் கணக்கெடுப்புத் துறைக்கு முதல்நிலைப் புள்ளி விவரங்களாகும். ஆனால் இவற்றை ஆராய்ச்சி ஒன்றிற்காகப் பயன்படுத்தும் ஆராய்ச்சியாளருக்கு இவை இரண்டாம் நிலைப் புள்ளி விவரங்களாக அமையும்.

புள்ளி விவரங்கள் முதல்நிலைப் புள்ளி விவரங்கள் என்றும், இரண்டாம்நிலைப் புள்ளிவிவரங்கள் என்றும் இரண்டு வகையினவாக இருப்பதறகேற்பப் புள்ளிவிவரங்களைச் சேகரிக்கும் முறைகள் கீழ்க்கணடவாறு இரண்டு வகையினவாக உள்ளன.

1. முதல்நிலை முறை (Primary method)
2. இரண்டாம்நிலை முறை (Secondary method).

இரண்டாம்நிலைப் புள்ளிவிவரங்களோடு ஒப்பிட்டு நோக்கும் போது முதல்நிலைப் புள்ளிவிவரங்கள் இரு வகைகளில் நன்மையாக அமையக்கூடியவை என்பதை அறியலாம். இவை உண்மையான நிலையைப் பிரதிபலிக்கக் கூடியனவாகும். மேலும் இவை குறிப்பிட்ட நோக்கத்திற்காகப் பயன்படுபவையாகும். எனினும் முதல் நிலைப் புள்ளி விவரங்கள் இரண்டு குறைகளையுடையவையாகும். இவற்றைச்சேகரிப்பதற்குச் சிறிது காலமாகும். மேலும் இவற்றைச் சேகரிப்பதற்குப் பணம் செலவாகலாம்.

புள்ளியியல் ஆராய்ச்சியை மேற்கொள்ளும் முன்பாகவே இவ்விரு வகையான விவரங்களில் எவ்வகையான விவரங்களினடிப்படையில் ஆராய்ச்சியை நடத்த வேண்டும் என்பதை ஆராய்ச்சியாளர் தீர்மானிக்க வேண்டும் கீழ்க்காணும் விஷயங்களைக் கருத்தில் கொண்டு ஆராய்ச்சியாளர் எவ்வகையான விவரங்களினடிப்படையில் ஆராய்ச்சியை நடத்த வேண்டுமென்பதைத் தீர்மானிப்பார்.

1. ஆராய்ச்சியின் தன்மை, நோக்கம், எல்லை
2. நிதி வசதி.
3. ஆராய்ச்சியை முடிக்கத் தீர்மானித்திருக்கும் காலம்.
4. நிருணயித்திருக்கும் துல்லியம்.

1. முதல்நிலை விவரங்கள்

(A) முதல்நிலை விவரங்களை சேகரிக்கும் முறைகள் : (Methods of Collecting Primary Data) :

கீழ்க்காணும் அய்ந்து முறைகளுள் ஏதேனும் ஒரு முறையை மேற்கொண்டு முதல்நிலைப் புள்ளி விவரங்களைச் சேகரிக்க முடியும் :

1. நேரடியாக ஆராய்ச்சியாளர் செல்லும் முறை (Direct Personal Investigation);

2. மறைமுக வாய்மொழி முறை (Indirect Oral Investigation);

3. உள்ளூர் நிருபர்மூலம் பெறும் முறை (Information through local correspondents):

4. தபால்வழி வினாத்தொகுதி முறை (Mailed Questionnaire Method);

5. கணிப்பாளர் மூலம் பட்டியல் முறை (Schedules sent through enumerators).

1. நேரடியாக ஆராய்ச்சியாளர் செல்லும் முறை:

இம்முறையின்கீழ் புள்ளி விவரங்களைச் சேகரிக்கத் தீர்மானித்துள்ள இடங்கட்கு ஆராய்ச்சியாளரே நேரில் சென்று இவற்றைச் சேகரிப்பதில் ஈடுபடுவார். யாராரிடமிருந்து புள்ளிவிவரங்களைப் பெறமுடியுமோ அவர்கள் யாவரையும் இவரே சந்தித்துப் புள்ளிவிவங்ரகளை பெறுவார். எடுத்துக் காட்டாக, மதுரை மில்லிலுள்ள தொழிலாளர்கள் பெற்று வரும் சம்பளங்கள் குறித்த புள்ளிவிவரங்களைச் சேகரிக்க விரும்புபவர் தாமே மதுரை மில்லுக்குச் சென்று தொழிலாளர்களைச் சந்தித்துத் தேவைப்படும் விவரங்களைச் சேகரிப்பதில் ஈடுபடுவார். இம்முறையில் கர்ணக்கூடிய நன்மைகள் வறுமாறு:

1. இம்முறையின் கீழ் ஆராய்ச்சியாளரே நேர்டியாகச் சென்று புள்ளி விவரங்களை சேகரிப்பதால் சேகரிக்கப்படும் புள்ளிவிவரங்கள் நம்பகமான வையாகவும் துல்லியமானவையாகவும் இருத்தல் கூடும்.

2. ஆராய்ச்சியின் நோக்கம், தன்மை, எல்லை ஆகியவற்றை மறந்துவிடாது 'ஆராய்ச்சியாளர் புள்ளிவிவரங்களைச் சேகரிப்பதில் ஈடுபட முடியும்.

3. நேரடியாகச் சென்று புள்ளிவிவரங்களைச் சேகரிப்பதால் செய்து தருபவரி (informant) டமிருந்து நல்ல ஒத்துழைப்பை ஆராய்ச்சியாளர் பெறமுடியும்.

4. செய்தி தருபவரின் கல்வியறிவு, நிலை முதலியவற்றிற் கேற்ற வகையில் வினாக்களை அமைத்து விவரங்களைச் சேகரித்துக் கொள்ள முடியும்.

5. குறிப்பிட்ட எல்லைக்குள் நிகழ்த்தப்பெறும் ஆராய்ச்சியிலும், ஆராய்ச்சியை நடத்தி முடிக்கப் போதுமான அளவு காலம் உள்ள நிலையிலும் இம்முறை நல்ல பலனைத் தரக்கூடும்.

எனினும், இம்முறை பல வரையறைகட்குட்பட்டதாகும். அவற்றைக் கீழே விளக்கியுள்ளோம்.

1. பல்வேறு பகுதியில்வசித்துவரும் பல நபர்களைப் பேட்டி கண்டு விவரங்களைச் சேகரிக்க வேண்டிய நிலையில் இம்முறையை மேற் கொண்டால் பெரும் பணம் செலவாகலாம்.

2. ஆராய்ச்சியாளர் புத்திசாதுரியம், துணிவு, ஆர்வம் முதலியவை உடையவராக விருந்தாலேயே இம்முறை வெற்றியளிக்க வல்லதாகும். ஆனால் பெரும்பான்மையான ஆராய்ச்சியாளரிடம் இது போன்ற தன்மைகளை காண்பது அரிதாக உள்ளது.

3. ஆராய்ச்சியாளர் ஒருவரே விவரங்களைச் சேகரிப்பதில் ஈடுபடுவதால் இவரின் விருப்பு வெறுப்புக்களால் பலவிதமான கேடுகள் தோன்றலாம்

4. இம்முறை மேற்கொள்ளப்பட்டால் ஏனைய முறைகளை மேற் கொண்டு விவரங்களைச் சேகரிப்பதற்காகும் காலத்தைவிட அதிக காலமாகும்.

ஆராய்ச்சியாளர் எளிதில் சென்று வரக்கூடிய குறிப்பிட்ட எல்லைக்குள் நிகழ்த்தப்படும் புள்ளியியல் ஆராய்ச்சிக்குரிய புள்ளி விவரங்களைச் சேகரிப்பதற்கு இம்முறை பெரிதும் உகந்ததாகும்.

2. மறைமுக வாய்மொழிமுறை :

இந்த முறையின்கீழ் புள்ளி விவரங்களைச் சேகரிப்பதற்காகக் கணிப்பாளர்கள் (enumerators) நியமிக்கப்படுகின்றனர். ஆனால் இவர்கள் செய்தி தருபவரை (infarmant) நேரடியாக அணுகி விவரங்களைப் பெறுவதில்லை. மாறுகச் செய்தியைத் தரக்கூடிய மூன்றாம் மனிதர்களை (third persons) அணுகி அவர்களிடமிருந்து விவரங்களை அறிந்து கொள்ள முயலுவர். இவர்கள் பேட்டிகாணும் மூன்றாம் மனிதர்களைச் சாட்சிகள் (witnesses) என்ற பெயரால் அழைக்கிறோம். எடுத்துக்காட்டொன்று காண்போம். மதுபானம் அருந்தும் பழக்கமுடையவர்கள் குறித்த புள்ளியியல் ஆராய்ச்சி மேற்கொள்ளப் பட்டிருப்பதாகக் கொள்வோம். இதற்குத் தேவைப்படும் விவரங்களை இப்பழக்கமுடைய நபர்களை நேரடியாக அணுகிப் பெற

முடியாது. எனவே. தேவைப்படும் விவரங்களை மதுபான வகைகளை வீற்பவர்களிடமிருந்தோ அல்லது இப்பழக்கமுடைய நபர்களின் நண்பர்கள், அண்டை வீட்டார்கள் போன்றோரை அணுகியோ அறியமுடியும். பொதுவாக அரசு நியமிக்கும் ஆராய்ச்சிக் கமிட்டிகளும் இந்த முறையை மேற்கொண்டே விவரங்களை சேகரிக்கின்றன.

பொருளாதார ஆராய்ச்சிகளிலும் சமுதாய ஆராய்ச்சிகளிலும் இம்முறை பெரிதும் மேற்கொள்ளப்பட்டு வருகின்றது. இம்முறையின் மூலம் வெற்றிகரமாகப் புள்ளி விவரங்களைச் சேகரிக்க முடிவது கீழ்க்காணும் விஷயங்களைப் பொறுத்ததாகும்.

1. விவரங்களைத் தரும் நபர்களின் தன்மை.
2. வினவப்படும் வினா, விடைகட்குரிய விஷயங்களைச் சாட்சிகள் நேரடியாக அறிந்திருப்பது
3. பொருத்தமான வினாக்கள், குறுக்கு வினாக்கள் ஆகியவற்றின் மூலம் சாட்சிகளிடமிருந்து தேவைப்படும் விவரங்களைப் பெறக்கூடிய கணிப்பாளரின் ஆற்றல்.
4. விவரங்களைச் சேகரிப்பதற்காக நியமிக்கப்பட்டுள்ள கணிப்பாளரின் நேர்மை.

''சிக்கலான விவரங்களைப் பெறவேண்டிய நிலையிலும் செய்தி தருபவர் செய்தியைத் தர மறுக்கும் போதும், தயக்கம் காட்டும் போதும் இம்முறை பயன்தரக் கூடியதாகும்'' என்று L. R. கொன்னார் குறிப்பிட்டுள்ளார்.

3. உள்ளூர் நிருபர் மூலம் பெறும் முறை :

இம்முறையின் கீழ் ஆங்காங்கே உள்ளூர் நிருபர்கள் அல்லது ஏஜண்டுகளை நியமித்து அவர்கள் மூலம் விவரங்களைச் சேகரிக்கின்றனர். எம்முறைகளைக் கையாண்டு செய்திகளைக் கிரகிப்பது என்பதை இவர்களே தீர்மானித்துக் கொள்கின்றனர். மொத்த விலைக் குறியீட்டெண்களை அமைப்பதில் இம்முறையை பின்பற்றுகின்றனர். நாட்டின் பல்வேறு பகுதிகளிலும் நிலவும் மொத்த விலைகளைக் காலத்திற்குக் காலம் அறிவிப்பதற்காக ஆங்காங்கே நிருபர்களை நியமித்துள்ளனர். பயிர் மதிப்பீடுகளைப் (crop esimates) பெறுவதிலும் இம்முறையையே மேற்கொண்டு வருகின்றனர்.

இம்முறையின் மூலம் பெறப்படும் புள்ளி விவரங்கள் பெரிதும் நம்பகமானவையாக இருக்க முடியாது. எனவே, திருத்த மற்ற மதிப்-பீடுகளின் அடிப்படையில் மேற்கொள்ளப்படும் புள்ளியியல் ஆராய்ச்சி கட்கும் பெருமளவு துல்லியம் வேண்டப்படாத புள்ளியியல் ஆராய்ச்சி கட்கும் இம்முறை உகந்ததாகவிருக்கும். ''குறைந்த செலவிலும் காலதாமதமின்றியும் விவரங்களைப் பெற முயலும் போதும், துல்லியத்திற்கு முக்கியத்துவம் கொடுக்காத நிலையிலும் இம்முறை பயனளிக்கக் கூடியது'' என்று L.R. கொன்னார் குறிப்பிட்டுள்ளார்.

4. தபால் வழி வினாத் தொகுதி முறை :

இம்முறையின் கீழ் ஆராய்ச்சிக்கு எடுக்கப்பட்டுள்ள விஷயங் குறித்த வினாக்கள் பலவற்றைத் தயாரிக்கின்றனர். இவ்வினாக்கள் அடங்கிய தொகுதியை வினாத்தொகுதி (questionnaire) என்கின் றனர். செய்தி தருபவருக்கு (informant) இவ்வினாத்தொகுதியைத் தபால் மூலம் அனுப்பி வைக்கின்றனர். வினாத்தொகுதியைப் பூர்த்தி செய்து ஒரு குறிப்பிட்ட காலத்திற்குள் அதைத் திருப்பி அனுப்பி வைக்குமாறு இக்கடிதத்தின் மூலம் வேண்டுகோள் விடுக்-கின்றனர்.

இம்முறையின் மூலம் வெற்றிகரமாக விவரங்களைச் சேகரிப்ப தானது கீழ்க்காணும் விஷயங்களைப் பொறுத்ததாகும்.

1. வினாத்தொகுதியின் தரம்.
2. செய்தி தருபவர் செய்திகளைப் பற்றி அறிந்திருக்கும் அளவு.
3. செய்தி தருபவரின் ஒத்துழைப்பு.

இம்முறையின் மூலம் கீழ்க்காணும் நன்மைகள் விளையக் கூடும் :

1. பெரிய எல்லைக்குள் நிகழ்த்தவேண்டிய ஆராய்ச்சிகளை எளிதில் நடத்த உதவுகிறது.
2. செய்திதருபவர் ஒத்துழைத்தால் இம்முறையின் கீழ்குறைந்த செலவிலும் கால தாமதமின்றியும் விவரங்களைச் சேகரிக்க முடியும்.

எனினும் இம்முறை பல வரையறை கட்குட் பட்டதாகும். அவை வருமாறு:

1. கல்வியறிவில்லாதவர்களிடமிருந்து விவரங்களைப் பெறு–வதற்கு இம்முறை ஏற்றதல்ல.

2. இம்முறையின் கீழ் செய்தி தருபவரோடு நேரடியாக தொடர்பு கொள்வதில்லை எனவே வினாக்களை அவரிடம் விளக்கி அய்யப்பாடுகளை நீக்குவதற்கு வழியில்லை.

3. செய்தி தருபவர் தந்துள்ள விவரங்கள் திருத்தமற்றவையாக இருக்கலாம் மேலும் இவர் தரும் விவரங்களின் துல்லியத்தை அறுதியிடுவது சிரமமான காரியமாகும்

4. செய்தி தருபவர்கள் பெரும்பாலோரிடமிருந்து பதில்கள் வராதிருக்கலாம். எடுத்துக் காட்டொன்று காண்போம். 1931 — 32 -ஆம் ஆண்டிற்கான இந்திய நாட்டு வருமானத்தைக் கணிப்பதில் ஈடுபட்டிருந்த டாக்டர் V. K. R. V. ராவ் கூலிகள் பற்றிய புள்ளி விவரங்களைச் சேகரிக்க விரும்பினார். இதற்காக இவர் வினாத் தொகுதியொன்றைத் தயாரித்து 8,143 செய்திதருபவர்கட்கு அனுப்பி வைத்தார். ஆனால் இவர்களுள் 130 நபர்களிடமிருந்து மட்டுமே இவரால் பதில்களைப் பெறமுடிந்தது.

பரந்த எல்லைக்குள் நிகழ்த்தப் பெறும் ஆராய்ச்சிகட்கும், செய்தி தருபவர் பல்வேறு இடங்களில் பரவலாக அமைந்துள்ள நிலையிலும் இம்முறை உயர்ந்ததாகும்.

5. **கணிப்பாளர் மூலம் பட்டியல் முறை:**

இம்முறையின் கீழ் கணிப்பாளர்கள் பலரைத் தேர்ந்தெடுத்து இவர்கட்கு பயிற்சியளிக்கின்றனர். இவர்களிடம் திட்டப் படுத்தப்பட்ட பட்டியல்களைக் கொடுக்கின்றனர். இப் பட்டியல்களை உடன் எடுத்துச் சென்று இவர்கள் செய்திதருபவர்களைப் பேட்டி காண்கின்றனர். பட்டியலில் இடம் பெற்றுள்ள வினாக்கட்கான விடைகளை அவர்களிடமிருந்து பெற்றுத் தம்கைப்படப்பட்டியலைக் கணிப்பாளர் நிரப்புகிறார்.

கணிப்பாளர்களைத் தேர்ந்தெடுக்கும் போது கீழ்க்காணும் விஷயங்களைக் கருத்தில் கொள்ள வேண்டுவது இன்றியமையாததாகும்.

1. கணிப்பாளர் நேர்மையானவராக, பாரபட்ச மற்றவராக, நுட்பஅறிவுடையவராக, கடின உழைப்பாளராக இருத்தல் வேண்டும்.

2 ஆராய்ச்சியில் ஆர்வமுள்ளவராக இவர் இருத்தல் வேண்டும்.

3. இவர்கட்குச் சிறந்த பயிற்சியளிக்க வேண்டும்,

4. இவர்கள் மதிநுட்பம் உடையவர்களாகவும் இதமான பண்புகளை உடையவராகவும் இருத்தல் வேண்டும்.

5. உள்ளூர் மக்களின் பழக்க வழக்கங்களை இவர் நன்கு அறிந்தவராக இருத்தல் வேண்டும்.

இம்முறை பெற்றுள்ள முக்கிய நன்மைகளைக் கீழே விளக்கியுள்ளோம்.

1. இம்முறையை மேற்கொண்டு கல்வியறிவில்லாத செய்தி தருபவரிடமிருந்தும் விவரங்களை எளிதில் கிரகித்துக் கொள்ள முடியும்

2. செய்தி தருபவரின் சிறந்த ஒத்துழைப்பைப் பெறமுடியும்.

3. புரிய முடியாத வினாக்களை விளக்கி விடைகளைப் பெற முடியும். செய்தி தருபவர்கள் தரும் விடைகள் திருத்தமானவையா இல்லையா என்பதை அவ்வப்போது குறுக்கு வினாக்கள் எழுப்புவதன் மூலம் தீர்மானிக்கலாம். எனவே, இம்முறையின் மூலம் சேகரிக்கப்படும் புள்ளி விவரங்கள் பெரிதும் நம்பகரமானவையாகவும் துல்லியமுடையனவாகவும் இருத்தல் கூடும்.

எனினும் இம்முறை சில வரையறைகட்குட்பட்டதாகும். அவை வருமாறு:

1. முதல்நிலைப் புள்ளி விவரங்களைச் சேகரிப்பதற்குரிய பல் வேறு முறைகளிலும் இம்முறையே அதிகப்பணச் செலவுடையதாகும், ஏனெனில், கணிப்பாளர்கள் யாவருக்கும் ஊதியங்கள் வழங்க வேண்டியுள்ளது

2. இம்முறையின் மூலம் புள்ளி விவரங்களைப் பெறுவதற்குச் சிறிது காலதாமதமாகலாம். கணிப்பாளர்கள் செய்திதருபவர்கட்குச் சௌகரியப்படும் நேரத்தில் அவர்களைப் பேட்டி காணமுடிவதே இதற்கான காரணமாகும்.

3. இம்முறையின் வெற்றி கணிப்பாளரின்ஆற்றல், கணிப்பாளர் பெறும் பயிற்சி ஆகியவற்றைப் பொறுத்ததாகும்.

4. மக்கள் தொகைக் கணக்கெடுப்புப் போன்ற பெருமளவில் நடத்தப் பெறும் ஆராய்ச்சிகட்கு இம்முறை உகந்ததாகும்.

நாம் மேலே விளக்கியுள்ள பல்வேறு முறைகளில் எம்முறை சிறந்தது என்று தீர்மானிப்பது எளிதான செயல் அன்று ஏனெனில், ஒவ்வொரு முறையிலும் நிறைகளும் குறைகளும் உள்ளன. ''புள்ளி விவரங்களைச் சேகரிப்பதில் பொது அறிவே முக்கியமாக வேண்டப் படுவது என்பதையும், அனுபவமே சிறந்த வழிகாட்டியாகத் திகழக் கூடியது என்பதையும் நாம் அறிய வேண்டும்,'' என்று ஏ. எல். பௌலி குறிப்பிட்டுள்ளார். எனினும், மேலேயுள்ள முறைகளில் எம்முறையைத் தேர்ந்தெடுப்பது என்று தீர்மானிக்க வேண்டியவர் கீழ்க்காணும் செய்திகளைக் கருத்தில் கொள்ள வேண்டும்.

(1) ஆராய்ச்சியின் தன்மை.

(2) ஆராய்ச்சியின் நோக்கம்.

(3) ஆராய்ச்சியின் எல்லை

(4) நிதிவசதியும் ஆராய்ச்சிக்குரிய காலமும்.

(B) வினாத் தொகுதிகளையும் (Questionnaries) **பட்டியல்களையும்** (Schedules) **அமைத்தல்:**

முதல்நிலைப் புள்ளிவிவரங்களைச் சேகரிப்பதற்காக வினாத்-தொகுதிகளையும் பட்டியல்களையும் பயன்படுத்தி வருகின்றனர். ஆராய்ச்சிக்கு எடுத்துக்கொண்டுள்ள செய்திகளோடு தொடர்-புடைய வினாக்கள் அடங்கிய படிவத்தை நாம் வினாத் தொகுதி என்றும் பட்டியல் என்றும் கூறுகிறோம். வினாத்தொகுதியிலும் பட்டியலிலும் ஒவ்வொரு வினாவிற்கு எதிரே விடையை எழுது-வதற்குப் போதுமான இடம் விடப்பட்டிருக்கும்.

வினாத் தொகுதியானது பட்டியலினின்றும் வேறுபட்ட-தாகும். செய்தி தருபவருக்கு அஞ்சல் மூலமாகவோ வேறுவழியிலோ வினாத் தொகுதியை அனுப்பி வைக்கின்றனர். இவர் ஆராய்ச்சி-யாளர் அல்லது கணிப்பாளரின் நேரடியான உதவி எதுவுமின்றி வினாத்தொகுதியைப் பூர்த்தி செய்து திருப்பி அனுப்பி வைக்கிறார். ஆனால், பட்டியலைக் கணிப்பாளர் பூர்த்தி செய்கிறார். அதாவது செய்தி தருபவரிடமிருந்து தாம் கிரகிக்கும் விவரங்களைக் கணிப்-பாளர் தம் கைப்படப்பட்டியலில் இடம் பெறச் செய்கின்றார்.

பட்டியலிலும் வினாத்தொகுதியிலும் இடம்பெறும் வினாக்கள் நான்கு வகையைச் சேர்ந்தவையாக இருத்தல் கூடும் அவை வருமாறு:

1. குறிப்பிட்ட செய்தியை வரவழைக்கும் வினாக்கள் (Specific information questions):

இவ்வகையைச் சார்ந்த வினாக்கள் திட்டவட்டமான விடைகளையே பெற வல்லவையாகும். இவ்வகையைச் சார்ந்த வினாக்கட்கு எடுத்துக் காட்டுகள் வருமாறு: உம்முடைய வயதென்ன? உமக்கு எத்தனை குழந்தைகள் உள்ளனர்

2. கட்டுப்படுத்தாத வினாக்கள் (open type questions):

இவ்வகையைச் சேர்ந்த வினாக்கள் திட்டவட்டமான விடைகளைப் பெற வல்லவையல்ல. இவற்றிற்குச் செய்தி தருபவர் தம்மிச்சைப்படித் தம் மொழியில் விடைகளை அளிப்பார். இவ்வகையைச் சேர்ந்த வினாக்கட்கு எடுத்துக்காட்டுகள் வருமாறு: இந்தியாவின் ஐந்தாவது ஐந்தாண்டுத் திட்டங்குறித்த உம்முடைய கருத்து என்ன? இந்தியா மேற்கொண்டுள்ள குடும்பக் கட்டுப்பாட்டுத் திட்டங்குறித்த உம்முடைய கருத்து என்ன?

3. இரண்டில் ஒரு பதிலைப்பெறும் வினாக்கள் (Alternate type questions):

இவ்வகையைச் சார்ந்த வினாக்கட்குரிய பதில்கள் இரண்டில் ஒன்றாக இருக்கும். இவ்விடைகள் ஆம்' அல்லது 'இல்லை' என்ற வார்த்தைகளில் அமையும். இவ்விடைகள் 'உடன்பாடான கருத்து' (for) அல்லது 'எதிரிடையான கருத்து' (against) சொற்றொடர்களாலும் அமையும். இரண்டு பதில்களில் எதையும் கூற முடியாதவர்கள் ''எதுவும் தெரியாது'' (Don't Know) என்று விடையாக எழுத வேண்டும். இதைக் கணிப்பாளர் 'DK' என்ற எழுத்துக்களால் பட்டியலில் குறிப்பிடுவார்.

4. பலவிடைகளில் ஒன்றைத் தேர்ந்தெடுக்கவேண்டிய வினாக்கள் (Multiple choice questions)

இவ்வகையைச் சேர்ந்த வினா ஒன்றிற்குள்ள பல்வேறு விடைகளையும் தந்திருப்பார். இவற்றுள் சரியான விடைக்கு எதிரே செய்தி தருபவர் குறியீடு ஒன்றை அமைக்கவேண்டும். எடுத்துக் காட்டாகத் திருமணஞ் சார்ந்த நிலை (Marital status) வினாவிற்குரிய விடைகள் கீழே தந்துள்ள ஐந்தில் ஒன்றாகவே இருக்க முடியும்:

தனியாள் (Single)

மணமானவர் (Married)

விதவையானவர் (Widowed)

விவகாரத்துப் பெற்றவர் (Divorced)

பிரிந்திருப்பவர் (Separated)

வினாத்தொகுதியைச் சிறந்த முறையில் உருவாக்கினாலேயே வினாத் தொகுதிமுறையின் மூலம் வெற்றிகரமாகப் புள்ளி விவரங்களைக் சேகரிக்க முடியும் பொருத்தமான வினாத்தொகுதியை உருவாச்குவதென்பது எளிதான செயலன்று. இதை உருவாக்குவதற்கு அனுபவமும் திறமையும் பெற்றிருக்கவேண்டும். வினாத்தொகுதியை உருவாக்கும் போது கடைப் பிடிக்கவேண்டிய திட்டவட்டமான விதிகள் எவையும் இல்லை எனினும், வினாத்தொகுதியை உருவாக்கும் போது கீழே விளக்கியுள்ள கருத்துக்களைக் கவனத்தில் கொள்வது விரும்பத் தக்கதாகும்.

1. புள்ளியியல் ஆராய்ச்சியை நிகழ்த்துபவர் முதற்கண் தம்மை அறிமுகப்படுத்திக் கொள்வதோடு ஆராய்ச்சியின் நோக்கத்தையும் குறிப்பிட வேண்டும். இதற்காக இவர் வினாத்தொகுதியோடு கடிதம் ஒன்றையும் அனுப்பலாம். வினாக்கட்குத் தரப்படும் விடைகள் இரகசியமாக வைத்திருக்கப்படும் என்ற உறுதிமொழியும் இக்கடிதத்தில் இடம்பெறலாம்.

2. வினாக்கள் தெளிவானவையாகவும், ஐயப்பாடுகளைத் தோற்றுவிக்காதவையாகவும், திட்டவட்டமானவையாகவும் இருத்தல் வேண்டும். பெறக்கூடிய விடைகள் குறிப்பிட்ட எண்ணிக்கையில் இருக்குமாறு வினாக்களை அமைத்தல் வேண்டும். தெளிவற்றதும் திட்டவட்டமில்லாததுமான வினாவிற்கு எடுத்துக் காட்டாகக் கிராக்ஸ்டன், கௌடன், கிளைன் ஆகியோர் கீழ்க்கண்ட வினாவைத் தந்துள்ளனர். பல நூற்றுக்கணக்கான பெற்றோர்கட்கு ஒரு நிறுவனம் அனுப்பி வைத்த வினாத்தொகுதியில் இவ்வினா இடம் பெற்றிருந்தது — 'உங்கள் குழந்தையின் வயதில் நீங்கள் இருந்த போது நீங்கள் வாழ்க்கையைப் பற்றிக் கொண்டிருந்த கருத்தைவிட உங்கள் குழந்தை தற்போது கொண்டுள்ள கருத்துப் பரந்ததா அல்லது குறுகலானதா?

இவ்வினாவிற்கான விடையானது 'பரந்தது' அல்லது 'குறுகலானது' என்ற இரண்டில் ஒன்றுகவே இருக்கமுடியும் என்று ஆராய்ச்சியாளர் எதிர்பார்த்தார். ஆனால் உண்மையில் பெற்ற விடைகள் கீழ்க்கண்டவாறு பலதரப்பட்டவையாக அமைந்தன. (1) ஆம் (2) இல்லை (3) சந்தேகமாக உள்ளது (4) அப்படித் தான் என்று எண்ணுகிறேன் இவ்விடைகள் யாவும் பொருளற்றவை என்பது தெளிவு.

தெளிவற்ற வினாக்களைப் பயன்படுத்தியும் தெளிவற்ற விடைகளைப் பெறும் வினாக்களைப் பயன்படுத்தியும் ஆராய்ச்சியாளர் பெறக் கூடிய விவரங்கள் பயனற்றதாகப் போகலாம், காலமும் பணமும் விரயமாகலாம். எனவே ''பிறர் புரிந்து கொள்ளும் வகையில் ஆரர்ய்ச்சியாளர்கள் வினாவை உருவாக்குவது மட்டும் போதுமானதாகாது. பிறர் தவருகத் புரிந்து கொள்ளாதவாறும் இவர் வினாவை உருவாக்க வேண்டும்'' என்று கிராக்ஸ்டன், கௌடன், கிளைன் ஆகிய மூவரும் குறிப்பிட்டுள்ளனர்.

3. பலவிடைகளில் ஒன்றைத் தேர்ந்தெடுக்கவேண்டிய வினாவை உருவாக்கும் போது விடைகள் யாவற்றையும் (exhaustive) தர வேண்டும். மேலும் எந்த இருவிடைகளும் ஒன்றோடொன்று ஒரு சிறிதும் தொடர்பில்லாதவையாக (mutually exclusive) இருத்தல் வேண்டும். எடுத்துக் காட்டொன்று காண்போம். திருமணஞ் சார்ந்த நிலையைப் பற்றிய (marital status) வினாவிற்குத் 'திருமணமானவர் அல்லது தனியாள்' என்ற இரண்டு விடைகளை மட்டும் இடம்பெறச் செய்தால் அது தவறாகும். ஏனெனில் இங்கு விடைகள் யாவும் தரப்படவில்லை. இவ்வினா கீழ்க்கண்டவாறு அமைந்திருந்தால் சரியானதென்று கொள்ளலாம்.

நீவிர் எவ்வகையைச் சேர்ந்தவர் என்பதைக் காட்டவும்.

தனியாள் —
மணமானவர் —
விதவையானவர் —
விவாகரத்துப் பெற்றவர் —
பிரிந்திருப்பவர் —

4 விடைபற்றிய குறிப்பை உள்ளடக்கியுள்ள வினாக்களை உருவாக்குவதைத் தவிர்க்க வேண்டும். எடுத்துக்காட்டாக நாட்டை

மந்தநிலை பீடித்துள்ள காலத்தில் நடத்தப் பெறும் புள்ளியியல் ஆராய்ச்சியில் கீழ்க்காணும் வினா இடம் பெறலாகாது.

உம்முடைய வருமானம் எவ்வளவு குறைந்துள்ளது? மாறுக, வினா கீழ்க்காணும் வகையில் அமையவேண்டும்.

உம்முடைய வருமானம் குறைந்துள்ளதா? ஆம் அல்லது இல்லை. ஆம் என்றால், எவ்வளவு குறைந்துள்ளது?

5. சிலவகையைச் சேர்ந்த வினாக்கள் இடம் பெறுவதைத் தவிர்க்க வேண்டும். பிறர் மனதை நோகச் செய்யும் வினாக்கள் எழுப்புவதைத் தவிர்க்க வேண்டும். மேலும் சொந்த வாழ்க்கையோடு தொடர்புடைய வினாக்கள், நிதிநிலை தொடர்பான வினாக்கள் ஆகியவற்றை எழுப்புவதைத் தவிர்க்கவேண்டும். பொதுவாகப் பெரும்பாலோர் வருமான மார்க்கங்கள் குறித்த வினாவிற்கும் பதில்தர முன்வருவதில்லை. இதுபோன்ற விவரங்களைச் சேசரிக்க விரும்பினால் நேரடியாக அணுகிப் புள்ளி விவரங்களைப் பெறும் முறையை மேற்கொள்ள வேண்டும்.

6. கூட்டல், கழித்தல், பெருக்கல் வகுத்தல் போன்ற கணித முறைகளைக் கையாண்டு விடைதரக்கூடிய வினாக்கள் எழுப்புவதையும் முடிந்தவரையில் தவிர்க்க வேண்டும். பொதுவாக நம்மில் பெரும்பாலோர் மாதச் சம்பளம் வாங்குபவர்களாக உள்ளோம். எனவே, புள்ளியியல் ஆராய்ச்சியில் செய்தி தருபவர்களிடம் ஆண்டுச் சம்பளத்தைக் கூறுமாறு கேடபதைத் தவிர்க்கலாம், மேலும் விகிதங்கள், சதவிகிதங்கள் போன்றவற்றைக் கணித்து விடையாகத் தரவேண்டிய வினாக்களையும் தவிர்க்க வேண்டும். இவற்றைக் கணிப்பதற்குச் சிறிது காலமாகலாம். எனவே, செய்தி தருபவர் வினாத்தொகுதியை நிரப்பித் திருப்பி அனுப்புவதில் எவ்விதமான ஆர்வமும் கொள்ளாதவராக இருக்கலாம்.

7. இயன்றவரை 'ஆம் அல்லது இல்லை' என்ற சுருக்கமான பதிலை வரவழைக்கக் கூடிய வினாக்களையும் இடங்கள், எண்கள், தேதி முதலியவற்றில் பதில்களைப் பெறக்கூடிய வினாக்களையும் இடம்பெறச் செய்து நல்லது; நீண்ட விடைகள் அளிக்கவேண்டிய வினாக்களைப் பெருமளவில் கொண்டுள்ள வினாதொகுதியைத் தயாரித்து விவரங்கள் சேகரிக்க முயன்றால் செய்தி தருபவர்கள் வினாத்தொகுதியைப் பூர்த்திசெய்யாமல் தம்மிடமே வைத்துக் கொள்ளலாம்.

8. கருத்துக்களை வெளியிடுமாறு கேட்கும் வினாக்களைத் தவிர்க்க வேண்டும். உண்மைகளைப் பெறக்கூடிய வினாக்களையே இடம்பெறச் செய்யவேண்டும் எடுத்துக்காட்டாக, உம்முடைய தற்போதைய வேலை உமக்குத் திருப்தியளிக்கின்றதா?' என்று ஒரு தொழிலாளரிடம் வினவுவதைவிட உம்முடைய வேலையை மாற்றிக் கொள்ள விரும்புகிறீரா? அப்படியானால் எவ்விதமான வேலையில் அமர விரும்புகிறீர்?'' என்ற வினாக்களை எழுப்புவதே சிறப்பானதாகும்.

9. வினாத்தொகுதியில் மிகக் குறைந்த எண்ணிக்கையில் வினாக்கள் இடம்பெறுமாறு செய்வதே நல்லது. ஆராய்ச்சிக்கு எடுத்துக்கொண்டுள்ள விஷயத்தோடு எவ்விதத் தொடர்புமில்லாத வினாக்களை உருவாக்கக் கூடாது. ஆராய்ச்சியின் நோக்கம், எல்லை ஆகியவற்றின் அடிப்படையில் வினாக்களின் எண்ணிக்கையை நிருணயிக்க வேண்டும் 15 லிருந்து 25 வினாக்கள் வரை இருப்பது நல்லது.

10. வினாக்களை ஒன்றன்பின் ஒன்றாக முறைப்படி வரிசைப் படுத்த வேண்டும். அடுத்தடுத்துத் தொடர்புள்ள வினாக்கள் இடம்பெறுமாறு செய்தால் விடைகள் தருபவர்க்கு எவ்விதமான சிரமமும் இருக்காது. 'வினாவானது ஒரு தலைப்பிலிருந்து அடுத்த தலைப்பிற்கும் அடுத்ததலைப்பிலிருந்து முந்திய தலைப்பிற்கும் தாவுவதைத் தடுக்க வேண்டும்,'' என்று கிராக்ஸ்டன் கௌடன். கிளைன் ஆகியோர் குறிப்பிட்டுள்ளனர் எடுத்துக்காட்டாக 'நீர் மணமானவரா? இல்லையா?' என்ற வினாவை எழுப்புவதற்கு — முன்னர் 'உமக்கு எத்தனை குழந்தைகள் உள்ளனர்?' என்ற வினாவை எழுப்பலாகாது.

11. செய்தி தருபவர் வினாத்தொகுதியை எளிதில் நிரப்பி அனுப்புவதற்கு ஏதுவான குறிப்புகள் வினாத்தொகுதியில் இடம் பெற வேண்டும். இக்குறிப்புகள் தெளிவானவையாகவும் திட்டவட்டமானவையாகவும் இருத்தல் வேண்டும் மேலும் வினாத்தொகுகளில் பயன்படுத்தியுள்ள கலைச் சொற்கள், அலகுகள் முதலியவற்றிற்குத் திருத்தமானதும் தெளிவானதுமான விளக்கம் தரவேண்டும். எடுத்துக்காட்டாக, எடை குறித்த வினா இடம் பெற்றிருந்தால் எடையைப் பவுண்டில் தரவேண்டுமா அல்லது கிலோ கிராமில் தரவேண்டுமா என்று குறிப்பிட்டிருக்க வேண்டும். முடிந்தால் வினாத்தொகுதியை எவ்வாறு பூர்த்தி செய்யவேண்டும் என்பதை உணர்த்த ஓரிரு எடுத்துக்காட்டுகள் தரலாம்.

12. ஆராய்ச்சிக்கு ஆதாரமாக இருக்கக்கூடிய விவரங்களைப் பொறுத்தவரையில தரப்பட்டுள்ள விவரம் சரியானதா தவறானதா என்பதை அறிவதற்கு ஓரிரு குறுக்குப் பரிசோதனைக்குட வினாத்-தொகுதியில் வழி செய்யலாம். எடுத்துக்காட்டொன்று காண்போம். குடும்பநலத்திட்டங் குறித்து ஆராய்ச்சிகளில் பெண்களிடம் கேட்கப்-படும் வினாக்களில் அவர்கள் வயது பற்றிக் கேட்கும் வினாவும் ஒன்றாகும். வினாத்தொகுதியில் இது தொடர்பாக இரு வினாக்கள் இடம்பெறச் செய்யலாம். அதாவது உம்முடைய வயது என்ன? என்ற வினாவோடு உம்முடைய பிறந்ததேதி என்ன? என்ற வினாவையும் சேர்த்துக் கொள்ளலாம்.

13. வினாத்தொகுதியைத் தபால் மூலம் அனுப்புவதற்கு முன்னர் அதைச் சிலரிடம கொடுத்துப் பூர்த்தி செய்யுமாறு பரி-சோதனை நடத்தலாம் இவ்வாறு செய்தால் வினாத்தொகுதி-களிலுள்ள குறைபாடுகள் வெளிப்படும். இவற்றை இப்பரிசோதனை யின் மூலம் கிட்டிய அனுபவத்தின் அடிப்படையில் அகற்றிவிட முடியும்.

கீழே மாதிரி வினாத் தொகுதி (model questionnaire) ஒன்றும் மாதிரி பட்டியல் (model schedule) ஒன்றும் தந்துள்ளோம்.

1. மாதிரி வினாத்தொகுதி

தமிழ்நாட்டிலுள்ள கல்லூரி விடுதிகளில் தங்கியுள்ள மாணவர்களின் செலவுப் பழக்க வழக்கங்கள் குறித்த ஆராய்ச்சி.

அன்புடையீர்.

தமிழ் நாட்டிலுள்ள கல்லூரி விடுதிகளில் தங்கியுள்ள மாணவர்களின் செலவுப் பழக்க வழக்கங்களைக் குறித்த ஆராய்ச்சி ஒன்றை நடத்தத் தீர்மானித்துள்ளனர். மதுரை மாவட்டத்திலுள்ள கல்லூரி விடுதிகளிலுள்ள மாணவர்கள் குறித்த புள்ளிவிவரங்களைச் சேகரிக்கும் பணி எம் கல்லூரியின் திட்ட மன்றத்திடம் ஒப்புவிக்கப் பட்டுள்ளது. இக்கடிதத்துடன் அனுப்பி வைத்துள்ள வினாத்தொகுதியை அருள் கூர்ந்து பூர்த்தி செய்து பதினெண் நாட்களில் திருப்பி அனுப்புமாறு கேட்டுக் கொள்கிறோம். இத்துடன் தபால் தலை ஒட்டப்பட்டு முகவரியிடப்பட்ட அஞ்சலுறை ஒன்றையும் அனுப்பி வைத்துள்ளோம்.

நீங்கள் அளிக்கும் விவரங்கள் இரகசியமாக வைத்துக் கொள்ளப்படும் என்பதை இதன் மூலம் உறுதி கூறுகிறோம்.

எங்கள் நன்றியுரித்தாகுக

தங்கள் உண்மையுள்ள,

(ஒப்பம்) .....

செயலாளர்,

திட்டமன்றம்,

..... கல்லூரி, மதுரை

குறிப்பு :

1. கல்லூரி அதிகாரிகளால் நடத்தப்பட்டுவரும் விடுதிகளைக் குறிக்குமுகமாக கல்லூரி விடுதிகள் என்ற சொற்றொடரைப் பயன் படுத்துகிறோம். இவ்விடுதிக் கட்டடங்கள் கல்லூரிக்குச் சொந்தமானவையாக இருக்கலாம் அல்லது வாடகைக்கு அமர்த்தப்பட்டவையாக இருக்கலாம்.

2. வினாத் தொகுதியில் A பிரிவில் மாநகர், கிராமம் என்ற சொற்களைப் பயன்படுத்தியுள்ளோம். 10,000 மக்கட்கும் குறைவாக உள்ள இடங்களைக் கிராமம் என்று கொள்க; 10,000 மக்களும்

10,000 மக்கட்கு அதிகமாகவும் ஆனால் ஒரு லட்சம் மக்கட்குக் குறைவாக உள்ள இடங்களை நகர் என்று கொள்க; ஒரு லட்சம் மக்களும் ஒரு லட்சம் மக்கட்கு அதிகமாகவும் உள்ள இடங்களை மாநகர் என்றும் கொள்க.

3. வினாத் தொகுதியில் C பிரிவில் உங்களுக்குள்ள வருமான மார்க்கங்களையும் ஒவ்வொரு மார்க்கத்திலிருந்தும் கிட்டும் வருமானத்தையும் குறிப்பிடச் சொல்லியிருக்கிறோம். மேலும் D பிரிவில் உங்களுக்காகும் செலவினங்களையும் ஒவ்வொரு இனத்திற்காகவும் நீங்கள் செலவிடும் பணத்தையும் குறிப்பிடச் சொல்லியிருக்கிறோம். தயை கூர்ந்து மாதாந்திரப் புள்ளிவிவரங்களையோ அல்லது மாதாந்திரச் சராசரிப் புள்ளி விவரங்களையோ தருமாறு கேட்டுக்கொள்கிறோம்.

வினாத் தொகுதி

A

I கல்லூரியின் பெயர் .....

II கல்லூரி நிறுவப்பெற்றுள்ள ஊர் ....

III இந்த ஊர் மாநகரா, நகரா, அல்லது கிராமமா? .....

VI கல்லூரியில் ஆடவர் மட்டும் பயில்கின்றனரா அல்லது பெண்டிர் மட்டும் பயில்கின்றனரா அல்லது இருபாலரும் பயில்கின்றனரா? .....

B

V மாணவரின் பெயர் .....

VI இவர் ஆணா அல்லது பெண்ணா .....

VII கல்வி பயின்று வரும் வகுப்பு .....

VIII வயதும் பிறந்த தேதியும் .....

IX மாணவர் தங்கியுள்ள விடுதியின் பெயர் .....

C

1. பெற்றோர்/பாதுகாவலர் மூலம்
   மாதந்தோறும் கிட்டும் பணம் ... ...
2. ஏதாவது உதவித்தொகை (ஸ்காலர்ஷிப்) கிடைக்கிறதா?
3. ஆம், என்றால் மாதந்தோறும் பெறும் உதவித் தொகை ...
4. பணம் பெற்று வரும் ஏனைய மார்க்கங்கள்
   (a) உறவினர்கள் ... ...
   (b) நண்பர்கள் ... ...
   (c) பகுதி நேர அலுவலில் ஈடுபட்டிருப்பதன் மூலம் ... ...
5. மாதந்தோறும் கிட்டும் மொத்தப் பணம் ... ...

D

6. கல்லூரிச் சம்பளம், கல்லூரிக்குச் செலுத்த வேண்டிய ஏனைய கட்டணங்கள் ஆகியவற்-றிற்காக மாதந்தோறுமாகும் செலவுகள் } ... ...
7. புத்தகங்கள், நோட்சுகள், நோட்டுகள் ஆகிய வற்றிற்காக மாதந்தோறும் ஆகும் செலவுகள் } ... ...
8. விடுதி உணவுக்காக மாதந்தோறும் ஆகும் செலவு ... ...
9. விடுதிக்குச் செலுத்த வேண்டிய ஏனைய கட்டணங்கட்காக ஆகும் செலவு }
10. உடைக்காக ஆகும் மாதச் செலவு ... ...
11. உடைகளைச் சலவை செய்வதற்காகும் மாதச் செலவு ... ...
12. ஒப்பனைப் பொருட்காக மாதந்தோறும் ஆகும் செலவு ... ...
13. பொழுது போக்குகட்காக மாதந்தோறும் ஆகும் செலவு ...
14. புகை பிடிக்கும் பழக்கம் உடையவரா?
15. ஆம் என்றால் இதற்காக ஆகும் மாதாந்திர செலவு ... ...
16 பிரயாணங்கட்காக மாதந்தோறும் ஆகும் செலவு ... ...
17. மருத்துவ சிகிச்சைக்காக மாதந்தோறும் ஆகும் செலவு
18. ஏனைய செலவினங்கள் — இவை ஒவ்வொன் றிற்காகவும் மாதந்தோறும் செய்யும் செலவு }
19. மாதம் ஒன்றில் ஆகும் மொத்த செலவு ... ...

II. மாதிரிப் பட்டியல் (Model Schedule)

மதுரை மாநகரில் பிச்சையெடுப்பவர் குறித்த ஆராய்ச்சி

A

1. பிச்சைக்காரரின் பெயர் ... ...
2. இவர் ஆணா அல்லது பெண்ணா? .. ...
3. இவரின் வயது ... ...
4. இவருடைய சமயம் ... ...
5. இவர் பிறந்த ஊர், மாவட்டம், மாநிலம் .. ...
6. ஊர் ஊராக அலைபவரா அல்லது மதுரையில் நிரந்தரமாகக் குடியேறி விட்டவரா?
7. மதுரையில் வசிக்குமிடம்
   (a) வீட்டில் ... ...
   (b) நடைபாதையில் அல்லது வேறு இடங்களில் ... ...

B

8. திருமணஞ் சார்ந்த நிலை
   (a) தனியாள் ... ...
   (b) மணமானவர் ... ...
   (c) விதவையானவர் ... ...
   (d) விவாக ரத்துப் பெற்றவர் ... ...
   (e) பிரிந்திருப்பவர் ... ...
9. இவரைச் சார்ந்தவர்கள் உள்ளனரா?
   (a) கணவன் / மனைவி ... ...
   (b) பெற்றோர் ... ...
   (c) குழந்தைகள் ... ...
   (d) ஏனைய உறவினர்கள் ... ...
10. சார்ந்துள்ளோர் எண்ணிக்கை ... ...

11 சார்ந்துள்ளோரின் அலுவல்

(a) பிச்சை எடுத்தல் ... ..

(b) கல்வி பயிலுதல் ... ...

(c) வேலையில் அமர்ந்திருத்தல் . ...

(d) சோம்பேறியாகவிருத்தல் ... ..

C

12. பிச்சை எடுக்குமிடம்

(a) வீடுகள் ... ...

(b) கடைகள் ... ...

(c) வழிபாடு செய்யுமிடங்கள் ... ...

(d) பேருந்து நிலையம் ... ...

(e) இரயில் நிலையம் ... ...

(f) தெருக்கள் ... ...

13. பிச்சையாகப் பெறும் பொருள்

(a) சமைக்கப்பட்ட உணவு ... ...

(b) பணம் ... ...

(c) வேறு பொருட்கள் ... ..

14. பிச்சைப் பொருளாகப் பணம் பெற்றால், நாள்தோறும் கிட்டும் பணம்

15. இப்பணத்தை எவ்வாறு செலவிடுகிறார்?

16. சேமிப்பு ஏதேனுமுண்டா? .....

17. வருமானம் கிட்டும் ஏனைய மார்க்கங்கள் உள்ளனவா?.....

18 ஆம் என்றால், இம்மார்க்கங்களும் ஒவ்வொரு மார்க்கத்திலிருந்தும் கிட்டும் பண வருமானமும் } ... ...

D

19. பிச்சையெடுப்பது தொழிலா அல்லது சுட்டாயத்தின் பேரிலா? } .....

20. பிச்சையெடுத்தலைத் தொழிலாகக் கொண்டவரென்றால், பிச்சை எடுப்பது

(a) பரம்பரையான தொழில் என்பதனாலா அல்லது } .....

(p) வேலை செய்ய விரும்பாததாலா ... ...

21. சுட்டாயத்தின் பேரில் பிச்சை எடுப்பவரென்றால் பிச்சையெடுப்பது

(a) அனாதை என்பதாலா ... ...

(b) உடல் ஊனமுற்றதாலா, சித்தபிரமையினாலா அல்லது வேலை செய்ய முடியாதென்பதாலா } .....

(c) வருமானம் போதாது என்பதாலா அல்லது சுடன்பட்டிருப்பதாலா } .....

(d) குடும்பத்தில் நேர்ந்த நெருக்கடி களாலும் பிரச்னைகளாலுமா } .....

(e) வேலையில்லாதிருப்பதாலா .....

22. பிச்சையெடுக்கும் முறை

(a) சாதாரணமாக இரத்தல் ... ...

(b) உடலூனத்தைக் காட்டல் ... ...

(c) தெருவில் ஆடிப்பாடல் ... ...

(d) ஊனமுற்றோரை உடன் அழைத்துச் சென்று அவரைச் சுட்டிக் காட்டல் ... ...

(e) துறவுக்கோலம் ... ...

(f) துறவிபோல் நடித்தல் ... ...

(g) உடல் ஊனமுற்றவர் போல் நடித்தல் ... ...

23. கல்வி பயின்றவரா அல்லது பயிலாதவரா?

24. கல்வி பயின்றவரென்றால்

(a) எழுதப்படிக்க மட்டும் தெரிந்தவரா? ... ...

(b) ஆரம்பக் கல்வியை முடித்தவரா? ... ...

(c) உயர் நிலைக் கல்வியை முடித்தவரா? ... ...

(d) கல்லூரிக் கல்வி பெற்றவரா? ... ...



25. நாள் முழுதும். பிச்சை எடுப்பவரா? ... ...

26. இல்லையென்றால், எஞ்சியுள்ள நேரத்தை எவ்வாறு செலவிடுகிறார்? } ... ...

27. பண மீட்டக்கூடிய வேலையில் அமரும் விருப்பமுள்ளவரா? ... ...

28. இல்லையென்றால், அனாதை விடுதியிலோ, பிச்சை காரர் விடுதியிலோ சேரும் விருப்பமுள்ளவரா? }

இரண்டாம் நிலைப் புள்ளி விவரங்கள்

(Secondary Data)

பொருள்:

பிறரால் ஒரு குறிப்பிட்ட நோக்கத்திறகாகச் சேகரிக்கப்பட்டு அட்டவணைப்படுத்தப்பட்டு, வேண்டிய உருவில் வடிக்கப்பட்டுள்ள புள்ளி விவரங்களை ஒருவர் தம்முடைய ஆராய்ச்சிக்காகப் பயன்படுத்தினால், அவை அவருக்கு இரண்டாம் நிலைப் புள்ளி விவரங்களாகும். சுருங்கக் கூறின், புள்ளியியல் முறைகள் என்ற எந்திரத்தால் ஏற்கனவே ஒரு முறை பதப்படுத்தப்பட்ட விவரங்களை நாம் இரண்டாம் நிலை விவரங்கள் என்கிறோம். முதல் நிலைப் புள்ளி விவரங்களை மூலப்பொருட்கட்கு ஒப்பிட்டால், இரண்டாம் நிலைப் புள்ளி விவரங்களை உருவாக்கப்பட்ட பொருட்களோடு ஒப்பிடலாம்.

தொகுக்கிறோம்: சேகரிப்பதில்லை:

புள்ளியியல் ஆராய்ச்சிக்காகப் புதிய புள்ளி விவரங்களைத் திரட்டுவதைக் குறிப்பதற்காகவே நாம் புள்ளி விவரங்களைச் சேகரித்தல் (collection) என்ற சொற்றொடரைப் பயன்படுத்துகிறோம். எனவே, இரண்டாம் நிலைப் புள்ளி விவரங்களைச் சேகரிக்கிறோம் என்றுகூறுவது பொருத்தமானதல்ல இரண்டாம் நிலைப் புள்ளி விவரங்களைத் தொகுக்குகிறோம் (compilation) என்று கூறுவதே பொருத்தமானதாகும்.

தோற்றுவாயில்கள்:

இரண்டாம்நிலைப் புள்ளி விவரங்களை நாம் பெறக்கூடிய தோற்று வாயில்கள் இரண்டு வகையினவாக உள்ளன. அவை வருமாறு :

(1) பிரசுரிக்கப்பட்டுள்ள தோற்றுவாயில்கள் (published sources)

(2) பிரசுரிக்கப்படாத தோற்றுவாயில்கள் (Unpublished sources)

பிரசுரமாகியுள்ள புள்ளி விவரங்கள்:

பிரசுரிக்கப்பட்டுள்ள புள்ளி விவரங்கள் மூன்று வகையினவாக உள்ளன.

(1) அதிகாரப்பூர்வமான வெளியீடுகள் (Official publications)

(2) ஓரளவுக்கு அதிகாரப் பூர்வமான வெளியீடுகள் (Semi- official publications)

(3) தனியார் வெளியீடுகள் (private publications)

அதிகாரப் பூர்வமான வெளியீடுகளில் கீழ்க்கண்டவை அடங்கும்:

(a) மத்திய அரசு, மாநில அரசுகள் ஆகியவை வெளியிட்டுள்ள அறிக்கைகளும் ஏனைய பிரசுரங்களும்.

(b) ஐ நா. சபை, பன்னாட்டு நிதிமையம் (IMF) உலக பாங்கு முதலிய பன்னாட்டு அமைப்புக்கள் வெளியிட்டுள்ள அறிக்கைகளும் ஏனைய பிரசுரங்களும்.

நகரசபைகள், மாநகராட்சிகள் ஜில்லா போர்டுகள், இந்திய ஆயுட் காப்பிட்டுக் கழகம், இந்திய யூனிட் டிரஸ்ட், இந்திய ரிசர்வ் பாங்கு, துறைமுக டிரஸ்டுகள் முதலியவை வெளியிட்டுள்ள அறிக்கைகளும் ஏனைய பிரசுரங்களும் ஓரளவுக்கு அதிகாரப்பூர்வமான வெளியீடுகளில் அடங்கும் தனியார் வெளியீடுகளில் கீழ்க்கண்டவை அடங்கும்.

(a) பெடரேஷன் ஆப் இந்தியன் சேம்பர்ஸ் ஆப் காமர்ஸ். இன்ஸ்டிடியூட் ஆப் சார்ட்டர்டு அக்கவுண்டண்ட் முதலிய வர்த்தகக் கழகங்களும் தொழில்சார் கழகங்களும் வெளியிட்டுள்ள பிரசுரங்கள்.

(b) Commerce, Capital. The Economic Times போன்ற சஞ்சிகைகளும் நாளிதழ்களும் வெளியிடும் விவரங்கள்.

(c) கூட்டுப் பங்குக் கம்பெனிகள் ஆண்டுதோறும் அவ்வப்போது வெளியிடும் அறிக்கைகள்.

(d) ஆராய்ச்சிக் கழகங்கள். ஆராய்ச்சியாளர்கள் வெளியிட்டுள்ள பிரசுரங்கள்.

பிரசுரமாகாத விவரங்கள்:

எல்லாப் புள்ளி விவரங்களையும் பிரசுரித்து விடுவதில்லை. பிரசுரமாகாத புள்ளி விவரங்களைப் பெறக்கூடிய பல்வேறு மார்க்கங்களுள்ளன. அரசும் தனியாரும் வைத்திருக்கும் குறிப்பேடுகளும். ஆராய்ச்சிக் கழகங்கள், தொழிலாளர் கழகங்கள், வர்த்தகக் கழகங்கள், வாணிபக் கழகங்கள், முதலியவை மேற்கொண்ட ஆராய்ச்சிகளும் இவற்றுள் அடங்கும். தேவைப் படும்போது புள்ளியியல் ஆராய்ச்சிக்காகப் பிரசுரமாகாத புள்ளி விவரங்களையும் பயன்படுத்தலாம்.

மூவகையான பிரசுரிக்கப் பட்டுள்ள விவரங்கள்:

மேலே நாம் விளக்கியுள்ள புள்ளி விவரங்கள் மூவேறு வகையினவாக உள்ளன இவற்றைப் பிரசுரிக்கும் காலத்தின் அடிப்படையில் இவ்வாறு பாகுபடுத்தியுள்ளனர். இவை வருமாறு:

1. **தொடர்ச்சியான விவரங்கள்** (Continuous or regular data):

குறுகியகால இடைவெளிக்குப் பின்னர் தொடர்ந்து பிரசுரிக்கப்பட்டு வருகின்ற புள்ளி விவரங்கட்குத் தொடர்ச்சியான விவரங்கள் என்பது பெயராகும் வாரந்தோறும் மொத்த விலைகள் குறியீட்டெண்ணை வெளியிடுதல், மாதந்தோறும் ஏற்றுமதிகள், இறக்குமதிகள் ஆகியவற்றின் மதிப்புக்களை வெளியிடுதல் முதலியவை இத்தன்மையான புள்ளி விவரங்கட்கு எடுத்துக்காட்டுகளாகும்

2. **காலந்தோறும் வெளியிடப்படும் விவரங்கள்** (periodical data):

நெடுங்கால இடைவெளிக்குப் பின்னர் தொடர்ந்து பிரசுரிக்கப்பட்டு வருகின்ற புள்ளி விவரங்கள் இவ்வகையைச் சேர்ந்தவை-

யாகும். இந்திய மக்கள் தொகைப் புள்ளி விவரங்கள் இந்திய வேளாண்மைப் புள்ளி விவரங்கள் இந்தியப் பாங்குகள் குறித்த புள்ளி விவர அட்டவணைகள் முதலியவைகள் இவற்றிற்கு எடுத்துக் காட்டுகளாகும்

3. **தொடர்ச்சியற்ற விவரங்கள்** (Irregular data)

சில குறிப்பிட்ட பொருளாதார நிகழ்ச்சிகளையும் சமுதாய நிகழ்ச்சிகளையும் பற்றி மேற்கொள்ளப்படும் ஆராய்ச்சிகளை யொட்டிப் புள்ளி விவரங்கள் கிட்டுகின்றன. அவை தொடர்ந்து கிடைக்கக் கூடியவையல்ல. அதாவது, இப்புள்ளி விவரங்கள் பிரசுர மாகும் தேதிகள் ஒழுங்கு நியதிக்கு உட்பட்டவையல்ல. இந்திய நாட்டு வருமானக் குழுவின் அறிக்கைகள் சுங்கவரிக் குழுவின் அறிக்கைகள், அரசு ஏற்படுத்தும் பல்வேறு கமிட்டிகள், கமிஷன்கள் ஆகியவற்றின் அறிக்கைகள் முதலியவை இவ்வகையைச் சேர்ந்த புள்ளி விவரங்கட்கு எடுத்துக் காட்டுக்களாகும்

இரண்டாம் நிலைப்புள்ளி விவரங்களைப் பயன்படுத்தும்போது கருத்தில் கொள்ள வேண்டியவை:

இரண்டாம் நிலைப் புள்ளி விவரங்களை மிகவும் எச்சரிக்கை யுடன் பயன்படுத்த வேண்டும். ''இரண்டாம் நிலைப் புள்ளி விவரங் களை ஆராய்ச்சிக்குப் பயன்படுத்த எண்ணுபவர் பிறரால் சேகரிக் கப்பட்ட இப்புள்ளி விவரங்களை மிகுந்த எச்சரிச்கையுடன் பயன் படுத்த வேண்டும்.'' என்று W. I. கிங்க் என்பவர் குறிப்பிட்– டுள்ளார். இரண்டாம் நிலைப் புள்ளி விவரங்கள் துல்லியமற்றவை– யாகவும் பொருத்தமற்றவையாகவும் போதாதவையாகவும் இருத்தல் கூடும். எனவே இவற்றை நன்கு பரிசோதித்த பின்னரே பயன்– படுத்த வேண்டும். ''இரண்டாம் நிலைப் புள்ளிவிவரங்களின் வரை– யறைகள், பொருட்கள் முதலியவற்றை அறியாமல் அவை சிறந்தவை என்று பயன்படுத்துவது ஆபத்தானதாகும். இப்புள்ளி விவரங்களின் அடிப்படையில் நிறுவியுள்ள வாதங்களைத் திறனாய்வு செய்ய வேண்டுவதும் இன்றியமையாததாகும்'' என்று பௌலி குறிப்– பிட்டுள்ளார்.

இரண்டாம்நிலைப் புள்ளிவிவரங்கள் கீழ்க்காணும் மூன்று தன்மைகளைப் பெற்றுள்ளனவா என்று பரிசோதித்துப் பார்த்த பின்னரே அவற்றை ஆராய்ச்சிக்காகப் பயன்படுத்துவது நல்லது:

I நம்பகமானவையா? (Reliable)

II பொருத்தமானவையா? (Suitable)

III போதுமானவையா? (Adequate)

இரண்டாம்நிலைப் புள்ளி விவரங்கள் நம்பகமானவையா என்பதைப் பரிசோதித்தறிவதற்குக் கீழ்க்காணும் விஷயங்கள் உறுதுணையாகவிருக்கும்.

1. யார் இவற்றைச் சேகரித்தவர்? எங்கிருந்து இவர் இவற்றைப் பெற்றார்?

2. சிறந்த முறைகளை மேற்கொண்டு இவர் இவற்றைச் சேகரித்தாரா?

3. முழுக்கணிப்பு முறையை மேற்கொண்டு சேகரித்தாரா? அல்லது மாதிரி முறையை மேற்கொண்டு சேகரித்தாரா?

4. சேகரித்தவரும் சேகரிக்கப்பட்ட மார்க்கங்களும் நம்பகமானவையா?

5. சேகரித்தவர் பெற விரும்பிய துல்லியம் எவ்வளவு? அதை அடைய முடிந்ததா?

6. எக்காலத்தில் அவ் விவரங்கள் சேகரிக்கப்பட்டன? அக்காலம் சாதாரண காலமா?

7. முதற்கண் அவை எந்த நோக்கத்திற்காகச் சேகரிக்கப்பட்டன?

அவை நம்பகமானவை என்று உறுதியாகத் தெரிந்தாலும் அவை, மேற்கொள்ளப்பட்டுள்ள ஆராய்ச்சிக்குப் பொருத்தமற்றவை என்று தெரிந்தால் அவற்றைப் பயன்படுத்தக் கூடாது. ஒரு ஆராய்ச்சிக்குப் பொருத்த மாகவிருக்கும் புள்ளி விவரங்கள் பிறிதோர் ஆராய்ச்சிக்குப் பொருத்தமற்றவையாக இருத்தல் கூடும். மேற்கொண்டுள்ள ஆராய்ச்சிக்குப் புள்ளிவிவரங்கள் பொருத்தமானவையா இல்லையா என்பதைக் கீழ்க்காணும் விஷயங்களைக் கருத்தில் கொண்டு தீர்மானிக்கலாம்.

1. இப்புள்ளி விவரங்களை முதற்கண் எந்த ஆராய்ச்சிக்காகச் சேகரித்தனரோ அதன் நோக்கமென்ன?

2. அவ்வாராய்ச்சியில் எதிர்பார்க்கப்பட்ட துல்லியம் எவ்வளவு?

3. அவை ஒரே தன்மையான சூழ்நிலையில் சேகரிக்கப்-பட்டனவா?

4. அவை சேகரிக்கப்பட்ட காலம் யாது?

5. அந்த ஆராய்ச்சியில் பயன்படுத்தப்பட்ட கலைச்சொற்கள் அலகுகள் ஆகியவற்றிற்குத் தரப்பட்ட விளக்கங்கள் யாவை?

அவ்விவரங்கள் நம்பகமானவை என்றும் பொருத்தமானவை என்றும் தீர்மானிக்கப்பட்டாலும் அவை போதுமானவையா இல்-லையா என்பதையும் தீர்மானிக்கவேண்டும். எடுத்துக்காட்டாக முன்னர் பரந்த எல்லைக்கு உட்பட்ட பிரதேசத்தில் புள்ளிவிவரங்-களைச் சேகரித்திருக்கலாம். ஆனால் தற்போதைய ஆராய்ச்சிக்குக் குறுகிய எல்லைக்குட்பட்ட பிரதேசத்தில் புள்ளி விவரங்களைச் சேகரிப்பது போதுமானதாயிருக்கலாம் அல்லது முன்னர் குறுகிய எல்லைக்குபட்ட பிரதேசத்தில் புள்ளி விவரங்களை சேகரித்-திருக்கலாம். ஆனால் தற்போதைய ஆராய்ச்சிக்கு பரந்த எல்லைக்கு உட்பட்ட பிரதேசத்தில் புள்ளி விவரங்களைச் சேகரிக்க வேண்டியதிருக்கலாம் முன்னர் சேகரிக்கப்பட்ட புள்ளி விவரங்கட்-கான காலம் வேறுபட்டதாக இருக்கலாம். அதாவது, முன்னர் சேகரிக்கப்பட்டவை ஆண்டு வாரியான புள்ளிவிவரங்களாக இருக்-கலாம். ஆனால் தற்போதைய ஆராய்ச்சிக்கு மாதவாரியான புள்ளி விவரங்கள் தேவைப்படலாம். மேலும் முன்னர் நடத்தப்பட்ட ஆராய்ச்சியில் எதிர்பார்க்கப்பட்ட துல்லியமானது தற்போதைய ஆராய்ச்சியாளர் எதிர்பார்க்கும் துல்லியத்தை விட வேறுபட்ட-தாகவிருக்கலாம் இதுபோன்ற சூழ்நிலைகளில் முன்னர் சேகரிக்-கப்பட்ட புள்ளி விவரங்கள் தற்போதைய ஆராய்ச்சிக்குப் போது மானவையல்ல என்று கொள்ளவேண்டும்.

இரண்டாம் நிலைப்புள்ளி விவரங்கள் பல வரையறைகட்கு உட்பட்டவையாகவிருப்பதாலும் அவை திருத்தமற்றவையாக இருத்தல் கூடுமாகையாலும் அவற்றை மிகுந்த எச்சரிக்கையுடன் பயன்படுத்தியே முடிவுகளைப் பெறவேண்டும். எனவே, ''இயன்ற வரை முதல் நிலைப் புள்ளி விவரங்களைப் பெற்று ஆராய்ச்சி மேற்கொள்ளுவது விரும்பத்தக்கது'' என்று கிராக்ஸ்டன், கௌடன், கினைன் ஆகிய மூவரும் வலியுறுத்தியுள்ளனர்.

பல்கலைக்கழக வினாக்களுக்கான விடை:

1. *தொழிலாளர் குடுமபங்களின் வரவு செலவுக் கணக்கைப் பற்றி ஆராய்வதற்கான ஒரு வினாப்பட்டியல் தயார் செய்க. (மதுரை நகரில் நூறு தொழிலாளர் குடும்பங்கள் கொண்டதோர் கூறு எடுத்துக் கொள்ளப்படுகிறதென ஏற்கலாம்.)*

(பி. ஏ., ஏப்ரல் 1971)

விடை:

வினாப் பட்டியல்

தொழிலாளர் குடும்பங்களின் வரவு செலவுக் கணக்கு பற்றிய ஆராய்ச்சி

(மதுரை மாநகரம்)

A

1. *பெயர் (முழுப்பெயர் தருக):* ... ...
2. *விலாசம்:* ... ...
3. *வசிக்குமிடம்*

   சொந்த வீடு/குடியிருப்புப்பகுதி ... ...

   வாடகை வீடு/குடியிருப்புப்பகுதி/அறை ... ...
4. *தொழில்:* ... .
5. *அலுவலக விலாசம்:* ... ...

B

6. *திருமணஞ் சார்ந்த நிலை:*

   (அ) தனியாள் .. ..

   (ஆ) மணமானவர் ... ...

   (இ) விதவையானவர் ... ...

   (ஈ) விவாகரத்துப் பெற்றவர் ... .

   (உ) பிரிந்திருப்பவர் ... ...

7. இவரைச் சார்ந்தவர்கள் உள்ளனரா?

(அ) கணவர்/மனைவி ... ...

(ஆ) பெற்றோர் ... ...

(இ) குழந்தைகள் ... ...

(ஈ) ஏனைய உறவினர்கள்

C

குடும்ப மாத வருமானம் (1976—ஆம் ஆண்டு)

8. குடும்பத்தலைவர் செய்யும் தொழிலிலிருந்து வருமானம் ... ...
ஏனைய வருமானம் ... ...

9. மனைவியின் வருமானம் ... ...

10. சார்ந்துள்ளோரின் வருமானம் ... ...

11. முதலீடுகள், சொத்துக்கள் முதலியவற்றிலிருந்து வருமானம் ... ...

12. ஏனையவற்றிலிருந்து வருமானம் ... ...

13. மொத்த வருமானம் ... ...

D

குடும்ப மாதச் செலவு (1976—ஆம் ஆண்டு)

14. வீட்டு வாடகை ...

15. கட்டணங்கள், வரிகள் ... ...

16. விளக்கு, தண்ணீர் கட்டணம் ... ...

17. எரிபொருள் செலவு ... ...

18. உணவு ... ...

19. உடை ... ...

20. கல்வி ... ...

21. மருத்துவச் செலவு ... ...

22. பொழுது போக்குச் செலவு ... ...

23. போக்கு வரத்துச் செலவு .. ...

24. ஏனைய செலவு ... ...

25. மொத்த மாதச் செலவு ... ...

E

26. சேமிப்பு

27. சேமிப்புப் பணத்தை வைத்திருக்கும் விதம்

1. பாங்கில் வைப்பாக ... ...
2. முதலீடர்க ... ...
3. ஏனைய வகையில் ... ...

28, வருமானம் பற்றாக்குறை அளவு ... ...

29. இப்பற்றாக்குறையை நிவர்த்தி செய்யும் விதம் ... ...

1. பழைய சேமிப்பின் உதவியால் ... ...
2. கடன் பெறுதல் ... ..

2. ஒரு கல்லூரி மாணவர்களிடையே பேனாக்கள் விற்பனை பற்றியறிய பின்வரும் வினாத்தாள் தயாரிக்கப் பட்டுள்ளது. அதில் சில வினாக்கள் தகுதி உடையவை. சில தகுதியற்றவை. திருப்திகரமான முடிவுகள் பெற இயலாதவாறு அமைந்திருக்கும் வினாக்களைக் குறிப்பிட்டு, அவை ஏன் நல்ல கேள்விகள் அல்ல என்பதையும் குறிப்பிடுக. பதில்கள் நேரடியாக இருக்கட்டும்.

1. ரூ15க்கு மேல் விலையுள்ள பேனாக்களை நீங்கள் விரும்புகிறீர்களா?
2. எந்த நிறமுடைய பேனா உங்களுக்குப் பிடித்தமானது?
3. ஒரு பேனாவைத் தேர்ந்தெடுக்க எந்தக் காரணங்கள் கொண்டு நீங்கள் முடிவெடுப்பீர்கள்?
   (a) விளம்பரங்கள்
   (b) விற்பனைப் பேச்சுக்கள், கடைகளில் பார்வைக்கு வைக்கப் பட்டிருப்பவை.
   (c) நண்பர்களின் பரிந்துரைகள்
   (d) முன் அனுபவம்
   (e) மற்றவை இருப்பின் குறிப்பிடுக.

மேலும ஏதாவது கேள்விகள் கேட்கமுடியுமா? முடியுமானால் சில வினாக்கள் வரைக.

(பி.ஏ., ஏப்ரல, 1972)

விடை:-

கொடுக்கப் பெற்றுள்ள வினாக்களில் முதல் வினாவிலிருந்து திருப்திகரமான முடிவைப் பெற முடியாது. காரணம் வருமாறு:-

இந்த வினாவின் விடையிலிருந்து ரூ. 15ஐ விட அதிக விலையுள்ள பேனாவை வாங்குவோரின் எண்ணிக்கையையும், வாங்காதவரின் எண்ணிக்கையையும் மட்டுமே அறிந்து கொள்ள முடியும். ஆனால் ஒவ்வொரு மாணவரும் ஒரு பேனா வாங்குவதற்கு எவ்வளவு செலவழிக்க முன்வருவார் என்பது பற்றி அறிய வேண்டுவது அவசியம். இதனை முதல் வினாவின் விடையிலிருந்து அறிந்து கொள்ள முடியாது. எனவே, முதல் வினா நல்ல வினா அல்ல.

முதல் வினாவைக் கீழ்க்கண்டவாறு மாற்றியமைக்கலாம்:

1. எவ்வளவு விலையுள்ள பேனாவை வாங்குவதற்கு நீவிர் முன் வருவீர்?

இன்னும் சில வினாக்களையும் சேர்த்துக் கொள்ளலாம் அவைவருமாறு:

2. ஒன்றை விட அதிக எண்ணிக்கையுள்ள பேனாக்களைப் பயன்படுத்துகீறீர்களா? அப்படியென்றால் நீவிர் பயன்படுத்தும் பேனாக்களின் எண்ணிக்கையைக் குறிப்பிடுக.

3. எந்தக் கம்பெனியார் தயாரிக்கும் பேனாவை நீவிர் விரும்புகிறீர்?

4. நீவிர் விரும்பும் பேனாவின் அமைப்பைக் குறிப்பிடுக.

5. பால்பாயிண்ட் பேனாவை நீவிர் விரும்புகிறீரா?

★ ★ ★

மாதிரி முறை (Sampling)

புள்ளி விவரங்களைச் சேகரிப்பதற்கு இரு முக்கிய முறைகள் உள்ளன. அவை வருமாறு:

(i) முழுக்கணிப்பு முறை (census or complete enumeration method)

(ii) மாதிரி முறை (sample method).

ஒரு நிறுவனத்தால் அளிக்கப்பெற்ற உத்தரக்கட்டைகளின் சக்தியை நாம் அறிந்துகொள்ள விரும்புவதாகக் கொள்வோம். இதற்கு நாம் ஒவ்வொரு உத்தரக்கட்டையும் முறியும்வரை அதன்மேல் பளுவேற்றிச் சோதனையிடுவதாகக் கொள்வோம் இச்சோதனையில் நாம் பயன்படுத்தும் முறைக்கு முழுக்கணிப்பு முறை என்று பெயர். ஆனால் நடைமுறையில் மேலே கூறியவாறு ஒவ்வொரு உத்தரக்-கட்டையும் முறியும வரை அதன்மேல் பளுவேற்றிச் சோதனை--யிடுவது இயலாத காரியமாகும். சில உத்தரக்கட்டைகளை மட்டும் தேர்ந்தெடுத்து, அவற்றின் சக்தியை மட்டும் சோதித்தறிந்து, அதனடிப்படையில் நிறுவனத்தால் அளிக்கப்பெற்ற எல்லா உத்தரக்-கட்டைகளின் சக்தி பற்றி ஒரு முடிவுக்கு வருவதே நடைமுறை வழக்கமாகும். நாம் சோதனைக்குட்படுத்திய தேர்ந்தெடுத்த சில உத்தரக்கட்டைகள் நிறுவனத்தால் அளிக்கப் பெற்ற உத்தரக்கட்டை களின் மொத்தத் தொகுதியின் பிரதிநிதிகளாகக் கொள்ளப்பெறு-கின்றன. இங்கு நாம் பயன்படுத்திய முறையை மாதிரி முறை என்கி-றோம். இவ்வாறாக, முழுக்கணிப்பு முறையில் ஒவ்வொரு இனமும் கணக்கில் கொள்ளப்பெறுகிறது; மாதிரி முறையில் சில தேர்ந்-தெடுத்த இனங்கள் மட்டுமே கணக்கில் கொள்ளப்பெறுகின்றன.

முழுமைத் தொகுதி (Population or Universe):

மேலே கூறிய எடுத்துக்காட்டில், நிறுவனத்தால் அளிக்கப் பெற்ற உத்தரக்கட்டைகளின் மொத்தத் தொகுதியை 'முழுமைத் தொகுதி' என்கிறோம். எனவே, புள்ளியியல் விசாரணைக்கென்று நிருணயிக்கப்பெற்ற குழுவிலுள்ள எல்லா இனங்களின் தொகுதியே 'முழுமைத் தொகுதி' ஆகும்.

முழுமைத் தொகுதியை 'வரம்பிற்குட்பட்ட முழுமைத் தொகுதி' (finite universe) என்றும், 'வரம்பற்ற முழுமைத் தொகுதி' (infinite universe) என்றும் இரு வகையாகப் பிரிக்கலாம்

முழுமைத் தொகுதியைச் சேர்ந்த இனங்களின் எண்ணிக்கை ஒரு குறிப்பிட்ட எண்ணாக இருந்தால், அம்முழுமைத் தொகுதியை

வரம்பிற்குட்பட்டது என்கிறோம். நிறுவனத்தால் அளிக்கப்பெற்ற உத்தரக்கடைகளின் எண்ணிக்கை ஒரு குறிப்பட்ட எண்ணாகவே இருக்கும். எனவே, இந்த எடுத்துக் காட்டில் முழுமைத் தொகுதி வரம்பிற்குட்பட்டதாகும்.

வானிலுள்ள நட்சத்திரங்களின் மொத்தத் தொகுதியை நம்முடைய முழுமைத் தொகுதியாகக் கொள்வோம். வானிலுள்ள நட்சத்திரங்களின் மொத்த எண்ணிக்கையை நாம் காணவியலாது. இங்கு முழுமைத் தொகுதியை வரம்பற்றது என்கிறோம்.

மாதிரி (Sample):

முழுமைத் தொகுதியைச் சேர்ந்த இனங்களை பிரதிநிதித்துவமுடையவை என்று கருதத்தக்க ஒரு சில இனங்களை மட்டும் பொறுக்கியெடுத்துப் பெற்ற இனங்களின் தொகுதியை 'மாதிரி' என்கிறோம். எனவே, மாதிரியானது முழுமைத் தொகுதியின் ஒரு பகுதியே ஆகும்.

மாதிரியைப் பெறுவதற்குக் கையாளும் முறையையே 'மாதிரி முறை' அல்லது 'மாதிரிக்கூறு முறை' (sampling) என்கிறோம்.

நம்முடைய அன்றாட வாழ்க்கையில் அறிந்தோ அறியாமலோ மாதிரி முறையைப் பயன்படுத்தி வருகிறோம். நாம் கடைக்குச் செல்லும் போது, ஒரு சாக்கு முழுவதிலுமுள்ள அரிசியின் தன்மையை அறிந்து கொள்ளுவதற்கு ஒரு பிடி அரிசியை மட்டும் கையிலெடுத்துப் பார்த்து திருப்தியடைகிறோம். மனையாள ஒருஅகப்பைச் சோற்றைப் பதம் பார்த்து, பானையிலுள்ள சோறு முழுவதும் நன்றாக வெந்து விட்டதா என்பதையறிந்து கொள்கிறோம். ஒருவருடைய உடம்பிலுள்ள இரத்தத்தின் தன்மை பற்றி அறிந்து கொள்ள சிலதுளிகள் இரத்தத்தையே மருத்துவர் சோதனையிடுகிறார். ஒரு பாடத்தில் ஒரு மாணவனின் அறிவு ஆழத்தைத் தெரிந்து கொள்வதற்கு ஆசிரியர் அவனிடம் அப்பாடத்தோடு தொடர்புடைய ஒரு சிலவினாக்களையே வினவுகிறார். வியாபாரி யொருவர் ஒரு பொருளை வாங்குவதற்கு ஆர்டர்கொடுக்கும் முன்பு அப்பொருளின் ஒரு சில அலகுகளையே சோதனையிட்டு அதன் தன்மை பற்றி அறிந்து கொள்கிறார் இவ்வாறாக, பெரும்பாலும் எல்லாத் துறைகளிலுமே மாதிரி முறை பயன்படுத்தப்பெற்று வருகிறது.

இப்பொழுது, 'முழுக்கணிப்பு முறையைப் பயன்படுத்தாமல் மாதிரி முறையை நாம் ஏன் பயன் படுத்தவேண்டும்?' என்ற வினா

எழுகிறது. மாதிரி முறையை நாம் பயன்படுத்துவற்கு பல காரணங்கள் உள்ளன அவை வருமாறு:

1. **நடைமுறைக் கேற்றது:**

பொருட்களை அழித்துச் சோதனையிட வேண்டிய சந்தர்ப்பங்களில் அல்லது முழுமைத் தொகுதியிலுள்ள ஒவ்வொரு இனத்தையும் கணக்கில் கொள்ள முடியாத அளவிற்கு மிகவும் அதிக எண்ணிக்கையுள்ள இனங்களை முழுமைத் தொகுதி பெற்றிருக்கும் பொழுது முழுக்கணிப்பு முறையை நாம் மேற்கொள்ள முடியாது. எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு நிறுவனம் தயாரித்த பல்புகளின் எரியும் நேரத்தைச் சோதனையிட விரும்பினால் ஒவ்வொரு பல்பையும் இறுதியாக அணையும் வரை எரித்துச் சோதனையிட முடியாது. இதே போலவே ஒரு மூட்டையிலுள்ள கோதுமையின் தன்மையை அறிந்து கொள்ள ஒவ்வொரு கோதுமையையும் சோதனையிட முடியாது. மேலே கூறியுள்ளது போன்ற சந்தர்ப்பங்களில் மாதிரி முறையே உகந்த ஆய்வு முறையாகும்.

2. **விரைவானது:**

முழுக் கணிப்பு முறையைக் காட்டிலும் மாதிரி முறையில், விவரங்களைக் குறுகிய காலத்திற்குள் பெற்று ஆராய்ந்தறிய முடியும். புள்ளி விவரங்கள் மிகவும் அவசரமாகத் தேவைப்படும் பொழுது அல்லது அரசாங்கம் அப்புள்ளி விவரங்களை அடிப்படையாகக் கொண்டு திட்டமிடற்ற வேண்டிய சந்தர்ப்பங்களில் மாதிரி முறையைப் பயன் படுத்துவதற்கு இதுவே முக்கிய காரணமாக இருக்கலாம்.

3. **துல்லியமானது:**

முழுக் கணிப்பு முறையைக் காட்டிலும் மாதிரி முறையில், புள்ளி விவரங்களைத் துல்லியமாகப் பெறமுடியும். மாதிரிமுறை ஆய்விற்குக் குறைந்த எண்ணிக்கையுள்ள ஆய்வாளர்களே போதுமானது இதன் காரணமாக, சிறந்த தகுதி வாய்ந்த ஆய்வாளர்களைப் பெற்று அவர்களுக்கு நன்கு பயிற்சியளிக்க வாய்ப்புள்ளது. மேலும், ஒவ்வொரு தனித்தனி வினாத்தொகுதிக்கும் அதிக அளவு நேரத்தைச் செலவளிக்கவும் அதிக சிரத்தையெடுத்துக் கொள்ளவும், அதிக எண்ணிக்கையுள்ள வினாக்களுக்கு விடை பெறவும் முடியும். இவ்வாறாக, மாதிரி முறையில் மிகவும் விரிவான விவரங்களைப் பெறமுடியும் மாதிரி முறையிலும் பிழைகள் இருப்பதற்கு வாய்ப்புள்ளது. என்றாலும், இப்பிழையின் அளவானது முழுக்கணிப்பு

முறையில் விவரங்களை முழுமையாகவும் துல்லியமாகவும் பெற முடியாததால ஏற்படும் பிழையை விடக் குறைவாகவே இருக்கும். மேலும, மாதிரி முறையைப் பயன படுத்தியதால் ஏறபடும் பிழையின் அளவைக கணிக்க முடிவதோடு, அதனைக் குறைக்கும் வழிமுறைகளைக காணவும் வாய்ப்புள்ளது.

4. விவரங்களைப் பெற ஆகும் செலவும் குறைவு:

மாதிரிமுறையில், முழுமைத் தொகுதியின ஒரு பகுதியிலிருந்தே விவரங்களைப் பெற வேண்டியுள்ளதால் இவ்விவரங்களைப் பெறுவதற்கு ஆகும் செலவு முழுக்கணிப்பு முறையில் ஆகும செலவைக் காட்டிலும குறைவாகவே இருக்கும். வளரும் நாடுகளில் பணப் பற்றாக்குறை காரணமாக முழுக்கணிப்பு முறையைப் பயன்படுத்தி விவரங்களைச் சேகரிக்க முடியாதவாறு உள்ளது. இங்கு மாதிரி முறை பெரிதும் பயன்படுகிறது,

மாதிரி முறையானது இவ்வளவு நிறைகளைப் பெற்றிருந்த போதிலும், இம்முறையில் சிலகுறைகளும் உள்ளன. அவை வருமாறு:

1. முழுமைத் தொகுதியிலுள்ள ஒவ்வொரு இனத்தைப் பற்றியும் விவரங்களைச் சேகரிக்க வேண்டிய சந்தர்ப்பத்தில் மாதிரி முறையைப் பயன் படுத்த இயலாது. வயது வந்தவர்களின் மொத்த எண்ணிக்கை, கல்வியறிவுடையவர்களின் எண்ணிக்கை முதலியவற்றைக் கணிப்பதற்கு மாதிரி முறையைப பயன்படுத்த முடியாது. இச்சந்தர்பபங்களில் முழுக்கணிப்பு முறையையே நாம் பயன்படுத்த வேண்டியுள்ளது.

2. மாதிரியைத் தேர்ந்தெடுப்பதற்குக் கையாண்ட முறையில் தவறு ஏதுமிருந்தால், அம்மாதிரியானது முழுமைத் தொகுதியைச் சரிவரப் பிரதிபலிக்காது. இச்சமயங்களில் மாதிரிக்கூறு முறையைப் பயன்படுத்துவதில் எடுத்துக் கொண்ட முயற்சிகள் அனைத்தும் வீணாகும்.

3. மாதிரி முறையைப் பயன் படுத்துவதற்குப் பொதுவாக வல்லுனர்களின் சேவை தேவைப்படுகிறது. சிறந்த அனுபவமும் தகுதியும் வாய்ந்தவர்கள் இல்லாத போது, மாதிரி முறையைப் பயன்படுத்திப் பெற்ற விவரங்கள் நம்பத்தகுந்தவையல்ல.

4. மாதிரிக் கூறு முறைகள் ஊக அளவை நியதிகளை அடிப்படையாகக் கொண்டுள்ளன. எனவே ஊக அளவை நியதிகளை, நன்கு அறிந்தவர்களால் மட்டுமே மாதிரிக் கூறு முறையை மேற்கொண்டு பயன் பெற முடியும்.

மாதிரி முறையானது கீழே தரப்பட்டுள்ள இருமுக்கிய கோட்பாடுகளை அடிப்படையாகக் கொண்டுள்ளது:

1. புள்ளியியலின் ஒழுங்கு நியதி (Law of Statistical Regularity)
2. பேரினங்களின் மாறாப் பொதுமை (Law of Inertia of Large Number).

புள்ளியியலின் ஒழுங்கு நியதி:

இயற்கையிலும் வாழ்க்கையிலும் ஒவ்வொரு நிகழ்ச்சியும் ஒரு ஒழுங்கு நியதிக்குட்பட்டே நிகழ்கிறது விபத்துக்கள் போன்ற அரிய நிகழ்ச்சிகள்கூட மக்கள் நினைப்பதைப் போல் ஒழுங்கற்ற முறையில் நிகழ்வதில்லை. ஒரு வகுப்பிலுள்ள 400 மாணவர்களிலிருந்து ஏதேனும 50 மாணவர்களைத் தேர்ந்தெடுத்து அம் மாணவர்களின் சராசரி உயரம், மற்றும் மார்பு அளவுகளைக் கணிப்பதாகக் கொள்வோம். இச் சராசரி மதிப்புக்கள் வகுப்பிலுள்ள 400 மாணவர்களின் சராசரி மதிப்புக்களிலிருந்து மிகச் சிறிய அளவிலேயே மாறுபட்டிருக்கும். இது புள்ளியியலின் ஒழுங்கு நியதிக்கு ஓர் எடுத்துக் காட்டாகும் மாதிரியானது அதன் எல்லாத் தன்மைகளிலும் முழுமைத் தொகுதியை ஒத்திருப்பதற்குப் புள்ளியியலின் இந்த ஒழுங்கு நியதியே விளக்கமாகும்.

பேரினங்களின் மாறாப் பொதுமை:

புள்ளியியலின் ஒழுங்கு நியதியின் விளைவே 'பேரினங்களின் மாறாப் பொதுமை' (Law of inertia of large numbers) ஆகும். ஒரு குறிப்பிட்ட நேரத்தில் ஒரு ஆண்டில் சிலர் ஏழைகளாகியிருக்கலாம். சிலர் செல்வந்தர்களாகியிருக்கலாம். ஆனால், அந்நகரத்து மக்களுடைய செல்வங்களின் மொத்த அளவில் சிறிதளவு மாற்றமே ஏற்பட்டிருக்கும். இவ்வாறாக, தனிப்பட்ட ஒவ்வொரு இனத்தின் மதிப்பிலும் மாற்றம் ஏற்பட்டிருக்கலாம். இருந்த போதிலும் எல்லா இனங்களின் மொத்த மதிப்பில் ஏற்படும் மாற்றம் மிக மிகச் சிறிய அளவிலேயே இருக்கும். இதற்கான காரணம் வருமாறு: ஒரு சில இனங்களின் மதிப்புக்கள் அதிகரிக்கும் போது ஏனைய இனங்களின் மதிப்புக்கள் குறையலாம். இதனால் ஒன்றானது மறறொன்றை (அதாவது, அதிகரிப்பைக் குறைத்தலானது) ஈடு செய்துவிடக் கூடும். எனவே, மொத்த மதிப்பில் பெருத்த அளவு மாற்றங்கள் ஏற்பட்டிருக்காது. இதனையே பேரினங்களின் மாறாப் பொதுமை என்கிறோம். அதிக எண்ணிக்கையுள்ள இனங்களின் மொத்த மதிப்பில்

மெதுவாகவே மாற்றம் ஏற்படும் என்பதே பேரினங்களின் மாறாப் பொதுமை என்பதன் பொருளாகும்.

மாதிரிகளைத் தேர்ந்தெடுக்கும் முறைகள் :

மாதிரிகளைத் தேர்ந்தெடுப்பதற்குப் பல முறைகள் உள்ளன. பொருத்தமான முறையைக் கீழ்க்காணும் கருத்துக்களை மனத்தில் கொண்டு தெரிந்தெடுக்க வேண்டும்.

1. ஆய்விற்கு எடுத்துக்கொள்ளப்பெற்றுள்ள பொருளின் தன்மை.
2. மாதிரிக்கூறு தேர்ந்தெடுக்கப் பெறவேண்டிய முழுமைத்-தொகுதியின் தன்மை.
3. மாதிரிக்கூறை ஆய்ந்துபெறும் முடிவுகளை நாம் எவற்றிற்குப் பயன்படுத்தப்போகிறோமோ அவற்றின் தன்மைகள்.

மாதிரியைப் பெறுவதற்குரிய முறைகளை இரு பெரும் பிரிவுகளாகப் பிரிக்கலாம். அவை வருமாறு :

1. 'ராண்டம்' அல்லது இயைபிலா மாதிரிமுறை (Random or Probability sampling)

2. ஒரு குறிப்பிட்ட நோக்கத்துடன் தாமாகவே ஆய்ந்து பெறும மாதிரிமுறை (Purposive or deliberate or judgement sampling).

'ராண்டம்' மாதிரி முறை:

மாதிரி இனங்களை முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து ராண்டம் ஆகத் தெரிந்தெடுத்துப் பெற்றால் அம்மாதிரி முறையை 'ராண்டம் மாதிரிமுறை' என்கிறோம். இங்கு ராண்டம் என்ற சொல்லை மாதிரியின் இனங்களைத் திட்டவட்டமான முறை எதுவும் பின் பற்றாமல் தாறுமாறாகத் தேர்ந்தெடுப்பதைக் குறிக்கப் பயன் படுத்தவில்லை. முழுமைத் தொகுதியிலுள்ள ஒவ்வொரு இனத்தையும் மாதிரி இனமாகத் தேர்ந்தெடுப்பதற்குச் சமவாய்ப்பு இருக்கும் படி இனங்களைத் தேர்ந்தெடுத்தால் இதனையே ராண்டம் ஆக தேர்ந்தெடுத்தல் என்கிறோம். இம்முறையை மேற்கொள்ளும் போது, மாதிரியில் இடம் பெறும் இனங்கள் யாவும் சந்தர்ப்பவசத்தால் (Chance) மட்டுமே இடம் பெறுகின்றன என்பதையும், அவை இடம் பெற்றிருப்பதற்கான வேறு காரணங்கள் எதுவும் இல்லை என்பதை-யும் மறந்து விடலாகாது.

ராண்டம் மாதிரிக்கூறுகளை மேலும் இரு வகைகளாகப் பிரிக்கலாம். அவை வருமாறு :

1. நிபந்தனையற்ற அல்லது எளிய ராண்டம் மாதிரிகள் (Unrestricted or simple random samples)

2. நிபந்தனையுடைய ராண்டம் (Restricted random samples)

வழக்கமாக, நிபந்தனையற்ற ராண்டம் மாதிரிகள் கீழ்க்-காணும் இரு முறைகளில் ஏதேனும் ஒரு முறையைப் பின்பற்றித் தேர்ந்தெடுக்கப்பெறுகின்றன :

1. லாட்டரி முறை (Lottery method)

2. ராண்டம் எண்கள் முறை (Random numbers method

லாட்டரி முறை (Lottery Method)

லாட்டரி முறைக்கு 'எளிய ராண்டம் மாதிரி முறை' (Simple random Sampling) என்ற மற்றொரு பெயரும் உண்டு. இம்முறையில் முழுமைத் தொகுதியிலுள்ள இனங்களனைத்தையும் ஒரே அமைப்-பும் அளவுமுள்ள சிறு சிறு துண்டு காகிதங்களால் குறிப்பிடுகிறோம். இத்துண்டுக்காகிதங்களை ஒரே மாதிரியாக மடித்து ஒரு பாத்திரத் தில் போட்டுக் குலுக்குகிறோம். நன்றாகக் குலுக்கிய பின்பு, நமக்குத் தேவையான மாதிரிக்கு எத்தனை இனங்கள் தேவையோ அத்தனைத் துண்டுக் காகிதங்களைக் கண்களீக் கட்டிய ஒருவரால் எடுக்கச் சொல்ல வேண்டும். எடுத்துக்காட்டாக 10 இனங்களையுடைய மாதிரி தேவைப்பட்டால், 10 துண்டுக் காகிதங்களை எடுக்கவேண்டும் இவ்வாறு தேர்ந்தெடுத்த துண்டுக்க காகிதங்கள் குறிப்பிடும் இனங்-களே மாதிரியின் இனங்களாகும்.

முழுமைத் தொகுதியிலுள்ள இனங்களின் எண்ணிக்கையோ, மாதிரிக்குத் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டிய இனங்களின் எண்ணிக்கை-யோ மிகவும் அதிகமாக இருந்தால் லாட்டரி முறையானது மிகவும் கடினமான ஒன்றாகிவிடும்.

ராண்டம் எண்கள் முறை (Random numbers method):-

ஜனத்தொகைக் கணக்கெடுப்பு அறிக்கையிலிருந்து 41600 இலக்கங்களைத் தெரிந்தெடுத்து, அவற்றை நான்கு இலக்கங்-களுடைய 10400 எண்களாகச் செய்து, அட்டவணை வடிவில் டிப்பெட்(Tippett) என்பார் வெளியிட்டுள்ளார். இந்த அட்டவணைக்கு 'ராண்டம் மாதிரி முறை எண்கள்' (Random sambling numbers) என்பது பெயராகும். டிப்பெட் அட்டவணையிலுள்ள முதல் இருபது எண்களைக் கீழே எடுத்துக்காட்டாகத் தந்துள்ளோம்.

2952	6641	3992	9792
4167	9524	1545	1396
2370	7483	3408	2762
0560	5246	1112	6107
2754	9143	1405	9025

இந்த எண்களைப் பயன்படுத்தி ராண்டம் மாதிரிக் கூறைப்-பெறுவது மிகவும் எளிது 4000 இனங்களையுடைய முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து 15 இனங்களையுடைய மாதிரியைத் தேர்ந்-தெடுக்க வேண்டுமெனக் கொள்வோம் முதலாவதாக முழுமைத் தொகுதியிலுள்ள 4000 இனங்களையும் ஏதேனும் ஒரு வரிசைப்படி வரிசைக் கிரமப்படுத்தி அவற்றிற்கு 1 முதல் 4000 வரையுள்ள எண்களை வரிசையாகத் தர வேண்டும். இப்பொழுது ஒவ்வொரு இனத்திற்கும் ஒரு எண் உள்ளது. இப்பொழுது டிப்பெட் அட்ட-வணைகளையுடைய புத்தகத்தில் ஏதேனும் ஒரு பக்கத்தைத் திறக்க வேண்டும். இப்பக்கத்திலுள்ள 4000ஐ விடக் குறைந்த மதிப்புள்ள முதல் 15 எண்களைக் குறித்துக் கொள்ள வேண்டும். இவ்வாறு நாம் குறித்துக் கொண்ட எண்கள் குறிப்பிடும் இனங்களே நமக்குத் தேவையான ராண்டம் மாதிரிக் கூறாகும்.

டிப்பெட் எண்கள் நான்கு இலக்கங்களையுடையவையாக இருந்த போதிலும், சில எண்களின் மதிப்புக்கள் 1000ஐ விடக் குறைவாக, 100ஐ விடக் குறைவாக அல்லது 10ஐ விடக் குறைவாகக் கூட உள்ளன எடுத்துக்காட்டாக, 0008, 0560, 0104 ஆகிய டிப்-பெட் எண்களை எடுத்துக்கொள்வோம். 0008 என்பது 8 என்ற எண் ணிற்குச் சமம்; எனவே இது 10ஐ விடக் குறைந்த மதிப்புடையது. 0560, 0104 ஆகிய இருஎண்களும் முறையே 560, 104 ஆகிய இரு எண் களுக்குச் சமம்; இவ்விரு எண்களுமே 1000ஐவிடக் குறைந்த மதிப்புடை யவை. எனவே, கொடுக்கப் பெற்றுள்ள முழுமைத் தொகுதியிலுள்ள இனங்களின் எண்ணிக்கை எவ்வளவு சிறிய எண்ணாக இருந்த-போதிலும் டிப்பெட் எண்களைப் பயன்படுத்தி மாதிரியைப் பெற-முடியும் எடுத்துக்காட்டாக, முழுமைத் தொகுதியில் 150 இனங்கள் மட்டுமே இருப்பதாகவும் அவற்றிலிருந்து 10 இனங்களையுடைய மாதிரியைப் பெற வேண்டியிருப்பதாகவும் கொள்வோம், இங்கும் முன்பு நாம் விளக்கியுள்ள முறைப்படியே டிப்பெட் எண்களின் உதவியால் மாதிரியைப் பெறலாம்.

டிப்பெட் எண்களைப் பயன்படுத்திப் பெறும் இம்மாதிரி முறையானது, ராண்டம் மாதிரி முறையாக உள்ளதா (அதாவது. முழுமைத் தொகுதியிலுள்ள ஒவ்வொரு இனத்திற்கும் அதனைத் தேர்ந்தெடுப்பதற்குச் சமவாய்ப்பளிக்கிறதா) என்பதைக் கண்டறிய நடத்தப் பெற்ற சோதனைகள் பல வெற்றியளித்துள்ளன.

டிப்பெட் எண்களின் அட்டவணைகளை ஒத்த ராண்டம் எண்கள் அட்டவணைகள் ஃபிஷர் (Fisher), கெண்டால் (Kendall), மஹலனோபிஸ் (Mahalanobis) முதலியோராலும் தயாரிக்கப் பெற்றுள்ளன. இவ்வட்டவணைகளும் டிப்பெட் அட்டவணைகளைப் போன்றே பிரசித்தி பெற்றவையாக உள்ளன

இது வரையில நாம் நிபந்தனையற்ற மாதிரிகளைத் தேர்ந் தேர்ந்தெடுக்கும் முறைகள் பறறிக கண்டோம் வழக்கமாக நிபந் தனையற்ற மாதிரிகளைப் பெறுவதற்கு அதிகச் செலவாகும்; அல்லது துல்லியம் குறைவாக இருக்கும். எனவே, சிறந்த மாதி-ரியைப் பெறுவதற்கு நிபந்தனையுடைய மாதிரியைக் கீழ்க்காணும் மூன்று முறைகளுள் ஏதேனும் ஒரு முறையைப் பயன்படுத்திப் பெறலாம்.

(i) பிரிவு படுத்தப்பெற்ற மாதிரி (Stratified sampling)

(ii) திரண்ட மாதிரி முறை (Cluster sampling)

(iii) முறையாகத் தேர்ந்தெடுக்கும் மாதிரிமுறை (Systematic Sampling)

(i) பிரிவு படுத்தப் பெற்ற மாதிரி முறை :

முழுமைத் தொகுதியை பல பிரிவுகளாகப் பிரிப்பதையே ஆங்கிலத்தில் 'stratification என்ற சொல்லால் குறிப்பிடுகிறோம். இப்பிரிவுகளை உப முழுமைத் தொகுதிகள் (subuniverses) என்றும், ஆங்கிலத்தில் 'strata' என்றும் குறிப்பிடுகிறோம் முழுமைத் தொகுதியானது வேறுபட்ட தன்மையுடைய இனங்களைப் பெற்-றிருக்கும் பொழுது அம்முழுமைத் தொகுதியை ஒவ்வொரு பிரி-விலும் ஏறத்தாழ ஒரே தன்மையுடைய இனங்களைப் பெற்றிருக்-கும் பல பிரிவுகளாகப் பார்க்கிறோம் முழுமைத்தொகுதியை இவ்வாறு பிரிவுபடுத்துவதால் சிறந்த மாதிரியைப் பெறமுடியும்.

ஒரு நகரத்தைச் சேர்ந்த மக்களின் வாழ்க்கைத் தரம் பற்றிய புள்ளியியல் ஆய்வொன்று நடத்த விரும்புவதாகக் கொள்வோம். மக்களின் வாழ்க்கைத் தரமானது அவாகளுடைய வருமானத்தைப்

பொறுத்திருக்குமென்பதும், அதிக வருமானமுடையவர்களின் வாழ்க்கைத் (சராசரியானது குறைந்த வருமானமுடையவர்களின் வாழ்க்கைத்) தரத்திலிருந்து பெரிதும் வேறுபட்டிருக்குமென்பதும் நாம் அறிந்ததே எனவே முழுமைத் தொகுதியை அப்படியே எடுத்துக் கொண்டு நிபந்தனையற்ற மாதிரி முறையைப் பயன்படுத்தி மாதிரியைத் தேர்ந்தெடுத்தோமானால், அம்மாதிரியானது முழுமைத் தொகுதியின் உண்மையான பிரதிநிதியாக அமையாது. முழுமைத் தொகுதியை, முதலில் அதிக வருமானமுடையவர், நடுத்தர வருமானமுடையவர், குறைந்த வருமானமுடையவர் என்று மூன்று பிரிவுகளாகப் பிரித்துக்கொண்டு, பின்பு மாதிரியைத் தேர்ந்தெடுத்தால்தான் நம்பகமான சிறந்த முடிவுகளைப் பெறமுடியும்.

முழுமைத் தொகுதியை எவ்வாறு பிரிவுபடுத்துவது என்பது நாம் ஆய்விற்கு எடுத்துக் கொண்டுள்ள பொருளைப் பொறுத்ததாகும். நடைமுறையில், இடவாரியாகவோ, சமூக, பொருளாதாரத் தன்மைகளின் அடிப்படையிலோ முழுமைத் தொகுதியானது பிரிவுபடுத்தப் பெறுகிறது.

முழுமைத் தொகுதியைப் பிரிவுபடுத்திய பின்னர், ஒவ்வொரு பிரிவிலுமிருந்து எத்தனையெத்தனை இனங்களைத் தேர்ந்தெடுத்து மாதிரியைப் பெறுவது என்பது அடுத்த பிரச்சனையாகும். ஒவ்வொரு பிரிவிலுமிருந்து **சம எண்ணிக்கையுள்ள** இனங்களைத் தேர்ந்தெடுக்கலாம்: அல்லது **பிரிவினுடைய அளவிற்கேற்றவாறு**, அதாவது, அதிக எண்ணிக்கையுள்ள இனங்களைப் பெற்றுள்ள பிரிவிலிருந்து அதிக இனங்களையும் குறைந்த எண்ணிக்கையுள்ள இனங்களைப் பெற்றுள்ள பிரிவிலிருந்து குறைந்த இனங்களையும் தேர்ந்தெடுக்கலாம். இவ்விரு முறைகளில் இரண்டாவது முறையை 'விகிதாச்சார மாதிரி முறை' (Proportionate sampling) என்கிறோம். முதல் முறையை 'சமஎண்ணிக்கை மாதிரி முறை' (Disproportionate sampling) என்கிறோம். ஒவ்வொரு பிரிவிலிருந்து இனங்களைத் தேர்ந்தெடுத்துப் பெறுவதற்கு இன்னுமொரு முக்கியமான முறை உள்ளது. அம்முறைக்கு உத்தம ஒதுக்கீட்டு முறை (Optimum allocation method) என்று பெயர். இம்முறையில் ஒவ்வொரு பிரிவிலுமுள்ள இனங்களுக்கிடையேயுள்ள வேறுபாடும் கணக்கில் கொள்ளப் பெறுகிறது. ஒவ்வொரு பிரிவின் அளவையும், அப்பிரிவைச் சேர்ந்த இனங்களுக்கிடையேயுள்ள வேறுபாட்டையும் பொறுத்து அப்பிரிவிலிருந்து நாம் தேர்ந்தெடுக்கும் இனங்களின் எண்ணிக்கை அமையும்.

முழுமைத் தொகுதியின் ஒவ்வொரு பிரிவிலுமிருந்து எத்தனை இனங்களைத் தேர்ந்தெடுப்பது என்ற முடிவு செய்த பின்பு, நிபந்தனையற்ற மாதிரி முறையைப் பின்பற்றி ஒவ்வொரு பிரிவிலு மிருந்து இனங்களைத் தேர்ந்தெடுக்கிறோம். இவ்வாறு தேர்ந்-தெடுத்துப் பெற்ற இனங்களின் தொகுதியே நமக்குத் தேவையான பிரிவுபடுத்தப் பெற்ற மாதிரி ஆகும்.

பிரிவுபடுத்தப் பெற்ற மாதிரியானது நிபந்தனையற்ற ராண்டம் மாதிரியைவிடத் துல்லியமான முடிவுகளைத் தருகிறது.

திரண்ட மாதிரி முறை :

பிரிவு படுத்தப்பெற்ற மாதிரி முறையில் செய்தது போலவே, இங்கும் முழுமைத் தொகுதியானது பல பிரிவுகளாகப் பிரிவுபடுத்தப் பெறுகிறது. ஆனால், திரண்ட மாதிரி முறையில் முழுமைத் தொகுதியைப் பிரிவுபடுத்துவதற்குப் பின்பற்றும் முறையானது பிரிவுபடுத்தப்பெற்ற மாதிரி முறையில், பின்பற்றும் முறைக்கு நேர் மாறானதாகும். பிரிவுபடுத்தப்பெற்ற மாதிரி முறையில், (i) ஒவ்-வொரு பிரிவையும் சேர்ந்த இனங்கள் ஏறத்தாழ ஒரே தன்மையைப் பெற்றிருக்குமாறும் (ii) ஒரு பிரிவைச் சேர்ந்த இனங்கள் மற்றொரு பிரிவைச் சேர்ந்த இனங்களிலிருந்து பெருத்த அளவில்வேறுபட்டிருக்கு மாறும் முழுமைத்தொகுதியானது பிரிவுபடுத்தப்பெறுகிறது. ஆனால், திரண்ட மாதிரி முறையிலோ, (i) ஒவ்வொரு பிரிவையும் சேர்ந்த இனங்களுக்கிடையில் எவ்வளவு அதிக வேறுபாடு இருக்கமுடியுமோ அவ்வளவு இருக்குமாறும் (ii) ஒரு பிரிவிற்கும் மற்றொரு பிரிவிற்கும் எவ்வளவு குறைந்த அளவு வேறுபாடு இருக்க முடியுமோ அவ்-வளவு இருக்குமாறும் முழுமைத் தொகுதியானது பிரிவுபடுத்தப் பெறுகிறது.

ஒரு தொழிற்சாலையில் வேலைபார்க்கும் தொழிலாளர்களின் கூலி பற்றிய ஆய்வொன்று நடத்த விரும்புவதாகக் கொள்வோம். தொழிற்சாலையானது பல நிறுவனங்களைப் பெற்றிருக்கலாம். இங்குத் தொழிற்சாலையானது நமது முழுமைத் தொகுதியாகும். இத்தொழிற்சாலையின் ஒவ்வொரு நிறுவனத்தையும் முழுமைத் தொகுதியின் ஒரு பிரிவாகக் கொண்டு முழுமைத் தொகுதி பல பிரிவுகளாகப் பிரிக்கப் பெறுகிறது. பிரிவுபடுத்தப் பெற்ற மாதிரி முறையைப் போலல்லாமல், திரண்ட மாதிரி முறையில், முழுமைத் தொகுதியின் பிரிவுகளில் சில பிரிவுகள் மட்டும் நிபந்தனையற்ற மாதிரி முறையைப் பின்பற்றி முதலாவதாகத் தேர்ந்தெடுக்கப் பெறுகின்றன. நம்முடைய எடுத்துக்காட்டில், நிபந்தனையற்ற மாதிரிமுறையைப் பின்பற்றி, தொழிற்சாலையின் பல நிறுவனங்களில்

சில்வற்றை மட்டும் முதலாவதாகத் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும். இவ் வாறு தேர்ந்தெடுக்கப் பெற்ற பிரிவுகள் (நம்முடைய எடுத்துக்-காட்டில், தேர்ந்தெடுக்கப் பெற்ற நிறுவனங்கள்) 'முதனிலை மாதிரி அலகுகள்' (Primary sampling units) என அழைக்கப்பெறுகின்றன.

ஒவ்வொரு நிறுவனத்திலும் பல தொழிலாளர்கள் வேலை பார்த்து வரலாம் இத்தொழிலாளர்களை நாம் 'எளிய மாதிரி அலகு-கள்' (elementary sampling units) என்கிறோம். இப்பொழுது நாம் தேர்ந்தெடுத்துள்ள பிரிவைச் சேர்ந்த ஒவ்வொரு எளிய அலகையும் கணக்கில் கொள்ளலாம்; அல்லது, தேர்ந்தெடுத்துள்ள ஒவ்வொரு பிரிவிலுமிருந்தும் நிபந்தனையற்ற மாதிரி முறையைப் பின்பற்றி சில எளிய மாதிரி அலகுகளை மட்டும் தேர்ந்தெடுத்து, அவற்றைக் கணக்கில் கொள்ளலாம். அதாவது தேர்ந்தெடுத்துள்ள ஒவ்வொரு நிறுவனத்திலும் வேலை பார்க்கும் எல்லாத் தொழிலாளர்களையும் கணக்கில் கொள்ளலாம். அல்லது நிபந்தனையற்ற மாதிரி முறையை பின்பற்றி, தேர்ந்தெடுத்துள்ள ஒவ்வொரு நிறுவனத்திலும் வேலை பார்க்கும் தொழிலாளர்களிலிருந்து சிலரை மட்டும் தேர்ந்தெடுத்துக் கணக்கில் கொள்ளலாம்

இடவாரியாகப் பிரிவுபடுத்தி பெறும் திரண்ட மாதிரிகள் நடைமுறையில் பெரிதும் முக்கியத்துவம் வாய்ந்தவையாக உள்ளன. தமிழ் நாட்டில் பலசரக்குக் கடைகளின் விற்பனைபற்றி ஆராய விரும்புவதாகக் கொள்வோம். இங்கு பலசரக்குக் கடையானது எளிய மாதிரி அலகாகும். தமிழ்நாடு மாநிலத்தைப் பல மாவட்டங்-களாகப் பிரிக்கலாம். இம்மாவட்டங்களில் சிலவற்றை மட்டும் ராண்டமாகத் தேர்ந்தெடுக்கலாம். இவ்வாறாக. மாவட்டங்கள் முதனிலை மாதிரி அலகுகளாகத் திகழ்கின்றன. தேர்ந்தெடுத்த ஒவ்-வொரு மாவட்டத்திலிருந்தும் சில பலசரக்குக் கடைகளை ராண்ட-மாகத் தேர்ந்தெடுத்து நம்முடைய ஆய்வை நிகழ்த்தலாம்.

பொதுவாக, திரண்ட மாதிரியைத் தேர்ந்தெடுபபதற்கு ஆகும் செலவானது அதே அளவுடைய நிபந்தனையற்ற ராண்டம் மாதிரி-யைத் தேர்ந்தெடுப்பதற்கு ஆகும் செலவை விடக் குறைவாகவே இருக்கும். மேலும், திரண்ட மாதிரி முறையில் அதிகாலம் விரய-மாகாமல் தடுக்கப்படுகிறது. மேலே நாம் கூறியுள்ள எடுத்துக்காட்-டில், புள்ளியியலார் ஒவ்வொரு பலசரக்குக கடைக்கும் சென்று விபரங்களைப் பெற வேண்டியுள்ளது. இங்கு நிபந்தனையற்ற மாதிரி முறையைக் காட்டிலும் திரண்ட மாதிரி முறையைப் பின்பற்றுவதால் பணமும் காலமும் விரயமாவது தடுக்கப்படும்.

மேலும். எளிய மாதிரி அலகுகளின் தற்போதைய எண்ணிக்கை முதலியவை பற்றி நமக்கு முழுமையாகத் தெரிந்திராதபோது நிபந்தனையற்ற மாதிரி முறையைப் பின்பற்றவியலாது. இப்படிப்பட்ட சந்தர்ப்பங்களில் திரண்ட மாதிரி முறையே நடைமுறைக்கு உகந்தது.

மேற்கூறிய நிறைகளைத் திரண்ட மாதிரி முறையானது பெற்றிருந்த போதிலும், இம்முறையில் ஒரு முக்கிய குறையும் உளளது. மற்ற மாதிரி முறைகளோடு ஒப்புநோக்கும் பொழுது திரண்ட மாதிரி முறையைப் பின்பற்றிப் பெற்ற முடிவுகள் துல்லியமற்றவையாக இருக்கும்.

முறையாகத் தேர்ந்தெடுக்கும் மாதிரி முறை:

பிரிவு படுத்தப் பெற்ற மாதிரிமுறை, திரண்ட மாதிரி முறை ஆகியவற்றில் முழுமைத் தொகுதியானது பல பிரிவுகளாகப் பிரிக்கப் பெறுகிறது. ஆனால் முறையாகத் தேர்ந்தெடுக்கும் மாதிரி முறையிலோ, முழுமைத் தொகுதியிலுள்ள இனங்கள் அகர வரிசை அல்லது வரிசை எண் அல்லது இருப்பிடம் அல்லது வேறு ஏதேனும் அடிப்படையில் முதலாவது வரிசைப் படுத்தப் பெறுகின்றன.

இனங்களை வரிசைப் படுத்திய பின்பு, முழுமைத் தொகுதியிலுள்ள இனங்களின் எண்ணிக்கை, நமக்குத் தேவையான மாதிரியின் இனங்களின் எண்ணிக்கை ஆகியவற்றைப் பொறுத்து ஒவ்வொரு பத்தாவது அல்லது இருபதாவது அல்லது நூறாவது இனங்கள் தேர்ந்தெடுக்கப் பெறுகின்றன.

எடுத்துக்காட்டாக ஒரு விடுதியில் 150 அறைகள் இருப்பதாகவும் ஒவ்வொரு அறையும் ஒரு வரிசை எண்ணைப் பெற்றிருப்பதாகவும் கொள்வோம். இந்த 150 அறைகளிலுமுள்ள 150 மாணவர்களிலிருந்து நாம் 10 மாணவர்களைத் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டியிருப்பதாகக் கொள்வோம். இங்கு நாம் ஒவ்வொரு 15–ஆவது அறையிலுள்ள மாணவரைத் தேர்ந்தெடுத்தால் நமக்குத் தேவையான 10 மாணவர்களுடைய மாதிரி கிடைக்கும். மாணவர்களை மேலே கூறியுள்ளது போலல்லாமல், மற்றொரு முறையிலும் வரிசைப்படுத்தித் தேர்ந்தெடுக்கலாம். 150 அறைகளிலுமுள்ள 150 மாணவர்களின் பெயர்களை அகர வரிசைப்படி எழுதி, இவ்வரிசையிலிருந்து 15ஆவது மாணவனையும் தேர்ந்தெடுத்து மாதிரியைப் பெறலாம். 15 என்ற எண்ணை முழுமைத் தொகுதியிலுள்ள மொத்த இனங்களின்

எண்ணிக்கையாகிய 150-ஐ நாம் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டிய மாதிரி இனங்களின் எண்ணிக்கையாகிய 10-ஆல் வகுத்தும் பெறுகிறோம். இந்த எண்-15ஐ 'மாதிரி இடைவெளி' (sampling interval) என்கிறோம்.

முழுமைத் தொகுதியிலுள்ள இனங்களின் வரிசையில் எந்த இனத்திலிருந்து மாதிரி இனங்களைத் தேர்ந்தெடுப்பதற்கு ஆரம்பிப்பது என்பது பற்றி முடிவு செய்யவேண்டியது அடுத்த பிரச்னையாகும். மாணவர்களின் வரிசையில் முதல் 15 மாணவர்களில் எந்த மாணவனிலிருந்தும் ஆரம்பித்து மாதிரியைப் பெறலாம். ஆனால், முதல் 15 மாணவர்களில் ஒருவனை ராண்டம் ஆகத் தேர்ந்தெடுத்து அந்த மாணவனிலிருந்து ஆரம்பித்து மாதிரியைப் பெறுவது நல்லது. ராண்டம் ஆகத் தேர்ந்தெடுத்த மாணவன் ஆறாவது மாணவன் என்று கொள்வோம். இப்பொழுது இந்த ஆறாவது மாணவனிலிருந்து ஆரம்பித்து ஒவ்வொரு 15 ஆவது மாணவனையும் தேர்ந்தெடுத்து மாதிரியைப் பெறுகிறோம். அதாவது. மாணவர்களின் வரிசையில் 6, 21, 36, 51 என்ற எண்களுக்குரிய மாணவர்களைத் தேர்ந்தெடுத்து மாதிரியைப் பெறுகிறோம். முறையாகத் தேர்ந்தெடுக்கப் பெற்ற மாதிரியானது நடைமுறையில் ராண்டம் மாதிரியாகப் பயன்படுகிறது. எனவே. இதனைப் 'போலி ராண்டம் மாதிரி (quasi random sample) என்றும் அழைக்கிறோம்

முறையாகத் தேர்ந்தெடுக்கும் மாதிரி முறையானது எளிமையானது என்பதே இம்முறையின் முக்கிய நிறையாகும். முழுமைத் தொகுதியின் இனங்களைச் சிறந்த முறையில் வரிசைப்படுத்துவதன் மூலம் முழுமைத் தொகுதியைப் பிரிவுபடுத்தி மாதிரியைத் தேர்ந்தெடுத்தால் கிடைக்ககூடிய நன்மையையும் பெறமுடியும்.

என்றாலும். கீழே விளக்கியுள்ளதை ஒத்த சந்தர்ப்பங்களில் 'முறையாகத் தேர்ந்தெடுக்கப் பெற்ற மாதிரி' யைப் பயன்படுத்துதல் கூடாது.

அடுத்தடுத்துக்காட்டப் பெற்றுள்ள வீடுகளின் தொகுதியிலிருந்து சில வீடுகளை மாதிரியாகத் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டுமெனக் கொள்வோம். இவ்வீடுகளில் ஒவ்வொரு எட்டாவது வீடும் பெரிய வீடாக உள்ளதாகவும் கொள்வோம். நாம் தேர்ந்தெடுத்துள்ள மாதிரி இடைவெளியானது எட்டு என்றும் கொள்வோம். இந்நிலையில் நாம் தேர்ந்தெடுக்கக்கூடிய மாதிரி வீடுகள் யாவும் ஒரே அளவினதாக இருக்கும். இவ்வாறு நாம் பெறும் மாதிரியைப் பயன்படுத்தி நம் நோக்கத்தை நிறைவேற்றிக் கொள்ள முடியாது.

எனவே ஒரு முழுமைத் தொகுதியில் ஒவ்வொரு மாதிரி இடை வெளி குறிக்கும் இறுதி இனமானது ஒன்றுபோலவே இருந்தால், முறையாகத்தேர்ந்தெடுக்கப் பெற்ற மாதிரி (Systematic sampling) முறையைப் பயன் படுத்தக் கூடாது.

இதுவரையில் ராண்டம் மாதிரி முறையைப் பற்றிப் பார்த்-தோம். இனி ஒரு குறிப்பிட்ட நோக்கத்துடன் தாமாகவே ஆய்ந்து பெறும் மாதிரி முறையைப்பற்றிக் காண்போம்.

ஒரு குறிப்பிட்ட நோக்கத்துடன் தாமாகவே ஆய்ந்துபெறும் மாதிரிக் கூறுமுறை (Deliberat or purpsoive or judgement sampling):

ஏதேனும் ஒரு குறிப்பிட்ட கருத்தை மனத்தில் கொண்டு ஆய்வாளர் தம்முடைய மனத்திற்குத் தோன்றியபடி இனங்களைத் தேர்ந்தெடுக்கும் மாதிரி முறையையே ஆங்கிலத்தில் (Purposive sampling) என்கிறோம். இம்முறையில், மாதிரியில் சேர்த்துக் கொள்வதற்குச் சில இனங்களுக்கு மிகவும் அதிக வாய்ப்பும் (அதாவது அதிக மதிப்புடைய ஊக அளவையும்) சில இனங்களுக்கு மிகவும் குறைந்த வாய்ப்பும் (அதாவது, குறைந்த மதிப்புடைய ஊக அளவையும்) இருக்கும்.

இம் மாதிரி முறையில் சராசரி மதிப்பிற்கு ஏறத்தாழ சமமான மதிப்புடைய இனங்களையே தேர்ந்தெடுக்கிறோம்; மிகவும் அதிக அல்லது மிகவும் குறைந்த மதிப்புடைய இனங்களைத் தேர்ந்தெடுப்பதில்லை. நம்முடைய ஆய்வின் நோக்கத்திற்கேற்றவாறு தேர்ந்-தெடுக்கும் இனங்கள் மாறுபடும், இதனால் நாம் ஆய்விற்குத் தேவையான இனத்தைத் தேர்ந்தெடுக்காமல் விட்டு விடுவதற்கு வாய்ப்பில்லை

இம்மாதிரி முறையில் ஆய்வாளரின் விருப்பு வெறுப்புக்கள் பெரும்பங்கேற்றன. எனவே, இம்முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்பெற்ற மாதிரியானது முழுமைத் தொகுதிகளைப் பிரதிபலிக்கும் வண்ணம் அமையாதிருப்பதற்கு மிகுந்த வாய்ப்புள்ளது. ஆனால் ராண்டம் மாதிரியைவிட ஒரு குறிப்பிட்ட நோக்கத்துடன் தாமாகத் தேர்ந்-தெடுக்கப்பெற்ற மாதிரியானது சிறந்ததாக அமையும் சந்தர்ப்பங்-களும் உள்ளன. எடுத்துக்காட்டாக, 5000 மாணவர்களிலிருந்து 5 மாணவர்களை மாதிரியாகத் தேர்ந்தெடுத்து அவர்களின் உயர அளவைப் பற்றி ஆராயவேண்டுமெனக் கொள்வோம். இங்கு தாமாகவே தேர்ந்தெடுக்கும் மாதிரியே ராண்டம் மாதிரியை விடச்

சிறந்தது ஏனெனில் தாமாகத் தேர்ந்தெடுக்கும் மாதிரி முறையில் ஆய்வாளர் சராசரி உயரத்தை ஒட்டிய உயரமுடைய ஐந்து மாணவர்களையே தேர்ந்தெடுப்பார். மிகவும் அதிக அல்லது குறைந்த உயர முடைய மாணவர்களைத் தேர்ந்தெடுக்கமாட்டார் ஆனால் தேர்ந்தெடுக்கப் பெற வேண்டிய மாதிரியின் இனங்களுடைய எண்ணிக்கை அதிகமாக ஆக ராண்டம் மாதிரி முறையே சிறந்தது பேரினங்களின் மாறாப்பொதுமை நியதியே இதற்குக் காரணமாகும்.

கோட்டா மாதிரிமுறை (Quota sampling)

இமமுறை தாமாகவே ஆய்ந்து பெறும் மாதிரி முறையின் ஒரு வகையாகும் கோட்டா மாதிரியானது. அடிப்படையில் பிரிவு படுத்தப்பெற்ற தாமாவே ஆய்ந்து பெறும் ஒரு மாதிரியாகும். முழுமைத் தொகுதியின் இனங்கள். வயது, பால் தொழில், சமூகப் பிரிவு முதலியவற்றில் ஏதேனும் ஒன்றின் அடிப்படையில் பிரிவு படுத்தப்பெற்றிருந்தால், அதனையே அடிப்படையாகக் கொண்டு, கோட்டா மாதிரியின் இனங்களும் பிரிவு படுத்தப் பெறுகின்றன. அந்தந்தப் பிரிவிலிருந்து கோட்டா மாதிரியைப் பெறுவதற்கு தேர்ந்தெடுக்க வேண்டிய இனங்களின் எண்ணிக்கையானது முழுமைத் தொகுதியில் ஒவ்வொரு பிரிவையும் சேர்ந்த இனங்களின் எண்ணிக்கைக்கு ஏற்றவாறு நிருணயிக்கப் பெறுகிறது. ஆனால் ஒவ்வொரு பிரிவிலிருந்தும் எந்தெந்த இனங்களைத் தேர்ந்தெடுப்பது என்பது பற்றி முடிவுசெய்வதற்கு விசாரணையாளருக்கு முழுச்சுதந்திரம் அளிக்கப் பெறுகிறது. எடுத்துக் காட்டாக, வானொலி கேட்போர் பற்றிய சர்வே ஒன்று நடத்துவதாகக் கொள்வோம். இச் சர்வேயின் பொருட்டு விசாரணையாளர் ஒரு பகுதியில் வாழும் 100 நபர்களைச் சந்தித்து விவரங்களைப் பெற வேண்டுமெனக் கொள்வோம். இந்த 100 நபர்களில் 50 பேர் இல்லத்தரசிகளாகவும், 30 பேர் விவசாயிகளாகவும், 20 பேர் 15 வயதிற்குட்பட்ட குழந்தைகளாகவும் இருக்க வேண்டும் என்று நிருணயிக்கப் பெறலாம். இவ்வாறு நிருணயித்த பின்பு, முழுமைத் தொகுதியைச் சேர்ந்த எந்த 50 இல்லத்தரசிகளிடமிருந்து விவரங்களைப் பெறுவது, எந்த 20 குழந்தைகளிடமிருந்து விவரங்களைப் பெறுவது என்பது பற்றி முடிவு செய்வதற்கு விசாரணையாளருக்கு முழுச் சுதந்திரம் உண்டு.

இம்முறையில், ஒவ்வொரு நபரிடமிருந்தும் விவரங்களைப் பெறுவதற்கு ஆகும் செலவு மிகவும் குறைவாக இருக்கும் ஆனால், இம்முறையில் கணிசமான அளவிற்குப் பிழையிருப்பதற்கு வாய்ப்-

புள்ளது. எடுத்துக் காட்டாக, விசாரணையாளர் நிலத்தில் வேலை பார்த்துக் கொண்டிருக்கும் விவசாயிகளைச் சந்திக்க முடியாமல் போகலாம்; அல்லது வேலைக்குச் செல்லாது வீட்டிலிருக்கும் இல்லத்தரசிகளை மட்டும் சந்தித்து விவரங்களைப் பெறலாம். யாரேனும் ஒரு நபர் விவரங்களைத்தர மறுத்தால், விசாரணை-யாளர் உடனே வேறு ஒரு நபரைத் தேர்ந்தெடுத்து விவரங்களைப் பெறலாம்.

மார்க்கெட் சர்வேக்களிலும், பொது மக்களின் கருத்துப் பற்றிய வாக்கெடுப்புக்களிலும் கோட்டா மாதிரிமுறை பெரிதும் பயன்படுத்தப் பெறுகிறது.

ராண்டம் மாதிரிமுறையும் தாமாகத் தேர்ந்தெடுக்கும் மாதிரி முறையும் ஒரு ஒப்பீடு :

மாதிரி முறைக் கோட்பாடுகளனைத்தும் ராண்டம் மாதிரி முறையை அடிப்படையாகக் கொண்டு அமைந்துள்ளன. எனவே இக்கோட்பாடுகளைப் பயன்படுத்தி, தாமாகத் தேர்ந்தெடுக்கும் மாதிரியின் அடிப்படையில் முழுமைத்தொகுதியின் அளவைகள் பற்றிப் பெற்ற முடிவுகள் எவ்வளவுதூரம் நம்பத்தகுந்தவை என்பது பற்றி எதுவும் கூறமுடியாது.

நமக்குத் தேவையான மாதிரியின் அளவு சிறியதாக இருந்-தால், ராண்டம் மாதிரிகளை விடத் தாமாகத் தேர்ந்தெடுக்கும் மாதிரிகள் சிறந்த முடிவுகளைத் தரும் ஆனால், ராண்டம் மாதிரி முறையைப் பயன்படுத்தும்பொழுது, மாதிரி இனங்களின் எண்ணிக்-கையை அதிகரிக்க அதிகரிக்க மாதிரியிலிருந்து பெறக்கூடிய மதிப்-பீடுகள் மிகவும் துல்லியமாக இருக்கும் தாமாகத் தேர்ந்தெடுக்கும் மாதிரிமுறை இத்தன்மையைப் பெற்றிராது.

நடைமுறையில் மாதிரிகளைத் தேர்ந்தெடுக்கும் பொழுது காலச்செலவையும் பணச்செலவையும் கருத்தில்கொள்ள வேண்டி-யுள்ளது. பெரும்பாலும், ராண்டம் மாதிரி முறையைக் காட்டிலும், தாமாகத் தேர்ந்தெடுக்கும் மாதிரி முறையைப் பயன்படுத்தினால் காலமும் பணமும் குறைவாகச் செலவாகும்.

முன்னோடி ஆய்வுகளில் பெரும்பாலும் தாமாகத் தேர்ந்-தெடுக்கும் மாதிரிகளையே புள்ளியியலாளர் பயன்படுத்துகிறார்.

புள்ளி விவரங்களைப் பரிசோதித்தல்
(Editing the data)
அல்லது
துல்லியமும் தோராயமும் பிழைகளும்
(Accuracy, Approximation and Errors)

சேகரிக்கப்பட்ட புள்ளி விவரங்களில் பிழைகள் உள்ளனவா? அவை முன்னுக்குப்பின் முரணாக உள்ளனவா? அவற்றில் விடுதல்-கள் எவையேனும உள்ளனவா? என்று பரிசோதிப்பதைக் குறிப்-பதற்காக நாம் புள்ளி விவரங்களைப் பரிசோதித்தல் என்ற சொற் றொடரைப் பயன் படுத்துகிறோம். சேகரிக்கப்பட்ட புள்ளி விவ-ரங்களைப் பரிசோதிக்க வேண்டுவது மிகவும் முக்கியமானதாகும்.

புள்ளி விவரங்களைப் பரிசோதிப்பவர் திறமைமிக்கவராகவும் பாரபட்சமில்லாதவராகவும் இருத்தல் வேண்டும். அவசர முடிவுகள் எடுப்பதை இவர் தவிர்க்க வேண்டும். சேகரிக்கப்பட்டுள்ள புள்ளி விவரங்களில் சந்தேகத்துக்கிடமில்லாத பிழைகள் இவர் கண்ணில் பட்டால் அவற்றை இவரே திருத்திவிடலாம். எனினும் சேகரிக்கப்-பட்ட புள்ளி விவரங்களை அடித்துத் திருத்தி அவற்றைப் பொய்-யானவையாக மாற்றி விடுதல் கூடாது. சேகரிக்கப்பட்ட விவரங்-களைத் தேவையின்றி அடித்துத் திருத்துதல் புள்ளியியல் ஆராய்ச்-சிக்குக் குந்தகமாக அமையக் கூடும். எனவே இவர் இவ்வாறு செய்வதைத் தவிர்த்தல் வேண்டும். இயன்றவரை குறைபாடுள்ள வினாத் தொகுதிகளையும் பட்டியல்களையும் செய்தி தருபவருக்கு திருப்பி அனுப்பி அவரையே மாற்றங்களைச் செய்யச் சொல்ல வேண்டும். திருப்தியற்ற வினாத் தொகுதிகளையும் பட்டியல்களை-யும் புறக்கணிப்பதும் தவறாகாது. விவரங்களைப் பரிசோதிக்கும் போது வினாத் தொகுதியிலுள்ள சில வினாக்களை உருவாக்கிய விதம் சரியில்லை என்றோ அல்லது செய்தி தருபவர்கள் வினாக்-களைத் தவறாகப் புரிந்து கொண்டுள்ளனர் என்றோ விவரங்களை பரிசோதிப்பவர் அறியவந்தால் அவர் புதிய ஆராய்ச்சியொன்றை மேற்கொள்வதா அல்லது சேகரிக்கப்பட்ட விவரங்களை அட்ட-வணைப் படுத்துவதா என்பது குறித்துத் தீர்மானிக்க வேண்டும். விவரங்களைப் பரிசோதிப்பவர் வேற்றுமையைப் பயன்படுத்தி வினாத் தொகுதியில் திருத்தங்களையும் மாற்றங்களையும் செய்ய வேண்டும்.

இயன்ற அளவுக்கு அதிக துல்லியமிக்க புள்ளி விவரங்களைப் பெறுவதே புள்ளியியல் ஆராய்ச்சியாளரின் நோக்கமாக உள்ளது. எனவே, இவர் விவரங்களை ஏற்றுக்கொண்டும், மறுத்தும், மாற்றியும் பரிசோதிக்கவேண்டுவது இன்றியமையாததாக உள்ளது. பரிசோதிப்பவர் திறமைமிக்கவராகவும், எச்சரிக்கையுடன் செயல்படக்கூடியவராவும், நியாயமான தீர்ப்பை வழங்கக்கூடியவராகவும், நேர்மையாளராகவும் இருத்தல் வேண்டும்.

பெய்லி (Baily), கம்மிங்ஸ் (Commings) ஆகிய இருவரும் பரிசோதித்தல் நான்கு வகையைச் சேர்ந்தது என்று குறிப்பிட்டுள்ளனர். அவை வருமாறு:

1) முழுமைக்காகப் பரிசோதித்தல் (Editing for completeness)

2) முரண்பாடின்றிப் பரிசோதித்தல் (Editing for consistency)

3) ஒரே தன்மையைப் பெற பரிசோதித்தல் (Editing for uniformity)

4) துல்லியம் பெறப் பரிசோதித்தல் (Editing for accuracy)

1. **முழுமைக்காகப் பரிசோதித்தல்:**

வினாத் தொகுதியோ அல்லது பட்டியலோ முழுதும் நிரப்பப்பட்டுள்ளதா என்பதைப் பரிசோதிப்பவர் கவனிக்க வேண்டும். ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் விடையுள்ளதா என்பதை இவர் கவனிக்க வேண்டும். சில முக்கியமான வினாக்கட்கு விடை தரப்படாதிருந்தால் இவர் செய்தி தருபவருடன் நேரடியாகவோ அல்லது தபால் மூலமாகவோ தொடர்பு கொண்டு விடைகளைப் பெற முயல வேண்டும்.

2. **முரண்பாடின்றிப் பரிசோதித்தல்:**

வினாக்கட்கு வழங்கப்பட்டுள்ள விடைகள் முன்னுக்குப்பின் முரணாக உள்ளனவா என்பதைப்பரிசோதிப்பவர் ஆராய வேண்டும். நீர் மணமானவரா? என்ற வினாவிற்கொருவர் 'இல்லை' என்ற பதிலைக் கூறி, உமக்கு எத்தனை குழந்தைகள் உள்ளன? என்ற வினாவிற்கு 'இரண்டு குழந்தைகள்' என்ற பதிலைக் கூறியிருந்தால் இப்பதில்கள் இரண்டும் முன்னுக்குப்பின் முரணானவை என்பதில் ஐயமில்லை. முன்னுக்குப்பின் முரணாகவுள்ள பதில்கள் தரப்பெற்றிருந்தால் பரிசோதிப்பவர் செய்தி தருபவருடன் நேரடியாகவோ அல்லது தடால் மூலமோ தொடர்பு கொண்டு சரியான விடைகளைப் பெற முயல வேண்டும்.

3. ஒரே தன்மையைப் பெறப் பரிசோதித்தல்:

எல்லா வினாக்கட்கான விடைகளும் ஒரே தன்மையானவையா என்பதைப் பரிசோதிப்பவர் சோதித்தறிய வேண்டும். எடுத்துக் காட்டொன்று காண்போம். வருமானம் குறித்து வினாவிற்குச் சிலர் மாதாந்தரப் புள்ளி விவரங்களையும், வேறு சிலர் வருடாந்தரப் புள்ளி விவரங்களையும், மற்றும் சிலர் தினவாரியான புள்ளி விவரங்களையும் கொடுத்திருக்கலாம். மேலும், சிலர்அடிப்படைச் சம்பளத்தை மட்டும் கொடுத்திருக்கலாம்; வேறுசிலர் மொத்தச் சம்பளத்தைக் கொடுத்-திருககலாம. இது போன்ற நிலைகளில் புள்ளி விவரங்களை ஒப்பிட்-டறிவதற்குப் பயன்படுத்த முடியாது. எனவே, பரிசோதிப்பவர் தரப்-பெற்ற பதில்கள் ஒரே தன்மையானவையா என்பதைச் சோதித்தறிய வேண்டும்

4, துல்லியம் பெறப் பரிசோதித்தல்:

சரியான விவரங்களின் அடிப்படையில் ஆராய்ச்சியை மேற் கொண்டாலேயே நம்பகமான முடிவுகளைப் பெறமுடியும். பெறப் பட்டுள்ள விவரங்கள தவறானவையாகவிருந்தால், பெறக்கூடிய முடிவுகள் உண்மையானவையாக இருக்கமுடியாது. எனவே சேகரிக்கப் பட்டுள்ள புள்ளி விவரங்கள துல்லியமானவையா என்பதையும பரிசோதிப்பவர் சோதித்தறியவேண்டும்.

எனினும் புளளியியல ஆராய்ச்சிகளில் நூற்றுக்கு நூறு துல்-லியம பெறுவது இயலாததாகும், துல்லியமான அறிவியல்கள் என்ற பெயரை ஈட்டியுள்ள பௌதிகம், இரசாயனம் ஆகியவற்றில்கூட நூற்றுக்கு நூறு துலலியம எய்தமுடிவதில்லை. எடுத்துக்காட்டாக, காலத்தை அளவிடுவதில் ஒரு செகண்டில் 1000 – இல் ஒருப்குதி துல்லியத்தைக்கூடப் பெறமுடியவிலலை.

நூற்றுக்கு நூறு துல்லியம புள்ளியியல் ஆராய்ச்சிகளில் தேவையில்லை என்பதும், சாத்தியமில்லை என்பதும் உண்மையே-யாயினும், புள்ளியியல ஆராய்ச்சிகளில் நியாயமான அளவு துல்-லியத்தைப் பெற முயலவேண்டும். நியாயமான அளவு துல்லிய-மானது ஆராய்ச்சியின் தன்மையைப் பொறுத்ததாகும். எடுத்துக் காட்டு ஒன்று காண்போம. மருத்துவ பரிசோதனைக்காக மாண-வர்களின் உயரங்களை அளக்கும்போது ஒரு சென்டிமீட்டரின் சிறு பகுதியையும் நாம் புறக்கணிக்கலாகாது. ஆனால் இரு நகரங்-களுக்கிடையேயுள்ள தூரத்தை அளக்கும்போது சில மீட்டர்களைப் புறக்கணிப்பது தவறாகாது.

புள்ளி விவரங்களைப் பரிசோதிக்கும்போது எந்த அளவுக்குப் பிழைகளைப் பொறுத்துக்கொள்ளலாம் என்பதையும் புள்ளி விவரங்களை எந்த அளவுக்குத் தோராய மதிப்புக்களாக மாற்றலாம் என்பதையும் பரிசோதிப்பவர் தீர்மானிக்கவேண்டும். புள்ளியியலில் மேற்கொண்டு வருகின்ற தோராய மதிப்புக்கள் குறித்தும் புள்ளியியல் பிழைகள் குறித்தும் கீழே விளக்கியுள்ளோம்.

தோராயம் :

ஏராளமான இலக்கங்களையுடைய எண்களாகிய விவரங்களை அப்படியே ஆராய்ந்து அவை புலப்படுத்தும் கருத்துக்களைப் பெற முடியாது. எனவே இவ்வெண்களைத் தோராயமாகக் கணிப்பதற்குப் பல்வேறு முறைகள் உள்ளன. அம்முறைகளைப் பற்றிக் கீழே தந்துள்ளோம்.

(1) மிகவும் அருகாமையிலுள்ள முழு எண்ணுக்குத் தோராயமாகக் கணித்தல் (Approximation to the nearest whole number)

இந்த முறையில் கொடுக்கப்பெறறுள்ள எண்ணிற்குப் பதிலாக அதற்கு வெகு அருகிலுள்ள முழு எண்ணை எடுத்துக்கொள்கிறோம். 2,81,784 மற்றும் 8,36,121 ஆகிய இரு எண்களை தரப்பெற்றிருப்பதாகக் கொள்வோம. இத்தோராய முறைப்படி இந்த இரு எண்களும் முறையே 3,00,000 மற்றும் 8,00,000 என்று தோராயமாக எடுத்துக்கொள்ளப் பெறுகின்றன. இங்கு நாம் பின் பற்றும் விதி வருமாறு:

(a) கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்ணைத் தோராயமாகக் கணிக்கும் பொழுது நாம் விட்டுவிடும் பகுதியானது முழு எண்ணில் பாதிக்குச் சமமாகவோ பாதியை விட அதிகமாகவோ இருந்தால் முழு எண்ணாகவே எடுத்துக் கொள்ளப்படுகிறது. நம்முடைய எடுத்துக் காட்டில் 1,00,000 ஆனது முழு எண்ணாகக் கொள்ளப்பெற்றுள்ளது. முதலில் கொடுக்கப்பெற்றுளள எண்ணில் நாம் விட்டுவிடும் பகுதி 81,784 ஆகும்; இது 1,00,000 இல் பாதியாகிய 50,000 ஐவிட அதிகமாக உள்ளது. எனவே, நாம் விட்டுவிடும் பகுதியாகிய 8,1784-ஐ 1 00,000 என எடுத்துக்கொள்கிறோம். இவ்வாறாக, 2,81,784 என்ற எண் 3,00,000 என்றாகிறது

(b) நாம் விட்டுவிடும் பகுதியானது முழு எண்ணில் பாதிக்குக் குறைவாக இருந்தால அப்படியே விட்டுவிடுகிறோம் நம்முடைய

இரண்டாவது எண்ணில் விட்டுவிடும் பகுதியாகிய 36,121 ஆனது முழு எண்ணாகிய 1,00,000-ல் பாதிக்கும் குறைவாக உள்ளது. எனவே, அதனை விட்டொதுக்கி விட்டு 8,00,000 என்று கொள்கிறோம்.

இன்னும் சில எடுத்துக்காட்டுகள் கீழே தந்துள்ளோம் :

கொடுக்கப் பெற்றுள்ள எண்	தோராயமாகக் கணிக்கப் பெற்றுள்ள எண்
783435	783000
784156	785000
36.9	37
48.2	48
52.48	52.5
67.987	67.99

மேலே தரப்பெற்றுள்ள எடுத்துக்காட்டுக்களில் முதல் இரண்டில் 1000 முழு எண்ணாகக் கொள்ளப் பெற்றுள்ளது. அடுத்த இரண்டில் 1 முழு எண்ணாகவும் அடுத்து 0.1 முழு எண்ணாகவும் இறுதியில் .01 முழு எண்ணாகவும் கொள்ளப்பெற்றுள்ளன.

(ii) **அடுத்துள்ள முழு எண்ணுக்குத் தோராயமாகக் கணித்தல் :** (Approximation to the next whole number)

இம்முறையில் நாம் விட்டுவிடும் பகுதியின் மதிப்பு எதுவாக இருந்தாலும் அது அடுத்துள்ள முழு எண்ணாக எடுத்துகொள்ளப்பெறுகிறது. முன்பு எடுத்துக்கொண்ட அதே இரு எண்களையே மீண்டும் எடுத்துக் கொள்வோம். இந்த முறைப்படி இரு எண்களும் தோராயமாக முறையே 3,00,000, 9,00,000 என்று கொள்ளப் பெறுகின்றன. எண்களிலும் விட்டுவிடப் பெற்றுள்ள பகுதிகளாகிய 81,784 மற்றும் 36,121 ஆகிய இரு எண்களுமே அடுத்த முழு எண்ணாகிய 1,00,000 ஆக எடுத்துக் கொள்ளப் பெற்றுள்ளன.

இந்த இரண்டாவது தோராய முறைப்படி கணித்துச் சில எண்களைக் கீழே தந்துள்ளோம்.

கொடுக்கப் பெற்றுள்ள எண்	தோராயமாகக் கணிக்கப் பெற்றுள்ள எண்
783435	784000
784756	785000
36.9	37
48.2	49
52.48	52.5
67.987	67.99

(iii) **சில இலக்கங்களை ஒதுக்கிவிட்டுத் தோராயமாகக் கணித்தல்:** (Approximation by rejecting certain digits)

இம் முறையில் தோராயமாகக் கணிக்கப்பட வேண்டிய பகுதி முழுவதுமாக விட்டுவிடப்படுகிறது. எடுத்துக்காட்டாக, 2, 81, 784 என்ற எண் தோராயமாக 2,00,000 என்றும் 8, 36, 121 என்ற எண் தோராயமாக 8,00,000 என்றும் கொள்ளப்பெறும். சில எண்களை இம்முறையைப் பயன்படுத்தித் தோராயமாகக் கணித்துக் கீழே தந்துள்ளோம்.

கொடுக்கப் பெற்றுள்ள எண்	தோராயமாகக் கணிக்கப் பெற்றுள்ள எண்
783435	783000
784756	784000
36.9	36
48.2	48
52.48	52·4
67.987	67·98

மேலே விவரிக்கப் பெற்றுள்ள தோராய முறைகள் அனைத்தும் கொடுக்கப்பெற்றுள்ள எண்களை முழுமையானவையாக்கப் பயன்

படுகின்றனவே ஒழிய அவற்றைத் துல்லியமானவையாக்கப் பயன் படவில்லை என்பதைக் கவனத்தில் கொள்ள வேண்டும்.

புள்ளியியல் பிழைகள் (Statistical errors) :

'பிழை' (error) என்னும் சொல்லானது புள்ளியியலில் ஒரு தனிப்பொருளில் பயன்படுத்தப்பெறுகிறது. 'தவறு' (mistake) என்னும் சொல்லுக்குச் சமமாக இச்சொல் பயன்படுத்தப்படவில்லை. புள்ளியியலில் தவறு என்னும் சொல்லானது தவறான கணிப்பு மற்றும் தவறான முடிவுகளைப் பெறுதல் ஆகியவற்றையே குறிக்கும். மாறாக, பிழை என்னும் சொல்லானது உண்மையான அல்லது கொடுக்கப்பெற்றுள்ள (true or actual) மதிப்பிற்கும் மதிப்பீடு செய்யப்பெற்ற அல்லது தோராயமாகக் கணிக்கப்பெற்ற (estimated or approximated) மதிப்பிற்கும் உள்ள வேறுபாடேயாகும், புள்ளியியலின் பிழைகள் மூன்று வகைகளில் பிறக்கின்றன. அவை வருமாறு:

(i) **முதல் நிலைப் பிழைகள்** (Errors of origin) :

பொறுத்தமற்ற வகையில் புள்ளியியல் அலகுகளுக்கு இலக்கணம் தருவதை ஒட்டியும் புள்ளியியல் ஆய்வாளர்களும் விசாரணையாளர்களும் ஒருதலைச் சார்பாக நடப்பதை ஒட்டியும் புள்ளியியல் பிழைகள் தோன்றலாம். இவ்வாறு ஏற்படும் பிழைகளை 'முதல் நிலைப் பிழைகள்' (errors of origin) என்கிறோம்.

(ii) **பற்றாக்குறை காரணமாக எழும்பிழைகள்** (Errors of inadequacy)

தேவைக்குக் குறைவான அளவுள்ள மாதிரியைத் (sample) தேர்ந்தெடுத்ததாலோ நிறைவு பெறாத விவரங்களிலோ ஏற்படும் பிழைகளைப் பற்றாக்குறை காரணமாக எழும் பிழைகள் என்கிறோம்.

(iii) **விவரங்களைக் கையாள்வதில் ஏற்படும் பிழைகள்** :
(Errors of manipulation)

அளத்தல், எடை காணுதல், விவரங்களைச் சேகரித்தல் அல்லது தோராயமாகக் கணித்தல் போன்றவற்றைச் செய்யும் பொழுது தெரியாமல் நாம் செய்யும் பிழைகளே விவரங்களைக் கையாளுவதில் ஏற்படும் பிழைகள் ஆகும்.

பிழைகளின் வகைகள் :

பிழைகள் (a) ஒருபுறச்சாய்வான பிழைகள் (biased errors) (b) நடு நிலையான பிழைகள் (Unbiased errors) என இருவகைப்படும்.

(a) ஒரு புறச் சாய்வான பிழைகள் :

நடுநிலையற்ற ஒரு முகச் சாய்வான எண்ணமுடைய ஆய்வாளராலோ அளக்கப் பயன்படுத்தும் கருவியிலுள்ள குறையாலோ ஏற்படும் பிழைகள் ஒருபுறச்சாய்வான பிழைகள் ஆக இருக்கும். எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு ஆய்வாளர் உணவு உற்பத்தியில் அதிகரிப்பு ஏற்பட்டுள்ளதைக் காண்பிக்க விரும்புகிறார் எனக்கொள்வோம். அவர் கொடுக்கப் பெற்றுள்ள எண்களை அடுத்த முழு எண்ணுக்குத் தோராயமாகக் கணித்துத் தருவார். இவ்வாறு செய்வது எண்களை ஒருபுறச் சாய்வுடையவையாக மாற்றி விடுகின்றன. கொடுக்கப் பெற்றுள்ள எண்களின் எண்ணிக்கை அதிகம் ஆக ஆகப் பிழையின் அளவும் அதிகமாகிக் கொண்டே போகும். தோராயமாகக் கணிக்கப் பெற்றுள்ள எண்களனைத்தும் கொடுக்கப் பெற்றுள்ள எண்களை விட அதிக மதிப்புடையவைகளாக இருந்தால் பிழையானது 'மேல் நோக்கிய ஒருபுறச் சாய்வான பிழை (upward bias) எனப் பெறுகிறது.

ஒரு மீட்டர் அளவுகோலானது 1செ. மீ. நீளம் குறைவானதாக இருப்பதாகக் கொள்வோம். இந்த அளவுகோலைப் பயன்படுத்தி ஒரு மீட்டர் துணி அளந்தால் அத்துணியானது 1 செ.மீ. நீளம் குறைவாக இருக்கும். 5 மீட்டர் துணி அளந்தால் உண்மையான நீளத்தை விட 5 செ. மீ. நீளம் குறைவானதாக இருக்கும் இங்கு ஏற்படும் பிழையானது கீழ்நோக்கிய ஒரு புறச் சாய்வான பிழை (downward bias) எனப் பெறுகிறது இங்கும் இனங்களின் எண்ணிக்கை அதிகரித்தால் (எடுத்துக்காட்டாக, துணி மீட்டரின் எண்ணிக்கை அதிகரித்தால்) பிழையின் அளவும் அதிகரிக்கிறது. 5 மீட்டர் துணி அளந்தால் பிழை 5 செ.மீ ஆகும்; 50 மீட்டர் அளந்தால் பிழை 50 செ. மீ. ஆகும். இவ்வாறாக, ஒரு புறச் சாய்வான பிழையானது படிப்படியாகத் திரண்டு வளரும் தன்மை (cumulative) உடையது ஆகும்.

அடுத்துள்ள முழு எண்ணுக்குத் தோராயமாகக் கணித்தால் மேல் நோக்கிய பிழையும். சில இலக்கங்களை ஒதுக்கி விட்டுத் தோராயமாகக் கணித்தால் கீழ்நோக்கிய பிழையும் ஏற்படும்.

நடுநிலையான பிழைகள் (Unbiased errors)

எண்களை மதிப்பீடு செய்யும் பொழுது அல்லது தோராயமாகக் கணிக்கும் பொழுது தற்செயலாக எதிர்பாராத விதமாகச்

சில பிழைகள் ஏற்படலாம். இவ்வாறு ஏற்படும் பிழைகள் நடுநிலையான பிழைகள் (unbiased errors) எனப்பெறுகின்றன. எடுத்துக்காட்டாக, நாட்டு வருமானப் புள்ளிவிவரங்களைச் சேகரிக்கும் பொழுது சிலருடைய வருமானத்தைத்தெரியாமல் இருமுறை கணக்கில் கொள்ளவும் மற்றும் சிலருடைய வருமானத்தை ஒருமுறை கூடக் கணக்கில் கொள்ளாமல் விட்டு விடவும் வாய்ப்புள்ளது. இங்கு ஏற்படும் பிழைகள் ஒன்றையொன்று ஈடுகட்டும் வகையில் அமைந்துள்ளன. எனவே, இப்பிழைகளின் விளைவு இறுதி முடிவைச் சிறிதளவே பாதிக்கும் சக்தி வாய்ந்தாக இருக்கும்.

மிக அருகிலுள்ள முழு எண்ணுக்குத் தோராயமாகக் கணிக்கும் பொழுது சில தோராய மதிப்புக்கள் உண்மை மதிப்புக்களை விட அதிக மதிப்புடையனவாகவும், மற்றவை உண்மை மதிப்புக்களைவிடக் குறைந்த மதிப்புடையவையாகவும் இருக்கும். இங்கு ஏற்படும் பிழைகள் ஒன்றையொன்று ஈடுகட்டும் வகையில் அமைந்துள்ளதால் நிகரப்பிழை மிகவும் குறைவாக இருக்கும்.

பிழைகளை அளத்தல் (Measurement of errors) :

புள்ளியியல் பிழைகளை இருமுறைகளில் அளக்கலாம் அவை வருமாறு :

(a) முழுமையான அளவைகள் (absolute measures)

(b) தராதர அளவைகள் அல்லது ஒப்பீட்டு அளவைகள் (relative measures).

(a) முழுமையான அளவைகள் :

தோராயமாகக் கணிக்கப் பெற்றுள்ள (அல்லது மதிப்பீடு செய்யப் பெற்ற) மதிப்புக்கும், கொடுக்கப் பெற்றுள்ள (அல்லது உண்மையான) மதிப்புக்கும் இடையேயுள்ள வேறுபாடே முழுமையான அளவையாகும். மதிப்பீடு செய்யப் பெற்ற மதிப்பானது உண்மையான மதிப்பைவிட அதிகமாக இருந்தால் நேர்மறைப்பிழை என்றும், குறைவாக இருந்தால் எதிர் மறைப் பிழையென்றும் கொள்கிறோம்.

கொடுக்கப்பெற்றுள்ள மதிப்பு 12275 என்றும் தோராய மதிப்பு 12000 என்றும் கொள்வோம். இப்பொழுது முழுமையான பிழை அளவு, 12000 – 12275 = —275 ஆகும்.

கொடுக்கப் பெற்றுள்ள மதிப்பை A என்ற எழுத்தாலும் தோராய மதிப்பை E என்ற எழுத்தாலும் குறிப்பிடுவது வழக்கமாகும்.

∴ முழுமையான பிழை அளவு (A.E.) = (E—A)

13864 கொடுக்கப்பெற்றுள்ள மதிப்பென்றும் 14000 தோராய மதிப்பென்றும் கொள்வோம். இங்கு A = 13864; E = 14000

∴ முழுவையான பிழை அளவு அல்லது A. E. = (E—A)

= (14000—13864)

= 136

(b) தாதரப் பிழை அளவை அல்லது ஒப்பீட்டு பிழை அளவை : (Relative Error)

முழுமையான பிழை அளவைக்கும் மதிப்பீடு செய்யப்பெற்ற மதிப்பு அல்லது தோராயமாகக் கணிக்கப்பெற்ற மதிப்பு ஆகிய வற்றிற்கும் இடையே உள்ள விகிதமே ஒப்பீட்டுப் பிழை அளவை எனப் பெறுகிறது.

$$\therefore \text{ஒப்பீட்டுப் பிழை அளவை (R. E.)} = \frac{E-A}{E}$$

கொடுக்கப் பெற்றுள்ள மதிப்பு 5.5 எனவும் தோராய மதிப்பு 5 எனவும் கொள்வோம்.

∴ A = 5.5 E = 5

$$\therefore \text{ஒப்பீட்டுப் பிழை அளவை (R. E.)} = \frac{E-A}{E}$$

$$= \frac{5-5.5}{5}$$

$$= \frac{-.5}{5}$$

$$= -.1$$

10.6 கொடுக்கப்பெற்றுள்ள மதிப்பெனவும் 11 தோராய மதிப்பெனவும் கொள்வோம்.

அங்கு A = 10.6 E = 11

$$\therefore \text{R. E.} = \frac{E-A}{E}$$

$$= \frac{11-10.6}{11}$$

$$= \frac{.4}{11}$$

$$= .036$$

முழுமையான பிழை அளவுகளை, ஒப்பிடுவதற்குப் பயன் படுத்துதல் கூடாது. தராதர அல்லது ஒப்பீட்டுப்பிழை அளவு களையே ஒப்பிடுவதற்குப் பயன்படுத்த வேண்டும்.

ஒப்பீட்டுப் பிழை அளவையை 100-ஆல் பெருக்கிச் ச்த வீதத்தில் தரலாம். இவ்வாறு தரப்பெறும் பிழை அளவையைச் சதவீதப் பிழை அளவை (Percentage error) என்கிறோம்.

$$\therefore \text{சதவீதப் பிழை அளவை} = \frac{E-A}{E} \times 100$$

$$= \text{R. E.} \times 100$$

$A = 5.5,\ E = 5$ என்றால்,

$$\text{சதவீதப் பிழை அளவை} = \frac{E-A}{E} \times 100$$

$$= \frac{5-5.5}{5} \times 100$$

$$= \frac{-.5}{5} \times 100$$

$$= -10\%$$

★ ★ ★ ★ ★ ★

மாதிரி வினாக்கள்

1. புள்ளியியல் ஆராய்ச்சிக்கான திட்டத்தை உருவாக்கும்போது கருத்தில் கொள்ள வேண்டியவை யாவை?

(பி.காம்., ஏப்ரல், 1976)

2 சிறந்த புள்ளியியல் ஆய்விற்குரிய இன்றியமையாத தன்மைகள் யாவை?

(பி.காம்., செப். 1974)

3 புள்ளியியல் அலகு என்றால் என்ன? பல்வேறு வகையான புள்ளியியல் அலகுகள் பற்றியும் புள்ளியியல் அலகைத் தேர்ந்தெடுக்கும் போது கருத்தில் கொள்ள வேண்டியவை பற்றியும் தருக.

(பி.காம்., ஏப்ரல், 1975)

4. புள்ளியியல் அலகுகள் பற்றிச் சிறுகுறிப்பு வரைக.

(பி.காம்., ஏப்ரல், 1973)

5. முதனிலை விவரங்களைப் பெறுவதற்குரிய பல்வேறு முறைகள் யாவை? அம்முறைகளின் நிறைகளையும் குறைகளையும் சுருக்கித் தருக. (பி.காம்., ஏப்ரல், 1975)

6. இரண்டாம் நிலை விவரங்கள் என்றால் என்ன? அவற்றின் முக்கிய தோற்றுவாயில்களையும் அவற்றைப் பயன் படுத்துவதற்கு முன்பு கவனத்தில் கொள்ள வேண்டியவை பற்றியும் தருக. (பி காம்., ஏப்ரல், 1974)

7. வினாத்தொகுதி என்றால் என்ன? சிறந்த வினாத்தொகுதிக்கு உரிய இன்றியமையாத கூறுகளைக் கூறுக. புள்ளி விவரங்களைச் சேகரிப்பதற்கு இம்முறையைப் பயன்படுத்துவதன் நிறைகளையும், குறைகளையும் விளக்குக.

(பி.காம்., செப். 1973)

8. முதல் நிலைப் புள்ளிவிவரங்கள் இரண்டாம் நிலைப் புள்ளி விவரங்கள் இவைகளை விளக்குக.
முதல்நிலைப் புள்ளி விவரங்கள் சேகரிக்கும் முறைகளை சுருக்கமாக விரித்துரை.

(பி.ஏ., செப். 1973)

9 முதனிலைப் புள்ளி விவரங்களைச் சேகரிப்பதன் நிறைகளும் குறைகளும் யாவை?

(பி.காம்., ஏப்ரல், 1973)

10. முதனிலை, இரண்டாம் நிலை விவரங்களுக்குள்ள வேறுபாடு களை ஆராய்க.

(பி.காம்., செப். 1970, ஏப்ரல், 1972, பி.ஏ., செப். 1975)

11. (அ) புள்ளி விவரங்கள் சேகரிப்பில் பயன்படும் பல்வேறு வழிமுறைகளை ஆராய்க.

(ஆ) கல்லூரிக்கு எப்படி மாணவர்கள் வருகிறார்கள், வரு-வதற்கு எடுக்கும் நேரம் — இவற்றை ஆராய ஒரு வினாப்பட்டியல் தயாரிக்க.

(பி.ஏ., ஏப்ரல், 1975)

12. முதல்நிலை, இரண்டாம் நிலை விவரங்கள் என்றால் என்ன' அவைகளைச் சேகரித்தலில் உள்ள பல்வேறு முறைகள் யாவை?

(பி.ஏ., செப். 1974)

13. வினாத் தொகுதியையும் வினாப்பட்டியலையும் வேறுபடுத்திக் காட்டு.

(பி.காம்., செப்., 1970)

14. வினாத்தொகுதி பற்றிச் சிறுகுறிப்பு வரைக.

(பி.ஏ., ஏப்ரல், 1974, செப்., 1975, பி.காம்., ஏப்ரல், 1974, செப்., 1975)

15. ஒரு வினாத் தொகுதியின் முக்கிய தன்மைகளைப் பற்றிச் சுருக்கமாக விளக்குக. உன்னுடைய ஊரில் படித்தவர்க-ளிடையே வேலையில்லாத் திண்டாட்டம் பற்றி ஆய்வு நடத்த மாதிரி வினாத் தொகுதியைத் தயாரிக்க.

(பி.ஏ., ஏப்ரல், 1979)

16. புள்ளி விவரங்களை சேகரிப்பதால் உபயோகப்படுத்தப்படும் வெவ்வேறு முறைகளை ஒப்பிடுக.

(பி.ஏ., செப். 1976)

17. முழுக்கணிப்பு முறையையும் மாதிரி முறையையும் வேறுபடுத் திக் காட்டுக. அவற்றின் தராதர நிறை குறைகளை ஒப்பிடுக.

(பி.காம்., ஏப்ரல், 1974)

18. புள்ளி விவரங்களைச் சேகரிப்பதற்கு ''முழுகணிப்பு முறை'' ''மாதிரி முறை'' ஆகியவற்றைப் பயன்படுத்துவதில் உள்ள நிறைகுறைகளைக் கூறி ஒப்பிடுக.

(பி.காம்., அக்., 1976)

3

புள்ளி விவரங்களை அட்டவணையில் காட்டுதல்

(பாகுபடுத்துதல் — பட்டியல் அமைத்தல் — அலைவெண் பரவல்)

பாகுபடுத்துதல்
(Classification)

விளக்கம்:

புள்ளி விவரங்களைச் சேகரித்து வெறும் எண்களாக அப்படியே வைத்திருந்தோமானால், அப் புள்ளி விவரங்கள், புலப்படுத்தும் கருத்துக்களைத் தெரிந்து கொள்வது இயலாது. சேகரிக்கப்பட்ட விவரங்களில் உள்ள ஒத்த இனங்களையெல்லாம் ஒவ்வொரு பிரிவாகப்பிரித்து, ஒழுங்குபடுத்துவதற்குப் 'பாகுபடுத்துதல்' அல்லது, 'வகைப்படுத்துதல்' (Classification) என்று பெயர்.

கருத்தில் கொள்ள வேண்டியவை:

சிறந்த 'பாகுபடுத்தலுக்கு' உரிய தன்மைகளை வரையறுத்துக் கூறமுடியாது. என்றாலும் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள மூன்று தன்மைகளையும் உடைய பாகுபாட்டினைப் பொதுவாக உயர்ந்ததெனக் கொள்ளலாம். அத்தன்மைகள் வருமாறு:

1. விவரங்களைப் பாகுபடுத்திய பின்பு அய்யப்பாடுகள் தோன்றுதல் கூடாது. அய்யப்பாடுகளை முழுவதுமாக நீக்குவதே விவரங்களைப் பாகுபடுத்துவதின் முக்கிய நோக்கமாகும். எனவே விவரங்களைப் பாகுபடுத்தும்பொழுதும் மற்றும் பாகுபடுத்திய பின்பும் அய்யங்கள் எழாத வண்ணம் பார்த்துக் கொள்ள வேண்டியது அவசியம். எடுத்துக்காட்டாக மக்களைக் 'கல்வியறிவுடையவர்கள்' என்றும் 'கல்வியறிவு இல்லாதவர்கள்' என்றும் பாகுபடுத்தலாம்.

அதற்கு முதற்கண், 'கல்வியறிவுடையவர்' மற்றும்' கல்வியறிவு இல்லாதவர்' என்ற சொற்றொடாகளை எந்தப் பொருளில் பயன்படுத்தத் தீர்மானித்துள்ளோம் என்பதைத் திட்டவட்டமாக விளக்க வேண்டும்.

2 புள்ளி விவரங்களை எந்தெந்த இனங்களின கீழப் பாகுபடுத்துகிறோமோ அந்தந்த இனங்களை ஒரேபொருளில் தொடர்ந்து பயன் படுத்த வேண்டும். எடுத்துக்காட்டாக, எஸ் எஸ்.எல் சி படித்தவரே கல்வியறிவுடையவர் என்று கொண்டால் தொடர்ந்து இப்பொருளிலேயே இச்சொற்றொடரைப் (அதாவது 'கல்வியறிவு உடையவர், என்ற சொற்றொடரைப்) பயன்படுத்தி வரவேண்டும்

3. பாகுபடுத்தும பொழுது, ஒரு சொற்றொடரை எந்தப் பொருளில் பயன்படுத்துகிறோமோ அதே பொருளில் தொடர்ந்து பயன்படுத்தி வரவேண்டும் என்று மேலே கூறியுள்ளதை அப்படியே மேற்கொள்ள வேண்டும் என்பதில்லை காலப் போக்கில் ஏற்படும மாறுபாடுகளைப் பிரதிபலிக்கும் வகையில நாம் பயன் படுத்தும சொறறொடரின்பொருளை மாற்றியமைத்துக் கொள்ள வேண்டும.

வகைகள்:

பொதுவாக, விவரங்களைக் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள நான்கு வகைகளில் பாகுபடுத்தலாம்.

1. இடப்பாகுபாடு (Spatial or geographical classification)
2. காலப் பாகுபாடு (Temporal or chronological classifiction)
3. பண்பினப் பாகுபாடு (Qualitative classification)
4. அளவினப்பாகுபாடு (Quantitative classification)

1. இடப்பாகு பாடு

இடவேறுபாடுகளின் அடிப்படையில் புள்ளி விவரங்களைப் பாகுபடுத்துவதற்கு 'இடப்பாகுபாடு' என்று பெயர் எடுத்துக் காட்டாக, ஒரு நாட்டின் மக்கள் தொகை பற்றிய புள்ளி விவரங்களை ஒவ்வொரு மாநிலத்தையும் சேர்ந்த மக்களின் எண்ணிக்கையைக் கணித்து, மாநில வாரியாகப் பயன் படுத்தலாம். இது இடப்பாகுபாடு செய்து கிடைக்கும் விவரங்கள் 'இடத்தொடர் வரிசை' (Spatial Series) எனப் பெறுகிறது.

2. காலப்பாகுபாடு

கால்த்திறகுக் காலம் மாறுபடும் விவரங்களைப் பாகுபடுத்துவதற்குக் 'காலப்பாகுபாடு' என்று பெயர். இப்பாகுபாட்டைக் 'காலத் தொடர்வரிசை' (Time Series) என்று அழைக்கலாம் எடுத்துக்காட்டாக ஒரு நாடு 1976 முதல் 1979 முடிய நான்கு ஆண்டுகளில் இறக்குமதி செய்த சைக்கிள்களின் மொத்த மதிப்பு கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

வருடம்	இறக்குமதியான சைக்கிள்களின் மொத்த மதிப்பு (கோடி ரூபாயில்)
1976	5
1977	7
1978	6
1979	4

பண்பினப் பாகுபாடு, அளவினப்பாகுபாடு ஆகியவற்றைப் பற்றித் தெரிந்து கொள்வதற்கு முன்பு 'மாறி' (Variable) என்ற கருத்துப் படிமத்தை மாணவர்கள் அறிந்து வைத்திருத்தல் வேண்டும். எனவே, மாறி என்னும் கருத்துப்படிமம் பற்றிக் கீழே விளக்கம் தந்துள்ளோம்.

மாறி (variable): இடத்திற்கு இடம் அல்லது நபருக்கு நபர் அல்லது காலத்திற்குக் காலம் மாறுபடக் கூடிய பண்பை 'மாறி' என்று புள்ளியியலில் குறிப்பிடுகிறோம். இதனையே வேறொரு முறையிலும் கூறலாம். அதாவது (பல்வேறு இடங்கள் அல்லது பல்வேறு நபர்கள் அல்லது பல்வேறு காலங்களை எடுத்துக் கொண்டால்) **ஒன்றுக்கும் மேற்பட்ட மதிப்புக்களைப் பெறக்கூடிய பண்பை** மாறி என்கிறோம்

உயரம் நபருக்கு நபர் மாறக்கூடியது அதாவது, உயரம் என்ற பண்பானது ஒன்றுக்கும் மேற்பட்ட மதிப்புக்களைப் பெறக் கூடியது. எனவே உயரம் ஒரு மாறியாகும்.

இதே போல ஒரு குறிப்பிட்ட இடத்தில் ஒரு பொருளின் விலையானது காலத்திற்குக் காலம் மாறிய வண்ணம் இருக்கும். எனவே, விலை ஒருமாறியாகும்.

ஒரு இடத்திலுள்ள பல்வேறு கம்பெனிகளின் விற்பனை அளவுகள் மாணவர்களின் எடை முதலியவை மாறிகளாகும்,

மாறிகளைக் கீழ்க்காணும் இரு பெரும் பிரிவுகளாகப் பிரிக்கலாம்:

(i) அளவின மாறிகள் (Quantitative variables)

(ii) பண்பின மாறிகள் (Qualitative variables)

அனவின மாறிகள் (Quantitative variables): ஒரு மாறியின் மதிப்புக்களை **அளந்து எண்களால்** குறிப்பிட முடியும் என்றால் அம்மாறியை அளவின மாறி என்கிறோம்.

மாணவர்களின் எடையை அளந்து எண்களில் தரமுடியும். எனவே, எடை ஒரு அளவின மாறியாகும். இதேபோல உயரம், வயது, விலை, விற்பனை அளவு முதலியவையும் அளவின மாறிகளாகும்.

பண்பின மாறிகள் (Qualitative variables): ஒரு மாறியின் மதிப்புக்களை **அளக்கவோ எண்களால் குறிப்பிடவோ** முடியாதென்றால் அம்மாறியைப் பண்பினமாறி என்கிறோம். பண்பினமாறியை 'attribute' என்றும் ஆங்கிலத்தில் குறிப்பிடுவதுண்டு.

ஒரு நபரின் மதத்தை அளக்க இயலாது வெவ்வேறு மதத்தைச் சேர்ந்த நபர்களின் எண்ணிக்கையை மட்டுமே காண இயலும். எனவே, மதம் ஒரு பண்பின மாறியாகும். இதே போல கல்வியறிவு. பால், மணமானவரா இல்லையா, காது கேளாத தன்மை, ஏழ்மை முதலியவையும் பண்பின மாறிகளாகும்.

3. பண்பினப் பாகுபாடு (Qualitative classification) :

பண்பின மாறியின் அடிப்படையில் புள்ளி விவரங்களைப் பாகுபடுத்துவதற்குப் 'பண்பினப் பாகுபாடு' என்று பெயர். கல்வியறிவு என்ற பண்பின் அடிப்படையில் மக்களைப் பாகுபடுத்துவதாகக் கொள்வோம். இங்கு, ஒருவர் கல்வியறிவுடையவரா கல்வியறிவில்லாதவரா என்று மட்டும் நம்மால் கூறமுடியுமே தவிர அவர் பெற்றிருக்கும் கல்வியறிவினை அளக்கவோ எண்களால் குறிப்பிடவோ முடியாது.

ஒரு குறிப்பிட்ட பண்பின் அடிப்படையில் மக்களை அக்குறிப்பிட்ட பண்பை உடையவர்கள் மற்றும் இல்லாதவர்கள் என்று இரண்டு பிரிவாகப் பிரிக்கலாம். இவ்வாறு ஒரு பண்பின் அடிப்-

படையில் விவரங்களை இரண்டு பிரிவுகளாகப் பாகுபடுத்துவதற்கு 'எளிய' அல்லது 'இருவழிப்' பாகுபாடு (simple or two fold classification) என்று பெயர். 'பால்' என்ற பண்பின் அடிப்படையில் மக்களை 'ஆண்' என்றும் 'பெண்' என்றும் இரண்டு பிரிவுகளாகப் பாகுபடுத்தலாம். இது எளிய' பாகுபாட்டிற்கு எடுத்துக் காட்டாகும்.

விவரங்களை ஒன்றுக்கும் மேற்பட்ட பண்புகளின் அடிப்படையில் பல பிரிவுகளாகவோ அல்லது பல உட்பிரிவுகளாகவோ பிரித்துப் பாகுபடுத்தலாம். இவ்வாறு பாகுபடுத்துவதற்குப் 'பல வழிப்பாகுபாடு' (Manifold classification) என்று பெயர். எடுத்துக் காட்டாக, மக்களை கல்வியறிவுடையவர்கள் அல்லது கல்வியறிவில்லாதவர்கள என்றும் மேலும் ஆண் அல்லது பெண் என்றும் பிரிக்கலாம். இங்குக் 'கல்வியறிவு', 'பால்' என்ற இரண்டு பண்புகளின் அடிப்படையில் பாகுபாடு செய்யப்படுகிறது. ஒருவர் கல்வியறிவுடையவராகவோ, இல்லாதவராகவோ இருக்கலாம்; அவர் ஆணாகவோ, பெண்ணாகவோ இருக்கலாம். எனவே, கீழே தரப்பட்டுள்ள நான்கு பிரிவுகளாக மக்களைப் பாகுபடுத்திக் காட்டலாம்.

i) கல்வியறிவுடைய ஆண்கள்

ii) கல்வியறிவில்லாத ஆண்கள்

iii) கல்வியறிவுடைய பெண்கள்

iv) கல்வியறிவில்லாத பெண்கள்

'சமயம்' (Religion) என்ற பண்பையும் மூன்றாவதாக எடுத்துக் கொண்டால், மேலே உள்ள நான்கு பிரிவுகளையும் இன்னும் பல பிரிவுகளாகப் பிரிக்கலாம்.

4. அளவினப் பாகுபாடு:

ஏதேனும் ஒரு அளவின மாறியின் அடிப்படையில் விவரங்களைப் பாகுபடுத்துவதற்கு 'அளவினப் பாகுபாடு' என்று பெயர். இவ்வகையான பாகுபாட்டை 'அலைவெண் பரவல்' என்று அழைக்கிறோம். குடும்பங்களை அவற்றிலுள்ள குழந்தைகளின் எண்ணிக்கையின் அடிப்படையிலோ அல்லது மொத்த நபர்களின் எண்ணிக்கையின் அடிப்படையிலோ பாகுபடுத்தலாம். மாணவர்களை அவர்களின் உயரங்களின் அடிப்படையிலோ அல்லது அவர்கள் பெற்றிருக்கும் மதிப்பெண்களின் அடிப்படையிலோ பாகுபடுத்தலாம். குழந்தைகளின் எண்ணிக்கை, குடும்பத்திலுள்ள நபர்களின் எண்ணிக்கை, உயரம் மற்றும் மதிப்பெண் ஆகியவை அளவின மாறிகளாகும்.

எனவே, இவற்றின் அடிப்படையில் பாகுபடுத்துவதை 'அளவினப்-பாகுபாடு'- என்று கூறுகிறோம்.

புள்ளியியல் தொடர் வரிசைகள்: (Statistical series)

மாறக்கூடிய தன்மையுடைய இரு அளவினப் பண்புகளின் (அதாவது, அளந்து எண்களில் தரக்கூடிய பண்புகளின்) மதிப்புக்-களை அடுத்தடுத்து வரிசைப்படுத்தினால் நாம் பெறுவதே 'புள்ளி-யியல் தொடர் வரிசை' எனப் பெறுகிறது. ஒரு பண்பின் மதிப்பில் மாற்றம் ஏற்படும் பொழுது அடுத்த பண்பின் மதிப்பில் ஏற்படும் மாற்றத்தை அறிந்து கொள்ளும் வகையில் இரு பண்புகளின் மதிப்புக்களும் வரிசையாகத் தரப்பெற்றிருக்கும். எடுத்துக்காட்டாக 100 மாணவர்கள் பெற்றுள்ள மதிப்பெண்களை அவர்களுடைய வரிசை எண்ணிற்கேற்றவாறு வரிசைப்படுத்தினால் கிடைப்பது ஒரு 'புள்ளியியல் தொடர் வரிசை' ஆகும்.

காலம், இடம் மறறும் பண்பை (Time space and condition) அடிப்படையாகக் கொண்டு செய்யப்பெறும் பாகுபாடானது முறையே காலத் தொடர்வரிசை. (Time series) இடத் தொடர் வரிசை (Spatial series) மற்றும் பண்புத தொடர் வரிசை (Condition Series) ஆகிய மூன்று வகையான புள்ளியியல் தொடர் வரிசைகளைத் தருகிறது.

காலத் தொடாவரிசை மற்றும இடத் தொடர் வரிசை பற்றி ஏற்கனவே விளக்கியுள்ளோம. எனவே பண்புத் தொடர் வரிசை பற்றிக் கீழே காண்போம்.

பண்புத் தொடர் வரிசை (Condition Series):

வருவாய், செலவு, மாணவர்களின் உயரம் போன்ற ஏதேனும் ஒரு பண்பில் ஏற்படும் மாறறங்களை அடிப்படையாகக் கொண்டு சேகரிக்கப் பெற்ற விவரங்களிலிருந்து பெறும் தொடர் வரிசையே பண்புத்தொடர் வரிசை எனப் பெறுகிறது. பண்புத் தொடர் வரிசை யானது 'அலைவெண் அட்டவணை' (frequency table) அல்லது 'அலைவெண் பரவல்' (frequency distribution) வடிவில் இருக்கும்.

புள்ளியியல் தொடர் வரிசையானது தொடர்ச்சியானதாகவோ (continuous) தொடர்ச்சியற்றதாகவோ (discrete) இருக்கலாம்.

தொடர்ச்சியற்ற தொடர் வரிசை (Discrete series):

கீழே தரப்பெற்றுள்ள தன்மைகளையுடைய இனங்களிலிருந்து (items) பெறும் தொடர் வரிசையே தொடர்ச்சியற்ற தொடர்

வரிசை ஆகும். இனங்களின் தன்மைகள் வருமாறு:

(i) இனங்களின் மதிப்புக்கள் துல்லியமாக அளந்தறியக் கூடியவையாக இருத்தல் வேண்டும்.

(ii) ஒவ்வொரு அலகும் (unit) பல உட்பகுதிகளாகப் பிரிக்கும் வண்ணம் அமைந்திருத்தல் கூடாது.

(iii) ஒவ்வொரு அலகும் தனிப்பட்ட ஒன்றாகவும் முழுமையானதாகவும் இருத்தல் வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டாக, ஒவ்வொரு தொழிற்சாலையிலும் வேலை பார்க்கும் தொழிலாளர்களின் எண்ணிக்கை பற்றிய விவரங்களிலிருந்து பெறும் தொடர் வரிசை தொடர்ச்சியற்ற ஒன்றாகும். ஏனெனில் ஒவ்வொரு தொழிற்சாலையிலும் வேலை பார்ப்போரின் எண்ணிக்கையைத் துல்லியமாகப் பெற முடியும். இங்கு ஒவ்வொரு தொழிலாளரும் ஒரு அலகாகும். ஒவ்வொரு அலகும் பிரிக்க முடியாதவாறு உள்ளது (அரைத்தொழிலாளர், கால்தொழிலாளர் என்று தொழிலாளரைப் பின்னப் பகுதியில பெறமுடியாது). மேலும ஒவ்வொரு அலகும் (ஒவ்வொரு தொழிலாளரும்) தனிப்பட்ட ஒன்றாகவும் முழுமையானதாவும் உள்ளது. ரூ 100, ரூ.110 முதலிய வருமானங்களைப் பெறும நபர்களின் எண்ணிக்கை பற்றிய புள்ளி விவரங்களிலிருந்து பெறும் தொடர் வரிசை மற்றும் புத்தகங்களிலுள்ள பக்கங்களின் எண்ணிக்கை பறறிய புள்ளி விவரங்களிலிருந்து பெறும் தொடர் வரிசை ஆகியவையெல்லாம் தொடர்ச்சியற்ற தொடர் வரிசைக்கு எடுத்துக்காட்டுகளாகும்.

தொடர்ச்சியான தொடர் வரிசை (Continuous Series) :

துல்லியமாக அளந்தறிய முடியாத மதிப்புகளையுடைய இனங்களிலிருந்து பெறும தொடர் வரிசையானது 'தொடர்ச்சியான தொடர் வரிசை' எனப் பெறுகிறது. இங்கு ஒவ்வொரு அலகும் உட்பிரிவுகளை உடையதாக இருகும். எடுத்துக்காட்டாக, உயரத்தை மிகமிகத் துல்லியமாக அளக்க இயலாது. மேலும், துல்லியமாக 5' 5'' உயரமுடைய நபர்களின் எண்ணிக்கையைப் பெற முடியாது. 5' 5'' உயரமுடையவர்கள் என்று நாம கருதும் நபர்களில் ஒவ்வொருவருடைய உண்மையான உயரமும் 5' 5''-விருந்து நூற்றில் அல்லது ஆயிரத்தில் ஒரு பங்கு அங்குல வேறுபாடுடையதாக இருக்கலாம். இப்படிப்பட்ட சந்தர்ப்பங்களில் கொடுக்கப் பெற்றுள்ள விவரங்கள் சில தொகுதிகளாகவோ பிரிவு

இடைவெளிகளாகவோ தரப் பெறுகின்றன. எடுத்துக்காட்டாக 5' 5'' ற்கும்5' 6''ற்கும் இடையிலுள்ள ஏதேனும் உயரமுடைய நபர்களின் எண்ணிக்கையை நாம் துல்லியமாக எண்ணிப் பெற முடியும். இப்படிப்பட்ட தொடர் வரிசைகளைத் தொடர்ச்சியான தொடர் வரிசைகள் என்று அழைக்கிறோம்.

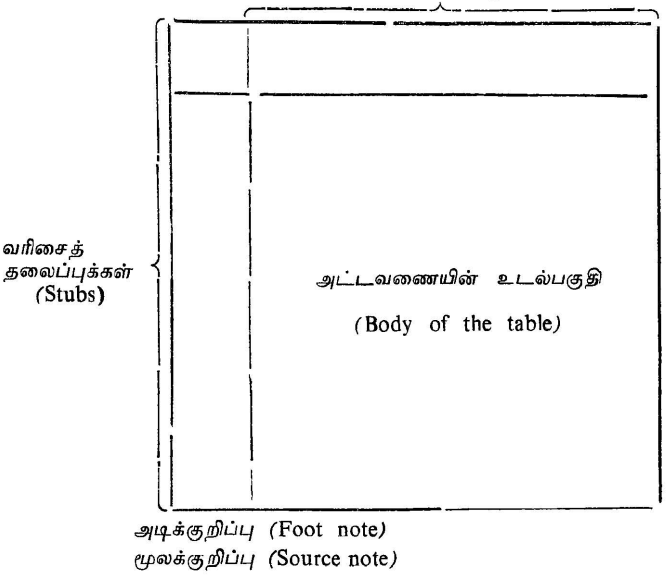
★ ★ ★ ★ ★

பட்டியல் அல்லது அட்டவணை அமைத்தல் (Tabulation)

புள்ளி விவரங்களைத் தருகின்ற முறைகளில் பட்டியலமைத்தல் ஒன்றாகும். பட்டியலமைத்தலானது பாகுபடுத்தப் பெற்ற விவரங்களை முறையாகத் தொகுக்கப் பெற்ற ஒரு பட்டியல் வாயிலாகத் தருவதாகும். பட்டியல் அல்லது அட்டவணை (table) என்பது புள்ளி விவரங்களைச் செவ்வக வடிவில் பல பத்திகளிலும் (columns) வரிசைகளிலும் (rows) ஒழுங்கு படுத்தித் தருவதாகும். அட்டவணையிலுள்ள பத்திகளும் வரிசைகளும் தலைப்புக்களைப் பெற்றிருக்கும். எந்த அட்டவணையிலும் முதல் பத்தியில் வரிசைகளின் தலைப்புக்கள் தரப் பெற்றிருக்கும். இந்த முதல் பத்தியை ஆங்கிலத்தில் 'stub' என்று குறிப்பிடுவது வழக்கமாகும். முதல் பத்தி தவிர ஏனைய பத்திகளுக்குத் தலைப்புகள் தரப் பெற்றிருக்கும். இத்தலைப்புக்களை ஆங்கிலத்தில் 'Captions' என்று குறிப்பிடுவது வழக்கமாகும். பத்திகளிலும் வரிசைகளிலும் தந்துள்ள எண்கள், அதாவது புள்ளி விவரங்கள் பட்டியலின் உடல் பகுதி (body of the table) எனப் பெறுகிறது. எந்தவொரு அட்டவணைக்கும் பொருத்தமானதொரு தலைப்புத் தருதல் வேண்டும். அட்டவணையின் தலைப்பு, அட்டவணையிலுள்ள பத்திகளின் தலைப்புகள், வரிசைகளின் தலைப்புகள், அட்டவணையின் உடல் பகுதி ஆகியவை ஒரு அட்டவணையின் நான்கு முக்கிய பகுதிகளாகும். குறிப்பிட்ட சில சந்தர்ப்பங்களில் அட்டவணை வேறு சில பகுதிகளையும் பெற்றிருக்கும். அவை வருமாறு (i)முன் குறிப்பு அல்லது விளக்கக்குறிப்பு (Prefactory or explanatory note) இக்குறிப்பானது அட்டவணையின் தலைப்பிற்கு அடுத்துக் கீழ, ஆனால் அட்டவணைக்கு மேலே தரப் பெற்றிருக்கும். (ii)அடிக்குறிப்பு (foot note) இக்குறிப்பு அட்டவணையின் உடல் பகுதியை அடுத்தாற் போல் கீழே தரப் பெற்றிருக்கும். (iii) மூலக்குறிப்பு (Source note) — இக்குறிப்பானது அடிக்குறிப்பிற்குக் கீழே இறுதியாகத் தரப்பெற்றிருக்கும்.

அட்டவணையின் பகுதிகளை விளக்குமுகமாக அட்டவணை-யின் பொது உருவப்படம் ஒன்று கீழே தந்துள்ளோம்.

அட்டவணைத் தலைப்பு (Title of the table)



பட்டியல் அமைக்கும் முறை : சிறந்த பட்டியலொன்றை அமைப்-பதற்கு கீழ்க்காணும் கருத்துக்களைக் கவனத்தில் கொள்ள வேண்டும்.

1. **அட்டவணைத் தலைப்பு**: ஒவ்வொரு அட்டவணைக்கும் எளிதில் தெளிவாகப் புரிந்து கொள்ளக்கூடிய தலைப்பொன்று தருதல் அவசியம். அட்டவணைத் தலைப்பானது, புள்ளி விவரங்கள் (i) எதைப் பற்றியவை? (ii) எங்கிருந்து பெறப்பட்டவை? (iii) எக்காலத்-திற்குரியவை (iv) எவ்வாறு பாகுபடுத்தப் பெற்றுள்ளன? என்பது போன்ற வினாக்களுக்கு விடையளிக்கும் வண்ணம் அமைந்திருத்தல் வேண்டும். சிறந்த தலைப்பானது எப்போதும் சிறியதாக ஆனால் முழுமையானதாக இருக்கும்.

சிலசமயங்களில், அட்டவணைத் தலைப்பை ஒன்றுக்கும் மேற்பட்ட வரிகளில் தரவேண்டியிருக்கும். இவ்வரிகளைத் தலைகீழாகக் கவிழ்க்கப் பெற்ற பிரமிடு போன்ற உருவில் தருவது வழக்கமாகும். எடுத்துக்காட்டாகக் கீழே ஒரு தலைப்புத் தந்துள்ளோம்.

இந்தியாவில் பல்வேறு துறைமுகங்கள் வழியாகச் செய்த ஏற்றுமதியும் இறக்குமதியும் 1970 - 75

2. **பத்தித் தலைப்புக்களும் வரிசைத் தலைப்புக்களும்:** பத்தித்தலைப்புக்களும் வரிசைத் தலைப்புக்களும் சுருக்கமாக இருத்தல் வேண்டும். அதே நேரத்தில் நாம் எதைக் குறிப்பிட விரும்புகிறோமோ அதைக்குறிக்கும் வண்ணமும் அமைந்திருத்தல் வேண்டும். மொத்தங்களையும் (totals) பிரிவு மொத்தங்களையும் (subtotals) தெளிவாகக் குறிப்பிடுதல் வேண்டும். தேவைப் பட்டால், மொத்தங்களைக் குறிக்கும் எண்களையும் தலைப்புக்களையும் தடித்த எழுத்துக்களால் குறிப்பிடலாம்; அல்லது மொத்தங்களையும் தலைப்புக்களைப் பெற்றுள்ள பத்திகளையும் வரிசைகளையும் தடித்த கோடுகளைப் பயன்படுத்தி மற்றப் பத்திகளிலிருந்து வேறுபடுத்திக் காட்டலாம். மொத்தங்களின் எல்லாப் பகுதிகளும் அட்டவணையில் தரப்பெறாத பொழுது அம்மொத்தங்களைப் பத்திகளின் ஆரம்பத்திலேயோ அல்லது வரிசைகளின் ஆரம்பத்திலேயோ தருவது நல்லது.

3. **புள்ளி விவரங்களின் அலகுகள்:** அட்டவணையில் தந்துள்ள விவரங்களின் அலகுகளை ஒவ்வொரு **பத்தித்** தலைப்பிலோ அல்லது ஒவ்வொரு வரிசைத் தலைப்பிலோ தெளிவாகக் குறிப்பிட வேண்டும் அட்டவணையிலுள்ள எல்லாப் புள்ளி விவரங்களும் ஒரே அலகில் இருந்தால் அதனை அட்டவணைக்கு மேலே குறிப்பிடலாம்

4. **அட்டவணையின் உடல் பகுதி:** சேகரிக்கப் பெற்ற எண் விவரங்கள் அட்டவணையின் உடல்பகுதியில் தரப்பெறுகின்றன. ஒவ்வொரு பிரிவைச் சேர்ந்த விவரங்களுக்குரிய பிரிவு மொத்தங்கள் தனித்தனியே தரப்பெறுவதோடு, எல்லாப் பிரிவு மொத்தங்களின் கூட்டு மொத்தமும் உடல் பகுதியில் தரப்பெறுதல் வேண்டும்

5. **முன்குறிப்பு:** முன்குறிப்பு அட்டவணைத் தலைப்பையடுத்து உடன் கீழே தருதல் வேண்டும், இதனை மிகவும் சிறிய

எழுத்துக்களில் தருதல் வழக்கம். முன்குறிப்பானது அட்டவணை முழுவதும் குறித்தோ அல்லது அட்டவணையின் முக்கிய பகுதிகள் குறித்தோ விளக்கம் தருகிறது. எடுத்துக்காட்டாக, எல்லா விவரங்களும் மில்லியன் டன்களில் உள்ளன என்று தரலாம்.

6. **அடிக்குறிப்பு** : அடிக்குறிப்பானது அட்டவணையிலுள்ள ஒரு குறிப்பிட்ட இனம் குறித்தோ, ஒரு குறிப்பிட்ட பகுதி குறித்தோ அல்லது விடுதல் (omission) ஏதேனும் இருந்தால் அது குறித்தோ விளக்குகிறது அட்டவணையின் உடல் பகுதிக்குக் கீழே அடிக்குறிப்புதரப் பெறுகிறது.

7. **மூலக்குறிப்பு** : மூலக்குறிப்பானது முழுமையாகவும் தெளிவாகவும் இருத்தல் வேண்டும். மூலக்குறிப்பில் புள்ளி விவரங்களை எப்புத்தகத்திலிருந்து பெற்றுள்ளோமோ அப்புத்தக ஆசியரின் பெயர், புத்தகத் தலைப்பு, வெளியீட்டுக்காலம், பகுதி, பக்கம் முதலியவை பற்றித் தருதல் அவசியம். மூலத்தைப் பார்த்து அட்டவணையில் தந்துள்ள புள்ளி விவரங்களை சரிபார்ப்பதற்கு அல்லது மேலும் சில புள்ளிவிவரங்களைப் பெறுவதற்கு மூலக்குறிப்பு உதவுகிறது

8. **புள்ளி விவரங்களை வரிசைப் படுத்துதல்**: புள்ளி விவரங்களை ஒன்றோடொன்று ஒப்பிடுவதற்கு ஏற்ற வகையில் அவற்றை அகர வரிசைப் படியோ, காலக் கிரமமாகவோ, இடவேறு பாட்டிற்கேற்ற படியோ, மதிப்பிற்கேற்றபடியோ, அவற்றின் முக்கியத்துவத்திற் கேற்றபடியோ வரிசைப்படுத்தித் தருதல் வேண்டும்.

9. அட்டவணைப்படுத்துவதற்கு முன்பாக தேவையற்ற விவரங்களைக் குறைக்கும் பொருட்டு, கொடுக்கப் பெற்றுள்ள இனங்கைளை அருகிலுள்ள எண்களுக்குத் தோராயமாக மாற்றிக் கொள்ளவேண்டும். கொடுத்துள்ள புள்ளி விவரங்கள் மிகப்பெரிய எண்களாக இருந்தால் தோராயமாக அவற்றை ஆயிரங்களில், இலட்சங்களில் அல்லது பத்து இலட்சங்களில் குறிப்பிடலாம்.

10. இடைவெளியில்லாமல் நீண்ட பத்திகளில் எண்கள் கொடுக்கப் பெற்றிருந்தால் விவரங்களை அறிந்து கொள்வது கடினம எனவே 5 அல்லது 10 வரிசைகளுக்கு ஒரு முறை சிறிது இடைவெளி விட்டு எண்களைக் குறிப்பிட்டால் தெளிவாக இருக்கும்.

11. அட்டவணையிலுள்ள பத்திகளின் எண்ணிக்கை மிகவும் அதிகமாக இருந்தால் ஒவ்வொரு பகுதியையும் குறிப்பிடுவதற்கு ஒரு எண்ணையோ அல்லது எழுத்தையோ குறியீடாகப் பயன் படுத்த வேண்டும்,

12. ஒப்பிட்டுப் பார்க்க வேண்டிய எண்களை முடிந்த வரையில் அடுத்தடுத்துள்ள பத்திகளில் கொடுப்பது நல்லது

13. ஒரே எண் திரும்பத் திரும்ப அட்டவணையில் வந்தால் அதனை 'மேற்படி' குறியீட்டைப் (dittomark) பயன்படுத்திக்குறிப்பிடாமல் எண்ணையே தருதல் வேண்டும். ஏனெனில் 'மேற்படி' குறியீட்டை 11 என்ற எண்ணாகத் தவறாகக் கருத வாய்ப்புள்ளது.

14. சுருக்கக் குறியீடுகளை (abbreviations), குறிப்பாக, அட்டவணைத் தலைப்பிலும் பத்தி வரிசைத் தலைப்புக்களிலும் பயன்படுத்துவதைத் தவிர்க்க வேண்டும். எடுத்துக்காட்டாக, சென்டிமீட்டரைக் குறிப்பதற்கு 'செ. மீ' என்ற சுருக்கக் குறியீட்டைப் பயன்படுத்துதல் கூடாது.

15. அதிகமான புள்ளிவிவரங்களை ஒரே பட்டியலில் தருவதென்றால் பத்திகள், வரிசைகளின் எண்ணிக்கை அதிகமாக இருக்கும். எனவே அவற்றைப் புரிந்து கொள்வதும் கடினமாக இருக்கும். இப்படிப்பட்ட சந்தர்ப்பங்களில், புள்ளிவிவரங்களை ஒன்றுக்கும் மேற்பட்ட அட்டவணைகளில் தரலாம். இப்படித் தயாரிக்கப்படும் அட்டவணைகள் ஒவ்வொன்றும் ஒரு கருத்தை விளக்குவதாக அமைந்திருக்க வேண்டும்.

மேலே கொடுத்துள்ள கருத்துக்களில் சில எல்லாச் சந்தர்ப்பங்களிலும் மேற்கொள்ளக் கூடியவையாகவோ அல்லது எல்லோராலும் ஏற்றுக்கொள்ளப் பட்டவையாகவோ இல்லை, சில சந்தர்ப்பங்களில் அவற்றை மேற்கொள்ள முடியாதவாறு இருக்கும். என்றாலும் அக்கருத்துக்களின் பயனை நாம் அறிந்து வைத்திருப்பது அவசியமாகும். ''பட்டியலமைத்தலில் கட்டாயமாகக் கடைப்பிடிக்க வேண்டிய விதிகள் இரண்டே உள்ளன; ஒன்று பட்டியலமைக்கத் திட்டமிடும் பொழுது பொது அறிவைப் பயன்படுத்துதலாகும். இரண்டாவது நாம் தயாரிக்கப்போகும் பட்டியலை அதனைப் பயன்படுத்தப் போகிறவரை மனத்தில் கொண்டு அமைத்தலாகும்', என்று மேலே நாம் கூறிய கருத்துக்களனைத்தையும் இரண்டே விதிகளாகச் சுருக்கி J. C. கேப்ட் என்பார் தந்துள்ளார்.

அட்டவணையின் வகைகள்: அட்டவணைகளை எந்த நோக்கத்திற்காகத் தயாரித்துள்ளோமோ அதனடிப்படையில், இரு பெரும்பிரிவுகளாகப் பிரிக்கலாம். அவை வருமாறு:

(i) பொது நோக்க அட்டவணைகள் (General purpose or reference or primary tables).

(ii) குறிப்பிட்ட நோக்க அட்டவணைகள் (Special purpose or text or derivative tables).

பொதுநோக்க அட்டவணைகள்:

இந்த அட்டவணைகள் தேவைக்கேற்றவாறு பயன் படுத்திக் கொள்ளும் வகையில் சேகரித்த புள்ளி விவரங்களை அப்படியே தருகின்றன. எனவே, இந்த அட்டவணையிலுள்ள விவரங்கள் முழுமை மதிப்புக்களாகவும் (absolute values) உண்மை மதிப்புக்களாகவும் இருக்குமேயொழிய, சதவீதங்களாகவோ தோராய மதிப்புக்களாகவோ இருக்கமாட்டா. மக்கள்தொகைக் கணிப்புப் பதிவேடுகள் வெளியீடுகளின் இணைப்புக்கள் (appendices of publications) ஆகியவற்றிலுள்ள அட்டவணைகள் இவ்வகையைச் சேர்ந்தவையே.

குறிப்பிட்ட நோக்க அட்டவணைகள்:

வழக்கமாக, ஒன்று அல்லது ஒன்றுக்கும் மேற்பட்ட பொது நோக்க அட்டவணைகளிலிருந்து பெற்ற புள்ளி விவரங்களிலிருந்து குறிப்பிட்ட நோக்க அட்டவணைகள் தயாரிக்கப்படுகின்றன. ஒரு குறிப்பிட்ட கருத்தை வெளிப்படுத்தும் வண்ணம் அல்லது ஒரு குறிப்பிட்ட வினாவிற்கு விடையளிக்கும் வண்ணம் குறிப்பிட்ட நோக்க அட்டவணை அமைந்திருக்கும். இந்த அட்டவணைகள் பொது நோக்க அட்டவணைகளோடு ஒப்புநோக்கும் பொழுது மிக மிகச் சிறிய அளவில் இருக்கும்; பெரும்பாலும், விகிதங்கள், சதவீதங்கள், சராசரிகள் வேறுசில அளவைகள் குறிப்பிட்ட நோக்க அட்டவணைகளில் தரப்பெற்றிருக்கும். குறிப்பிட்ட நோக்க அட்டவணைகள் கட்டுரைகள் அல்லது வெளியீடுகளின் இடையிலேயே தரப் பெற்றிருக்குமேயொழிய பிற்சேர்க்கையாகத் (appendix) தரப்பெற்றிருக்க மாட்டா.

அட்டவணைகளில் தரப்பெற்றுள்ள விவரங்களின் அடிப்படையிலும் அட்டவணைகளை இருபெரும் பிரிவுகளாகப் பிரிக்கலாம். அவை வருமாறு:

(i) எளிய அல்லது ஒரு வழி அட்டவணைகள் (Simple or one way tables)

(ii) கூட்டு அட்டவணைகள் (complex tables)

எளிய அட்டவணை: ஒரே ஒரு பண்பு பற்றிய புள்ளி விவரங்களை வெளிப்படுத்தும் அட்டவணையை எளிய அட்டவணை என்கிறோம்.

இந்த அட்டவணையானது ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பில்லாத வினாக்களுக்கு விடையளிக்கும் வண்ணம் அமைந்திருக்கும். கீழே நாம் தந்துள்ள அட்டவணை ஒரு எளிய அட்டவணையாகும்.

மதம்	மக்களின் எண்ணிக்கை (ஆயிரங்களில்)
இந்து	200
முஸ்லீம்	150
கிறிஸ்துவர்	500

மேலே உள்ள அட்டவணையில் 'மதம்' என்ற ஒரே ஒரு பண்பைப் பற்றிய புள்ளி விவரங்கள் மட்டுமே உள்ளன. எளிய அட்டவணையை ஒரு வழி அட்டவணை (Single or one way table) என்றும் கூறுவதுண்டு.

கூட்டு அட்டவணை : இரண்டு அல்லது, இரண்டிற்கும் மேற்பட்ட பண்புகள் பற்றிய புள்ளி விவரங்களைக் கொண்டுள்ள அட்டவணையைக் கூட்டு அட்டவணை (complex table) என்கிறோம். இவ்வகையான அட்டவணைகளின் உதவியால் ஒன்றுக்கொன்று தொடர்புள்ள வினாக்களுக்கு விடைபெற முடியும். பெரும்பாலும், கூட்டு அட்டவணை ஒருவகையான விவரங்களுக்கும் மற்றொரு வகையான விவரங்களுக்கு மிடையிலுள்ள தொடர்பை வெளிப் படுத்தும் வண்ணம் அமைந்திருக்கும். மேலும், கூட்டு அட்டவணையில் ஒன்றுக்கொன்று தொடர்புள்ள விவரங்கள் எளிதில் ஒப்பிடும் வகையில் வரிசைப் படுத்தித் தரப்பெற்றிருக்கும். கூட்டு அட்டவணையில் எத்தனை பண்புகள் பற்றிய புள்ளி விவரங்கள் தரப்பெற்றுள்ளன என்பதன் அடிப்படையில், அதனைக் கீழ்க்கண்டவாறு மூன்று வகைகளாகப் பிரிக்கலாம்.

i) இருவழி அட்டவணை (Double or two way table)

ii) மூவழி அட்டவணை (Treble or three way table)

iii) பலவழி அட்டவணை (Manifold or higher order table)

இருவழி அட்டவணை (Double or Two - way table):

ஒன்றுக்கொன்று தொடர்புள்ள இரண்டு பண்புகளைப் பற்றிய விவரங்களைத் தரும் அட்டவணைக்கு இருவழி அட்டவணை என்று பெயர். ஒன்றையொன்று சார்ந்துள்ள வினாக்களுக்கு விடையளிக்கும் வகையில் இருவழி அட்டவணை அமைந்திருக்கும். கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையில் 'சமயம்' மற்றும் 'பால்' (Sex) என்ற இருபண்புகளைப் பற்றிய புள்ளி விவரங்கள் தரப்பட்டுள்ளன. எனவே, இது ஒரு இருவழி அட்டவணையாகும்.

சமயம்	மக்களின் எண்ணிக்கை (ஆயிரங்களில்)		மொத்தம்
	ஆண்கள்	பெண்கள்	
இந்து	120	80	200
முஸ்லீம்	80	70	150
கிறிஸ்துவர்	45	55	100
மொத்தம்	245	205	450

மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையின் உதவியால் ஒவ்வொரு சமயத்தைச் சார்ந்தோரின் எண்ணிக்கையை மட்டுமின்றி அவர்களில் ஆண்கள் மற்றும் பெண்கள் எத்தனைபேர் என்ற விவரங்களையும் தெரிந்து கொள்ளலாம்

மூவழி அட்டவணை (Treble or three - way table):

ஒன்றையொன்று சார்ந்துள்ள மூன்று தன்மைகளைப் பற்றிய புள்ளி விவரங்களைக் கொண்டுள்ள அட்டவணைக்கு மூவழி அட்டவணை என்று பெயர். கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையில் 63 மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண், அவர்கள் ஆண்களா அல்லது பெண்களா மற்றும் அவர்கள் தங்கியிருக்கும் இடம் ஆகியவை பற்றிய விவரங்கள் தரப்பட்டுள்ளன. இதில் மதிப்பெண், பால் மற்றும் தங்கியிருக்கும் இடம் ஆகிய மூன்று பண்புகளைப் பற்றிய விவரங்கள் தரப்பட்டுள்ளதால் இது ஒரு மூவழி அட்டவணையாகும்.

மாணவர்களின் எண்ணிக்கை

மதிப்பெண்	ஆண்கள்			பெண்கள்			மொத்தம்
	வீடுதியில் இருப்போர்	வெளியில் இருப்போர்	மொத்தம்	வீடுதியில் இருப்போர்	வெளியில் இருப்போர்	மொத்தம்	
40–50	4	6	10	8	4	12	22
50–60	10	6	16	4	5	9	25
60–70	3	5	8	5	3	8	16
மொத்தம்	17	17	34	17	12	29	63

பலவழி அட்டவணைகள் (Manifold or Higher order tables)*:*

பலவழி அட்டவணையானது பல பண்புகளைப் பற்றிய புள்ளி விவரங்களைக் கொண்டது. கீழே தந்துள்ள அட்டவணையில் கொடுக்கப் பட்டுள்ளது போல் மூன்றுக்கும் மேற்பட்ட பண்புகளை விளக்கு முகமாக அமைந்துள்ள அட்டவணையானது பலவழி அட்ட-வணையாகும். ஒரு கல்லூரியில் பயிலும் மாணவர்களின் பாடத்-துறை, பால் (Sex), தங்கியிருக்கும் இடம், மணமானவரா இல்லையா ஆகிய நான்கு பண்புகள் பற்றிய புள்ளி விவரங்கள் கீழே உள்ள அட்டவணையில் தரப்பெற்றுள்ளன.

மாணவர்களின் எண்ணிக்கை

பாடத்துறை	ஆண்						பெண்					
	விடுதியில் தங்கி-யிருப்போர்			வெளியில் தங்கி-யிருப்போர்			விடுதியில் தங்கி-யிருப்போர்			வெளியில் தங்கி-யிருப்போர்		
	மணமான வர்கள்	மணமாகாத வர்கள்	மொத்தம்	மணமான வர்கள்	மணமாகாத வர்கள்	மொத்தம்	மணமான வர்கள்	மணமாகாத வர்கள்	மொத்தம்	மணமான வர்கள்	மணமாகாத வர்கள்	மொத்தம்
கலையியல	50	375	425	75	500	575	25	100	125	75	200	275
வணிகவியல	25	100	125	75	300	375	5	10	15	10	75	85
அறிவியல்	40	60	100	75	825	900	5	60	65	25	100	125
மொத்தம்	115	535	650	225	1625	1850	35	170	205	110	375	485

அட்டவணைகளின் பயன்கள் அல்லது முக்கியத்துவம்:

1. தெளிவை அதிகப்படுத்துவதற்கும், கொடுக்கப் பெற்றுள்ள புள்ளி விவரங்களோடு தொடர்புடைய வினாக்களுக்கு எளிதில் விடை காண்பதற்கும் பட்டியல்கள் பயன்படுகின்றன.

2. எண்கள் பத்திகளில் தரப்பெற்றிருப்பதால் தேவையான விவரத்தை எளிதில் புரிந்து கொள்ள முடியும்

3. புள்ளி விவரங்களை அடுத்தடுத்த பத்திகளில் தருவதன் மூலம் பட்டியலமைத்தலானது விவரங்களை எளிதில் ஒப்புநோக்க உதவுகிறது.

4. புள்ளி விவரங்களைக் கூட்டுவதற்கு, சுருக்கித் தருவதற்கு, விடப்பட்ட விவரத்தையோ அல்லது தவறையோ எளிதில் கண்டு-பிடிப்பதற்கு பட்டியலமைத்தல் உதவுகிறது.

5, அட்டவணையில் விவரங்கள் வரிசைக் கிரமமாக ஒழுங்கு படுத்தப் பட்டிருப்பதால் சுருத்துக்களின் கோவையை எளிதில் புரிந்து கொள்ள முடியும்.

6. விவரங்களையும் விளக்கக் குறிப்புக்களையும் திரும்பத் திரும்பச் சொல்லுவதை அட்டவணைகள் தவிர்க்கின்றன.

7. சேகரிக்கப்பட்ட புள்ளி விவரங்களைச் சுருக்கமான வடி-வில் அமைத்துக் காட்டுவதற்கும் விரைவில் புரிந்து கொள்வதற்கும் அட்டவணைகள் பயன்படுகின்றன

பல்கலைக்கழக வினாக்களுக்கான விடைகள்:

வினா: கீழ்க்கண்ட செய்தியை ஒரு அட்டவணையில் அமைத்துக் காட்டுக:

''60000 பேர்களில் 4/15 காசநோய் பீடிக்கப்பட்ட தன்மையில் இருந்தனர். அவர்களுள் 6000 பேர் இன்புளூயென்ஸா நோயாலும் பீடிக்கப்பட்டிருந்தனர், ஆனால் இவர்களுள் 1000 பேர் மட்டும் பரவும் தன்மை வாய்ந்த வீடுகளில் வசித்தனர். மாறாக காச நோயால் பீடிக்கப்பட்டு இன்புளூயென்ஸா நோய்க்குத் தப்பித்தவர் களுள் 1/5 பேர் பரவும் தன்மையுள்ள வீடுகளில் இருந்தனர். மொத்தத்தில்20000 பேர் இன்புளூ யென்ஸாவால் பீடிக்கப்பட்டனர். 37000 பேர் ஃபுளூ பரவும் தன்மை வாய்ந்த வீடுகளில் இருந்தனர். ஆனால் காசநோயிலிருந்து தப்பித்து, ஃபுளூவால் பீடிக்கப்பட்டுப் பரவாத் தன்மை வாய்ந்த வீடுகளில் வசித்தனர் 4000 பேர்''

(பி. ஏ, ஏப்ரல் 1974)

முதலில் காலி அட்டவணையைத் தயாரித்து வினாவில் கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களை எழுத வேண்டும். மற்ற விவரங்களையும் கண்டு பிடித்து முழுமையான பட்டியலைக் கடைசியாகத் தரவேண்டும்.

இன்புளுயென்சா	காச நோய்						மொத்தம்
	பிடிக்கப்பட்டவர்			பிடிக்கப்படாதவர்			
	ஒப்புரவும் தன்மை வாய்ந்த வீடுகளில் இருப்போர்	ஒப்புரவாத தன்மை வாய்ந்த வீடுகளில் இருப்போர்	மொத்தம்	ஒப்புரவும் தன்மை வாய்ந்த வீடுகளில் இருப்போர்	ஒப்புரவாத தன்மை வாய்ந்த வீடுகளில் இருப்போர்	மொத்தம்	
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
பிடிக்கப் பட்டவர்		1,000	6,000		4,000		20,000
பிடிக்கப் படாதவர்							
மொத்தம்							60,000

37,000

1) 60,000 பேர்களில் 4/15 பேர் காச நோயால் பீடிக்கப்பட்ட தன்மையில் இருந்தனர்

$$\text{காசநோயால் பீடிக்கப்பட்டவர்கள்} = \frac{4}{15} \times 60,000 = 16,000$$

அதாவது, மூன்றாவது வரிசை, மூன்றாவது பத்தி = 16,000

2) 16,000 பேர்களுள் 6000 பேர் இன்புளூயென்சா நோயினால் பீடிக்கப்பட்டிருந்தனர்.

அதாவது முதல் வரிசை, மூன்றாவது பத்தி = 6,000

3) 6000 பேர்களில் ப்ளூபரவும் தன்மை வாய்ந்த வீடுகளில் வசிப்போர் = 6000 — 1000 = 5,000

அதாவது, முதல் வரிசை, முதல் பத்தி = 5,000

4) இன்புளூயென்ஸா நோய்க்கு தப்பித்தவர்கள்
16,000 — 6000 = 10,000

அதாவது இரண்டாவது வரிசை, மூன்றாவது பத்தி = 10,000

5) 10,000 பேர்களில் $\frac{1}{5}$ பேர் இன்புளூயென்சா பரவும் தன்மை வாய்ந்த வீடுகளில் வசித்தனர்

மொத்தம் வசித்தவர்கள் $= \frac{1}{5} \times 10000 = 2,000$

அதாவது, இரண்டாவது வரிசை, முதல் பத்தி = 2,000

6) காசநோயால் பீடிக்கப்படாதவர்கள் = 6 0000 — 16000
= 44,000

அதாவது, மூன்றாவது வரிசை, ஆறாவது பத்தி = 44,000

7) இன்புளூயென்சா நோய் பீடிக்கப்பட்டு காசநோய் பீடிக்கப் படாதவர்கள் = 20000 — 600 = 14,000

அதாவது, முதல் வரிசை, ஆறாவது பத்தி = 14,000

8) இன்புளூயென்சா நோய் பீடிக்கப்பட்டு காச நோயால் பீடிக்கப்படாத ஃப்ளூ பரவும் தன்மை வாய்ந்த வீடுகளில் இருப்போர் = 14,000 — 4000 = 10,000

அதாவது, முதல் வரிசை 4வது பத்தி = 10,000

9) காசநோய் பீடிக்கப்பட்டு இன்புளூயென்ஸா பீடிக்கபடாதவர் ∴ளூப் பரவாத தன்மை வாய்ந்த வீடுகளில் இருப்போர்
= 10, 000 − 2000 =8,000

அதாவது, இரண்டாவது வரிசை, இரண்டாவது பத்தி = 8000

10) காசநோயும், இன்புளுயென்ஸா நோயும் பீடிக்காதவர்கள்
= 44,000 — 14000 = 30,000

அதாவது 2வரிசை, 6வது பத்தி =30,000

11) ஃப்ளூ பரவும் தன்மை வாய்ந்த வீடுகளில் வசித்தவர் 37,000 பேர் இவர்களில் காசநோயும், இன்புளுயென்ஸாவும் பீடிக்கப் படாதவர்கள் 37000 — 3000 = 34,000

அதாவது 3வது வரிசை 4வது பத்தி = 34,000

12) காசநோய் பீடிக்கப் படாதவர்கள் ஃப்ளுபரவாத தன்மை வாய்ந்த வீடுகளில் வசித்தவர் 44000 — 34000 = 10,000

அதாவது, 3வது வரிசை 5வது பத்தி = 10,000

13) காசநோய், இன்புளுயென்ஸா பீடிக்கப்படாதவர்கள் ஃப்ளு பரவும் தன்மை வாய்ந்த வீடுகளில் வசிப்பவர்கள் = 34000 — 10000 = 24,000

அதாவது 2வது வரிசை, 4வது பத்தி

14) காசநோய், இன்புளுயென்ஸா பீடிக்கப் படாதவர்கள், ஃப்ளு பரவாத தன்மை வாய்ந்த வீடுகளில் வசிப்பவர்கள் = 10,000 — 4000 = 6,000

அதாவது 2வது வரிசை; 5வது பத்தி = 6,000

முழுமையாக நிரப்பப் பட்ட அட்டவணை

இல்லாதவர்கள்	காசு தேவை			
	வீடு இல்லாதவர்		வீடு இருப்பவர்	மொத்தம்
	வீடு இல்லாத ஆனால் குறைந்த வாடகை தரும் வசதி உள்ள ஏழை	வீடு இல்லாத ஆனால் அதிக வாடகை தரும் வசதி உள்ள ஏழை	வீடு இருப்பவர்	
வீடு இல்லாதவர்	3000	13000	16000	60000
வீடு இருப்பவர்	1000	5000	6000	20000
	2000	8000	10000	40000
மொத்தம்	3000	13000	16000	60000
			34000	10000
			24000	6000
			10000	4000
				14000
				30000
				44000

வினா :

வயது : பால் (ஆணா, பெண்ணா) ஆகியவற்றின் அடிப்படையில் கடந்த ஏழு பத்தாண்டுகளின் மதுரையின் மக்கள் தொகை பற்றிய விவரங்களை எவ்வாறு அட்டவணைப் படுத்துவது என்பதைக் காட்டும் வண்ணம் காலி அட்டவணையொன்று தயாரிக்கவும். (பி. காம்., ஏப்ரல்., 1972)

விடை : கடந்த ஏழு பத்தாண்டுகளில் மக்கள் தொகை :

வயது (வருடங்களில்)	ஆண்டு																				
	1910			1920			1930			1940			1950			1960			1970		
	ஆண்	பெண்	மொத்தம்	ஆண்	பெண்	மொத்தம்	ஆண்	பெண்	மொத்தம்	ஆண்	பெண்	மொத்தம்	ஆண்	பெண்	மொத்தம்	ஆண்	பெண்	மொத்தம்	ஆண்	பெண்	மொத்தம்
0-10																					
10-20																					
20-30																					
30-40																					
40-50																					
50-60																					
60க்கு மேல்																					
மொத்தம்																					

வினா: கல்கத்தா, பம்பாய், சென்னை மற்றும் ஏனைய துறைமுகங்கள் வாயிலாக 1950, 1951, 1952 1953, 1954 ஆகிய ஆண்டுகளில் செய்த ஏற்றுமதி இறக்குமதியைக் காட்டும் வண்ணம் ஒரு காலி அட்டவணை வரைக. அந்த அட்டவணையில் மதிப்புக்கள், வாணிபக் கொடுப்பல் நிலை, ஒவ்வொரு ஆண்டு மொத்தம் ஆகியவையும் காண்பிக்கப் படுதல்வேண்டும். (பி.காம்., செப்., 1974)

விடை:

துறைமுகம் / ஆண்டு	1950			1951			1952			1953			1954		
	ஏற்றுமதி	இறக்குமதி	உபரி அல்லது துண்டு (Surplus or deficit)	ஏற்றுமதி	இறக்குமதி	உபரி அல்லது துண்டு (Surplus or deficit)	ஏற்றுமதி	இறக்குமதி	உபரி அல்லது துண்டு (Surplus or deficit)	ஏற்றுமதி	இறக்குமதி	உபரி அல்லது துண்டு (Surplus or deficit)	ஏற்றுமதி	இறக்குமதி	உபரி அல்லது துண்டு (Surplus or deficit)
கல்கத்தா															
பம்பாய்															
சென்னை															
ஏனைய துறைமுகங்கள்															
மொத்தம்															

அலைவெண் பரவல்
(Frequency distribution)

எந்தவொரு புள்ளியியல் ஆய்விலும் நாம்விவரங்களைச் சேகரித்து அவற்றைப் பாகுபடுத்தி, அவை உள்ளடக்கியுள்ள கருத்துக்களை வெளிப்படுத்துகிறோம். சேகரித்த விவரங்களை அப்படியே பயன்படுத்தி அவை உணர்த்தும் கருத்துக்களை வெளிப்படுத்தலாம். இங்கு நாம் ஒழுங்குபடுத்தப் பெறாத விவரங்களைப் [ungrouped data] பயன்படுத்துவதாகச் சொல்கிறோம். மாறாக, சேகரித்த விவரங்களை ஏதேனும் ஒரு முறையில் பாகுபடுத்திப் பின்பு அவை உணர்த்தும் கருத்துக்களை வெளிப்படுத்தலாம். இங்கு நாம் ஒழுங்குபடுத்தபெற்ற விவரங்களைப் [Grouped data] பயன்படுத்துவதாகச் சொல்கிறோம். எனவே, நாம் பயன்படுத்தும் விவரங்கள் ஒழுங்குபடுத்தப் பெறாதவையாகவோ ஒழுங்குபடுத்தப் பெற்றவையாகவோ இருக்கலாம்.

விவரங்களைக் கீழ்க்காணும் இரண்டு முறைகளில் ஒழுங்குபடுத்தலாம்.

[i] தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் பரவல் முறை [Discrete-frequency distribution method]

[ii] தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் பரவல் முறை [Continuous-frequency distribution method]

மேலே நாம் கூறியுள்ள மூன்று வகையான விவரங்களுக்கிடையே உள்ள வேறுபாட்டைக் கீழே நாம் தந்துள்ள எடுத்துக்காட்டிலிருந்து மாணவர்கள் எளிதில் புரிந்துகொள்ளலாம். கீழே தரப்பெற்றுள்ளவை 11 நபர்களின் வருமானங்களைக் குறிப்பதாகக் கொள்வோம்.

ரூ 100, ரூ. 100, ரூ. 125, ரூ. 125, ரூ. 125, ரூ. 160, ரூ. 180, ரூ. 200, ரூ. 200, ரூ. 200, ரூ. 200

இவ்விவரங்களை ஒழுங்குப்படுத்தப் பெறாத விவரங்கள் என்கிறோம்.

மேலே தந்துள்ள விவரங்களைக் கீழ்கண்டவாறு தருவதாகக் கொள்வோம்,

இரண்டு நபர்களின் வருமானம் ரூ. 100 ஆகும். மூன்று நபர்களின் வருமானம் ரூ.125 ஆகும்; ஒரு நபரின் வருமானம் ரூ. 160 ஆகும். ஒரு நபரின் வருமானம் ரூ. 180 ஆகும்; நான்கு நபர்-

களின் வருமானம் ரூ.200 ஆகும் இங்கு ஒவ்வொரு மதிப்பும் எத்தனை தடவைகள் வந்துள்ளது என்பதன் அடிப்படையில் கொடுத்துள்ள விவரங்களை ஒழுங்குபடுத்தியுள்ளோம் இவ்வாறு ஒழுங்குபடுத்தப் பெற்ற விவரங்களைக் கீழ்க்கண்டவாறு அட்டவணையில் தரலாம்.

வருமானத்தின் அளவு ரூபாயில்	நபர்களின் எண்ணிக்கை
100	2
125	3
160	1
180	1
200	4

இந்த அட்டவணையைத் தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் பரவல் என்று அழைக்கிறோம்.

ஒவ்வொரு குறிப்பிட்ட வருமானத்தையும் பெறும் நபர்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்பதற்குப் பதிலாகப் பல வருமானப்பிரிவுகளை அமைத்து ஒவ்வொரு பிரிவிலும் வரும் நபர்களின் எண்ணிக்கையைக் காணலாம். நாம் ரூ. 100 லிருந்து ரூ. 150 முடிய, 151-லிருந்து ரூ. 200 முடிய என்று இரு வருமானப் பிரிவுகளை எடுத்துக்-கொள்வோம். நம்முடைய எடுத்துக்காட்டில் ரூ. 100 ரூ. 150 முடிய உள்ள பிரிவில் ஐந்து நபர்களின் வருமானம் வருகிறது; ரூ. 151 முதல் 200 முடிய உள்ள பிரிவில் ஆறு நபர்களின் வருமானம் வருகிறது.

இங்கு நாம் ஒவ்வொரு வருமானப் பிரிவிலும் வரும் மதிப்புக்களின் எண்ணிக்கையின் அடிப்படையில் கொடுத்துள்ள விவரங்களைப் பாகுபடுத்தியுள்ளோம். இவ்வாறு பாகுபடுத்தியுள்ள விவரங்களைக் கீழ்க்கண்டவாறு அட்டவணையில் தரலாம்.

வருமானம்	நபர்களின் எண்ணிக்கை
ரூ. 100 முதல் ரூ. 150 முடிய	5
ரூ. 151 முதல் ரூ. 200 முடிய	6

இந்த அட்டவணையைத் 'தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவல்' என்கிறோம்.

ஒழுங்குபடுத்தப் பெறாத விவரங்களைத் தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் பரவலாகவும் தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவலாகவும் அமைப்பதில் பல படிகள் உள்ளன.. இவ்வாறு பாகுபடுத்தும் பொழுது பல கலைச் சொற்களையும் பயன்படுத்துகிறோம். இக்கலைச்சொற்களின் பொருள்பற்றியும், தொடர்ச்சியற்ற, தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவல் அமைக்கும் முறைபற்றியும் கீழே தெளிவாக விளக்கப்பட்டுள்ளது.

ஒழுங்குபடுத்தப்பெறாத விவரங்கள்:

ஒரு புள்ளியியல் ஆய்வில் சேகரிக்கப்பெற்ற விவரங்களின் தொகுதியை 'ஒழுங்குப்படுத்தப்பெறாத விவரங்கள்' (raw data or ungrouped data) என்கிறோம். பி. காம் வகுப்பைச் சேர்ந்த 45 மாணவர்கள் ஒரு பல்கலைக்கழகத் தேர்வில் பெற்ற மதிப்பெண்களை நாம் கீழே தந்துள்ள எண்கள் குறிப்பதாகக் கொள்வோம்.

68, 90, 75, 74, 63, 86, 61, 62, 84, 62, 72, 77, 72, 65, 73, 78, 75, 88, 60, 85, 81, 79, 68, 88, 82, 68, 68, 75, 73, 90, 68, 75, 68, 90, 75, 76, 68, 65, 75, 80, 68, 68, 68, 68, 68.

இனமும் வரிசையும்:

மேலே தந்துள்ள எண்களின் தொகுதி ஒழுங்குப்படுத்தப் பெறாத விவரங்களாகும். மேலே தந்துள்ள ஒவ்வொரு எண்ணையும் ஒரு 'இனம்' [item] என்கிறோம். ஒழுங்குப்படுத்தப் பெறாத விபரங்களில் இனங்கள் அவற்றின் மதிப்பிற்கேற்றவாறு வரிசைப்படி இல்லாமல் ஒழுங்கற்ற முறையில் அமைந்துள்ளன. எனவே, இப்புள்ளி விபரங்கள் உள்ளடக்கியுள்ள கருத்துக்களை இவற்றிலிருந்து வெகு

சிறிதளவே பெறமுடியும். கொடுத்துள்ள மதிப்பெண்களில் அதிக மதிப்பெண் எது, குறைந்த மதிப்பெண் எது என்பதைக் காணுவது கூட மிகவும் கடினம். எனவே, புள்ளி விவரங்களை ஆராயும் போது உதவியாக இருக்கும் பொருட்டு இனங்களை, அவற்றின் மதிப்பிற்-கேற்றவாறு ஏறு வரிசையிலோ, இறங்கு வரிசையிலோ வரிசைப் படுத்துகிறோம். கொடுத்துள்ள இனங்களை மதிப்பிற்கேற்றவாறு ஏறு வரிசையிலோ. இறங்கு வரிசையிலோ, வரிசைப்படுத்திப் பெறும்-வரிசையை ஆங்கிலத்தில் 'array' என்று அழைக்கிறோம். எடுத்துக்-காட்டாக, மேலே நாம் தந்துள்ள 45 பி. காம். மாணவர்களின் மதிப்பெண்களை ஏறு வரிசைப்படுத்திக் கீழே தந்துள்ளோம்:

60, 61, 62, 62, 63, 65, 66, 68, 68, 68, 68, 68, 68, 68, 68, 68, 68, 68, 72, 72, 73, 73, 74, 75, 75, 75, 75, 75, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 84, 85, 86, 88, 88, 90, 90, 90.

மேலே உள்ள மதிப்பெண்களின் வரிசையை array என்கிறோம். இவ்வரிசையிலிருந்து குறைந்தமதிப்பு, அதிகமதிப்பு ஆகியவற்றையும், எல்லா இனங்களின் மதிப்புக்களும் எவ்வாறு அமைத்துள்ளன என்பது பற்றித் தோராயமாகவும் எளிதில் அறிந்துக் கொள்ளலாம்,

அலைவெண்:

என்றாலும் ஏறுவரிசையிலோ இறங்குவரிசையிலோ வரிசைப் படுத்தப் பெற்ற விவரங்களும் எளிதில் கையாள முடியாதவாறு அமைந்துள்ளன. கொடுத்துள்ள இனங்களின் 'எண்ணிக்கை மிகவும் அதிகமாக இருக்கும்பொழுது அவற்றை வரிசைப்படுத்துவது கடினம். மேலும் அநேக சந்தர்ப்பங்களில் வரிசைப்படுத்தப் பெற்ற விபரங்களிலிருந்து நாம்சேகரித்த விவரங்கள், புலப்படுத்தும் கருத்துக்களைத் தெளிவாகப் பெறுதல் இயலாது. எனவே, சேகரித்த புள்ளி விவரங்கள் புலப்படுத்தும் கருத்துக்களைத் தெளிவாகப் பெறுவதற்கு உதவும் வகையில் அவற்றைச் சுருக்கமாகத் தரவேண்டியது அவசியமாகிறது.

சேகரிக்கப் பெற்ற விவரங்களில் சில மதிப்புக்கள் ஒன்றுக்கும் மேற்பட்ட முறைகள் வரலாம்; மற்ற மதிப்புக்கள் ஒரே ஒரு முறை வரலாம். நாம் மேலே தந்துள்ள எடுத்துக்காட்டில் 68 என்ற மதிப்பானது 12 முறைகள் வந்துள்ளன; 75 என்ற மதிப்பானது 6 முறைகள் வந்துள்ளது· 90 என்ற மதிப்பானது 3 முறைகள் வந்துள்ளது; 62, 72, 73, 88 ஆகிய மதிப்புக்கள் ஒவ்வொன்றும் இருமுறைகள் வந்துள்ளது; மீதியுள்ள ஒவ்வொரு மதிப்பும் ஒரே ஒரு முறையே வந்துள்ளன.

கொடுத்துள்ள விவரங்களில் ஒரு மதிப்பானது எத்தனை முறைவந்துள்ளதோ அம்முறைகளின் எண்ணிக்கையை அம்மதிப்பின் 'அலைவெண்' அல்லது 'நிகழ்வெண்' (frequency) என்கிறோம்

மேலே நாம் தந்துள்ள எடுக்துக்காட்டில், மதிப்பு 68இன் அலை வெண் 3 ஆகும்; 62, 72, 73. 88 ஆகிய ஒவ்வொரு மதிப்பின் அலைவெண் 2ஆகும்; மீதியுள்ள ஒவ்வொரு மதிப்பின் அலைவெண் 1 ஆகும்

தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் பரவல்:

இனத்தின் மதிப்பு, அலைவெண் என்ற இரண்டு பத்திகளை யுடைய அட்டவணையை **'தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் பரவல்,** (discrete or discontinuous frequency distribution) அல்லது 'அலை வெண் வரிசை' (frequency array) என்று அழைக்கிறோம்.

தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் பரவலை அமைக்கும் முறை-யைக் கீழே விளக்கியுள்ளோம்.

முதலாவதாகக் கொடுத்துள்ள இனங்களை ஏறுவரிசையில் வரிசைப்படுத்திக் கொள்ள வேண்டும். இவ்வரிசையில் முதலாவதாக அமைந்துள்ள இனத்தின் மதிப்பை 'இனத்தின் மதிப்பு' என்ற தலைப்பின்கீழ் எழுத வேண்டும். பின்பு இந்த மதிப்பிற்கு நேர் எதிரில் 'அலைவெண் குறியீடுகள்' (Tally marks) என்ற தலைப்பின் கீழ் ஒருசிறிய செங்குத்துக்கோடு வரைய வேண்டும். இச்செங்குத்துக் கோட்டிற்கு 'அலைவெண் குறியீடு' (Tally mark) என்று பெயர்.

இப்பொழுது கொடுத்துள்ளஇனங்களின் வரிசையில் இரண்-டாவதாக அமைந்துள்ள இனத்தின் மதிப்பைக் காண வேண்டும். அம் மதிப்பு முதல் இனத்தின் மதிப்பாகவே இருந்தால் முதல் மதிப்-பிற்கு எதிரில் போட்டுள்ள அலைவெண் குறியீட்டிற்குப்பக்கத்-திலேயே மற்றொரு குறியீடு போடவேண்டும். மாறாக, இரண்டாவது இனத்தின் மதிப்பு முதல் இனத்தின் மதிப்பிலிருந்து மாறுபட்டதாக இருந்தால், அம்மதிப்பை முதல் மதிப்பிற்குக் கீழே எழுதி, அதன் எதிரில் முதல் மதிப்பிற்கு எதிரில் அலைவெண் குறியீடொன்று போட்டது போல் ஒரு குறியீடு போடவேண்டும்.

இவ்வாறாகக் கொடுத்துள்ள இனங்களின் வரிசையிலுள்ள மதிப்புக்களை 'இனத்தின் மதிப்பு' என்ற தலைப்பின்கீழ் ஏறு-வரிசையில் தர வேண்டும்;ஒவ்வொரு மதிப்பும் வரிசையில் ஒவ்வொரு முறை வருவதையும் ஒரு அலைவெண் குறியீடால் குறிப்பிடுகிறோம்.

எனவே ஒவ்வொரு மதிப்பிற்கும் எதிரில் போட்டுள்ள அலைவெண் குறியீடுகளின் எண்ணிக்கை அம்மதிப்பு வரிசையில் எத்தனை முறை வந்துள்ளது என்பதைக் குறிக்கும். அதாவது, ஒவ்வொரு மதிப்பின் அலைவெண்ணை ஒவ்வொரு மதிப்பிற்கும் எதிரிலுள்ள அலைவெண் குறியீடுகளின் எண்ணிக்கை குறிக்கும்.எனவே ஒவ்வொரு மதிப்புக்கும் எதிரிலுள்ள அலைவெண் குறியீடுகளின் எண்ணிக்கையைக் கணித்து அதனை அலைவெண் என்ற தலைப்பின்கீழ் தரவேண்டும்.

ஒரு மதிப்பானது மிகப் பலமுறைகள் வந்தால் அம்மதிப்பிற்கு எதிரிலுள்ள அலைவெண் குறியீடுகளின் எண்ணிக்கையைக்காணுவது கடினமாக இருக்கும். எனவே, அலைவெண் குறியீடுகளைச் சுலபமாக எண்ணி அறியும் பொருட்டு அலைவெண் குறியீடுகளைப் போடுவதில் கீழ்க்கண்ட முறையைப் பின்பற்றுகிறோம்.

ஒரு மதிப்பானது ஐந்து அல்லது ஐந்துக்கும் மேற்பட்ட முறைகள் வருவதாக வைத்துக் கொள்வோம். அம்மதிப்பானது முதல் நான்கு முறைகள் வந்ததை அடுத்தடுத்து நான்கு சிறிய செங்குத்துக் கோடுகள் வரைந்து குறிப்பிடுகிறோம். ஐந்தாவது முறையாக அதே மதிப்பு வருவதை முதலில் நாம் வரைந்துள்ள நான்கு சிறிய செங்குத்துக் கோடுகளின் மேல் ஒரு சிறிய படுக்கைக்கோடு வரைவதன் மூலம் குறிப்பிடுகிறோம். ஆறாவது முறையாகவும் அதே மதிப்பு வந்தால் அதனை நான்கு செங்குத்துக் கோடுகளும் அவற்றின் மேலே வரையப் படுக்கைக் கோட்டையுடைய பிளாக்கிற்குப் பக்கத்தில் ஒரு சிறிய செங்குத்துக்கோடு வரைந்து குறிப்பிடுகிறோம் இதே மதிப்பு ஏழாவது, எட்டாவது, ஒன்பதாவது முறைகளும் வந்தால் இவற்றை ஆறாவது முறையைக் குறிக்கும் கோட்டிற்குப் பக்கத்தில் மூன்று செங்குத்துக் கோடுகள் வரைந்து குறிப்பிடுகிறோம். பத்தாவது முறையும் அதே மதிப்பு வந்தால் நான்கு செங்குத்து கோடுகளுக்கு மேலே ஒரு படுக்கைக் கோடு வரைந்து குறிப்பிடுகிறோம் இப்பொழுது இரண்டு பிளாக்குகள் உள்ளன. அதே மதிப்பு பதினோராவது முறையும் வந்தால் இரண்டாவது பிளாக்கிற்குப் பக்கத்தில் ஒரு சிறிய செங்குத்துக் கோடு வரையவேண்டும். இவ்வாறாக அலைவெண் குறியீடுகளை வரைகிறோம். இப்பொழுது அலைவெண் குறியீடுகளை எண்ணுவது எளிதாக இருக்கும். ஏனெனில், பிளாக்குகளின் எண்ணிக்கையும் இறுதிப்பிளாக்கிற்குப் பக்கத்திலுள்ள செங்குத்துக் கோடுகளின் எண்ணிக்கையும் கணக்கிட்டாலே போதுமானது; பிளாக்குகளின் எண்ணிக்கையை ஐந்தால் பெருக்கி வரும்

எண்ணுடன் இறுதி பிளாக்கிற்கு அடுத்துள்ள செங்குத்துக் கோடு-களின் எண்ணிக்கையைக் கூட்டினால் அலைவெண் குறியீடுகளின் மொத்த எண்ணிக்கை கிடைக்கும்.

பல்கலைக் கழகத் தேர்வு ஒன்றில் 45 பி.காம்., மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்களைத் தந்துள்ள அதே எடுத்துக்காட்டை இங்கு எடுத்துக் கொள்வோம். இந்த எடுத்துக்காட்டில், 68 என்ற மதிப்பானது பன்னிரெண்டு முறைகள் வந்துள்ளது. 68 என்ற மதிப்பு முதல் நான்கு முறைகள் வருவதை நான்கு சிறிய செங்குத்துக் கோடுகளாலும் ஐந்தாவது முறை வருவதை முதல் நான்கு செங்குத்துக் கோடுகளின் மீது ஒரு சிறிய படுக்கைக்கோடு வரைந்தும் குறிப்பிடுகிறோம். அடுத்து ஐந்து முறைகள் அதே மதிப்பு, 68 வருவதை நான்கு செங்குத்துக் கோடுகளையும் ஒரு படுக்கைக் கோட்டையுமுடைய மற்றெரு பிளாக்கால் குறிப்பிடு-கிறோம். அதே மதிப்பு பதினொன்றாவது, பன்னிரெண்டாவது முறைகள் வருவதை இரண்டாவது பிளாக்கிற்குப் பக்கத்தில் இரு சிறிய செங்குத்துக் கோடுகள் வரைந்து குறிப்பிடுகிறோம். (கீழே நாம் தந்துளள அட்டவணையில் காணவும்) இப்பொழுது இரண்டு பிளாக்குகள் உள்ளன. இரண்டை ஐந்தால் பெருக்கினால் கிடைக்கும் எண்ணாகிய பத்தை, இரண்டாவது பிளாக்கிற்கு அடுத்துள்ள செயகுத்துக் கோடுகளின் எண்ணிக்கையாகிய இரண்டுடன் கூட்ட வேண்டும கூட்டி வரும் எண் 12 ஆகும். இந்த எண் 12ஐ 68க்கு எதிரில் 'அலைவெண்' என்ற தலைப்பின்கீழ் தர வேண்டும். இம்-மாதிரியாக, கொடுத்துள்ள 45 மாணவர்களின் மதிப்பெண்களி-லிருந்து தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் பரவல் அமைத்துக் கீழே தந்துள்ளோம்.

இனத்தின் மதிப்பு (மதிப்பெண்கள்	அலைவெண் குறியீடுகள்	அலைவெண்
60	I	1
61	I	1
62	II	2
63	I	1
65	I	1
66	I	1
68	$\overline{\text{IIII}}$ $\overline{\text{IIII}}$ II	12
72	II	1
73	II	2
74	I	2
75	$\overline{\text{IIII}}$ I	1
76	I	6
77	I	1
78	I	1
79	I	1
80	I	1
81	I	1
82	I	1
84	I	1
85	I	1
86	I	1
88	II	2
90	III	3
மொத்தம்		45

மேலே உள்ள அட்டவணையிலிருந்து ஒவ்வொரு மதிப்-பெண்ணையும் பெற்றுள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கையைத் தெளிவாக அறிந்து கொள்ள முடியும். 68 என்ற மதிப்பெண்ணை அதிக எண்ணிக்கையுள்ள மாணவர்கள் பெற்றிருக்கின்றனர்; அதிக மதிப்பெண்ணாகிய 90ஐ 3 மாணவர்கள் பெறறிருக்கின்றனர் முதலிய விவரங்களையும் பெறுகிறோம். ஆனால் தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் பரவல் அமைத்தலானது கொடுத்துள்ள மதிப்புக்கள் ஒவ்வொன்றும் பல முறைகள் வந்தாலே பயனளிப்பதாக இருக்கும். இல்லையென்றால், விபரங்களைச் சுருக்மாகத் தருவதன் பயன்களை அடையமுடியாது. மேலே நாம் தந்துள்ள அட்டவணையில் அநேக மதிப்புக்கள் ஒவ்வொரு முறையே வதுள்ளன. கொடுத்துள்ள

விவரங்களை இன்னும் சுருக்கமாகத் தர வாய்ப்புள்ளது. தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் பரவலில் ஒவ்வொரு மதிப்பும் எத்தனை முறைகள் வந்துள்ளன என்று காண்பித்ததற்குப் பதிலாக, கொடுத்துள்ள புள்ளி விவரங்களைப் பல பிரிவுகளாகப் பிரித்து, ஒவ்வொரு பிரிவிலும் எத்தனை இனங்கள் வருகின்றன என்பதைத் தருவது சிறந்த முறையாகும். இவ்வாறு பாகுபடுத்திப் பெறும் விபரங்களைத் தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவல் (continuous frequency distribution) என்கிறோம்.

தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவல்

தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவலின் இலக்கணமும் அதனை அமைக்கும் முறையையும் தருதற்கு முன்பாகக் கீழே தந்துள்ள கருத்துப் படிமங்களை (concepts) அறிந்து வைத்திருப்பது அவசியமாகும்.

பிரிவு இடைவெளி (class interval):

சில மாணவர்கள் ஒரு தேர்வில் பெற்ற மதிப்பெண்கள் பற்றிய விபரங்கள் தரப் பெற்றுள்ளதாகக் கொள்வோம். இப்புள்ளி விபரங்களை 0 முதல் 9 வரை மதிப்பெண்கள் பெற்றவர்கள், 10 முதல் 19 வரை மதிப்பெண்கள் பெற்றவர்கள், 20 முதல் 29 வரை மதிப்பெண்கள் பெற்றவர்கள் முதலிய பல தொகுதிகளாகப் பிரித்துப் பாகுபாடு செய்யலாம். இப்பொழுது, 0 முதல் 9 வரை, 10 முதல் 19 வரை, 20 முதல் 29 வரை முதலிய தொகுகளில் ஒவ்வொரு தொகுதிக்கும் **'பிரிவு இடைவெளி'** (class interval) என்று பெயர். இப்பிரிவு இடைவெளிகளை, 0-9,10-19,20-29 என்று எழுதுகிறோம். இவற்றை 0 to 9, 10 to 19, 20 to 29 என்று வாசிக்க வேண்டும்.

பிரிவு எல்லைகள் (class limits):

ஒவ்வொரு பிரிவு இடைவெளியையும் எழுதும்பொழுது நாம் எழுதும் இரு எண்களைப் **'பிரிவு எல்லைகள்'** (class limits) என்கிறோம். நம்முடைய எடுத்துக்காட்டில் 0, 9 ஆகிய இரு எண்களும் 0-9 என்ற பிரிவின் பிரிவு எல்லைகளாகும். 10, 19 ஆகிய இரு எண்களும் 10-19 என்ற பிரிவின் பிரிவு எல்லைகளாகும். 20, 29 ஆகிய இரு எண்களும் 20-29 என்ற பிரிவின் பிரிவு எல்லைகளாகும்.

ஒரு பிரிவின் இரண்டு பிரிவு எல்லைகளில் குறைந்த மதிப்புடையதைப் 'பிரிவு கீழ்எல்லை' (lower class limit) என்றும்,

அதிக மதிப்புடையதைப் 'பிரிவு மேல் எல்லை' (upper class limit) என்றும் கூறுகிறோம். நம்முடைய எடுத்துக்காட்டில், 0-9 என்ற பிரிவின் கீழ் எல்லை 0 ஆகும்; மேல் எல்லை 9 ஆகும்; 10-19 என்ற பிரிவின் கீழ் எல்லை 10 ஆகும். மேல் எல்லை 19 ஆகும்.

உள்ளடக்கிய முறை (Inclusive method):

மேலே நாம் தந்துள்ள எடுத்துக்காட்டில், 0–9 என்ற பிரிவில், 0- க்கும் 9- க்கும் இடைப்பட்ட மதிப்பெண்களைப் பெற்ற மாணவர்களை மட்டுமல்லாமல், 0க்கு அல்லது 9க்குச் சமமான மதிப்பெண்களைப் பெற்றவர்களையும் சேர்த்துக்கொள்கிறோம். இதே போலவே, மற்ற பிரிவுகளிலும் மாணவர்களைச் சேர்க்கிறோம். அதாவது, ஒரு பிரிவில் நாம் சேர்க்கக்கூடிய இனங்களின் மதிப்புக்கள் அப்பிரிவின்,

(i) கீழ் எல்லைக்குச் சமமாகவோ
அல்லது
(ii) கீழ் எல்லைக்கும் மேல் எல்லைக்கும் இடையிலோ
அல்லது
(iii) மேல் எல்லைக்குச் சமமாகவோ இருத்தல் வேண்டும்.

இம்முறையில் விபரங்களைப் பாகுபாடு செய்வதற்கு **'உள்ளடக்கிய முறை'** (inclusive method) என்று பெயர்.

உண்மைப் பிரிவுகளல்லாதவையும், உண்மைப் பிரிவுகளும் :
(Not-true class intervals and ctrue lass intervals)

உள்ளடக்கிய முறையில் பெறும் பிரிவு இடைவெளிகளை, **'உண்மைப் பிரிவுகளல்லாதவை'** (not true class intervals) என்றும் அழைக்கிறோம். இவ்வகையான பிரிவு இடைவெளிகளில், ஒவ்வொரு பிரிவின் மேல் எல்லையும் அடுத்துள்ள பிரிவின் கீழ் எல்லைக்குச் சமமாக இல்லை எனவே, அடுத்தடுத்துள்ள எந்த இரண்டு பிரிவு இடைவெளிகளும் தொடர்ச்சியற்றவையாக உள்ளன. எடுத்துக்காட்டாக, 20 – 24, 25 - 29, 30 - 34, 35 - 39 ஆகியவை உள்ளடக்கிய முறையைச் சார்ந்த பிரிவுகள். அதாவது, இவை உண்மைப் பிரிவுகளல்லாதவை. இங்கு முதல் பிரிவின் மேல் எல்லை 24; இரண்டாவது பிரிவின கீழ் எல்லை 25; இவ்விரு எண்களும் இரு வேறுபட்ட எண்கள் இரண்டாவது பிரிவின் மேல் எல்லையாகிய 29, மூன்றாவது பிரிவின் கீழ் எல்லையாகிய 30 இலிருந்து வேறுபட்டதாக உள்ளது. மூன்றாவது பிரிவின் மேல் எல்லை நான்காவது பிரிவின் கீழ் எல்லையிலிருந்து வேறுபட்டதாக உள்ளது.

இவ்வகையான பிரிவு இடைவெளிகளைக் கொடுத்துள்ள மாறி தொடர்ச்சியற்ற மாறியாக இருக்கும் போது மட்டுமே பயன் படுத்த இயலும். எடுத்துக்காட்டாக, ஒவ்வொரு தொழிற்சாலை-யிலும் வேலை பார்க்கும் தொழிலாளர்களின் எண்ணிக்கை என்-னும் மாறியை எடுத்துக் கொள்வோம. இது ஒரு தொடர்ச்சியற்ற மாறியாகும். இம்மாறியானது முழு எண்களை மட்டுமே அதன் மதிப்பாகப் பெற்றிருக்கும். 24.3 தொழிலாளர்கள் என்றோ 29.7 தொழிலாளர்கள் என்றோ இருக்கமுடியாது எனவே, உள்ளடக்கிய முறையில் அடுத்தடுத்துள்ள பிரிவுகள் தொடர்ச்சியற்றவையாக இருந்த போதிலும், கொடுத்துள்ள தொடர்ச்சியற்ற மாறி பெறக் கூடிய எல்லா மதிப்புக்களையும் இப்பிரிவுகளைப் பயன்படுத்தியே பாகுபடுத்த இயலும்.

கொடுத்துள்ள மாறி தொடர்ச்சியான மாறி என்று கொள்-வோம். எடுத்துக்காட்டாக, வயது என்ற மாறியை எடுத்துக் கொள்-வோம். ஒரு நபரின் வயது முழு எண்ணாகவே இருக்க வேண்டு-மென்பதில்லை. ஒரு குறிப்பிட்ட நபரின் வயது 24 வருடங்கள் 4 மாதங்களாக இருக்கலாம். அதாவது, தோராயமாக 24. 3 வருடங்-களாக இருக்கலாம். இப்பொழுது, நாம் 20–24, 25-29. 30–34 என்று பிரிவு இடைவெளிகளை எடுத்துக்கொண்டால், 24.3 என்ற மதிப்பை எந்தப்பிரிவிலும் சேர்க்க முடியாது ஏனெனில், 24.3 என்ற மதிப்பு முதல் பிரிவின் மேல் எல்லையாகிய 24ஐ விட அதிகமாக இருப்பதால் முதல் பிரிவில் சேர்க்க முடியாது; இதேபோல, 24.3 என்ற மதிப்பு இரண்டாவது பிரிவின் கீழ் எல்லையாகிய 25ஐ விடக் குறைவாக இருப்பதால் இரண்டாவது பிரிவிலும் சேர்க்க முடியாது. எனவே, கொடுத்துள்ள மாறியானது தொடர்ச்சியான மாறியாக இருக்கும் பொழுது உள்ளடக்கிய முறையைச் சார்ந்த பிரிவு இடைவெளி-களைப் பயன்படுத்த இயலாது.

கொடுத்துள்ள மாறி தொடர்ச்சியான மாறியாக இருக்கும் பொழுது, அடுத்துள்ள எந்த இரண்டு பிரிவு இடை வெளிகளும் தொடர்ச்சியற்றவையாக இல்லாதவாறு பிரிவுகளை அமைத்துக் கொள்கிறோம். அதாவது ஒவ்வொரு பிரிவின் மேல் எல்லையும் அடுத்துள்ள பிரிவின் கீழ் எல்லைக்குச் சமமாக இருக்குமாறு பிரிவு-களை அமைத்துக் கொள்கிறோம். எடுத்துக் காட்டாக 20–25, 25–30, 30–35 என்று பிரிவுகளை எடுத்துக் கொள்கிறோம். இவ்வகையான பிரிவுகளை நாம் **'உண்மைப் பிரிவுகள்'** (true class intervals) என்-கிறோம்.

இங்கு மற்றொரு வகையான சிக்கல் ஏற்படுகிறது. ஒரு இனத்தின் மதிப்பானது ஒரு பிரிவின்மேல் எல்லைக்குச் சமமாக இருந்தால், அந்த இனத்தை அப்பிரிவிலேயே சேர்ப்பதா அல்லது அடுத்த பிரிவில் சேர்ப்பதா என்ற ஐயம் எழுகிறது. இவ்வையத்தைக் கீழ்க்காணும் எடுகோளின் வாயிலாகத் தீர்க்கிறோம். கொடுத்துள்ள பிரிவுகள் உண்மைப் பிரிவுகளாக இருக்கும் பொழுது, **ஒரு இனத்தின் மதிப்பானது ஒரு பிரிவின் மேல் எல்லைக்குச் சமமாக இருந்தால் அந்த இனத்தை அந்தப் பிரிவில் சேர்க்காமல் அதற்கடுத்துள்ள பிரிவில் சேர்த்துக்கொள்ள வேண்டும்.** நம்முடைய எடுத்துக் காட்டில், ஒரு நபரின் வயது, 25 வருடங்கள் என்றால் அவரை 20-25 என்ற பிரிவில் சேர்க்காமல் 25–30 என்ற பிரிவிலேயே சேர்க்க வேண்டும். ஒரு நபரின் வயது 30 வருடங்கள் என்றால் அவரை 25-30 என்ற பிரிவில் சேர்க்காமல் 30–35 என்ற பிரிவிலேயே சேர்க்க வேண்டும். எனவே, பிரிவு இடைவெளிகள் உண்மைப் பிரிவுகளாக இருக்கும் பொழுது, ஒரு பிரிவில் சோக்கும் இனங்களின் மதிப்புக்கள்.

i) அப்பிரிவின் கீழ் எல்லைக்குச் சமமாகவோ அல்லது

ii) கீழ் எல்லையை விட அதிகமாக, ஆனால் மேல் எல்லையை விடக் குறைவாகவோ இருத்தல் வேண்டும்

உண்மைப் பிரிவுகளின் பிரிவு எல்லைகளை '**உண்மைப் பிரிவுக் கீழ் எல்லை**' (true lower limit), 'உண்மைப் பிரிவு மேல் எல்லை, (true upper limit) என்று அழைக்கிறோம். உண்மைப் பிரிவுச் கீழ் எல்லை, உண்மைப்பிரிவு மேல் எல்லை ஆகியவற்றை ஆங்கிலத்தில் முறையே (lower boundary, upper boundary) என்றும் கூறுவதுண்டு

விலக்கிய முறை (Exclusive method):

கொடுத்துள்ள பிரிவுகள் உண்மைப் பிரிவுகளாக இருக்கும பொழுது, ஒரு பிரிவின் மேல் எல்லைக்குச் சமமாக உள்ள மதிப்புக்களை அப்பிரிவில் சேர்க்காமல் (அதாவது, அப்பிரிவிலிருந்து விலக்கி) அடுத்த பிரிவில் சேர்ககிறோம். எனவே, பிரிவுகள் உண்மைப் பிரிவுகளாக இருக்கும் வண்ணம் பாகுபடுத்தும் முறையை 'விலக்கியமுறை' (Exclusive method) என்கிறோம்.

உண்மைப் பிரிவுகளல்லாதவையை உண்மைப் பிரிவுகளாக மாற்றுதல்

பிரிவுகளுக்கிடையில் தொடர்ச்சியில்லாமல் இருப்பதால் உள்ள டக்கிய முறையைப் பொதுவாகப் பயன்படுத்துவதில்லை. புள்ளி விவ-

ரங்களை ஆராயும்பொழுது சில அளவைகளைக் கணிப்பதற்கு, கொடுத்துள்ள பிரிவுகள் உண்மைப் பிரிவுகளாக இல்லையென்றால் அவற்றை உண்மைப் பிரிவுகளாக மாற்ற வேண்டியதிருக்கும். எனவே கொடுத்துள்ள பிரிவுகளை உண்மைப் பிரிவுகளாக மாற்றும் முறையைக் கீழே விளக்கியுள்ளோம்.

1. முதல் பிரிவின் மேல் எல்லைக்கும் இரண்டாவது பிரிவின் கீழ் எல்லைக்கும் உள்ள வேறுபாட்டை முதலாவதாகக் கணிக்க வேண்டும்.

எடுத்துகாட்டாக, 20—24, 25—29, 30—34 ஆகிய மூன்று பிரிவுகளும் கொடுத்துள்ள பிரிவுகளெனக் கொள்வோம். இப் பிரிவுகளை உண்மைப் பிரிவுகளாக மாற்றுவதற்கு, முதல் பிரிவின் மேல் எல்லையாகிய 24க்கும் இரண்டாவது பிரிவின் கீழ் எல்லையாகிய 25க்கும் உள்ள வேறுபாட்டை முதலாவதாகக் கணிக்கவேண்டும். நம்முடைய எடுத்துக்காட்டில் இவ்வேறுபாடு(25—24) = 1 ஆகும்.

2. மேலே நாம் கணித்துள்ள வேறுபாட்டை 2– ஆல் வகுத்து வரும் எண்ணைக் காணவேண்டும்.

நம்முடைய எடுத்துக்காட்டில், வேறுபாடு 1 ஆகும். எனவே வேறுபாட்டை 2–ஆல் வகுத்துவரும் எண் $\frac{1}{2}$ = .5 ஆகும்.

3. வேறுபாட்டை 2–ஆல் வகுத்துவரும் எண்ணைக் கொடுத்துள்ள ஒவ்வொரு பிரிவின் கீழ்எல்லையிலிருந்து கழித்தால் கிடைக்கும் எண் உண்மைப் பிரிவுக் கீழ் எல்லையாகும்.

நம்முடைய எடுத்துக்காட்டில் கொடுத்துள்ள பிரிவுகளின் கீழ் எல்லைகள் முறையே 20, 25, 30 ஆகும். இவை ஒவ்வொன்றிலுமிருந்து .5–ஐக் கழித்தால் கிடைக்கும் எண்கள் 19.5 (=20 — .5) 24·5 (= 25 — .5), 29.5 (= 30 — .5) எனவே 19.5, 24·5, 29.5, ஆகியவை முறையே முதல், இரண்டாவது, மூன்றாவது பிரிவுகளின் உண்மைப் பிரிவுக் கீழ் எல்லைகளாகும்.

4. வேறுபாட்டை 2-ஆல் வகுத்துவரும் எண்ணைக் கொடுத்துள்ள ஒவ்வொரு பிரிவின்மேல் எல்லையுடன் கூட்டினால் கிடைக்கும் எண் உண்மைப் பிரிவு மேல் எல்லையாகும்.

நம்முடைய எடுத்துக்காட்டில் கொடுத்துள்ள பிரிவுகளின்மேல் எல்லைகள் முறையே 24. 29, 34 ஆகும். இவை ஒவ்வொன்றுடனும் .5 ஐக் கூட்டினால் கிடைக்கும் எண்கள் 24·5, (= 24 + .5), 29.5 (= 29 +.5), 34.5 (= 34 +.5) ஆகும். எனவே, 24·5, 29.5, 34.5

ஆகியவை முறையே முதல், இரண்டாவது, மூன்றாவது பிரிவுகளின் உண்மைப் பிரிவு மேல் எல்லைகளாகும்

எனவே, நம்முடைய எடுத்துக்காட்டில் உண்மைப் பிரிவுகள் முறையே 1 ·.5—24.5, 24 5—29 5, 29.5—34.5 ஆகும்.

மற்றுமொரு எடுத்துக்காட்டு காண்போம். 0—9, 10—19, 20—29, 30 39 ஆகியவை கொடுத்துள்ள பிரிவு இடைவெளி-களெனக் கொள்வோம். இப்பிரிவுகளின் உண்மைப்பிரிவு இடைவெளி-களெனக் கீழ்க் கண்டவாறு பெறுகிறோம்.

முதல் பிரிவின் மேல் எல்லைக்கும் இரண்டாவது பிரிவின் கீழ் எல்லைக்கும் உள்ள வேறுபாடு (10 - 9) = 1 ஆகும்.

இவ்வேறுபாட்டை 2—ஆல் வகுத்துவரும் எண் $\frac{1}{2}$ = .5 ஆகும்.

கொடுத்துள்ள ஒவ்வொரு பிரிவின் கீழ் எல்லையிலிருந்து .5 ஐக் கழித்துக் கிடைக்கும் எண்கள் — .5 (=0—.5), 9.5 (=10—5,) 19.5 (=20—.5), 29.5 (=30—.5) ஆகியவையாகும். இவையே கொடுத்துள்ள பிரிவுகளின் உண்மைப் பிரிவுக் கீழ் எலலைகளாகும்.

கொடுத்துள்ள ஒவ்வொரு பிரிவின் மேல் எல்லையுடன் .5 ஐக் கூட்டிக் கிடைக்கும் எண்கள் 9 5 (=9+.5), 19.5 (=19+.5) 29.5 (=29+.5), 39.5 (= 39+ 5) ஆகியவையாகும். இவையே கொடுத்துள்ள பிரிவுகளின் உணமைப் பிரிவு மேல எல்லைகளாகும்.

இப்பொழுது உண்மைப் பிரிவுகள் வருமாறு: — .5 — 9.5, 9.5—19 5, 19.5—29.5, 29.5—39.5.

கொடுத்துள்ள பிரிவுகளையும் அவற்றிற்குரிய உண்மைப்பிரிவு களையும் கீழே அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்.

கொடுத்துள்ள பிரிவுகள்	உண்மைப் பிரிவுகள்
0—9	—.5—9.5
10 —19	9.5—19.5
20—29	19.5—29.5
30 —39	29.5—39.5

பிரிவு இடைவெளித் தூரம் (Length of the Class Interval):

ஒரு பிரிவின் உண்மைப் பிரிவு மேல் எல்லைக்கும் உண்மைப் பிரிவுக் கீழ் எல்லைக்கும் உளள வேறுபாட்டை அப்பிரிவின் 'பிரிவு இடைவெளித் தூரம்' (Length or magnitude or size or width of the class interval) என்கிறோம். எனவே,

ஒரு பிரிவின் பிரிவு இடைவெளித் தூரம் } = அப்பிரிவின் (உண்மைப் பிரிவு மேல் எல்லை — உண்மைப் பிரிவுக் கீழ் எல்லை)

எடுத்துக்காட்டாக, 19.5 — 24 5, 24 5 — 29.5 ஆகியவை கொடுத்துள்ள பிரிவுகளெனக் கொள்வோம். இங்கு முதல் பிரிவின் பிரிவு இடைவெளித் தூரம் = 24 5 — 19.5 = 5 ஆகும். இரண்டாவது பிரிவின் பிரிவு இடைவெளித் தூரம் = 29.5 — 24.5 = 5 ஆகும். இந்த எடுத்துக் காட்டில் கொடுத்துள்ள பிரிவுகள் உண்மைப் பிரிவுகளாக உள்ளன; மாறாக, கொடுத்துள்ள பிரிவுகள் உண்மைப் பிரிவுகளாக இல்லையென்றால், பிரிவு இடைவெளித் தூரத்தைக் கணிப்பதற்கு, அவற்றை முதலாவதாக உண்மைப் பிரிவுகளாக மாற்ற வேண்டும் கொடுத்துள்ள பிரிவுகள் 20 — 24, 25 — 29 ஆகியவை என்று கொள்வோம். இப்பிரிவுகள் உண்மைப் பிரிவுகளல்ல. இவற்றின் பிரிவு இடைவெளித் தூரங்களைக் கணிப்பதற்கு, முதலாவதாக இப்பிரிவுகளின் உண்மைப் பிரிவுகளைக் காண வேண்டும் கொடுத்துள்ள பிரிவுகளுக்குரிய உண்மைப் பிரிவுகள் 19·5-24.5, 24.5 — 29.5 ஆகியவைகளாகும். இப்பொழுது ஒவ்வொரு உண்மைப் பிரிவின் பிரிவு எல்லைகளுக்கிடையிலுள்ள வேறுபாடே கொடுத்துள்ள ஒவ்வொரு பிரிவின் இடைவெளித் தூரமாகும்.

கொடுத்துள்ள பிரிவுகளின் இடைவெளித் தூரங்கள் சமமாக இருந்தால் அப்பிரிவுகளைச் 'சம இடைவெளிப் பிரிவுகள்' (equal class intervals) என்கிறோம். எடுத்துக்காட்டாக, 19.5 -24.5, 24·5-29.5, 29.5 — 34.5 ஆகியவை சம இடைவெளிப் பிரிவுகள் ஆகும்.

கொடுத்துள்ள பிரிவுகளின் இடைவெளித் தூரங்கள் ஒன்றுக் கொன்று சமமாக இல்லையென்றால் அப்பிரிவுகளைச் 'சமமற்ற இடைவெளிப் பிரிவுகள்' (unequal class intervals) என்கிறோம். எடுத்துக் காட்டாக, 19.5-24.5. 24.5-30.5, 30.5-40·5 ஆகியவை சமமற்ற இடைவெளிப் பிரிவுகளாகும். ஏனெனில், முதல் பிரிவின் இடைவெளித் தூரம் 5 ஆகும்; இரண்டாவது பிரிவின் இடைவெளித் தூரம் 6 ஆகும்; மூன்றாவது பிரிவின் இடைவெளித் தூரம் 10 ஆகும்; இம் மூன்று இடைவெளித் தூரங்களும் ஒன்றுக்கொன்று சமமாக இல்லை.

பிரிவு இடைவெளித் தூரத்தைக் கணிக்க உதவும் சூத்திரம் வருமாறு:

பிரிவு இடைவெளித் தூரம் = (உண்மைப் பிரிவு மேல் எல்லை —உண்மைப் பிரிவுக் கீழ் எல்லை);

இச்சூத்திரத்தைக் கீழ்க் கண்டவாறு எழுதலாம்:

(உண்மைப் பிரிவு மேல் எல்லை — உண்மைப் பிரிவுக் கீழ் எல்லை) = பிரிவு இடைவெளித் தூரம்.

அதாவது, உண்மைப் பிரிவு மேல் எல்லை = (உண்மைப் பிரிவுக் கீழ் எல்லை + பிரிவு இடைவெளித் தூரம்)

எனவே. ஒரு பிரிவின் கீழ் எல்லையும் இடைவெளித் தூரமும் தரப்பெற்றிருந்தால், அப்பிரிவின் மேல் எல்லையைப் பெறலாம்.

எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு பிரிவின் உண்மைப் பிரிவுக் கீழ் எல்லை 70 என்றும் இடைவெளித் தூரம் 5 என்றும் கொள்வோம். இப்பொழுது கொடுத்துள்ள பிரிவின் உண்மைப் பிரிவு மேல் எல்லை = 70 + 5 = 75 ஆகும்.

உண்மைப் பிரிவு மேல் எல்லையைப் பெற்றது போல, உண்மைப் பிரிவு மேல் எல்லையும் இடைவெளித் தூரமும் தரப் பெற்றிருக்கும் போது உண்மைப் பிரிவுக் கீழ் எல்லையைக் கீழ்க்காணும் சூத்திரத்தின் உதவியால் பெறலாம்.

உண்மைப் பிரிவுக் கீழ் எல்லை = (உண்மைப் பிரிவு மேல் எல்லை - பிரிவு இடைவெளித்தூரம்)

எடுத்துக்காட்டாக,ஒரு பிரிவின் உண்மைப் பிரிவு மேல் எல்லை 40 என்றும் பிரிவு இடைவெளித் தூரம் 5 என்றும் கொள்வோம். அப்பிரிவின் உண்மைப் பிரிவுக் கீழ் எல்லை = 40—5=35 ஆகும்.

பிரிவுக் குறிப்பெண் (Midvalue or class mark):

ஒரு பிரிவின் கீழ் எல்லைக்கும் மேல் எல்லைக்கும் இடையில் அமைந்துள்ள மைய மதிப்பையே அப்பிரிவின் 'பிரிவுக்குறிப்பெண்' என்கிறோம். பிரிவுக் குறிப்பெண்ணைக் கணிக்கும் முறை பின்வருமாறு:

கொடுத்துள்ள பிரிவின் கீழ் எல்லையையும் மேல் எல்லையையும் கூட்ட வேண்டும். கூட்டி வரும் எண்ணை 2-ஆல் வகுக்க வேண்டும் இவ்வாறு வகுத்துவரும் எண்ணே பிரிவுக் குறிப்பெண்ணாகும். அதாவது,

$$\text{பிரிவுக் குறிப்பெண்} = \frac{\text{பிரிவுக் கீழ் எல்லை} + \text{பிரிவு மேல் எல்லை}}{2}$$

19.5 — 24.5, 24.5 — 29.5 ஆகியவை கொடுத்துள்ள பிரிவுகளெனக் கொள்வோம்.

$$\text{முதல் பிரிவின் பிரிவுக் குறிப்பெண்} = \frac{19.5 + 24.5}{2} = \frac{44.0}{2} = 22$$

$$\text{இரண்டாவது பிரிவின் பிரிவுக் குறிப்பெண்} = \frac{24.5 + 29.5}{2}$$

$$= \frac{54.0}{2} = 27$$

கொடுத்துள்ள பிரிவுகள் 20–24, 25–29 ஆகியவை என்று கொள்வோம். இப்பொழுது, முதல் பிரிவின் பிரிவுக் குறிப்பெண் $= \frac{20 + 24}{2} = \frac{44}{2} = 22$, இரண்டாவது பிரிவின் பிரிவுக் குறிப்பெண் $= \frac{25 + 29}{2} = \frac{54}{2} = 27$. எனவே கொடுத்துள்ள பிரிவுகள் உண்மைப் பிரிவுகளாக இருக்கும் பொழுது, பெறும் பிரிவுக் குறிப்பெண்களும் சமமாக உள்ளன. இதிலிருந்து நாம் பெறுவது யாதெனில், பிரிவுக் குறிப்பெண்களைப் பெறுவதற்குக் கொடுத்துள்ள பிரிவுகள் உண்மைப் பிரிவுகளா இல்லையா என்று காணவேண்டியதுமில்லை; உண்மைப் பிரிவுகளாக இல்லாத பொழுது அவற்றை உண்மைப் பிரிவுகளாக மாற்றவேண்டியதுமில்லை

கொடுத்துள்ள பிரிவுகள் சமஇடைவெளிப் பிரிவுகளாக இருக்கும் பொழுது, அப்பிரிவுகளின் பிரிவு இடைவெளித் தூரமானது,

(i) அடுத்தடுத்துள்ள ஏதேனும் இரு பிரிவுகளின் கீழ் எல்லைகளுக்கிடையே உள்ள வேறுபாட்டிற்குச் சமமாக இருக்கும்

(ii) அடுத்தடுத்துள்ள ஏதேனும் இரு பிரிவுக்ளின் மேல் எல்லைகளுக்கிடையே உள்ள வேறுபாட்டிற்குச் சமமாக இருக்கும்.

(iii) அடுத்தடுத்துள்ள ஏதேனும் இரு பிரிவுகளின் பிரிவுக் குறிப்பெண்களுக்கிடையே உள்ள வேறுபாட்டிற்குச் சமமாக இருக்கும் என்பது கவனிக்கத்தக்கது.

எடுத்துக்காட்டாக, 20 – 24, 25 — 29, 30 – 34 ஆகியவை கொடுத்துள்ள பிரிவுகளெனக் கொள்வோம். இப்பிரிவுகள் ஒவ்–

வொன்றின் இடைவெளித் தூரம் 5 என்று முன்பே கண்டோம்.

கொடுத்துள்ள முதலிரண்டு பிரிவுகளின் கீழ் எல்லைகளுக்-கிடையே உள்ள வேறுபாடு 25 — 20 = 5 ஆகும். இரண்டாவது, மூன்றாவது பிரிவுகளின் கீழ் எல்லைகளுக்கிடையே உள்ள வேறுபாடு 30 — 25 = 5 ஆகும். எனவே இடைவெளித் தூரமானது அடுத்துள்ள ஏதேனும் இரு பிரிவுகளின் கீழ் எல்லைகளுக்கிடையே உள்ள வேறு பாட்டிற்குச் சமமாக உள்ளது.

கொடுத்துள்ள முதலிரண்டு பிரிவுகளின் மேல் எல்லைகளுக் கிடையே உள்ள வேறுபாடு 29 — 24 = 5 ஆகும். இரண்டாவது, மூன்றாவது பிரிவுகளின் மேல் எல்லைகளுக்கிடையே உள்ள வேறு பாடு 34 — 29 = 5 ஆகும். எனவே இடைவெளித் தூரமானது அடுத்தடுத்துள்ள ஏதேனும் இரு பிரிவுகளின் மேல் எல்லைகளுக்-கிடையே உள்ள வேறுபாட்டிற்குச் சமமாக உள்ளது.

கொடுத்துள்ள பிரிவுகளின் பிரிவுக் குறிப்பெண்கள் முறையே 22, 27, 32 ஆகியவையாகும். முதலிரண்டு பிரிவுக் குறிப்பெண்-களுக்கிடையே உள்ள வேறுபாடு 27 — 22 = 5 ஆகும். இரண்டா-வது, மூன்றாவது பிரிவுக் குறிப்பெண்களுக்கிடையே உள்ள வேறு-பாடு 32 — 27 = 5 ஆகும். எனவே, இடைவெளித்தூரமானது அடுத்துள்ள ஏதேனும் இரு பிரிவுகளின் பிரிவுக் குறிப்பெண்களுக்-கிடையே உள்ள வேறுபாட்டிற்குச் சமமாக உள்ளது.

சில சமயங்களில் பிரிவுக் குறிப்பெண்கள் தரப்பெற்று, அவற்றிலிருந்து பிரிவு இடைவெளிகளைப் பெற வேண்டியதிருக்-கலாம். *1 எனவே, பிரிவுக் குறிப்பெண்களிலிருந்து பிரிவு இடை வெளிகளைப் பெறும் முறையைக் கீழே விளக்கியுள்ளோம்.

1. அடுத்தடுத்துள்ள ஏதேனும் இரு பிரிவுக் குறிப்பெண்களுக்-கிடையே உள்ள வேறுபாட்டை (அதாவது, பிரிவுக் குறிப்பெண் களிலிருந்து பிரிவு இடைவெளித் தூரத்தை) முதலாவதாகக் கணிக்க வேண்டும். *2

2. இவ்வேறுபாட்டை 2-ஆல் வகுக்க வேண்டும்.

---

*1. எப்பொழுதும் சம இடைவெளியுடைய அலைவெண் பரவலின் பிரிவுக் குறிப்பெண்களிலிருந்தே பிரிவு இடைவெளிகளைப் பெற வேண்டியதிருக்கும்

*2. நாம் எப்பொழுதும் கொடுத்துள்ள முதலிரண்டு பிரிவுக் குறிப்பெண்களுக்கு வேறுபாட்டையே கணிக்கிறோம்.

3. வகுத்து வரும் எண்ணை ஒவ்வொரு பிரிவுக் குறிப்பெண்–ணோடும் கூட்டினால் பிரிவு மேல் எல்லைகள் கிடைக்கும்.

4. வகுத்து வரும் எண்ணை ஒவ்வொரு பிரிவுக் குறிப்பெண்–ணிலுமிருந்து கழித்தால் பிரிவுக் கீழ் எல்லைகள் கிடைக்கும். எடுத்துக்காட்டொன்று காண்போம்.

பிரிவுக் குறிப்பெண்கள்
5
15
25
35
45

மேலே தந்துள்ள பிரிவுக் குறிப்பெண்களிலிருந்து பிரிவு இடை வெளிகளைக் கீழ்க்கண்டவாறு பெறுகிறோம்.

கொடுத்துள்ள முதலிரண்டு பிரிவுக் குறிப்பெண்களிடையே உள்ள வேறுபாடு = 15—5 = 10 ஆகும்.

இவ்வேறுபாட்டை 2-ஆல் வகுத்தால் கிடைக்கும் எண் $5\left[=\frac{10}{2}\right]$ ஆகும்.

இப்பொழுது வகுத்து வந்த எண்ணாகிய 5 ஐ ஒவ்வொரு பிரிவுக் குறிப்பெண்ணோடும் கூட்ட வேண்டும். இவ்வாறு கூட்டி வரும் எண்கள் 10 (=5+5), 20 (=15+5), 30 (=25+5), 40 (=35+5), 50 (=45+5) ஆகும். எனவே, 10, 20, 30, 40, 50 ஆகியவையே பிரிவு மேல் எல்லைகளாகும்

வகுத்து வந்த எண்ணாகிய 5ஐ ஒவ்வொரு பிரிவுக் குறிப் பெண்ணிலுமிருந்து கழித்துவரும் எண்கள் 0(=5–5), 10(=15–5), 20 (=25—5), 30 (=35—5), 40 (45—5) ஆகியவையாகும். எனவே, 0, 10, 20, 30, 40, ஆகியவைகளே பிரிவுக்கீழ் எல்லைகளாகும்.

இப்பொழுது கொடுத்துள்ள பிரிவுக் குறிப்பெண்களுக்குரிய பிரிவு இடைவெளிகள் வருமாறு.

0—10, 10—20, 20—30, 30—40, 40—50.

பிரிவுக் குறிப்பெண்களையும், நாம் பெற்றுள்ள இடைவெளி-களையும் கீழே அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்.

பிரிவுக் குறிப்பெண்கள்	பிரிவு இடைவெளிகள்
5	0—10
15	10—20
25	20—30
35	30—40
45	40—50

அலைவெண் (Frequency)

ஒரு பிரிவு இடைவெளியைச் சேர்ந்த இனங்களின் எண்ணிக்-கைக்கு அப்பிரிவு 'அலைவெண்' (Frequency) என்று பெயர். எடுத்-துக்காட்டாக 19.5—24.5, என்ற பிரிவில் 15 இனங்கள் இருந்தால், 15 அப்பிரிவு அலைவெண் ஆகும்.

இப்பொழுது நாம் தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவலின் இலக்கணத்தைக் கீழே தந்துள்ளோம்:

கொடுக்கப்பெற்றுள்ள புள்ளிவிவரத்தைச் சுருக்கமாகவெளியிடு வதற்கு முதற்கண் பிரிவுகளை ஏற்படுத்திக் கொள்ள வேண்டும். இப்பிரிவுகளை வரிசைக்கிரமமாக எழுத வேண்டும். பின்பு ஒவ்வொரு பிரிவையும் சேர்ந்த இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கையை அந்தந்தப் பிரிவிற்கு நேராகக்குறிப்பிட வேண்டும். இவ்வாறு தயாரிக்கப் பெறும் அட்டவணைக்கு 'அலைவெண் பரவல்' (frequency distribution) அல்லது 'அலைவெண் அட்டவணை' (frequency table) என்றுபெயர்.

தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவலுக்கு எடுத்துக்காட்டொன்று கீழே தந்துள்ளோம்.

பிரிவு	அலைவெண்
0—10	2
10—20	5
20—30	3
30—40	8
40—50	15
50—60	10
60—70	7
மொத்தம்	50

தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவல் கீழ்க்காணும் அட்டவணை வடிவிலும் தரப்பெறலாம்.

பிரிவு	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	மொத்தம்
அலை வெண்	2	5	3	8	15	10	7	50

தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவலை அமைத்தல்:

தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவலை அமைப்பதில் இரண்டு முக்கிய படிகள் உள்ளன. அவை வருமாறு:

(i) பிரிவு இடைவெளிகளையும், எல்லைகளையும் தேர்ந்தெடுத்தல்.

(ii) ஒவ்வொரு பிரிவின் அலைவெண்ணைக் கணித்துக் குறிப்பிடுதல்.

(i) பிரிவு இடைவெளிகளையும், பிரிவு எல்லைகளையும் தேர்ந்தெடுத்தல்:

பிரிவு இடைவெளிகளின் எண்ணிக்கையைத் தேர்ந்தெடுப்பதற்குத் திட்டவட்டமான விதி எதுவுமில்லை. பிரிவு இடைவெளிகளின்

எண்ணிக்கை மிகவும் அதிகமாக இருந்தால் விவரங்களைச் சுருக்கித் தருவதன் மூலம் பெறும் பயன்களை அடையமுடியாது. பிரிவு இடைவெளிகளின் எண்ணிக்கை மிகவும் குறைவாக இருந்தால் ஒவ்வொரு பிரிவிலும் இனங்கள் அதிகமாகக் குவிந்திருக்கும். இதனால் விவரங்கள் உள்ளடக்கியுள்ள பல கருத்துக்களைப் பெற முடியாது போகும். நாம் தேர்ந்தெடுக்கும் பிரிவு இடைவெளிகளின் எண்ணிக்கை விவரங்களின் தன்மையையும், இனங்களின் எண்ணிக்கையையும் பொறுத்திருக்கும். இனங்களின் எண்ணிக்கை அதிகமாக இருந்தால் பிரிவுகளின் எண்ணிக்கையும் அதிகமாக இருக்கும். மேலும், கொடுத்துள்ள விவரங்களில், குறைந்த மதிப்பிற்கும் அதிக மதிப்பிற்கும் உள்ள வேறுபாடு அதிகமாக இருந்தால் பிரிவுகளின் எண்ணிக்கையும் அதிகமாக இருக்கும். பொதுவாக, ஐந்துக்குக் குறைவான அல்லது 20க்கு அதிகமான எண்ணிக்கையுடைய பிரிவு இடைவெளிகளைத் தேர்ந்தெடுத்தல் கூடாது; 20 அல்லது 25க்கு அதிகமான எண்ணிக்கையுடைய பிரிவு இடைவெளிகளைப் புள்ளி விவரங்களின் எண்ணிக்கை மிகவும் அதிகமாக இருக்கும் போதே பயன்படுத்த வேண்டும்.

பிரிவு இடைவெளித் தூரத்தைத் தேர்ந்தெடுத்தலானது, வீச்சு (அதாவது, கொடுத்துள்ள விவரங்களில் அதிக மதிப்பிற்கும் குறைந்த மதிப்பிற்குமுள்ள வேறுபாடு), பிரிவு இடைவெளிகளின் எண்ணிக்கை ஆகியவற்றைப் பொருத்திருக்கும். வீச்சு அதிகமாக இருந்தால் பிரிவு இடைவெளித் தூரமும் அதிகமாகவும், வீச்சுக்குறைவாக இருந்தால் பிரிவு இடைவெளித் தூரமும் குறைவாக இருக்கலாம். ஆனால் இவ்வாறு தேர்ந்தெடுப்பதால் பிரிவுகளின் எண்ணிக்கை மிகவும் குறைவாகவோ அதிகமாகவோ ஆகி விடுதல் கூடாது.

பெரும்பான்மையான சந்தர்ப்பங்களில் ஒவ்வொரு பிரிவு இடைவெளிக்குப் பதிலாக தனித்த எண்களையப் பயன்படுத்தவேண்டியுள்ளது. அப்படிப்பட்ட சந்தர்ப்பங்களில் ஒவ்வொரு பிரிவின் பிரிவுக் குறிப்பெண்ணையும் அப்பிரிவைச் சேர்ந்த இனங்களனைத்தின் மதிப்புக்களுக்குச் சமமாகக் கொள்கிறோம். எனவே பிரிவு இடைவெளித் தூரங்கள் சிறிய அளவினதாக இருக்க வேண்டியது அவசியமாகும். மேலும், முடிந்தவரையில் கொடுத்துள்ள இனங்களின் மதிப்புக்கள் நாம் தேர்ந்தெடுக்கும் பிரிவு எல்லைகளுக்குச் சமமாக இல்லாமலும், பிரிவுக் குறிப்பெண்களுக்கு ஏறத்தாழச் சமமாக இருக்குமாறும் பார்த்துக் கொள்ளவேண்டும்.

பிரிவு இடைவெளித் தூரமானது 5 அல்லது 5-இன் மடங்கு-

களாகிய 10, 15, முதலியவைகளாக இருத்தல் நல்லது. முடிந்த வரையில் 3,7, 11 போன்ற ஒற்றைப்படை எண்கள் பிரிவு இடைவெளித் தூரமாக இருப்பதைத் தவிர்த்தல் வேண்டும். சமமற்ற பிரிவு இடைவெளிகளைக் காட்டிலும் சமமான பிரிவு இடைவெளிகளைத் தேர்ந்தெடுத்தல் நல்லது. ஆனால் சமமற்ற பிரிவு இடைவெளிகளைத் தேர்ந்தெடுப்பதற்குத் தகுந்த காரணமிருந்தால், அவற்றைத் தேர்ந்தெடுப்பதில் தவறொன்றுமில்லை.

பிரிவு இடைவெளிகளின் கீழ் எல்லைகள் 0 அல்லது 5 அல்லது 5-இன் மடங்குகளாக இருத்தல் வேண்டும். எடுத்துக்காட்டாக, கொடுத்துள்ள விபரங்களில் குறைந்த மதிப்பு 17 என்று கொள்வோம். தேர்ந்தெடுத்துள்ள பிரிவு இடைவெளித் தூரம் 5 என்று கொள்வோம். இப்பொழுது, முதல் பிரிவை 17–22 என்று கொள்ளாமல் 15–20 என்று கொள்ள வேண்டும்.

ஒவ்வொரு பிரிவின் அலைவெண்ணைக் கணித்தல்

பிரிவு இடைவெளிகளை அமைத்த பின்பு, கொடுத்துள்ள இனங்கள் ஒவ்வொன்றையும் அடுத்தடுத்து எடுத்துக் கொள்ள வேண்டும். ஒவ்வொரு இனமும் எந்தப் பிரிவில் வருகிறதோ அந்தப் பிரிவிற்கு எதிராக அலைவெண் குறியீடு (சிறிய செங்குத்துக்கோடு) ஒன்று போட வேண்டும். ஒரு பிரிவில் ஐந்தாவதாக ஒரு இனம் வருவதை முதலில் போட்டுள்ள நான்கு சிறிய செங்குத்துக் கோடுகளுக்கு மேல் ஒரு சிறிய படுக்கைக் கோடு வரைந்து குறிப்பிடுகிறோம். ஒவ்வொரு பிரிவிற்கும் எதிரில் உள்ள அலைவெண் குறியீடுகளின் எண்ணிக்கையைக் கணித்து அலைவெண்ணைப் பெறுகிறோம்.

நாம் கீழே தந்துள்ள விபரங்களிலிருந்து தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவலொன்றை அமைக்கலாம்.

67, 34, 36, 48, 49, 31, 61, 34, 43, 45, 38, 32, 27,
61, 29, 47, 36, 50, 46, 30, 46, 32, 30, 33, 45, 49,
48, 41, 53, 36, 55, 64, 45, 25, 54, 53, 24, 33, 46, 45.

அதிக மதிப்பு = 67

குறைந்த மதிப்பு = 24

நாம் 20-29, 30-39, முதலியவற்றைப் பிரிவு இடைவெளி-களாகக் கொள்வோம். இங்கு இறுதிப் பிரிவு 60–69 ஆகும். அலை-வெண் பரவல் அட்டவணை வருமாறு:

பிரிவு டை வெளி	அலைவெண் குறியீடு	அலைவெண்
20—29	𝍸	4
30—39	𝍸 𝍸 III	13
40—49	𝍸 𝍸 IIII	14
50—59	𝍸	5
60—69	IIII	4
மொத்தம்		40

திறந்த பிரிவு இடைவெளிகள் (Open end classes):

பெரும்பாலான சந்தர்ப்பங்களில், கொடுத்துள்ள விவரங்களில் ஒன்று அல்லது மிகச் சில இனங்கள் மிகவும் குறைந்த மதிப்புடைய-வையாகவோ அல்லது மிகவும் அதிக மதிப்புடையவையாகவோ இருக்கலாம். எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு மாணவன் அல்லது மிகச் சில மாணவர்களே ஓரிலக்க மதிப்பெண் பெற்றிருக்கலாம்; மீதியுள்ள மாணவர்கள் நாற்பதுக்கும் அதிக மதிப்பெண் பெற்றிருக்கலாம். இப்படிப்பட்ட சந்தர்ப்பங்களில், அலைவெண் பரவலை அமைக்கும் பொழுது, முதல் பிரிவை '40-க்குக் கீழ்' (Less than 40 or Below 40) என்று எடுத்துக் கொள்கிறோம். இவ்வாறாக, முதல் பிரிவின் கீழ் எல்லை எந்த ஒரு குறிப்பிட்ட எண்ணாகவும் இல்லாதவாறு அமைந்துள்ளது; அதாவது, முதல் பிரிவின் கீழ் முனை திறந்ததாக உள்ளது. இப்பொழுது அலைவெண் அட்டவணையானது கீழ்க்-காணும் அட்டவணையின் வடிவத்தில் அமைந்திருக்கும்.

பிரிவு இடைவெளி (மதிப்பெண்கள்)	அலைவெண் (மாணவர்களின் எண்ணிக்கை)
40–க்குக் கீழ்	2
40—50	7
50—60	15
60—70	5
70—80	4

இங்கு, முதல், பிரிவைத் 'திறந்த பிரிவு இடைவெளி' (open class) என்றும், அலைவெண் பரவலை ஆரம்பத்தில் திறந்த முனையுடையது என்றும் கூறுகிறோம்.

மாறாக, ஒரு மாணவன் அல்லது மிகச்சில மாணவர்கள் 95-க்கு அதிகமாகவும், மீதியுள்ள மாணவர்கள் 70-க்கு குறைவாகவும் மதிப்பெண்கள் பெற்றிருக்கலாம். இச்சமயங்களில் அலைவெண் பரவலை அமைக்கும் பொழுது, இறுதிப் பிரிவை '70-க்கு மேல்' (Above 70) என்று எடுத்துக் கொள்கிறோம். இவ்வாறாக இறுதிப் பிரிவின் மேல் எல்லை எந்த ஒரு குறிப்பிட்ட எண்ணாகவும் இல்லாதவாறு அமைந்துள்ளது அதாவது இறுதிப் பிரிவின் மேல் முனையானது திறந்ததாக உள்ளது. இப்பொழுது அலைவெண் அட்டவணையானது கீழ்க்காணும் அட்டவணை வடிவத்தில் அமைந்திருக்கும்.

பிரிவு இடைவெளி (மதிப்பெண்கள்)	அலைவெண் (மாணவர்களின் எண்ணிக்கை)
30—40	4
40—50	8
50—60	7
60—70	5
70–க்கு மேல்	3

இங்கு இறுதிப் பிரிவைத் 'திறந்த பிரிவு இடைவெளி' (open class) என்றும் அலைவெண் பரவலை இறுதியில் திறந்த முனையுடையது என்று கூறுகிறோம்.

கொடுத்துள்ள விவரங்கள் மற்றொரு வகையில் அமைந்திருக்கவும் வாய்ப்புள்ளது. மிகச்சில மாணவர்கள் ஒரு இலக்க மதிப்பெண்ணும், வேறு சில மாணவர்கள் 95க்கு அதிகமான மதிப்பெண்ணும் பெற்றிருக்கலாம், மீதியுள்ள மாணவர்கள் 40-க்கும் 70க்கும் இடையில் மதிப்பெண்கள் பெற்றிருக்கலாம். இப்படிப்பட்ட சந்தர்ப்பங்களில், அலைவெண் பரவலை அமைக்கும் பொழுது முதல் பிரிவை '40க்குக் கீழ்' என்றும் இறுதிப் பிரிவை '70ற்கு மேல்' என்றும் எடுத்துக் கொள்கிறோம். இங்கு அலைவெண் பரவலின் ஆரம்பத்தில் ஒன்றும் இறுதியில் ஒன்றும் ஆக மொத்தம் இரண்டு திறந்த பிரிவு இடைவெளிகள் உள்ளன. இப்பொழுது அலைவெண் அட்டவணையானது கீழ்க்காணும் அட்டவணையின் வடிவத்தில் அமைந்திருக்கும்.

பிரிவு இடைவெளி (மதிப்பெணகள்)	அலைவெண் (மாணவர்களின் எண்ணிக்கை)
40-க்குக் கீழ்	3
40 – 50	8
50 – 60	11
60 – 70	7
70-க்கு மேல்	1

மேலே நாம் தந்துள்ளவற்றிலிருந்து பெறுவது யாதெனில், ஒரு பிரிவின் மேல் எல்லை, கீழ் எல்லை ஆகிய இரண்டு எல்லைகளில் ஏதேனும் ஒரு எல்லை வரையறுக்கப் பெறாமலிருந்தால் (அதாவது ஒரு குறிப்பிட்ட எண்ணாக இல்லாமலிருந்தால்) அப்பிரிவைத் 'திறந்த பிரிவு இடைவெளி' (open class interval) என்கிறோம்.

மேலும் திறந்த இடைவெளியானது அலைவெண் பரவலின் ஆரம்பத்திலோ, முடிவிலோ, ஆரம்பம், முடிவுஆகிய இரண்டிலுமோ இருக்கலாமென்பது கவனிக்கத் தக்கது. திறந்த பிரிவு இடைவெளி

யானது அலைவெண் பரவலின் ஆரம்பத்தில் இருந்தால், முதல் பிரிவின் கீழ் எல்லை ஒரு குறிப்பிட்ட எண்ணாக இராது. திறந்த பிரிவு இடைவெளியானது அலைவெண் பரவலின் இறுதியில் இருந்தால் இறுதிப்பிரிவின் மேல் எல்லை ஒரு குறிப்பிட்ட எண்ணாக இராது. அலைவெண் பரவலின் ஆரம்பம், முடிவு ஆகிய இரண்டிலுமே திறந்த பிரிவு இடைவெளிகளிலிருந்தால், முதல் பிரிவின் கீழ் எல்லை இறுதிப் பிரிவின் மேல் எல்லை ஆகிய இரண்டுமே குறிப்பிட்ட எண்களாக இரா.

திறந்த பிரிவு இடைவெளியுடைய அலைவெண் பரவலைத் திறந்த முனையுடைய பரவல் என்கிறோம்.

அலைவெண்பரவலை அமைக்கும் பொழுது, திறந்த பிரிவு இடைவெளிகளின் உதவியால் பூச்சியத்தை அலைவெண்ணாகக் கொண்ட பிரிவுகள் ஏற்படாமல் தவிர்க்கலாம்.

குவிவு அலைவெண் பரவல்கள் (Cumulative frequency distribution):

சிலசமயங்களில் '30க்கும் குறைவான மதிப்பெண்கள் பெற்றுள்ள மாணவர்கள் எத்தனை பேர்?' அல்லது '40 க்கும் குறைவான மதிப்பெண்கள் பெற்றுள்ள மாணவர்கள் எத்தனை பேர்?' போன்ற வினாக்களுக்கு விடை காண வேண்டியுள்ளது. இவ்வினாக்களுக்கு விடைகாண எளிய அலைவெண் பரவலிலுள்ள அலைவெண்களைக் கூட்ட வேண்டியுள்ளது. எடுத்துக்காட்டாக கீழே தந்துள்ள அலைவெண் பரவலை எடுத்துக்கொள்வோம் :

பிரிவு (மதிப்பெண்கள்)	அலைவெண் (மாணவர்களின் எண்ணிக்கை)
0-10	2
10-20	8
20-30	10
30-40	13
40-50	28
50-60	10

30—க்கும் குறைவான மதிப்பெண்கள் பெற்றுள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கையைப் பெற முதல் மூன்று அலைவெண்களாகிய 2, 8, 10 ஆகியவற்றைக் கூட்டவேண்டும் இந்த அலைவெண்களின் மொத்தம் 2+8+10 = 20 ஆகும். 20 மாணவர்கள் 30 —க்கும் குறைவான மதிப்பெண்கள் பெற்றுள்ளனர் என்பது விடையாகும். இதே போல, 40 —க்கும் குறைவான மதிப்பெண்களைப் பெற்றுள்ள மாணவர்களின் எண்ணிகைகையைப் பெற முதல் நான்கு அலைவெண்களாகிய 2, 8, 10, 13 ஆகியவற்றைக் கூட்ட வேண்டும். இந்த அலைவெண்களின் மொத்தம் 2+8+10+13 = 33 ஆகும். 33 மாணவர்கள் 40 —க்கும் குறைவான மதிப்பெண்களைப் பெற்றுள்ளனர் என்பது விடையாகும்.

இவ்வாறு நாம் அலைவெண்களைக் கூட்டும் முறையை ஆங்கிலத்தில், 'cumulation of frequencies' என்கிறோம் நாம் அலைவெண்களைக் கூட்டிப் பெறும் எண்களைக் 'கீழினக்குவிவு அலை வெண்கள்' (Less than cumulative frequencies) என்கிறோம். நம்முடைய எடுத்துக்காட்டில் 20, 33 ஆகியவை கீழினக் குவிவு அலைவெண்களாகும்.

சில சமயங்களில் '30ஐ விட அதிக மதிப்பெண்கள் பெற்றுள்ள மாணவர்கள் எத்தனை பேர்?'' போன்ற வினாக்களுக்கு விடை காண வேண்டியுள்ளது இங்கும், மேலே தந்துள்ளவை போன்ற வினாக்களுக்கு விடை காண, எளிய அலைவெண் பரவலிலுள்ள அலைவெண்களைக் கூட்ட வேண்டும் மேலே நாம் எடுத்துக்காட்டாகக் கொண்டுள்ள அதே அலைவெண் பரவலை மீண்டும் எடுத்துக் கொள்வோம். 30— க்கும் அதிகமான மதிப்பெண்களைப் பெற்றுள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கையைப் பெற, இறுதியாக அமைந்துள்ள மூன்று பிரிவுகளின் அலைவெண்களாகிய 13, 28, 10 ஆகியவற்றைக் கூட்ட வேண்டும். கூட்டி வரும் மொத்தம் 13 + 28 + 10 = 51 ஆகும். 51 மாணவர்கள் 30க்கும் அதிகமான மதிப்பெண்கள் பெற்றுள்ளார்கள் என்பது விடையாகும். இதேபோல 40—க்கும் அதிகமான மதிப்பெண்கள் பெற்றுள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கையைக் காண—இறுதியில் அமைந்துள்ள இரண்டு பிரிவுகளின் அலைவெண்களாகிய 28, 10 ஆகியவற்றைக் கூட்ட வேண்டும். கூட்டிவரும் மொத்தம் 28 + 10 = 38 ஆகும. 38 மாணவர்கள் 40க்கும் அதிகமான மதிப்பெண்கள் பெற்றுள்ளார்கள் என்பது விடையாகும்.

இங்கும் நாம் அலைவெண்களைக் கூட்டும் முறையை ஆங்-

கிலத்தில் 'cumulation of frequencies' என்கிறோம். அலைவெண்–களைக் கூட்டிப் பெறும் எண்களை 'மேலினக் குவிவு அலைவெண்–கள்' (More than cumulative frequencies) என்கிறோம். நம்முடைய எடுத்துக்காட்டில் 51, 38 ஆகியவை மேலினக் குவிவு அலைவெண்–களாகும்.

கீழினக் குவிவு அலைவெண்கள் அல்லது மேலினக் குவிவு அலைவெண்களை அட்டவணை வடிவில் தரலாம். இந்த அட்ட வணையைக் 'குவிவு அலைவெண் அட்டவணை' (cumulative frequency table) அல்லது 'குவிவு அலைவெண் பரவல்' (cumulative frequency distribution) என்கிறோம்.

கீழினக்குவிவு அலைவெண்களைத் தரும் அட்டவணை கீழ்க் கண்டவாறு அமைந்திருக்கும்

மதிப்பெண்கள்	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை
10-ற்குக் கீழ்	2
20 ,, ,,	10
30 ,, ,,	20
40 ,, ,,	33
50 ,, ,,	61
60 ,, ,,	61

இந்த அட்டவணையைக் 'கீழினக குவிவு அலைவெண் அட்ட வணை அல்லது பரவல், (Less than cumulative frequency table or distribution) என்கிறோம்.

மேலினக் குவிவு அலைவெண்களைத் தரும் அட்டவணை கீழ்க்கண்டவாறு அமைந்திருக்கும்.

மதிப்பெண்கள்	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை
0–ற்கு மேல்	71
10 ,, ,,	69
20 ,, ,,	61
30 ,, ,,	51
40 ,, ,,	38
50 ,, ,,	10

இந்த அட்டவணையை மேலினக்குவிவு அலைவெண் அட்டவணை அல்லது பரவல்' 'More than cumulative frequency table or distribution) என்கிறோம்.

மேலே நாம் கூறியவற்றிலிருந்து, குவிவு அலைவெண் பரவலானது, கீழினக் குவிவு அலைவெண் பரவல், மேலினக் குவிவு அலைவெண்பரவல் என இருவகைப்படும் என்பதையும், இக்குவிவு அலைவெண் பரவல்களை எளிய அலைவெண் பரவலிலிருந்து பெறுகிறோம் என்பதையும் அறிகிறோம்.எளிய அலைவெண் பரவலிலிருந்து கீழின, மேலினக் குவிவு அலைவெண் பரவல்களைப் பெறும் முறைகளை ஒன்றன் பின் ஒன்றாகக் கீழே விளக்கியுள்ளோம்.

கீழினக் குவிவு அலைவெண் பரவலைப் பெறும் முறை :

கீழினக் குவிவு அலைவெண், கீழினக் குவிவு அலைவெண் பரவல் ஆகியவற்றின் இலக்கணங்களை முதலாவதாகக் கீழே தந்துள்ளோம் :

எளிய அலைவெண் பரவலொன்று தந்திருப்பதாகக் கொள்வோம். ஒரு பிரிவு இடைவெளியின் உண்மைப் பிரிவு மேல் எல்லையை விடக் குறைந்த மதிப்புடைய இனங்களின் எண்ணிக்கையையே அப்பிரிவின் 'கீழினக் குவிவு அலைவெண்' அல்லது 'கீழினத் திரள் அலைவெண்' என்கிறோம்.

ஒவ்வொரு பிரிவு இடைவெளியின் கீழினக் குவிவு அலைவெண்ணை அப்பிரிவு இடைவெளியின் உண்மைப் பிரிவு மேல் எல்லைக்கு எதிரில் எழுதிப் பெறும் அட்டவணையையே **'கீழினக் குவிவு (அல்லது திரள்) அலைவெண் பரவல்'** என்கிறோம்.

கீழினக் குவிவு அலைவெண் பரவலைப் பெறும் முறையைப் படிப்படியாகக் கீழே தந்துள்ளோம்.

(1) முதலாவதாகக் கொடுத்துள்ள பிரிவு இடைவெளிகள் உண்மைப் பிரிவுகளா இல்லையா என்று பார்க்க வேண்டும். உண்மைப் பிரிவுகளாக இல்லையென்றால் அவற்றை உண்மைப் பிரிவுகளாக மாற்ற வேண்டும்.

இரண்டாவதாக, ஒவ்வொரு பிரிவின் அலைவெண்ணுடன் அப்பிரிவிற்கு முன்பு அமைந்துள்ள எல்லாப் பிரிவுகளின் அலைவெண்களையும் கூட்ட வேண்டும். அதாவது, முதல் பிரிவிற்கு முன்பு பிரிவுகள் எதுவும் இல்லாததால் முதல் பிரிவின் அலைவெண்ணை அப்-

படியே வைத்துக் கொள்கிறோம்; இரண்டாவது பிரிவு அலைவெண்ணுடன் முதல் பிரிவு அலைவெண்ணைக் கூட்டவேண்டும்; மூன்றாவது பிரிவு அலைவெண்ணுடன் முதலிரண்டு பிரிவுகளின் அலைவெண்களைக் கூட்ட வேண்டும்: இவ்வாறாக ஒவ்வொரு பிரிவு அலைவெண்ணுடனும் முந்தியுள்ள பிரிவுகளின் அலைவெண்களைக் கூட்ட வேண்டும் இவ்வாறு நாம் அலைவெண்களைக் கூட்டிப் பெறும் எண்களே முறையே முதலாவது, இரண்டாவது, மூன்றாவது முதலிய பிரிவுகளின் கீழினக் குவிவு அலைவெண்களாகும்.

(3) இப்பொழுது, கொடுத்துள்ள பரவலிலுள்ள பிரிவுகளின் உண்மைப் பிரிவு மேல் எல்லைகளை 'உண்மைப்பிரிவு மேல் எல்லை' என்ற தலைப்பின் கீழ் தருகிறோம். மேலே நாம் கணித்துள்ள கீழினக் குவிவு அலைவெண்களைக் 'கீழினக் குவிவு அலைவெண்' என்ற தலைப்பின் கீழ் தருகிறோம். இப்பொழுது கிடைக்கும் அட்டவணையே கீழினக் குவிவு அலைவெண் அட்டவணையாகும்.

எடுத்துக்காட்டொன்று கீழே தந்துள்ளோம்:

பிரிவு இடைவெளி	அலைவெண்
0-15	2
15–30	5
30-50	13
50–60	8

மேலே தந்துள்ள அலைவெண் பரவலிலிருந்து கீழினக் குவிவு அலைவெண் பரவலைக் கீழ்க்கண்டவாறு பெறுகிறோம்.

கொடுத்துள்ள அலைவெண் பரவலிலுள்ள பிரிவுகள் உண்மைப் பிரிவுகளாக உள்ளன. எனவே கொடுத்துள்ள பிரிவுகளை உண்மைப் பிரிவுகளாக மாற்ற வேண்டிய வேலை இல்லை.

முதல் பிரிவின் அலைவெண்ணாகிய 2ஐ அப்படியே வைத்துக் கொள்கிறோம். இதுவே முதல் பிரிவின் கீழினக் குவிவு அலைவெண்ணாகும்.

இரண்டாவது பிரிவின் அலைவெண்ணாகிய 5 உடன் முதல் பிரிவின் அலைவெண்ணாகிய 2ஐக் கூட்ட வேண்டும். கூட்டி வரும் எண் 2+5=7 ஆகும். இதுவே இரண்டாவது பிரிவின் கீழினக் குவிவு அலைவெண்ணாகும்.

மூன்றாவது பிரிவின் அலைவெண்ணாகிய 13 உடன் முதலிரண்டு பிரிவுகளின் அலைவெண்ணாகிய 2, 5 ஆகியவற்றைக் கூட்ட வேண்டும். கூட்டி வரும் எண் 2+5+13=20 ஆகும். இதுவே மூன்றாவது பிரிவின் கீழினக் குவிவு அலைவெண்ணாகும்.

நான்காவது பிரிவின் அலைவெண்ணாகிய 8 உடன் முந்தியுள்ள மூன்று பிரிவுகளின் அலைவெண்களாகிய 2, 5, 13 ஆகியவற்றைக் கூட்டவேண்டும். கூட்டிவரும் எண் 2 + 5 + 13 + 8 = 28 ஆகும். இதுவே நான்காவது பிரிவின் குவிவு அலைவெண்ணாகும்.

எனவே, முதலாவது, இரண்டாவது, மூன்றவாவது, நான்காவது பிரிவுகளின் கீழினக் குவிவு அலைவெண்கள் முறையே 2,7, 20, 28 ஆகும்.

முதாலாவது. இரண்டாவது, மூன்ருவது, நான்காவது பிரிவுகளின் உண்மைப் பிரிவு மேல் எல்லைகள் முறையே 15, 30, 50, 60 ஆகும்.

இப்பொழுது ஒவ்வொரு பிரிவின் உண்மைப் பிரிவு மேல் எல்லைக்கு நேர் எதிரில் அவ்வப் பிரிவின் கீழினக் குவிவு அலைவெண் இருக்குமாறு அட்டவணை அமைத்துக் கீழே தந்துள்ளோம்:

உண்மைப் பிரிவு மேல் எல்லை	கீழினக் குவிவு அலைவெண்
15	2
30	7
50	20
60	28

மேலே உள்ள அட்டவணையே நமக்குத் தேவையான கீழினக் குவிவு அலைவெண் அட்டவணையாகும்.

இன்னுமொரு எடுத்துக்காட்டு காண்போம்.

பிரிவு இடைவெளி	அலைவெண்
0—9	5
10—19	9
20—29	11
30—39	8
40—49	3

கொடுத்துள்ள அலைவெண் பரவலிலுள்ள பிரிவுகள் உண்மைப் பிரிவுகளல்ல. எனவே, நாம் அவற்றை உண்மைப் பிரிவுகளாக மாற்ற வேண்டும். கீழே உள்ள அட்டவணையில் இவற்றை உண்மை பிரிவுகளாக மாற்றித் தந்துள்ளோம்.

உண்மைப் பிரிவு	அலைவெண்
5—9.5	5
9.5—19.5	9
19 5—29 5	11
29 5—39.5	8
39 5—49.5	3

கீழினக் குவிவு அலைவெண்களைக் கீழ்க்கண்டவாறு பெறுகிறோம்.

முதல் பிரிவின் கீழினக் குவிவு அலைவெண் 5 ஆகும். இரண்டாவது பிரிவிற்கு 5 + 9 = 14 ஆகும்; மூன்றாவது பிரிவிற்கு 5+9 + 11 = 25 ஆகும்; நான்காவது பிரிவிற்கு 5 + 9 + 11 + 8 = 33 ஆகும்; ஐந்தாவது பிரிவிற்கு 5 + 9 + 11 + 8 + 3 = 36 ஆகும்.

முதல், இரண்டாவது, மூன்றாவது, நான்காவது, ஐந்தாவது பிரிவுகளின் உண்மைப் பிரிவு மேல் எல்லைகள் முறையே 9.5, 19.5, 29.5, 39.5, 49.5 ஆகியவையாகும்.

இப்பொழுது கீழினக் குவிவு அலைவெண் அட்டவணை வருமாறு :

உண்மைப் பிரிவு மேல் எல்லை	கீழினக் குவிவு அலைவெண்
9.5	5
19.5	14
29.5	25
39.5	33
49.5	36

கீழினக் குவிவு அலைவெண் பரவலில் இறுதிப் பிரிவின் கீழினக் குவிவு அலைவெண்களின் மொத்தமாக அமைந்திருப்பது கவனிக்கத்தக்கது.

மேலினக் குவிவு அலைவெண் பரவலைப் பெறும் முறை :

இங்கும் முதலாவதாக மேலினக் குவிவு அலைவெண், மேலினக் குவிவு அலைவெண் பரவல் ஆகியவற்றின் இலக்கணங்களைக் கீழே தந்துள்ளோம்.

எளிய அலைவெண் பரவலொன்று தந்திருப்பதாகக் கொள்வோம். ஒரு பிரிவின் **உண்மைப் பிரிவுக் கீழ் எல்லையை விட** அதிக மதிப்புடைய இனங்களின் எண்ணிக்கையையே அப்பிரிவின் மேலினக் குவிவு அலைவெண் அல்லது 'மேலினத் திரள் அலைவெண்' என்கிறோம்.

ஒவ்வொரு பிரிவின் மேலினக் குவிவு அலைவெண்ணை அவ்வப் பிரிவின் உண்மைப் பிரிவுக் கீழ் எல்லைக்கு எதிரில் எழுதிப் பெறும் அட்டவணையையே 'மேலினக் குவிவு (அல்லது திரள்) அலைவெண் பரவல்' என்கிறோம்.

மேலினக் குவிவு அலைவெண் பரவலைப் பெறும் முறையைப் படிப்படியாகக் கீழே தந்துள்ளோம்:

1. முதலாவதாகக் கொடுத்துள்ள பிரிவுகள் உண்மைப் பிரிவுகளா இல்லையா என்று பார்க்க வேண்டும். உண்மைப் பிரிவுகளாக இல்லை என்றால் அவற்றை உண்மைப் பிரிவுகளாக மாற்ற வேண்டும்.

2. இரண்டாவதாக, ஒவ்வொரு பிரிவின் அலைவெண்ணுடன் அப்பிரிவிற்குப் பின்பாக அமைந்துள்ள எல்லாப் பிரிவுகளின் அலைவெண்களையும் கூட்டவேண்டும். அதாவது, முதல் பிரிவின் அலைவெண்ணுடன் மீதியுள்ள எல்லா பிரிவுகளின் அலைவெண்களையும் கூட்டவேண்டும்; இரண்டாவது பிரிவின் அலைவெண்ணுடன் முதல் பிரிவு தவிர மீதியுள்ள எல்லாப் பிரிவுகளின் அலைவெண்களையும் கூட்டவேண்டும்; மூன்றாவது பிரிவின் அலைவெண்ணுடன் முதலிரண்டு பிரிவுகள் தவிர மீதியுள்ள எல்லாப் பிரிவுகளின் அலைவெண்களையும் கூட்டவேண்டும். இறுதிப் பிரிவிற்குப் பின்பு எந்தப் பிரிவுமில்லாததால் அப்பிரிவின் அலைவெண்ணை அப்படியே வைத்துக் கொள்கிறோம். மேலே கூறியுள்ளபடி அலைவெண்களைக் கூட்டிப் பெறும் எண்களே முறையே முதலாவது, இரண்டாவது, மூன்றாவது முதலிய பிரிவுகளின் மேலினக் குவிவு அலைவெண்களாகும்.

3. இப்பொழுது கொடுத்துள்ள பரவலிலுள்ள பிரிவுகளின் உண்மைப் பிரிவுக் கீழ் எல்லைகளை 'உண்மைப் பிரிவுக் கீழ் எல்லை' என்ற தலைப்பின் கீழ் தருகிறோம். மேலே நாம் கணித்துள்ள மேலினக் குவிவு அலைவெண்களை 'மேலினக் குவிவு அலைவெண்' என்ற தலைப்பின் கீழ் தருகிறோம். இப்பொழுது நமக்குக் கிடைக்கும் அட்டவணையே மேலினக் குவிவு அலைவெண் அட்டவணையாகும்.

எடுத்துக்காட்டொன்று கீழே தந்துள்ளோம்:

பிரிவு இடைவெளி	அலைவெண்
0 — 15	2
15 — 30	5
30 — 50	13
50 — 60	8

மேலே தந்துள்ள அலைவெண் பரவலிலிருந்து மேலினக்குவிவு அலைவெண் பரவலைக் கீழ்க்கண்டவாறு பெறுகிறோம்.

கொடுத்துள்ள அலைவெண் பரவலிலுள்ள பிரிவுகள் உண்மைப் பிரிவுகளாக உள்ளன. எனவே, கொடுத்துள்ள பிரிவுகளை உண்மைப் பிரிவுகளாக மாற்றவேண்டிய வேலை இல்லை.

முதல் பிரிவின் அலைவெண் 2 ஆகும். இதனுடன் முதல் பிரிவிற்குப் பின்பாக அமைந்துள்ள இரண்டாவது, மூன்றாவது, நான்காவது பிரிவுகளின் அலைவெண்களாகிய 5, 13, 8 ஆகியவற்றைக் கூட்ட வேண்டும் கூட்டிவரும் எண் 2+5+13+8 = 28 ஆகும். இதுவே முதல் பிரிவின் மேலினக்குவிவு அலைவெண்ணாகும்.

இரண்டாவது பிரிவின் அலைவெண்ணாகிய 5உடன் இரண்டாவது பிரிவிற்குப் பின்பு அமைந்துள்ள மூன்றாவது, நான்காவது பிரிவுகளின் அலைவெண்களாகிய 13, 8 ஆகியவற்றைக் கூட்ட வேண்டும் கூட்டி வரும் எண் 5+13+8 = 26 ஆகும். இதுவே இரண்டாவது பிரிவின் மேலினக்குவிவு அலைவெண்ணாகும்.

மூன்றாவது பிரிவின் அலைவெண்ணாகிய 13 உடன் மூன்றாவது பிரிவிற்குப் பின்பு அமைந்துள்ள நான்காவது பிரிவின் அலைவெண்ணாகிய 8-ஐக் கூட்டவேண்டும். கூட்டி வரும் எண் 13+8 = 21 ஆகும். இதுவே மூன்றாவது பிரிவின் மேலினக்குவிவு அலைவெண்ணாகும்.

நான்காவது பிரிவு இறுதிப் பிரிவாகும். எனவே, நான்காவது பிரிவின் அலைவெண்ணாகிய 8 இப்பிரிவின் மேலினக்குவிவு அலைவெண்ணாகும்.

எனவே, முதலாவது, இரண்டாவது, மூன்றாவது, நான்காவது பிரிவுகளின் மேலினக்குவிவு அலைவெண்கள் முறையே 28, 26, 21, 8 ஆகும்

முதலாவது, இரண்டாவது, மூன்றாவது, நான்காவது பிரிவுகளின் உண்மைப் பிரிவுக் கீழ் எல்லைகள் முறையே 0, 15 30, 50 ஆகும்

இப்பொழுது ஒவ்வொரு பிரிவின் உண்மைப் பிரிவுக் கீழ் எல்லைக்கு நேர் எதிரில் அவ்வப் பிரிவின் மேலினக்குவிவு அலைவெண் இருக்குமாறு அட்டவணை அமைத்துக் கீழே தந்துள்ளோம்.

உண்மைப் பிரிவுக் கீழ்எல்லை	மேலினக் குவிவு அலைவெண்
0	28
15	26
30	21
50	8

இந்த அட்டவணையே நமக்குத் தேவையான மேலினக் குவிவு அலைவெண் அட்டவணையாகும்.

இன்னுமொரு எடுத்துக்காட்டு காண்போம்.

பிரிவு இடைவெளி	அலைவெண்
0—9	5
10–19	9
20-29	11
30–39	8
40–49	3

கொடுத்துள்ள அலைவெண் பரவலிலுள்ள பிரிவுகள் உண்மைப் பிரிவுகளல்ல. எனவே, நாம் அவற்றை உண்மைப் பிரிவுகளாக மாற்றவேண்டும். கீழே உள்ள அட்டவணையில் இவற்றை உண்மைப் பிரிவுகளாக மாற்றித் தந்துள்ளோம்:

உண்மைப் பிரிவு	அலைவெண்
—.5 – 9.5	5
9.5—19.5	9
19.5—29.5	11
29.5—39.5	8
39.5—49.5	3

மேலினக் குவிவு அலைவெண்களைக் கீழ்க்கண்டவாறு பெறுகிறோம்:

முதல் பிரிவின் மேலினக் குவிவு அலைவெண்

$5 + 9 + 11 + 8 + 3 = 36$ ஆகும்.

இரண்டாவது பிரிவின் மேலினக் குவிவு அலைவெண்

$9 + 11 + 8 + 3 = 31$ ஆகும்.

மூன்றாவது பிரிவின் மேலினக் குவிவு அலைவெண்

$11 + 8 + 3 = 22$ ஆகும்.

நான்காவது பிரிவின் மேலினக் குவிவு அலைவெண்

$8 + 3 = 11$ ஆகும்.

ஐந்தாவது பிரிவின் மேலினக் குவிவு அலைவெண் 3 ஆகும்.

முதலாவது, இரண்டாவது, மூன்றாவது, நான்காவது, ஐந்தாவது பிரிவுகளின் உண்மைப் பிரிவுக் கீழ் எல்லைகள் முறையே —.5, 9.5, 19.5, 29.5, 39.5 ஆகியவையாகும்.

இப்பொழுது மேலினக் குவிவு அலைவெண் பரவல் வருமாறு:

உண்மைப் பிரிவுக் கீழ் எல்லை	மேலினக் குவிவு அலைவெண்
—.5	36
9.5	31
19.5	22
29.5	11
39.5	3

மேலினக் குவிவு அலைவெண் பரவலில் முதல்பிரிவின் மேலினக் குவிவு அலைவெண்ணானது அலைவெண்களின் மொத்தமாக அமைந்திருப்பது கவனிக்கத்தக்கது.

எளிய அலைவெண் பரவல் ஒன்றில் பிரிவுக் குறிப்பெண்களும் அலைவெண்ணும் தரப்பட்டு அப்பரவலைக் கீழினக் குவிவு அலைவெண் பரவலாகவோ அல்லது மேலினக் குவிவு அலைவெண் பரவலாகவோ மாற்றச் சொல்லியிருந்தால் முதற்கண் பிரிவுக் குறிப்பெண்களைப் பிரிவு இடைவெளிகளாக மாற்ற வேண்டும். (பிரிவுக் குறிப்பெண்களை எவ்வாறு பிரிவு இடைவெளிகளாக மாற்றலாம் என்பது குறித்து முற்பகுதியில் விளக்கியுள்ளோம்.) அடுத்து எளிய அலைவெண் பரவலை கீழினக் குவிவு அலைவெண் பரவலாகவோ அல்லது மேலினக் குவிவு அலைவெண் பரவலாகவோ மாற்ற வேண்டும்.

மாதிரிக் கணக்கு.

கீழே தரப்பட்டுள்ள எளிய அலைவெண் பரவலைக் கீழினக் குவிவு அலைவெண் பரவலாகவும், மேலினக் குவிவு அலைவெண் பரவலாகவும் மாற்றவும்.

பிரிவுக் குறிப்பெண்	அலைவெண்
5	2
15	5
25	3
35	8
45	15

முதற்கண் பிரிவுக் குறிப்பெண்களைப் பிரிவு இடைவெளிகளாக மாற்றியமைத்து எளிய அலைவெண் பரவலைக் கீழே தந்துள்ளோம்.

பிரிவு இடைவெளி	அலைவெண்
0—10	2
10—20	5
20—30	3
30—40	8
40—50	15

அடுத்து இந்த எளிய அலைவெண் பரவலை நாம் கீழினக் குவிவு அலைவெண் பரவலாகவும் மேலினக் குவிவு அலைவெண் பரவலாகவும் மாற்றிக் கீழே தந்துள்ளோம்.

உண்மைப் பிரிவு மேல் எல்லை	அலைவெண்
10	2
20	7
30	10
40	18
50	33

உண்மைப் பிரிவு கீழ்எல்லை	அலைவெண்
0	33
10	31
20	26
30	23
40	15

குவிவு அலைவெண் பரவலை எளிய அலைவெண் பரவலாக மாற்றுவது:

கீழினக் குவிவு அலைவெண் பரவலோ அல்லது மேலினக் குவிவு அலைவெண் பரவலோ கொடுத்திருந்தால் அவற்றை எளிய அலைவெண் பரவலாக மாற்ற முடியும். கீழினக் குவிவு அலை-வெண் பரவலையும் மேலினக் குவிவு அலைவெண் பரவலையும் எளிய அலைவெண் பரவலாக மாற்றுவது எவ்வாறு என்பது குறித்துக் கீழே விளக்கியுள்ளோம்.

கீழினக் குவிவு அலைவெண் பரவலை எளிய அலைவெண் பரவலாக மாற்றுவதற்குரிய முறை:

கீழினக் குவிவு அலைவெண் பரவலில் இரண்டு பத்திகள் (columns) உள்ளன. இவை (1) உண்மைப் பிரிவு மேல் எல்லை என்ற தலைப்பை உடைய பத்தியும் (2) கீழினக் குவிவு அலை-வெண் என்ற தலைப்பை உடைய பத்தியும் ஆகும். கீழே கீழினக் குவிவு அலைவெண் பரவலென்று தந்துள்ளோம்.

உண்மைப் பிரிவு மேல் எல்லை	கீழினக் குவிவு அலைவெண்
9.5	5
19.5	14
29.5	25
39.5	33
49.5	36

கீழினக் குவிவு அலைவெண் பரவலை எளிய அலைவெண் பரவலாக மாற்றுவதற்கு நாம் இரண்டுகாரியங்கள் செய்ய வேண்டும். (1) முதற்கண் நாம் பிரிவு இடைவெளிகளைக் கண்டுபிடிக்க வேண்டும். (2) தரப்பட்டுள்ள கீழினக் குவிவு அலைவெண்களை எளிய அலைவெண்களாக மாற்ற வேண்டும்.

பிரிவு இடைவெளித் தூரத்தைக் கண்டுபிடித்தால் நாம் உண்மைப் பிரிவுக் கீழ் எல்லையைக் கண்டுபிடித்து விட முடியும். உண்மைப் பிரிவுக் கீழ் எல்லையைக் கண்டு பிடித்து விட்டால் நாம் பிரிவு இடை வெளியைக் கண்டுபிடித்து விடலாம். பிரிவு இடை-வெளியைக் கண்டுபிடிக்கும் முறையை நாம் கீழே விளக்கியுள்ளோம்.

1. அடுத்தடுத்து அமைந்துள்ள இரண்டு உண்மைப் பிரிவு மேல் எல்லைகட்குள்ள வேறுபாடே பிரிவு இடைவெளித் தூரமாகும், நாம் மேலே தந்துள்ள கீழினக் குவிவு அலைவெண் பரவலில் 9 5, 19.5 ஆகியவை அடுத்தடுத்து அமைந்துள்ள இரண்டு உண்மைப் பிரிவு மேல் எல்லைகளாகும். இவற்றிற்கிடையே உள்ள வேறுபாடு 10 ஆகும். எனவே, இவ்வலைவெண் பரவலின் பிரிவு இடைவெளித் தூரம் 10 ஆகும்.

2. ஒவ்வொரு உண்மைப் பிரிவு மேல் எல்லையிலிருந்தும் பிரிவு இடைவெளித் தூரத்தை கழித்தால் நாம் உண்மைப் பிரிவு கீழ் எல்லைகளைப் பெற முடியும். எடுத்துக்காட்டாக, மேலே நாம் தந்துள்ள கீழினக் குவிவு அலைவெண் பரவலில் முதலாவதாக உள்ள பிரிவு மேல் எல்லை 9. 5ஆகும். இப்பரவலில் பிரிவு இடை-வெளித் தூரம் 10 என்று மேலே கண்டோம். எனவே, 9.5லிருந்து 10ஐக் கழித்தால் இப்பிரிவுக்குரிய பிரிவுக் கீழ் எல்லையைப் பெற முடியும். இவ்விரு எண்கட்குமுள்ள வேறுபாடு—.5 ஆகும். எனவே, —.5 என்ற எண்ணே முதலாவது பிரிவிற்கான உண்மைப் பிரிவுக்கீழ் எல்லையாகும். ஆகவே, முதலாவது பிரிவு இடை-வெளி —.5 —9·5 ஆகும்.

இவ்வாறே நாம் ஏனைய பிரிவு இடைவெளிகளையும் கணக்கிட்டுப் பெற முடியும்.

இரண்டாவது இடைவெளியின் கீழ் எல்லை } = இரண்டாவது பிரிவு இடை
= வெளியின் மேல் எல்லைபிரிவு
= இடைவெளித் தூரம்,
= 19.5—10
= 9.5

எனவே இரண்டாவது பிரிவு இடைவெளி 9.5 — 19.5 ஆகும்.

மூன்றாவது பிரிவு இடைவெளியின் கீழ் எல்லை = மூன்றாவது பிரிவு இடைவெளியின் மேல் எல்லை— பிரிவு இடைவெளித் தூரம்

= 29. 5—10

= 19.5

எனவே மூன்றாவது பிரிவு இடைவெளி 19. 5— 29·5ஆகும்.

நான்காவது பிரிவு இடை வெளியின் கீழ் எல்லை = நான்காவது பிரிவு இடை வெளியின் மேல் எல்லை— பிரிவு இடை வெளித்தூரம்

= 39. 5—10

= 29.5

எனவே, நான்காவது பிரிவு இடைவெளி 29.5—39·5 ஆகும்.

ஐந்தாவது பிரிவு இடைவெளியின் கீழ் எல்லை = ஐந்தாவது பிரிவு இடை வெளியின் மேல் எல்லை— பிரிவு இடைவெளித் தூரம்

= 49.5—10

= 39.5

எனவே. ஐந்தாவது பிரிவு இடைவெளி 39.5—49.5 ஆகும்.

இவ்வாறு நாம் கீழ்க்காணும் பிரிவு இடை வெளிகளைப் பெறுகிறோம்.

பிரிவு இடைவெளிகள்
—.5—9.5
9.5—19.5
19.5—29.5
29.5—39.5
39.5—49.5

அடுத்து நாம் தரப்பட்டுள்ள கீழினக் குவிவு அலைவெண்களை எளிய அலைவெண்களாக மாற்ற வேண்டும்.

கீழினக் குவிவு அலைவெண் பரவல் தரப்பட்டிருக்கும் போது அதில் உள்ள **முதல் பிரிவுக்குரிய** எளிய அலைவெண்ணைக் கணித்துப் பெற வேண்டியதில்லை. ஏனெனில் முதலாவது பிரிவைப் பொறுத்த

வரையில் எளிய அலைவெண்ணானது கொடுக்கப்பட்டுள்ள கீழினக் குவிவு அலைவெண்ணிற்குச் சமமாகும். நம்முடைய எடுத்துக்-காட்டில் முதலாவது பிரிவிற்கான கீழினக் குவிவு அலைவெண் 5 ஆகும். எனவே, முதலாவது பிரிவிற்கான எளிய அலைவெண்ணும் 5ஆகும். ஆகவே, —.5—9·5என்ற முதலாவது பிரிவு இடைவெளிக் காண எளிய அலைவெண் 5 ஆகும்.

ஏனைய பிரிவு இடைவெளிகட்கான எளிய அலைவெண்களைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணித்துப் பெறுகிறோம். ஏனைய பிரிவு இடை வெளிகளைப் பொறுத்த வரையில், எந்தப் பிரிவிற்கான எளிய அலைவெண்களைக் கணிக்க விரும்புகிறோமோ அந்தப் பிரிவிற்குரிய கீழினக் குவிவு அலைவெண்ணுக்கும் அதற்கு முந்திய பிரிவிற்குரிய கீழினக் குவிவு அலைவெண்ணுக்கும் இடையேயுள்ள வேறுபாடே அந்தப் பிரிவின் எளிய அலைவெண்ணாகும்.எடுத்துக்காட்டாக, நாம் மேலே தந்துள்ள கீழினக் குவிவு அலைவெண் பரவலில் இரண்டாவது பிரிவிற்கான கீழினக் குவிவு அலைவெண் 14 ஆகும்; இதற்கு முந்திய பிரிவாகிய முதலாவது பிரிவிற்கான கீழினக் குவிவு அலைவெண் 5 ஆகும். இவை இரண்டிற்குமிடையேயுள்ள வேறுபாடு 9 ஆகும். எனவே, 9·5—19·5 என்ற இரண்டாவது பிரிவு இடைவெளிக்கான எளிய அலைவெண் 9 ஆகும்,

நம்முடைய எடுத்துக்காட்டில் மூன்றாவது பிரிவிற்குரிய கீழினக் குவிவு அலைவெண் 25 ஆகும். இரண்டாவது பிரிவிற்குரிய கீழினக் குவிவு அலைவெண் 14 ஆகும். இவை இரண்டிற்குமுள்ள வேறுபாடு 11 ஆகும். எனவே, 19.5—29.5 என்ற மூன்றாவது பிரிவு இடை. வெளிக்கான எளிய அலைவெண் 11 ஆகும்.

நான்காவது பிரிவிற்குரிய கீழினக் குவிவு அலைவெண் 33 ஆகும். மூன்றாவது பிரிவிற்குரிய கீழினக் குவிவு அலைவெண் 25 ஆகும். இவை இரண்டிற்குமுள்ள வேறுபாடு 8 ஆகும். எனவே, 29.5 39.5 என்ற நான்காவது பிரிவிற்குரிய எளிய அலைவெண் 8 ஆகும்.

ஐந்தாவது பிரிவிற்குரிய கீழினக் குவிவு அலைவெண் 36 ஆகும் நான்காவது பிரிவிற்குரிய கீழினக் குவிவு அலைவெண் 33 ஆகும். இவை இரண்டிற்குமுள்ள வேறுபாடு 3ஆகும். எனவே, 39.5–49.5 என்ற ஐந்தாவது பிரிவிற்குரிய அலைவெண் 3ஆகும்.

இவ்வாறு கீழினக் குவிவு அலைவெண் பரவலை நாம் எளிய அலைவெண் பரவலாக மாற்ற முடியும். கீழினக் குவிவு அலைவெண் பரவலை மாற்றிப் பெற்றுள்ள எளிய அலைவெண் பரவலைக் கீழே தந்துள்ளோம்.

பிரிவு இடைவெளிகள்	அலைவெண்
—.5—9.5	5
9.5—19.5	9
19.5—29.5	11
29.5—39.5	8
39 5—49.5	3

மேலினக் குவிவு அலைவெண் பரவலை எளிய அலைவெண் பரவலாக மாற்றுவதற்குரிய முறை:

மேலினக் குவிவு அலைவெண் பரவலில் இரண்டு பத்திகள் உள்ளன. இவை (1) உண்மைப் பிரிவுக் கீழ் எல்லை என்ற தலைப்பையுடைய பத்தியும் (2) மேலினக் குவிவு அலைவெண் என்ற தலைப்பையுடைய பத்தியும் ஆகும். மேலினக்குவிவு அலைவெண் பரவலொன்றைக் கீழே தந்துள்ளோம்:

உண்மைப் பிரிவுக் கீழ் எல்லை	மேலினக் குவிவு அலைவெண்
—.5	39
9·5	31
19.5	12
29.5	11
39.5	3

மேலினக் குவிவு அலைவெண் பரவலை எளிய அலைவெண் பரவலாக மாற்றுவதற்கு நாம் இரண்டு காரியங்கள் செய்யவேண்டும். (1) முதற்கண் நாம் பிரிவு இடைவெளிகளைக் கண்டு பிடிக்க வேண்டும்; (2) தரப்பட்டுள்ள மேலினக் குவிவு அலைவெண்களை எளிய அலைவெண்களாக மாற்ற வேண்டும்.

பிரிவு இடைவெளித் தூரத்தைக் கண்டுபிடித்தால் நாம் உண்மைப் பிரிவு மேல் எல்லையைக் கண்டுபிடித்துவிட முடியும். உண்மைப் பிரிவு மேல் எல்லையைக் கண்டுபிடித்து விட்டால் நாம் பிரிவு இடைவெளியைக் கண்டு பிடித்து விடலாம். பிரிவு இடைவெளியைக் கண்டு பிடிக்கும் முறையை நாம் கீழே விளக்கியுள்ளோம்:

(1) அடுத்தடுத்து அமைந்துள்ள இரண்டு உண்மைப் பிரிவுக் கீழ் எல்லைகட்கிடையேயுள்ள வேறுபாடே பிரிவு இடைவெளித் தூரமாகும். நாம் மேலே தந்துள்ள மேலினக் குவிவு அலைவெண் பரவலில் — 5, 9.5 ஆகியவை அடுத்தடுத்து அமைந்துள்ள இரண்டு உண்மைப் பிரிவுக்கீழ் எல்லைகளாகும். 9.5-லிருந்து —.5ஐக் கழித்தால் 10-ஐப்பெறுகிறோம். எனவே, இவ்வலைவெண் பரவலில் பிரிவு இடைவெளித் தூரம் 10 ஆகும்.

(2) ஒவ்வொரு உண்மைப் பிரிவுக்கீழ் எல்லையோடு பிரிவு இடைவெளித் தூரத்தைக் கூட்டினால் நாம் உண்மைப்பிரிவு மேல் எல்லைகளைப் பெற முடியும். எடுத்துக்காட்டாக மேலே நாம் தந்துள்ள மேலினக் குவிவு அலைவெண் பரவலில் முதலாவதாக உள்ள பிரிவுக் கீழ் எல்லை —.5 ஆகும். இப் பரவலில் பிரிவு இடைவெளித் தூராரம் 10என்றுமேலே கண்டோம். எனவே, — .5–ஐயும் 10.ஐயும் கூட்டினால் இப்பிரிவிற்குரிய மேல் எல்லையைப் பெறமுடியும். இவ்விருஎண்களையும் கூட்டினால் 9.5 ஐப் பெறுகிறோம் .எனவே, 9.5 என்ற எண்ணே முதலாவது பிரிவிற்கான உண்மைப் பிரிவு மேல் எல்லையாகும். ஆகவே, முதலாவது பிரிவு இடைவெளி —.5—9.5 ஆகும்.

இவ்வாறே நாம் ஏனைய பிரிவு இடைவெளிகளையும் கணக்கிட்டுப் பெறமுடியும்.

இரண்டாவது பிரிவு இடைவெளியின் மேல் எல்லை = இரண்டாவது பிரிவு இடைவெளியின் கீழ் எல்லை + பிரிவு இடைவெளித் தூரம்.

$$= 9.5 + 10$$
$$= 19.5$$

எனவே, இரண்டாவது பிரிவு இடைவெளி 9.5—19.5 ஆகும்.

மூன்றாவது பிரிவு இடைவெளியின் மேல் எல்லை = மூன்றாவது பிரிவு இடைவெளியின் கீழ் எல்லை + பிரிவு இடைவெளித் தூரம்.

$$= 19.5 + 10$$
$$= 29.5$$

எனவே, மூன்றாவது பிரிவு இடைவெளி 19.5—29.5 ஆகும்.

நான்காவது பிரிவு இடைவெளியின் மேல் எல்லை = நான்காவது பிரிவு இடைவெளியின் கீழ் எல்லை + பிரிவு இடைவெளித் தூரம்.

$$= 29.5 + 10$$
$$= 39.5$$

எனவே, நான்காவது பிரிவு இடைவெளி 29.5 — 39.5 ஆகும்.

ஐந்தாவது பிரிவு இடைவெளியின் மேல் எல்லை = ஐந்தாவது பிரிவு இடைவெளியின் கீழ் எல்லை + பிரிவு இடைவெளித் தூரம்.

$$= 39.5 + 10$$
$$= 49.5$$

எனவே ஐந்தாவது பிரிவு இடைவெளி 39.5—49.5 ஆகும்.

இவ்வாறு நாம் கீழ்க்காணும் பிரிவு இடைவெளிகளைப் பெறுகிறோம்.

பிரிவு இடைவெளிகள்
—.5—9.4
9.5—19.5
19.5—29.5
29.5—39.5
39.5—49.5

அடுத்து நாம் தரப்பட்டுள்ள மேலினக் குவிவு அலைவெண்களை எளிய அலைவெண்களாக மாற்றவேண்டும்,

மேலினக் குவிவு அலைவெண்பரவல் தரப்பட்டிருக்கும் போது அதிலுள்ள இறுதிப்பிரிவிற்குரிய எளிய அலைவெண்ணைக் கணித்துப் பெற வேண்டியதில்லை. ஏனெனில், இறுதிப் பிரிவைப் பொறுத்த வரையில் எளிய அலைவெண்ணானது கொடுக்கப்பட்டுள்ள மேலினக் குவிவு அலைவெண்ணிற்குச் சமமாகும். நம்முடைய எடுத்துக்-காட்டில் இறுதிப் பிரிவிற்கான மேலினக் குவிவு அலைவெண்3 ஆகும். எனவே, இறுதிப் பிரிவிற்கான எளிய அலைவெண்ணும் 3 ஆகும். ஆகவே, 39.5 — 49.5 என்ற இறுதிப் பிரிவு இடைவெளிக்கான எளிய அலைவெண் 3 ஆகும்.

ஏனைய பிரிவு இடைவெளிகட்கான எளிய அலைவெண்களைக் கீழ்க்கண்டவாறு, கணித்துப் பெறுகிறோம். ஏனைய பிரிவு இடை வெளிகளைப் பொறுத்த வரையில் எந்தப் பிரிவிற்கான எளிய அலைவெண்ணைக் கணிக்க விரும்புகிறோமோ அந்தப் பிரிவிற்குரிய மேலினக் குவிவு அலைவெண்ணுக்கும் அதற்கு அடுத்த பிரிவிற்குரிய மேலினக் குவிவு அலைவெண்ணுக்கும் இடையேயுள்ள வேறுபாடே அந்தப்பிரிவின் எளிய அலைவெண்ணாகும். எடுத்துக்காட்டாக, நாம் மேலே தந்துள்ள மேலினக் குவிவு அலைவெண்பரவலில் முதலாவது பிரிவிற்கான மேலினக் குவிவு அலைவெண் 36 ஆகும். இதற்கு அடுத்த பிரிவாகிய இரண்டாவது பிரிவிற்கான மேலினக் குவிவு அலைவெண் 31 ஆகும் இவை இரண்டிற்குமிடையேயுள்ள வேறுபாடு 5 ஆகும். எனவே, —.5—95 என்ற முதலாவது பிரிவு இடைவெளிக்கான எளிய அலைவெண் 5 ஆகும்.

நம்முடைய எடுத்துக்காட்டில் இரண்டாவது பிரிவிற்குரிய மேலினக்குவிவு அலைவெண் 31 ஆகும். மூன்றாவது பிரிவிற்குரிய மேலினக்குவிவு அலைவெண் 22 ஆகும். இவை இரண்டிற்குமிடையே யுள்ள வேறுபாடு 9ஆகும். எனவே 9.5 — 19.5 என்ற இரண்டாவது பிரிவு இடைவெளிக்கான எளிய அலைவெண் 9 ஆகும்.

மூன்றாவது பிரிவிற்குரிய மேலினக்குவிவு அலைவெண் 22 ஆகும். நான்காவது பிரிவிற்குரிய மேலினக் குவிவு அலைவெண் 11 ஆகும். இவை இரண்டிற்குமிடையேயுள்ள வேறுபாடு 11 ஆகும். எனவே, 19.5 — 29.5 என்ற மூன்றாவது பிரிவு இடைவெளிக்கான எளிய அலைவெண் 11 ஆகும்.

நான்காவது பிரிவிற்குரிய மேலினக் குவிவு அலைவெண் 11 ஆகும். ஐந்தாவது பிரிவிற்குரிய மேலினக் குவிவு அலைவெண் 3ஆகும். இவை இரண்டிற்குமுள்ள வேறுபாடு 8 ஆகும். எனவே, 29.5 — 39.5, என்ற நான்காவது பிரிவு இடைவெளிக்கான எளிய அலைவெண் 8 ஆகும்.

(இறுதிப் பிரிவிற்குரிய அலைவெண்ணானது இப்பிரிவிற்குரிய மேலினக்குவிவு அலைவெண்ணுக்குச் சமம் என்று மேலே கூறியுள்ளோம். நம்முடைய எடுத்துக்காட்டில் ஐந்தாவது பிரிவு இறுதிப்பிரிவாகும். இதற்குரிய மேலினக்குவிவு அலைவெண் 3 ஆக உள்ளது. எனவே ஐந்தாவது பிரிவாகிய 39.5—49.5க்குரிய எளிய அலைவெண்ணும் 3 ஆகும்.)

இவ்வாறு மேலினக் குவிவு அலைவெண் பரவலை நாம் எளிய அலைவெண் பரவலாக மாற்ற முடியும். மேலினக்குவிவு அலைவெண் பரவலை மாற்றிப் பெற்றுள்ள எளிய அலைவெண் பரவலைக் கீழே தந்துள்ளோம்:

பிரிவு இடைவெளிகள்	அலைவெண்
—.5 —9.5	5
9.5—19.5	9
19.5—29.5	11
29.5—39.5	8
39.5—49.5	3

மாதிரிக் கணக்கு:

கீழே தந்துள்ள விவரங்களிலிருந்து பொருத்தமான பிரிவு இடை வெளிகளைத் தேர்ந்தெடுத்து அலைவெண்பரவல் அமைக்கவும்

56, 24, 89, 42, 56, 72, 91, 96, 43, 32, 19, 62, 75, 66, 54, 48, 52, 82, 36, 62, 41, 37, 85, 72, 66, 54, 34, 51, 27, 39, 68, 53, 74, 81, 29, 61, 49, 36, 86, 81.

கீழின, மேலினக்குவிவு அலைவெண் பரவல்களைப் பெறவும்.

கொடுத்துள்ள விபரங்களில் குறைந்த மதிப்பு 19; அதிக மதிப்பு 96.

15—29, 30—49, 50—69, 70—89, 90—109 ஆகியவற்றைப் பிரிவு இடைவெளிகளாகக் கொள்வோம்.

அலைவெண் பரவலைக் கீழே தந்துள்ளோம்:

பிரிவு இடைவெளி	அலைவெண் குறியீடு	அலைவெண்
15—29	IIII	4
30—49	IIII $\overline{\text{IIII}}$ I	11
50—69	$\overline{\text{IIII}}$ $\overline{\text{IIII}}$ III	13
70—89	$\overline{\text{IIII}}$ $\overline{\text{IIII}}$	10
90—109	II	2

மேலே உள்ள அலைவெண் அட்டவணையிலிருந்து கீழின, மேலினக் குவிவு அலைவெண் பரவல்களைப் பெற வேண்டும். இதற்கு முதலாவதாக, மேலே உள்ள பிரிவுகளை உண்மைப் பிரிவுகளாக மாற்ற வேண்டும்.

உண்மைப்பிரிவு	அலைவெண்
14.5—29.5	4
29.5—49.5	11
49.5—69.5	13
69.5—89.5	10
89.5—109.5	2

கீழினக் குவிவு அலைவெண் பரவல் வருமாறு:

உண்மைப் பிரிவு மேல் எல்லை	கீழினக் குவிவு அலைவெண்
29.5	4
49.5	15
69.5	28
89.5	38
109.5	40

மேலினக் குவிவு அலைவெண் பரவல் வருமாறு:

உண்மைப்பிரிவுக் கீழ் எல்லை	மேலினக் குவிவு அலைவெண்
14.5	40
29.5	36
49.5	25
69.5	12
89.5	2

மாதிரிக் கணக்கு

தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவலொன்று கீழே தந்துள்ளோம்.

பிரிவு	0–5	6–15	16–30	31–40	41–45
அலைவெண்	3	8	10	5	4

(i) ஒவ்வொரு பிரிவின் இடைவெவித் தூரம் எய்வளவு?
(ii) பிரிவுகளின் பிரிவுக் குறிப்பெண்கள் யாவை?

(iii) கீழின,மேலினக் குவிவு அலைவெண் பரவல்களைப் பெறவும்

கொடுத்துள்ள பிரிவுகள் உண்மைப் பிரிவுகளல்ல ஒவ்வொரு பிரிவின் இடைவெளித் தூரத்தைக் கணிப்பதற்காக கொடுத்துள்ள பிரிவுகளை உண்மைப் பிரிவுகளாக மாற்றிக் கீழே தந்துள்ளோம்.

உண்மைப் பிரிவு	—.5–5.5	5.5–15.5	15.5–30.5	30.5-40.5	40.5–45.5
அலைவெண்	3	8	10	5	4

முதலாவது, இரண்டாவது, முதலிய பிரிவுகளின் இடை–வெளித் தூரங்கள் முறையே 6,10,15,10,5 ஆகியவையாகும்.

முதலாவது, இரண்டாவது முதலிய பிரிவுகளின் பிரிவுக்குறிப்-பெண்கள் முறையே 2. 5, 10. 5, 23, 35. 5, 43 ஆகியவையாகும்.

கீழினக் குவிவு அலைவெண் பரவல் வருமாறு :

உண்மைப் பிரிவு மேல் எல்லை	கீழினக்குவிவு அலைவெண்
5.5	3
15.5	11
30.5	21
40.5	26
45.5	30

மேலினக்குவிவு அலைவெண்பரவல் வருமாறு:

உண்மைப் பிரிவுக் கீழ் எல்லை	மேலினக் குவிவு அலைவெண்
—.5	30
5.5	27
15.5	19
30.5	9
40.5	4

மாதிரிக்கணக்கு :

கீழே தந்துள்ள அலைவெண் அட்டவணையிலிருந்து கீழின, மேலின அலைவெண் பரவல்களைப் பெறவும்.

பிரிவுக் குறிப்பெண்	அலைவெண்
5	4
15	7
25	11
35	12
45	8
55	3

குவிவு அலைவெண் பரவல்களைப் பெறுவதற்கு முதலாவதாகப் பிரிவுக் குறிப்பெண்களிலிருந்து பிரிவு இடைவெளிகளைக் கணித்துக் கீழே தந்துள்ளோம்:

பிரிவு	அலைவெண்
0—10	4
10—20	7
20—30	11
30—40	12
40—50	7
50—60	3

கீழினக் குவிவு அலைவெண் பரவல் வருமாறு :

உண்மைப் பிரிவு மேல் எல்லை	கீழினக் குவிவு அலைவெண்
10	4
20	11
30	22
40	34
50	42
60	45

மேலினக் குவிவு அலைவெண் பரவல் வருமாறு :

உண்மைப் பிரிவு கீழ் எல்லை	மேலினக் குவிவு அலைவெண்
0	45
10	41
20	34
30	23
40	11
50	3

மாதிரிக் கணக்கு:

கீழே கீழினக் குவிவு அலைவெண் பரவல் தந்துள்ளோம். இதை எளிய அலைவெண் பரவலாக மாற்றவும்.

உண்மைப்பிரிவு மேல் எல்லை	கீழினக் குவிவு அலைவெண்
20	12
30	27
40	44
50	74
60	117
70	128

மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ள கீழினக் குவிவு அலைவெண் பரவலுக்குரிய எளிய அலைவெண் பரவல் வருமாறு:

பிரிவு இடைவெளி	அலைவெண்
10–20	12
20–30	15
30–40	17
40–50	30
50–60	43
60–70	11

மாதிரிக்கணக்கு:

கீழே மேலினக் குவிவு அலைவெண் பரவல் என்று தந்துள்–ளோம். இதை எளிய அலைவெண்பரவலாக மாற்றவும்.

உண்மைப் பிரிவுக் கீழ் எல்லை	அலைவெண்
5	155
10	113
15	95
20	61
25	35
30	27
35	13

மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ள மேலினக் குவிவு அலைவெண் பரவலுக்குரிய எளிய அலைவெண் பரவல் வருமாறு :

பிரிவு இடைவெளி	அலைவெண்
5—10	42
10—15	18
15—20	34
20—25	26
25—30	8
30—35	14
35—40	13

மாதிரி வினாக்கள்

1. கீழே தரப்பெற்றுள்ளவற்றை வேறுபடுத்திக் காட்டுக.

அ) பாகுபடுத்தல் மற்றும் பட்டியலமைத்தல்.

ஆ) புள்ளியியல் அலகு மற்றும் புள்ளியியல் தொடர் வரிசை.

இ) தொடர்ச்சியான மற்றும் தொடர்ச்சியற்ற தொடர் வரிசை

2. அட்டவணை பெற்றிருக்க வேண்டிய தன்மைகள் யாவை?

வயது, பால் (ஆணா, பெண்ணா) வகுப்பு மற்றும் இருப்பிடம் ஆகியவற்றின் அடிப்படையில் ஒரு கல்லூரியைச் சேர்ந்த மாணவர்கள் பற்றிய விவரங்களை அட்டவணைப் படுத்துவது என்பதைக் காட்டும் வண்ணம் காலி அட்டவணை ஒன்றைத் தயாரிக்கவும்.

(பி.காம்., செப்., 1971)

3. கீழ்க்கண்டவை பற்றிச் சிறு குறிப்பு வரைக.

அ) பாகுபடுத்துதலும் பட்டியலமைத்தலும்

ஆ) புள்ளியியல் தொடர் வரிசைகள்.

4. பொருள் பொதிந்த முடிவுகளைப் பெறும் பொருட்டு ஒழுங்கு படுத்தப் பெறாத விவரங்களை அட்டவணை வடிவில் வெளியிடும் முறையைப் படிப்படியாக விளக்குக.

(பி.ஏ., ஏப்ரல்., 1969)

5. புள்ளி விவரங்களை ஒரு பட்டியலில் அமைக்கும் போது கவனிக்க வேண்டிய அடிப்படை விதிகள் யாவை?
புள்ளி விவரங்கள் பட்டியலின் நோக்கங்களையும் ஆய்க.

(பி.ஏ., செப்., 1975)

6. புள்ளியியல் பிழை என்றால் என்ன? அது தவறிலிருந்து எவ்வகையில் வேறுபட்டது? எவ்வாறு அதனை அளக்கலாம்.

(பி.காம்., ஏப்ரல், 1976)

7. (அ) கீழ்க்காணும் எண்கள் ஒரு வகுப்பிலுள்ள 55 மாணவர் எடைகள் கிலோ கிராமில்) ஏற்றதோர் அலைவுப் பரவலில் அமைத்துக் காட்டுக.

42	74	40	60	82	115	41	61	75	83	63
53	110	76	84	50	67	65	78	77	56	95
68	69	104	80	79	79	54	73	59	81	100
66	49	77	90	84	76	42	64	69	70	80
72	50	79	52	103	96	51	86	78	94	71

(ஆ) மேல் கண்ட எடைகளுக்குக் குவிவு அலைவெண் பரவலை அமைத்துக் காட்டுக.

(பி.ஏ., செப்., 1974)

8. அலைவெண் பரவல் என்றால் என்ன? அலைவெண் பரவலை அமைக்கும் பொழுது கருத்தில் கொள்ள வேண்டியவற்றைக் குறிப்பிடுக.

(பி.ஏ. ஏப்ரல்., 1970)

9. நிகழ்வெண் பரவல் என்றால் என்ன?

(பி.ஏ. செப்., 1973)

10. கீழ்க்கண்டவற்றை வேறுபடுத்திக் காட்டுக:

(i) உள்ளடக்கிய முறை, விலக்கிய முறை

(ii) சாதாரண அலைவெண்கள், குவிவு அலைவெண்கள்

(பி. காம்., ஏப்ரல் 1971)

11. அலைவெண் தொடர் வரிசையின் இலக்கணம் தருக.

(பி. காம்., செப்., 1972)

4
விளக்கப்படங்களும் வரைபடங்களும்

[தேவை—நன்மைகள் -குறைபாடுகள்—விதிமுறைகள்—பட்டை விளக்கப்படங்கள்—பரபளவு விளக்கப்படங்கள் —வட்ட விளக்கப்படங்கள் — சித்திர விளக்கப்படங்கள் — கார்ட்டோ கிராம்கள்—அலைவெண் செவ்வகப்படம் — அலைவெண் பலகோணம் — அலைவெண் வளைகோடு — அலைவெண் குவிவு வளைகோடு]

தேவை :

சிக்கலான புள்ளி விவரங்களை எளிய முறையில் இலகுவாக ஒப்பிடுவதற்கு ஏற்றவாறு வெளியிடுவது புள்ளியியலின் முக்கிய நோக்கமாகும். வகைப்படுத்துதல், அட்டவணைப் படுத்துதல் சராசரிகள் மற்றும் குறியீட்டு எண்கள் ஆகியவை புள்ளி விவரங்களை எளிய முறையில் வெளியிடுவதற்குக் கையாளப்படும் சில வழிமுறைகளாகும். இவ்வழிமுறைகள், புள்ளி விவரங்களை எளிதில் புரிந்து சொள்ள உதவுவதோடு, மேற்கொண்டு அவற்றைப் பற்றிய ஆராய்ச்சிகளை நடத்துவதற்கும் உதவுகின்றன. ஆனால் எண்களை முழுமையாக ஒதுக்கிவிட்டு, அவற்றில் அடங்கியுள்ள உட்கருத்துக்கள் எல்லாவற்றையும் ஒரே சமயத்தில் எதிரொளிக்கச் செய்யும் சிறப்புத்தன்மை விளக்கப்படங்கள் மற்றும் வரைபடங்கள் ஆகியவற்றிற்கே உரியதாகும். மேலும், புள்ளியியலிலுள்ள சில தொடர்புகளை எண்களைவிட வரைபடங்கள் மற்றும் விளக்கப்படங்கள் ஆகியவற்றின் மூலம் நன்கு அறியலாம். மேலே கூறப்பட்டுள்ள காரணங்களால் விளக்கப்படங்கள் மற்றும் வரைபடங்கள் ஆகியவற்றைப் பயன்படுத்துவது அதிகமாகிக்கொண்டு வருகிறது. இம்முறைகளை முதன் முதலில் புள்ளியியலில் 1786–இல் வில்லியம் ப்ளேபர் (William Playfair) என்பவர் அறிமுகப்படுத்தினார்.

பயன்கள் :

1. விளக்கப் படங்கள் ஈர்க்கும் தன்மையும் கருத்துக்களை மனதில் பதியவைக்கும் தன்மையும் பொருந்தியனவாக உள்ளன. அட்டவணையைப் பார்க்க ஒரு நிமிடம்கூடச் செலவழிக்க விரும்பாத பலர் அதே அட்டவணையிலுள்ள புள்ளி விவரத்தை விளக்கு முகமாக வரையப்பட்டுள்ள படத்தை விரும்பிப் பார்ப்பர்.

2. விளக்கப் படங்கள் விவரம் முழுவதையும் பார்த்தவுடன் புரிய வைக்கும் சக்தி வாய்ந்தவை.

3. விளக்கப் படங்கள் ஒப்பிடுதலை எளிதாக்குகின்றன

4. காலப் பற்றாக்குறை காரணமாகச் சிலர் விவரங்களை விரிவாகத் தெரிந்துகொள்ள விரும்பமாட்டார்கள். ஆனாலும் அதைப்பற்றிச் சிறிதேனும் தெரிந்திருக்க வேண்டுமென்று விரும்பலாம். அப்படிப்பட்டவர்களுக்கு விளக்கப்படங்கள் பயனளிப்பவையாக உள்ளன.

5. சிக்கலான பொருளாதாரக் கோட்பாடுகளை ஆராய்வதற்கு விளக்கப்படங்கள் பயன்படுகின்றன.

6. பழைய விவரங்களிலிருந்து எதிர்காலப் போக்கையும் மாற்றங்களையும் வரைபடங்கள் காண்பிப்பதால் இவை பயனுள்ளவையாக உள்ளன.

7. இடைநிலை (median), முகடு (mode), கால்மானங்கள் (quartiles) முதலிய புள்ளியியல் அளவைகளைக் கணிப்பதற்கு வரைபடங்கள் உதவுகின்றன.

விளக்கப்படங்கள் மற்றும் வரைபடங்களின் குறைபாடுகள் :

1. விளக்கப்படங்களை அட்டவணையோடு சேர்த்துப் பயன்படுத்த முடியுமே தவிர, அட்டவணைக்குப் பதிலாகப் பயன்படுத்த முடியாது.

2. விளக்கப்படங்களில் தோராய மதிப்பைத்தான் காண்பிக்க முடியும்.

3. விவரங்களின் இரண்டு அல்லது மூன்று பகுதிகளை மட்டுமே விவரிக்க ஒரு விளக்கப்படத்தைப் பயன்படுத்தலாம் அதிகமான பகுதிகளை ஒரே படத்தின் மூலம் விளக்கமுற்பட்டால் புரிந்து கொள்வது சிக்கலான செயலாகிவிடும்.

4. அட்டவணை தயாரிக்கத் தேவையான நேரத்தைவிட விளக்கப்படங்களும் வரைபடங்களும் தயாரிக்க அதிக நேரமாகும்.

5. அளவுகளுக்கிடையில் உள்ள வேறுபாடு அதிகமாக இருந்தால் விளக்கப்படங்கள் மூலம் ஒப்பிட்டுப் பார்த்தல் இயலாது. உதாரணமாக அளவுகள் 10 : 10000 என்ற விகிதத்திலிருந்தால் விளக்கப்படங்கள் மூலம் இரண்டு அளவைகளையும் ஒப்பிடமுடியாது.

6. புள்ளி விவரங்களை விளக்கப்படங்கள் மூலம் வெளிப்படுத்திய பின் கணிதத்துவ முறைகளைப் பயன்படுத்தித் திருத்தம் காண இயலாது.

7. அநேக மக்களுக்கு வரைபடங்களும் விளக்கப்படங்களும் பழக்கமில்லாததால், அட்டவணைப் படுத்தப்பட்ட விவரங்களுக்குக் கொடுக்கும் முக்கியத்துவத்தை இவர்கள் அதையே விளக்குமுகமாக அமைந்துள்ள படங்களுக்குக் கொடுப்பதில்லை.

8 விளக்கப்படங்கள் எளிதில் தவறாகப் பயன்படுத்தப்படக் கூடியவையாக உள்ளன. தவறான வகை விளக்கப்படத்தைப் பயன் படுத்தினால் அவை பிழையான முடிவுகளைத் தரலாம்.

விளக்கப்படங்களும் வரைபடங்களும் வரையும்பொழுது மேற் கொள்ள வேண்டிய விதிமுறைகள் :

கொடுக்கப்பெற்றுள்ள விவரங்களை எந்தவகை விளக்கப்படங்களால் நன்கு விவரிக்க முடியுமோ அந்தவகை விளக்கப்படங்களை முதலாவதாகத் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும் பொருத்தமான விளக்கப்படத்தைத் தேர்ந்தெடுத்த பின்பு அதனைக் கீழ்க்கண்ட விதிமுறைப்படி வரைய வேண்டும்.

(i) **தலைப்பு** (Title) . ஒவ்வொரு விளக்கப் படத்திற்கும் பொருத்தமான தலைப்பு ஒன்று தர வேண்டும். விளக்கப்படங்களில் அடங்கியுள்ள கருத்துக்களை அறிந்து கொள்ளும் வகையில் தலைப்பு அமைந்திருத்தல் அவசியம். படத்திற்கு மேலோ கீழோ தலைப்பைத் தரலாம்.

(ii) **அளவீடு** (Scale) : அளவீடுகளைத் தேர்ந்தெடுக்கத் திட்டவட்டமான விதிமுறைகள் ஏதுமில்லை. என்றாலும், நாம் தேர்ந்தெடுக்கும் அளவீடுகள் படத்தை மிகவும் சிறியதாகவோ மிகவும் பெரியதாகவோ காண்பிப்பவையாக இருத்தல் கூடாது இல்லையென்றால் படம் தெளிவற்றதாக இருக்கும். அளவீடானது

'இலட்சம் டன்கள்', 'நபர்களின் எண்ணிக்கை இலட்சங்களில்' 'உற்பத்தி செய்யப்பெற்ற அலகுகள் இலட்சங்களில்' போன்றவற்றில் எதைக் குறிக்கிறது என்பதைத் தருதல் அவசியமாகும். மேலும் நாம் படத்தில் எழுதியிருப்பவை படத்தைப் பக்கவாட்டமாகத் திருப்பாமலே வாசிக்கும் வண்ணம் இருத்தல் வேண்டும்.

(iii) **நேர்த்தியான தன்மை** (Neatness) : ஜியோமிதிக் கருவிகளைப் பயன்படுத்திப் படங்களை மிகவும் நேர்த்தியாக வரைதல் வேண்டும்.

(iv) விவரங்களின் முக்கிய தன்மைகளை வெளிப்படுத்தும் வண்ணம் படங்களை ஈர்க்கும் தன்மை பொருந்தியனவாக அமைக்கப்பலவித வண்ணங்கள், கோடுகள் முதலியவற்றைப்பயன்படுத்தலாம். படத்தின் பொருளை எளிதில் அறிந்து கொள்ளும் பொருட்டு வெவ்வேறுவகையான கோடுகள் வண்ணங்கள் முதலியவை எவற்றைக் குறிக்கின்றன என்பது பற்றிய குறியீடுகளைத் தருதல் வேண்டும்.

(v) விளக்கப்படம் வரைவதற்குப் பயன்படுத்திய அட்டவணையை முடிந்தவரையில் படத்திற்குப் பக்கத்தில் கொடுப்பது நல்லது. இவ்வாறு செய்தால் விவரங்களைத் திருத்தமாக அறிந்து கொள்ளமுடியும்.

(vi) **எளிமை** (Simplicity) : முடிந்தவரையில் தெளிவாகவும், எளிதாகவும் கருத்துக்களைப் புரிந்து கொள்ளும் வகையில் படங்கள் அமைந்திருத்தல் வேண்டும். படத்தைப் பார்ப்பவர் அது புலப்படுத்தும் கருத்தை எவ்வளவு வேகமாகவும் எளிதாகவும் புரிந்து கொள்ள முடிகிறது என்பதைப் பொறுத்தே அப்படம் சிறந்ததா இல்லையா என முடிவு செய்கிறோம்.

(vii) குறைந்த செலவில் படங்களை வரைவதற்கு முயலவேண்டும்.

(viii) காலத்தொடர் வரிசைகளையும் அலைவெண் பரவல்களையும் வரைபடங்களின் மூலம் விளக்கலாம். பொதுவாக, வரைபடமானது, மெல்லியதாக வரையப்பட்ட படுக்கைக் கோடுகளையும் செங்குத்துக் கோடுகளையும் கொண்ட தாளில் வரையப்படுகிறது. ஒரு படுக்கைக் கோட்டைத் தனித்தெடுத்து அதை x-அச்சென்றும் ஒரு செங்குத்துக் கோட்டைத் தனித்தெடுத்து y - அச்சென்றும் அவையிரண்டும் வெட்டும் புள்ளியை ஆதியென்றும் பெயரிட்டு, வரைபடத்தாளில் உள்ள ஒவ்வொரு புள்ளியின் தூரங்களும் இவ்விரண்டு அச்சுகளிலிருந்து அளக்கப்படுகின்றன.

காலத்தொடர் வரிசை கொடுக்கப் பெற்றிருந்தால், காலம் x அச்சிலும் கொடுக்கப் பெற்றுள்ள மதிப்புக்கள் y அச்சிலும் குறிக்கப்-பெறும். அலைவெண்பரவல் தரப்பெற்றிருந்தால் கொடுக்கப் பெற்-றுள்ள மதிப்புகள் அல்லது பிரிவு எல்லைகள் x அச்சிலும் அலை-வெண்கள் y அச்சிலும் குறிக்கப் பெறும்

ஒவ்வொரு அச்சிலும் பொருத்தமான அளவீடு எடுத்துக் கொள்ளப் பெறுகிறது. கொடுக்கப்பெற்றுள்ள விவரங்களனைத்தும் ஒரே வரைபடத்தாளில் அடங்கும் வண்ணம் அளவீட்டைத் தேர்ந்-தெடுக்க வேண்டும். x அச்சில் எடுத்துக்கொள்ளும் அளவீட்டையே yஅச்சிலும் எடுததுக் கொள்ள வேண்டுமென்பது தேவையில்லை. பொதுவாக, அளவீடானது y அச்சில் பூசியத்திலிருந்தும் x அச்சில் பூச்சியத்திலிருந்து அல்லது முதல் பிரிவுக் கீழ் எல்லையிலிருந்து தொடங்கும்.

காலத்தொடர் வரிசையை வரைபடமாக வரையும்பொழுது, மாறியின் மதிப்புக்கள் எவ்வளவு காலத்திற்கொரு முறை (வருடந்-தோறுமா மாதந்தோறுமா, வாரந்தோறுமா) அளந்து தரப்பெற்-றுள்ளன என்பதைத் தெளிவாகத் தலைப்பிலேயே தருதல் வேண்டும்.

வரைபடத்தில் ஆண்டுகள், அலகுகள் முதலியவற்றை எழுதும்-பொழுது படுக்கையாக எழுதவேண்டும்; செங்குத்தாக எழுதி வரை-படத்தைப் பக்க வாட்டமாகத் திருப்பி வாசிக்கும்படிச் செய்வதை முடிந்தவரையில் தவிர்க்க வேண்டும்.

விளக்கப் படங்கள்

புள்ளிவிவரங்களைப் பல வகையான விளக்கப் படங்களின் மூலம் வெளிப்படுத்தலாம். விளக்கப் படங்களின் வகைகள் வருமாறு:

1. பட்டை விளக்கப்படங்கள் (Bar diagrams)
2. செவ்வக மற்றும் சதுர விளக்கப்படங்கள் (Rectangular and square diagrams)
3. வட்ட விளக்கப் படங்கள் (Pie diagrams)
4. சித்திர விளக்கப் படங்கள் (Pictograms)
5. கார்ட்டோகிராம்கள் (Cartograms)

1. பட்டை விளக்கப் படங்கள் (Bar diagrams) :

விளக்கப்படங்களின் மூலம் விவரங்களை விளக்குவதில் அடிப்படையானது பட்டை விளக்கப்படங்களைப் பயன்படுத்துவதாகும். பட்டை விளக்கப்படங்கள் சம அகலமுள்ள பலபட்டைகளாலானவை. எல்லாப் பட்டைகளும் ஒரே நேர் கோட்டின்மேல் சம இடைவெளி விட்டு வரையப் படுகின்றன. பட்டைகளைச் செங்குத்தாகவோ கிடையாகவோ வரையலாம். கிடைப் பட்டைகளைக் (Horizontal Bars) காட்டிலும் செங்குத்துப் பட்டைகளே (Vertical Bars) பார்ப்பதற்கு அழகாக இருப்பதோடு ஒப்பீட்டிற்கும் வசதியாக அமைந்துள்ளன. எனவே, செங்குத்துப் பட்டைகளையே நாம் பெரிதும் வரைகிறோம். பட்டைகளின் நீளங்கள் புள்ளி விவரங்களின் மதிப்பைப் பொறுத்து அமைகின்றன. அதிக மதிப்பை அதிக நீளமுள்ள பட்டையாலும் குறைந்த மதிப்பைக் குறைந்த நீளமுள்ள பட்டையாலும் குறிப்பிடுகிறோம். எடுத்துக்காட்டாக, 10,000 மற்றும் 1,000 ஆகிய இரண்டு எண்களைக் குறிப்பதற்கு முறையே 10செ.மீ, 1செ. மீ நீளமுள்ள பட்டைகள் வரைகிறோம். அதிக மதிப்புடைய புள்ளி விவரத்திற்கு ஏற்றவாறு அளவீட்டை எடுத்துக் கொள்கிறோம். பட்டைகளின் நீளத்தை மட்டுமே கணக்கில் கொள்வதால் பட்டை விளக்கப்படங்களை 'ஓர் உருவளவுப் படங்கள்' (One Dimensional Diagrams) என்று அழைக்கிறோம்.

பட்டை விளக்கப் படங்கள் கீழே கூறப்பட்டுள்ள சிறப்புப் பண்புகளை உடையவை

(i) படங்களைப் பார்த்துப் பழக்கமில்லாதவர்களும் பார்த்தவுடன் எளிதில் புரிந்து கொள்ளும் தன்மையுடையது பட்டை விளக்கப் படங்களாகும்.

(ii) பட்டை விளக்கப் படங்களை வரைவது மிகவும் எளிது.

(iii) ஒப்பிட வேண்டிய இனங்களின் எண்ணிக்கை அதிகமாக இருக்கும்போது அவற்றை வெளிப் படுத்துவதற்குப் பட்டை விளக்கப் படங்களே சிறந்தவையாகும்.

பட்டை விளக்கப் படங்களில் பல வகைகள் உள்ளன அவை வருமாறு :

(அ) எளிய பட்டை விளக்கப் படங்கள் (Simple Bar Diagrams)

(ஆ) கூட்டுப் பட்டை விளக்கப் படங்கள் (Multiple Bar Diagrams)

(இ) பகுக்கப்பட்ட பட்டை விளக்கப்படங்கள் (Subdivided or Component Bar Diagrams)

(ஈ) சதவீதப் பட்டை விளக்கப்படங்கள் (Percentage Bar Diagrams).

(அ) எளிய பட்டை விளக்கப்படங்கள் :

புள்ளியியல் விளக்கப்படங்களிலேயே இவை வரைவதற்கு மிகவும் எளிதானவையாகும். ஒரு பண்பின் மதிப்புக்கள் மட்டும் தரப் பெற்றிருக்கும் போது அவற்றை விளக்க எளிய பட்டை விளக்கப்-படங்கள் வரைகிறோம். எடுத்துக் காட்டாக, ஒரு குறிப்பிட்ட ஆண்டில் அரசாங்கம் பல வகையில் செய்த செலவுகள், அல்லது பல வருடங்களுக்கு விற்பனை அளவுகள், உற்பத்தி அளவுகள், அல்லது ஜனத்தொகை மதிப்புக்கள் தரப்பெற்றிருந்தால் இவற்றை எளிய பட்டை விளக்கப் படங்கள் மூலம் வெளிப்படுத்தலாம்.

எடுத்துக்காட்டு: *1*

முதலாண்டுத் திட்டத்தில், மத்திய அரசாங்கத்தின் வளர்ச்சிச் செலவைப் பலவகைப்பட்ட தலைப்புகளில் கீழே தந்துள்ளோம்.

செலவினங்கள்	கோடி ரூபாய்களில்
1. போக்குவரத்து மற்றும் செய்திப் போக்குவரத்து	409.47
2. நீர்ப்பாசனம் மற்றும் சக்தி	265.90
3. வேளாண்மை மற்றும் சமூக வளர்ச்சி	186.34
4. தொழிற்சாலை	146.71
5. சமூகத் தொண்டு	106.36

மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையை எளிய பட்டை விளக்கப்படமாக அடுத்த பக்கத்தில் வரைந்து காட்டியுள்ளோம்.

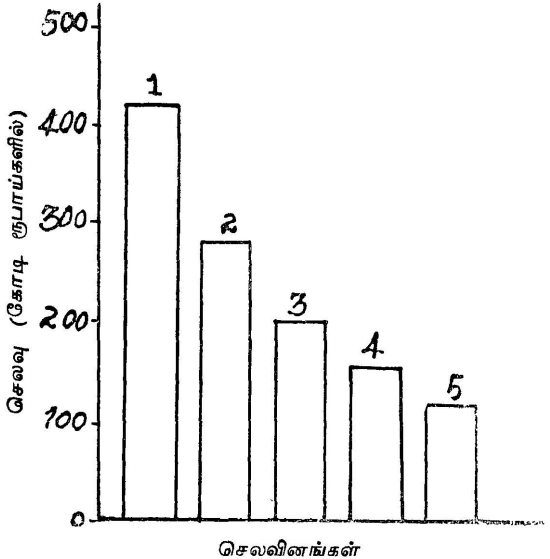
படம்: 1

எளிய செங்குத்துப் பட்டைகள்

முதலாண்டுத் திட்டத்தில் மத்திய அரசாங்கத்தின் வளர்ச்சிச் செலவு

அளவுத்திட்டம்

1 அலகு = ரூ. 100கோடி



1. போக்குவரத்து மற்றும் செய்திப் போக்குவரத்து
2. நீர்ப்பாசனம் மற்றும் சக்தி
3. வேளாண்மை மற்றும் சமூக வளர்ச்சி
4. தொழிற்சாலை
5. சமூகத் தொண்டு

பட்டைகளின் எண்ணிக்கை மிகவும் அதிகமாக இருந்தால் பட்டைகளை நேர்கோடுகளாக மாற்றியமைக்கலாம். இதற்குக் 'கோட்டு விளக்கப் படம்' **(Line Diagram)** என்று பெயர். கோடுகளின் அகலம் மிகவும் குறைவாதலால் படம் நல்ல பார்வையுள்ளதாக இருக்காது. இக்காரணத்தினால் கோட்டு விளக்கப் படத்தை அதிகமாகப் பயன்படுத்துவதில்லை.

ஒரே ஒரு பண்பின் அடிப்படையில் பாகுபடுத்தப் பெற்ற விவரங்களை மட்டுமே எளிய பட்டை விளக்கப் படங்களின் மூலம் வெளிப்படுத்தலாம். எடுத்துக்காட்டாகக் கடந்த ஐம்பது ஆண்டுகட்குரிய மக்கள்தொகையானது ஒவ்வொரு பத்துஆண்டுகட்கும் தரப் பெற்றிருந்தால், ஒவ்வொரு பத்தாண்டின் மொத்த மக்கள்தொகையை மட்டுமே எளிய பட்டை விளக்கப்படமாக வெளிப்படுத்தலாம்; திருமணமானவரா ஆகாதவரா என்பதன் அடிப்படையில் பாகுபடுத்தித் தரப்பெற்றிருந்தால் அதனை எளிய பட்டை விளக்கப் படத்தால் வெளிப்படுத்த இயலாது. இதுவே எளிய பட்டை விளக்கப் படத்தின் முக்கிய குறைபாடாகும்.

ஆ) கூட்டுப் பட்டை விளக்கப் படங்கள்:

சில சமயங்களில் ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட விவரங்களை ஒப்பிட வேண்டியதிருக்கலாம். அப்பொழுது அடுத்தடுத்துச் சேர்த்தாற்போல் பட்டைகளை வரைந்து ஒப்பிடலாம். எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு நாட்டின் ஏற்றுமதி இறக்குமதி விவரங்களை ஒவ்வொரு ஆண்டும் ஒப்பிட வேண்டியதிருந்தால், ஒவ்வொரு ஆண்டும் உள்ள ஏற்றுமதியையும் இறக்குமதியையும் குறிப்பிடும் பட்டைகளை ஒட்டினாற் போல் வரைந்து ஒப்பிடலாம். வெவ்வேறு வகை விவரங்களைக் குறிக்கும் பட்டைகளை ஒரே அளவீட்டைப் பயன்படுத்தியே வரைகிறோம்; ஆனால் வெவ்வேறு வண்ணங்கள் கொடுக்கிறோம்.

எடுத்துக்காட்டு: 2

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணை ஒரு பல்கலைக் கழகத்தில் பி.காம். மூன்றாவது பகுதியில் (III Part)தேறிய மாணவர்கள் பற்றிய விவரத்தைத் தருகிறது.

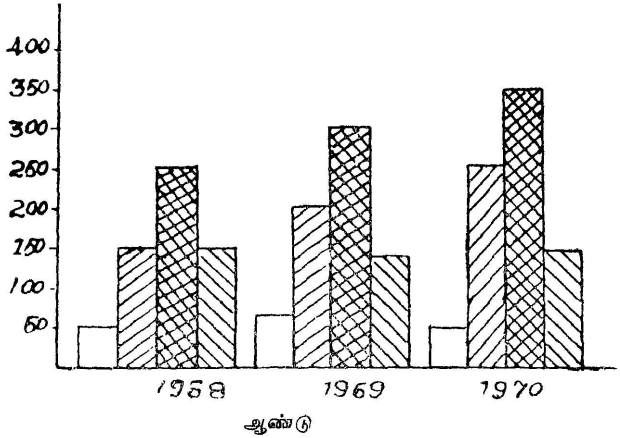
மாணவர்கள் எண்ணிக்கை

வருடம்	முதல் பிரிவு	இரண்டாவது பிரிவு	மூன்றாவது பிரிவு	தோல்வியடைந்தவர்கள்
1968	50	150	250	150
1969	60	200	300	140
1970	50	250	350	150

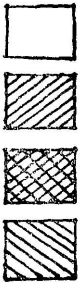
மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்களைக் கூட்டுப்பட்டை விளக்கப்படங்கள் மூலம் விவரிக்கலாம்.

படம் 2

கூட்டுப் பட்டைகள்



குறியீடு :



முதல் பிரிவு

இரண்டாவது பிரிவு

மூன்றாவது பிரிவு

தோல்வியடைந்தவர்கள்

இ) பகுக்கப்பட்ட பட்டை விளக்கப்படங்கள்

மொத்தமானது பல பிரிவுகளாகப் பகுக்கப்பட்டிருந்தால் அவ்விவரங்களை வெளிப்படுத்துவதற்குப் பட்டை விளக்கப்படங்களைப் பயன்படுத்தலாம். கொடுக்கப்பட்டுள்ள புள்ளி விவரத்தைப் பல பிரிவுகளாகப் பிரிக்க முடியுமானால் ஒரே பட்டையில் இப்பிரிவுகளை அவற்றின் அளவிற்கு ஏற்றவாறு வேறுபடுத்திக் காட்டமுடியும். இவ்வாறு செய்வதால் மொத்தத்திற்கும் பிரிவுகளுக்கும் உள்ள தொடர்பு எளிதில் விளங்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 3:

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையில் இந்திய யூனியனின் பிரிவு A, பிரிவு B மாகாணங்களின் 1953—1954-ஆம் வருடத்திய வளர்ச்சிச் செலவு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

செலவினங்கள்	(ரூபாய் இலட்சங்களில்)	
	பிரிவு A மாகாணங்கள்	பிரிவு B மாகாணங்கள்
1. வேளாண்மை	10.231	2,171
2. போக்குவரத்து	2,052	274
3. தொழிறசாலை	235	323
4. ஏனையவை	160 (தோராயமாக)	9
மொத்தம்	12,687	2,777

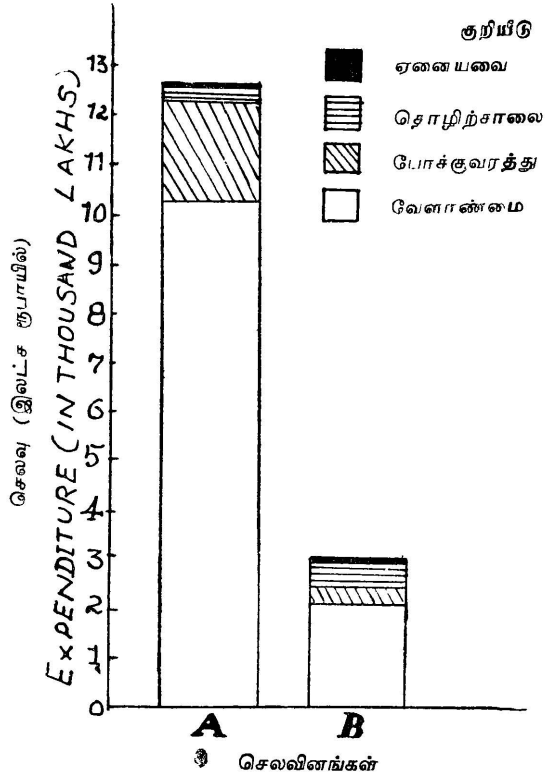
கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையைப் பகுக்கப்பட்ட பட்டை விளக்கப்படங்கள் மூலம் கீழ்க்கண்டவாறு விவரிக்கலாம்.

படம்3

பகுக்கப்பட்ட பட்டைகள்

இந்திய யூனியனின் பிரிவு A, பிரிவு B மாநிலங்களின் வளர்ச்சிச் செலவு (1953–1954)

அளவீடு: 1 செ. மீ = 1000 இலட்சங்கள்



(ஈ) சதவீதப்பட்டை விளக்கப்படங்கள்:

இதுவரையில் நாம் வரைந்த விளக்கப்படங்களில் உண்மையான மதிப்பை அப்படியே எடுத்துக்கொண்டு வரைந்தோம். ஆனால

அநேக சந்தர்ப்பங்களில் ஒன்றுக்கும் மேற்பட்ட புள்ளி விவரங்களை மொத்தத்திற்கும் அதன் பகுதிகளுக்கும் உள்ள தொடர்பின் அடிப்படையில் ஒப்பிடவேண்டியதிருக்கும். இப்படிப்பட்ட சூழல்களில் ஒவ்வொரு மொத்தமும் நூறாக எடுத்துக்கொள்ளப்பட்டு, ஒவ்வொரு பகுதியும் மொத்தத்தின் சதவீதமாகக் கணக்கிடப்படுகிறது. பின்பு இவை பகுக்கப்பட்ட பட்டைகளாக வரையப்படுகின்றன. இதில் ஒவ்வொரு பட்டையின் நீளமும் மொத்த அளவாகிய 100%ஐக் குறிப்பதால் பட்டைகள் சமநீளமுடையவைகளாக இருக்கும் பட்டைகளின் உட்பிரிவுகள் ஒவ்வொரு பகுதியையும் சதவீதமாகக் காண்பிக்கின்றன. இத்தகைய பட்டங்கள் ஒப்பிடுவதற்கு எளியவை; ஏற்றவையும் கூட.

எடுத்துக்காட்டு — 4

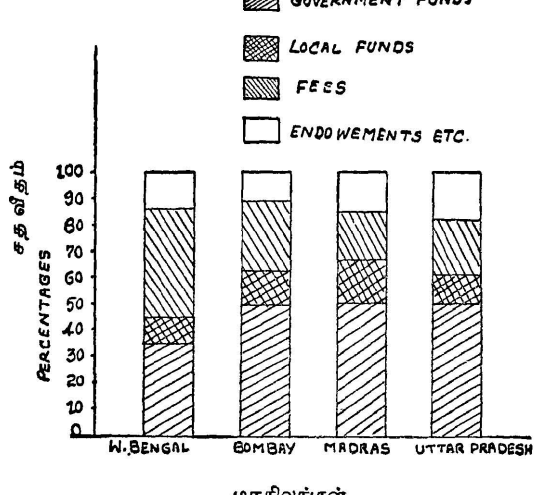
கீழே உள்ள அட்டவணையில் இந்திய யூனியனைச் சேர்ந்த நான்கு மாநிலங்கள் 1947-48-இல் பல்வேறு மார்க்கங்களிலிருந்தும் பெற்ற வருமானத்தில் கல்விக்காகச் செலவழித்ததொகை மொத்தச் செலவின் சதவீதமாகத் தரப்பெற்றுள்ளது. சதவீதப் பட்டை விளக்கப்படங்கள் வரைக.

மாநிலங்கள்	அரசாங்க நிதி	ஸ்தல ஸ்தாபன நிதி	கட்டணங்கள்	மானியங்கள் முதலியவை	மொத்தம்
மேற்கு வங்காளம்	35	10	41	14	100
பம்பாய்	50	13	26	11	100
சென்னை	51	16	18	15	100
உத்திரப் பிரதேசம்	46	11	26	17	100

சதவீதப் பட்டை விளக்கப் படங்கள்

இந்திய யூனியனைச் சேர்ந்த நான்கு மாநிலங்கள் 1947-48 இல் பல்வேறு வருவாய்களிலிருந்து கல்விக்காகச் செலவழித்த தொகை

படம் 4: அளவீடு 1 செ.மீ = 10 %



எடுத்துக்காட்டு – 5

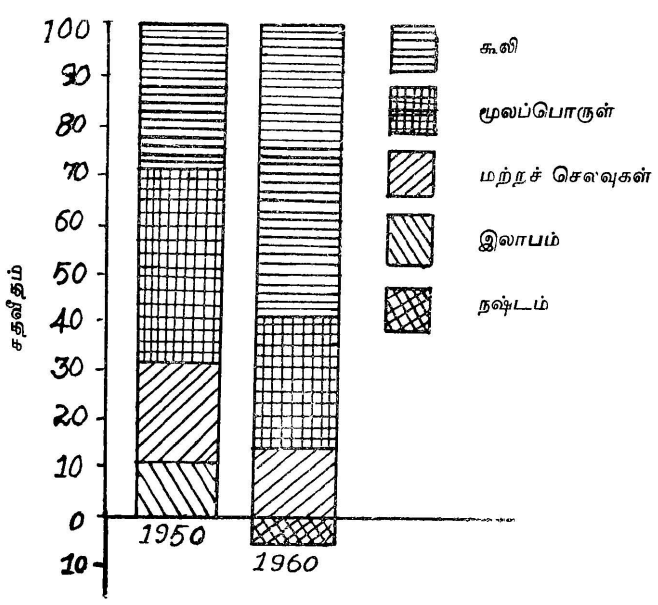
ஒரு நிறுவனம் செய்த எஃகு நாற்காலி ஒன்றின் விலை, உற்பத்தி செய்ய ஆகும் செலவு, இலாபம் ஆகியவைகள் கீழ்க்காணும் அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன.

விவரங்கள்	1950		1960	
	முழுமையான மதிப்பு	சார்பான மதிப்பு	முழுமையான மதிப்பு	சார்பான மதிப்பு
ஒரு நாற்காலியின் விலை	ரூ. 100	100%	ரூ. 150	100%
ஒரு நாற்காலி செய்ய செலவு:				
கூலி	30	30	90	60.0
மூலப்பொருள்	40	40	40	26.7
மற்றச் செலவு	20	20	30	20.0
மொத்தச் செலவு	90	90	160	106.7
இலாபம் (+) அல்லது நஷ்டம் (—)	+10	+10	—10	—6.7

படம் 5

சதவீதப் பட்டை விளக்கப் படங்கள்

அளவீடு: 1 செ.மீ = 10%

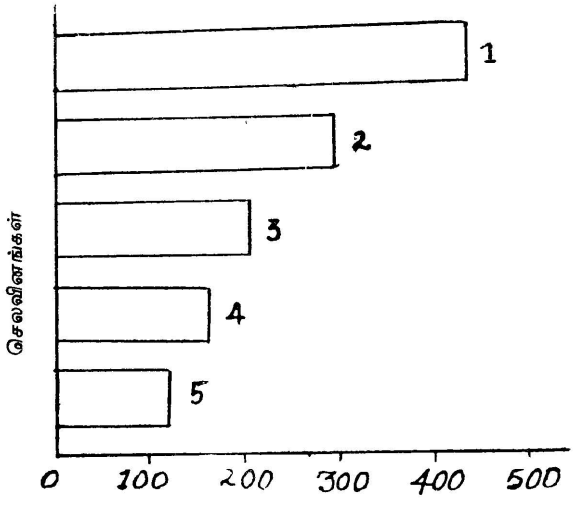


சதவீதப்பட்டை விளக்கப்படங்கள் மொத்த மதிப்புக்களிலுள்ள வேறுபாடுகளை அறிந்துகொள்ளப் பயன்படா. ஏனெனில், நாம் மொத்த மதிப்புக்களனைத்தும் 100 எனக் கொள்கிறோம். இந்தக் குறையை அடுத்த தலைப்பில் நாம் தந்துள்ள செவ்வக விளக்கப்படங்கள் நிவர்த்தி செய்கின்றன.

மேலே தந்துள்ள எடுத்துக்காட்டுகளனைத்திலும் பட்டைகளைச் செங்குத்துப் பட்டைகளாகவே வரைந்துள்ளோம் ஆனால் அவற்றைக் கிடைப்பட்டைகளாகவும் வரையலாம். எடுத்துக்காட்டு 1-இல் கொடுத்துள்ள அட்டவணையைக் கீழே எளிய கிடைப்பட்டை விளக்கப்படமாக வரைந்து காட்டியுள்ளோம்.

எளிய கிடைப் பட்டைகள்
முதலாண்டுத்திட்டத்தில் மத்திய அரசாங்கத்தின்
வளர்ச்சிச் செலவு

படம்-6



1. போக்குவரத்து மற்றும் செய்திப் போக்குவரத்து.
2. நீர்ப்பாசனம் மற்றும் சக்தி.
3. வேளாண்மை மற்றும் சமூக வளர்ச்சி.
4. தொழிற்சாலை.
5. சமூகத் தொண்டு.

பரப்பளவு விளக்கப்படங்கள் அல்லது இரு உருவளவு விளக்கப்-படங்கள் (Area diagrams or two dimensional diagrams):

பட்டை விளக்கப் படங்களில் புள்ளிவிவரத்தைப் பட்டைகளின் நீளங்களால் குறிப்பிடுகிறோம். எல்லாப் பட்டைகளின் அகலங்களும் ஒரே அளவாகவே இருக்கும். இரு உருவளவுப் படங்களில் நீளம், அகலம் ஆகிய இரண்டையுமே கணக்கில் கொள்கிறோம். அதாவது,

புள்ளி விவரத்தைப் பரப்பளவால் குறிப்பிடுகிறோம். எனவே, இப்-படங்களைப் பரப்பளவு விளக்கப் படங்கள் என்றும் கூறுகிறோம்

பரப்பளவு விளக்கப்படங்களின் வகைகள் வருமாறு :

(i) செவ்வக விளக்கப்படங்கள் (Rectangular diagrams)

(ii) சதுர விளக்கப்படங்கள் (Square diagrams)

(iii) வட்ட விளக்கப்படங்கள் (Pie diagrams)

(i) **செவ்வக விளக்கப்படங்கள்:** செவ்வகத்திற்கு நீளம் அகலம் ஆகிய இரு உருவளவுகள் உள்ளன. புள்ளி விவரத்தைச் செவ்வகத்தால் வெளிப்படுத்தும் பொழுது நீளம், அகலம் ஆகிய இரண்டையுமே கணக்கில் கொள்கிறோம் இரு வகையான புள்ளி விவரங்கள் தரப்பெற்றிருக்கும் பொழுது அவற்றைச் செவ்வக விளக்கப்படங்களாகக் கீழ்க்கண்டவாறு வரைகிறோம்.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள இருவகை விவரங்களின் மொத்தங்களின் விகிதத்தைக் கணிக்கவேண்டும். இந்த விகிதத்தில் அகலங்கள் இருக்குமாறு இரு செவ்வகங்கள் வரைகிறோம்.

ஒவ்வொரு வகை விவரங்களின் மொத்தத்தையும 100க்குச் சமமாகக் கொண்டு கொடுத்துள்ள மதிப்புகளை மொத்தத்தின் சதவீதமாகக் கணிக்கவேண்டும். இப்பொழுது இருசெவ்வகங்களின் நீளங்களையும் 100 சதவீதத்திற்குச் சமமாக எடுத்துக் கொண்டு பல்வேறு உட்பிரிவுகளின் மதிப்புகளுக்கேற்றவாறு செவ்வகங்களைப் பல பகுதிகளாகப் பிரிக்கிறோம். எடுத்துக்காட்டொன்று கீழே தந்துள்ளோம்.

செலவினங்கள்	முதல் திட்டம ரூபாய் (கோடிகளில்)	இரண்டாவது திட்டம் ரூபாய் (கோடிகளில்)
1. வேளாண்மை மற்றும் சமூக வளாச்சி	357	568
2. நீர்ப்பாசனம் மற்றும் சக்தி	661	913
3. ஆலையும் சுரங்கமும்	179	890
4. போக்குவரத்தும் செய்திப் போக்குவரத்தும்	557	1385
5. சமூகப்பணி	533	945
6 ஏனையவை	69	99
மொத்தம்	2356	4800

மேலே தந்துள்ள அட்டவணையைச் செவ்வக விளக்கப்பட மாகக் கீழ்க்கண்டவாறு வெளிப்படுத்துகிறோம்.

முதல் திட்டத்தில் மொத்தச் செலவு. ரூ 2356 கோடி ஆகும். இரண்டாவது திட்டத்தில் மொத்தச்செலவு ரூ. 4800 கோடி ஆகும். இவ்விரு மொத்தங்களின் விகிதம் 2356 : 4800 ஆகும். அதாவது, தோராயமாக 1:2 ஆகும். முதல் திட்டச் செலவுகளையும் இரண் டாவது திட்டச் செலவுகளையும் 1:2 என்ற விகிதத்தைப் புலப் படுத்தும் அகலங்களையுடைய இரு செவ்வகங்களால் குறிப்பிடு கிறோம். அதாவது, முதல் செவ்வகத்தின் அகலம் 1 செ மீ என்றால் இரண்டாவது செவ்வகத்தின் அகலம் 2 செ. மீ. ஆக இருக்கும்படி வரைகிறோம்.

இருசெவ்வகங்களின் நீளங்களையும் ஒரே அளவாகக் கொள்- கிறோம். அதாவது, முதல் செவ்வகத்தின் நீளம் 10 செ.மீ. என்றால் இரண்டாவது செவ்வகத்தின் நீளமும் 10. செ. மீ. இருக்குமாறு வரைகிறோம்.

ஒவ்வொரு திட்டத்திற்கும் ஒவ்வொரு செலவினத்தின் மதிப்பை மொத்தச் செலவின் சதவீதமாகக் கணிக்க வேண்டும். சதவீதப்பட்டை விளக்கப்படங்களில் செய்தது போலவே, ஒவ்வொரு செவ்வகத்தினுள்ளும் ஒவ்வொரு இனத்திற்காகச் செய்த சதவீதச் செலவை உட்பிரிவுகளாகக் குறிக்க வேண்டும். கீழே உள்ள அட்டவணையில் ஒவ்வொரு இனத்திற்கான செலவை மொத்தச் செலவின் சதவீதமாகக் கணித்துத் தந்துள்ளோம்

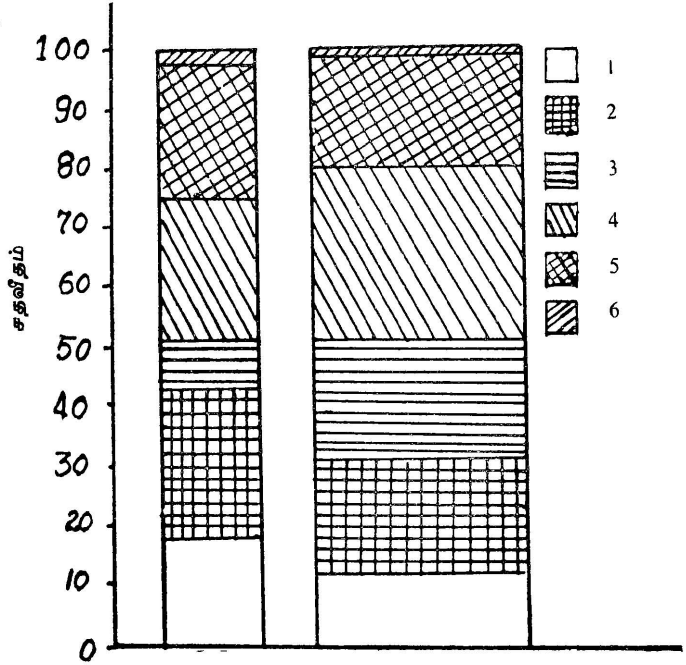
செலவினங்கள்	முதல் திட்டம்		இரண்டாவது திட்டம்	
	ரூபாய் கோடி-களில்	% (ரூ. 2356 கோடி = 100)	ரூபாய கோடி-களில்	% (ரூ. 4800 கோடி = 100)
1. வேளாண்மை மற்றும் சமூக வளர்ச்சி	357	15.1	568	11.8
2. நீர்ப்பாசனம் மற்றும் சக்தி	661	28.1	913	19.0
3. ஆலையும் சுரங்கமும்	179	7.6	890	18.5
4. போக்குவரத்தும் செய்திப் போக்கு வரத்தும்	557	23.6	1385	28.9
5. சமூகப்பணி	533	22.6	945	19.7
6. ஏனையவை	69	3.0	99	2.1
மொத்தம்	2356	100.0	4800	100 0

செவ்வக விளக்கப்படம் வருமாறு

செவ்வக விளக்கப் படங்கள்

படம்: 7

இரண்டு ஐந்தாண்டுத் திட்டங்களின் செலவு வகைகள்



ரூ. 2356 கோடிகள் முதல் திட்டம்	ரூ. 4800 கோடிகள் இரண்டாவது திட்டம்.
1. வேளாண்மை மற்றும் சமூக வளர்ச்சி	4. போக்குவரத்து மற்றும் செய்திப் போக்குவரத்து
2. நீர்ப்பாசனம் மற்றும் சக்தி	5. சமூகத் தொண்டு
3. ஆலையும் சுரங்கமும்	6. ஏனையவை

(ii) **சதுர விளக்கப்படங்கள்** : ஒப்பிட வேண்டிய புள்ளி விவரங்களுக்கிடையிலுள்ள வேறுபாடு அதிகமாக இருந்தால், சாதாரணமாக அவை 1 : 100 என்ற விகிதத்திலிருந்தால் பட்டை விளக்கப் படங்களைப் பயன்படுத்த முடியாது. ஏனென்றால், அளவீட்டை எவ்வளவு சிறியதாக எடுத்தாலும் ஒரு படடையின் நீளம் மற்றொன்றைப் போல் 100 மடங்கு பெரிதாக இருக்கவேண்டும். எனவே ஒரு பட்டை மிகவும் அதிக நீளமுடையதாகவும் மற்றொன்று மிகவும் குறைந்த நீளமுடையதாகவும் இருக்கும். இப்படிப்பட்ட சமயங்களில் பட்டைகளுக்குப் பதிலாகச் சதுரங்கள் வரையப் படுகின்றன. சதுரத்தின் பரப்பளவு புள்ளி விவரத்தின் அளவிற்கேற்றபடி அமைந்திருக்கும். சான்றாக, 100 மற்றும் 10000 என்ற இரண்டு எண்களை நாம் ஒப்பிட வேண்டியதிருந்தால் பக்க நீளங்கள் $1 : 10$ $(\sqrt{100} : \sqrt{10000}) = 10 : 100)$ என்ற விகிதத்திலிருக்கும். இவ்விரண்டையும் குறிக்க இரண்டு சதுரங்கள் வரைந்து ஒப்பிடலாம். எல்லாச் சதுரங்களும் ஒரே நேர்கோட்டின்மேல் வரையப்படுகின்றன. சதுரங்களுக்கிடையில் சம இடைவெளி விடப்படும். இச்சதுர விளக்கப் படங்கள் அதிகமாகப் பயன்படுத்தப் படுவதில்லை. இதற்கான காரணங்கள் வருமாறு : சதுரங்கள் வரைவதற்கு மிக்க திறமையும் உழைப்பும் தேவை. மேலும், சதுரங்களின் பரப்பளவைக் கொண்டு ஒப்பிடுதலும் எளிதன்று.

எடுத்துக்காட்டு 7 :

1938 — 1939-இல் கரும்புச் சர்க்கரை உற்பத்தி.

நாடுகள்	கரும்புச் சர்க்கரை உற்பத்தி (ஆயிரம் குவிண்டால்களில்)
இந்தியா	2750
ஹவாய்	835
கொலம்பியா	51

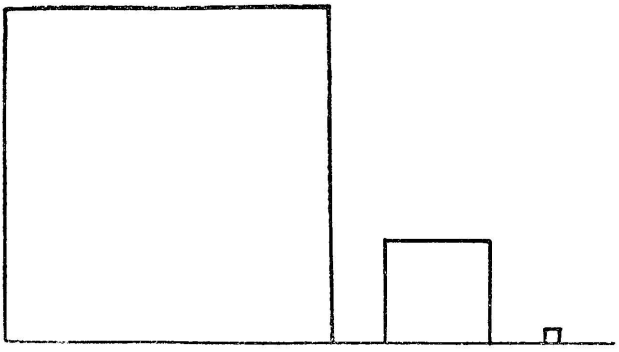
மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையைச் சதுர விளக்கப் படங்கள் மூலம் எளிதில் விவரிக்கலாம்.

படம் 8 :

சதுர விளக்கப் படங்கள்

கரும்புச் சர்க்கரை உற்பத்தி (1938—1939)

அளவீடு: 2செ.மீ = $\sqrt{2150}$ ஆயிரம் குவிண்டால்கள்



வட்ட விளக்கப்படங்கள் (Pie diagrams) :

கொடுக்கப்பட்டுள்ள புள்ளி விவரங்களை விளக்குமுகமாக வரையப்படும் வட்டங்களுக்கு வட்ட விளக்கப்படங்கள் என்று பெயர். வட்டங்களின் பரப்பளவு புள்ளி விவரங்களின் அளவிற்-கேற்றவாறு அமைந்திருக்கும். எடுத்துக் காட்டாக, 4,25 என்ற இரு எண்களை வட்ட விளக்கப்படங்களால் குறிப்பிட வேண்டும் என்று வைத்துக் கொள்வோம். இவ்விரு எண்களையும் வர்க்க மூலங்களின் விகிதத்தில், அதாவது 2:5 ($\sqrt{4}$: $\sqrt{25}$) என்ற விகிதத்தில் ஆரங்கள் இருக்குமாறு இருவட்டங்கள் வரைந்து இவ்விரு எண்களை-யும் குறிப்பிடலாம். அதாவது, 2 செ மீ. ஆரமுள்ள வட்டத்தால் 4-ஐக் குறிப்பிட்டால் 5 செமீ.ஆரமுள்ள வட்டத்தால் 25ஐக் குறிப்பிட வேண்டும். வட்டங்களின் மையங்கள் ஒரே நேர் கோட்டிலிருக்குமாறு வரைய வேண்டும். வட்டங்களுக்கிடையில் சம இடைவெளி விடு-தல் வேண்டும். சதுரங்களைவிட வட்டங்களை வரைவது எளிது மேலும் வட்டங்கள் சதுரங்களைவிடப் பார்ப்பதற்கு அழகாக இருக்கின்றன. எனவே, வட்டம், சதுரம் இவற்றில் ஏதேனும் ஒன்றைத் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டிய சந்தர்ப்பம் வரும்பொழுதெல்-லாம் வட்டத்தையே தேர்ந்தெடுத்தல் நல்லது.

எடுத்துக்காட்டு *1 :*

A, B, C என்ற மூன்று குறிப்பிட்ட இடங்களில் புகுமுக வகுப்புத் தேர்வு எழுதிய மாணவர்களின் எண்ணிக்கை கீழே உள்ள அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

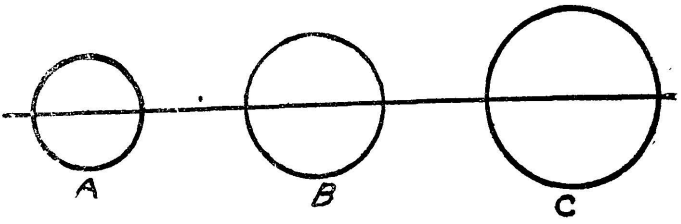
தேர்வு எழுதிய இடம்	தேர்வு எழுதியவர்களின் எண்ணிக்கை
A	400
B	625
C	900

மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்களை மூன்று வட்டங்களால் குறிப்பிடலாம்.

இவ்வட்டங்களின் ஆரங்கள்

4 5:6 ($\sqrt{400} : \sqrt{625} : \sqrt{900}$) = 20 : 25 : 30 = 4:5:6) என்ற விகிதத்திலிருக்கும்படி வரையவேண்டும்.

படம் 9 :



மேலே தந்துள்ள வட்ட விளக்கப்படங்கள் எளிய பட்டை விளக்கப்படங்களை ஒத்தவை.

கோணப் பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்ட வட்ட விளக்கப்படங்கள் (Angular diagrams) :

கொடுக்கப்பட்டுள்ள புள்ளி விவரம் பல உட்பிரிவுகளாகப் பிரிக்கப்பட்டிருந்தால் அதனையும் வட்ட விளக்கப்படத்தின் மூலம் குறிப்பிட முடியும். புள்ளி விவரத்தை வட்டத்தால் குறிப்பிடலாம்; புள்ளி விவரத்தின் உட்பிரிவுகளை, வட்டத்தைக் கோணப் பகுதிகளாகப் பிரித்து அவற்றால் குறிப்பிடலாம். கோணப் பகுதியின் பரப்பளவு உட்பிரிவுகளின் அளவிற்கேற்றபடி அமைந்திருக்கும். இவ்வாறு வரையப்படும் விளக்கப்படத்திற்குக் கோணப்பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்ட வட்ட விளக்கப்படம் என்று பெயர்.

கோணப் பகுதிகளை வரைவது கடினமன்று. வட்டக்கோணப் பகுதியின் பரப்பளவு அது வட்ட மையத்தில் தாங்கும் கோணத்தைப் பொறுத்திருக்கும். எடுத்துக் காட்டாக, மையத்தில் 80 டிகிரியைத் தாங்கும் கோணப் பகுதியின் பரப்பளவு, 50 டிகிரியைத் தாங்கும் கோணப் பகுதியின் பரப்பளவைவிட அதிகமாக இருக்கும். வட்ட மையத்தைச் சுற்றியுள்ள கோணத்தின் அளவு 360^0 ஆகும். கொடுக்கப்பட்டுள்ள புள்ளி விவரத்தின் உட்பிரிவுகளுக்கு ஏற்றவாறு வட்ட மையத்திலுள்ள கோணமாகிய 360^0ஐப் பல சிறிய கோணங்களாகப் பிரிக்கிறோம். வட்ட மையத்திற்கு மேலே செங்குத்தாக வரையப்படும் ஆரத்திலிருந்து தொடங்கி, வலமிருந்து இடமாக, புள்ளி விவரத்தில் உட்பிரிவுகளை இறங்கு வரிசையில் கொடுப்பது வழக்கமாகும். ஆனால் 'ஏனையவை' என்ற உட்பிரிவை எப்பொழுதும் இறுதியில் குறிப்பிடுவது வழக்கம்; இப்பிரிவு மற்ற சில உட்பிரிவுகளைவிடப் பெரியதாக இருந்தாலும் பரவாயில்லை. போதுமான அளவு இடம் இருந்தால் கோணப்பகுதிகளுக்கு உள்ளேயே அவை குறிப்பிடும் உட்பிரிவுகளைக் கிடையாக எழுதலாம். வட்ட மையத்திலிருந்து வெளிப் புறமாகவோ, வட்டத்தைச் சுற்றியோ எழுதக் கூடாது. உட்பிரிவுகளை நன்கு அறிந்து கொள்வதற்குக் கோணப் பகுதிகளுக்கு வண்ணங்கள் கொடுக்கலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 2 :

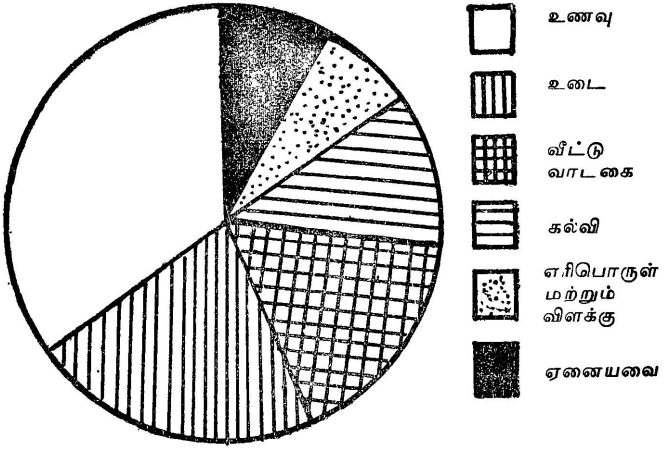
A என்ற குடும்பத்தின் மாதச் செலவு கீழே தரப்பட்டுள்ளது. அதனைக் கோணப்பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்ட வட்ட விளக்கப் படங்கள் மூலம் விவரிக்கலாம்.

செலவினம்	A (மாத வருமானம் ரூ. 300)	
	செலவு (ரூபாயில்)	வட்டககோணப் பகுதியின் கோணம் (Angle of the Sector) (டிகிரியில்)
1. உணவு	105	$\frac{360}{300} \times 105 = 126$
2 உடை	65	$\frac{360}{300} \times 65 = 78$
3. வீட்டு வாடகை	50	$\frac{360}{300} \times 50 = 60$
4. கல்வி	35	$\frac{360}{300} \times 35 = 42$
5. எரிபொருள், விளக்கு	20	$\frac{360}{300} \times 20 = 24$
6. ஏனையவை	25	$\frac{360}{300} \times 25 = 30$
மொத்தம்	300	360

படம் : 10

கோணப்பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்ட வட்ட விளக்கப்படம்

A என்ற குடும்பத்தின் மாதச் செலவு



இரு மொத்தங்களையும் இவற்றின் உட்பிரிவுகளையும் ஒப்பிட வேண்டியிருப்பின் இரு வட்டங்களை வரையவேண்டும். இரு வட்டங்களின் பரப்பளவுகள் இரு மொத்தங்களின் விகிதத்திலிருக்க வேண்டும். அதாவது, இரு வட்டங்களின் ஆரங்கள் இரு மொத்தங்களின் வர்க்க மூலங்களின் விகிதத்திலிருக்க வேண்டும். பின்பு ஒவ்வொரு வட்டத்தையும் உட்பிரிவுகளின் மதிப்புகளுக்கேற்றவாறு கோணப்பகுதிகளாகப் பிரிக்க வேண்டும்.

கோண விளக்கப்படம் பகுக்கப்பட்ட பட்டை விளக்கப்படங்களை ஒத்ததாகும்.

எடுத்துக்காட்டு—3

A மற்றும் B என்ற இரண்டு குடும்பங்களின் மாதச் செலவு கீழே உள்ள அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளது. இதனை இரண்டு கோணப் பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்ட வட்ட விளக்கப்படங்கள் வரைந்து ஒப்பிடலாம்.

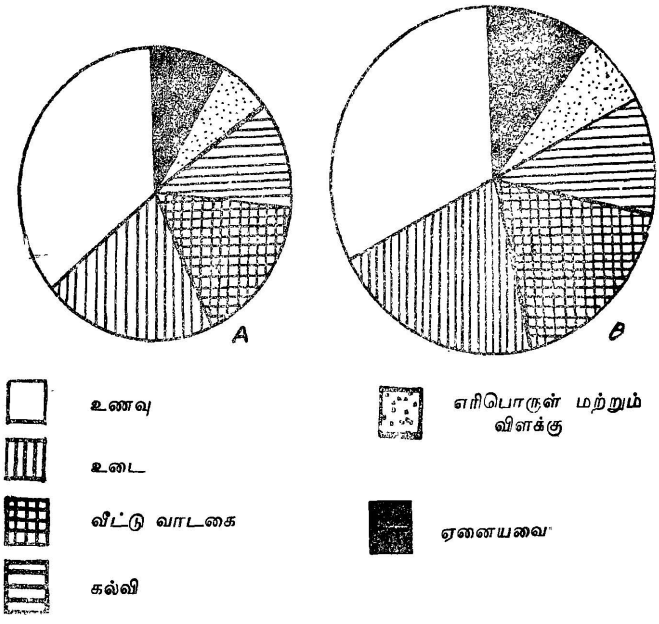
	A மாத வருமானம் ரூ. 300		B மாத வருமானம் ரூ. 360	
	செலவு (ரூபாயில்)	வட்டக் கோணப் பகுதியின் கோணம் (டிகிரியில்)	செலவு (ரூபாயில்)	வட்டக் கோணப் பகுதியின் கோணம் (டிகிரியில்)
1. உணவு	105	$\frac{360}{300} \times 105 = 126$	115	$\frac{360}{360} \times 115 = 115$
2. உடை	65	$\frac{360}{300} \times 65 = 78$	75	$\frac{360}{360} \times 75 = 75$
3. வீட்டு வாடகை	50	$\frac{360}{300} \times 50 = 60$	65	$\frac{360}{360} \times 65 = 65$
4. கல்வி	35	$\frac{360}{300} \times 35 = 42$	40	$\frac{360}{360} \times 40 = 40$
5. எரி பொருள் மற்றும் விளக்கு	20	$\frac{360}{300} \times 20 = 24$	25	$\frac{360}{360} \times 25 = 25$
6. ஏனையவை	25	$\frac{360}{300} \times 25 = 30$	40	$\frac{360}{360} \times 40 = 40$
மொத்தம்	300	360	360	360

இரு மொத்தச் செலவுகளின் வர்க்கமூலங்களின் விகிதம் $\sqrt{300} : \sqrt{360}$ ஆகும். அதாவது, 5. 5:6, ஆகும்.

5.5:6 என்ற விகிதத்தில் ஆரங்கள் இருக்குமாறு இரு வட்டங்கள் வரையவேண்டும்.

படம் 11 :

A மற்றும் B என்ற இரண்டு குடும்பங்களின் மொத்தச்செலவு



சதவீத வட்ட விளக்கப்படங்கள் (Percentage Pie Diagrams) :

சில சமயங்களில் புள்ளி விவரத்தின் உட்பிரிவுகள் சதவீதங்களாகக் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் அப்பொழுது புள்ளி விவரங்களைச் சமநீளமுள்ள ஆரங்களையுடைய வட்டங்களால் குறிப்பிடுகின்றோம். ஏனெனில், ஒவ்வொரு புள்ளிவிவரத்தின் அளவும் 100 க்குச் சமமாக இருக்கும். பின்பு வழக்கம்போல் ஒவ்வொரு வட்டமும் புள்ளி விவரத்தின் உட்பிரிவுகளுக்கேற்றவாறு கோணப்பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்படுகின்றது. இவ்வாறு வரையப்படும் வட்ட விளக்கப்படத்தைச் 'சதவீத வட்ட விளக்கப் படம்' என்று அழைக்கின்றோம். சதவீத வட்ட விளக்கப் படம் சதவீதப்பட்டை விளக்கப்படத்தை ஒத்தது.

எடுத்துக்காட்டு—4:

A மற்றும் B என்ற இரண்டு குடும்பங்களின் மாதச் செலவு பல தலைப்புக்களில் சதவீதங்களாகக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இவ்விரண்டு குடும்பங்களின் செலவையும் சதவீத வட்ட விளக்கப் படங்கள் வரைந்து ஒப்பிடலாம்.

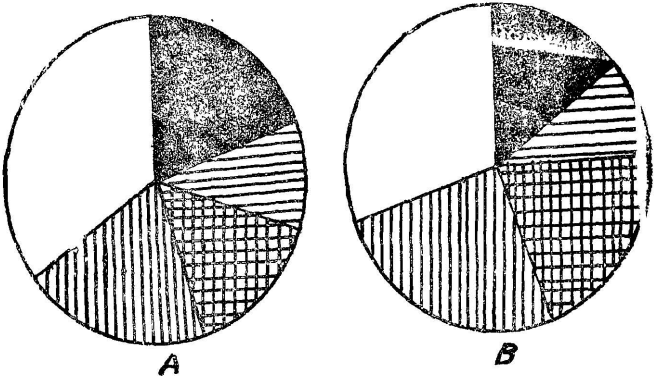
இரண்டு குடும்பங்களுக்கு மாதவருமானம் 100 என எடுத்துக் கொள்ளப்பட்டது.

செலவினம்	A		B	
	செலவு %	வட்டக்கோணப் பகுதியின் கோணம் (டிகிரியில்)	செலவு %	வட்டக்கோணப் பகுதியின் கோணம் (டிகிரியில்)
1. உணவு	3	$\frac{360}{100} \times 35 = 126$	30	$\frac{360}{100} \times 30 = 108$
2. உடை	20	$\frac{360}{100} \times 20 = 72$	25	$\frac{360}{100} \times 25 = 90$
3. வீட்டு வாடகை	15	$\frac{360}{100} \times 15 = 54$	20	$\frac{360}{100} \times 20 = 72$
4. எரி–பொருள் மற்றும் விளக்கு	10	$\frac{360}{100} \times 10 = 36$	10	$\frac{360}{100} \times 10 = 36$
5. ஏனை–யவை	20	$\frac{360}{100} \times 20 = 72$	15	$\frac{360}{100} \times 15 = 54$

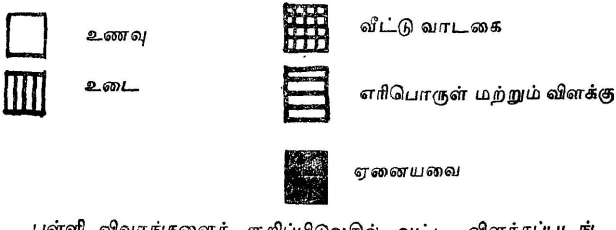
படம் 12:

சதவீத வட்ட விளக்கப்படங்கள்

A மற்றும் B என்ற இரண்டு குடும்பங்களின் மாதச்செலவு



குறியீடு :



புள்ளி விவரங்களைக் குறிப்பிடுவதில் வட்ட விளக்கப்படங்கள் அதிகமாகப் பயன்படுத்தப்பட்டு வருகின்றன. ஏனெனில், வட்டங்களை வரைவது மிகவும் எளிது. வீளம்பரம் செய்பவர்களுக்கு வட்ட வீளக்கப் படங்கள் மிகவும் பயன்படுகின்றன. பண தொடர்புடைய விவரங்களைக் குறிப்பிடும் பொழுது வட்ட வீளக்கப் படங்கள், மக்கள் மனதைக் கவரும் வண்ணம் அமைகின்றன. எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு தொழிலாளி உணவு, உடை, மது முதலிய வற்றிற்காகச் செலவு செய்வதை வட்ட வீளக்கப் படத்தால் குறிப்பிடுவதாக வைத்துக் கொள்வோம். இவ் வீளக்கப் படத்தைப் பார்த்தவுடன் தொழிலாளி தன் வருமானத்தில் பெரும்பகுதியை மதுவில் வீணாக்கி விட்டதை உணர்வான்.

இவ்வாறு பலவகையிலும் வட்ட விளக்கப்படங்கள் பயன் படுத்தப்பட்டு வந்தாலும், பட்டை விளக்கப் படங்களைப் பயன் படுத்துவதே மேலானது. ஏனெனில் பரப்பளவுகளையும் மற்றும் கோணங்களையும் ஒப்பிடுவதைவிட நீளங்களை ஒப்பிடுவது எளிது.

சித்திர விளக்கப் படங்கள் அல்லது உருவகப் படங்கள் (Pictograms): கொடுக்கப்பட்டுள்ள புள்ளிவிவரங்கள் குறிக்கும் பொருளைச் சித்திரமாக வரைந்தும் ஒப்பிடலாம். இவ்வாறு புள்ளிவிவரங்களை விளக்குமுகமாக வரையப்படும் சித்திரங்களுக்குச் சித்திர விளக்கப்படங்கள் என்று பெயர். வரையப்படும் சித்திரங்களின் எண்ணிக்கை புள்ளிவிவரங்களின் அளவிற்கேற்றபடி அமைந்திருக்கும். எடுத்துக்காட்டாக 1950லிருந்து 1952 முடிய மூன்று வருடங்களில் ஒருநாடு உற்பத்தி செய்த கார்களின் எண்ணிக்கை முறையே 3500, 7000 மற்றும் 8500 என வைத்துக்கொள்வோம். இவ்விவரத்தைச் சித்திர விளக்கப்படம் மூலம் கீழ்க்கண்டவாறு விவரிக்கலாம். ஒரே மாதிரி உருவ அமைப்புக் கொண்ட ஏழு கார்ச் சித்திரங்களால் 3500ஐயும், 14 கார்ச் சித்திரங்களால் 7000ஐயும் மற்றும் 17 கார்ச் சித்திரங்களால் 8500ஐயும் முறையே மூனறு வரிசைகளில் வரைவதன் மூலம் குறிப்பிடலாம ஒரு கார்ச் சித்திரம் 500 கார்கள் உற்பத்தியைக் குறிக்கும். மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரத்தை மற்றொரு முறையிலும் குறிப்பிடலாம. ஒவ்வொரு வருடமும் உற்பத்தி செய்யப்பட்ட கார்களின் எண்ணிக்கையை ஒரே கார்ச் சித்திரத்தால் குறிப்பிடலாம். இவ்வாறு வரையப்படும் கார்ச் சித்திரத்தின் உருவ அமைப்பு கார்களின் எண்ணிக்கைக்குத் தக்கவாறு மாறுபடும். அதாவது, 3500ஐக் குறிக்கும கார்ச சித்திரத்தின உருவம் 7000ஐக் குறிக்கும் கார்ச் சித்திரத்தின உருவத்தை விடச் சிறியதாக இருக்கும. இவ்விரண்டு சித்திரங்களின் உருவம் 8500ஐக் குறிக்கும் கார்ச் சித்திரத்தின் உருவத்தைவிடச் சிறியதாக இருக்கும். ஆனால் இவ்வாறு சித்திரங்களின் உருவ அமைப்பைக் கொண்டு ஒப்பிடுவதைவிட, ஒரே மாதிரி உருவ அமைப்புள்ள பல சித்திரங்கள் கொண்ட வரிசைகளின் நீளங்களை ஒப்பிடுவது எளிது. எனவே, முதலில் கூறப்பட்ட முறையிலேயே சித்திர விளக்கப்படங்கள் வரையப்படுகின்றன.

சித்திர விளக்கப்படங்கள் பொதுமக்களின் மனதைக் கவரும் சக்திவாய்ந்தவை. எனவே, கண்காட்சி தொடர்புடையவைகளில் இவை பெரும்பாலும் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. அலுவலகப்புள்ளி விவரங்கள் அநேகமாகச் சித்திர விளக்கப்படங்களால் குறிக்கப்படு-

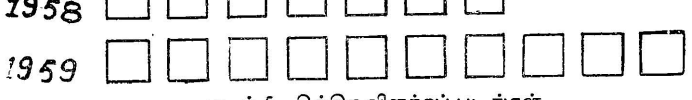
கின்றன. எண்களைக்கொண்டு புள்ளி விவரங்களை அறிந்துகொள்ள முடியாத, கல்வியறிவு போதுமான அளவு இல்லாத மக்களுக்குப் புள்ளி விவரங்களை விளக்குவதற்குச் சித்திர விளக்கப் படமுறை பெரிதும் பயன்படுத்தப்படுகிறது. ஆனால் இம்முறையைப் பயன்படுத்துவதில் உள்ள குறையானது, பொதுவாகச் சித்திரங்களை நல்ல முறையில் வரையும் திறமையுள்ளவர்களின் எண்ணிக்கை மிகவும் குறைவு என்பதேயாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 5:

1957-லிருந்து 1959 முடிய மூன்று வருடங்களில் உற்பத்தி செய்த தேயிலையின் மதிப்புக் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

வருடம்	உற்பத்தி செய்த தேயிலை (இலட்சம் டன்களில்)
1957	6
1958	7
1959	10

மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரத்தை ஒரே மாதிரி அமைப்புக் கொண்ட 6 டின்களை முதல் வரிசையிலும், 7 டின்களை இரண்டாவது வரிசையிலும், மற்றும் 10 டின்களை மூன்றாவது வரிசையிலும் வரைவதன் மூலம் குறிப்பிடலாம். ஒரு டின் ஒரு இலட்சம் டன் தேயிலையின் மதிப்பிற்குச் சமம்.



படம் 5 சித்திர விளக்கப் படங்கள்

குறிப்புத் தலப்படங்கள் (Cartograms) :

தேசப்படப் புத்தகங்களில் நாம் குறிப்புத்தலப்படங்களைக் காணலாம். இந்திய தேசப்படத்தைப் பல சிறிய பகுதிகளாகப் பிரித்து, ஒவ்வொரு பகுதியிலும் ஒரு வருடத்தில் பெய்யும் மழையின் அளவைக் கீழ்க்கண்டவாறு குறிப்பிட்டிருப்பதைக் காணலாம். (0'' லிருந்து 20'' வரை) (20'' லிருந்து 40'' வரை)... .....ஒவ்வொரு பகுதியிலும் ஒரு வருடத்தில் பெய்யும் மழையின் அளவிற்குத் தக்க-

வாறு ஒன்றையொன்று வெட்டும் சிறியகோடுகளின் அடையாளங்கள் பொடப்பட்டிருக்கும். அதிக அளவு மழை பெய்யும் பகுதிகளில் இவ்வடையாளங்கள் அதிகமாகவும், குறைந்த அளவு மழை பெய்யும் பகுதிகளில் இவ்வடையாளங்கள் குறைவாகவும் இருக்கும்.

பொருத்தமான விளக்கப்படத்தைத் தேர்ந்தெடுத்தல்:

நாம் தேர்ந்தெடுக்கும் விளக்கப் படமானது புள்ளி விவரங்களின் தன்மையையும் எந்தவகையான மக்களுக்காக நாம் படத்தை வரைகிறோம் எனபதையும் பொறுத்திருக்கிறது. ஓர் உருவளவுப் படங்களைத் தேர்ந்தெடுப்பதா என்பதையும், ஒருருவளவுப் படங்களைத் தேர்ந்தெடுத்தால் எளிய பட்டை விளக்கப்படங்களை வரைவதா, கூட்டுப்பட்டை விளக்கப்படங்களை வரைவதா, சதவீதப் பட்டை விளக்கப் படங்களை வரைவதா என்பதும் பற்றித் தீர்மானிப்பது புள்ளி விவரங்களின் தன்மையைப் பொறுத்துள்ளது. எந்த வகையான மக்களுக்காக வரைகிறோம் என்பதையும் நாம் கணக்கில் கொள்ள வேண்டும். எடுத்துக்காட்டாக, கல்வியறிவில்லாத மக்களின் கவனத்தை ஈர்ப்பதற்குச் செவ்வக, சதுர மற்றும் வட்ட விளக்கப் படங்களும் கார்ட்டோகிராம்களுமே மிகவும் பொருத்தமானவையாகும். ஒவ்வொரு வகையான படமும் கீழ்க்கண்டவாறு சிறப்பான பயன்களையுடையனவாக உள்ளன.

(அ) மொத்தங்களிலுள்ள வேறுபாடுகளைக் குறிப்பிடுவதற்கு எளிய பட்டை விளக்கப் படங்களைப் பயன்படுத்துதல் வேண்டும். எடுத்துக்காட்டாக, இந்தியாவின் வெவ்வேறு மாநிலங்களின் அரிசி உற்பத்தி வேறுபாடுகள், கடந்த ஐம்பது ஆண்டுகளில் - மொத்த மக்கள் தொகையில் ஏற்பட்டுள்ள மாற்றங்கள் முதலியவற்றை எளியபட்டை விளக்கப்படங்களால் குறிப்பிடவேண்டும்.

(ஆ) மொத்த மதிப்பில் ஏற்பட்டுள்ள வேறுபாடுகளையும், அதே சமயத்தில் உட்பிரிவுகளின் மதிப்புக்களில் ஏற்பட்டுள்ள வேறுபாடுகளையும் வெளிப்படுத்துவதற்குப் பகுக்கப்பட்டபட்டை விளக்கப் படங்களைப் பயன்படுத்துதல் வேண்டும். எடுத்துக்காட்டாக, இரண்டு ஐந்தாண்டுத் திட்டங்களில் மொத்தச் செலவில் ஏற்பட்டுள்ள மாற்றங்கள் மற்றும் ஒவ்வொரு இனத்திற்கும் ஆன செலவுகளில் ஏற்பட்டுள்ள மாறறங்கள் ஆகியவற்றைப் பகுக்கப்பட்ட பட்டை விளக்கப்படங்களின் உதவியாலேயே வெளிப்படுத்த முடியும்.

(இ) மொத்த மதிப்பில் ஏற்பட்டுள்ள மாற்றங்களுக்கு முக்கி-

யத்துவம் கொடுக்காமல், உட்பிரிவுகளின் மதிப்புக்களில் ஏற்பட்டுள்ள மாற்றங்களுக்கு மட்டுமே முக்கியத்துவம் கொடுக்க வேண்டிய சந்தர்ப்பங்களில் கூட்டுப் பட்டை விளக்கப் படங்களைப் பயன்படுத்த வேண்டும்.

(ஈ) உட்பிரிவுகளின் தராதர மதிப்பில் (அதாவது, மொத்தத்தின் சதவீதமாகக் கணிக்கப் பெற்றுள்ள மதிப்பில்) உள்ள மாற்றங்களை வெளிப்படுத்த சதவீதப்பட்டை விளக்கப் படங்களைப் பயன்படுத்த வேண்டும்.

உட்பிரிவுகளின் எண்ணிக்கை அதிகமாக (7அல்லது 8-க்கும் அதிகமாக) இருந்தால் பட்டை விளக்கப்படங்களைப் பயன்படுத்துதல் கூடாது. இப்படிப்பட்ட இடங்களில் வட்டவிளக்கப் படங்களே மிகவும் பொருத்தமானவையாக இருக்கும். மேலும் உட்பிரிவுகளின் தராதர மதிப்புகளை வெளிப்படுத்த வேண்டிய சூழல்களில் வேறெந்த விளக்கப்படத்தைக் காட்டிலும் வட்ட விளக்கப்படமே மிகவும் சிறப்பாக இருக்கும்.

இரண்டு அல்லது மூன்றுக்கு மேற்பட்ட வகையான விவரங்கள் தரப்பெற்றிருந்தால் வட்ட விளக்கப் படங்களைப் பயன்படுத்துதல் கூடாது. ஏனெனில், அதிகஎண்ணிக்கையுள்ள வட்டங்களை ஒன்றோடொன்று ஒப்பிடுவது எளிய காரியமன்று

கொடுக்கப் பெற்றுள்ள மதிப்புக்களை வட்டங்களின் பரப்பளவால் பெரிதும் புலப்படுத்துவதில்லை. பட்டை விளக்கப் படங்களை எங்கெல்லாம் வரைய முடியுமோ அங்கெல்லாம் வட்டங்கள் வரைவதைத் தவிர்க்க வேண்டும் ஏனெனில், வட்டங்களின் பரப்பளவை ஒப்பிடுவதைக் காட்டிலும் பட்டைகளின் நீளங்களை ஒப்பிடுவது மிகவும் எளிதாக இருக்கும்.

வசீகரத்தன்மை குறைவாக உள்ள படங்களைப் பார்த்துப் புரிந்து கொள்ளும் சக்தியற்ற மக்களிடையேயும் அப்படங்களைப் பார்க்க விரும்பாத பெரும்பான்மையான மக்களிடையேயும் தகவல்களைப் பரப்பச் சித்திர விளக்கப் படங்களும் கார்ட்டோகிராம்களுமே பொருத்தமானவையாகும். பல்வேறு இடங்கட்கு உரிய புள்ளி விவரங்களை வெளிப்படுத்த கார்ட்டோகிராம்களே மற்ற எந்தப் படங்களைக் காட்டிலும் பொருத்தமானவையாகும்.

அலைவெண் வரைபடங்கள்

(Frequency Graphs)

எல்லாவகையான அலைவெண் பரவல்களையும் வரைபடங்களால் குறிப்பிட முடியும். அலைவெண் வரைபடங்களில் மூன்று முக்கியமான வகைகள் உள்ளன. அவை வருமாறு:

(i) அலைவெண் செவ்வகப் படம் (Histogram)

(ii) அலைவெண் பலகோணம் மற்றும் வளைகோடு (Frequency polygon and curve)

(iii) குவிவு அலைவெண் வளைகோடு (Cumulative frequency graph or ogive)

(i) அலைவெண் செவ்வகப் படம் (Histogram) :

அலைவெண் செவ்வகப் படமானது உண்மைப் பிரிவு இடைவெளிகளுக்கு மேல் வரையப்பட்ட செவ்வகப் பட்டைகளாலானது. ஒவ்வொரு செவ்வகப் பட்டையின் பரப்பளவானது அப்பிரிவு அலைவெண்ணின் அளவிற்கேற்றவாறு அமைந்திருக்கும். உண்மைப் பிரிவுகள் தொடர்ச்சியாக அமைந்திருப்பதால் பட்டைகளுக்கிடையில் இடைவெளி இல்லாமல் தொடர்ச்சியாக இருக்கும். அலைவெண் செவ்வகப் படத்தை வரையும் முறையைச் சம இடைவெளித் தூரமுள்ள அலைவெண் பரவல்களுக்கு முதலாவதாகவும் சமமற்ற இடைவெளித் தூரமுள்ள அலைவெண் பரவல்களுக்கு இரண்டாவதாகவும் கீழே விளக்கியுள்ளோம்.

(I) சம இடைவெளித் தூரமுள்ள அலைவெண் பரவலின் அலைவெண் செவ்வகப் படம் (Histogram for equal class intervals) :

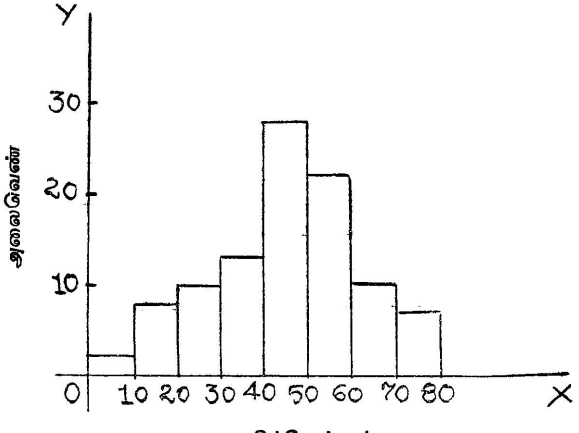
கொடுக்கப் பெற்றுள்ள அலைவெண் பரவலின் உண்மைப் பிரிவு எல்லைகளை X அச்சிலும், அலைவெண்களை Y அச்சிலும் குறிக்க வேண்டும். ஒவ்வொரு பிரிவு இடைவெளிக்கும் மேலே அப்பிரிவு அலைவெண்ணின் மதிப்பிற்கேற்றவாறு உயரம் இருக்கும் வண்ணம் செவ்வகங்கள் வரையவேண்டும். ஒவ்வொரு பிரிவு இடைவெளியும் சம இடைவெளித் தூரமுடையதாகையால், செவ்வகங்களும் சம அகலமுடையவையாக இருக்கும். சம இடைவெளித் தூரமுடைய அலைவெண் பரவல் தரப்பெற்றிருக்கும்பொழுது அலைவெண் செவ்வகப் படத்திலுள்ள ஒவ்வொரு செவ்வகத்தின் பரப்பளவு, உயரம் ஆகிய இரண்டுமே அலைவெண்ணின் மதிப்பிற்கேற்றவாறு அமைந்திருக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு : 3

மதுரையில் நடந்த பி.ஏ. தேர்வில் 100 மாணவர்கள் புள்ளியியலில் பெற்ற மதிப்பெண்களின் பரவல் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

பிரிவு இடைவெளி (மார்க்குகள்)	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை
0—10	2
10—20	8
20—30	10
30—40	13
40—50	28
50—60	22
60—70	10
70—80	7

அலைவெண் செவ்வகப் படம்



மேலே தந்துள்ள எடுத்துக்காட்டில் உண்மை பிரிவு இடைவெளிகளையுடைய அலைவெண் பரவல் தரப்பெற்றிருந்தது. சில சமயங்களில் உண்மைப் பிரிவுகளல்லாத பிரிவுகளையுடைய அலைவெண் பரவல் தரப்பெறலாம். அப்படிப்பட்ட சூழல்களில் முதலாவதாகக் கொடுக்கப் பெற்றுள்ள பிரிவு இடைவெளிகளை உண்மைப் பிரிவு இடைவெளிகளாக மாற்ற வேண்டும். அதன் பின்பே அலைவெண் செவ்வகப் படத்தை வரையமுற்படுதல் வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு—4 :

கீழே தந்துள்ள விவரங்களிலிருந்து அலைவெண் செவ்வகப் படம் வரைக.

பிரிவு	அலைவெண்
0—9	8
10—19	12
20 - 29	17
30—39	15
40—49	20
50—59	10
60—69	5

மேலே உள்ள அட்டவணையில் உண்மைப் பிரிவு இடைவெளிகள் தரப் பெறவில்லை. எனவே. முதலில் அவைகளை உண்மைப் பிரிவு இடைவெளிகளாக மாற்றிக் கீழே தந்துள்ளோம்.

உண்மைப் பிரிவு	அலைவெண்
-.5—9.5	8
9.5—19.5	12
19.5—29.5	17
29.5—39.5	15
39.5—49.5	20
49.5—59.5	10
59.5—69.5	5

அலைவெண் செவ்வகப்படம்



(உண்மைப் பிரிவு எல்லைகள்)

சில சமயங்களில் பிரிவு இடைவெளிகளுக்குப் பதிலாகப் பிரிவு குறிப்பெண்கள் தரப்பெற்றிருக்கலாம் அப்படிப்பட்ட சந்தர்ப்பங்களிலும், முதலாவதாக, உண்மைப் பிரிவு எல்லைகளை* நாம் கணித்தல் வேண்டும். அதன் பின்பே அலைவெண் செவ்வகப் படத்தை வரைய முற்படுதல் வேண்டும்.

(ii) **சமமற்ற இடைவெளித் தூரமுள்ள அலைவெண் செவ்வகப் படம்** (Histogram for unequal class intervals) :

ஓர் அலைவெண் பரவலின் எல்லாப் பிரிவுகளின் பிரிவு இடைவெளித்தூரம் சமமாக இல்லாவிட்டால் பிரிவு அலைவெண்ணிற்கும் அப்பிரிவின் இடைவெளித் தூரத்திற்கும் உள்ள விகிதம் Y அச்சில் குறிக்கப்படும். அதாவது, பிரிவு அலைவெண்ணை அப்பிரிவின் இடைவெளித் தூரத்தால் வகுத்து வரும் எண்கள் Y அச்சில் குறிக்கப்படும். வழக்கம்போல் X அச்சில் உண்மைப் பிரிவு இடைவெளிகள் குறிக்கப்படும். ஒவ்வொரு உண்மைப் பிரிவு இடைவெளியின் மீதும் அப்பிரிவைச் சேர்ந்த விகிதத்திற்கு ஏற்றபடி உயரம் அமைந்திருக்குமாறு செவ்வகப் பட்டைகள் வரையப்படுகின்றன. இவ்வகையான அலைவெண் செவ்வகப் படம் வரையும் முறையைக் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள எடுத்துக்காட்டின் மூலம் விளக்கலாம்.

---

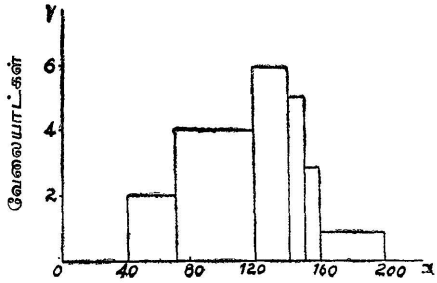
* பிரிவுக் குறிப்பெண்களிலிருந்து உண்மைப் பிரிவு எண்களைப் பெறும் விதம் முற்பகுதியில் விளக்கப்பட்டிருக்கிறது.

எடுத்துக்காட்டு 5:

சென்னையிலுள்ள ஒரு நிறுவனத்தில் வேலை பார்ப்பவர்களுக்குக் கொடுக்கப்பட்ட ஊதியத்தின் விவரம் அலைவெண் அட்டவணை அமைப்பில் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இந்த அட்டவணையிலுள்ள பிரிவுகளின் பிரிவு இடைவெளித் தூரங்கள் சமமாக இல்லை. இந்த அட்டவணையை அலைவெண் செவ்வகப் படமாக வரைவதற்கு, முதலில் ஒவ்வொரு பிரிவின் பிரிவு இடைவெளித் தூரம் கணிக்கப்படுகின்றது. ஒவ்வொரு பிரிவு அலைவெண்ணும் அப்பிரிவின் இடைவெளித் தூரத்தால் வகுக்கப்படுகின்றது. இவ்வாறு வகுத்து வரும் எண்கள் ஒவ்வொரு பிரிவிற்கும் எதிரில் தரப்பட்டுள்ளன. இவ்வெண்களின் மதிப்பிற்கேற்றபடி பட்டைகளின் உயரங்கள் இருக்குமாறு செவ்வகப் பட்டைகள் வரையப்படுகின்றன.

பிரிவு இடைவெளி (ஊதியம்) (ரூபாயில்)	அலைவெண் (வேலை யாட்களின் எண்ணிக்கை)	பிரிவு இடை வெளித் தூரம்	பட்டைகளின் உயரம்
40—70	60	30	$\frac{60}{30} = 2$
70—120	200	50	$\frac{200}{50} = 4$
120—140	120	20	$\frac{120}{20} = 6$
140—150	50	10	$\frac{50}{10} = 5$
150—160	30	10	$\frac{30}{10} = 3$
160—200	40	40	$\frac{40}{40} = 1$

அலைவெண் செவ்வகப் படம்



(ஊதியம் ரூபாயில்)

திறந்த இடை வெளிகளையுடைய அலைவெண் பரவல்களை அலைவெண் செவ்வகப் படங்களால் குறிப்பிட முடியாது. ஏனெனில் எல்லை வரையறுக்கப்படாமலிருக்கும் பொழுது பட்டை வரைவது இயலாத காரியம். இதுவே அலைவெண் செவ்வகப் படத்தைப் பயன்படுத்துவதில் உள்ள குறைபாடாகும்.

அலைவெண் பலகோணம் மற்றும் வளைகோடு (Frequency polygon and curve) :

'அலைவெண் பலகோணம்' வரைவதற்கு, முதலில் அலைவெண் செவ்வகப் படத்திலுள்ள ஒவ்வொரு பட்டையின் உச்சிமையப் புள்ளியைக் (midpoints of the top of each rectangle) குறிப்பிட வேண்டும். இவ்வாறு குறிக்கப்பட்ட ஒவ்வொரு மையப் புள்ளியையும் அடுத்துள்ள மையப்புள்ளியோடு நேர் கோடுகளால் சேர்க்க வேண்டும். மேலே கூறியபடி நேர் கோடுகளால் சேர்த்தபின்பு கிடைக்கும் வரை படத்திற்கு 'அலைவெண் பலகோணம்' என்று பெயர்.

அலைவெண் பலகோணம் வரையும் பொழுது ஒவ்வொரு பிரிவின் அலைவெண்ணும் அப்பிரிவின் மையப்புள்ளியில் குவிந்திருப்பதாக வைத்துக்கொள்ளப்பட்டுள்ளது. அலைவெண் செவ்வகப் படத்தைவிட அலைவெண் பலகோணம் கொடுக்கப்பட்டுள்ள மாறியின் மாறுபாடுகளின் தன்மையை நன்கு விளக்கும் சக்திவாய்ந்தது.

அலைவெண் பலகோணத்தை மற்றொரு முறையிலும் வரையலாம். பிரிவு இடைவெளிகளின் மையப்புள்ளிகளை X அச்சிலும் அலைவு எண்களை Y அச்சிலும் குறிப்பிட வேண்டும். ஒவ்வொரு மையப்புள்ளிக்கும் நேர் மேலே, அதற்குரிய அலைவெண்ணிற்கு நேர்

எதிரே ஒரு புள்ளி குறிப்பிட வேண்டும். இவ்வாறு குறிக்கப்படும் ஒவ்வொரு புள்ளியையும் அடுத்துள்ள புள்ளியுடன் நேர் கோடுகளால் சேர்த்தால் 'அலைவெண் பலகோணம்' கிடைக்கும்.

மேலே கூறியபடி குறிக்கப்பட்டுள்ள புள்ளிகளை நேர் கோடுகளால் சேர்ப்பதற்குப் பதிலாக வளை கோடுகளால் சேர்ப்பதால் கிடைக்கும் வரை படத்திற்கு 'அலைவெண் வளைகோடு' (Frequency curve) என்று பெயர். அலைவெண் வளைகோடு வரையும் பொழுது கீழே தரப்பட்டுள்ள கருத்தை மனதில் கொள்ள வேண்டும்.

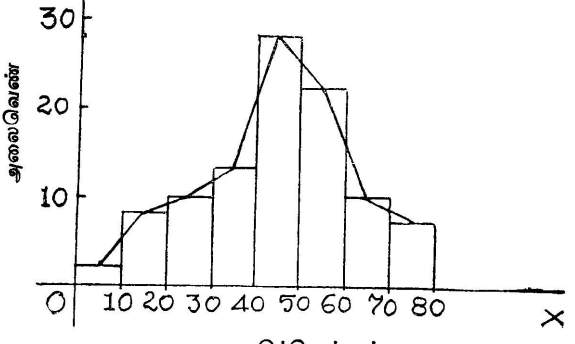
அலைவெண் வளைகோட்டிற்குக் கீழே உள்ள பரப்பளவானது அலைவெண் பலகோணத்திற்குக் கீழே உள்ள பரப்பளவிற்குச் சமமாக இருக்க வேண்டும்

அல்லது, அலைவெண் வளைகோட்டிற்குக் கீழே உள்ள பரப்பளவானது அலைவெண் செவ்வகப் படத்தின் பரப்பளவிற்குச் சமமாக இருக்க வேண்டும்.

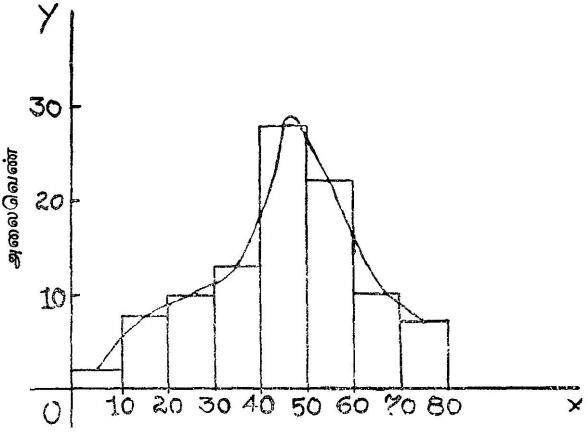
எடுத்துக்காட்டு 6 :

எடுத்துக்காட்டு 3-இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ள அதே அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி அலைவெண் பலகோணமும் மற்றும் அலைவெண் வளைகோடும் கீழ்க்கண்டவாறு வரையலாம்.

அலைவெண் பலகோணம்



அலைவெண் வளைகோடு



மதிப்பெண்கள்

இரண்டு அல்லது இரண்டிற்கும் மேற்பட்ட அலைவெண் பரவல்களை ஒப்பிட வேண்டிய சூழல்களில், அலைவெண் செவ்வகப் படத்தைவிட அலைவெண் பலகோணம் அல்லது அலைவெண் வளைகோடு மிகவும் பயன்படுகிறது.

(iii) **அலைவெண் குவிவு வளைகோடுகள் அல்லது 'ஓகைவ்'கள் :** (Cumulative frequency graphs or Ogives)

சில சமயங்களில், முக்கியமாக அலைவெண் பரவல்கள் திறந்த இடைவெளியுடையவைகளாக இருக்கும் சந்தர்ப்பங்களில், கொடுக்கப்பட்டுள்ள அலைவெண் பரவலை 'குவிவு அலைவெண் பரவலாக' மாற்றியமைத்து, பின்பு வரைபடங்களால் குறிப்பிடுவது நல்லது. 'குவிவு அலைவெண் பரவல்களைக்' குறிப்பிடுவதற்கு வரையப்படும் வரைபடங்களுக்கு 'அலைவெண் குவிவு வளைகோடுகள்' (Cumulative frequency graphs or ogives) என்பது பெயராகும். கீழினக் குவிவு அலைவெண் பரவலைப்' (less than cumulative frequency distribution) பயன்படுத்தி வளைகோட்டிற்கு 'கீழின ஓகைவ்' (Less than Ogive) அல்லது 'கீழின அலைவெண் குவிவு வளைகோடு' (Less than cumulative frequency graph) என்று பெயர்.

'மேலினக் குவிவு அலைவெண் பரவலை' (More than cumulative frequency distribution) பயன்படுத்தி வரையப்படும் வளைகோட்டிற்கு 'மேலின ஓகைவ்' (More than Ogive) அல்லது 'மேலின அலைவெண் குவிவு வளைகோடு' (More than cumulative frequency graph) என்று பெயர்.

'அலைவெண் குவிவு வளைகோடுகள்' வரைவதற்கு உண்மைப் பிரிவு இடைவெளிகள் X அச்சில் குறிக்கப்படுகின்றன குவிவு அலை வெண்கள் Y அச்சில் குறிக்கப்படுகின்றன.

ஒவ்வொரு பிரிவு இடைவெளியின் மேல் எல்லைக்கு நேர் மேலே அப்பிரிவின் கீழினக் குவிவு அலைவெண்ணிற்கு நேர் எதிரே ஒரு புள்ளி குறிக்கப்படும். இவ்வாறு குறிக்கப்படும் புள்ளி களைச் சேர்க்கும் வளைகோட்டிற்குக் 'கீழின ஓகைவ்' (Less than Ogive) என்று பெயர்.

ஒவ்வொரு பிரிவு இடைவெளியின் கீழ்எல்லைக்கு நேர் மேலே, அப்பிரிவின் மேலினக் குவிவு அலைவெண்ணிற்கு நேர் எதிரே ஒரு புள்ளி குறிக்கப்படும் இவ்வாறு குறிக்கப்படும் புள்ளிகளைச் சேர்க்கும் வளைகோட்டிற்கு 'மேலின ஓகைவ்' (More than Ogive) என்று பெயர்.

கீழின ஓகைவ் மற்றும் மேலின ஓகைவ் ஆகியவற்றை வரையும் முறையைக் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள எடுத்துக்காட்டின் மூலம் அறியலாம்.

எடுத்துக்காட்டு – 3 இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ள அலைவெண் பரவலின் கீழினக் குவிவு அலைவெண் பரவலும் மற்றும் மேலினக் குவிவு அலைவெண் பரவலும் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

எடுத்துக்காட்டு : 7

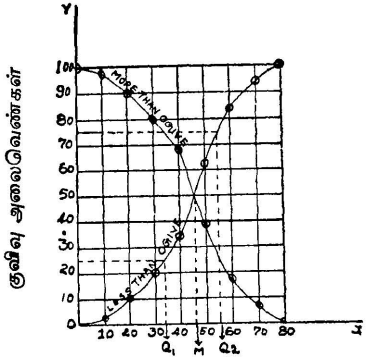
கீழினக் குவிவு அலைவெண் பரவல்

உண்மைப் பிரிவு மேல் எல்லை	அலைவெண்
0	0
10	2
20	10
30	20
40	33
50	61
60	83
70	93
80	100

மேலினக் குவிவு அலைவெண் பரவல்

உண்மைப் பிரிவு கீழ் எல்லை	அலைவெண்
0	100
10	98
20	90
30	80
40	67
50	39
60	17
70	7
80	0

கீழின ஓகைவ் மற்றும் மேலின ஓகைவ்



மதிப்பெண்கள்

எளிய அலைவெண் பரவலொன்று தந்து குவிவு அலைவெண் வளைகோடுகள் வரையச் சொல்லிக் கேட்டிருந்தால், முதலாவதாக, மேலின மன்றும் கீழின அலைவெண் பரவல்களைப் பெறவேண்டும். குவிவு அலைவெண் பரவல்களைப் பெறுவதற்கு முன்பாகக் கொடுக்கப் பெற்றுள்ள அலைவெண் பரவலின் பிரிவுகள் உண்மைப் பிரிவுகளா இல்லையா என்பதை உறுதிப்படுத்திக் கொள்ளவேண்டும். உண்மைப் பிரிவுகளாக இல்லையென்றால் அவற்றை உண்மைப் பிரிவுகளாக மாற்ற வேண்டும் அதன்பின்பே குவிவு அலைவெண் பரவல்களைப் பெறவேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 8:

கீழே தந்துள்ள அலைவெண் பரவலிலிருந்து மேலின மற்றும் கீழின ஓகைவ்களை வரைக.

பிரிவு	அலைவெண்
0—9	8
10—19	12
20—29	17
30—39	15
40—49	20
50—59	10
60—69	5

மேலே தந்துள்ள அட்டவணையில் பிரிவுகள் உண்மைப் பிரிவுகளல்ல. எனவே, முதலில் அவைகளை உண்மைப் பிரிவுகளாக மாற்றி விட்டுப்பின்பு கீழின மற்றும் மேலினக் குவிவு அலைவெண் பரவல்களைக் கணித்துக் கீழே தந்துள்ளோம்.

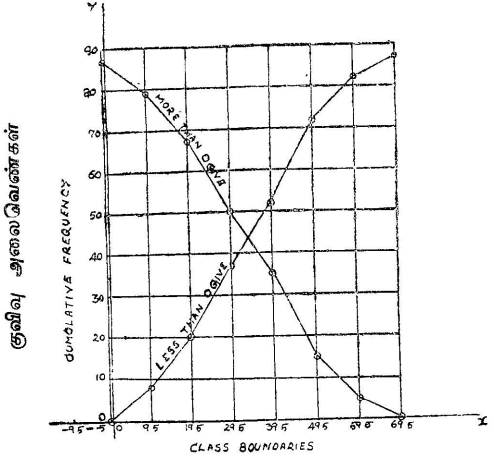
உண்மைப்பிரிவு	அலைவெண்
—.5—9 5	8
9.5—19.5	12
19.5—29.5	17
29 5—39.5	15
39.5—49 5	20
49 5—59 5	10
59.5—69.5	5

கீழின மற்றும் மேலினக் குவிவு அலைவெண் பரவல்கள் வருமாறு :

உண்மைப பிரிவு மேல் எல்லை	அலைவெண்
—.5	0
9.5	8
19.5	20
29.5	37
39.5	52
49.5	72
59.5	82
69.5	87

உண்மைப் பிரிவு கீழ் எல்லை	அலைவெண்
—.5	87
9.5	79
19.5	67
29.5	50
39.5	35
49.5	15
59.5	5
69.5	0

கீழின மற்றும் மேலின ஓகைவ்கள்



சமமற்ற இடைவெளியுள்ள அலைவெண் பரவல்களுக்கும் அலைவெண் குவிவு வளைகோடுகள் வரையலாம். பிரிவு இடை–வெளித் தூரம் ஒரே மாதிரியில்லாத இரண்டு அல்லது இரண்–டிற்கும் மேற்பட்ட அலைவெண் பரவல்களை, அலைவெண் குவிவு வளைகோடுகளைப் பயன்படுத்தி ஒப்பிடலாம். இவ்வகையில், அலை–வெண் பரவல்களை, அலைவெண் குவிவு வளைகோடுகளைப் பயன்–படுத்தி ஒப்பிடலாம். இவ்வகையில், அலைவெண் செவ்வகப் படம், அலைவெண் பலகோணம் மற்றும் அலைவெண் வளைகோடு ஆகிய–வற்றைக் காட்டிலும் அலைவெண் குவிவு வளைகோடுகள் மேம்–பட்டவையாகும்.

மாதிரி வினாக்கள் :

1. புள்ளி விவரங்களை விளக்கப் படங்கள் வாயிலாகத் தருவதன் தேவை, பயன்கள், குறைபாடுகள் ஆகியவற்றைப் பற்றி விவாதிக்கவும்.

(பி. காம்., ஏப்ரல் 1970)

2. புள்ளியியலில் விளக்கப்பட முறையின் முக்கியத்துவத்தை விளக்குக. வட்ட விளக்கப் படத்தை வரையும் முறையையும் விளக்குக.

(பி. காம்., ஏப்ரல் 1972)

3. (a) விளக்கப்பட முறையின் நிறைகள், குறைகள் யாவை?

(b) கீழே தந்துள்ள A, B என்னும் இரு குடும்பங்களின் செலவுகளைப் பொருத்தமான விளக்கப் படமொன்று வரைந்து ஒப்பிடவும்.

	செலவு (ரூபாயில்)	
செலவினம்	குடும்பம் A	குடும்பம் B
உணவு	75	120
உடை	25	45
விளக்கு, எரிபொருள்	15	30
வாடகை	20	60
ஏனையவை	15	45
	150	300

(பி. காம்., செப்டம்பர், 1973)

4 புள்ளி விவரங்களை வரைபடங்களின் மூலம் வெளிப்படுத்து–வதன் நிலைகளைக் கூறுக.

ஒரு நாட்டின் சில பகுதிகளில் ஒரு செய்தித்தாளின் பிரதிகள் விற்பனையாகும் விவரங்களைப் புள்ளிவிவர வரைபடத்தின் உதவியால் எவ்வாறு வெளிப்படுத்துவாய்? (பி.ஏ., ஏப்ரல், 1970)

(இவ்வினாவிற்கு நீவிர் விடையாகத் தரவேண்டியவை பற்றிய குறிப்பு) :

சில குறிப்பிட்ட பகுதிகளில் ஒவ்வொரு பகுதியிலும் ஒரு செய்தித்தாளின் பிரதிகள் விற்பனையான எண்ணிக்கை தரப்பெற்றுள்ளது. கொடுக்கப் பெற்றுள்ள பகுதிகளை X அச்சிலும் விற்பனையான செய்தித்தாளின் பிரதிகளை Y அச்சிலும் குறிப்பிட்டு எளிய செங்குத்துப்பட்டை விளக்கப் படங்களால் கொடுக்கப்பெற்றுள்ள விவரங்களை வெளிப்படுத்தலாம். அதிக உயரமுடைய பட்டைக்குரிய பகுதியே அதிக எண்ணிக்கையுள்ள பிரதிகள் விற்பனையாகும் பகுதியாகும்

X அச்சில் பகுதிகளையும் Y அச்சில் விற்பனையான பிரதிகளின் எண்ணிக்கையையும் குறித்து நீங்களாக எளிய செங்குத்துப் பட்டை விளக்கப் படமொன்று வரையவும். அட்டவணை ஏதும் தரவேண்டாம்.

5. பின்வரும் ஒவ்வொன்றிற்கும் எந்த வரைபடங்கள் விளக்கம் தரக்கூடுமெனக் கூறுக.

(1) ஒரு குறிப்பிட்ட ஆண்டில், ஒரு தொழிற்சாலையில் வேலை நீக்கமானவர்களின் எண்ணிக்கையும், நீக்கத்திற்கான காரணங்களும்,

(2) 1950 முதல் 1965 முடிய ஆண்டுதோறும் ஒருவர் கொடுக்கும் வரிப்பணம்,

(3) தமிழக முழுவதும் மாதா மாதம் இரண்டு ஆண்டுகளுக்கு வீடுகள் கட்ட வழங்கிய உரிமைச் சீட்டுகளின் எண்ணிக்கையையும் அதே காலத்தில் மதுரை மாநகரில் வீடுகள் கட்ட வழங்கிய உரிமைச் சீட்டுகள் எண்ணிக்கையும்,

(4) 1970-ஆம் ஆண்டில் இந்தியாவில் ஒவ்வொரு நாட்டரசிலும் ஆயிரம் மக்கள் விகிதத்திற்குரிய மோட்டார் வண்டிகளின் எண்ணிக்கை.

உங்கள் விருப்பத் தேர்வுக்குரிய காரணங்களைக் குறிப்பிடுக.
(பி.ஏ., ஏப்ரல், 1972)

இவ்வினாவிற்குரிய விடை பற்றிய குறிப்பு :

(1) வேலை நீக்கத்திற்குரிய காரணங்களை X அச்சிலும் வேலை நீக்கமானவர்களின் எண்ணிக்கையை Y அச்சிலும் குறிப்பிட்டு வரையப்பெறும் எளிய செங்குத்துப் பட்டை விளக்கப் படங்களே பொருத்தமானவையாகும். இங்கு நாம் ஒவ்வொரு காரணத்திற்காகவும் வேலை நீக்கமானவர்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்பிக்க வேண்டும்; மேலும் ஒவ்வொரு காரணத்திற்காக நீக்கமானவர்களின் எண்ணிக்கையை மற்றக் காரணத்திறகாக நீக்கமானவர்களின் எண்ணிக்கையோடு ஒப்பிட வேண்டும். இதனை எளிய செங்குத்துப் பட்டை விளக்கப் படத்தின் உதவியால் செய்யலாம்.

(2) ஆண்டுகளை X அச்சிலும், வரிப்பணத்தை Y அச்சிலும் குறிப்பிட்டு 'கோட்டு விளக்கப்படம்' இங்கு வரையலாம். கோட்டு விளக்கப் படத்திற்குப் பதிலாகச் சார்பற்ற ஹிஸ்டோகிராமும் இங்கு வரையலாம். ஏனெனில், காலத்திற்குக் காலம் மாறியின் மதிப்பில் ஏற்படக்கூடிய மாற்றங்களை வேறு எந்த வரைபடத்தைக் காட்டிலும், சார்பற்ற ஹிஸ்டோகிராம் நன்கு விளக்கும்.

(3) இங்குப் பகுக்கப்பட்ட பட்டை விளக்கப்படம் பொருத்தமானதாகும். மாதங்களை X அச்சிலும், வழங்கிய உரிமைச் சீட்டுக்களின் எண்ணிக்கையை Y அச்சிலும் குறிப்பிடவேண்டும். ஒவ்வொரு மாதத்திற்கும் மேலே தமிழ்நாடு முழுவதற்கும் வீடுகட்ட வழங்கிய உரிமைச் சீட்டுக்களின் எண்ணிக்கைக் கேற்றவாறு பட்டையொன்று வரையவேண்டும். இப்பட்டையின் ஒரு பகுதியாக மதுரை மாநகரில் வழங்கப்பட்ட சீட்டுக்களின் எண்ணிக்கையைக் குறிப்பிட வேண்டும். மதுரை மாநகர் தமிழ் நாட்டின் ஒரு பகுதியாதலால், தமிழ்நாட்டில் வழங்கப்பெற்ற உரிமைச் சீட்டுகளின் எண்ணிக்கையை உள்ளடக்கியதாக இருக்கும். அதாவது, மதுரை மாநகரில் வழங்கப் பெற்ற உரிமைச் சீட்டுக்கள் தமிழ்நாடு முழுவதும் வழங்கப்பெற்ற சீட்டுக்களின் ஒரு பகுதியே யாகும். எனவே, இங்குப் பகுக்கப்பட்ட பட்டை விளக்கப்படம் வரைவது பொருத்தமானதாகும்.

(4) இங்கு எளிய செங்குத்துப் பட்டை விளக்கப் படங்கள் பொருத்தமானவை. ஏனெனில், ஒவ்வொரு இடத்திலும் ஒரு மாறி பெறும் மதிப்புக்கள் தரப்பெற்றிருக்கும் பொழுது, எளிய பட்டை விளக்கப் படங்கள் கருத்தை விளக்குவதற்குப் பொருத்தமானவையாகும்.

ஒவ்வொன்றிற்கும் நீங்களாக ஒரு படம் வரைந்து காண்பிக்கவும். [அட்டவணை ஏதும் தரவேண்டியதில்லை.]

6. புள்ளிவிவரங்களை வெளிப்படுத்துவதற்குப் பெரும்பாலும் பயன்படுத்தப் பெற்றுவரும் முறைகள் பற்றி விளக்கவும்.

(பி. ஏ., ஏப்ரல் 1969)

7. பின் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் புள்ளியியல் விளக்க வரைபடமுறைகளின் பயன் வகைகளை விளக்குக.

(அ) உட்பிரிவு செய்யப்பட்ட பட்டைப்படம்

(ஆ) நிகழ்வுப் பலகோணம்

(இ) வளர் நிகழ் வரைகள்

(ஈ) வட்ட விளக்கப் படம்

(உ) உருவ விளக்கப் படம்

ஒவ்வொன்றிற்கும் ஓரோர் எடுத்துக்காட்டு தருக.

(பி. ஏ., செப்., 1972)

8. புள்ளியியல் விவரங்களைத் தெரிவிப்பதில் வரைபடங்கள் எவ்வாறு அட்டவணையைக் காட்டிலும் சிறந்தவை?

(பி. ஏ., செப்., 1974)

9. குவிவு அலைவெண் வரை என்றால் என்ன? அந்த வரை புள்ளி விவரங்களைப் பாகுபடுத்தி விளக்க எவ்வாறு பயன்படுகிறது?

(பி. ஏ., ஏப்ரல், 1975)

பகுதி-II

1 சராசரிகள்

Measures of Central Tendency

[சராசரியின் இன்றியமையாமையும் பொருளும் — நோக்கம்— வகைகள்—சிறந்த சராசரிக்குரிய தன்மைகள்—கூட்டுச் சராசரி— இடைநிலை— கால்மானங்கள் — தசமானங்கள் — சதமானங்கள் — முகடு — பெருக்குச் சராசரி — இசைவுச் சராசரி — எடையிட்ட சராசரிகள்—பலவகைச் சராசரிகளின் நிறைகளும் குறைகளும்]

இன்றியமையாமையும் பொருளும் :

கொடுத்துள்ள புள்ளி விவரங்களை வரைபடங்கள், விளக்கப் படங்கள் வாயிலாகவும் அட்டவணைகள் வாயிலாகவும் சுருக்கமாக வெளியிடுவது பற்றி முந்திய தலைப்புகளில் கண்டோம். பல வகையான புள்ளி விவரங்களை ஒப்பிடுவதற்கு வரை படங்களும் விளக்கப் படங்களும் ஓரளவு பயன்படுகின்றன. ஆனால் அட்டவணைகளைப் பயன்படுத்திப் புள்ளி விவரங்களை ஒப்பிடுவது இயலாத காரியம். எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு பல்கலைக்கழகத்தைச் சேர்ந்த 100 மாணவர்களின் மதிப்பெண்களும் மற்றொரு பல்கலைக் கழகத்தைச் சேர்ந்த 100 மாணவர்களின் மதிப்பெண்களும் இரண்டு அட்டவணைகளில் தனித்தனியே தரப்பெற்றிருப்பதாகக் கொள்வோம். இவ் விரண்டு அட்டவணைகளையும் அப்படியே ஒப்பிடுவதால் அவர்களுடைய படிப்பின் தரமும்திறமும் பற்றி எவ்வித முடிவையும் பெற முடியாது. எனவே, கொடுத்துள்ள புள்ளி விவரங்களை ஒன்றுக் கொன்று ஒப்பு நோக்கி அவை உணர்த்தும் உண்மைகளைக் கண்டு கொள்ள ஒரு தனித்த எண்ணால் குறிப்பிடக்கூடிய அளவையொன்று தேவைப்படுகிறது; இந்த அளவையானது விவரம் முழுவதின் சிறப்பியல்புகளை விளக்கும் ஆற்றல் பெற்றதாக இருக்கவேண்டும். பெரும் பாலும்கொடுக்கப்பெற்றுள்ள விவரங்களில் சில மதிப்புக்கள் பலமுறை

களும் மீதியுள்ள மதிப்புக்கள் சில முறைகளும் வரும் தன்மையுடையவையாக அமைந்திருக்கும். வழக்கமாக அநேக முறைகள் வரும் மதிப்புக்கள், கொடுக்கப்பெற்றுள்ள பரவலின் மைய பாகத்திலேயே அமைந்திருக்கின்றன. பரவலின் இத்தன்மையை அளந்தறிய உதவும் அளவைகளுக்கு 'மைய நிலைப் போக்கு அளவைகள்' (measures of central tendency) அல்லது 'சராசரிகள்' (averages) என்று பெயர்.

மையநிலைப் போக்கு அளவானது கொடுக்கப் பெற்றுள்ள இனங்களின் மாதிரியாக அமைந்திருப்பதால் அது 'மாதிரி' (Type) என்ற பெயரையும் பெற்றுள்ளது. மையநிலைப் போக்கு அளவானது கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவலின் சராசரிம்சம் பொதிந்துள்ள இடத்தைக் குறிப்பதால், இதை 'இடத்தை நிருணயிக்கும் அளவு' (measure of location) என்றும் கூறுகிறோம்.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள மாறியின் மதிப்புக்கள் எந்த அலகினால், குறிக்கப் பெறுகின்றனவோ அதே அலகினால்தான் சராசரிகளையும் குறிப்பிட வேண்டும். எடுத்துக்காட்டாகக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள மாறியின் மதிப்புக்கள் ரூபாயில் குறிக்கப்பட்டிருந்தால் சராசரிகளையும் ரூபாயிலேயே குறிப்பிட வேண்டும்.

நோக்கம் :

1. கொடுக்கப்பட்டுள்ள புள்ளி விவரங்களைச் சுருக்கமாகவும், தெளிவாகவும். எளிதில்புரிந்து கொள்ளும் வகையிலும் தருவதே சராசரியின் முக்கிய நோக்கமாகும். இதனால், கொடுக்கப்பட்டுள்ள புள்ளி விவரங்கள் உணர்த்தும் முக்கிய கருத்து எளிதில் விளங்கும்.

2. ஒன்றுக்கும் மேற்பட்ட புள்ளி விவரங்களை ஒப்பிடுவதற்குச் சராசரிகள் மிகவும் பயன்படுகின்றன.

சராசரிகளின் வகைகள் :

மைய நிலைப் போக்கு அளவுகள் பல வகைப்பட்டவை. சாதாரணமாக வழக்கிலுள்ள மையநிலைப் போக்கு அளவுகளின் வகைகள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன:

1. கூட்டுச் சராசரி அல்லது கூட்டிடை (Arithmetic mean)
2. இடை நிலை (Median)
3. முகடு (Mode)
4. 'ஜியாமிதி மீன்' அல்லது பெருக்குச் சராசரி அல்லது பெருக்கிடை (Geometric mean)

5. ஹார்மோனிக் சராசரி அல்லது இசைவுச் சராசரி (Harmonic mean)

6 எடையிட்ட அல்லது நிறையிட்ட சராசரிகள் (Weighted averages)

மேலே கூறப்பட்டுள்ள ஆறு சராசரிகளில் முதல் மூன்றும் புள்ளியியலில் முக்கியத்துவம் பெற்று, வெகுவாகப் பயன்படுத்தப்பட்டு வருகின்றன ஜியோமிதி மற்றும் இசையிடை சராசரிகள் கணக்கியலில்தான் அதிகமாகப் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

சிறந்த சராசரிக்குரிய தன்மைகள் :

ஒவ்வொரு சராசரியையும் பயன்படுத்துவதால் நன்மைகளும் உள்ளன; குறைபாடுகளும் உள்ளன. விவரங்கள் உணர்த்தும் பல கருத்துக்களை வெளிப்படுத்துவதற்கு ஒவ்வொரு சராசரியும் பயன்படுகிறது ஆனால், விவரங்கள் புலப்படுத்தும் எல்லாக் கருத்துக்களையும் ஒரே ஒரு சராசரியின் மூலம் வெளிப்படுத்துவது இயலாது. எனவே, நமக்குத் தேவையான கருத்தைப் புலப்படுத்துவதற்கு மிகவும் பொருத்தமான சராசரியைத் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டியது அவசியம். சிறந்த சராசரிக்கு உரிய நன்மைகள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

1. சராசரியின் மதிப்பு திட்டவட்டமான சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கணிக்கப்பட்டதாக இருக்க வேண்டும். ஊகமாகவோ தோராயமாகவோ கணிக்கப்பட்டதாக இருத்தல் கூடாது.

2 கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்கள் எல்லாவற்றின் மதிப்புக்களையும் ஆதாரமாகக் கொண்டு சராசரியின் மதிப்பு அமைந்திருக்க வேண்டும்

3. சில சமயங்களில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களில் ஒன்றிரண்டு இனங்களின் மதிப்புக்கள் மிகவும் அதிகமாக இருந்தால் சராசரியின் மதிப்பும் அதிகமாக இருக்கும்; ஒன்றிரண்டு இனங்களின் மதிப்புக்கள் மற்றவைகளைவிட மிகவும் குறைவாக இருந்தால், சராசரியின் மதிப்பும் மிகவும் குறைவாக இருக்கும். இவ்வாறு, சராசரியின் மதிப்பு ஒன்றிரண்டு இனங்களின் மதிப்பை மட்டும் எதிரொளிப்பதாக இருந்தால் கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவல் உள்ளடக்கியுள்ள கருத்தை வெளிப்படுத்துவதற்கு இந்தச் சராசரியைப் பயன்படுத்த முடியாது

4. சராசரியைக் கணிப்பதற்குக் கையாளும் முறைகள் எளிய-வையாகவும் எளிதில் புரிந்து கொள்ளும் வகையிலும் அமைந்திருக்க வேண்டும். விவரங்களை எளிதில் புரிந்து கொள்ளும் பொருட்டே சராசரிகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. எனவே, நாம் பயன்படுத்தும் சராசரியின் பொருளானது ஐயங்கள் இல்லாதவாறு எளிதில் புரிந்து கொள்ளும் வகையில் தெளிவாக இருக்கவேண்டும்.

5. ஒரு பரவலை ஆய்ந்து பெற்ற சராசரியானது அப்பரவ-லோடு தொடர்புடைய வேறுபல கருத்துக்களைப் பெறப் பயன் படுத்தக்கூடியதாக இருக்கவேண்டும். எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு வகுப்-பிலுள்ள ஆண்களின் உயரங்களைக் குறிக்கும் சராசரியும் பெண்-களின் உயரங்களைக் குறிக்கும் சராசரியும் தனித்தனியே தரப்-பட்டிருப்பதாகக் கொள்வோம். இவற்றைப் பயன்படுத்தி வகுப்பி-லுள்ள மொத்த மாணவர்களின் உயரங்களைக் குறிக்கும் சராசரி யைக் கணித்துக் கொள்ள முடியவேண்டும்.

6. கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்களைப் பாகுபடுத்தும் முறைகளைச் சிறிது மாற்றுவதால் சராசரியின் மதிப்பு அதிகம் மாறுபடாது இருக்க வேண்டும். ஒரே முழுமைத் தொகுதியைச் (Population) சேர்ந்த இரண்டு மாதிரிகளிலிருந்து (Samples) ஒரு சராசரியின் மதிப்பைக் கணிக்கலாம். சராசரியின் இரண்டு மதிப்-புக்களுக்குமிடையில வேறுபாடு இருக்கலாம். இந்த வேறுபாட்டிற்கு 'மாதிரி ஏற்ற இறக்கம்' (fluctuation of sampling) என்று பெயர். மாதிரி ஏற்ற இறக்கத்தினால் அதிகம் பாதிக்கப்படாத சராசரியே உயர்ந்ததாகும்.

மேற்கூறிய தன்மைகளில் பெரும்பாலான தன்மைகளைப் பெற்றுள்ள சராசரியைச் சிறந்த சராசரியெனக் கொள்ளலாம்.

1

கூட்டுச் சராசரி

(Arithmetic Mean)

[இலக்கணம் — கூட்டுச் சராசரியைக் கணிக்கும் முறை — ஒழுங்கு படுத்தப்படாத விவரங்களுக்கு (நேரடி முறை, சுருக்கு முறை) — தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் பரவல்களுக்கு (நேரடிமுறை, சுருக்குமுறை) — தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவல்களுக்கு (நேரடி முறை, சுருக்கு முறை) — சம இடை வெளியுள்ள தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவலுக்கு — திறந்த இடைவெளிகளையுடைய அலைவெண் பரவலுக்குச் சராசரியைக கணித்தல — விடப் பெற்றுள்ள அலைவெண்ணைக் கணித்தல் — கூட்டுச் சராசரியின் தன்மைகள் — சூத்திரங்கள — சராசரியைக் கணிக்கும் பொழுது கவனிக்க வேண்டியவை.]

கருத்துப் பொருள் (Definition) :

கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களின் மதிப்புக்களையெல்லாம் கூட்டி வந்த தொகையை இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கையால் வகுப்பதால் கிடைக்கும் எண்ணே கூட்டுச் சராசரியாகும்.

கூட்டுச் சராசரியைப் பொதுவாகச் 'சராசரி' அல்லது 'சாதாரண சராசரி' என்றும் குறிப்பிடுகிறோம். ஒழுங்குபடுத்தப்படாத (ungrouped data) விவரங்களுக்கும் அலைவெண் பரவல்கட்கும் (Frequency Distribution) கூட்டுச் சராசரியைக் கணிக்கலாம்.

1. ஒழுங்குபடுத்தப்படாத விவரங்களுக்குக் கூட்டுச்சராசரியைக் கணித்தல்

1) நேரடி முறை (Direct Method) :

கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களின் மதிப்புக்களையெல்லாம் கூட்டி வந்த தொகையை இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கையால் வகுக்க வேண்டும்.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்கள் 5 மாணவர்களின் வயதைக் குறிப்பதாகக் கொள்வோம். மாணவர்களின் வயது வருமாறு :17, 16 15, 18 மற்றும் 16.

நாம், 17 என்ற எண்ணை x_1 என்ற குறியாலும், 16ஐ x_2 என்ற குறியாலும், 15ஐ x_3 என்ற குறியாலும் 18ஐ x_4 என்ற குறியாலும் 16ஐ x_5 என்ற குறியாலும் குறிப்பிடலாம்.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கையை வழக்கமாக n என்ற எழுத்தால் குறிப்பிடுகிறோம். மேலே நாம் தந்துள்ள எடுத்துக்காட்டில் இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை 5 ஆதலால், $n = 5$ ஆகும்.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களின் மதிப்புக்களைக் கூட்டி வந்த தொகையை Σx என்ற குறியால் குறிப்பிடுகிறோம். நாம் தந்துள்ள எடுத்துக்காட்டில் $\Sigma x = 17 + 16 + 15 + 18 + 16 = 82$ ஆகும். இங்குக் 'கூட்டுதல்' (Summation of) என்பதை Σ என்ற குறியால் குறிக்கிறோம்; இக்குறியை 'Sigma' என்று வாசிக்க வேண்டும்.

கூட்டுச் சராசரியை வழக்கமாக $\bar{x}$ என்ற குறியால் குறிப்பிடுகிறோம் ($\bar{x}$ஐ x bar என்று வாசிக்க வேண்டும்)

கூட்டுச் சராசரி ($\bar{x}$)

$$= \frac{\text{கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களின் கூட்டுத்தொகை } (\Sigma x)}{\text{இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை } (n)}$$

$$\therefore \bar{x} = \frac{\Sigma x}{n}$$

மேலே தரப்பட்டுள்ள எடுத்துக்காட்டில் $\Sigma x = 82; n = 5$

$$\therefore \bar{x} = \frac{82}{5} = 16.4$$

விடை: கூட்டுச் சராசரி = 16.4.

மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ள $\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n}$ என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திச் செய்யப்பட்ட இரண்டு மாதிரிக்கணக்குகள் அடுத்த பக்கத்தில் தரப்பட்டுள்ளன.

மாதிரிக்கணக்கு 1,

கீழே தரப்பட்டுள்ள எண்களுக்குக் கூட்டுச் சராசரியைக் கணிக்கவும்

30, 80, 20, 75, 300, 10,8, 42, 250, 36, 40.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களின் கூட்டுத்தொகை

$\Sigma x = 30+80+20+75+300+10+8+42+250+36+40+$

$= 891.$

கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை

$= n$

$= 11$

$$\therefore \bar{x} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{891}{11} = 81$$

விடை: கூட்டுச் சராசரி = 81

மாதிரிக் கணக்கு 2 :

ஒரு தேர்வில் 10 மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்கள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன:

வரிசை எண்	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
மதிப்பெண்கள்	93	75	80	45	60	30	42	45	50	46

கூட்டுச் சராசரியைக் கணிக்கவும்:

இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை $= n = 10$

இனங்களின் மொத்த மதிப்பு $= \Sigma x$

$= 93 + 75 + 80 + 45 + 60 + 30 + 42 + 45 + 50 + 46 = 566.$

$$\therefore \bar{x} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{566}{10} = 56.6$$

விடை : கூட்டுச் சராசரி = 56.6

2. சுருக்கு முறை (Short-cut method):

கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களின் எண்ணிக்கை அதிகமில்லாமலும், இனங்களின் மதிப்புக்கள் குறைவாகவும் இருந்தால் மேலே நாம் விவரித்த முறைப்படியே $\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n}$ என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கூட்டுச் சராசரியைக் கணக்கிடலாம். கொடுக்கப் ட்டுள்ள இனங்களின் எண்ணிக்கை அதிகமாகவோ, அல்லது இனங்களின் மதிப்புக்கள் அதிகமாகவோ அல்லது இனங்களின் எண்ணிக்கை மற்றும் மதிப்புக்கள் ஆகிய இரண்டுமே அதிகமாகவோ இருந்தால், இனங்களைக் கூட்டி அவற்றின் மொத்த மதிப்பைக் கணக்கிடுதல் கடினமாக இருக்கும். எனவே கூட்டுச் சராசரியைக் கணிப்பதும் கடினமாகிவிடும். இப்படிப்பட்ட சூழல்களில் கூட்டுச் சராசரியை எளிதில் கணிப்பதற்குச் சுருக்கு முறையொன்று கீழே தரப்பட்டுள்ளது. இந்தச் சுருக்கு முறையானது படிப்படியாக விவரிக்கப்பட்டுள்ளது.

(1) முதலில், கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களில் அதிக மதிப்புடைய எண்ணிற்கும் குறைந்த மதிப்புடைய எண்ணிற்கும் இடையில் ஏதேனும் ஒரு எண்ணைத தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும். அந்த எண்ணை 'A' என்ற எழுத்தால் குறிப்பிட வேண்டும் இந்த Aவின் மதிப்பானது கூட்டுச் சராசரியின் தோராய மதிப்பாக எடுத்துக்கொள்ளப்படுகிறது.

முன்பு நாம் எடுத்துக்கொண்ட 5 மாணவர்களின் வயது பற்றிய விவரத்தையே மீண்டும் எடுத்துக்காட்டாகக் கொள்வோம். 5 மாணவர்களின் வயது வருமாறு:

17, 16, 15, 18, 16.

அதிக வயது 18 ஆகும்; குறைந்த வயது 15 ஆகும் எனவே, 15-ற்கும் 18-ற்கும் இடையில் ஏதேனும் ஒரு எண்ணை A-ஆகக் கொள்ளலாம். எடுத்துக்காட்டாக நாம A = 16 என்று கொள்ளலாம.

(2) மேலே கூறியபடி A-யின் மதிப்பைத் தேர்ந்தெடுத்த பின்பு கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களின் மதிப்புக்களுக்கும் A-யின் மதிப்பிற்கும் உள்ள வேறுபாடுகளைக் கணிக்க வேண்டும். ஒரு இனத்தின் மதிப்பு x என்றால், x-ற்கும் A-க்கும் உள்ள வேறுபாட்டினை அதாவது (x-A)-ஐ 'd' என்ற எழுத்தால் குறிப்பிடுகிறோம்.

மேலே கூறிய எடுத்துக்காட்டில் 'd' யின் பதிப்புக்கள் வருமாறு:

1 (= 17 — 16), 0 (= 16 — 16), — 1 (= 15 — 16), 2 (= 18 — 16), 0 (= 16 — 16).

(3) d-யின் எல்லா மதிப்புக்களையும் கூட்டி வந்த தொகையை Σd என்ற குறியால் குறிப்பிடுகிறோம். நம்முடைய எடுத்துக் காட்டில்,

$$\Sigma d = 1 + 0 - 1 + 2 + 0$$
$$= 3 - 1$$
$$= 2$$

(4) இப்பொழுது கூட்டுச் சராசரியைக் கணிப்பதற்குரிய சூத்திரம் வருமாறு :

$$\bar{x} = A + \frac{\Sigma d}{n}$$

$\bar{x}$ = கூட்டுச் சராசரி

A = நாம் தேர்ந்தெடுத்துள்ள தோராய மதிப்பு.

Σd = ஒவ்வொரு இனத்தின் மதிப்புக்கும் A-யின் மதிப்பிற்கும் உள்ள வேறுபாடுகளின் கூட்டுத்தொகை.

n = கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை.

நாம் எடுத்துக் கொண்ட மாதிரிக் கணக்கில்,

A = 16; Σd = 2; n = 5.

$\therefore \bar{x} = 16 + \frac{2}{5} = 16.4$

விடை : கூட்டுச் சராசரி = 16.4

மாதிரிக்கணக்கு 3

மாதிரிக்கணக்கு 1-இல் தரப்பட்டுள்ள விவரங்களின் கூட்டுச் சராசரி பதிப்பைச் சுருக்கு முறையில் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கலாம்.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்கள் 30 80, 20, 75, 300 10, 8, 42, 250 36, 40.

இனங்களின் அதிக மதிப்பு = 300

குறைந்த மதிப்பு = 8

எனவே, 8ற்கும் 300 கும் இடையில் ஏதேனும் ஒரு எண்ணை A — ஆகத் தேர்ந்தெடுக்கலாம் 8 ற்கும் 300 தும் இடையிலல்லாத வேறு எண்ணைத் தேர்ந்தெடுத்தாலும் அதனால் தவறு ஒன்றுமில்லை மேலும் கணக்கில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள பதினொரு எண்களில் தான் ஏதாவது ஒன்றைத் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும் என்பதுமில்லை கணக்கில் கொடுக்கப்படாத எண்ணைக் கூடத் தேர்ந்தெடுக்கலாம். இங்கு 8ற்கும் 300 தும் இடையிலிருக்கும் ஏதாவது ஒரு எண்ணைத் தேர்ந்தெடுத்தால் கணக்கை எளிதில் செய்யலாம். நமக்கு எளிதாக இருக்கும் பொருட்டு இந்த எடுத்துக் காட்டில் A = 70 எனக் கொள்வோம். கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களில், முதல் இனத்திற்கும்

A - க்கும் உள்ள வேறுபாடு = 30 − 70 = — 40.

இரண்டாவது இனத்திற்கும் A க்கும்

உள்ள வேறுபாடு = 80 — 70 = 10

இதே போல், மற்ற இனங்களுக்கும் A — க்கும் உள்ள வேறுபாடுகளையும் கணிக்கலாம்.

d-யின் மதிப்புக்கள் பின்வருமாறு :

—40, 10, —50, 5, 230, —60, — 62; —28 180, —34, —30

$\therefore \Sigma d = -40+10-50+5+230-60-62-28+180-34-30$

$= -40-50-60-62-28-34-30+10+5+230+180$

$= -304 + 425 = 121$

n = இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை

= 11

$\therefore$ கூட்டுச்சராசரி $= A + \frac{\Sigma d}{n}$

$= 70 + \frac{121}{11} = 70 + 11 = 81$

விடை : கூட்டுச் சராசரி = 81

$\overline{x} = \frac{\Sigma x}{n}$ என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி வந்த கூட்டுச்

சராசரியின் மதிப்பும், சுருக்கு முறையில் கணித்து வந்த மதிப்பும் ஒன்றாக இருப்பது கவனிக்கத்தக்கது.

மாதிரிக்கணக்கு : 4

x என்ற மாறியின் 12 மதிப்புக்கள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன. கூட்டுச் சராசரியின் மதிப்பைக் கணிக்கவும்.

x : 85,79,75,78,90,86,74,65,73,54,40,35.

A = 60 எனக் கொள்வோம்.

முதல் இனத்திற்கும் A-க்கும் உள்ள வேறுபாடு = 85—60
= 25

இரண்டாவது இனத்திற்கும் A-க்கும் உள்ள வேறுபாடு } = 79—60
= 19

இதேபோல், மற்ற இனங்களுக்கும் கணிக்கலாம். எனவே, d-யின் மதிப்புக்கள் வருமாறு :

d : 25,19,15,18,30,26,14,5,13,—6.—20,—25.

$\therefore \Sigma d = 25 + 19 + 15 + 18 + 30 + 26 + 14 + 5 + 13 - 6 - 20 - 25$

$= 165 - 51$

$= 114$

n = இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை

$= 12$

$\therefore$ கூட்டுச் சராசரி $= \overline{x}$

$= A + \frac{\Sigma d}{n}$

$= 60 + \frac{114}{12}$

$= 60 + 9.5$

$= 69.5$

விடை : கூட்டுச் சராசரி = 69.5

II. தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் பரவல்களுக்குக் கூட்டுச் சராசரியைக் கணித்தல் :

1. நேரடி முறை (Direct Method)

தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் பரவல் கீழே தரப்பட்டுள்ளது,

மதிப்-பெண்கள் (x)	அலைவெண் (f)
45	3
53	6
54	2
55	1

மதிப்பெண் 45- ஐ x_1 என்ற குறியால் குறிப்பிடுகிறோம். மதிப்பெண் 53 – ஐ x_2 என்ற குறியாலும் 54- ஐ x_3 என்ற குறியாலும் மற்றும் 55 – ஐ x_4 என்ற குறியாலும் குறிப்பிடுகிறோம்.

அலைவெண் 3- ஐ f_1 என்ற குறியாலும் 6 –ஐ f_2 என்ற குறியாலும், 2 -ஐ f_3 என்ற குறியாலும் 1 – ஐ f_4 என்ற குறியாலும் குறிப்பிடுகிறோம்.

f_1 இனங்கள் ஒவ்வொன்றும் x_1 என்ற மதிப்பைப் பெற்றிருப்பதால், அவற்றின் மொத்த மதிப்பு = $x_1 f_1$

f_2 இனங்கள் ஒவ்வொன்றின் மதிப்பும் x_2 ஆதலால் f_2 இனங்களின் மொத்த மதிப்பு = $x_2 f_2$.

இதேபோல், f_3 இனங்களின் மொத்த மதிப்பு = $x_3 f_3$

f_1 இனங்களின் மொத்த மதிப்பு = $x_1 f_1$

∴ அலைவெண் பரவலிலுள்ள மொத்த இனங்களின் மதிப்பு

$= x_1 f_1 + x_2 f_2 + x_3 f_3 + x_4 f_4$

இந்த மொத்த மதிப்பை Σxf என்ற குறியால் குறிப்பிடுகிறோம்.

மேலே நாம் கொடுத்துள்ள அலைவெண்பரவலிலிருந்து

$$\Sigma x = (45\times3) + (53\times6) + (54\times2) + (55\times1)$$
$$= 135 + 318 + 108 + 55$$
$$= 616$$

இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை $= f_1 + f_2 + f_3 + f_4$
இதனை Σf என்ற குறியால் குறிப்பிடுகிறோம்.
மேலே கூறிய எடுத்துக் காட்டில்,

$$\Sigma f = 3 + 6 + 2 + 1$$
$$= 12.$$

கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களின் மொத்த மதிப்பை இனங்களின் எண்ணிக்கையால் வகுத்துவரும் மதிப்பே கூட்டுச் சராசரியாகும். எனவே, கூட்டுச் சராசரியைக் கணிக்கப் பயன்படும் சூத்திரத்தைக் கீழ்க்கண்டவாறு தரலாம்.

கூட்டுச் சராசரி $\bar{x}$ = $\frac{\text{இனங்களின் மொத்த மதிப்பு } (\Sigma xf)}{\text{இனங்களின் எண்ணிக்கை } (\Sigma f)}$

$$\therefore \bar{x} = \frac{\Sigma xf}{\Sigma f}$$

நாம் மேலே கொடுத்துள்ள எடுத்துக்காட்டில் $\Sigma xf = 616$

$\Sigma f = 12$

$$\therefore \bar{x} = \frac{616}{12} = 51.333$$

விடை :- கூட்டுச் சராசரி $= 51.33$

$\bar{x} = \frac{\Sigma xf}{\Sigma f}$ என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திச் செய்யப்பட்ட இரண்டு மாதிரிக் கணக்குகள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

மாதிரிக் கணக்கு–5 : கீழே தரப்பட்டுள்ள தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண்பரவலுக்குக் கூட்டுச் சராசரியைக் கணிக்கவும்.

இனங்களின் மதிப்பு (x) →	1	2	3	4	5	60	7	8	9	10	11	1.
அலைவெண் (f) →	2	9	25	50	60	71	45	28	22	15	9	1

ஒவ்வொரு இனத்தையும் அதற்குரிய அலைவெண்ணால் பெருக்க வேண்டும். எடுத்துக்காட்டாக, 1 என்ற இனத்தை அதற்குரிய 2 என்ற அலைவெண்ணால் பெருக்க வேண்டும். 2 ஐ அலைவெண் 9-ஆல் பெருக்க வேண்டும். இதே போல் மற்ற இனங்களையும் அவற்றிற்குரிய அலைவெண்களால் பெருக்க வேண்டும். இவ்வாறு பெருக்கி வந்த எண்கள் xf என்ற பத்தியில் கீழே தரப்பட்டுள்ளன. இப்பத்தியிலுள்ள எண்களைக் கூட்டி வந்த தொகை Σxf ஆகும்.

f என்ற பத்தியில் கீழே தரப்பட்டுள்ள எண்களைக் கூட்டி வருவது Σf ஆகும்.

$\bar{x} = \frac{\Sigma xf}{\Sigma f}$ என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கூட்டுச் சராசரியின் மதிப்பைக் கணிக்கலாம்.

x	f	xf
1	2	2
2	9	18
3	25	75
4	50	200
5	60	300
6	71	426
7	45	315
8	28	224
9	22	198
10	15	150
11	9	99
12	1	12
மொத்தம்	337	2019

$\Sigma f = 337 \quad \Sigma xf = 2019$

$\therefore \bar{x} = \frac{2019}{337} = 5.991$

விடை : கூட்டுச்சராசரி = 5.99

மாதிரிக் கணக்கு 6 : கீழே தந்துள்ள விவரங்களிலிருந்து கூட்டுச் சராசரியைக் கணக்கிடவும்.

வருமானம் (ரூபாயில்) x	18	80	100	150	200	250
நபர்களின் எண்ணிக்கை f	30	16	24	26	20	6

முந்திய மாதிரிக்கணக்கில் செய்ததுபோல, ஒவ்வொரு இனத்தையும் அதற்குரிய அலைவெண்ணால் பெருக்கிவரும் எண்–கள xf என்ற பத்தியில் தரப்பெற்றுள்ளன. இவ்வெண்களின் கூட்டுத்தொகை Σxf ஆகும்.

f என்ற பகுதியிலுள்ள அலைவெண்களின் கூட்டுத் தொகை Σf ஆகும்

x	f	xf
18	30	540
80	16	1280
100	24	2400
150	26	3900
200	20	4000
250	6	1500
மொத்தம்	122	13620

$\Sigma f = 122. \quad \Sigma xf = 13620$

$$\bar{x} = \frac{\Sigma xf}{\Sigma f} = \text{Rs } \frac{13620}{122}$$

$$= \text{ரூ. } 111.6$$

விடை . கூட்டுச் சராசரி= ரூ. 111. 6

சுருக்கு முறை (Short – cut method) :

ஒழுங்குபடுத்தப்படாத விவரங்களுக்குக் கூட்டுச் சராசரியைச் சுருக்கு முறையில் கணிப்பது பற்றி முன்பு கண்டோம். அதேபோல் தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் பரவலுக்கும் கூட்டுச் சராசரியைச் சுருக்கு முறையில் கணிக்கலாம். இந்தச் சுருக்கு முறையைக் கீழ்க்-கண்டவாறு விவரிக்கலாம்.

1. ஏதேனும் ஒரு எண்ணை (வழக்கமாக அதிகமான அலைவெண் எண்ணையுடைய இனத்தின் மதிப்பையொட்டிய எண்) கூட்டுச் சராசரியின் மதிப்பிறகுத் தோராயமாகத் தேர்ந்தெடுக்கவேண்டும். இந்த எண்ணை 'A' என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

2. கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு இனத்துக்கும் A–க்கும் உள்ள வேறுபாட்டைக் கணிக்கவேண்டும். ஓர் இனத்தின் மதிப்பு x என்றால், அதற்கும் A-க்கும் உள்ள வேறுபாடு (x—A) ஆகும். இதை 'd' என்ற எழுத்தால் குறிப்பிடுகிறோம்.

3. மேலே கூறியபடி கணிக்கப்பட்ட ஒவ்வொரு வேறுபாட்-டினையும் அதற்குரிய அலைவெண்ணால் பெருக்க வேண்டும். d என்ற வேறுபாட்டிற்குரிய அலைவெண் f என்றால், அவற்றினுடைய பெருக்குத் தொகை fd ஆகும். இப்பெருக்குத் தொகைகளையெல்-லாம் கூட்டிவரும் தொகையை Σfd என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

4. Σfdஐ Σfஆல் வகுத்து வரும் மதிப்போடு A-யின் மதிப்-பைக் கூட்டி வருவது கூட்டுச் சராசரியாகும்.

$$\therefore \bar{x} = A + \frac{\Sigma fd}{\Sigma f}$$

ஒரு தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் பரவல் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

மதிப்பெண் x	அலைவெண் f
45	3
53	6
54	2
55	1

அதிக மதிப்புடைய அலைவெண் 6 ஆகும். அதற்குரிய இனத்தின் மதிப்பு 53 ஆகும். எனவே 53ஐ ஒட்டிய மதிப்புள்ள ஏதேனும் ஒரு எண்ணை A- ஆகத் தேர்ந்தெடுக்கவேண்டும். A = 50 எனக் கொள்வோம்.

ஒவ்வொரு இனத்தின் மதிப்பிற்கும் A-யின் மதிப்பிற்கும் உள்ள வேறுபாட்டைக் கணிக்கவேண்டும்.

முதல் இனத்திற்கும் A-க்கும் உள்ள வேறுபாடு = 45—50
= —5

இரண்டாவது இனத்திற்கும் A-க்கும் உள்ள வேறுபாடு = 53—50
= 3

மூன்றாவது இனத்திற்கும் A-க்கும் உள்ள வேறுபாடு = 54 - 50
= 4

நான்காவது இனத்திற்கும் Aக்கும் உள்ள வேறுபாடு = 55—50
= 5

∴ d-யின் மதிப்புக்கள் வருமாறு :

d : —5,3,4,5.

d இன் ஒவ்வொரு மதிப்பையும் அதற்குரிய அலைவெண்ணால் பெருக்க வேண்டும், எனவே, —5-ஐ 3என்ற அலைவெண்ணாலும் 3-ஐ -6ஆலும், 4ஐ 2ஆலும், 5-ஐ 1ஆலும் பெருக்கவேண்டும்.

இப்பெருக்கற் பலன்களின் கூட்டுத்தொகை Σfd ஆகும்.

$$\therefore \Sigma fd = (-5\times3) + (3\times6) + (4\times2) + (5\times1)$$
$$= -15 + 18 + 8 + 5$$
$$= -15 + 18 + 2 + 5$$
$$= -15 + 31$$
$$= 16.$$

இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை $= \Sigma f$
$= 3+6+2+1$
$= 12$

$$\therefore \bar{x} = A + \frac{\Sigma fd}{\Sigma f}$$
$$= 50 + \frac{16}{12}$$
$$= 50 + 1.33$$
$$= 51.33$$

விடை : கூட்டுச் சராசரி $= 51.33$

மாதிரிக்கணக்கு : 7

மேலே மாதிரிக் கணக்கு 6 இன் கீழ் தரப்பட்டுள்ள விவரங்களுக்குக் கூட்டுச் சராசரியைச் சுருக்கு முறையில் கணித்துள்ளோம்.

A–இன் மதிப்பு 150 எனக்கொள்வோம் இப்பொழுது கொடுத்துள்ள ஒவ்வொரு மதிப்பிற்கும் A-க்கும் உள்ள வேறுபாட்டைக் கணிக்க வேண்டும். முதல் மதிப்பாகிய 18-க்கும் Aக்கும் உள்ள வேறுபாடு 18 – 150 = —132 ஆகும். இரண்டாவது மதிப்பாகிய 80-க்கும் A-க்கும் உள்ள வேறுபாடு 80 –150 = —70 ஆகும். இதே போல மீதியுள்ள ஒவ்வொரு மதிப்பிற்கும் A-க்கும் உள்ள வேறுபாட்டைக் கணிக்கலாம். இவ்வேறுபாடுகளை d பத்தியில் கீழே தந்துள்ளோம்.

d-இன் ஒவ்வொரு மதிப்பையும் அதற்குரிய அலைவெண்ணால் பெருக்கிவரும் எண்ணை fd என்ற பத்தியில் கீழ தந்துள்ளோம். இந்தப் பத்தியிலுள்ள எண்களைக் கூட்டினால் கிடைப்பது Σfd ஆகும்.

f என்ற பத்தியிலுள்ள அலைவெண்களைக் கூட்டினால் கிடைப்பது Σf ஆகும்.

எனவே, $\bar{x} = A + \frac{\Sigma fd}{\Sigma f}$ என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கூட்டுச் சராசரியைக் கணிக்கலாம்

A = 150

x	f	(x—A) = d	fd
18	30	—132	—3960
80	16	—70	—1120
100	24	—50	—1200
150	26	0	0
200	20	50	1000
250	6	100	600
மொத்தம்	122		—4680

$$\Sigma fd = -3960 - 1120 - 1200 + 0 + 1000 + 600$$
$$= -6280 + 1600$$
$$= -4680$$

$$\bar{x} = 150 + \frac{(-4680)}{122}$$

$$= 150 - \frac{4680}{122} = 150 - 38.35$$

$$= 111.65$$

விடை : கூட்டுச்சராசரி = 111.65

மாதிரிக்கணக்கு 8 :

கீழே தரப்பட்டுள்ள விவரங்களுக்கு கூட்டுச் சராசரியைக் கணிக்கவும்.

ஊதியம் ரூபாயில் (x)	4	6	8	10	15	17	18	20	21	22
வேலை யாட்கள் (f)	5	20	16	10	6	7	8	5	3	2

A = 7 என்று நாம் எடுத்துக்கொள்வோம்.

முந்திய மாதிரிக் கணக்கில் செய்ததுபோல் இங்கும் ஒவ்வொரு இனத்துக்கும் A-க்கும் உள்ள வித்தியாசத்தைக் கணித்து d என்ற பத்தியில் தரப்பட்டுள்ளது.

d-யின் ஒவ்வொரு மதிப்பையும் அதற்குரிய அலைவெண்ணால் பெருக்கி வரும் எண்கள் fd என்ற பத்தியில் தரப்பட்டுள்ளன. இந்த எண்களையெல்லாம் கூட்டினால் கிடைப்பது Σfd ஆகும்.

f என்ற பத்தியில் அலைவெண்கள் தரப்பட்டுள்ளன. அவற்றின் கூட்டுத்தொகை Σf ஆகும்.

A = 7

x	f	(x—A) = d	fd
4	5	−3	−15
6	20	−1	−20
8	16	1	16
10	10	3	30
15	6	8	48
17	7	10	70
18	8	11	88
20	5	13	65
21	3	14	42
22	2	15	30
மொத்தம்	82		354

$\sum fd = 16+30+48+70+88+65+42+30-15-20$

$= 389-35$

$= 354$

$\sum f = 82.\ \sum fd = 354$

$\therefore \bar{x} = A + \frac{\sum fd}{\sum f}$

$= 7 + \frac{354}{28}$

$= 7 + 4.32$

$= 11.32$

விடை : கூட்டுச் சராசரி = 11.32

III. தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவலுக்குக் கூட்டுச் சராசரியைக் கணித்தல்:

1. நேரடிமுறை (Direct method) :

தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவலிலிருந்து கொடுக்கப்-பட்டுள்ள ஒவ்வொரு இனத்தின் மதிப்பையும் பெற முடியாது. ஒவ்-வொரு இனத்தின் மதிப்பும் எந்த இரண்டு மதிப்புக்களுக்கிடையில் உள்ளது என்பதை மட்டுமே பெறமுடியும். தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவலொன்று கீழே தரப்பட்டுள்ளது:

பிரிவு இடைவெளி (மதிப்பெண்கள்)	அலைவெண் (மாணவர்களின் எண்ணிக்கை)
40—44	9
45—49	11
50—54	10
55—59	5

இதிலிருந்து நாம் அறிவது யாதெனில், 9 மாணவர்கள் 40க்-கும் 44க்கும் இடையில் மதிப்பெண்கள் பெற்றிருக்கின்றனர்; 11 மாணவர்கள் 45 க்கும் 49க்கும் இடையில் மதிப்பெண்கள் பெற்-றுள்ளனர். 10 மாணவர்கள் 50–க்கும் 54-க்கும் இடையில் மதிப்-பெண்கள் பெற்றுள்ளனர். 5 மாணவர்கள் 55-க்கும் 59-க்குமிடையில் மதிப்பெண்கள் பெற்றுள்ளனர். ஒவ்வொரு மாணவரும் பெற்றுள்ள மதிப்பெண்ணின் மதிப்பைத் தனித்தனியே நாம் பெறமுடியாது.

ஒவ்வொரு இனத்தின் மதிப்பிற்குப் பதிலாக அது விழும் பிரிவு இடைவெளியை மட்டும் தெரிந்திருப்பதால், இனங்களின் மொத்த மதிப்பைக் கணக்கிட முடியாது. மேலே நாம் தந்துள்ள அலைவெண் பரவலிலிருந்து மாணவர்கள் பெற்றுள்ள மொத்த மதிப்பெண்ணைக் கணக்கிட முடியாது

ஆனால் கூட்டுச் சராசரியானது, இனங்களின் மொத்த மதிப்-பை இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கையால் வகுத்து வருவதாகும். எனவே, கூட்டுச் சராசரியைக் கணக்கிடுவதற்கு இனங்களின் மொத்த மதிப்பைக் கண்டறிவது அவசியம். தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவல்களில் இனங்களின் மொத்த மதிப்பு கீழ்க்கண்டவாறு பெறப் படுகிறது.

ஒவ்வொரு பிரிவு இடைவெளிக்கும் பதிலாக அப்பிரிவின் பிரிவுக் குறிப்பெண்ணை (midvalue) எடுத்துக்கொள்ள வேண்டும். அதாவது ஒவ்வொரு பிரிவிலும் உள்ள இனங்கள் ஒவ்வொன்றின் மதிப்பும் அப்பிரிவினுடைய பிரிவுக்குறிப்பெண்ணின் மதிப்பிற்குச் சமமாகக் கொள்ளப்படுகிறது இப்பொழுது ஒவ்வொரு இனத்திற்கும் தனித் தனியே மதிப்புத் தெரிவதால் இனங்களின் மொத்த மதிப்பைக் கணிக்க முடியும்.

நாம் தந்துள்ள எடுத்துக்காட்டில், முதல் பிரிவாகிய 40--44 க்குப் பதிலாக அப்பிரிவின் பிரிவுக் குறிப்பெண்ணாகிய 42-ஐ எடுத்துக் கொள்ள வேணடும் இரண்டாவது பிரிவு 45 — 49க்குப் பதிலாக 47ஐ எடுத்துக கொள்ளவேண்டும் இதேபோல், மற்ற பிரிவுகளையும் அவற்றின் பிரிவுக் குறிப்பெண்களால் குறிப்பிட வேண்டும்.

ஒவ்வொரு பிரிவின் பிரிவுக் குறிப்பெணணும் அபபிரிவைச் சேர்ந்த ஒரு மாணவன் பெற்றுள்ள மதிப்பெணணைக் குறிக்கும். எனவே, முதல் பிரிவைச் சோந்த 9 மாணவர்கள் ஒவ்வொருவரும் பெற்றுள்ள மதிப்பெண் 42 ஆகும. இரண்டாவது பிரிவைச்சேர்ந்த 11 மாணவர்கள் ஒவ்வொருவரும் பெற்றுள்ள மதிப்பெண் 47 ஆகும். மூன்றாவது பிரிவைச் சேர்ந்த 10 மாணவர்கள் ஒவ்வொருவரும் பெற்றுள்ள மதிப்பெண் 52 ஆகும். நான்காவது பிரிவைச் சேர்ந்த 5 மாணவர்கள் ஒவ்வொருவரும் பெற்றுள்ளமதிப்பெண் 57 ஆகும்.

முதல் பிரிவின் பிரிவுக் குறிப்பெண்ணை (எடுத்துக்காட்டாக 42-ஐ) x_1-ஆல் குறிப்பிடுகிறோம். இரண்டாவது பிரிவின் பிரிவுக் குறிப்பெணணை (எடுத்துக்காட்டாக 47 ஐ) x_2 ஆல் குறிப்பிடுகிறோம். இதே போல் மற்ற பிரிவுக் குறிபபெண்களையும் குறிப்பிடுகிறோம்.

முதல் பிரிவின் அலைவெண்ணை (எடுத்துக்காட்டாக 9 ஐ) f_1ஆல் குறிப்பிடுகிறோம் இரண்டாவது பிரிவின் அலைவெண்ணை (எடுத்துக்காட்டாக 11-ஐ f_2 ஆல் குறிபபிடுகிறோம். இந்த போல் மற்றப் பிரிவுகளின் அலைவெண்களையும் குறிப்பிடுகிறோம்.

முதல் பிரிவைச் சேர்ந்த ஒரு இனத்தின் மதிப்பு $= x_1$

∴ முதல் பிரிவைச் சேர்ந்த f_1 இனங்களின் மொத்த மதிப்பு $= x_1 f_1$ இதே போல்,

இரண்டாவது பிரிவைச் சேர்ந்த f_2 இனங்களின் மொத்த மதிப்பு $= x_2 f_2$

மூன்றாவது பிரிவைச் சேர்ந்த f_3 இனங்களின்
மொத்த மதிப்பு $= x_3 f_3$

நம்முடைய எடுத்துக்காட்டில்,

முதல் பிரிவைச் சேர்ந்த மாணவர்கள் பெற்றுள்ள
மதிப்பெண்களின் மொத்த மதிப்பு $= 42 \times 9$
$= 378$

இரண்டாவது பிரிவிலுள்ள மாணவர்களுடைய
மொத்த மதிப்பெண் $= 47 \times 11$
$= 517$

மூன்றாவது பிரிவிலுள்ள மாணவர்களுடைய
மொத்த மதிபபெண் $= 52 \times 10$
$= 520$

நான்காவது பிரிவிலுள்ள மாணவர்களுடைய
மொத்த மதிப்பெண் $= 57 \times 5$
$= 285$

அலைவெண் பரவலிலுள்ள இனங்களின் மொத்த மதிப்பானது ஒவ்வொரு பிரிவிலுள்ள இனங்களின் மொத்த மதிப்புக்களைக் கூட்டி வருவதாகும். (அதாவது. $x_1f_1 + x_2f_2 + x_3f_3 \ldots$ ஆகும். இதனை $\sum fx$ என்ற குறியால் குறிப்பிடுகிறோம்.

நம்முடைய எடுத்துக்காட்டில்,

$$\sum x = 378 + 517 + 520 + 285$$
$$= 1700$$

இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை $= f_1 + f_2 + \ldots$ ஆகும். இதனை $\sum f$ என்ற குறியால் குறிப்பிடுகிறோம். மேலே கூறிய எடுத்துக் காட்டில் $\sum f = 9 + 11 + 10 + 5 = 35$.

இப்பொழுது கூட்டுச் சராசரியைக் கீழ்க்கண்டவாறு பெறலாம்.

$$\text{கூட்டுச் சராசரி } (\bar{x}) = \frac{\text{இனங்களின் மொத்த மதிப்பு } (\sum xf)}{\text{இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை } (\sum f)}$$

நம்முடைய எடுத்துக்காட்டில்,

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f} = \frac{1700}{35}$$

$$= \frac{340}{7}$$

$$= 48.57$$

விடை : கூட்டுச்சராசரி = 48.57

$\bar{x} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f}$ என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திச் செய்யப்பட்ட மாதிரிக் கணக்கொன்று கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

மாதிரிக்கணக்கு 9 :

கீழே தரப்பட்டுள்ள அலைவெண் பரவலுக்குக் கூட்டுச் சராசரியைக் கணக்கிடவும்.

பிரிவு	அலைவெண்
0—6	4
6—12	8
12—18	14
18—24	16
24—30	20

ஒவ்வொரு பிரிவின பிரிவுக் குறிப்பெண்ணைக் கணக்கிட்டு x என்ற பத்தியில் தரப்பட்டுள்ளது முதல் பிரிவு (0—6) இன் பிரிவுக் குறிப்பெண் 3 ஆகும்; இரண்டாவது பிரிவு (6—12) இன் பிரிவுக் குறிப்பெண் 9 ஆகும்; இதே போல் மற்ற பிரிவுக் குறிப் பெண்களையும் கணக்கிடலாம்.

ஒவ்வொரு பிரிவுக் குறிப்பெண்ணையும் அப்பிரிவின் அலை வெணணால் பெருக்கிவரும் எண்கள் xf என்ற பத்தியில் தரப்-படடுள்ளன. எடுத்துக்காட்டாக, பிரிவுக் குறிப்பெண் 3ஐ அலை-வெண் 4-ஆல் பெருக்கவேண்டும்; பிரிவுக் குறிப்பெண் 9ஐ அலை வெண் 8-ஆல் பெருக்க வேண்டும். இதேபோல், மற்ற பிரிவுக் குறிப்பெணகளையும் அலைவெண்களால் பெருக்கவேண்டும். இப் பெருக்கற் பலன்களின் கூட்டுத்தொகை Σfx ஆகும்.

இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை Σf ஆகும்.

பிரிவுக் குறிப்பெண் x	அலைவெண் f	fx
3	4	12
9	8	72
15	14	210
21	16	336
27	20	540
மொத்தம்	62	1170

$\Sigma f = 62 \quad \Sigma xf = 1170$

$$\therefore \bar{x} = \frac{\Sigma xf}{\Sigma f}$$

$$= \frac{1170}{62}$$

$$= 18.87$$

விடை : கூட்டுச் சராசரி = 18 87

2. சுருக்குமுறை (Short-Cut Method) :

தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவல்களை சமஇடைவெளியுடையவை என்றும் சமமற்ற இடைவெளியுடையவை என்றும் இருவகைப்படுத்தலாம். முதலாவதாக, சமஇடைவெளியுடைய அலைவெண் பரவலுக்குக் கூட்டுச் சராசரியைச் சுருக்கு முறையில் கணிப்பது பற்றி விவரித்துள்ளோம்.

(A) சம இடைவெளியுள்ள தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவலுக்குக் கூட்டுச் சராசரியைச் சுருக்கு முறையில் கணித்தல்.

1. எல்லாப் பிரிவுகளின் பிரிவுக் குறிப்பெண்களை முதலில் கணக்கிடவேண்டும். இந்தப் பிரிவுக் குறிப்பெண்களில் ஏதேனும்

ஒன்றை A ஆகத் தேர்ந்தெடுக்கவேண்டும். அலைவெண் பரவலின் மத்தியில் உள்ள பிரிவின் பிரிவுக்குறிப்பெண்ணையே A ஆகத் தேர்ந்தெடுப்பது வழக்கமாகும். கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவலில் இரண்டு மையப்பிரிவுகள் இருந்தால், இவ்விரண்டில் அதிக அலைவெண்ணையுடைய மையப்பிரிவின் பிரிவுக் குறிப்பெண் A ஆகத் தேர்ந்தெடுக்கப்படும்.

கீழே ஒரு அலைவெண் பரவல் தரப்பட்டுள்ளது.

பரவல் 1

பிரிவு	பிரிவுக் குறிப்பெண் x	அலைவெண் f
0—10	5	2
10—20	15	18
20—30	25	45
30 40	35	20
40 - 50	45	6

இதில் 5 பிரிவுகள் இருப்பதால் மூன்றாவது பிரிவு மையப்-பிரிவாகும். எனவே, இப்பிரிவின் பிரிவுக் குறிப்பெண்ணாகிய 25-ஐ A-ஆகத் தேர்ந்தெடுக்கவேண்டும்.

மற்றொரு அலைவெண் பரவல் கீழே தரப்பட்டுள்ளது

பரவல் II :

பிரிவு	பிரிவுக் குறிப்பெண் x	அலைவெண் f
0 - 10	5	2
10 20	15	18
20 - 30	25	40
30 - 40	35	45
40—50	45	20
50—60	55	6

இதில் 6 பிரிவுகள் உள்ளன. எனவே, மூன்றாவது பிரிவும் நான்காவது பிரிவும் மையப் பிரிவுகளாகும் இவற்றில் அதிக அலைவெண் உடைய மையப்பிரிவு நான்காவது பிரிவாகும். ஆகையால் நான்காவது பிரிவின் பிரிவுக் குறிப்பெண்ணாகிய 35-ஐ Aயின் மதிப்பாகக் கொள்ள வேண்டும்.

2. A-ன் மதிப்பைத் தேர்ந்தெடுத்த பின்பு ஒவ்வொரு குறிப்பெண்ணிற்கும் Aக்கும் உள்ள வித்தியாசத்தைக் கணிக்க வேண்டும். x- என்பது ஒரு பிரிவுக் குறிப்பெண்ணாயின், அதற்கும் A-க்குமுள்ள வித்தியாசம் (x−A) ஆகும்.

பரவல் 1-ல் A=25. பிரிவுக் குறிப்பெண் 5-க்கும் A-க்கும் உள்ள வித்தியாசம் = 5−25=−20. பிரிவுக் குறிப்பெண் 15-க்கும் A-க்கும் உள்ள வித்தியாசம் = 15− 25 =−10. இதேபோல், மற்ற பிரிவுக் குறிப்பெண்களுக்கும் A-க்கும் உள்ள வித்தியாசத்தைக் கணிக்கலாம். எல்லாப் பிரிவுக்குறிப்பெண்களுக்கும் A-க்கும் உள்ள வித்தியாசங்கள் வருமாறு :

− 20, −10, 0, 10, 20.

3. சம இடைவெளியுள்ள அலைவெண் பரவலில் எல்லாப் பிரிவுகளின் இடைவெளித் தூரங்கள் சமமாக இருக்கும். இச் சம இடைவெளித் தூரத்தை 'c' என்ற எழுத்தால் குறிப்பிடுகிறோம். முன்பு நாம் கணித்த ஒவ்வொரு பிரிவுக் குறிப்பெண்ணிற்கும் A-க்கும் உள்ள வித்தியாசத்தை 'c'-யின் மதிப்பால் வகுக்க வேண்டும். (x − A) என்பது ஒரு வித்தியாசமென்றால் அதனை c-ஆல் வகுக்க வேண்டும். வகுத்து வரும் எண்ணை 'd' என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

$$\therefore \quad -\frac{x\ A}{c} = d$$

பரவல் 1-ல் c=10 ஆகும். எனவே, ஒவ்வொரு பிரிவுக் குறிப்பெண்ணிற்கும் A-க்கும் உள்ள வித்தியாசத்தை 10 ஆல் வகுக்க வேண்டும். வகுத்துவரும எண்கள் d-யின் மதிப்புக்கள் ஆகும். d-யின் மதிப்புக்கள் வருமாறு :

$$-2\left(=\frac{-20}{10}\right), -1\left(=\frac{-10}{10}\right), 0\left(=\frac{0}{10}\right),$$

$$1\left(=\frac{10}{10}\right), 2\left(=\frac{20}{10}\right)$$

4. d-யின் ஒவ்வொரு மதிப்பையும் அதற்குரிய அலைவெண்ணால் பெருக்க வேண்டும். d-என்ற மதிப்பிற்குரிய அலைவெண் f என்றால் d-ஐயும் f-ஐயும் பெருக்க வேண்டும். பெருக்கிவரும் எண் fd ஆகும். நம்முடைய எடுத்துக்காட்டில், —2-ஐ 2-ஆலும் —1-ஐ 18-ஆலும், 0-ஐ 45-ஆலும், 1-ஐ 20-ஆலும், 2-ஐ 6-ஆலும் பெருக்க வேண்டும். fd-யின் மதிப்புக்களைக் கூட்டி வருவதை Σfd என்று குறிப்பிடுகிறோம். நம்முடைய எடுத்துக்காட்டில்,

$$\Sigma fd = (-2\times2) + (-1\times18) + (0\times45) + (1\times20) + (2\times6)$$

$$= -4 - 18 + 0 + 20 + 12$$

$$= -22 + 32$$

$$= 10$$

இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை $= \Sigma f$

எடுத்துக்காட்டில் $\Sigma f = 2 + 18 + 45 + 20 + 6$

$$= 91$$

கூட்டுச் சராசரியைக் கணிப்பதற்குரிய சூத்திரம் வருமாறு

$$\bar{x} = A + \frac{\Sigma fd}{\Sigma f} \times c$$

$\bar{x}$ = கூட்டுச் சராசரி;

A = தோராயமாக எடுத்துக் கொள்ளப்பட்ட கூட்டுச் சராசரி.

x = பிரிவுக் குறிப்பெண்.

c = பிரிவு இடைவெளித் தூரம்.

$$d = \frac{x - A}{c}$$

Σfd=dயின் மதிப்புக்களை அலைவெண்களால் பெருக்கி வரும் எண்களின் கூடுத்தொகை.

Σf = இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை.

நம்முடைய எடுத்துக்காட்டில் A = 25, $\Sigma f = 91$, c = 10 $\Sigma fd = 10$.

$$\therefore x = 25 + \frac{10}{91} \times 10$$

$$= 25 + \frac{100}{91}$$

$$= 25 + 1.1$$

$$= 26 \cdot 1$$

விடை : கூட்டுச் சராசரி = 26,1

மாதிரிக் கணக்கு 10

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அலைவெண் பரவலுக்குக் கூட்டுச் சராசரியைக் கணக்கிடவும்.

பிரிவு	அலைவெண்
20—40	6
40—60	9
60—80	11
80—100	14
100—120	20

எல்லாப் பிரிவுகளின் பிரிவுக் குறிப்பெண்கள் கணிக்கப்பட்டு x என்ற தலைப்பின் கீழ் தரப்பட்டுள்ளன. மையப்பிரிவு மூன்றாவது பிரிவாகையால், அதனுடைய பிரிவுக் குறிப்பெண்ணை A எனக் கொள்ளலாம்.

$\therefore A = 70$

பிரிவு இடைவெளித்தூரம் = 20

$\therefore c = 20$

ஒவ்வொரு பிரிவுக் குறிப்பெண்ணிற்கும் A-க்கும் உள்ள வித்தியாசத்தைக் கணிக்கிடவேண்டும். இவ்வாறு கணக்கிடப்பட்ட வித்தியாசங்களை c-ஆல் வகுக்கிறோம். வகுத்துவரும் எண்கள் d என்ற தலைப்பின் கீழ் தரப்பட்டுள்ளன.

d-இன் ஒவ்வொரு மதிப்பையும் அதற்குரிய அலைவெண்ணால் பெருக்குகிறோம். பெருக்கிவரும் எணகள் fd என்ற தலைப்பில் தரப்பட்டுளளன.

இப் பெருக்கற் பலன்களின் கூட்டுத்தொகை Σfd ஆகும்.

அலைவெண்களின் கூட்டுத்தொகை Σf ஆகும்.

$\therefore \bar{x} = A + \frac{\Sigma fd}{\Sigma f} \times c$ என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கூட்டுச் சராசரியின் மதிப்பைக் கணிக்கலாம்.

பிரிவுக் குறிப்பெண் x	அலைவெண் f	$\frac{x-A}{c} = d$	fd
30	6	−2	−12
50	9	−1	− 9
70	11	0	0
90	14	1	14
110	20	2	40
மொத்தம்	60		33

$\Sigma f = 60 \quad \Sigma fd = 33$

$$\bar{x} = 70 + \frac{33}{60} \times 20$$

$$= 70 + 11$$

$$= 81$$

விடை : கூட்டுச் சராசரி = 81

மாதிரிக் கணக்கு : 11

கூட்டுச் சராசரியைக் கணக்கிடவும்.

பிரிவு	அலைவெண்
20—30	9
30—40	6
40—50	10
50—60	14
60—70	15
70—80	10

எல்லாப் பிரிவுகளின் பிரிவுக்குறிப்பெண்களையும் கணக்கிட வேண்டும். 6 பிரிவுகள் இருப்பதால் மூன்றாவது பிரிவும் நான்காவது பிரிவும் மையப் பிரிவுகளாகும். இவற்றில் மூன்றாவது பிரிவின் அலை வெண் அதிகமாக இருப்பதால், அதன் பிரிவுக் குறிப்பெண்ணையே A ஆகத் தேர்ந்தெடுக்கலாம்.

$\therefore A = 45.$

பிரிவு இடைவெளித்தூரம் $= 10.$ $\quad c = 10$

ஒவ்வொரு பிரிவுக் குறிப்பெண்ணிற்கும் A-க்கும் உள்ள வித்தி-யாசத்தைக் கணித்து, இவ்வித்தியாசத்தை c-ஆல் வகுத்து வரும் எண்ணை d என்ற தலைப்பின் கீழ் தந்துள்ளோம்.

d-இன் ஒவ்வொரு மதிப்பையும் அதற்குரிய அலைவெண்ணால் பெருக்கி வரும் எண்கள் fd என்ற தலைப்பின்கீழ் தரப்பட்டுள்ளன. இவற்றின் கூட்டுத்தொகை Σfd ஆகும்.

அலைவெண்களின் கூட்டுத்தொகை Σf ஆகும்.

பிரிவு குறிப்பெண் X	அலைவெண f	$\frac{X\ A}{c} = d$	fd
25	9	—2	—18
35	6	—1	—6
45	16	0	0
55	14	1	14
65	15	2	30
75	10	3	30
மொத்தம்	70		50

$\Sigma f = 70 \quad \Sigma fd = 50$

$$\bar{x} = A + \frac{\Sigma fd}{\Sigma f} \times c$$

$$= 45 + \frac{50}{70} \times 10 = 45 + 7.14 = 52.14$$

விடை:- கூட்டுச் சராசரி= 52 14.

B) சமமற்ற இடைவெளிகளுடைய தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவல்களுக்குச் சுருக்கு முறையில் கூட்டுச் சராசரியைக் காணித்தல்.

பரவல் III

பிரிவு	அலைவெண்
0–3	4
3–6	8
6—10	10
10—12	14

முதல் பிரிவின் பிரிவு இடைவெளித் தூரம் = 3
இரண்டாவது பிரிவின் பிரிவு இடைவெளித் தூரம் = 3
மூன்றாவது பிரிவின் பிரிவு இடைவெளித் தூரம் = 4
நான்காவது பிரிவின் பிரிவு இடைவெளித் தூரம் = 2

எனவே, கொடுத்துள்ள அலைவெண் பரவல் சமமற்ற இடைவெளிகளையுடைய அலைவெண் பரவல் ஆகும்.

சம இடைவெளியுடைய அலைவெண் பரவல்களுக்குக் கூட்டுச் சராசரியைக் கணக்கிடுவதற்கு Aயின் மதிப்பை எவ்வாறு தேர்ந்தெடுத்தோமோ அதே முறையிலேயே சமமற்ற இடைவெளியுடைய பரவல்களுக்கும் Aயின் மதிப்பைத் தேர்ந்தெடுக்கிறோம்.

நாம் எடுத்துக்கொண்டுள்ள எடுத்துக்காட்டாகிய பரவல்-111-இல் மொத்தம் நான்கு பிரிவுகள் உள்ளன. இரண்டு மையப் பிரிவுகள் உள்ளன. இவற்றில் அதிக அலைவெண்ணுடைய பிரிவு மூன்றாவது பிரிவாகும். அப்பிரிவின் பிரிவுக் குறிப்பெண் = 8, எனவே A = 8 எனக் கொள்கிறோம்.

எல்லாப் பிரிவுகளின் பிரிவுக் குறிப்பெண்கள் வருமாறு:

1. 5, 4, 5. 8, 11.

இப்பிரிவுக் குறிப்பெண்களுக்கும் A-க்கும் உள்ள வித்தியாசங்கள் வருமாறு:

$-6.5 (= 1.5-8), -3.5 (= 4.5-8), 0 (= 8-8), 3 (= 11-8)$.

சம இடைவெளியுடைய பரவல்களில் எல்லாப் பிரிவுகளுக்கும் சம இடைவெளித்தூரம் இருக்கும். இந்த சம இடைவெளித்தூரத்தை முன்பு நாம் 'c' என்று எடுத்துக்கொண்டோம். ஆனால், இப்பொழுது சமமற்ற இடைவெளியுடைய பரவல்களில் பரவல் முழுவதற்குமாகச் சேர்த்துப் பிரிவு இடைவெளித்தூரம் என்று ஒரு எண்ணைக் குறிப்பிட முடியாது (ஏனெனில், வெவ்வேறு பிரிவுகள் வெவ்வேறு இடைவெளித் தூரங்களைக் கொண்டிருக்கின்றன). இங்கு நாம் ஏதேனும் ஒரு எண்ணை 'c' என்று எடுத்துக்கொள்கிறோம். c-யின் மதிப்பு 5 ஆக இருக்கலாம்; 10 ஆக இருக்கலாம்; அல்லது வேறு எந்த எண்ணாகவும் இருக்கலாம்.

நம்முடைய எடுத்துக்காட்டில், நாம் c = 5 எனக் கொள்வோம்.

ஒவ்வொரு பிரிவுக் குறிப்பெண்ணிற்கும் A-ககும் உள்ள வித்தியாசத்தை c ஆல் வகுக்க வேண்டும். Xஎன்பது ஒரு பிரிவுக் குறிப்பெண் என்றால் நாம் $\frac{X-A}{c}$ ஐப் பெறுகிறோம் இதை 'd' என்று குறிப்பிடுகிறோம்

$$\therefore \frac{X-A}{c} = d$$

நம்முடைய எடுத்துக்காட்டில், பிரிவுக் குறிப்பெண்களுக்கும் A க்கும் உள்ள வித்தியாசங்கள் —6.5,—3.5,0 மற்றும் 3ஆகியவையாகும்.

நாம் c=5 எனக் கொண்டுள்ளோம்.

∴d-இன் மதிப்புக்கள் வருமாறு:

$\frac{-6}{5}\frac{5}{}$, $\frac{-3.5}{5}$, $\frac{0}{5}$, $\frac{3}{5}$

அதாவது, d-இன் மதிப்புக்கள் —1.3, 1, —.7, 0, .6 ஆகும்

d-ன் மதிப்புக்களைக் கண்டுபிடித்த பின்பு, சம இடைவெளிகளையுடைய பரவல்களுக்குக் கூட்டுச் சராசரியைக் கணக்கிட்ட அதே முறையைப் பின்பற்றி இங்கும் கூட்டுச் சராசரியைக் கணக்கிடலாம்.

d ன் ஒவ்வொரு மதிப்பையும் அதற்குரிய அலைவெண்ணால் பொருக்க வேண்டும்.இப்பெருக்கற் பலன்களைக் கூட்டினால் கிடைக்கும் மதிப்பை Σfd என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

அலைவெண்களையெல்லாம் கூட்டிவரும் தொகையை Σf என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

இப்பொழுது கூட்டுச் சராசரியைக் கணிப்பதற்குரிய சூத்திரத்தைக் கீழ்க்கண்டவாறு தரலாம்.

$$\bar{x} = A + \frac{\Sigma fd}{\Sigma f} \times c$$

$\bar{x}$ = கூட்டுச் சராசரி

A = தோராயமாக எடுத்துக்கொள்ளப்பட்ட கூட்டுச் சராசரி

x = பிரிவுக்குறிப்பெண்

c = ஏதேனும் ஒரு எண்

$$d = \frac{x-A}{c}$$

Σfd = d ன் ஒவ்வொரு மதிப்பையும் அதற்குரிய அலைவெண்ணால் பெருக்கி வரும் பெருக்கற்பலன்களின் கூட்டுத்தொகை

Σf = அலைவெண்களின் கூட்டுத்தொகை

மாதிரிக்கணக்கு 12:

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அலைவெண் பரவலுக்குக் கூட்டுச்சராசரியைக் கணிக்கவும்.

பிரிவு	அலைவெண்
0 – 10	6
10—30	11
30 – 40	29
40—80	3
80—90	1

முதலில் ஒவ்வொரு பிரிவின் பிரிவுக் குறிப்பெண்ணையும் கணக்கிடவேண்டும். கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவலில் மொத்தம் 5 பிரிவுகள் இருப்பதால் மூன்றாவது பிரிவு மையப் பிரிவாகும். இதனுடைய பிரிவுக் குறிப்பெண்ணையே A ஆகக் கொள்ள வேண்டும்.

$\therefore A = 35$

வெவ்வேறு பிரிவுகள் வெவ்வேறு இடைவெளித் தூரங்களைக் கொண்டிருப்பதால் c இன் மதிப்பை எந்த எண்ணாகவும் எடுத்துக் கொள்ளலாம். நாம் $c = 5$ எனக்கொள்வோம்.

ஒவ்வொரு பிரிவுக் குறிப்பெண்ணிற்கும் A-க்கும் உள்ள வித்தியாசத்தைக் கணக்கிட்டு c-ஆல் வகுக்க வேண்டும். இவ்வாறு வகுத்து வரும் எண்கள் 'd' என்ற தலைப்பின் கீழ் தரப்பட்டுள்ளன.

d-இன் ஒவ்வொரு மதிப்பையும் அதற்குரிய அலைவெண்ணால் பெருக்கி fd என்ற தலைப்பில் தரப்பட்டுள்ளது. இப்பெருக்கற் பலன்களைக் கூட்டினால் Σfd கிடைக்கும்.

அலைவெண்களனைத்தையும் கூட்டினால் Σf கிடைக்கும்.

$A = 35;\ C = 5$

பிரிவுக் குறிப்பெண் x	அலைவெண் f	$\frac{x-A}{c} = d$	fd
5	6	−6	−36
20	11	−3	−33
35	29	0	0
60	3	5	15
85	1	10	10
மொத்தம்	50		−44

$\Sigma f = 50;\ \Sigma fd = -44$

$$\therefore \bar{x} = A + \frac{\Sigma fd}{\Sigma f} \times c$$

$$= 35 + \frac{-44}{50} \times 5.$$

$$= 35 - 4.4$$

$$= 30.6$$

விடை ; கூட்டுச் சராசரி = 30.6

IV திறந்த இடைவெளிகளையுடைய அலைவெண் பரவல்களுக்குக் கூட்டுச் சராசரியைக் கணித்தல் :

சில சமயங்களில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள அலைவெண் பரவல்கள் திறந்த இடைவெளிகளையுடையவையாக (open intervals) இருக்கும். ஒரு அலைவெண் பரவலில்,

1. முதல் பிரிவுமட்டும் திறந்த இடைவெளியாக இருக்கலாம்.

2. இறுதியிலுள்ள பிரிவு இடைவெளி மட்டும் திறந்த இடைவெளியாக இருக்கலாம்.

3. முதல் பிரிவு, இறுதிப் பிரிவு ஆகிய இரண்டுமே திறந்த இடைவெளியாக இருக்கலாம்.

(i) முதல் பிரிவில் மட்டும் திறந்த இடைவெளி :

முதல் பிரிவு இடைவெளி மட்டும் திறந்த இடைவெளியாக உளள அலைவெண் பரவலுக்குக் கூட்டுச் சராசரியைக் கீழ்க்கண்ட வாறு கணிக்கலாம்

தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவலுக்குக் கூட்டுச் சராசரி யைக் கணிப்பதற்குப் பிரிவுக் குறிப்பெண்களைக் கணிப்பது முதல் படியாகும். ஒரு பிரிவின் பிரிவுக் குறிப்பெண்ணை அப்பிரிவின் பிரிவு எல்லைகளைத் தெரிந்திருந்தால் மட்டுமே கணிக்க முடியும். எனவே, சொடுக்கப்பட்டுள்ள தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவலின் முதல் பிரிவு இடைவெளி திறந்த இடைவெளியாக இருந்தால், முதலில் அப்பிரிவின் கீழ்எல்லையை கீழ்க்கண்டவாறு கண்டு பிடிக்கவேண்டும்.

திறந்த இடைவெளியாகவுள்ள முதல் இடைவெளிக்கு அடுத் தாற் போல் உள்ள இடைவெளிபின் பிரிவு இடைவெளித் தூரத் தைக் கணிக்க வேண்டும்; இப்பிரிவு இடைவெளித் தூரத்தையே முதல் பிரிவின் இடைவெளித் தூரமாக எடுத்துக் கொண்டு அதற் குரிய கீழ் எல்லையைக் கணிக்க வேண்டும்.

முதல் பிரிவின் கீழ் எல்லையைக் கணித்த பின்பு தொடர்ச்சி யான அலைவெண் பரவலுக்குக் கூட்டுச் சராசரியைக் கணிக்கும் முறையைப் பின்பற்றி இங்கும் கூட்டுச் சராசரியைக் கணிக்கலாம்.

கீழே தரப்பட்டுள்ள மாதிரிக் கணக்கைப் பார்க்கவும்.

மாதிரிக்கணக்கு — 13 :

கூட்டுச் சராசரியைக் கணக்கிடவும்

பிரிவு	அலைவெண்
10—க்குக் கீழ்	8
10—20	9
20—30	7
30—40	5

மேலே தரப்பட்டுள்ள அலைவெண் பரவலில் முதல் இடை வெளி திறந்த இடைவெளியாக உள்ளது. எனவே, இரண்டாவது

பிரிவின் இடை வெளித் தூரமாகிய 10–ஐ முதல் பிரிவுக்கும் இடை வெளித் தூரமாகக் கொண்டு முதல் பிரிவின் கீழ் எல்லையைக் கணிக்கலாம்.

முதல் பிரிவிற்கு அடுத்த பிரிவின் இடைவெளித்தூரம் = 10

∴முதல் பிரிவின் இடைவெளித்தூரம்=10 எனக் கொள்கிறோம்.

எல்லாப் பிரிவுகளும் உண்மைப் பிரிவுகளாகவே இருப்பதால் பிரிவு இடைவெளித் தூரம் = அப்பிரிவின் மேல் எல்லை — அதே பிரிவின் கீழ் எல்லை.

முதல் பிரிவின் மேல் எல்லை = 10

∴ முதல் பிரிவின் கீழ் எல்லை = 10 — 10 = 0

இப்பொழுது எல்லாப் பிரிவுகளுக்கும் பிரிவுக் குறிப்பெண்களைக் கணித்து முன்போல் கூட்டுச் சராசரியைக் கணக்கிடலாம்.

இரண்டு மையப் பிரிவுகள் உள்ளன அவற்றுள் அதிக அலை வெண்ணையுடைய மையப்பிரிவு இரண்டாவது பிரிவாகும்.
எனவே இரண்டாவது பிரிவின் பிரிவுக் குறிப்பெண = A
= 15
பிரிவு இடைவெளித் தூரம் = c
= 10

பிரிவுக் குறிப்பெண் x	அலைவெண் f	$\frac{x-A}{c} = d$	fd
5	8	—1	—8
15	9	0	0
25	7	1	7
35	5	2	10
மொத்தம்	29		9

$$\Sigma f = 29 \qquad \Sigma fd = 9$$

$$\therefore \bar{x} = A + \frac{\Sigma fd}{\Sigma f} \times c$$

$$= 15 + \frac{9}{29} \times 10$$

$$= 15 + 3.1$$

$$= 18.1$$

விடை : கூட்டுச்சராசரி = 18 1

(ii) கடைசிப் பிரிவில் மட்டும் திறந்த இடைவெளி:

கொடுக்கப்பட்டுள்ள அலைவெண் பரவலில் இறுதிப்பிரிவு மட்டும் திறந்த இடைவெளியாக இருக்கும்பொழுது கூட்டுச் சராசரியைக் கணித்தல்:

இறுதிப் பிரிவு திறந்த இடைவெளியாக இருந்தால், இறுதிப் பிரிவிற்கு முந்திய பிரிவின் இடைவெளித் தூரத்தை இறுதிப் பிரிவின் இடைவெளித் தூரமாகக் கொண்டு அதன் மேல்எல்லையைக் கண்டு பிடிக்க வேண்டும்.

கீழே மாதிரிக்கணக்கொன்று தரப்பட்டுள்ளது.

மாதிரிக் கணக்கு–14;

39 மாணவர்களின் மதிப்பெண்கள் தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவலாகக் கீழே தரப்பட்டுள்ளது. கூட்டுச் சராசரியைக் கணிக்கவும்.

மதிப்பெண்கள்	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை
30 40	5
40 - 50	9
50 - 60	11
60—70	12
70ற்கு மேல்	2

இறுதிப் பிரிவிற்கு முந்திய பிரிவின் இடைவெளித் தூரம் =10

∴இறுதிப்பிரிவின் இடைவெளித் தூரம்=10 எனக்கொள்கிறோம்.

இறுதிப் பிரிவின் கீழ் எல்லை = 70.

∴இறுதிப் பிரிவின் மேல் எல்லை = 70+10=80 ஆகும்.

மையப் பிரிவு மூன்றாவது பிரிவாகையால், அப்பிரிவுக் குறிப்-பெண் Aஆகும்.

∴ A= 55ஆகும்.

பிரிவு இடைவெளித் தூரம் =c.

=10

பிரிவுக் குறிப்பெண் x	அலைவெண் f	$\frac{x-A}{c} = d$	fd
35	5	—2	—10
45	9	—1	— 9
55	11	0	0
65	12	1	12
75	2	2	4
மொத்தம்	39		—3

$\sum f = 39 \quad \sum fd = -3$

$$\bar{x} = A + \frac{\sum fd}{\sum f} \times c$$

$$= 55 + \frac{-3}{39} \times 10$$

$$= 55 - \frac{30}{39}$$

$= 55 - .77$

$= 54.23$

விடை: கூட்டுச் சராசரி = 54.23

(iii) முதல் பிரிவு, இறுதிப்பிரிவு ஆகிய இரண்டிலும் திறந்த இடைவெளிகள்:

கொடுக்கப்பட்டுள்ள அலைவெண் பரவலின் முதல் பிரிவும் இறுதிப் பிரிவும் திறந்த இடைவெளிகளாக இருக்கும்பொழுது கூட்டுச் சராசரியைக் கணித்தல்.

இரண்டாவது பிரிவின் இடைவெளித் தூரத்தை முதல் பிரிவின் இடைவெளித் தூரமாகக் கொண்டு முதல் பிரிவின் கீழ் எல்லையைக் கண்டுபிடிக்க வேண்டும். இறுதிப் பிரிவிற்கு முந்திய பிரிவின் இடைவெளித் தூரத்தை இறுதிப் பிரிவின் இடைவெளித் தூரமாகக்கொண்டு இறுதிப் பிரிவின் மேல் எல்லையைக் கண்டுபிடிக்க வேண்டும். எடுத்துக்காட்டொன்று கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

மாதிரிக் கணக்கு : 15

கீழே தரப்பட்டுள்ள அலைவெண் பரவலின் கூட்டுச் சராசரியைக் கணக்கிடவும்.

ஊதியம் (ரூபாயில்)	வேலையாட்களின் எண்ணிக்கை
30ற்கு கீழ்	5
30—50	47
50—80	62
80—90	54
90க்கு மேல்	15

இரண்டாவது பிரிவின் இடைவெளித்தூரம் = 20

எனவே, முதல் பிரிவின் இடைவெளித்தூரம் 20 எனக் கொள்கிறோம்.

முதல் பிரிவின் மேல் எல்லை = 30

∴ முதல் பிரிவின் கீழ் எல்லை = 30 − 20 = 10

இறுதிக்பிரிவிற்கு முந்திய பிரிவின் இடைவெளித்தூரம் = 10

எனவே, இறுதிப்பிரிவின் இடைவெளித்தூரத்தை 10 எனக் கொள்கிறோம்.

இறுதிப் பிரிவின் கீழ் எல்லை = 90

∴ இறுதிப் பிரிவின் மேல் எல்லை = 100

இப்பொழுது எல்லாப் பிரிவுகளின் பிரிவுக் குறிப்பெண்களைக் கணிக்கலாம். மையப் பிரிவு மூன்றாவது பிரிவாகையால்

A = 65

வெவ்வேறு பிரிவுகள் வெவ்வேறு இடைவெளித் தூரங்களை-யுடையவையாக இருப்பதால், c-இன் மதிப்பை ஏதேனும் ஒரு எண்ணாக எடுத்துக் கொள்ளலாம்.

நாம் c = 5 எனக் கொள்வோம்.

பிரிவுக் குறிப்பெண் x	அலைவெண் f	$\frac{x-A}{c} = d$	fd
20	5	−9	−45
40	47	−5	−235
65	62	0	0
85	54	4	216
95	15	6	90
மொத்தம்	183		26

$\Sigma f = 183 \qquad \Sigma fd = 26$

$$\therefore \bar{x} = A + \frac{\Sigma fd}{\Sigma f} \times c$$

$$= 65 + \frac{26}{183} \times 5$$

$$= 65 + \frac{130}{183}$$

$$= 65 + .71$$

65.71

விடை : கூட்டுச் சராசரி = 65.71

(IV) கொடுத்துள்ள அலைவெண் பரவலில் விடப்பெற்றுள்ள (missing) அலைவெண்ணைக் கண்டுபிடித்தல் :

சில சமயங்களில் கொடுத்துள்ள அலைவெண் பரவலில் ஏதேனும் ஒரு பிரிவின் அலைவெண் தரப்பெறாமலிருக்கலாம்; அப் பரவலின் கூட்டுச் சராசரியைக் கொடுத்துத் தரப்பெறாத அலை வெண்ணைக் கணிக்கச் சொல்லிக் கேட்டிருக்கலாம். கொடுத்துள்ள பரவலின் கூட்டுச் சாரசரியின் மதிப்புத் தரப்பெற்று, ஏதேனும் ஒரு பிரிவின் அலைவெண் விடப்பெற்றிருக்கும் பொழுது விடப் பெற்ற அலைவெண்ணைக் கணிக்கும் முறையைக் கீழே விளக்கி. யுள்ளோம்.

(i) விடப்பெற்றுள்ள அலைவெண்ணை fo என்று குறிப்பிடு-வோம்

2. இப்போது முந்திய கணக்குகளில் செய்தது போலவே, Σxf பற்றும் Σf ஆகியவற்றின் மதிப்புக்களைப் பெறவேண்டும். Σxf மற்றும் Σf ஆகியவற்றில் ஒவ்வொன்றின் மதிப்பிலும் fo இருக்கும்.

3. $\bar{x} = \dfrac{\Sigma xf}{\Sigma f}$

$\therefore \bar{x} \times \Sigma f = \Sigma xf$

எனவே $\bar{x} \times \Sigma f = \Sigma xf$ என்னும் சமன்பாட்டைப் பயன் படுத்தி fo இன் மதிப்பைப் பெறலாம் இதில் $\bar{x}$ என்பது கொடுத் துள்ள கூட்டுச் சராசரி மதிப்பாகும்.

மாதிரிக் கணக்கொன்று கீழே தந்துள்ளோம்.

மாதிரிக் கணக்கு 16 :

கீழே தந்துள்ள அலைவெண் பரவலின் கூட்டுச்சராசரி 33 ஆகும். ஐந்தாவது பிரிவின் அலைவெண் விடப்பெற்றுள்ளது. விடப் பெற்றுள்ள அலைவெண்ணைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

பிரிவு	அலைவெண்
0—10	5
10—20	10
20—30	25
30—40	30
40—50	?
50—60	10

ஐந்தாவது பிரிவின் அலைவெண்ணாகிய விடப்பெற்றுள்ள அலைவெண்ணை f_0 என்று குறிப்பிடுவோம். இப்பொழுது Σxf மற்றும் Σf ஆகியவற்றின் மதிப்புக்களைக் கீழ்க்காணும் அட்டவணையிலிருந்து பெறலாம்.

பிரிவுக் குறிப்பெண் x	அலைவெண் f	xf
5	5	25
15	10	150
25	25	625
35	30	1050
45	f_0	$45f_0$
55	10	550
மொத்தம்	$80 + f_0$	$2400 + 45f_0$

$\sum xf = 2400 + 45 f_0$

$\sum f = 80 + f_0$

கூட்டுச் சராசரியின் மதிப்பு 33 என்று தரப்பெற்றுள்ளது.

$\therefore \bar{x} = 33$

$\therefore f_0$ இன் மதிப்பை $\bar{x} \times \sum f = \sum xf$ என்ற சமன்பாட்டிலிருந்து கீழ்க்கண்டவாறு பெறலாம்.

$$\bar{x} \times \sum f = \sum xf$$
$$33 \times (80 + f_0) = 2400 + 45f_0$$
$$2640 + 33f_0 = 2400 + 45f_0$$
$$33f_0 - 45f_0 = 2400 - 2640$$
$$-12f_0 = -240$$
$$\therefore f_0 = \frac{-240}{-12}$$
$$= 20$$

விடை : விடுபட்டுள்ள அலைவெண் = 20

மாதிரிக் கணக்கு 17 :

கீழே தந்துள்ள அலைவெண் பரவலின் கூட்டுச் சராசரி 41 ஆகும். அப்பரவலில் விடுபட்டுள்ள அலைவெண்ணைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

பிரிவுக் குறிப்பெண்	அலைவெண்
20	8
30	?
40	20
50	10
60	6
70	4

மேலே தந்துள்ள அலைவெண் பரவலின் கூட்டுச் சராசரி 41 என்று தரப்பெற்றுள்ளது.

$\therefore \bar{x} = 41$

விடப்பெற்றுள்ள அலைவெண்ணை f_0 என்று குறிப்பிடுவோம். Σf மற்றும் Σxf ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் கீழ்க்காணும் அட்டவணையிலிருந்து பெறலாம்.

பிரிவுக் குறிப்பெண் x	அலைவெண் f	xf
20	8	160
30	f_0	$30f_0$
40	20	800
50	10	500
60	6	360
70	4	280
மொத்தம்	$48 + f_0$	$2100 + 30f_0$

$\Sigma f = 48 + f_0 \qquad \Sigma xf = 2100 + 30f_0$

$\bar{x} \times \Sigma f = \Sigma xf$

$\therefore 41 \times (48 + f_0) = 2100 + 30f_0$

$1968 + 41f_0 = 2100 + 30f_0$

$41f_0 - 30f_0 = 2100 - 1968$

$11f_0 = 132$

$$\therefore f_0 = \frac{132}{11} = 12$$

விடை : விடப்பெற்றுள்ள அலைவெண் = 12

(V) கொடுக்கப் பெற்றுள்ள அலைவெண் பரவலில் இடையிலுள்ள பிரிவில் ஒரு பிரிவு விடப்பெற்றிருக்கும் பொழுது கூட்டுச் சராசரியைக் கணித்தல்

சில சமயங்களில் கொடுக்கப்பெற்றுள்ள அலைவெண் பரவலில் இடையிலுள்ள ஏதேனும் ஒரு பிரிவு இடைவெளி தரப் பெறாமலிருக்கலாம். எடுத்துக்காட்டாகக் கீழே ஒரு அலைவெண் பரவல் தந்துள்ளோம்.

மாதிரிக் கணக்கு 18 :

மதிப்பெண்	0-10	10-20	20-30	30-40	50-60	60-70	70-80
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	2	18	30	45	20	6	3

இந்த அலைவெண் பரவலில் 40-50 என்ற பிரிவு இடைவெளி தரப்பெறவில்லை அல்லது 40-50 என்ற பிரிவு விடப் பெற்றுள்ளது.

கொடுக்கப் பெற்றுள்ள பரவலில் ஒரு குறிப்பிட்ட பிரிவு விடப் பெற்றிருந்தால், அப்பிரிவின் அலைவெண் பூச்சியம் என்பது பொருளாகும். நம்முடைய எடுத்துக்காட்டில், 40-50 என்ற பிரிவின் அலைவெண் பூச்சியமாகும். அதாவது, ஒரு மாணவன் கூட 40-க்கும் 50-க்கும் இடைப்பட்ட மதிப்பெண்ணைப் பெறவில்லை என்பது பொருள்.

கூட்டுச் சராசரியைக் கணிக்கும் பொழுது, விடப்பெற்றுள்ள பிரிவை நாம் கணக்கில் கொள்ள வேண்டியதில்லை. விடப்பெற்றுள்ள பிரிவின் அலைவெண் பூஜ்யமாகையால், விடப்பெற்றுள்ள பிரிவை கணக்கில் கொள்ளாமல விட்டுவிடுவதால் Σf, Σxf ஆகியவற்றின் மதிப்புக்கள் பாதிக்கப் பெறமாட்டா. எனவே, கொடுத்துள்ளபிரிவுகளை மட்டும் கணக்கில் கொண்டு எப்பொழுதும் போல் கூட்டுச் சராசரியைக் கணக்கிடலாம்.

நம்முடைய எடுத்துக்காட்டில் தந்துள்ள அலைவெண் பரவலுக்கு கீழ்க்கண்டவாறு கூட்டுச் சராசரியைப் பெறலாம்.

A = 35 எனக்கொள்வோம்.

c = 10

மைய மதிப்பு x	f	$d = \frac{x-A}{c}$	fd
5	2	—3	—6
15	18	—2	—36
25	30	—1	—30
35	45	0	0
55	20	2	40
65	6	3	18
75	3	4	12
மொத்தம்	124		—2

$\Sigma f = 124 \quad \Sigma fd = -2$

$$\bar{x} = A + \frac{\Sigma fd}{\Sigma f} \times c$$

$$= 35 + \frac{-2}{124} \times 10$$

$$= 35 - \frac{5}{31}$$

$$= 35 - .16$$

$$= 34.84$$

விடை : கூட்டுச்சராசரி 34.84

மாதிரிக் கணக்கு : 19

1000 ஊழியர் உள்ள நிறுவனத்தில் கூட்டுச் சராசரி சம்பளம் ரூ. 180.40 சம்பளம் கொடுத்தபின், இரண்டு ஊழியரின் சம்பளம் ரூ. 297, ரூ. 165 என்று தவறாகப் பதிந்தது தெரிந்தது. இவர்களின் சரியான சம்பளம் ரூ. 197, ரூ. 185 எனில் சரியான கூட்டுச் சராசரியைக் கணக்கிடுக.

விடை :

கூட்டுச் சராசரிச் சம்பளம்

$$= \frac{\text{எல்லா ஊழியர்களுக்கும் கொடுத்த மொத்தச் சம்பளம்}}{\text{ஊழியர்களின் எண்ணிக்கை}}$$

கூட்டுச் சராசரிச் சம்பளம் = ரூ. 180.40 என்றும், ஊழியர்களின் எண்ணிக்கை = 1000 என்றும் தரப்பெற்றுள்ளது.

$$\therefore \text{ரூ. } 180.40 = \frac{\text{எல்லா ஊழியர்களுக்கும் கொடுத்த மொத்தச் சம்பளம்}}{1000}$$

அதாவது, மொத்தச் சம்பளம் கொடுத்தது = ரூ. 180.40 × 1000
= ரூ. 180400

இந்த மொத்தச் சம்பளம் தவறாகப் பதிந்த இரண்டு ஊழியர்களின் சம்பளத்தை உளடக்கியுள்ளது. இந்த மொத்தச் சம்பளத்திலிருந்து தவறாகப் பதிந்த இரு சம்பளங்களைக் கழித்துவிட்டு, கழித்து வரும் மீதியுடன் சரியான சம்பளங்களைக் கூட்டினால் நமக்குச் சரியான மொத்தச் சம்பளம் கிடைக்கும்.

தவறாகப் பதிந்த சம்பளங்கள் ரூ. 297, ரூ. 165 ஆகியவையாகும்.

சரியான சம்பளங்கள் முறையே, ரூ. 197. ரூ. 185 ஆகும்.

$\therefore$ சரியான மொத்தச் சம்பளம் = ரூ. (180400—297—165+197 +185)

= ரூ. 180320

$$\text{சரியான கூட்டுச்சராசரி} = \text{ரூ. } \frac{180320}{1000}$$

= ரூ. 180.32

கூட்டுச்சராசரியின் தன்மைகள் (Properties of Arithmetic Mean)

(1) கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களுக்கும் அவற்றின் கூட்டுச் சராசரிக்கும் உள்ள வேறுபாடுகளைக் கூட்டினால் கிடைக்கும் மதிப்பு பூஜியமாகும். கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களில் ஒன்று x என்றால், $\Sigma (x-\bar{x}) = 0$. இதில் $\bar{x}$ என்பது கூட்டுச் சராசரியைக் குறிக்கும். சில எண்கள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

17, 16, 15, 18, 19.

இவற்றின் கூட்டுச் சராசரி $= \frac{17 + 16 + 15 + 18 + 19}{5}$

$= \frac{85}{5}$

$= 17.$

கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களுக்கும் கூட்டுச் சராசரிக்கும் உள்ள வேறுபாடுகளின் கூட்டுத் தொகை $= (17 - 17) + (16 - 17) + (15 - 17) + (18 - 17) + (19 - 17)$

$= 0 - 1 - 2 + 1 + 2$

$= -3 + 3$

$= 0$

அதாவது, $\Sigma (x - \bar{x}) = 0$

(2) ஏதேனும் n_1 இனங்களின் கூட்டுச் சராசரி $\bar{x}_1$ என்றும் n_2 இனங்களின் கூட்டுச் சராசரி $\bar{x}_2$ என்றும் கொடுக்கப்பட்டிருப்பதாகக் கொள்வோம்.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள n_1 இனங்களையும் n_2 இனங்களையும் சேர்த்து $(n_1 + n_2)$ இனங்களின் கூட்டுச் சராசரியைக் கீழ்க்கண்ட சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கணிக்கலாம்.

$$\bar{x} = \frac{n_1 \bar{x}_1 + n_2 \bar{x}_2}{n_1 + n_2}$$

மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ள சூத்திரத்தில்,

n_1 என்பது முதல் தொகுதியிலுள்ள இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை ஆகும்.

n_2 என்பது இரண்டாவது தொகுதியிலுள்ள இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை ஆகும்.

$\bar{x}_1$ என்பது n_1 இனங்களையுடைய தொகுதியின் கூட்டுச் சராசரி ஆகும்.

$\bar{x}_2$ என்பது n_2 இனங்களையுடைய தொகுதியின் கூட்டுச் சராசரி ஆகும்.

$\bar{X}$ என்பது n_1 இனங்களையும் n_2 இனங்களையும் சேர்த்த $(n_1 + n_2)$ இனங்களையுடைய தொகுதியின் கூட்டுச் சராசரியைக் குறிக்கிறது.

இரண்டுக்கு மேற்பட்ட தனித்தனித் தொகுதிகளின் கூட்டுச் சராசரிகள் கொடுக்கப் பெற்றிருந்தால், இத்தொகுதிகளின் கூட்டு மொத்தத்திற்குரிய கூட்டுச் சராசரியை மேலே விளக்கியவாறே கணிக்கலாம். எடுத்துக்காட்டாக, மூன்று தனித்தனித் தொகுதிகளின் (n_1, n_2, n_3) இனங்களின் கூட்டுச் சராசரிகள் $(\bar{X}_1, \bar{X}_2, \bar{X}_3$ ஆகியவை) கொடுக்கப் பெற்றிருந்தால் இம் மூன்று தொகுதிகளின் கூட்டு மொத்தத்திற்குரிய கூட்டுச் சராசரியைக் கீழ்க்காணும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கணிக்கலாம்.

$$\bar{X} = \frac{n_1 \bar{X}_1 + n_2 \bar{X}_2 + n_3 \bar{X}_3}{n_1 + n_2 + n_3}$$

'r' தொகுதிகளின் (கொடுக்கப்பட்டுள்ள தொகுதிகளின் எண்ணிக்கையை 'r' என்ற எழுத்தால் குறிப்பிடுகிறோம்) கூட்டுச் சராசரிகள் தனித்தனியே கொடுக்கப்பெற்றிருந்தால், r தொகுதிகளில் எல்லாவற்றையும் சேர்த்த தொகுதியின் கூட்டுச் சராசரியைக் கீழ்க்காணும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கணிக்கலாம்.

$$\bar{X} = \frac{n_1 \bar{X}_1 + n_2 \bar{X}_2 + \ldots + n_r \bar{X}_r}{n_1 + n_2 \ldots\ldots + n_r}$$

மாதிரிக் கணக்கு: 20

ஒரு வகுப்பிலுள்ள 60 மாணவர்களை 10 மாணவர்கள், 25 மாணவர்கள், 20மாணவர்கள் மற்றும் 5 மாணவர்கள் கொண்ட நான்கு பிரிவுகளாகப் பிரித்துள்ளோம். ஒவ்வொரு பிரிவிலும் உள்ள மாணவர்கள் பெற்றுள்ள மதிப்பெண்களின் கூட்டுச் சராசரிகள் தனித்தனியே கீழே தரப்பட்டுள்ளன. அவையாவன 45, 60, 58, 50. இவற்றிலிருந்து வகுப்பிலுள்ள மொத்த மாணவர்களின் கூட்டுச் சராசரியைக் கணிக்கவும்.

n_1 = முதல் பிரிவிலுள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கை
= 10

$\bar{x}_1$ = முதல் பிரிவு மாணவர்களுடைய மதிப்பெண்களின் கூட்டுச் சராசரி

= 45

n_2 = இரண்டாவது பிரிவிலுள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கை

= 25

$\bar{x}_2$ = இரண்டாவது பிரிவு மாணவர்களுடைய மதிப்பெண்களின் கூட்டுச் சராசரி

= 60

இதேபோல்,

$n_3 = 20$

$\bar{x}_3 = 58$

$n_4 = 5$

$\bar{x}_4 = 50$

∴ வகுப்பிலுள்ள மொத்த மாணவர்கள் பெற்றுள்ள மதிப்பெண்களின் கூட்டுச் சராசரி

$$\bar{x} = \frac{n_1\bar{x}_1 + n_2\bar{x}_2 + n_3\bar{x}_3 + n_4\bar{x}_4}{n_1 + n_2 + n_3 + n_4}$$

$$= \frac{(10 \times 45) + (25 \times 60) + (20 \times 58) + (5 \times 50)}{10 + 25 + 20 + 5}$$

$$= \frac{450 + 1500 + 1160 + 250}{60}$$

$$= \frac{3360}{60}$$

$$= 56.$$

விடை : கூட்டுச் சராசரி = 56.

நாம் மேலே விளக்கியுள்ள கூட்டுச்சராசரியைக் கணிப்பதற்குப் பயன்படும் சூத்திரங்கள்:

முறை	ஒழுங்குபடுத்தப் பெறாத விபரங்கள்	தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் பரவல்	தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவல்
நேரடி முறை	$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$	$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f}$	$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f}$
சுருக்கு முறை	$\bar{x} = A + \frac{\sum d}{n}$	$\bar{x} = A + \frac{\sum fd}{\sum f}$	$\bar{x} = A + \frac{\sum fd}{\sum f} \times c$

II. இரண்டு தனித்த தொகுதி கூட்டுச் சராசரியிலிருந்து இத்தொகுதிகளின் கூட்டு மொத்தத்திற்குரிய கூட்டுச் சராசரியைக் கணிக்கப் பயன்படும் சூத்திரம். $\bar{x} = \frac{n_1\bar{x}_1 + n_2\bar{x}_2}{n_1 + n_2}$

குறிப்பு: தேர்வில் கூட்டுச் சராசரியைக் கணிக்கச் சொல்லி கணக்குக் கொடுத்திருந்தால் கணக்கை செய்யுமுன்பு மாணவர்கள் கீழ்க்காணும் விஷயங்களைத் தெளிவுறுத்திக் கொள்ளவேண்டும்.

1. கொடுக்கப்பட்டுள்ள புள்ளி விவரங்கள் (a) ஒழுங்குபடுத்தப்படாத விவரங்களா அல்லது (b) தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் பரவல்களா அல்லது (c) தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவல்களா என்பது குறித்து உறுதி செய்துகொள்ள வேண்டும்.

2. தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவல் கொடுக்கப் பெற்றிருந்தால் அது சம இடைவெளி உள்ளதா அல்லது சமமற்ற இடைவெளி உள்ளதா என்பது குறித்து உறுதி செய்து கொள்ளவேண்டும்.

3. மேலும், தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவல் கொடுக்கப் பெற்றிருந்தால், அதில் திறந்த இடைவெளி உண்டா அல்லது இல்லையா என்று உறுதி செய்து கொள்ளவேண்டும். திறந்த

இடைவெளி உள்ளது என்று கண்டு கொண்டால், அது முதல் பிரிவில் உள்ளதா அல்லது இறுதிப் பிரிவில் உள்ளதா அல்லது முதல், இறுதி ஆகிய இரு பிரிவுகளிலும் உள்ளதா என்பது குறித்து உறுதி செய்து கொள்ளவேண்டும்.

4. கூட்டுச் சராசரியைக் கணிப்பதற்குப் பிரிவு எல்லைகளைப் பயன்படுத்துவதில்லை; பிரிவுக் குறிப்பெண்களை மட்டுமே பயன்படுத்துகிறோம். எனவே, கூட்டுச் சராசரியைக் கணிக்கும் பொழுது, பிரிவு எல்லைகள் கணக்கில் எப்படித் தரப்பட்டுள்ளனவோ அப்படியே அவற்றை மாணவர்கள் எடுத்துக்கொள்ள வேண்டும்; பிரிவு எல்லைகள் உண்மைப் பிரிவு எல்லைகளாக இல்லாவிட்டால் அவற்றை உண்மைப் பிரிவு எல்லைகளாக மாற்ற வேண்டிய அவசியமில்லை.

5. மாணவர்கள் கணக்குகளைச் செய்யும்பொழுது நாம் பாடத்தில் தந்துள்ளது போன்று எல்லா விளக்கங்களையும் தரவேண்டுமென்பதில்லை நீவிர் பயன்படுத்தப்போகும் சூத்திரத்தை முதலாவதாகத் தரவேண்டும். சுருக்கு முறையைப் பயன்படுத்தினால் நீவிர் தேர்ந்தெடுத்துள்ள A–ன் மதிப்பைத் தரவும். பின்பு ஒவ்வொரு கணக்கைச் செய்யும்பொழுது நாம் தந்துள்ள அட்டவணையைத் தரவும். அதன் பின்பு மீதியுள்ள எல்லாக் கணிப்புக்களையும் (remaining calculation) விடையையும் தரவும்.

6. திறந்த இடைவெளிகள் தரப்பெற்றிருந்தால், முதல் மற்றும் இறுதிப் பிரிவுகளின் முறையே கீழ் எல்லை,மேல்எல்லையைப் பெறும் முறையை அட்டவணையைத் தருமுன்பாகத் தருதல் அவசியம்.

7. பல்கலைக் கழக வினாத்தாளில், கூட்டுச் சராசரியை, நேரடி முறையில் கணிக்கவும் என்றோ சுருக்கு முறையில் கணிக்கவும் என்றோ தரப்பெற்றிருக்காது. எனவே, மாணவர்கள் நேரடிமுறை, சுருக்கு முறை ஆகியவற்றில ஏதாவது ஒரு முறையைப் பயன்படுத்திக் கூட்டுச் சராசரியைக் கணிக்கலாம். இரண்டு முறையிலும் கணிக்க வேண்டிய அவசியமில்லை. ஆனால் எந்த முறையைப் பயன்படுத்தினாலும் வரக்கூடிய விடை ஒன்றாகவே இருக்கவேண்டும்; விடையில் மாற்றம் எதுவும் இருத்தல் கூடாது.

2

இடைநிலை

(Median)

கூட்டுச் சராசரிக்கு அடுத்த படியார்க புள்ளியியலில் பெரும் பாலும் பயன்படுத்தப்பெற்று வரும் சராசரி இடைநிலையாகும்.

இலக்கணம்:

கொடுக்கப் பட்டுள்ள இனங்களை ஏறுவரிசையிலோ இறங்கு வரிசையிலோ வரிசைப் படுத்தியபின்பு, அவ்வரிசையில் மையமாக அமைந்துள்ள இனத்தின் மதிப்பே இடைநிலையாகும்.

இடைநிலையின் தன்மைகள்:

கொடுக்கப் பட்டுள்ள இனங்களைக் கீழே நாம் தந்துள்ள தன்மைகளை உடைய இரண்டு பிரிவுகளாக இடைநிலையானது பிரிக்கின்றது.

(i) ஒவ்வொரு பிரிவிலும் உள்ள இனங்களின் எண்ணிக்கை சமமாக இருக்கும்.

(ii) ஒரு பிரிவில் உள்ள எல்லா இனங்களின் மதிப்புகள் இடைநிலையின் மதிப்பைவிட அதிகமாக இருக்கும். மற்றொரு பிரிவில் உள்ள எல்லா இனங்களின் மதிப்புகள் இடைநிலையின் மதிப்பைவிடக் குறைவாக இருக்கும்.

ஒழுங்குபடுத்தப் படாத விவரங்களிலிருந்து இடைநிலையைக் கணித்தல்:

5 மாணவர்களின் நிறைகள் (பௌண்டுகளில்) கீழே தரப்–பட்டுள்ளன.

70, 85, 65, 100, 90.

இடைநிலையின் மதிப்பைக் காண, கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களை முதலில் ஏறுவரிசையிலோ அல்லது இறங்குவரிசையிலோ வரிசைப்படுத்த வேண்டும்.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களை நாம் கீழே ஏறுவரிசையில் வரிசைப் படுத்தியுள்ளோம்.

65, 70, 85, 90, 100.

மையமாக அமைந்துள்ள இனம் மூன்றாவது இனமாகும். மூன்றாவது இனத்தின் மதிப்பு =85.

∴ இடைநிலையின் மதிப்பு = 85.

85— ஆனது கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களை இரண்டு பிரிவு-களாகப் பிரிக்கிறது

ஒரு பிரிவு 65, 70 ஆகிய இரண்டு எண்களையுடையது; மற்றொரு பிரிவு 90, 100 ஆகிய இரண்டு எண்களையுடையது; ஒரு பிரிவிலுள்ள 65, 70 ஆகிய எண்கள் 85 ஐ விடக்குறைந்த மதிப்புடையவை; மற்றொரு பிரிவிலுள்ள 90, 100 ஆகிய எண்கள் 85 -ஐவிட அதிக மதிப்பு உடையவை; எனவே 85க்கு இடைநிலைக்கு உரிய தன்மைகள் உள்ளன.

ஒரு தேர்வில் 6 மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்கள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

75, 60, 55, 80, 45, 70.

இவற்றின் இடைநிலையைக் காணுவதற்கு முதலில் இவ்வெண்களை ஏறுவரிசையில் எழுதிக் கொள்ள வேண்டும்.

45, 55, 60, 70, 75, 80

கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களின் எண்ணிக்கை 6 ஆதலால் மூன்றாவதுஇனம் நான்காவது இனம் ஆகிய இரண்டு இனங்களுமே மையமாக அமைந்துள்ளன.

மூன்றாவது இனத்தின் மதிப்பு =60

நான்காவது இனத்தின் மதிப்பு =70

60-க்கும் 70-க்கும் இடையில் ஏதேனும் ஒரு எண்ணை எடுத்துக்கொண்டால் அந்த எண்ணானது மேலே நாம் கூறியுள்ள இடைநிலைக்கு உரிய இரண்டு தன்மைகளையும் உடையதாக

உள்ளது. எடுத்துக்காட்டாக, 60க்கும் 70-க்கும் இடையில் 61 என்ற எண்ணை எடுத்துக் கொள்வோம்.

61 - ஆனது கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களை இரண்டு பிரிவுகளாகப் பிரிக்கிறது.

ஒரு பிரிவு 45, 55, 60 ஆகிய மூன்று எண்களை உடையது; அடுத்தப் பிரிவு 70, 75, 80 ஆகிய மூன்று எண்களை உடையது

ஒரு பிரிவிலுள்ள 45, 55, 60 ஆகிய மூன்று எண்களும் 61-ஐ விடக் குறைந்த மதிப்புடையவை; அடுத்த பிரிவிலுள்ள 70, 75, 80 ஆகிய மூன்று எண்களும் 61 -ஐ விட அதிக மதிப்புடையவை.

எனவே, 61-ஐ நாம் கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களின் இடை நிலையாக எடுத்துக் கொள்ளலாம் இதேபோல 60க்கும் 70க்கும் இடையிலுள்ள வேறு எந்த எண்ணையும் இடைநிலையாகக் கொள்ளலாம்.

ஆனால், கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்கள் இரண்டு இனங்களை மையமாகக் கொண்டிருந்தால், அந்த இரண்டு மையஇனங்களுக்கும் மத்தியில் அமைந்துள்ள மதிப்பை இடைநிலையாகக் கொள்வது வழக்கமாகும்.

நம்முடைய எடுத்துக்காட்டில், 60-க்கும் 70-க்கும் மத்தியில் அமைந்துள்ள மதிப்பை இடைநிலையாகக் கொள்ள வேண்டும். 60-க்கும், 70-க்கும் மத்தியில் அமைந்துள்ள

$$\text{மதிப்பு} = \frac{60 + 70}{2}$$

$$= \frac{130}{2}$$

$$= 65$$

எனவே, இடைநிலையைக் கண்டுபிடிப்பதற்குக் கீழே தரப்பட்டுள்ள முறையைப் பின்பற்றுகிறோம்.

முதலில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களை ஏறுவரிசையிலோ அல்லது இறங்கு வரிசையிலோ வரிசைப்படுத்தவேண்டும்.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களின் எண்ணிக்கையை 'n' என்று குறிப்பிடுகின்றோம். $\left\{\frac{n+1}{2}\right\}$ — ஆவது இனத்தின் மதிப்பை இடைநிலையின் மதிப்பாகக் கொள்கிறோம்.

எடுத்துக்காட்டாக, கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களின் எண்ணிக்கை 7 என்றால்,

$$\text{இடைநிலையின் மதிப்பு} = \left(\frac{7+1}{2}\right) \text{- வது இனத்தின் மதிப்பு}$$

$$= \left\{\frac{8}{2}\right\} \text{- வது இனத்தின் மதிப்பு}$$

$$= 4 \text{ - வது இனத்தின் மதிப்பு}$$

மாறாக, கொடுக்கப்பட்ட இனங்களின் எண்ணிக்கை 8 என்றால்

$$\text{இடைநிலையின் மதிப்பு} = \left\{\frac{8+1}{2}\right\} \text{-வது இனத்தின் மதிப்பு}$$

$$= \left\{\frac{9}{2}\right\} \text{-வது இனத்தின் மதிப்பு}$$

$$= 4.5 \text{ - வது இனத்தின் மதிப்பு}$$

$$= \frac{4\text{-வது இனத்தின் மதிப்பு} + 5\text{-வது இனத்தின் மதிப்பு}}{2}$$

இனங்களின் மதிப்புகள் எந்த அலகில் தரப்பட்டுள்ளனவோ அந்த அலகிலேயே இடைநிலையையும் தருதல் அவசியம். எடுத்துக்காட்டாக, சில நபர்களின் நிறைகள் பௌண்டுகளில் தரப்பட்டிருப்பதாகக் கொள்வோம். இந்த நபர்களின் நிறைகளுக்கு நாம் கணிக்கும் இடைநிலை நிறையின் மதிப்பையும் பௌண்டுகளிலேயே தருதல் வேண்டும்.

மாதிரிக்கணக்கு 1 :

ஒரு நிறுவனத்தில் வேலை பார்க்கும் 11 பேர்களின் ஊதியங்கள் (ரூபாயில்) கீழே தரப்பட்டுள்ளன இடைநிலையின் மதிப்பைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

50 75 60 55 52 68 72 57 53 64 69.

மேலே தரப்பட்டுள்ள எண்களைக் கீழ்க்கண்டவாறு ஏறு வரிசையில் எழுதுகிறோம்.

50 52 53 55 57 60 64 68 69 72 75.

n = இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை

= 11

$$\therefore \text{இடைநிலை} = \frac{11+1}{2} \text{ வது இனத்தின் மதிப்பு}$$

$$= \frac{12}{2} \text{ வது இனத்தின் மதிப்பு}$$

= 6-வது இனத்தின் மதிப்பு

= ரூ. 60

விடை : இடைநிலை = ரூ. 60

மாதிரிக் கணக்கு 2 :

10 மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்கள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன. இடைநிலையைக் கணிக்கவும்.

93, 78, 85, 90, 60, 30, 45, 50, 70, 49.

மேலே தரப்பட்டுள்ள மதிப்பெண்களைக் கீழ்க்கண்டவாறு ஏறுவரிசையில் எழுதலாம்.

30, 45, 49, 50, 60, 70, 78, 85, 90, 93.

n = இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை

= 10

$$\therefore \text{இடைநிலை} = \left\{\frac{10+1}{2}\right\} \text{-வது இனத்தின் மதிப்பு} = \left\{\frac{11}{2}\right\}$$

– வது இனத்தின் மதிப்பு

= 5.5 – வது இனத்தின் மதிப்பு

$$= \frac{\text{5-வது இனத்தின் மதிப்பு} + \text{6-வது இனத்தின் மதிப்பு}}{2}$$

$$= \frac{60+70}{2}$$

விடை : இடைநிலை = 65.

மாதிரிக் கணக்கு -3 :

8 குடும்பங்களின் மாத வருமானங்கள் (ரூபாய்களில்) கீழே தரப்பட்டுள்ளன. இடைநிலையைக் கணக்கிடவும்.

குடும்பம்	வருமானம் ரூபாய்களில்
A	30
B	70
C	10
D	75
E	500
F	8
G	42
H	250

கொடுக்கப்பட்டுள்ள வருமானங்களை முதலில் ஏறுவரிசையில் கீழ்க்கண்டவாறு எழுதவேண்டும்.

8, 10, 30, 42, 70, 75, 250, 500.

n = இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை

= 8

∴ இடைநிலை வருமானம்

$$= \left\{ \frac{8+1}{2} \right\} \text{- வது இனத்தின் மதிப்பு}$$

$$= \left\{ \frac{9}{2} \right\} \text{- வது இனத்தின் மதிப்பு}$$

= 4.5 - வது இனத்தின் மதிப்பு

$$= \frac{[4 \text{ -வது இனத்தின் மதிப்பு}] + [5 \text{-வது இனத்தின் மதிப்பு}]}{2}$$

$$= \text{ரூ } \frac{42 + 70}{2}$$

$$= \text{ரூ } \frac{112}{2}$$

$$= \text{ரூ. } 56$$

விடை : இடைநிலை வகுமானம் = ரூ. 56.

தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் பரவலிலிருந்து இடைநிலையைக் கணித்தல் :

தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் பரவலொன்று கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

இனத்தின் மதிப்பு	அலைவெண்
55	8
58	10
59	7
62	4
மொத்தம்	29

இடைநிலையைக் கணிப்பதற்கு முதற்படியாக நாம் அலைவெண்களின் மொத்தத்தைக் கணிக்க வேண்டும். அலைவெண்களின் மொத்தத்தை நாம் N என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

நம்முடைய எடுத்துக்காட்டில் அலைவெண்களின் மொத்தம் 29 ஆகும். இதை நாம் N என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

$\therefore N = 29$

அடுத்து இடைநிலையைக் கீழ்க்காணும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கணிக்கிறோம்.

இடைநிலை = $\left\{ \frac{N + 1}{2} \right\}$ — ஆவது இனத்தின் மதிப்பு

நம்முடைய எடுத்துக்காட்டில் 1.

$$\text{இடை நிலை} = \left\{ \frac{29+1}{2} \right\} \text{— ஆவது இனத்தின் மதிப்பு}$$

$$= 15 \text{ ஆவது இனத்தின் மதிப்பு}$$

$\left\{ \frac{N+1}{2} \right\}$ — ஆவது இனத்தின் மதிப்பை அறிவதற்காக நாம் கொடுக்கப்பட்டுள்ள அலைவெண்கட்குக் குவிவு அலைவெண்களைக் கணிக்க வேண்டும். குவிவு அலைவெண்களைக் கணிக்கும் முறை வருமாறு :

ஒவ்வொரு அலைவெண்ணோடும் அதற்கு முந்திய அலைவெண்களைக் கூட்டினால் நாம் குவிவு அலைவெண்களைப் பெற முடியும். முதலிலுள்ள அலைவெண்ணுக்கு முந்திய அலைவெண் எதுவுமில்லாததால், முதல் அலைவெண்ணை அப்படியே எடுத்துக் கொள்கிறோம். இரண்டாவது அலைவெண்ணோடு முதலாவது அலைவெண்ணைக் கூட்டிக் கொள்கிறோம். மூன்றாவது அலைவெண்ணோடு முதலாவதாக உள்ள இரண்டு அலைவெண்களையும் கூட்டிக்கொள்கிறோம். இவ்வாறாக ஒவ்வொரு அலைவெண்ணோடும் அதற்கு முந்தியுள்ள அலைவெண்களையெல்லாம் கூட்டிக் கொள்கிறோம்.

நம்முடைய எடுத்துக்காட்டில் முதல் அலைவெண் 8 ஆகும் இதை நாம் இப்படியே எடுத்துக்கொள்கிறோம். அதாவது, முதல் குவிவு அலைவெண் 8 ஆகும்.

இரண்டாவது அலைவெண் 10 ஆகும். இதோடு இதற்கு முந்திய அலைவெண்ணாகிய 8 ஐக் கூட்டுகிறோம். கூட்டிப் பெறும் 18 இரண்டாவது குவிவு அலைவெண்ணாகும்.

மூன்றாவது அலைவெண் 7 ஆகும். இதோடு இதற்கு முந்தியுள்ள இரு அலைவெண்களாகிய 8 - ஐயும் 10ஐயும் கூட்டுகிறோம். கூட்டிப் பெறும் 25 மூன்றாவது குவிவு அலைவெண்ணாகும்.

நான்காவது அலைவெண் 4ஆகும். இதோடு இதற்கு முந்தியுள்ள மூன்று அலைவெண்களாகிய 8, 10, 7 ஆகியவற்றைக் கூட்டுகிறோம். கூட்டிப் பெறும் 29 நான்காவது குவிவு அலைவெண்ணாகும்.

நாம் பெற்றுள்ள குவிவு அலைவெண்களைக் கீழே அட்டவணையில் காட்டியுள்ளோம்.

இனத்தின் மதிப்பு	குவிவு அலைவெண்
55	8
58	18
59	25
62	29

இந்த அட்டவணையிலிருந்து நாம் கீழ்க்காணும் விஷயத்தைப் பெற முடிகின்றது:

மேலேயுள்ள அட்டவணையில் முதல் 8இனங்கள் ஒவ்வொன்றின் மதிப்பும் 55ஆகும். 8ஆவது இனத்திற்கப்பால் 18-ஆவது இனம் முடிய உள்ள இனங்கள் ஒவ்வொன்றின் மதிப்பும் 58ஆகும். 18-ஆவது இனத்திற்கப்பால் 25ஆவது இனம் முடிய உள்ள இனங்கள் ஒவ்வொன்றின் மதிப்பும் 59 ஆகும். 25 ஆவது இனத்திற்கப்பால் 29-ஆவது இனம் முடிய உள்ள இனங்கள் ஒவ்வொன்றின் மதிப்பும் 62ஆகும்.

இந்த விஷயத்தைப் பயன்படுத்தி நாம் 15-ஆவது இனத்தின் மதிப்பைக் கண்டு கொள்ள முடியும். 15-ஆவது இனமானது 8-ஆவது இனத்திற்கப்பாலும் 18-ஆவது இனத்திற்கு முன்பாகவும் உள்ளது. எனவே, 15-ஆவது இனத்தின் மதிப்பு 58 ஆகும்,

∴ இடைநிலை = 58

தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் பரவல் தரப்பட்டிருக்கும் போது இடைநிலையை எவ்வாறு கணிக்க வேண்டும் என்பதைக் கீழே படிப்படியாக விளக்கியுள்ளோம்:

(1) அலைவெண்களின் மொத்தத்தைக் கணக்கிட்டு அதை N என்று குறிப்பிடவும்.

(2) $\frac{N+1}{2}$ உணர்த்தும் எண்ணைக் கணக்கிடவும்.

(3) ஒவ்வொரு அலைவெண்ணோடும் அதற்கு முந்தியுள்ள அலைவெண்களைக் கூட்டிக் குவிவு அலைவெண்களைப் பெறவும்.

(4) குவிவு அலைவெண்களில் $\frac{N+1}{2}$ உணர்த்தும் எண்ணானது எந்த இரண்டு குவிவு அலைவெண்கட்கிடையே அமைந்துள்ளது என்பதைக் கண்டுகொள்ளவும்.

(5) இந்த இரண்டு குவிவு அலைவெண்களில் இரண்டாவதை மட்டும் எடுத்துக் கொள்ளவும். இந்த இரண்டாவது குவிவு அலைவெண்ணுக்குரிய மதிப்பே $\frac{N+1}{2}$ ஆவது இனத்தின் மதிப்பாகும்.

தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் பரவலைப் பொறுத்தவரையில்

இடைநிலை = $\frac{N+1}{2}$ ஆவது இனத்தின் மதிப்பு.

எனவே, நாம்பெறும் $\frac{N+1}{2}$ ஆவது இனத்தின் மதிப்பே இடைநிலையின் மதிப்பாகும்.

மாதிரிக்கணக்கு : 4

கீழே தந்துள்ள அலைவெண் பரவலுக்கான இடைநிலையைக் கணிக்கவும்.

இனத்தின் மதிப்பு (x)	அலைவெண் (f)
4	2
5	5
6	8
7	9
8	12
9	11
10	13
மொத்தம்	60

N = அலைவெண்களின் மொத்தம்

$= 60$

$$\therefore \frac{N+1}{2} = \frac{60+1}{2} = \frac{61}{2} = 30.5$$

அலைவெண்களைக் குவிவு அலைவெண்களாக மாற்றிக் கீழே அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்:

இனத்தின் மதிப்பு (x)	குவிவு அலைவெண் (c f)
4	2
5	7
6	15
7	24
8	36
9	47
10	60

மேலேயுள்ள அட்டவணையில் இடம்பெற்றுள்ள குவிவு அலைவெண்களில் $\frac{N+1}{2}$ உணர்த்தும் எண்ணானது (அதாவது 30.5 - ஆனது24, 36 ஆகிய இரண்டுகுவிவு அலைவெண்கட்கிடையே அமைந்துள்ளது.

இவ்விரண்டனுள் இரண்டாவது குவிவு அலைவெண்ணாகிய 36-ஐ மட்டும் எடுத்துக் கொள்வோம். இந்த இரண்டாவது குவிவு அலைவெண்ணாகிய 36 -க்குரிய மதிப்பு 8 ஆகும். எனவே, நம்முடைய உதாரணத்தில் $\frac{N+1}{2}$ ஆவது இனத்தின் மதிப்பு (அதாவது, 30.5 ஆவது இனத்தின் மதிப்பு) 8 ஆகும்.

$\therefore$ இடைநிலை $= \frac{N+1}{2}$ ஆவது இனத்தின் மதிப்பு

$=$ 30.5 - ஆவது இனத்தின் மதிப்பு

$= 8$

மாதிரிக் கணக்கு: 5

கீழே தரப்பட்டுள்ள விவரங்கட்கு இடைநிலையைக் கணிக்கவும்.

இனத்தின் மதிப்பு	அலைவெண்
10	4
12	6
14	12
16	8
18	3
20	2

N = அலைவெண்களின் மொத்தம்

= 35

$\frac{N+1}{2} = \frac{35+1}{2} = 18$

இனத்தின் மதிப்பு	குவிவு அலைவெண்
10	4
12	10
14	22
16	30
18	33
20	35

∴ இடைநிலை = $\frac{N+1}{2}$ ஆவது இனத்தின் மதிப்பு

= 18 வது இனத்தின் மதிப்பு

மேலே நாம் உருவாக்கியுள்ள குவிவு அலைவெண் அட்டவணையிலிருந்து 18 ஆவது இனத்தின் மதிப்பு 14 என்றறிகிறோம்.

∴ இடைநிலை = 14

சில சமயங்களில் $\frac{N+1}{2}$ உணர்த்தும் எண்ணானது நாம் பெற்றுள்ள குவிவு அலைவெண்களில் ஏதாவது ஒரு குவிவு அலைவெண்ணுக்குச் சமமாகவிருக்கலாம். இவ்வாறிருக்கும் பட்சத்தில் இந்தக் குவிவு அலைவெண்ணுக்குரிய மதிப்பை $\frac{N+1}{2}$ ஆவது இனத்தின் மதிப்பாகக் கொள்ள வேண்டும்.

அதாவது, இந்தக் குவிவு அலைவெண்ணுக்குரிய மதிப்பே இடைநிலையின் மதிப்பாகும்.

மாதிரிக் கணக்கு : 6

கீழே தந்துள்ள விவரங்கட்கு இடைநிலையைக் கணிக்கவும்:

இனத்தின் மதிப்பு	அலைவெண்
15	3
20	21
23	46
25	52
35	10
40	6
47	1
மொத்தம்	139

$N = 139$

$$\frac{N+1}{2} = \frac{139+1}{2} = \frac{140}{2} = 70$$

இனத்தின் மதிப்பு	குவிவு அலைவெண்
15	3
20	24
23	70
25	122
35	132
40	138
47	139

இந்த எடுத்துக்காட்டில் $\frac{N+1}{2}$ க்குச் சமமான எண் 70 என்று கண்டோம் இது மூன்றாவது குவிவு அலைவெண்ணுக்குச் சமம் என்பதை அறியலாம். எனவே, மூன்றாவது குவிவு அலைவெண்ணாகிய 70–ற்குரிய மதிப்பே $\frac{N+1}{2}$ இனத்திற்குரிய மதிப்பாகும். மேலேயுள்ள அட்டவணையில் குவிவு அலைவெண் 70–ற்குரிய மதிப்பு 23 என்றறிகிறோம்.

$$\therefore \text{இடைநிலை} = \frac{N+1}{2} \text{ - ஆவது இனத்தின் மதிப்பு}$$

$$= 70\text{- ஆவது இனத்தின் மதிப்பு}$$

$$= 23$$

தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவலிலிருந்து இடைநிலையைக் கணித்தல்:

தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவலில், இடைநிலையின் மதிப்பு $\frac{N}{2}$ ஆவது இனத்தின் மதிப்பாகக் கொள்ளப்பெறுகிறது. இங்கு ஒரு சிக்கல் உள்ளது. இடைநிலையின் மதிப்பு ஏதேனும் ஒரு இடைவெளியில் இருக்கும் இடைநிலைக்கு ஒரு குறிப்பிட்ட எண் மதிப்பைப்

பெறுவதற்கு அதனை மதிப்பீடு செய்ய வேண்டியுள்ளது. கீழே நாம் தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவல் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது இடைநிலையை மதிப்பீடு செய்யும் முறையை விளக்கியுள்ளோம் :

1. இடைநிலையைக் கணிப்பதற்கு உண்மைப் பிரிவு இடைவெளிகள் அவசியமானவையாகும். எனவே, கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவலில் இடம் பெற்றுள்ள பிரிவு இடைவெளிகள் உண்மையானவையா இல்லையா என்பதை அறிய வேண்டும். அவை உண்மைப் பிரிவு இடைவெளிகளாக இல்லாத பட்சத்தில், அவற்றை உண்மைப் பிரிவு இடைவெளிகளாக மாற்றிக் கொள்ள வேண்டும்.

2. அலைவெண்களின் மொத்தத்தைக் கண்டுபிடித்து அதை N என்று குறிப்பிட வேண்டும்.

3. N உணர்த்தும் எண்ணில் பாதியைக் கணக்கிட வேண்டும்.

அதாவது $\frac{N}{2}$ உணர்த்தும் எண்ணைக் கணக்கிட வேண்டும்.

4. தரப்பட்டுள்ள எளிய அலைவெண்களைப் பயன்படுத்திக் கீழினக் குவிவு அலைவெண்களைப் பெறவேண்டும். இவற்றை அட்டவணையில் குவிவு அலைவெண் என்ற தலைப்பின் கீழ் தரவேண்டும்.

5. குவிவு அலைவெண்களில் $\frac{N}{2}$ உணர்த்தும் எண்ணானது

எந்த இரண்டு குவிவு அலைவெண்கட்கிடையே அமைந்துள்ளது என்பதைக் கண்டுபிடிக்க வேண்டும்.

6. இந்த இரண்டு குவிவு அலைவெண்களில் இரண்டாவதை மட்டும் எடுத்துக்கொள்ள வேண்டும். இந்த இரண்டாவது குவிவு அலைவெண்ணுக்குரிய பிரிவு இடைவெளியே $\frac{N}{2}$ ஆவது இனத்தின் மதிப்பு அமைந்திருக்கும் பிரிவு

இடைவெளியாகும். இடை நிலைக்கு நாம் கீழ்க்காணும் விளக்கம் தருகிறோம்.

$$\text{இடைநிலை} = \frac{N}{2} \text{ — ஆவது இனத்தின் மதிப்பு.}$$

எனவே எந்தப் பிரிவு இடைவெளியில் $\frac{N}{2}$ ஆவது இனத்தின் மதிப்பு அமைந்துள்ளதோ அந்தப் பிரிவு இடைவெளியில் இடைநிலையின் மதிப்பு அமைந்திருக்கும். எனவே, இந்தப் பிரிவு இடைவெளியை இடைநிலைப் பிரிவு (median class) என்கிறோம்.

7. இடைநிலைப் பிரிவின் **உண்மைப் பிரிவு** கீழ் எல்லையைக் கண்டறிந்து அதை l என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

8. இடைநிலைப் பிரிவிற்கு முந்திய பிரிவின் குவிவு அலைவெண்ணைக் கண்டறிந்து அதை m என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

9. இடைநிலைப்பிரிவின் அலைவெண்ணைக் கண்டறிந்து அதை f என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

10. இடைநிலைப்பிரிவின் பிரிவு இடைவெளித் தூரத்தைக் கண்டறிந்து அதை c என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

அடுத்து, இடைநிலையின் மதிப்பைக் கீழ்க்காணும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கணிக்கிறோம்.

$$\text{இடைநிலை} = l + \frac{\frac{N}{2} - m}{f} \times C$$

மாதிரிக் கணக்கு 7:

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்கட்கு இடைநிலையைக் கணிக்கவும்:

பிரிவு இடைவெளி	அலைவெண்
0–5	4
5–10	8
10–15	10
15–20	14
20–25	16
25–30	22

மேலே தரப்பட்டுள்ள பரவலிலுள்ள பிரிவு இடைவெளிகள் உண்மைப் பிரிவு இடைவெளிகளாகும். எனவே கொடுக்கப்பட்டுள்ள பிரிவு இடைவெளிகளை உண்மைப்பிரிவு இடைவெளிகளாக மாற்ற வேண்டிய அவசியமில்லை.

N = அலைவெண்களின் மொத்தம்

$= 74$

$$\frac{N}{2} = \frac{74}{2} = 37$$

கீழிணக் குவிவு அலைவெண்களைக் கணக்கிட்டு அவற்றைக் கீழே அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்.

பிரிவு இடைவெளி	அலைவெண்	குவிவு அலைவெண்
0-5	4	4
5–10	8	12
10–15	10	22
15–20	14	36
20–25	16	52
25–30	22	74

$\frac{N}{2}$ உணர்த்தும் எண்ணானது (அதாவது 37 ஆனது) 36,52 ஆகிய இரண்டு அலைவெண்கட்கிடையே அமைந்துள்ளது. இவ்விரு குவிவு அலைவெண்களில் இரண்டாவது குவிவு அலைவெண் 52 ஆகும். இந்த குவிவு அலைவெண்ணிற்குரிய பிரிவு இடைவெளி 20–25 ஆகும். இந்த 20—25 என்ற பிரிவு இடைவெளியிலேயே $\frac{N}{2}$ —ஆவது இனத்தின் மதிப்பு அமைந்திருக்கும். அதாவது, 20-25 என்ற பிரிவு இடைவெளியிலேயே இடைநிலையின் மதிப்பு அமைந்திருக்கும்.

∴ 20—25 இடைநிலைப் பிரிவாகும்.

இந்த இடைநிலைப் பிரிவின் கீழ் எல்லையானது 20 ஆகும். இதை நாம் l என்று குறிப்பிடுகின்றோம்.

∴ $l = 20$

இடைநிலைப் பிரிவிற்கு முந்திய பிரிவிற்கான குவிவு அலைவெண் 36 ஆகும். இதை நாம் m என்று குறிப்பிகிறோம்.

∴ m=36

இடைநிலைப் பிரிவிற்கான அலைவெண் 16 ஆகும். இதை நாம் f என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

∴ f = 16

இடைநிலைப் பிரிவின் பிரிவு இடைவெளித்தூரம் 5 ஆகும். (அதாவது 25—20 = 5 ஆகும்) இதை c என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

∴ c = 5

இனி, இடைநிலை $= l + \frac{\frac{N}{2} - m}{f} \times C$ என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி இடைநிலையைக் கணிக்கலாம்.

$$\text{இடைநிலை} = 20 + \frac{37-36}{16} \times 5$$

$$= 20 + \frac{1}{16} \times 5$$

$$= 20 + .31$$

$$= 20.31$$

விடை : இடைநிலை = 20.31

மாதிரிக் கணக்கு 8 :

இடைநிலையைக் கணிக்கவும்

மாணவர்களின் எடை (பௌண்டுகளில்)	அலைவெண்
90-100	10
100-110	37
110-120	65
120-130	80
130-140	51
140-150	35

இந்த அலைவெண் பரவலிலுள்ள பிரிவு இடைவெளிகள் உண்மைப் பிரிவு இடைவெளிகளாக உள்ளன.

N = அலைவெண்களின் மொத்தம்

= 278

$\frac{N}{2} = 139$

பிரிவு இடைவெளி	அலைவெண்	குவிவு அலைவெண்
90-100	10	10
100-110	37	47
110-120	65	112
120-130	80	192
130-140	51	243
140-150	35	278

$\frac{N}{2}$ உணர்த்தும் எண்ணானது (அதாவது 139 ஆனது) 112, 192 ஆகிய இரண்டு குவிவு அலைவெண்கட்கிடையே அமைந்துள்ளது. இவ்விரு குவிவு அலைவெண்களில் 192 என்ற குவிவு அலைவெண்ணிற்குரிய பிரிவு இடைவெளி 120 — 130 ஆகும். எனவே 120—130 இடைநிலைப் பிரிவாகும்.

$\therefore l$ = இடைநிலைப் பிரிவின் கீழ் எல்லை
= 120

f = இடைநிலைப் பிரிவின் அலைவெண்
= 80

c = இடைநிலைப் பிரிவின் பிரிவு இடைவெளித்தூரம்
= 130 — 120

= 10

m = இடைநிலைப்பிரிவிற்கு முந்திய பிரிவின் குவிவு அலைவெண்

= '110—120' என்ற பிரிவின் குவிவு அலைவெண்
= 112

$$\therefore \text{இடைநிலை} = l + \frac{\frac{N}{2} - m}{f} \times C$$

$$= 120 + \left\{ \frac{139-112}{80} \times 10 \right\} \text{பௌண்டுகள்}$$

$$= 120 + \frac{27}{8} \text{ பௌண்டுகள்}$$

= 120 + 3.375 பௌ.

= 123. 375 பௌ.

விடை: இடைநிலை = 123. 375 பௌண்டுகள்.

மாதிரிக்கணக்கு:9 இடைநிலையைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

பிரிவு	அலைவெண்
0 – 10	32
10—20	65
20—30	100
30—40	184
40—50	288
50 - 60	167
60 – 70	98
மொத்தம்	934

இந்த அலைவெண் பரவலிலுள்ள பிரிவு இடைவெளிகள் உண்மைப் பிரிவு இடைவெளிகள்.

$$N = 934$$

$$\therefore \frac{N}{2} = \frac{934}{2} = 467$$

குவிவு அலைவெண்களைக் கணித்துக் கீழே உள்ள அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன.

பிரிவு	அலைவெண்	குவிவு அலைவெண்
0—10	32	32
10—20	65	97
20—30	100	197
30—40	184	381
40—50	288	669
50—60	167	836
60—70	98	349

$\frac{N}{2}$ உணர்த்தும் எண்ணானது (அதாவது 467 ஆனது) 381, 669 ஆகிய இரண்டு குவிவு அலைவெண்கட்கிடையே அமைந்துள்ளது. 669 என்ற குவிவு அலைவெண்ணுக்குரிய பிரிவு இடைவெளி 40-50 ஆகும். எனவே 40-50 இடைநிலைப்பிரிவாகும்.

l = இடைநிலைப் பிரிவின் கீழ் எல்லை

= 40

m = இடைநிலைப் பிரிவிற்கு முந்தியபிரிவின் குவிவு அலைவெண்

= '30 —40' என்ற பிரிவின் குவிவு அலைவெண்

= 381

f = இடைநிலைப் பிரிவின் அலைவெண்

= 288

c = இடைநிலைப் பிரிவின் பிரிவு இடைவெளித் தூரம்

= 50—40

= 10,

$$\therefore \text{இடைநிலை} = l + \frac{\frac{N}{2} - m}{f} \times c$$

$$= 40 + \frac{467 - 381}{288} \times 10$$

$$= 40 + \frac{86}{288} \times 10$$

$$= 40 + \frac{215}{72}$$

= 40 + 3 (தோராயமாக)

= 43.

விடை : இடைநிலை = 43

மாதிரிக் கணக்கு : 10 - இடைநிலையைக் கணிக்கவும்,

பிரிவு	அலைவெண்
10—19	52
20—29	61
30—39	190
40—49	67
50—59	45
60—69	40

மேலே தரப்பட்டுள்ள அலைவெண் பரவலில் பிரிவு எல்லைகள் உண்மைப் பிரிவு எல்லைகளல்ல. எனவே, முதலாவதாக அவற்றை உண்மைப் பிரிவு எல்லைகளாக மாற்ற வேண்டும்.

மேலே தரப்பட்டுள்ள பரவலிலுள்ள பிரிவு எல்லைகளை உண்மைப்பிரிவு எல்லைகளாக மாற்றிக் கீழேயுள்ள அட்டவணையில் தந்துள்ளோம். மேலும் அலைவெண்களைக் குவிவு அலைவெண்களாக மாற்றிக் கீழேயுள்ள அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்.

பிரிவு	அலைவெண்	குவிவு அலைவெண்
9.5—19.5	52	52
19.5—29.5	61	113
29.5—39.5	190	303
39.5—49.5	67	370
49.5—59.5	45	415
59.5—69.5	40	455
மொத்தம்	455	

N = அலைவெண்களின் மொத்தம்
= 455

$\frac{N}{2} = \frac{455}{2}$

= 227.5

$\frac{N}{2}$ உணர்த்தும் எண்ணானது (அதாவது 227.5 ஆனது) 113 303 ஆகிய இரண்டு குவிவு அலைவெண்கட்கிடையே அமைந்துள்ளது. 303 என்ற குவிவு அலைவெண்ணுக்குரிய பிரிவு இடைவெளி 29. 5 — 39.5 ஆகும். எனவே 29.5 — 39.5 இடைநிலைப் பிரிவாகும்.

l = இடைநிலைப் பிரிவின் கீழ் எல்லை
= 29.5

f = இடைநிலைப் பிரிவின் அலைவெண்
= 190

c = இடைநிலைப் பிரிவின் இடைவெளித் தூரம்
= 10

m = இடைநிலைப் பிரிவிற்கு முந்திய பிரிவின் குவிவு அலைவெண் '19.5—29.5' என்ற பிரிவின் குவிவு அலைவெண்
= 113

$$\therefore \text{இடைநிலை} = l + \frac{\frac{N}{2} - m}{f} \times c$$

$$= 29{\cdot}5 + \frac{227.5 - 113}{190} \times 10$$

$$= 29.5 + \frac{114.5}{19}$$

$$= 29.5 + 6 \text{ (தோராயமாக)}$$

$$= 35.5$$

விடை: இடைநிலை = 35.5

மாதிரிக் கணக்கு : 11

கீழே தரப்பட்டுள்ள விவரங்களுக்கு இடைநிலையைக் கணிக்கவும்

மாத வருமானம் (ரூபாய்களில்)	வேலை செய்பவர் எண்ணிக்கை
28—32	30
33—37	40
38—42	50
43—47	150
48—52	300
53—57	39
மொத்தம்	609

மேலே தரப்பட்டுள்ள அலைவெண் பரவலில் உள்ள பிரிவுகள் உண்மைப் பிரிவுகளல்ல. முதலாவதாக அவற்றை உண்மைப் பிரிவுகளாக மாற்ற வேண்டும்

உண்மைப் பிரிவுகளைக் கணித்துக் கீழே அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்.

பிரிவு	அலைவெண்	குவிவு அலைவெண்
27.5—32.5	30	30
32.5—37.5	40	70
37.5—42.5	50	120
42.5—47.5	150	270
47.5—52.5	300	570
52.5—57.5	39	609
மொத்தம்	609	

N = அலைவெண்களின் மொத்தம்

= 609

$$\frac{N}{2} = \frac{609}{2}$$

= 304.5.

$\frac{N}{2}$ உணர்த்தும் எண்ணானது (அதாவது 304.5. ஆனது) 270, 570 ஆகிய இரண்டு குவிவு அலைவெண்கட்கிடையே அமைந்துள்ளது. 570 என்ற குவிவு அலைவெண்ணுக்குரிய பிரிவு இடைவெளி 47.5 – 52.5 ஆகும். எனவே 47.5 – 52.5 இடைநிலைப் பிரிவாகும்.

l = இடைநிலைப் பிரிவின் கீழ் எல்லை

= 47.5

f = இடைநிலைப் பிரிவின் அலைவெண்

= 300

c = இடைநிலைப் பிரிவின் பிரிவு இடைவெளித்தூரம்

= 52.5—47.5

= 5

m = இடைநிலைப் பிரிவிற்கு முந்திய பிரிவின் குவிவு அலைவெண்.

= 270

$$\therefore \text{இடைநிலை} = l + \frac{\frac{N}{2} - m}{f} \times C$$

$$= 47\ 5 + \frac{304.5\text{-}270}{300} \times 5$$

$$= 47.5 + \frac{34.5}{300} \times 5$$

$$= 47.5 + .575$$

$$= 48.075$$

விடை : இடைநிலை = 48.075

அலைவெண் பரவலின் பிரிவுக் குறிப்பெண்கள் தரப்பெற்றிருக்கும் பொழுது இடைநிலையைக் கணித்தல் :

சிலசமயங்களில் அலைவெண் பரவலின் பிரிவு இடைவெளி-களுக்குப் பதிலாக பிரிவுக் குறிப்பெண்கள் தரப்பெற்றிருக்கலாம். இப்படிப்பட்ட சந்தர்ப்பங்களில், இடைநிலையைக் கணிப்பதற்கு கொடுக்கப்பெற்றுள்ள பிரிவுக் குறிப்பெண்களிலிருந்து பிரிவு இடை வெளிகளை முதலாவதாகக் கணிக்க வேண்டும். இதற்குப் பின்பு நாம் முன்பு விவரித்துள்ளபடியே இடைநிலையைக் கணிக்கலாம்.

எடுத்துக்காட்டுக்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

மாதிரிக் கணக்கு 12 :

கீழே தரப்பெற்றுள்ள விவரங்களிலிருந்து இடை நிலையைக் கணிக்கவும்.

பிரிவுக் குறிப்பெண்	அலைவெண்
15	10
25	25
35	36
45	46
55	52
65	31
75	28
85	22

கொடுக்கப் பெற்றுள்ள பிரிவுக் குறிப்பெண்களிலிருந்து பிரிவு இடைவெளிகளை முதலாவதாகக் கணிக்க வேண்டும். கீழே உள்ள அட்டவணையில் பிரிவு இடைவெளிகள் தரப்பட்டுள்ளன. குவிவு அலைவெண்களும் அதே அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன.

பிரிவு	அலைவெண்	குவிவு அலைவெண்
10—20	10	10
20—30		35
30—40	36	71
40—50	46	117
50—60	52	169
60—70	31	200
70—80	28	228
80—90	22	250

N = அலைவெண்களின் மொத்தம்

= 250

$\frac{N}{2} = \frac{250}{2} = 125$

∴ குவிவு அலைவெண் பத்தியைப் பயன்படுத்தி இடைநிலைப் பிரிவு 50—60 என்றறிகிறோம்.

∴ l = 50

m = 117

f = 52

c = 60 — 50

= 10

$$\therefore \text{இடைநிலை} = l + \frac{\frac{N}{2} - m}{f} \times C$$

$$= 50 + \frac{125 - 117}{52} \times 10$$

$$= 50 + \frac{8}{52} \times 10$$

$$= 50 + \frac{20}{13}$$

$$= 50 + 1.54$$

$$= 51.54$$

மாதிரிக் கணக்கு 13 :

கீழே தரப்பெற்றுள்ள அலைவெண் பரவலிலிருந்து இடை-நிலையைக் கணிக்கவும்.

பிரிவுக் குறிப்பெண்	அலைவெண்
7.5	12
22.5	21
37.5	23
52.5	34
6.75	10

முதலில் பிரிவு இடைவெளிகளைக் கணிக்கவேண்டும். பிரிவு இடைவெளிகளைக் கணித்துக் கீழேஉள்ள அட்டவணையில் தந்துள்-ளோம். குவிவு அலைவெண்களையும் கீழே தந்துள்ளோம்.

பிரிவு இடைவெளி	அலைவெண்	குவிவு அலைவெண்
0—15	12	12
15—30	21	33
30—45	23	56
45—60	34	90
60—75	10	100

N = அலைவெண்களின் மொத்தம்

= 100

$$\frac{N}{2} = \frac{100}{2} = 50$$

குவிவு அலைவெண்பத்தியைப் பயன்படுத்தி இடைநிலைப் பிரிவு '30—45' என்றறிகிறோம்.

$\therefore l = 30$

m = 33

f = 23

c = 15

$$\therefore \text{இடைநிலை} = l + \frac{\frac{N}{2} - m}{f} \times c$$

$$= 30 + \frac{50-33}{23} \times 15$$

$$= 30 + \frac{17}{23} \times 15$$

$$= 30 + \frac{255}{23}$$

$$= 30 + 11.1$$

$$= 41.1$$

கொடுக்கப்பட்டுள்ள அலைவெண் பரவல் கீழினக் குவிவு அலைவெண் பரவலாகவோ அல்லது மேலினக் குவிவு அலைவெண் பரவலாகவோ இருக்கும் போது இடைநிலையைக் கணித்தல் :

சில சமயங்களில் கீழினக் குவிவு அலைவெண் பரவலோ அல்லது மேலினக் குவிவு அலைவெண் பரவலோ தரப்பட்டு இடைநிலையைக் கணிக்கச் சொல்லிக் கேட்டிருக்கலாம். இது போன்ற சமயங்களில் முதற்கண் குவிவு அலைவெண் பரவலை எளிய அலைவெண் பரவலாக மாற்ற வேண்டும். பின்னர்,

$$\text{இடைநிலை} = l + \frac{\frac{N}{2} - m}{f} \times c$$ என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி இடைநிலையைக் கணிக்க வேண்டும்.

மாதிரிக்கணக்கு : 14

கீழே தரப்பட்டுள்ள பரவலுக்கு இடைநிலையைக் கணிக்கவும்.

உண்மைப் பிரிவு மேல் எல்லை	கீழினக் குவிவு அலைவெண்
10	5
20	9
30	17
40	29
50	45
60	60

மேலே தரப்பட்டுள்ள பரவல் ஒரு கீழினக் குவிவு அலை-வெண் பரவலாகும். இடைநிலையைக் கணிப்பதற்குப் பிரிவு இடைவெளிகள் அவசியமாகும். எனவே மேலேயுள்ள கீழினக் குவிவு அலைவெண் பரவலை எளிய அலைவெண் பரவலாக மாற்றிக் கீழே தந்துள்ளோம்.

பிரிவு இடை வெளி	அலைவெண்	குவிவு அலைவெண்
0—10	5	5
10—20	4	9
20—30	8	17
30—40	12	29
40—50	16	45
50—60	15	60

இனி மேலே நாம் இடைநிலையைக் கணித்த முறையில் இப்பரவலுக்கான இடை நிலையைக் கணிக்கலாம்.

$N = 60$

$$\frac{N}{2} = \frac{60}{2} = 30$$

குவிவு அலைவெண் பத்தியைப் பயன்படுத்தி 40 —50 என்ற பிரிவானது இடைநிலைப் பிரிவென்றறிகிறோம்.

$\therefore l = 40$
$m = 29$
$f = 16$
$c = 10$

$$\text{இடைநிலை} = l + \frac{\frac{N}{2} - m}{f} \times C$$

$$= 40 + \frac{30 - 29}{16} \times 10$$

$$= 40 + \frac{1}{16} \times 10$$

$$= 40 + .625$$

$$= 40.625$$

விடை : இடைநிலை = 40.625

மாதிரிக் கணக்கு : 15

கீழே தரப்பட்டுள்ள அலைவெண் பரவலுக்கு இடைநிலையைக் கணிக்கவும்.

பிரிவு	அலைவெண்
0-ற்குமேல்	100
10 ,, ,,	95
20 ,, ,,	87
30 ,, ,,	77
40 ,, ,,	65
50 ,, ,,	37
60 ,, ,,	17
70 ,, ,,	7

மேலினக் குவிவு அலைவெண் பரவல் தரப்பெற்றுள்ளது. இடைநிலையைக் கணிப்பதற்குப் பிரிவு இடைவெளிகள் தேவை. எனவே, முதலில் கொடுக்கப்பெற்றுள்ள மேலினக் குவிவு அலைவெண் பரவலிலிருந்து எளிய அலைவெண் பரவலைப் பெறவேண்டும்.

இடைநிலைப் பிரிவைக் கண்டுபிடிப்பதற்குக் கீழினக் குவிவு அலைவெண்கள் தேவை. எனவே, நாம் எளிய அலைவெண்களிலிருந்து கீழினக் குவிவு அலைவெண்களைப் பெறவேண்டும்.

கீழே உள்ள அட்டவணையில், எளிய அலைவெண் பரவல் கீழினக் குவிவு அலைவெண் ஆகியவற்றைத் தந்துள்ளோம்.

பிரிவு	அலைவெண்	குவிவு அலைவெண்
0—10	5	5
10—20	8	13
20—30	10	23
30—40	12	35
40—50	28	63
50—60	20	83
60—70	10	93
70—80	7	100

$N = 100$

$\frac{N}{2} = \frac{100}{2} = 50$

$\frac{N}{2}$ அதாவது 50ஆனது 35, 63 ஆகிய இரு குவிவு அலைவெண்களுக்கும் இடையில் உள்ளது.

∴ 63 என்ற குவிவு அலைவெண்ணுக்கு எதிரிலுள்ள பிரிவாகிய 40—50 இடைநிலைப் பிரிவாகும்.

$\therefore l = 40$

$m = 35$

$f = 28$

$c = 10$

$$\therefore \text{ இடைநிலை } = l + \frac{\frac{N}{2} - m}{f} \times c$$

$$= 40 + \frac{50 - 35}{28} \times 10$$

$$= 40 + \frac{15}{14} \times 5$$

$$= 40 + \frac{75}{14}$$

$$= 40 + 5.36$$

விடை: இடைநிலை = 45.36

திறந்த இடைவெளிகளையோ, சமமற்ற இடைவெளிகளையோ பெற்றுள்ள அலைவெண் பரவலிலிருந்து இடைநிலையை கணித்தல்:

இடைநிலையைக் கணிக்கும் பொழுது இடைநிலைப் பிரிவையும் இடைநிலைப் பிரிவிற்கு முந்திய பிரிவின் குவிவு அலைவெண்ணையும் மட்டுமே பயன்படுத்துகிறோம். எனவே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அலைவெண் பரவலானது சமமற்ற இடைவெளியுடையதாக இருந்தாலும், திறந்த இடைவெளியை உடையதாக இருந்தாலும் இடைநிலையை நாம் முன்பு விவரித்த முறையிலேயே எவ்வித மாற்றங்களுமின்றிக் கணிக்கலாம். இதனைக் கீழே தரப்பட்டுள்ள எடுத்துக் காட்டுக்களின் மூலம் காணலாம்.

மாதிரிக் கணக்கு : 16 இடைநிலையைக் கணிக்கவும்.

பிரிவு	அலைவெண்
10 க்குக்கீழ்	27
10–15	56
15–20	32
20–25	25
25–30	10
30க்கு மேல்	12
மொத்தம்	162

குவிவு அலைவெண்களைக் கணித்து அலைவெண் அட்டவணையைக் கீழ்க்கண்டவாறு தரலாம்.

பிரிவு	அலைவெண்	குவிவு அலைவெண்
10-க்கு கீழ்	27	27
10-15	56	83
15-20	32	115
20-25	25	140
25-30	10	150
30க்கு மேல்	12	162

N = இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை

= 162

$\frac{N}{2} = 81$

'10-15' என்ற பிரிவு இடைநிலைப்பிரிவாகும்.

∴ l = இடைநிலைப்பிரிவின் கீழ் எல்லை.
= 10
f = இடைநிலைப்பிரிவின் அலைவெண்
= 56
c = இடைநிலைப் பிரிவின் பிரிவு இடைவெளித் தூரம்
= 15 — 10
= 5
m = இடைநிலைப் பிரிவிற்கு முந்திய பிரிவின் குவிவு அலைவெண்
= 27

$$\text{இடைநிலை} = l + \frac{\frac{N}{2} - m}{f} \times c$$

$$= 10 + \frac{81-27}{56} \times 5$$

$$= 10 + \frac{54}{56} \times 5$$

$$= 10 + \frac{135}{28}$$

$$= 10 + 4.8 \text{ (approx.)}$$

$$= 14.8$$

விடை : இடைநிலை = 14.8

மாதிரிக்கணக்கு 17: இடைநிலையைக் கணிக்கவும்.

பிரிவு	அலைவெண்
50— 100	12
100— 200	18
200— 300	16
300— 400	14
400— 500	6
500—1000	19
மொத்தம்	85

மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அலைவெண் பரவலில் பிரிவுகள் சமமற்ற இடைவெளியுடையவைகளாக உள்ளன.

மேலே தரப்பெற்றுள்ள எளிய அலைவெண் பரவலைக் கீழினக் குவிவு அலைவெண் பரவலாக மாற்றியமைத்துக் கீழ்க் காணும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி இடைநிலையைக் கணிக்க முடியும்.

$$\text{இடைநிலை} = l + \frac{\frac{N}{2} - m}{f} \times c$$

மேலே தரப்பட்டுள்ள எளிய அலைவெண் பரவலைக் குவிவு அலைவெண் பரவலாக மாற்றிக் கீழே தந்துள்ளோம்.

பிரிவு இடைவெளி	அலைவெண்	குவிவு அலைவெண்
50 – 100	12	12
100 – 200	18	30
200 – 300	16	46
300 – 400	14	60
400 – 500	6	66
500 – 1000	19	85
மொத்தம்	85	

N = இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை.

= 85

$$\frac{N}{2} = \frac{85}{2}$$

= 42.5

'200 – 300' என்ற பிரிவு இடைநிலைப் பிரிவாகும்.

∴ l = இடைநிலைப் பிரிவின் கீழ் எல்லை.

= 200

m = இடைநிலைப் பிரிவிற்கு முந்திய பிரிவின் குவிவு அலைவெண்
= 30

f = இடைநிலைப் பிரிவின் அலைவெண்

= 16

c = இடைநிலைப் பிரிவின் இடைவெளித் தூரம்

= 300 — 200 = 100

$$\therefore \text{இடைநிலை} = l + \frac{\frac{N}{2} - m}{f} \times c$$

$$= 200 + \frac{42.5 - 30}{16} \times 100$$

$$= 200 + \frac{12.5}{4} \times 25$$

$$= 200 + \frac{312.5}{4} = 200 + 78.125$$

$$= 278.125$$

விடை : இடைநிலை = 278.125

மாதிரிக் கணக்கு 18 :

தெரிந்தெடுக்கப் பெற்ற சில நிறுவனங்களில் மாவு தயாரிப்பதற்கு ஆகும் செலவு கீழே அட்டவணையில் தரப் பெற்றுள்ளது.

(a) பத்தி 1-ல் தரப்பெற்றுள்ளவற்றைப் பயன்படுத்தி ஒரு பீப்பாய் மாவு தயாரிப்பதற்கு ஆகும் இடைநிலை நிகரச் செலவைக் கணிக்கவும்.

(b) உமக்குக் கிடைத்திருக்கும் விடையை இக்கணக்கின் மூலம் விளக்கவும்.

(c) பத்தி 2 - ல் தரப்பெற்றுள்ளவற்றைப் பயன்படுத்திப் பெறும் ஒரு பீப்பாய் மாவு தயாரிப்பதற்கு ஆகும் இடைநிலை நிகரச்செலவு 5.10 ஆகும். இந்த விடை பகுதி (a) - இல் பெற்றுள்ள விடையிலிருந்து வேறுபடுவதற்குக் காரணம் தருக.

ஒரு பீப்பாய் மாவு தயாரிக்க ஆகும் நிகரச் செலவு	பத்தி 1 கொடுக்கப் பெற்றுள்ள செலவில் இயங்கும் நிறுவனங்களின் எண்ணிக்கை	பத்தி 2 உற்பத்தி செய்யப் பெற்ற மாவு நிரம்பிய பீப்பாய்களின் எண்ணிக்கை (மில்லியன்களில்)
4.40-4.79	14	20
4.80-5.19	15	40
5.20-5.59	35	25
5.60-5.99	19	7
6.00 6.39	10	4
6.40-6.79	4	2
6.80 7.19	2	1
7.20-7.59	1	1
மொத்தம்	100	100

விடை : கொடுக்கப் பெற்றுள்ள அலைவெண் பரவலிலுள்ள பிரிவு இடைவெளிகள் உண்மைப் பிரிவுகளல்ல. எனவே, கொடுக்கப் பெற்றுள்ள பிரிவுகளை உண்மைப் பிரிவுகளாக மாற்றி இடை நிலையைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

பிரிவு	அலைவெண்	குவிவு அலைவெண்
4.395-4.795	14	14
4.795-5.195	15	29
5.195-5.595	35	64
5.595-5.995	19	83
5.995-6.395	10	93
6.395-6.795	4	97
6.795-7.195	2	99
7.195-7.595	1	100
மொத்தம்	100	

N = அலைவெண்களின் மொத்தம்

= 100

$$\frac{N}{2} = \frac{100}{2}$$

= 50

இடைநிலை = இனம் $\left[\frac{N}{2}\right]$ இன் மதிப்பு

மேலே தந்துள்ள அட்டவணையிலிருந்து இனம் 50 இன் மதிப்பு '5.195-5.595' என்ற இடைவெளியில் உள்ளது என்று அறிகிறோம்.

∴ '5.195 – 5.595' என்ற பிரிவு இடைநிலைப் பிரிவாகும்.

∴ l = இடைநிலைப்பிரிவின் கீழ் எல்லை.

= 5.195

m = இடைநிலைப் பிரிவிற்கு முந்திய பிரிவின் குவிவு அலைவெண்
= 29

f = இடைநிலைப் பிரிவின் அலைவெண்
= 35

c = இடைநிலைப் பிரிவின் பிரிவு இடைவெளித்தூரம்
= 5.595 — 5.195
= 0.400
= .4

$$\therefore \text{இடைநிலை} = 1 + \frac{\frac{N}{2} - m}{f} \times c$$

$$= 5.195 + \frac{50-29}{35} + .4$$

$$= 5.195 + \frac{21}{35} \times .4$$

$$= 5.195 + \frac{8.4}{35}$$

$$= 5\ 195 + .24$$

$$= 5\ 435$$

∴ பத்தி 1லிருந்து, ஒரு பீப்பாய் மாவு தயாரிப்பதற்கு ஆகும் இடைநிலை நிகரச் செலவு = $5.435

b) 50 நிறுவனங்களில் ஒவ்வொன்றுக்கும் ஒரு பீப்பாய் மாவு தயாரிப்பதற்கு ஆகும் நிகரச் செலவு $ 5.435-ஐ விடக் குறைவாக உள்ளது. மீதியுள்ள 50 நிறுவனங்களில் ஒவ்வொன்றுக்கும் ஒரு பீப்பாய் மாவு தயாரிப்பதற்கு ஆகும் நிகரச்செலவு $5.435 ஐ விட அதிகமாக உள்ளது.

c) பத்தி 2-ஐப் பயன்படுத்திப் பெறும் இடைநிலை நிகரச் செலவு $5 10 இந்த இடைநிலை நிகரச்செலவானது பத்தி 1-லிருந்து நாம் கணித்துள்ள இடைநிலை நிகரச் செலவாகிய $5.435 லிருந்து வேறுபட்டுள்ளது இதற்குக் காரணம் பின்வருமாறு

பத்தி 1ல், கொடுக்கப் பெற்றுள்ள நிகரச் செலவில் இயங்கும் நிறுவனங்களின் எண்ணிக்கை தரப்பெற்றுள்ளது

பத்தி 2-இல், கொடுக்கப் பெற்றுள்ள நிகரச் செலவில் தயாரிக்கப் பெறும் மாவு அடங்கிய பீப்பாய்களின் எண்ணிக்கை தரப்பெற்றுள்ளது.

நிகரச்செலவுப் பிரிவு இடைவெளி ஒவ்வொன்றிற்கும் எதிரில் தரப்பெற்றுள்ள நிறுவனங்களின் எண்ணிக்கை அதே பிரிவு இடைவெளிக்கு எதிரில் தரப்பெற்றுள்ள பீப்பாய்களின் எண்ணிக்கையிலிருந்து வேறுபட்டதாக உள்ளது. எனவே பத்தி 1-இல், தரப்பெற்றுள்ள எண்களை அலைவெண்களாகக் கொண்டு பெறும் இடைநிலைப் பிரிவானது பத்தி 2இல் தரப்பெற்றுள்ள எண்களை அலைவெண்களாகக் கொண்டு பெறும் இடைநிலைப் பிரிவிலிருந்து வேறுபடுகிறது. எனவே, வேறுபட்ட இடைநிலை மதிப்புக்களைப் பெறுகிறோம்.

வரைபடங்களின் உதவியால் இடைநிலையைக் கண்டுபிடித்தல்:

வரைபடங்களின் உதவியால் இடைநிலையைக் கணிப்பதற்கு இரண்டு முறைகள் உள்ளன. அவற்றுள் முதல் முறை வருமாறு :

முதலாவதாக, கீழின அல்லது மேலின ஓகைவ் வரைய வேண்டும். அடுத்தபடியாக, Y அச்சில் மொத்த அலைவெண்ணில் $\frac{N}{2}$ பாதியைக் (அதாவது — ஐக்) குறிக்கும் புள்ளியைக் குறித்துக் கொள்ள வேண்டும். அந்தப் புள்ளி வழியாக ஒரு கிடைக்கோட்டை வரைய வேண்டும், இக்கிடைக் கோடு ஓகைவைவெட்டும் புள்ளியைக் குறித்துக் கொள்ளவேண்டும் இவ் வெட்டுப் புள்ளி வழியாக ஒரு செங்குத்துக்கோடு வரைய வேண்டும். இச்செங்குத்துக் கோடு X அச்சை ஒரு புள்ளியில் வெட்டும். X அச்சில் உள்ள இவ்வெட்டுப் புள்ளி குறிப்பிடும் மதிப்பே நமக்குத்தேவையான இடைநிலையின் மதிப்பாகும்.

இடைநிலையை வரைபடம் வாயிலாகக் கணிப்பதற்கான இரண்டாவதுமுறை வருமாறு:

இங்கு கீழின ஓகைவ் மற்றும் மேலின ஓகைவ் ஆகிய இரண்டு ஓகைவ்களையுமே வரைய வேண்டும். இரு ஓகைவ்களும் ஒரு புள்ளியில் வெட்டிக்கொள்ளும். இவ் வெட்டுப் புள்ளி வழியாக ஒரு செங்குத்துக் கோடு வரையவேண்டும். இச் செங்குத்துக்கோடு X அச்சை வெட்டும் புள்ளி குறிப்பிடும் மதிப்பே இடைநிலையின் மதிப்பாகும்.

கீழே தந்துள்ள ஒரு எடுத்துக்காட்டின் வாயிலாக இரு முறைகளையுமே விளக்கியுள்ளோம்.

எடுத்துக்காட்டு; 19

கீழே தந்துள்ள அலைவெண் பரவலின் இடைநிலையை வரைபட முறையில் கணிக்கவும்.

பிரிவு	அலைவெண்
0—10	5
10—20	8
20—30	10
30—40	14
40—50	7

முறை (i) :

நாம் கீழின ஒகைவைப் பயன்படுத்தி இடைநிலையைக் கணிப்போம். இதற்கு, முதலாவதாக கீழினக் குவிவு அலைவெண் பரவலைப் பெறவேண்டும்.

பிரிவு எல்லை	கீழினக் குவிவு அலைவெண்
10	5
20	13
30	23
40	37
50	44

அடுத்தபடியாக, பிரிவு எல்லைகளை X அச்சிலும், கீழினக் குவிவு அலைவெண்களை Y அச்சிலும் குறிப்பிட்டு, கீழின ஒகைவை வரைய வேண்டும்.

இடைநிலையின் மதிப்பைப் பெறுவதற்கு முதலில் மொத்த அலைவெண்ணில் பாதியைக் குறிப்பிடும் புள்ளியை Y அச்சில் குறிக்க வேண்டும். நம்முடைய எடுத்துக்காட்டில்,

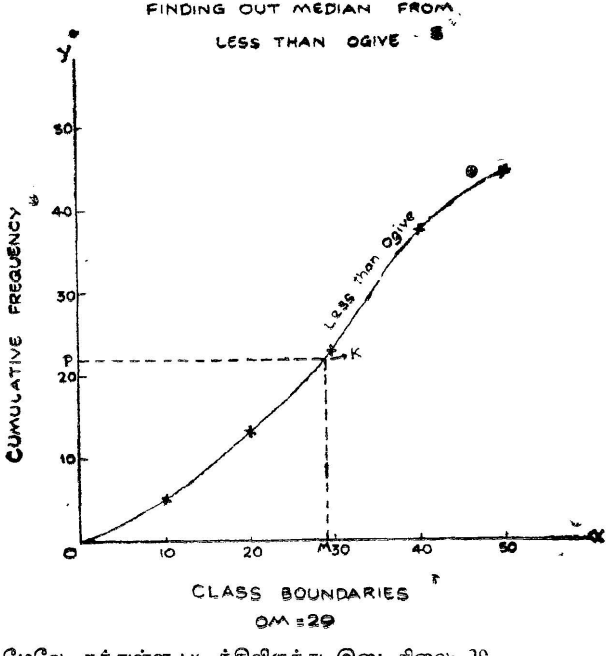
மொத்த அலைவெண்=44

∴ அலைவெண்ணின் மதிப்பு $\left\{22 = \frac{44}{2}\right\}$ ஐக் குறிக்கும் புள்ளியை Yஅச்சில் குறிப்பிடவேண்டும். இப்புள்ளியை Pஎன்று குறிப்பிடுவோம்.

Pவழியாக ஒரு கிடைக்கோட்டை வரைய வேண்டும். இக்-கிடைக்கோடு ஓகைவ்வை வெட்டும் புள்ளியை Kஎன்று குறிப்பிடு-கிறோம்.

Kவழியாக ஒரு செங்குத்துக்கோடு வரைய வேண்டும். இச்-செங்குத்துக் கோடு Xஅச்சை வெட்டும் புள்ளியை Mஎன்று குறிப்-பிடுகிறோம். Xஅச்சில் Mகுறிப்பிடும் மதிப்பே இடைநிலையின் மதிப்-பாகும்.

கீழின ஓகைவிலிருந்து இடைநிலையைக் கணித்தல்;



மேலே தந்துள்ள படத்திலிருந்து, இடைநிலை=29

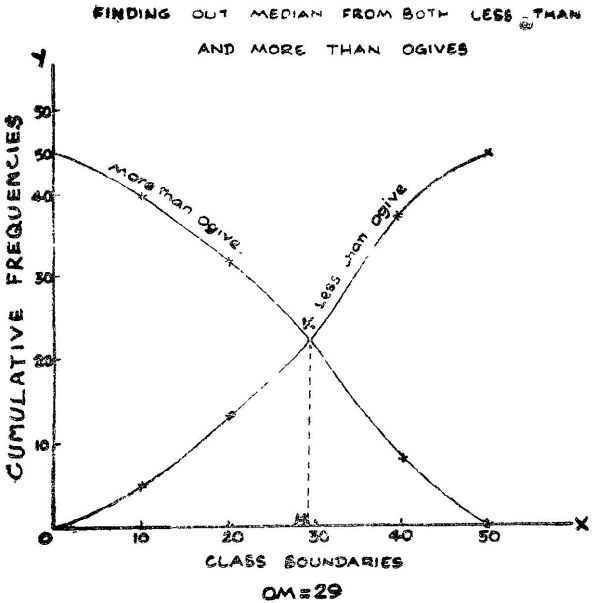
முறை (ii): இந்த முறையில் இரண்டு ஓகைவ்களையுமே வரைய வேண்டியுள்ளது. எனவே, கீழினக் குவிவு அலைவெண் பரவல் மற்றும் மேலினக் குவிவு அலைவெண் பரவல் ஆகிய இரு பரவல்

களுமே தேவைப்படுகின்றன, ஏற்கனவே நாம் கீழினக் குவிவு அலைவெண் பரவலைத் தந்துள்ளதால் மேலினக் குவிவு அலைவெண் பரவலை மட்டும் கீழே தந்துள்ளோம்.

பிரிவு எல்லை	மேலினக் குவிவு அலைவெண்
0	44
10	39
20	31
30	21
40	7

அடுத்தபடியாக இரு ஓகைவ்களையுமே ஒரே வரைபடத்தில் வரைகிறோம். இரு ஓகைவ்களும் வெட்டிக் கொளளும் புள்ளியை K என்று குறிப்பிடுகிறோம் K வழியாக ஒரு செங்குத்துக்கோடு வரையவேண்டும். இச் செங்குத்துக்கோடு X அச்சை வெட்டும் புள்ளியை M என்று குறிப்பிடுகிறோம், M குறிப்பிடும் மதிப்பே இடைநிலையின் மதிப்பாகும்.

இரு ஓகைவ்களிலிருந்து இடைநிலையைக் கணித்தல் :



மேலே உள்ள படத்திலிருந்து, இடைநிலை = 29

குறிப்பு: (1) நம்முடைய எடுத்துக்காட்டில் முதல் முறையை விளக்குவதற்காக கீழின ஓகைவை வரைந்து இடைநிலையைக் கணித்துக் காண்பித்துள்ளோம். கீழின ஓகைவிற்குப் பதிலாக மேலின ஓகைவை வரைந்தும் இடைநிலையைப் பெறலாம்.

(2) தேர்வில், இடைநிலையைக் கணிக்க உதவும் வரைபட முறையை விளக்கச் சொல்லிக் கேட்டிருந்தால், மேலே தந்துள்ள இரு முறைகளில் ஏதேனும் ஒருமுறையை விளக்கினாலே போதும். இரு முறைகளையுமே விளக்க வேண்டியதில்லை. கணக்கு செய்யும் பொழுதும் ஏதேனும் ஒரு முறையில் செய்தாலே போதுமானது ஆகும்.

கால்மானங்கள் (Quartiles)

முந்திய தலைப்பில், இடைநிலையானது கொடுத்துள்ள இனங்களின் வரிசையை (array) இருசம பாகங்களாகப் பிரிக்கிறது என்று கண்டோம். ஒரு பாகத்திலுள்ள இனங்களின் மதிப்புக்கள் இடைநிலையின் மதிப்பை விட அதிகமாக இருக்கும்; மற்றொரு பாகத்திலுள்ள இனங்களின் மதிப்புக்கள் இடைநிலையின் மதிப்பை விடக் குறைந்த மதிப்புடையவையாக இருக்கும். கொடுத்துள்ள இனங்களின் அமைப்பைப் பற்றி மேலும் நன்கு அறிந்து கொள்ளும் பொருட்டு அவ்வினங்களின் வரிசையை நான்கு, பத்து அல்லது நூறு சமபாகங்களாகப் பிரிக்க வேண்டியதிருக்கலாம். கொடுத்துள்ள இனங்களை ஒரு இனம் இருசம பாகங்களாகப் பிரிப்பது போல, மூன்று இனங்கள் நான்கு சம பாகங்களாகவும், ஒன்பது இனங்கள் பத்து சம பாகங்களாகவும், தொண்ணூற்றொன்பது இனங்கள் நூறு சம பாகங்களாகவும் பிரிக்கும் இந்த இனங்களின் மதிப்புக்களை முறையே கால்மானங்கள், பதின்மங்கள், நூற்றுமங்கள் என்று அழைக்கிறோம்.

கால்மானங்கள் (Quartiles)

கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவலை நான்கு சமபிரிவுகளாகப் பிரிக்கலாம். இவ்வாறு பிரிக்கும் பொழுது ஒரு பிரிவை அடுத்துள்ள பிரிவிலிருந்து பிரிக்கும் இனத்தின் மதிப்பைக் 'கால்மானம்' (quartiles) என்று அழைக்கிறோம் எனவே, மொத்தம் மூன்று கால்மானங்கள் இருக்கின்றன

முதல் பிரிவை இரண்டாவது பிரிவிலிருந்து பிரிக்கும் இனத்தின் மதிப்பானது கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களில் கால் பங்கு இனங்களின் மதிப்புக்களைவிட அதிகமாக இருக்கும். எனவே முதல் பிரிவை இரண்டாவது பிரிவிலிருந்து பிரிக்கும் இனத்தின் மதிப்பை 'முதல் கால்மானம்' (first quartile) அல்லது 'கீழ்க்கால்மானம்' (lower quartile) என்று அழைக்கிறோம்.

இரண்டாவது பிரிவை மூன்றாவது பிரிவிலிருந்து பிரிக்கும் இனத்தின் மதிப்பானது கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களில் பாதி இனங்களின் மதிப்புக்களை விட அதிகமாக இருக்கும். இடைநிலையின் மதிப்பும் இந்த மதிப்பும் ஒரே மதிப்பாக உள்ளது. இரண்டாவது பிரிவை மூன்றாவது பிரிவிலிருந்து பிரிக்கும் இனத்தின் மதிப்பை 'இரண்டாவது கால்மானம்' (the second quartile) என்று அழைக்கிறோம். எனவே, இடைநிலையானது 'இரண்டாவது கால் மானம்' என்ற பெயரையும் பெறுகிறது.

மூன்றாவது பிரிவையும் நான்காவது பிரிவையும் பிரிக்கும் இனத்தின் மதிப்பானது கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களில் முக்கால் பங்கு இனங்களின் மதிப்புக்களைவிட அதிகமாக இருக்கும். இந்த மதிப்பை நாம் 'மூன்றாவது கால்மானம்' (third quartile) அல்லது 'மேல் கால்மானம்' (upper quartile) என்று அழைக்கிறோம்.

கீழ்க்கால்மானம் மற்றும் மேல்க்கால்மானம் ஆகியவற்றை பற்றிக் கீழே தந்துள்ளோம்.

(1) கீழ்க்கால்மானம் அல்லது முதல் கால்மானம் (Lower quartile or the first quartile) :

இலக்கணம் :

கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களில் கால் பங்கு இனங்களின் மதிப்புக்கள் ஒரு மதிப்பைவிடக் குறைவாகவும், மீதியுள்ள முக்கால் பங்கு இனங்களின் மதிப்புக்கள் அதே மதிப்பை விட அதிகமாகவும் இருந்தால் அம்மதிப்பைக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவலின் கீழ்க்கால் மானம் (Lower quartile) என்று அழைக்கிறோம். இதற்கு முதல் கால்மானம் என்ற மற்றொரு பெயரும் உண்டு.

கீழ்க்கால்மானத்தை எப்பொழுதும் Q_1 என்று குறிப்பிடுவது வழக்கமாகும்.

(A) *ஒழுங்கு படுத்தப்படாத விவரங்களிலிருந்து கீழ்க்கால்மானத்தைக் (Q^1) கணித்தல்:*

ஒழுங்குபடுத்தப்படாத விவரங்களிலிருந்து கீழ்க்கால்மானத்தைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

1. *கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களை முதலாவதாக ஏறு வரிசையில் எழுத வேண்டும்.*

2. *கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கையை* n *என்று குறிப்பிடுகிறோம். கீழ்க்கால்மானத்தைக் கீழே தந்துள்ள சூத்திரத்தை பயன்படுத்திக் கணிக்கிறோம்.*

$$\text{கீழ்க் கால்மானம்} = \left[\frac{n+1}{4}\right] \text{வது இனத்தின் மதிப்பு.}$$

எடுத்துக்காட்டாக, கீழே தந்துள்ள எண்களின் கீழ்க் கால் மானத்தைக் காணவேண்டுமெனக் கொள்வோம்.

35, 80, 50, 60, 48, 63, 65.

முதலாவதாக கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களைக் கீழே உள்ளபடி ஏறு வரிசையில் எழுத வேண்டும்.

35, 48, 50, 60, 63, 65, 80.

n = *கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை* = 7

$$Q_1 = \left[\frac{n+1}{4}\right] \text{ - வது இனத்தின் மதிப்பு}$$

$$= \left[\frac{7+1}{4}\right] \text{ - வது இனத்தின் மதிப்பு}$$

$$\left[\frac{8}{4}\right] \text{ - வது இனத்தின் மதிப்பு}$$

= 2 - *வது இனத்தின் மதிப்பு*

= 48

∴ *கீழ்க் கால்மானம்* = 48.

மேலே தந்துள்ள எடுத்துக்காட்டில் (n + 1) (*அதாவது*, 8) 4-*ஆல் மீதியின்றி வகுபடுவதால் ஒரு முழு எண்* (*அதாவது*, 2) *ஈவாக வந்துள்ளது. எனவே,*

இனம $\left[\frac{n+1}{4}\right]$ - இன் மதிப்பானது அதாவது, கீழ்க் கால்மானத்தின் மதிப்பானது கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களில் ஒன்றாக, எளிதில் கணிக்கும் வகையில் அமைந்துள்ளது.

சில சமயங்களில் $(n+1)$ ஆனது 4-ஆல் மீதியின்றி வகுபடாத எண்ணாக இருக்கும். அப்படிப்பட்ட சமயங்களில் ஈவாக வரும் எண் .25, .5 அல்லது .75 ஆகிய பின்னத்தையுடைய கலப்பு எண்ணாக * இருக்கும். இச் சமயங்களில் கீழ்க் கால்மானத்தின் மதிப்பைக் கீழே விளக்கியுள்ளவாறு கணிக்க வேண்டும்.

1) $\left[\frac{n+1}{4}\right]$ - இன் மதிப்பைக் குறிக்கும் கலப்பு எண்ணின் முழுஎண்பகுதி குறிக்கும் இனத்தின் மதிப்பை கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவலிலிருந்து காணவேண்டும்.

2) முழு எண் பகுதி குறிக்கும் இனத்திற்கு அடுத்து அமைந்துள்ள இனத்தின் மதிப்பிற்கும், முழு எண் பகுதி குறிக்கும் இனத்தின் மதிப்பிற்கும் உள்ள வேறுபாட்டைக் கணிக்க வேண்டும்.

3) இவ்வேறுபாட்டைக் கலப்பு எண்ணின் பின்னப் பகுதியால் பெருக்கி வரும் பெருக்கற்பலனைக் கணடுபிடிக்க வேண்டும்.

4) இப் பெருக்கற்பலனை முழு எண் பகுதி குறிக்கும் இனத்தின் மதிப்போடு கூட்ட வேண்டும். இவ்வாறு கூட்டி வரும் மதிப்பே Q_1 இன் மதிப்பாகும்.

எங்கெல்லாம் ★ கலப்பு எண்ணால் குறிக்கப்படும் இனத்தின் மதிப்பைக் காணவேண்டுமோ அங்கெல்லாம் மேலே நாம் கூறிய முறையைப் பயன்படுத்தவேண்டும்.

---

* முழு எண் பகுதியும் பின்னப் பகுதியும் கொண்ட எண்ணைக் கலப்பு எண் என்று கூறுகிறோம் 2,3. 5 2, 6. 75, 3 25, 4. 5 ஆகிய எண்கள் கலப்பு எண்களுக்கு எடுத்துக்காட்டுகளாகும்.

★ கீழ்க் கால்மானத்திற்கு அடுத்தபடியாக மேல் கால்மானம் பதின்மானங்கள் ஆகியவற்றைக் கணிக்கும் முறைகள் தரப்பட்டுள்ளன. மேல் கால்மானம் மற்றும் பதின்மானங்கள் இவற்றைக் கணிக்கும் பொழுதும் கலப்பு எண்ணால் குறிக்கப்படும் இனங்களின் மதிப்புக்களைக் காண வேண்டிய சந்தர்ப்பங்கள் வரும். இச் சந்தர்ப்பங்களிலும் மேலே தந்துள்ள முறையைப் பின்பற்றிக் கலப்பு எணகளால் குறிக்கப்படும் இனங்களின் மதிப்புக்களைக் காணவேண்டும்.

மாதிரிக் கணக்கு 1; —

கீழே உள்ள எண்களின் கீழ்க்கால்மானத்தைக் கணிக்க-வேண்டும்.

35, 48, 50, 60, 63, 65.

n = இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை

= 6

$$Q_1 = \text{இனம்}\left[\frac{n+1}{4}\right] \text{ - இன் மதிப்பு}$$

$$= \text{இனம்}\left[\frac{6+1}{4}\right] \text{-இன் மதிப்பு}$$

$$= \text{இனம்}\left[\frac{7}{4}\right] \text{-இன் மதிப்பு}$$

= இனம் 1.75-இன் மதிப்பு

இனம் 1.75-இன் மதிப்பைக் கீழ்க்கண்ட முறையில் கணிக்-கிறோம்

இனம் 1.75-இன் மதிப்பு = இனம் 1-இன் மதிப்பு + ¾ (இனம்-2-இன் மதிப்பு — இனம் 1-இன் மதிப்பு)

நம்முடைய எடுத்துக்காட்டில்,

இனம் 1-இன் மதிப்பு = 35

இனம் 2-இன் மதிப்பு = 48

இனம் 1.75 இன் மதிப்பு = $35 + \frac{3}{4}(48-35)$

$$= 35 + \left(\frac{3}{4} \times 13\right)$$

$$= 35 + \frac{39}{4}$$

$$= 35 + 9.75$$

$$= 44.75$$

∴ கீழ்க் கால்மானம் = 44.75

மாதிரிக் கணக்கு 2 :-

கீழே உள்ள எண்களின் கீழ்க் கால்மானத்தைக் கணிக்கவும்.

35, 48, 50, 60, 63, 65, 80, 85

n = இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை

= 8

Q_1 = இனப் $\left[\frac{n+1}{4}\right]$ — இன் மதிப்பு

= இனப் $\left[\frac{8+1}{4}\right]$ — இன் மதிப்பு

= இனப் $\left[\frac{9}{4}\right]$ — இன் மதிப்பு

= இனம் 2.25 இன் மதிப்பு

இனம் 2.25- இன் மதிப்பைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

இனம் 2.25-இன் மதிப்பு = இனம் 2-இன் மதிப்பு + $\frac{1}{4}$ (இனம் 3-இன் மதிப்பு—இனம் 2-இன் மதிப்பு)

நம்முடைய கணக்கில்,

இனம் 2-இன் மதிப்பு = 48

இனம் 3-இன் மதிப்பு = 50

∴ இனம் 2.25-இன் மதிப்பு $48+\frac{1}{4}(50-48)$

$= 48 + \left(\frac{1}{4} \times 2\right)$

$= 48 + .5$

$= 48.5$

∴ கீழ்க் கால்மானம் = 48.5

மாதிரிக் கணக்கு 3 :-

கீழே உள்ள இனங்களின் கீழ்க்கால்மானத்தைக் கணிக்கவும்.

35, 48, 50, 60, 63, 66, 80, 85, 88

n = இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை

= 9

$$Q_1 = \text{இனம்}\left(\frac{n+1}{4}\right) \text{—இன் மதிப்பு}$$

$$= \text{இனம்}\left(\frac{9+1}{4}\right) \text{—இன் மதிப்பு}$$

$$= \text{இனம்}\left(\frac{10}{4}\right) \text{— இன் மதிப்பு}$$

= இனம் 2.5 இன் மதிப்பு

இனம் 2.5-இன் மதிப்பைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

இனம் 2.5-இன் மதிப்பு = இனம் 2-இன் மதிப்பு + ½(இனம் 3-இன்மதிப்பு — இனம் 2-இன் மதிப்பு)

நம்முடைய கணக்கில்,

இனம் 2–இன் மதிப்பு = 48
இனம் 3–இன் மதிப்பு = 50
∴ இனம் 2.5-இன் மதிப்பு = $48+\frac{1}{2}(50-48)$
$= 48+(\frac{1}{2}\times 2)$
$= 48+1$
$= 49$
∴கீழ்க்கால்மானம் = 49.

(B) தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் பரவலிலிருந்து கீழ்க்கால்-மானத்தைக் கணித்தல்;

கீழ்க்கால்மானத்தைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

1) கொடுத்துள்ள அலைவெண்களிலிருந்து குவிவு அலை வெண்களைக் (கீழினக்குவிவு அலைவெண்களை) கணிக்க வேண்டும்.

2) அலைவெண்களின் மொத்தத்தைக் கணிக்க வேண்டும். அலைவெண்களின் மொத்தத்தை N என்று குறிக்கிறோம். $\frac{N+1}{4}$ இன் மதிப்பைக் காண வேண்டும்.

3) கீழ்க்கால்மானத்தைக் கீழே தந்துள்ள சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கணிக்கிறோம்.

$$Q_1 = \text{இனம்}\ \frac{(N+1)}{4} \text{இன் மதிப்பு}$$

தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் பரவலொன்று கீழே தந்துள்ளோம்.

இனத்தின் மதிப்பு	அலைவெண்
55	8
65	10
75	16
85	14
95	10
105	5
115	2

குவிவு அலைவெண்களைக் கணித்து கீழே உள்ள அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்.

இனத்தின்மதிப்பு	அலைவெண்	குவிவு அலைவெண்
55	8	8
65	10	18
75	16	34
85	14	48
95	10	58
105	5	63
115	2	65
மொத்தம்	65	

N = அலைவெண்களின் மொத்தம்

= 65

$$\frac{N+1}{4} = \frac{65+1}{4} = \frac{66}{4} = 16.5$$

= 16.5

$$Q_1 = \text{இனம்} \frac{(N+1)}{4} \text{ இன் மதிப்பு}$$

= இனம் 16·5- இன் மதிப்பு.

மேலே உள்ள குவிவு அலைவெண்களைப் பயன்படுத்தி நாம் பெறுவது:

இனம் 8-ற்குப் பின்பு இனம் 18 வரை உள்ள ஒவ்வொரு இனத்தின் மதிப்பும் 65-க்குச் சமம். இனம் 16.5 ஆனது இனம் 8-ற்கும் இனம் 18-ற்கும் இடையிலுள்ள இனமாகும். எனவே, இனம் 16.5- இன் மதிப்பும் 65 ஆகும்.

$\therefore Q_1 = 65$

கீழ்க்கால்மானம் = 65

(C) தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவலிலிருந்து கீழ்க்கால் மானத்தைக் கணித்தல்.

கீழ்க் கால்மானத்தைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

1. கொடுத்துள்ள அலைவெண்களிலிருந்து குவிவு அலை-வெண்களைப் (கீழினக் குவிவு அலைவெண்களைப்) பெற வேண்டும்.

2. அலைவெண்களின் மொத்தத்தைக் கணிக்க வேண்டும். இதனை N என்று குறிக்கிறோம். $\frac{N}{4}$ - இன் மதிப்பைக் காண வேண்டும்.

3, $Q_1 = \text{இனம்}\left(\frac{N}{4}\right)$ -இன் மதிப்பாகும். இச்சூத்திரத்-தைப் பயன்படுத்தி Q_1 இன் மதிப்பு எந்தப் பிரிவில் வருகிறதோ அந்தப் பிரிவைக் காண வேண்டும். இப்பிரிவை Q_1 பிரிவு (Q_1 class) என்று கூறுகிறோம்.

4. கீழ்க்கால்மானத்தின் மதிப்பைக் கீழே உள்ள சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கணிக்கிறோம்-

$$Q_1 = l + \frac{\frac{N}{4} - m}{f} \times c$$

Q_1 என்பது கீழ்க்கால்மானத்தைக் குறிக்கிறது.

l என்பது Q_1 பிரிவின் உண்மைப் பிரிவு கீழ் எல்லை

N என்பது அலைவெண்களின் மொத்தம் ஆகும்.

m என்பது Q_1 பிரிவிற்கு முந்திய பிரிவின் குவிவு அலைவெண்

f என்பது Q_1 பிரிவின் அலைவெண்

c என்பது Q_1 பிரிவின் பிரிவு இடைவெளித் தூரம்.

தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவலொன்று கீழே தந்துள்ளோம்.

பிரிவு	அலைவெண்
0—3	4
3—6	8
6—9	10
9—12	14
12—15	7

குவிவு அலைவெண்களைக் கணித்துக் கீழே தந்துள்ளோம்.

பிரிவு	அலைவெண்	குவிவு அலைவெண்
0—3	4	4
3—6	8	12
6—9	10	22
9—12	14	36
12—15	7	43
மொத்தம்	43	

N = அலைவெண்களின் மொத்தம

= 43

$\frac{N}{4} = \frac{43}{4}$

= 10.75

Q_1 = இனம் $\left(\frac{N}{4}\right)$ —இன் மதிப்பு

= இனம் 10.75 — இன் மதிப்பு

மேலே உள்ள அட்டவணையிலுள்ள குவிவு அலைவெண் பத்தியைப் பயன்படுத்தி, இனம் 4-ற்குப் பின்பாக இனம் 12 வரையிலுள்ள ஒவ்வொரு இனத்தின் மதிப்பும் '3—6' என்ற பிரிவு இடைவெளியில் உள்ளது என்பதைப் பெறுகிறோம்.

இனம் 10.75 ஆனது இனம் 4-ற்கும் இனம் 12-ற்கு மிடையிலுள்ள ஒரு இனமாகும், எனவே, இனம்10.75-இன் மதிப்பும் '3 — 6' என்ற இடைவெளியில் உள்ளது.

∴ '3—6' என்ற பிரிவே Q_1 பிரிவாகும்,

l = Q_1 பிரிவின் உண்மைப் பிரிவு கீழ் எல்லை

= 3

m = Q_1 பிரிவிற்கு முந்திய பிரிவின் குவிவு அலைவெண்

= '0—3' என்ற பிரிவின் குவிவு அலைவெண்

= 4

f = Q_1 பிரிவின் அலைவெண்

= 8

c = Q_1 பிரிவின் இடைவெளித் தூரம்

= 6 — 3

= 3

$$Q_1 = l + \frac{\frac{N}{4} - m}{f} \times c$$

$$= 3 + \frac{10.75 - 4}{8} \times 3$$

$$= 3 + \frac{6.75}{8} \times 3$$

$$= 3 + \frac{20,25}{8}$$

$$= 3 + 2.53$$

$$= 5.53$$

கீழ்க்கால்மானம் = 5.53

11. மேல்க்கால்மானம் அல்லது மூன்றாவது கால்மானம் (Upper quartile or the third quartile)

இலக்கணம் :

கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களில் முக்கால் பங்கு இனங்களின் மதிப்புக்கள் ஒரு மதிப்பைவிடக் குறைவாகவும், கால்பங்கு இனங்களின் மதிப்புக்கள் அதே மதிப்பைவிட அதிகமாகவும் இருந்தால் அம்மதிப்பை மேல்க்கால்மானம் (upper quartile) என்று அழைக்கிறோம்.

மேல்க்கால்மானத்தை எப்பொழுதும் Q_3 என்று குறிப்பிடுகிறோம். மேல்க்கால்மானத்திற்கு 'மூன்றாவது கால்மானம் (third quartile) என்ற மற்றொரு பெயரும் உண்டு.

(A) ஒழுங்குபடுத்தப் படாத விவரங்களிலிருந்து மேல்க்கால்மானத்தைக் கணித்தல்

மேல்க்கால்மானத்தை நாம் கீழ்க்காணும் முறையில் கணிக்கிறோம்.

1) கொடுத்துள்ள இனங்களை முதலில் ஏறுவரிசையில் எழுத வேண்டும்.

2) கொடுத்துள்ள இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கையை 'n' என்று குறிப்பிடுகிறோம். இப்பொழுது மேல்க்கால்மானத்தைக் கீழே தந்துள்ள சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கணிக்கிறோம்.

$$Q_3 = \text{இனம்} \frac{3(n+1)}{4} \text{ இன் மதிப்பு}$$

மாதிரிக் கணக்கு : 4

கீழே தந்துள்ள இனங்களின் மேல்க் கால்மானத்தைக் கணிக்கவும்.

28, 32, 27, 45, 43, 52.

மேலே கொடுத்துள்ள எண்களை ஏறு வரிசையில் கீழே தந்துள்ளோம் 27, 28, 32, 43, 45, 52.

n = இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை

= 6

Q_3 = இனம் $\frac{3(n+1)}{4}$ -இன் மதிப்பு

= இனம் $\frac{3(6+1)}{4}$ -இன் மதிப்பு

Q_3 = இனம் $\frac{3 \times 7}{4}$ இன் மதிப்பு

= இனம் $\frac{21}{4}$ இன் மதிப்பு

= இனம் 5. 25 — இன் மதிப்பு

முன்பு கீழ்க் கால்மானத்தைக் கணிக்கும் பொழுது $\left(\frac{n+1}{4}\right)$ இன் மதிப்பு .25, .5 மற்றும் .75 ஆகிய பின்னங்களில் ஏதேனும் ஒரு பின்னத்தை உடைய எண்ணாக இருக்கும்பொழுது எந்த முறையைப் பின்பற்றினோமோ அதேமுறையில் இங்கும் மேல்க்கால்மானத்தைக் கணிக்கிறோம்.

∴இனம் 5.25 இன் மதிப்பு = இனம் 5 - இன் மதிப்பு + $\frac{1}{4}$ (இனம் 6 இன் மதிப்பு — இனம் 5-இன் மதிப்பு)

= 45 + $\frac{1}{4}$ (52 − 45)

= 45 + $[\frac{1}{4} \times 7$

= 46.75

மேல்க்கால்மானம் = 46.75

மாதிரிக்கணக்கு : 5

கீழே தந்துள்ள எண்களின் மேலக்கால்மானத்தைக் கணிக்கவும்.

27, 28, 32, 38, 43, 45 52.

இங்கு இனங்கள் ஏற்கனவே ஏறுவரிசையில் தரப்பட்டுள்ளன

n = இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை

= 7

Q_3 = இனம் $\frac{3(7+1)}{4}$ — இன் மதிப்பு

= இனம் $\frac{3\times 8}{4}$ — இன் மதிப்பு

= இனம் 6-ன் மதிப்பு

= 45

மேல்க் கால்மானம் = 45

(B) தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் பரவலிலிருந்து மேல்க்கால்-மானத்தைக் கணித்தல்

மேல்க்கால்மானத்தைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

1. கொடுக்கப்பட்டுள்ள அலைவெண்களிலிருந்து கீழினக் குவிவு அலைவெண்களைக் கணிக்க வேண்டும்.

2. அலைவெண்களின் மொத்தத்தைக் கணிக்க வேணடும் இம் மொத்தத்தை N என்று குறிப்பிடுகிறோம்

3. மேல்க்கால்மானத்தைக் கீழே உள்ள சூத்திரத்தைப் பயன் படுத்திக் கணிக்கிறோம்.

Q_3 = இனம் $\frac{3(N+1)}{4}$ இன் மதிப்பு

இனத்தின் மதிப்பு	அலைவெண்
55	8
65	10
75	16
85	14
95	10
105	5
115	2

குவிவு அலைவெண்களைக் கணித்துக் கீழே உள்ள அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்.

இனத்தின் மதிப்பு	அலைவெண்	குவிவு அலைவெண்
55	8	8
65	10	18
75	16	34
85	14	48
95	10	58
105	5	63
115	2	65
மொத்தம்	65	

N = அலைவெண்களின் மொத்தம்

= 65

$$\frac{3(N+1)}{4} = \frac{3(65+1)}{4} = \frac{3\times 66}{4}$$

$$= 49.5$$

Q_3 = இனம் $\frac{3(N+1)}{4}$ இன் மதிப்பு

= இனம் 49.5 இன் மதிப்பு.

மேலே உள்ள குவிவு அலைவெண் பத்தியிலிருந்து, இனம் 48-ற்குப் பின்பு இனம் 58 வரையிலுள்ள ஒவ்வொரு இனத்தின் மதிப்பும் 95-க்குச் சமமாக உள்ளது என்று தெரியவருகிறது.

இனம் 49.5 ஆனது இனம் 48-க்கும் இனம் 58-க்கும் இடையில் உள்ள இனமாகும்.

∴ இனம் 49.5-இன் மதிப்பு = 95

அதாவது, Q_3 = 95

மேல்க்கால்மானம் = 95

(C) தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவலிலிருந்து மேல்க்கால் மானத்தைக் கணித்தல்:

மேல்க்கால்மானத்தைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

1. அலைவெண்களின் மொத்தத்தைக் கணித்து இதனை N என்று குறிக்கிறோம்.

2. மேல்க்கால்மானத்தைக் கணிக்க உதவும் சூத்திரம் வருமாறு :

Q_3 = இனம் $\frac{3N}{4}$ இன் மதிப்பு

இச் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி Q_3 இன்மதிப்பு எந்தப் பிரிவு இடைவெளியில் உள்ளதோ அந்தப் பிரிவைக் காணவேண்டும். இப் பிரிவை Q_3 பிரிவு என்று கூறுகிறோம்.

Q_3 பிரிவைக் காண முதலாவதாக குவிவு அலைவெண்களைக் கணிக்க வேண்டும். இக்குவிவு அலைவெண்களைப் பயன் படுத்தி $\frac{3N}{4}$ இன் மதிப்பு எப்பிரிவில் உள்ளது என்பதைக் கண்டுபிடிக்க வேண்டும். இதுவே Q_3 பிரிவு ஆகும்.

3. இப்பொழுது மேல்க்கால்மானத்தின் மதிப்பைக் கீழே உள்ள சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கணிக்கிறோம்.

$$Q_3 = l + \frac{\frac{3N}{4} - m}{f} \times C$$

Q_3 என்பது மேல்க்கால்மானத்தைக் குறிக்கிறது

l என்பது Q_3 பிரிவின் உண்மைப் பிரிவு கீழ் எல்லை

N என்பது அலைவெண்சளின் மொத்தம்

m என்பது Q_3 பிரிவிற்கு முந்திய பிரிவின் குவிவு அலைவெண்

f என்பது Q_3 பிரிவின் அலைவெண்

c என்பது Q_3 பிரிவின் இடைவெளித் தூரம்.

மாதிரிக்கணக்கு: 6

கீழே தந்துள்ள அலைவெண் பரவலிலிருந்து மேல்க்கால்-மானத்தைக் கணிக்கவும்.

பிரிவு	அலைவெண்
0— 3	4
3—6	8
6— 9	10
9—12	14
12- 15	7

குவிவு அலைவெண்களைக் கணித்து கீழே அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்.

பிரிவு	அலைவெண்	குவிவு அலைவெண்
0— 3	4	4
3— 6	8	12
6— 9	10	22
9—12	14	36
12—15	7	43
மொத்தம்	43	

N = அலைவெண்களின் மொத்தம்

= 43

$$\frac{3N}{4} = \frac{3 \times 43}{4}$$

$$= \frac{129}{4}$$

$$= 32.25$$

Q_3 = இனம் $\frac{3N}{4}$ இன் மதிப்பு

இனம் 32.25-இன்மதிப்பு

குவிவு அலைவெண் பத்தியிலிருந்து இனம் 22ற்குப் பின்பு இனம் 36 வரையுள்ள ஒவ்வொரு இனத்தின் மதிப்பும் '9-12' என்ற பிரிவில் உள்ளது என்பதை அறிகிறோம்.

இனம் 32.25 ஆனது இனம் 22-ற்கும் இனம் 36க்குமிடையே உள்ள இனமாகும். எனவே இனம் 32.25-ன் மதிப்பும் '9—12' என்ற இடைவெளியில் உள்ளது.

∴ Q^3 இன் மதிப்பு '9—12' என்ற பிரிவில் உள்ளது.

∴'9-12'—என்ற பிரிவே Q_3 பிரிவாகும்.

l = Q_3 பிரிவின் உண்மைப் பிரிவு கீழ் எல்லை

= 9

m = Q_3 பிரிவிற்கு முந்திய பிரிவின் குவிவு அலைவெண்

= 22

f = Q_3 பிரிவின் அலைவெண்

= 14

c = Q_3 பிரிவின் இடைவெளித்தூரம்

= 12−9

= 3

$$Q_3 = l + \frac{\frac{3N}{4} - m}{f} \times c$$

$$= 9 + \frac{32.25 - 22}{14} \times 3$$

$$= 9 + \frac{10.25}{14} \times 3$$

$$= 9 + 2.196$$

$$= 11.196$$

மேல்க்கால்மானம் = 11.196

வரைபடத்தின் உதவியைக் கொண்டு கீழ்க்கால்மானத்தையும் மேல்க்கால்மானத்தையும் கணித்தல்:

இடைநிலையைப் போன்றே கீழ்க்கால்மானம், மேல்க்கால் மானம் ஆகிய இரண்டையும் ஓகைவ்களைப் (Ogives) பயன்படுத்திக் கண்டுபிடிக்கலாம். ஓகைவ்கள் வரையும் பொழுது பிரிவு இடை வெளிகளை x- அச்சிலும் குவிவு அலைவெண்களை y - அச்சிலும் குறிக்கிறோம்.

அலைவெண்களின் மொத்தம் N எனக் கொள்வோம். $\frac{N}{4}$ மற்றும் $\frac{3N}{4}$ ஆகியவற்றின் மதிப்பைக் காண வேண்டும்.

குவிவு அலைவெண் = $\frac{N}{4}$ ஐ ஒரு புள்ளியின் மூலம் y அச்சில் குறிக்க வேண்டும் இப்புள்ளி வழியாக ஒரு கிடைக்கோடு (Horizontal line) வரைய வேண்டும். இக்கிடைக்கோடானது 'கீழின ஓகைவை' வெட்டும் புள்ளியைக் குறிக்க வேண்டும். இப்புள்ளியிலிருந்து x அச்சிக்கு ஒரு செங்குத்துக்கோடு வரைய வேண்டும். இச் செங்குத்துக்கோடு x அச்சை வெட்டும் புள்ளியை Q_1 என்று குறிக்க வேண்டும். Q_1 என்ற புள்ளி குறிக்கும் இனத்தின் மதிப்பே கீழ்க்கால்மானமாகும்.

இதேபோல. குவிவு அலைவெண் = $\frac{3N}{4}$ ஐ y- அச்சில் ஒரு புள்ளியால் குறிக்க வேண்டும். இப்புள்ளி வழியே ஒரு கிடைக்கோடு வரையவேண்டும், இக்கிடைக்கோடானது கீழின ஓகைவை வெட்டும் புள்ளியிலிருந்து x அச்சிற்கு ஒரு செங்குத்துக்கோடு வரைய வேண்டும். இச் செங்குத்துக் கோடு x அச்சை வெட்டும் புள்ளியை Q_3 என்று குறிக்கிறோம். Q_3 என்ற புள்ளி குறிக்கும் இனத்தின் மதிப்பே மேல்க்கால்மானத்தின் மதிப்பாகும்.

தசமானங்கள் அல்லது பதின்மானங்கள் (Deciles)

முதல் கால்மானம் (கீழ்க்கால்மானம்) இரண்டாவது கால்-மானம் (இடைநிலை) மற்றும் மூன்றாவது கால்மானம் (மேல்க்-கால்மானம்) ஆகிய மூன்று கால்மானங்களும் கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவலை நான்கு சம பகுதிகளாகப் பிரிக்கின்றன. இதே போல, கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவலைப் பத்துச் சமபிரிவுகளாகவும் பிரிக்க கலாம். இவ்வாறு பிரிக்கும்பொழுது, ஒரு பிரிவை அடுத்துள்ள பிரிலிருந்து பிரிக்கும் இனத்தைத் 'தசமானம்' அல்லது 'பதின்மானம்' (decile) என்று கூறுகிறோம். எனவே மொத்தம் ஒன்பது பதின்-மானங்கள் இருக்கின்றன. ஐந்தாவது பதின்மானத்தின் மதிப்பு இடைநிலையின் மதிப்பாகும்.

ஒன்பது பதின்மானங்களையும் எப்பொழுதும் முறையே D_1, D_2, D_3, D_4, D_5, D_6, D_7, D_8, D_9 என்று குறிப்பது வழக்க-மாகும்.

(A) ஒழுங்குபடுத்தப்படாத விவரங்களிலிருந்து பதின்மானங்களைக் கணித்தல் :

பதின்மானங்களைக் கீழ்க்கண்ட முறையில் கணிக்கிறோம்.

1. கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களை முதலாவதாக ஏறு வரிசையில் எழுத வேண்டும்.
2. கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கையை n என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

இப்பொழுது ஒன்பது பதின்மானங்களையும் கீழே தந்துள்ள சூத்திரங்களைப் பயன்படுத்திக் கணிக்கிறோம்.

D_1 = இனம் $\left(\frac{n+1}{10}\right)$ — இன் மதிப்பு

D_2 = இனம் $\frac{2(n+1)}{10}$ — இன் மதிப்பு

D_3 = இனம் $\frac{3(n+1)}{10}$ — இன் மதிப்பு

D_4 = இனம் $\frac{4(n+1)}{10}$ —இன் மதிப்பு

D_5 = இனம் $\frac{5(n+1)}{10}$ —இன் மதிப்பு

D_6 = இனம் $\frac{6(n+1)}{10}$ —இன் மதிப்பு

D_7 = இனம் $\frac{7(n+1)}{10}$ — இன் மதிப்பு

D_8 = இனம் $\frac{8(n+1)}{10}$ இன் மதிப்பு

D_9 = இனம் $\frac{9(n+1)}{10}$ இன் மதிப்பு

கீழே தந்துள்ள எண்களின் முதல் மூன்று பதின்மானங்களைக் கணித்துக் கீழே தந்துள்ளோம்.

27, 35, 80, 50, 60, 48, 63, 65, 90, 86.

முதலில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களைக் கீழே ஏறுவரிசையில் தந்துள்ளோம்.

27, 35, 48, 50, 60, 63, 65, 80, 86, 90

n = இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை

= 10

D_1 = இனம் $\left[\frac{n+1}{10}\right]$ — இன் மதிப்பு

= இனம் $\left[\frac{10+1}{10}\right]$ — இன் மதிப்பு

= இனம் $\frac{11}{10}$ —இன் மதிப்பு

= இனம் 1.1 — இன் மதிப்பு

இவ்வாறு $\left[\frac{n+1}{10}\right]$ — இன் மதிப்பு பின்னப் பகுதியுடைய எண்ணாக இருக்கும் பொழுது கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

இனம் 1.1-இன் மதிப்பு = இனம் 1-இன் மதிப்பு+ $\frac{1}{10}$(இனம் 2-இன் மதிப்பு — இனம் 1-இன் மதிப்பு)

$= 27 + \frac{1}{10}(35-27)$

$= 27 + (\frac{1}{10} \times 8)$

$= 27 + .8$

$= 27.8$

$\therefore D_1 = 27.8$

முதல் பதின்மானம் = 27.8

D_2 = இனம் $\frac{2(n+1)}{10}$ இன் மதிப்பு

= இனம் $\frac{2(10+1)}{10}$ இன்மதிப்பு

= இனம் $\frac{2 \times 11}{10}$ இன்மதிப்பு

= இனம் $\frac{22}{10}$-இன் மதிப்பு

= இனம் 2.2-இன் மதிப்பு

முன்போலவே, இனம் 2.2— இன் மதிப்பைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்க வேண்டும்.

இனம் 2.2-இன் மதிப்பு = இனம் 2-இன் மதிப்பு + $\frac{2}{10}$(இனம் 3-இன் மதிப்பு — இனம் 2-இன் மதிப்பு)

$= 35 + \frac{2}{10}(48-35)$

$= 35 + (\frac{2}{10} \times 13)$

$= 35 + \frac{26}{10}$

$= 37.6$

$\therefore D_2 = 37.6$

இரண்டாவது பதின்மானம் = 37.6

D_3 = இனம் $\frac{3(n+1)}{10}$ - இன் மதிப்பு

$= \text{இனம்} \dfrac{3(10+1)}{10} - \text{இன் மதிப்பு}$

$= \text{இனம்} \dfrac{3\times 11}{10} - \text{இன் மதிப்பு}$

$= \text{இனம்} \left(\frac{33}{10}\right) - \text{இன் மதிப்பு}$

$= \text{இனம்}\ 3.3 \text{ இன் மதிப்பு}$

இனம் 3.3 இன் மதிப்பு = இனம் 3-இன் மதிப்பு + $\frac{3}{10}$ (இனம் 4-இன் மதிப்பு — இனம் 3 இன் மதிப்பு)

$= 48 + \frac{3}{10}\ (50-48)$

$= 48 + \left(\frac{3}{10} \times 2\right)$

$= 48 + \frac{6}{10} = 48.6$

$D_3 = 48.6$

மூன்றாவது பதின்மானம் = 48.6

(B) தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் பரவலிலிருந்து பதின்மானங்களைக் கணித்தல்:

பதின்மானங்களைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

1) கொடுக்கப்பட்டுள்ள அலைவெண்களிலிருந்து குவிவு அலைவெண்களைக் கணிக்க வேண்டும்.

2) அலைவெண்களின் மொத்தத்தைக் கணித்து N என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

இப்போது பதின்மானங்களைக் கீழே தந்துள்ள சூத்திரங்களைப் பயன்படுத்திக் கணிக்கிறோம்.

$D_1 = \text{இனம்} \dfrac{(N+1)}{10}$ இன்மதிப்பு

$D_2 = \text{இனம்} \dfrac{2(N+1)}{10}$ இன்மதிப்பு

$D_3 = \text{இனம்} \dfrac{3(N+1)}{10}$ இன்மதிப்பு

$$D_4 = \text{இனம்} \frac{4(N+1)}{10} \text{இன்மதிப்பு}$$

$$D_5 = \text{இனம்} \frac{5(N+1)}{10} \text{இன்மதிப்பு}$$

$$D_6 = \text{இனம்} \frac{6(N+1)}{10} \text{இன்மதிப்பு}$$

$$D_7 = \text{இன்ம்} \frac{7(N+1)}{10} \text{இன்மதிப்பு}$$

$$D_8 = \text{இனம்} \frac{8(N+1)}{10} \text{இன்மதிப்பு}$$

$$D_9 = \text{இனம்} \frac{9(N+1)}{10} \text{இன்மதிப்பு}$$

தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் பரவலொன்று கீழே தந்துள்ளோம். முதல் மற்றும் ஒன்பதாவது பதின்மான்ங்களைக் கணித்துள்ளோம்.

இனத்தின் மதிப்பு	அலைவெண்
55	8
65	10
75	16
85	14
95	10
105	5
115	2

குவிவு அலைவெண்களைக் கணித்துக் கீழே உள்ள அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்.

இனத்தின் மதிப்பு	அலைவெண்	குவிவு அலைவெண்
55	8	8
65	10	18
75	16	34
85	14	48
95	10	58
105	5	63
115	2	65
மொத்தம்	65	

முதல் பதின்மானத்தைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

N = அலைவெண்களின் மொத்தம்

= 65

$$\frac{N+1}{10} = \frac{65+1}{10} = \frac{66}{10} = 6.6$$

மேலே உள்ள அட்டவணையின் குவிவு அலைவெண் பத்தியிலிருந்து இனம் 8 வரையிலுள்ள ஒவ்வொரு இனத்தின் மதிப்பும் 55 ஆகும் என்று அறிகிறோம். இனம் 6.6 ஆனது இனம் 8-ற்கு முன்பே உள்ள இனமாகும்.

எனவே இனம் 6.6 இன் மதிப்பும் 55 ஆகும்.

அதாவது $D_1 = 55$.

முதல் பதின்மானம் = 55.

ஒன்பதாவது பதின்மானத்தைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

$$\frac{9(N+1)}{10} = \frac{9(65+1)}{10} = \frac{9 \times 66}{10}$$

$$= \frac{594}{10}$$

$$= 59.4$$

D_9 = இனம் $\frac{9(N+1)}{10}$ இன் மதிப்பு

= இனம் 59.4 இன்மதிப்பு

மேலே உள்ள குவிவு அலைவெண் பத்தியிலிருந்து, இனம் 58-ற்குப் பின்பு இனம் 63 வரையிலுள்ள ஒவ்வொரு இனத்தின் மதிப்பும் 105 ஆகும் என்றறிகிறோம்.

இனம் 59.4 ஆனது இனம் 58-க்கும் இனம் 63க்கும் இடையில் உள்ள இனமாகும்.

∴ இனம் 59.4 இன் மதிப்பும் 105 ஆகும்.

அதாவது, $D_9 = 105$.

விடை :

முதல் பதின்மானம் = 55

ஒன்பதாவது பதின்மானம் = 105

c) தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவலிலிருந்து பதின்மானங்களைக் கணித்தல்

தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவலிலிருந்து முதல் பதின்மானத்தைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

1. கொடுக்கப்பட்டுள்ள அலைவெண்களிலிருந்து குவிவு அலைவெண்களைக் கணிக்கவேண்டும்.

2. முதல் பதின்மானம் D_1 = இனம் $\left[\frac{N}{10}\right]$ இன் மதிப்பு.

இந்தச் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி D_1- இன் மதிப்பு எந்தப் பிரிவில் உள்ளது என்பதைக் கண்டுபிடிக்கவேண்டும். D_1 - இன் மதிப்பு உள்ள பிரிவை D_1 பிரிவு என்று கூறுகிறோம்.

3. இப்பொழுது, D_1- இன் மதிப்பைக் கீழே தந்துள்ள சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கணிக்க வேண்டும்

$$D_1 = l + \frac{\frac{N}{10} - m}{f} \times C$$

D_1 என்பது முதல் பதின்மானம்

l என்பது D_1 பிரிவின் உண்மைப் பிரிவு கீழ் எல்லை

N என்பது அலைவெண்களின் மொத்தம்

m என்பது D_1 பிரிவிற்கு முந்திய பிரிவின் குவிவு அலைவெண்

f என்பது D_1 பிரிவின் அலைவெண்

c என்பது D_1 பிரிவின் இடைவெளித் தூரம்

தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவலொன்று கீழே தந்துள்ளோம்.

பிரிவு	அலைவெண்
0— 3	4
3— 6	8
6— 9	10
9—12	14
12—15	7

குவிவு அலைவெண்களைக் கணித்துக் கீழே உள்ள அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்.

பிரிவு	அலைவெண்	குவிவு அலைவெண்
0— 3	4	4
3— 6	8	12
6— 9	10	22
9—12	14	36
12—15	7	43
மொத்தம்	43	

N = அலைவெண்களின் மொத்தம்

= 43

$$D_1 = \text{இனம்}\left(\frac{N}{10}\right) - \text{இன் மதிப்பு}$$

$$= \text{இனம்}\left(\frac{43}{10}\right) - \text{இன் மதிப்பு}$$

= இனம் 4.3-இன் மதிப்பு

மேலே உள்ள குவிவு அலைவெண் பத்தியிலிருந்து, இனம் 4-ற்குப் பின்பு இனம் 12 வரையிலுள்ள ஒவ்வொரு இனத்தின் மதிப்பும் '3—6' என்ற பிரிவில் உள்ளது என்பது தெரிய வருகிறது.

இனம்4.3 ஆனது இனம்4-ற்கும் இனம் 12-ற்கும்இடையிலுள்ள இனமாகும்.

∴ இனம் 4.3-இன் மதிப்பும் '3 – 6' என்ற பிரிவில் உள்ளது. அதாவது, D_1-இன் மதிப்பு '3—6' என்ற பிரிவில் உள்ளது அதாவது' '3—6' என்ற பிரிவு D_1 பிரிவாகும்.

l = D_1 பிரிவின் உண்மை பிரிவு கீழ் எல்லை.

= 3.

m = D_1 பிரிவிற்கு முந்திய பிரிவின் குவிவு அலைவெண்.

= 4

f = D_1 பிரிவின் அலைவெண்.

= 8

c = D_1 பிரிவின் இடைவெளித் தூரம்

= 6—3

= 3

$$D_1 = l + \frac{\frac{N}{10} - m}{f} \times c$$

$$= 3 + \frac{4.3 - 4}{8} \times 3$$

$$= 3 + \frac{.3}{8} \times 3$$

$$= 3 + \frac{.9}{8}$$

= 3 + .1125

= 3.1125

D_1 பிரிவைக் கண்டுபிடித்தது போலவே,

D_2 = இனம் $\frac{2N}{10}$ இன் மதிப்பு என்ற சூத்திரத்தைப் பயன் படுத்தி D_2 பிரிவைக் கண்டு பிடிக்கலாம்.

D_2 இன் மதிப்பைக் கீழ்க்காணும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கணிக்க வேண்டும்.

$$D_2 = l + \frac{\frac{2N}{10} - m}{f} \times c$$

D_2 என்பது இரண்டாவது பதின்மானம் ஆகும்.

l என்பது D_2 பிரிவின் உண்மைப் பிரிவு கீழ் எல்லை.

m என்பது D_2 பிரிவுக்கு முந்திய பிரிவின் குவிவு அலைவெண்.

f என்பது D_2 பிரிவின் அலைவெண்.

c என்பது D_2 பிரிவின் இடைவெளித் தூரம்.

இதேபோல, மற்ற பதின்மானங்களும் கணிக்கப்படுகின்றன.

இறுதிப் பதின்மானமாகிய D_9 – ஐக் கீழ்க்காணும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கணிக்கிறோம்.

$$D_9 = l + \frac{\frac{9N}{10} - m}{f} \times c$$

l என்பது D_9 பிரிவின் உண்மைப் பிரிவு கீழ் எல்லை.

N என்பது அலைவெண்களின் மொத்தம்.

m என்பது D_9 பிரிவிற்கு முந்திய பிரிவின் குவிவு அலைவெண்

f என்பது D_9 பிரிவின் அலைவெண்.

c என்பது D_9 பிரிவின் இடைவெளித் தூரம்

நாம் மேலே கொடுத்துள்ள தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவலில்

$$\frac{9N}{10} = \frac{9 \times 43}{10}$$

$$= \frac{387}{10}$$

$$= 38.7$$

குவிவு அலைவெண் பத்தியிலிருந்து, இனம் 36-க்குப் பின்பாக இனம் 43 வரையிலுள்ள ஒவ்வொரு இனத்தின் மதிப்பும் '12–15' என்ற பிரிவில் உள்ளது என்று தெரிய வருகிறது.

இனம் 38.7 ஆனது இனம் 36 - க்கும் இனம் 43 - க்கும் இடையில் உள்ள இனமாகும்.

∴ இனம் 38.7 இன் மதிப்பு '12—15' என்ற பிரிவில் உள்ளது.

அதாவது D_9-இன் மதிப்பு '12—15' என்ற பிரிவில் உள்ளது.

∴ '12—15' என்ற பிரிவே D_9 பிரிவாகும்.

l = D_9 பிரிவின் உண்மைப்பிரிவு கீழ் எல்லை

= 12

m = D_9 பிரிவுக்கு முந்திய பிரிவின் குவிவு அலைவெண்

= 36

f = D_9 பிரிவின் அலைவெண்

= 7

c = D_9 பிரிவின் இடைவெளித் தூரம்

= 15—12

= 3.

$$D_9 = l + \frac{\frac{9N}{10} - m}{f} \times c$$

$$= 12 + \frac{38.7 - 36}{7} \times 3$$

$$= 12 + \frac{2.7}{7} \times 3$$

$$= 12 + \frac{8.1}{7}$$

$$= 12 + 1.157$$

$$= 13.157$$

நூற்றுமங்கள் அல்லது சதமானங்கள் (Percentiles)

கொடுத்துள்ள பரவலை நூறு சமபிரிவுகளாகவும் பிரிக்கலாம். இவ்வாறு நூறு சமபிரிவுகளாகப் பிரிக்கும் பொழுது ஒரு பிரிவை அடுத்துள்ள பிரிவிலிருந்து பிரிக்கும் இனத்தைச் 'சதமானம்' அல்லது 'நூற்றுமம் (Percentile) என்று கூறுகிறோம். எனவே, மொத்தம் தொண்ணூற்றொன்பது நூற்றுமங்கள் இருக்கின்றன. ஐம்பதாவது நூற்றுமத்தின் மதிப்பு இடைநிலையின் மதிப்பாகும். நூற்றுமங்களை முறையே $P_1, P_2, P_3, \ldots\ldots\ldots P_{99}$ என்று குறிப்பிடுவது வழக்கமாகும்.

(அ) ஒழுங்குபடுத்தப்பெறாத விவரங்களிலிருந்து நூற்றுமங்களைக் கணித்தல் :

ஒழுங்கு படுத்தப்பெறாத விவரங்களிலிருந்து நூற்றுமங்களைக் கணிப்பதற்கு, முதலாவதாகக் கொடுத்துள்ள இனங்களை ஏறு வரிசையில் வரிசைப்படுத்த வேண்டும். பின்பு கீழே தந்துள்ள சூத்திரங்களைப் பயன்படுத்தி நூற்றுமங்களின் மதிப்புக்களைப் பெறவேண்டும்.

$$P_1 = \text{இனம் } \frac{(n+1)}{100} \text{ இன் மதிப்பு}$$

$$P_2 = \text{இனம் } \frac{2(n+1)}{100} \text{ இன் மதிப்பு}$$

$$P_3 = \text{இனம் } \frac{3(n+1)}{100} \text{ இன் மதிப்பு}$$

... .

... ...

... ...

... ...

$$P_{99} = \text{இனம் } \frac{99(n+1)}{100} \text{ இன் மதிப்பு}$$

மாதிரிக் கணக்கு : 7

கீழே தந்துள்ள விவரங்களிலிருந்து 10-ஆவது 30-ஆவது, 45-ஆவது நூற்றுமங்களைக் கணிக்கவும்.

27, 35, 80, 50, 60, 48, 63, 65, 90, 86.

முதலாவதாக, கொடுத்துள்ள இனங்களை ஏறு வரிசைப் படுத்திக் கீழே தந்துள்ளோம்.

27, 35, 48, 50, 60, 63, 65, 80, 86, 60.

n = கொடுத்துள்ள இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை

= 10

P_{10} = இனம் $\frac{10(n+1)}{100}$ இன் மதிப்பு

= இனம் $\frac{10(10+1)}{100}$ இன் மதிப்பு

= இனம் $\frac{10 \times 11}{100}$ இன் மதிப்பு

= இனம் 1 1 இன் மதிப்பு

= இனம் 1 இன் மதிப்பு + $\frac{1}{10}$ (இனம் 2 இன் மதிப்பு— இனம் 1 இன் மதிப்பு)

$= 27 + \frac{1}{10}$ (35—27)

$= 27 + \frac{8}{10}$

$= 27 + .8$

$= 27.8$

P_{30} = இனம் $\frac{30(n+1)}{100}$ இன் மதிப்பு

= இனம் $\frac{30(10+1)}{100}$ இன் மதிப்பு

= இனம் $\frac{30 \times 11}{100}$ இன் மதிப்பு

= இனம் 3.3 இன் மதிப்பு

$$= \text{இனம் } 3 \text{ இன் மதிப்பு} + \frac{3}{10} (\text{இனம் } 4 \text{ இன் மதிப்பு} - \text{இனம் } 3 \text{ இன் மதிப்பு})$$

$$= 48 + \frac{3}{10} \times (50-48)$$

$$= 48 + \frac{3}{10} \times 2$$

$$= 48 + .6$$

$$= 48.6$$

$$P_{45} = \text{இனம்} \quad \frac{45(n+1)}{100} \text{ இன் மதிப்பு}$$

$$= \text{இனம்} \quad \frac{45(10+1)}{100} \text{ இன் மதிப்பு}$$

$$= \text{இனம்} \quad \frac{45 \times 11}{100} \text{ இன் மதிப்பு}$$

$$= \text{இனம்} \quad \frac{495}{100} \text{ இன் மதிப்பு}$$

$$= \text{இனம் } 4.95 \text{ இன் மதிப்பு}$$

$$= \text{இனம் } 4 \text{ இன் மதிப்பு} + \frac{95}{100} (\text{இனம் } 5 \text{ இன் மதிப்பு} - \text{இனம் } 4 \text{ இன் மதிப்பு})$$

$$= 50 + \frac{95}{100} (60-50)$$

$$= 50 + \frac{95}{100} \times 10$$

$$= 50 + 9.5$$

$$= 59.5$$

விடை :

10 ஆவது நூற்றுமம் = 27.8

30 ஆவது நூற்றுமம் = 48.6

45 ஆவது நூற்றுமம் = 59.5

(ஆ) தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் பரவலிலிருந்து நூற்றுமங்களைக் கணித்தல் :

நூற்றுமங்களைக் கணிப்பதற்கு,

1) கொடுத்துள்ள அலைவெண்களிலிருந்து கீழினக் குவிவு அலைவெண்களைக் கணிக்க வேண்டும்.

2) அலைவெண்களின் மொத்தத்தைக் கணிக்க வேண்டும். இதனை N என்ற எழுத்தால் குறிப்பிடுகிறோம்.

இப்பொழுது கீழே தந்துள்ள சூத்திரங்களைப் பயன்படுத்தி நூற்றுமங்களின் மதிப்புக்களைப் பெறலாம் :

$$P_1 = \text{இனம் } \frac{N+1}{100} \text{ இன் மதிப்பு}$$

$$P_2 = \text{இனம் } \frac{2(N+1)}{100} \text{ இன் மதிப்பு}$$

$$P_3 = \text{இனம் } \frac{3(N+1)}{100} \text{ இன் மதிப்பு}$$

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

$$P_{99} = \text{இனம் } \frac{99(N+1)}{100} \text{ இன் மதிப்பு}$$

மாதிரிக் கணக்கு : 8

5 ஆவது மற்றும் 70-வது நூற்றுமங்களைக் கீழே தந்துள்ள பரவலிலிருந்து கணிக்கவும்.

இனத்தின் மதிப்பு	அலைவெண்
55	8
65	10
75	16
85	14
95	10
105	5
115	2

குவிவு அலைவெண்களைக் கணித்துக் கீழே அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்.

இனத்தின் மதிப்பு	அலைவெண்	குவிவு அலைவெண்
55	8	8
65	10	18
75	16	34
85	14	48
95	10	58
105	5	63
115	2	65

5 வது நூற்றுமத்தைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம் :

N = அலைவெண்களின் மொத்தம்

$= 65$

$$\frac{5(N+1)}{100} = \frac{5(65+1)}{100} = \frac{5 \times 66}{100} = 3..30$$

P_5 = இனம $\frac{5(N+1)}{100}$ இன் மதிப்பு

= இனம் 3.3 இன் மதிப்பு

மேலே அட்டவணையிலுள்ள குவிவு அலைவெண் பத்தியிலிருந்து 8-வது இனம் வரையிலுள்ள ஒவ்வொரு இனத்தின் மதிப்பும் 55-க்குச் சமம் என்பதைப் பெறுகிறோம்.

இனம் 3.3 ஆனது இனம் 8-ற்கு முந்தியுள்ள ஒரு இனமாகும்.

∴ இனம் 3.3 இன் மதிப்பு 55 ஆகும்.

அதாவது, $P_5 = 55$

70-வது நூற்றுமத்தின் மதிப்பைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

$$\frac{70(N+1)}{100} = \frac{70(65+1)}{100} = \frac{70 \times 66}{100}$$

$$= \frac{4620}{100} = 46.2$$

$$P_{70} = \text{இனம்} \frac{70\ (N+1)}{100} \text{ இன் மதிப்பு}$$

= இனம் 46.2 - இன் மதிப்பு

மேலே அட்டவணையிலுள்ள குவிவு அலைவெண் பத்தியிலிருந்து இனம் 34-ற்குப் பின்பு இனம் 48முடிய உள்ள ஒவ்வொரு இனத்தின் மதிப்பும் 85 ஆகும் என்பதைப் பெறுகிறோம்.

இனம் 46.2 ஆனது இனம் 34-க்கும் 48-க்கும் இடைப்பட்ட ஓர் இனமாகும்.

∴ இனம் 46.2இன் மதிப்பு 85 ஆகும்.

அதாவது, $P_{70} = 85$.

விடை:- 5.ஆவது நூற்றுமம் = 55

70-ஆவது நூற்றுமம் = 85

(இ) தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவலிலிருந்து நூற்றுமங்களை கணித்தல் :

தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவலிலிருந்து r-ஆவது நூற்றுமத்தைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்:

(1) கொடுத்துள்ள அலைவெண் பரவலிலிருந்து குவிவு அலைவெண்களைக் கணிக்க வேண்டும்.

(2) அலைவெண்களின் மொத்தத்தைக் கணித்து, அதனை N என்று குறிப்பிடுகிறோம். இப்பொழுது r-ஆவது நூற்றுமத்தின் மதிப்பு வருமாறு:

$$Pr = \text{இனம்} \frac{rN}{100} \text{இன் மதிப்பு}$$

குவிவு அலைவெண் பத்தியின் உதவியால் இனம் $\frac{rN}{100}$ இன் மதிப்பு, அதாவது, Pr-இன் மதிப்பு எந்தப் பிரிவு இடைவெளியில் விழுகிறது என்பதைப் பெறலாம். Pr-இன் மதிப்பு விழும் பிரிவை Pr பிரிவு என்று அழைக்கிறோம்.

(3) இப்பொழுது Pr- இன் மதிப்பைக் கீழ்க்காணும் சூத்திரத்தின் உதவியால் பெறுகிறோம்.

$$Pr = \frac{\frac{rN}{4} + 100 - m}{f} \times c$$

இங்கு, l என்பது Pr பிரிவின் உண்மைப் பிரிவு கீழ் எல்லை.

N என்பது அலைவெண்களின் மொத்தம் ஆகும்

m என்பது Pr பிரிவிற்கு முந்திய பிரிவின் குவிவு அலைவெண் ஆகும்.

f என்பது Pr பிரிவின் அலைவெண் ஆகும்.

c என்பது Pr பிரிவின் இடைவெளித் தூரமாகும்

மேலே நாம் தந்துள்ள சூத்திரத்தில் r=1 என்று போட்டால் P_1-இன் மதிப்புக் கிடைக்கும் r=2 என்று போட்டால் P_2-இன் மதிப்புக் கிடைக்கும். r=99 என்று போட்டால் P_{99} இன் மதிப்புக் கிடைக்கும்.

மாதிரிக் கணக்கு : 9

கீழே தந்துள்ள அலைவெண் பரவலிலிருந்து 20 -ஆவது மற்றும் 80 ஆவது நூற்றுமங்களைக் கணிக்கவும் :

பிரிவு	அலைவெண்
0— 3	4
3— 6	8
6— 9	10
9—12	14
12—15	7

குவிவு அலைவெண்களைக் கணித்து கீழே அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்.

பிரிவு	அலைவெண்	குவிவு அலைவெண்
0—3	4	4
3—6	8	12
6—9	10	22
9—12	14	36
12—15	7	43
மொத்தம்	43	

20-ஆவது நூற்றுமத்தைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

N = அலைவெண்களின் மொத்தம்

= 43

$$\frac{20N}{100} = \frac{20 \times 43}{100} = \frac{86}{10} = 8.6$$

P_{20} = $\frac{\text{இனம் } 20N}{100}$ — இன் மதிப்பு

= இனம் 8.6-இன் மதிப்பு

மேலே உள்ள அட்டவணையில் குவிவு அலைவெண் பத்தியிலிருந்து 4 வது இனத்திற்குப் பின்பு 12-வது இனம் முடிய உள்ள ஒவ்வொரு இனத்தின் மதிப்பும் '3—6' என்ற பிரிவில் உள்ளது என்பதைப் பெறுகிறோம். இனம் 8.6 ஆனது இனம் 4-க்கும் இனம் 12-க்கும் இடைப்பட்ட ஓர் இனமாகும். எனவே இனம் 8.6-ன் மதிப்பும் '3-6' என்ற இடைவெளியில் உள்ளது. அதாவது P_{20}-இன் மதிப்பு '3-6' என்ற இடைவெளியில் உள்ளது.

∴ '3-6' என்ற பிரிவு P_{20} பிரிவாகும்.

∴ l = P_{20} பிரிவின் உண்மைப் பிரிவுக் கீழ் எல்லை

= 3

m = P_{20} பிரிவிற்கு முந்திய பிரிவின் குவிவு அலைவெண்

= 4

f = P_{20} பிரிவின் அலைவெண்

= 8

c = P_{20} பிரிவின் பிரிவு இடைவெளித் தூரம்

= 6—3

= 3

$$\therefore P_{20} = l + \frac{\frac{20N}{100} - m}{f} \times c$$

$$= 3 + \frac{\frac{8.6}{8} - 4}{8} \times 3$$

$$= 3 + \frac{4.6}{8} \times 3$$

$$= 3 + \frac{13.8}{8}$$

$$= 3 + 1.725$$

$$= 4\ 725$$

80-வது நூற்றுமத்தைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

$$\frac{80N}{100} = \frac{80 \times 43}{100} = \frac{344}{10} = 34.4$$

P_{80} = இனம் $\frac{80N}{100}$ இன் மதிப்பு

= இனம் 34.4 இன் மதிப்பு

மேலே உள்ள அட்டவணையில் குவிவு அலைவெண் பத்தியிலிருந்து இனம் 34.4 இன் மதிப்பு '9—12' என்ற இடைவெளியில் உள்ளது என்பதைப் பெறுகிறோம்.

∴ '9—12' என்ற பிரிவு P_{80} பிரிவாகும்.

$l = 9$

$m = 22$

$f = 14$

$c = 3$

$$\therefore P_{80} = l + \frac{\frac{80\,N}{100} - m}{f} \times c$$

$$= 9 + \frac{34.4 - 22}{14} \times 3$$

$$= 9 + \frac{12.4}{14} \times 3$$

$$= 9 + \frac{6\,2}{7} \times 3$$

$$= 9 + \frac{18.6}{7}$$

$$= 9 + 2.66$$

$$= 11\,66$$

விடை : 20 -வது நூற்றுமம் = 4.725

80 -வது நூற்றுமம் = 11.66

இடைநிலை, கால்மானங்கள், பதின்மங்கள், நூற்றுமங்கள் இவற்றைக் கணிக்கும் பொழுது கவனத்தில் கொள்ளவேண்டியவை :

இடைநிலையைக் கணிக்கும்படித் தரப்பட்டுள்ள வினாக்களுக்கு விடையிறுக்கும்பொழுது, கீழே தரப்பட்டுள்ள கருத்துக்களை மனதில் கொள்ள வேண்டியது அவசியம்.

1) தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவலுக்கு இடைநிலையைக் கணிக்கும்பொழுது, கொடுக்கப்பட்டுள்ள அலைவெண் பரவல் உண்மைப் பிரிவுகளையுடையதா இல்லையா என்பதை மாணவர் உறுதிப்படுத்திக் கொள்ளவேண்டும். கொடுக்கப்பட்டுள்ள அலைவெண பரவலானது உண்மைப் பிரிவுகளையுடையதாக இருந்தால், இடைநிலைப் பிரிவைக் கண்டுபிடித்து இடைநிலையை உடன் கணித்துவிடலாம்.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள அலைவெண் பரவலின் பிரிவுகள் உண்மைப் பிரிவுகளாக இல்லை என்றால் முதலாவதாக அவற்றை உண்மைப் பிரிவுகளாக மாற்றிய பின்னரே இடைநிலையைக்கணிக்க வேண்டும்.

2) இரண்டாவதாக, கொடுக்கப்பட்டுள்ள அலைவெண் பரவல் குவிவு அலைவெண் பரவலா இல்லையா என்பதை உறுதிப்படுத்திக்கொள்ள வேண்டும். கொடுக்கப்பட்டுள்ள அலைவெண் பரவல் குவிவுஅலைவெண் பரவலல்ல என்றால் இடைநிலைப் பிரிவைக் கண்டுபிடிப்பதற்குக் கீழினக் குவிவு அலைவெண்களை முதலில் கணித்துக் கொள்ள வேண்டும்.

3) குவிவு அலைவெண் பரவல் கொடுக்கப்பட்டிருந்தால், அது 'கீழினக் குவிவு அலைவெண் பரவலா' அல்லது 'மேலினக் குவிவு அலைவெண் பரவலா' என்பது குறித்து மாணவர்கள் உறுதி செய்து கொள்ளவேண்டும். கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவல் கீழினக் குவிவுஅலைவெண் பரவலாக இருந்தால்,பிரிவு இடைவெளிகளையும், எளிய அலைவெண்களையும் முதலில் பெற வேண்டும். கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவல் மேலினக் குவிவு அலைவெண் பரவலாக இருந்தால், பிரிவு இடைவெளிகள், எளிய அலைவெண்கள், கீழினக்குவிவு அலைவெண்கள் ஆகிய மூன்றையும் முதலில் கணித்துக்கொள்ள வேண்டும்.

4) கொடுக்கப்பட்டுள்ள அலைவெண் பரவலில் திறந்த இடைவெளிகளோ சமமற்ற இடைவெளிகளோ இருந்தால்,இவற்றிற்கென்று விசேடமான முறை எதையும் மாணவர் கையாளவேண்டியதில்லை.

இடைநிலை (Median), கால்மானங்கள், பதின்மங்கள், நூற்றுமங்கள் இவற்றைக் கணிக்கப் பயன்படும் சூத்திரங்கள் :

ஒழுங்கு படுத்தப் பெறாத விவரங்களுக்கு

$$\text{இடை நிலை} = \text{இனம்} \left(\frac{n+1}{2}\right) \text{இன் மதிப்பு}$$

$$Q^1 = \text{இனம்} \left(\frac{n+1}{4}\right) \text{இன் மதிப்பு}$$

$$Q_3 = \text{இனம்} \frac{3(n+1)}{4} \text{இன் மதிப்பு}$$

$$D_1 = \text{இனம்} \left(\frac{n+1}{10}\right) \text{இன் மதிப்பு}$$

$$D_2 = \text{இனம்} \frac{2(n+1)}{10} \text{இன் மதிப்பு}$$

... ...

... ...

$$D_9 = \text{இனம்} \frac{9(n+1)}{10} \text{இன் மதிப்பு}$$

$$P_1 = \text{இனம்} \left(\frac{n+1}{100}\right) \text{இன் மதிப்பு}$$

$$P_2 = \text{இனம்} \frac{2(n+1)}{100} \text{இன் மதிப்பு}$$

... ...

... ...

$$P_{99} = \text{இனம்} \frac{99(n+1)}{100} \text{இன் மதிப்பு}$$

தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் பரவலுக்கு

$$\text{இடைநிலை} = \text{இனம்} \left(\frac{N+1}{2}\right) \text{இன் மதிப்பு}$$

Q_1 = இனம் $\frac{N+1}{4}$ இன் மதிப்பு

Q_3 = இனம் $\frac{3(N+1)}{4}$ இன் மதிப்பு

D_1 = இனம் $\frac{N+1}{10}$ இன் மதிப்பு

D_2 = இனம் $\frac{2(N+1)}{10}$ இன் மதிப்பு

... ...

... ...

D_9 = இனம் $\frac{9(N+1)}{10}$ இன் மதிப்பு

P_1 = இனம் $\left(\frac{(N+1)}{100}\right)$ இன் மதிப்பு

P_2 = இனம் $\frac{2(N+1)}{100}$ இன் மதிப்பு

... ...

... ...

P_{99} = இனம் $\left(\frac{99(N+1)}{100}\right)$ இன் மதிப்பு

தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவலுக்கு :

$$\text{இடைநிலை} = l + \frac{\frac{N}{2} - m}{f} \times c$$

$$Q_1 = l + \frac{\frac{N}{4} - m}{f} \times c$$

$$Q_3 = l + \frac{\frac{3N}{4} - m}{f} \times c$$

$$D_1 = l + \frac{\frac{N}{10} - m}{f} \times c$$

$$D_2 = l \mp \frac{\frac{2N}{10} - m}{f} \times c$$

... ...

3

முகடு

(Mode)

இலக்கணம் :

கொடுக்கப்பட்டுள்ள தொகுதியில் எந்த மதிப்பு அதிகமான தடவைகள் வருகின்றதோ, அந்த மதிப்பே முகடு எனப்படும்.

சாதாரண வழக்கில், 'சராசரி மனிதன்' போன்ற தொடர்களைப் பயன்படுத்தும் பொழுது நாம் குறிப்பிடும் சராசரியானது முகடையே குறிக்கின்றது. 9-ஆம் எண்ணுள்ள காலணிகளே பெரும்பாலும் விற்பனையாகின்றன என்று கொண்டால் காலணி விற்பனையைப் பொறுத்தவரையில் 9-ஆம் எண்ணை உடைய காலணியே முகடாகின்றது.

I ஒழுங்குபடுத்தப்படாத விவரங்களிலிருந்து முகடைக் கணித்தல்.
(Calculation of mode from ungrouped data)

ஒழுங்குபடுத்தப்படாத விவரங்களிலிருந்து முகடைக் கணிப்பது எளிது கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களின் முகடைக் கணிப்பதற்கு முதலாவதாக அந்த எண்களை ஏறுவரிசையிலோ இறங்கு வரிசையிலோ வரிசைப்படுத்த வேண்டும். கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களில் ஒரே எண் பலமுறை வரலாம். அதிகமான தடவைகள் வந்துள்ள எண்ணின் மதிப்பையே கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களின் முகடாகக் கொள்கிறோம். எடுத்துக்காட்டாக, 10 எண்கள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

8, 10, 9, 17, 10, 19, 15, 10, 12, 19.

இவற்றின் முகடைக் காண, முதலாவதாக இந்த எண்களை ஏறு வரிசையிலோ இறங்கு வரிசையிலோ வரிசைப்படுத்த வேண்டும். கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களை ஏறுவரிசையில் கீழே தந்துளோம்:

8, 9, 10, 10, 10, 12, 15, 17, 19, 19.

10 என்ற எண் மூன்று முறைகள் வந்துள்ளது; 19 என்ற எண் இரண்டு முறைகள் வந்துள்ளது: மீதியுள்ள ஒவ்வொரு எண்ணும் ஒவ்வொரு முறை வந்துள்ளது 10 என்ற எண்ணே அதிகமான தடவைகள் வந்துள்ளது.

எனவே முகடு 10 என்ற எண் ஆகும்.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களில் ஏதேனும் ஒரு எண்ணின் மதிப்பை மாற்றினால் கூட முகடின் மதிப்பானது கணிசமான அளவிற்கு மாறுபடும் மேலே நாம் தந்துள்ள எடுத்துக்காட்டில் ஒரு10-ஐ 19 என மாற்றிக் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

8, 9, 10, 10, 12, 15, 17, 19, 19, 19.

இப்பொழுது 19 என்ற எண் மூன்று தடவைகள் வந்துள்ளது 10 என்ற எண் இரண்டு முறைகள் வந்துள்ளது; மீதியுள்ள ஒவ்வொரு எண்ணும் ஒவ்வொரு முறை வந்துள்ளது 19 என்ற எண்ணே அதிகமான முறைகள் வந்துள்ளது.

எனவே, முகடின் மதிப்பு 19 ஆகும்.

நாம், கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களில் ஒரு எண்ணை மாற்றியதால் முகடின் மதிப்பானது 10-லிருந்து 19-ஆக மாறியுள்ளது. எனவே, முகடின் மதிப்பானது நிலையற்ற தன்மையுடையதாக உள்ளது

முதலில் நாம் தந்துள்ள எடுத்துக்காட்டிலுள்ள எண்கள் வருமாறு.

8, 9, 10, 10, 10, 12, 15, 17, 19, 19.

இந்த எண்களின் முகடு 10 ஆகும். இவ்வாறு ஒரே ஒரு எண்ணை முகடாகக் கொண்டுள்ள எண்களின் தொகுதியை 'ஒரு முகட்டுத் தொகுதி' (unimodal series) என்று அழைக்கிறோம்.

கீழே தரப்பட்டுள்ள எண்களைக் கவனிக்கவும்,

8, 9, 10, 10, 10, 12, 15, 17, 19, 19, 19.

இவற்றில் 10, 19 ஆகிய இரண்டு எண்கள் ஒவ்வொன்றும் மூன்று தடவை வந்துள்ளது மீதியுள்ள ஒவ்வொரு எண்ணும் ஒவ்வொரு முறையே வந்துள்ளது. 10, 19ஆகிய இரண்டு எண்களுமே அதிகமான தடவைகள் வந்துள்ளன. எனவே, 10, 19 ஆகிய இரண்டு எண்களையுமே கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களின் தொகுதிக்கு முகடாகக் கொள்ளலாம்,

இவ்வாறு இரண்டு எண்களை முகடுகளாகக் கொண்டுள்ள தொகுதியை 'இரண்டு முகட்டுத் தொகுதி' (bi - modal series) என்று அழைக்கிறோம்,

இதேபோல ஒரே தொகுதிக்கு மூன்று எண்கள் முகடாக அமையலாம். மூன்று எண்களை முகடுகளாகக் கொண்டுள்ள தொகுதியை 'மூன்று முகட்டுத் தொகுதி' (tri-modal series) என்று அழைக்கிறோம்.

சில சமயங்களில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள தொகுதிக்கு மூன்றுக்கும் மேற்பட்ட எண்கள் முகடுகளாக அமையலாம், இவ்வாறு மூன்றுக்கும் மேற்பட்ட முகடுகளையுடையப் தொகுதியை 'பல முகட்டுத் தொகுதி' (multi modal series) என்று கூறுகிறோம்.

5 எண்கள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

5, 8, 9, 11, 15,

இதில் ஒவ்வொரு எண்ணும் ஒரு முறையே வந்துள்ளது. எனவே அதிகமான முறைகள் வந்துள்ள எண்ணாக எந்த எண்ணையும் கொள்ள முடியாது ஆகையால், முகடின் மதிப்பையும் கண்டுபிடித்தல் இயலாது. இவ்வாறு கொடுக்கப்பட்ட எண்களில் எந்த எண்ணையும் முகடாக எடுத்துக்கொள்ள முடியாத சமயங்களில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களுக்கு முகடே இல்லையென்று கொள்ளப்படுகிறது.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களில் ஒவ்வொரு எண்ணும் ஒவ்வொரு முறையே வந்து எந்த எண்ணையும் முகடாக எடுத்துக் கொள்ள முடியாதவாறு அமைந்திருப்பதோடு, கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களின் எண்ணிக்கை அதிமாக இருந்தால், அலைவெண் பரவலாக அமைத்து முகடின் மதிப்பைக் கணிக்கலாம்.

மாதிரிக் கணக்கு 1:

கீழே தரப்பட்டுள்ள எண்களிலிருந்து முகடைக் கணிக்கவும்.

2, 7, 11, 1, 13, 12, 17, 12, 19, 12, 39,14, 12, 11, 10.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களைக் கீழ்க்கண்டவாறு ஏறுவரிசையில் எழுதலாம்.

1, 2, 7, 10, 11, 11, 12, 12, 12, 12, 13, 14, 17, 19, 39.

12 என்ற எண் நான்கு முறைகள் வந்துள்ளது; 11 என்ற எண் இரண்டு முறைகள் வந்துள்ளது; மீதியுள்ள ஒவ்வொரு எண்ணும்

ஒவ்வொரு முறையே வந்துள்ளது. 12 என்ற எண்ணே அதிகமான முறைகள் வந்துள்ளது. எனவே முகடின் மதிப்பு 12 ஆகும்.

விடை : முகடு 12.

மாதிரிக் கணக்கு 2 :

கீழே தரப்பட்டுள்ள எண்களின் வரிசையிலிருந்து முகடைக் கணிக்கவும்.

7, 10, 10, 11, 12, 14, 14, 17, 19, 21.

10, 14 ஆகிய இரண்டு எண்களில் ஒவ்வொன்றும் இரண்டு முறைகள் வந்துள்ளது. மீதியுள்ள ஒவ்வொரு எண்ணும் ஒவ்வொரு முறையே வந்துள்ளது. 10, 14 ஆகிய இரண்டு எண்களுமே அதிகமான முறைகள் வந்துள்ளன. எனவே, 10, 14 ஆகிய இரண்டு எண்களையுமே முகடாகக் கொள்கிறோம்.

விடை : முகடுகள் 10, 14 ஆகும். கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களின் தொகுதி இரண்டு முகட்டுத் தொகுதியாகும்.

மாதிரிக்கணக்கு 3 :

முகடைக் கணிக்கவும்.

2, 5, 5, 7, 11, 11, 11, 11, 14, 15, 15, 15, 15, 20, 23, 23, 23, 25, 25, 25, 25.

11 என்ற எண் நான்கு முறைகள் வந்துள்ளது
15 '' '' ''
25 '' '' ''
23 ''மூன்றுமுறைகள் ''
5 ''இரண்டுமுறைகள் ''

மீதியுள்ள ஒவ்வொரு எண்ணும் ஒருமுறை வந்துள்ளது. 11, 15, 25 ஆகிய மூன்று எண்களுமே அதிகமான தடவைகள் வந்துள்ளன. எனவே, 11, 15, 25 ஆகிய மூன்று எண்களையுமே முகடாகக் கொள்ளலாம். கொடுக்கப்பட்டுள்ள தொகுதியானது மூன்று முகட்டுத் தொகுதியாகும்.

விடை : முகடின் மூன்று மதிப்புக்கள் 11, 15, 25, ஆகும் கொடுக்கப்பட்டுள்ள தொகுதி மூன்று முகட்டுத் தொகுதியாகும்.

II தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் பரவலிலிருந்து முகடைக் கணித்தல் (Calculation of mode from discrete frequency distribution) :

தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் பரவலில், அலைவெண்ணின் மதிப்பானது அதிகமாகவுள்ள இனத்தின் மதிப்பே முகடாகும். தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் பரவலொன்று கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

அட்டவணை 1:

இனத்தின் மதிப்பு	அலைவெண்
10	3
12	4
14	12
16	5
18	2
20	1

அதிக மதிப்புடைய அலைவெண் = 12.

இந்த அலைவெண் 12-ஐ உடைய இனத்தின் மதிப்பு = 14

∴ முகடு = 14.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள அலைவெண் அட்டவணையில் 12-ற்கு மேலே தரப்பட்டுள்ள அலைவெண்கள் 4, 3 ஆகும்; 12-ற்குக் கீழே தரப்பட்டுள்ள அலைவெண்கள் 5, 2, 1 ஆகும்; இவ்வலைவெண்களின் மதிப்புக்கள் 12ஐ விட மிகவும் குறைந்த மதிப்புக்களாக உள்ளன.

சில சமயங்களில், கொடுக்கப்பட்டுள்ள அலைவெண் அட்டவணையில் அதிக மதிப்புடைய அலைவெண்ணும் அதற்கு மேலே அல்லது கீழே எழுதப்பட்டுள்ள அலைவெண்களும் ஏறத்தாழ ஒரே மதிப்புடையவையாக இருக்கலாம் எடுத்துக்காட்டாக அடுத்த பக்கத்தில் ஒரு அட்டவணை தரப்பட்டுள்ளது

அட்டவணை 2;

இனத்தின் மதிப்பு	அலைவெண்
1	2
2	3
3	2
4	6
5	10
6	11
7	12
8	3
9	1

அதிக மதிப்புடைய அலைவெண் = 12

10, 11 ஆகிய அலைவெண்கள் 12-ற்கு மேலே அட்டவணையில் எழுதப்பட்டுள்ளன. இவ்வலைவெண்களுக்கும் 12-ற்கும் அதிகமான வேறுபாடுகள் இல்லை.

இம்மாதிரியான அலைவெண்சூழல்களில் அதிக மதிப்புடைய அலைவெண்ணிற்குரிய இனத்தின் மதிப்பை முகடாகக் கொள்வதில்லை, மாறாக, நாம் மேலே விவரித்துள்ள முறையைப் பயன்படுத்தி முகடின் மதிப்பு கணக்கிடப்படுகிறது.

தொகுப்பு முறை (Method of grouping):

இந்த முறையானது படிப்படியாகக் கீழே தரப்பட்டுள்ளது

1 கொடுக்கப்பட்டுள்ள அலைவெண்களில் முதல் இனத்தின அலைவெண்ணையும், இரண்டாவது இனத்தின் அலைவெண்ணையும் கூட்ட வேண்டும். மூன்றாவது இனத்தின் அலைவெண்ணையும், நான்காவது இனத்தின் அலைவெண்ணையும் கூட்டவேண்டும் இதேபோல மீதியுள்ளவற்றையும் இரண்டிரண்டு அலைவெண்களாகச் சேர்த்துக் கூட்டவேண்டும் இவ்வாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ள அலைவெண்களை இரண்டிரண்டாகச் சேர்த்துக் கூட்டித் தொகுக்கிறோம்.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களின் எண்ணிக்கை 7 எனக் கொள்வோம். முதல் இனம், இரண்டாவது இனம் ஆகியவற்றின் அலைவெண்களைக் கூட்ட வேண்டும்; மூன்றாவது நான்காவது இனங்களின் அலைவெண்களைக் கூட்ட வேண்டும்; ஐந்தாவது, ஆறாவது இனங்களின் அலைவெண்களைக் கூட்ட வேண்டும்; இறுதியில் 7-வது இனம் மட்டும் தனியே அதற்குப் பின்பாக வேறு இனம் இல்லாமல் இருப்பதால் அதனுடைய அலைவெண்ணைக் கணக்கிடாது அப்படியே விட்டு விடுகிறோம்.

பொதுவாக, கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களின் எண்ணிக்கை ஒற்றைப்படை எண்ணாக இருந்தால், இறுதியிலுள்ள இனத்தின் அலைவெண்ணை ஒன்றும் செய்யாமல் விட்டுவிடுகிறோம். இறுதி இனத்திற்கு முன்பாக உள்ள இனங்களின் அலைவெண்களை மட்டுமே இரண்டிரண்டாகத் தொகுக்கிறோம்.

2. முதல் இனத்தின் அலைவெண்ணை விட்டுவிட்டு மீதியுள்ள அலைவெண்களை இரண்டிரண்டாகச் சேர்த்துக் கூட்டித் தொகுக்க வேண்டும். 2வது இனம், 3-வது இனம் ஆகியவற்றின் அலைவெண்களைக் கூட்டவேண்டும்; 4-வது இனம், 5-வது இனம் ஆகியவற்றின் அலைவெண்களைக் கூட்டவேண்டும்; இதேபோல மற்ற அலைவெண்களையும் கூட்டவேண்டும். இவ்வாறு நாம் அலைவெண்களைத் தொகுக்கும் பொழுது ஒரு இனம் மட்டும் இறுதியில் மிஞ்சியிருந்தால் அதனுடைய அலைவெண்ணைக் கணக்கிடாது அப்படியே விட்டு விடுகிறோம்.

எடுத்துக்காட்டாக, 8 இனங்கள் தரப்பட்டுள்ளதாகக் கொள்வோம். முதல் இனத்தின் அலைவெண்ணை விட்டுவிட்டு இரண்டாவது, மூன்றாவது இனங்களின் அலைவெண்களைக் கூட்டுகிறோம்; நான்காவது, ஐந்தாவது இனங்களின் அலைவெண்களைக் கூட்டுகிறோம். ஆறாவது, ஏழாவது இனங்களின் அலைவெண்களைக் கூட்டுகிறோம். இறுதியில் எட்டாவது இனம் மட்டும் தனியே ஒரு இனமாக இருப்பதால் அதனை அப்படியே விட்டு விடுகிறோம்

பொதுவாக, இரண்டாவது படியில் முதல் இனத்தின் அலைவெண்ணை விட்டுவிட்டு மீதியுள்ள அலைவெண்களை இரண்டிரண்டாகச் சேர்த்துக் கூட்டித் தொகுக்கும்பொழுது, இனங்களின் எண்ணிக்கை இரட்டைப்படை எண்ணாக இருந்தால் இறுதியிலுள்ள இனத்தின் அலைவெண்ணைக் கணக்கிடாது விட்டுவிடுகிறோம்.

3. கொடுக்கப்பட்டுள்ள அலைவெண்களில் முதலாவது, இரண்டாவது, மூன்றாவது இனங்களின் அலைவெண்களைக் கூட்டுகிறோம். நான்காவது, ஐந்தாவது, ஆறாவது இனங்களின் அலைவெண்களைக் கூட்டுகிறோம்; அடுத்துவரும் அலைவெண்களையும் மூன்று மூன்றாகச் சேர்த்துக் கூட்டுகிறோம். இவ்வாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ள அலைவெண்களை மூன்று மூன்றாகச் சேர்த்துக் கூட்டித் தொகுக்கும் பொழுது இறுதியில் ஒரு இனமோ இரண்டு இனமோ மட்டும் மிஞ்சியிருந்தால் அவற்றின் அலைவெண்களைக் கணக்கிடாது அப்படியே விட்டுவிடுகிறோம். எடுத்துக்காட்டாக 7 இனங்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளதாகக் கொள்வோம். முதல் மூன்று இனங்களின் அலைவெண்களைக் கூட்டுகிறோம். அடுத்துள்ள 4-வது, 5-வது, 6-வது இனங்களின் அலைவெண்களைக் கூட்டுகிறோம். 7-வது இனம் மட்டும் இறுதியில் மிஞ்சியுள்ளது; இதனைக் கணக்கில் கொள்ளாமல் விட்டுவிடுகிறோம்.

மேலே கூறியுள்ள எடுத்துக் காட்டில் 8 இனங்கள் தரப்பட்டுள்ளதாகக் கொள்வோம். இங்கும் முதல் மூன்று இனங்களின் அலைவெண்களைக் கூட்டுகிறோம். இரண்டாவதாக அமைந்துள்ள மூன்று இனங்கள் அதாவது 4-வது, 5வது, 6வது இனங்களின் அலைவெண்களைக் கூட்டுகிறோம். இப்பொழுது இறுதியில் 7-வது இனம் மற்றும் 8-வது இனம் ஆகிய இரண்டு இனங்களுமே மிஞ்சியுள்ளன. இவற்றை நாம் கணக்கிடாமல் அப்படியே விட்டுவிடுகிறோம்.

4. இப்பொழுது முதல் இனத்தின் அலைவெண்ணை விட்டு விட்டு மீதமுள்ள இனங்களின் அலைவெண்களை மூன்று மூன்றாகச் சேர்த்துக் கூட்டுகிறோம். அதாவது, 2வது, 3-வது, 4-வது இனங்களின் அலைவெண்களைக் கூட்டுகிறோம்; 5வது, 6-வது, 7-வது இனங்களின் அலைவெண்களைக் கூட்டுகிறோம். அடுத்து வரும் அலைவெண்களையும் இவ்வாறே கூட்டுகிறோம். இரண்டு இனங்களே இறுதியில் மீதமாக வந்தால் அவற்றைக் கணக்கிடாமல் விட்டுவிடுகிறோம்.

எடுத்துக்காட்டாக, 8 இனங்கள் தரப்பட்டுள்ளதாகக் கொள்வோம். முதல் இனத்தின் அலைவெண்ணை விட்டுவிட்டு அடுத்துள்ள அலைவெண்களை மூன்று மூன்றாகச் சேர்த்துக் கூட்டும்பொழுது

8-வது இனம் மட்டும் தனியே இறுதியில் வருகிறது. இதனுடைய அலைவெண்ணை நாம் கணக்கில் கொள்ளாமல் விட்டுவிடுகிறோம்.

மீண்டும், எடுத்துக்காட்டாக, 9 இனங்கள் தரப்பட்டுள்ளதாகக் கொள்வோம். முதல் இனத்தின் அலைவெண்ணை விட்டு விட்டு, அடுத்து வரும் அலைவெண்களை மூன்று மூன்றாகச் சேர்த்துக் கூட்டும் பொழுது 8-வது இனம் 9-வது இனம் ஆகிய இரண்டு இனங்களும் இறுதியில் மீதமாக உள்ளன. இந்த இரண்டு இனங்களின் அலைவெண்களை நாம் கணக்கிடாமல் விட்டு விடுகிறோம்.

5. கொடுக்கப்பட்டுள்ள அலைவெண்களில் முதலாவது இரண்டாவது இனங்களின் அலைவெண்களை விட்டுவிட்டு, அடுத்துவரும் அலைவெண்களை மூன்று மூன்றாகச் சேர்த்துக் கூட்டுகிறோம். அதாவது 3-வது, 4-வது, 5-வது இனங்களின் அலைவெண்களைக் கூட்டுகிறோம்; 6-வது, 7-வது, 8-வது இனங்களின் அலைவெண்களைக் கூட்டுகிறோம்; அடுத்துவரும் அலைவெண்களையும் இவ்வாறே கூட்டுகிறோம். இங்கும் இறுதியில் ஒரு இனமோ இரண்டு இனங்களோ மிஞ்சினால் அவற்றைக் கணக்கிடாமல் விட்டு விடுகிறோம்.

6. மேலே கூறிய 5 படிகளில் ஒவ்வொரு படியிலும் பெற்றுள்ள அலைவெண்களின் கூட்டுத்தொகைகளைக் கீழே உள்ள அட்டவணையில் ஒவ்வொரு பத்தியிலும் தந்துள்ளோம். இந்த அட்டவணைக்கு அலைவெண்களின் 'தொகுப்பு அட்டவணை' (Grouping Table) என்று பெயர்.

தொகுப்பு அட்டவணை தயாரிக்கும் முறையை மேலே நாம் கண்துள்ள அட்டவணை 2-ஐக் தொகுப்பு அட்டவணை தயாரிப்பதன் மூலம் கீழே விளக்கியுள்ளோம்.

அட்டவணை 2ல் 9 இனங்களும் அவற்றிற்கெதிரே 9 அலைவெண்களும் தரப்பட்டுள்ளன. இந்த 9 அலைவெண்களையும், முதலாவதாக இரண்டிரண்டாகத் தொகுக்கிறோம். 1-வது இனம், 2-வது இனத்தின் அலைவெண்களைக் கூட்டுகிறோம்; 3-வது, 4-வது இனங்களின் அலைவெண்களைக் கூட்டுகிறோம்; 5-வது, 6-வது இனங்களின் அலைவெண்களைக் கூட்டுகிறோம்; 7-வது, 8-வது இனங்களின் அலைவெண்களைக் கூட்டுகிறோம்; 9-வது இனம்

மட்டும் தனியே இறுதியில் இருப்பதால் அதனுடைய அலை-வெண்ணைக் கணக்கிடாமல் விட்டு விடுகிறோம்.

1-வது இனத்தின் அலைவெண் = 2
2-வது ,, ,, = 3
∴ முதல் இரண்டு அலைவெண்களின் மொத்தம் = 2 + 3
= 5

3-வது, 4-வது, இனங்களுடைய அலைவைண்களின் மொத்தம் = 2 + 6
= 8

5-வது, 6-வது இனங்களுடைய அலைவெண்களின் மொத்தம் = 10 + 11
= 21

7-வது, 8-வது இனங்களுடைய அலைவெண்களின் மொத்தம் = 12 + 3
= 15

இந்த அலைவெண் மொத்தங்களைப் பத்தி 2-இல் கீழே உள்ள தொகுப்பு அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்.

இரண்டாவதாக, முதல் இனத்தின் அலைவெண்ணை விட்டு விட்டு மீதியுள்ள அலைவெண்களை இரண்டிரண்டாகச் சேர்த்துக் கூட்டித் தொகுக்கிறோம்.

2-வது, 3-வது இனங்களுடைய அலைவெண்களின் மொத்தம் = 3 + 2
= 5

4-வது, 5-வது இனங்களுடைய அலைவெண்களின் மொத்தம் = 6 + 10
= 16

6-வது, 7-வது இனங்களுடைய அலைவெண்களின் மொத்தம் = 11 + 12
= 23

8-வது, 9-வது இனங்களுடைய அலைவெண்களின் மொத்தம் = 3 + 1
= 4

இந்த நான்கு மொத்தங்களும் பத்தி 3-இல் கீழே உள்ள தொகுப்பு அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன.

மூன்றாவதாக, அலைவெண்களை மூன்று மூன்றாகச்சேர்த்துக் கூட்டித் தொகுக்கிறோம்.

1-வது, 2-வது, 3-வது இனங்களுடைய அலைவெண்களின் மொத்தம் } = 2 + 3 + 2
= 7

4-வது, 5-வது, 6-வது இனங்களுடைய அலைவெண்களின் மொத்தம் } = 6 + 10 + 11
= 27

7-வது 8-வது 9-வது இனங்களுடைய அலைவெண்களின் மொத்தம் } = 12 + 3 + 1
= 16

இந்த மூன்று மொத்தங்களும் பத்தி 4-இல் கீழே உள்ள தொகுப்பு அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன.

அலைவெண்களை மூன்று மூன்றாகச் சேர்த்துக் கூட்டும் பொழுது நடுவிலுள்ள இனங்களுக்கு எதிராக எழுதுகிறோம்.

நான்காவதாக, முதல் இனத்தின் அலைவெண்ணை விட்டு விட்டு அடுத்துவரும் அலைவெண்களை மூன்று மூன்றாகச் சேர்த்துக் கூட்டித்தொகுக்கிறோம்.

2-வது, 3-வது, 4-வது இனங்களுடைய அலைவெண்களின் கூட்டுத்தொகை } = 3 + 2 + 6
= 11

5-வது, 6-வது, 7-வது இனங்களுடைய அலைவெண்களின் மொத்தம் } = 10 + 11 + 12
= 33

8-வது, 9-வது இனங்களின் அலைவெண்களைக் கணக்கில் கொள்ளாது விட்டுவிடுகிறோம்.

11, 33 ஆகிய அலைவெண் மொத்தங்கள் பத்தி 5-இல் கீழே உள்ள தொகுப்பு அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன.

ஐந்தாவதாக, 1-வது இனம் 2-வது இனம் ஆகியவற்றின் அலைவெண்களை விட்டுவிட்டு அடுத்துவரும் அலைவெண்களை மூன்று மூன்றாகத் தொகுக்கிறோம்,

3 -வது, 4-வது, 5-வது இனங்களுடைய அலைவெண்களின் கூட்டுத் தொகை } = 2 + 6 + 10
= 18

6 -வது, 7 வது, 8-வது இனங்களுடைய அலைவெண்களின் கூட்டுத் தொகை } = 11 + 12 + 3
= 26

9-வது இனத்தின் அலைவெண்ணைக் கணக்கில் கொள்ளாமல் விட்டு விடுகிறோம்.

18, 26 ஆகிய அலைவெண் மொத்தங்கள் பத்தி 6-இல் கீழே உள்ள தொகுப்பு அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன.

கீழே உள்ள தொகுப்பு அட்டவணையில் பத்தி 1-இல் முதலில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள அலைவெண்கள் அப்படியே தரப்பட்டுள்ளன.

இப்பொழுது தொகுப்பு அட்டவணை கீழே தரப்பட்டுள்ளது

தொகுப்பு அட்டவணை

இனத்தின் மதிப்பு	அலைவெண்கள்					
	பத்தி 1	பத்தி 2	பத்தி 3	பத்தி 4	பத்தி 5	பத்தி 6
1	2	5		7		
2	3		5		11	
3	2	8				18
4	6		16	27		
5	10	21			33	
6	11		23			26
7	12	15		16		
8	3		4			
9	1					

தொகுப்பு அட்டவணை தயாரித்த பின்பு மீண்டுமொரு அட்டவணை தயாரிக்கப்படுகிறது. இந்த அட்டவணைக்கு 'ஆய்வு அட்டவணை' (Analysis Table) என்று பெயர். ஆய்வு அட்டவணை தயாரிப்பதன் நோக்கம் அதிக மதிப்புடைய அலைவெண்ணிற்குரிய இனத்தின் மதிப்பைக் கண்டுபிடிப்பதாகும்.

ஆய்வு அட்டவணை தயாரிப்பதற்கு முதலில் தொகுப்பு அட்டவணையிலுள்ள ஒவ்வொரு பத்தியின் அலைவெண்களில் அதிக மதிப்புடைய அலைவெண்ணைக் கண்டுபிடிக்கவேண்டும். பின்பு ஒவ்வொரு பத்தியிலுள்ள அதிக மதிப்புடைய அலைவெண்ணிற்குரிய இனங்களின் மதிப்புகளைக் கண்டுபிடிக்கவேண்டும்.

மேலே நாம் தயாரித்துக் கொடுத்துள்ள தொகுப்பு அட்டவணைக்குரிய ஆய்வு அட்டவணையைக் கீழ்க்கண்டவாறு தயாரிக்கலாம்

ஆய்வு அட்டவணையில் எப்பொழுதும் ஆறு வரிசைகளும் தொகுப்பு அட்டவணையின் முதல் பத்தியிலுள்ள இனங்களின் எண்ணிக்கைக்குத் தகுந்தாற் போல பத்திகளும் இருக்கும். அதாவது தொகுப்பு அட்டவணையிலுள்ள வரிசைகள் ஆய்வு அட்டவணையின் பத்திகளாகவும், தொகுப்பு அட்டவணையிலுள்ள பத்திகள் ஆய்வு அட்டவணையிலுள்ள வரிசைகளாகவும் வருமாறு ஆய்வு அட்டவணையை அமைக்க வேண்டும் நம் எடுத்துக் காட்டில் தொகுப்பு அட்டவணையின் வரிசைகளாக 1, 2, 3, 4, 5. 6, 7, 8, 9 ஆகிய எண்கள் உள்ளன இவைகளை ஆய்வு அட்டவணையின் பத்திகளாக எடுத்துக் கொள்ள வேண்டும். தொகுப்பு அட்டவணையில் 6 பத்திகள் உள்ளன, அவைகளை ஆய்வு அட்டவணையின் ஆறு வரிசைகளாக எடுத்துக் கொள்ள வேண்டும்.

தொகுப்பு அட்டவணையில் பத்தி 1-இல் அதிக மதிப்புடைய அலைவெண் = 12. இந்த அலை வெண்ணிற்குரிய இனத்தின் மதிப்பு 7 ஆகும். ஆகவே ஆய்வு அட்டவணையின் முதல் வரிசைக்கு நேரே 7 என்ற எண்ணுக்குக் கீழே ஒரு அலைவெண் குறியீடு போடவும்.

தொகுப்பு அட்டவணையில் பத்தி 2 – இல் அதிக மதிப்புடைய அலைவெண் 21. இந்த அலைவெண்ணிற்குரிய இனங்களின் மதிப்புக்கள் 5,6 ஆகும். ஆகவே ஆய்வு அட்டவணையின் இரண்டாவது வரிசைக்கு நேரே 5 என்ற எண்ணுக்குக் கீழே ஒரு அலைவெண் குறியீடையும் 6 என்ற எண்ணுக்குக் கீழே மற்றொரு அலைவெண் குறியீடையும் போடவும்.

தொகுப்பு அட்டவணையில் பத்தி 3- இல் அதிக மதிப்புடைய அலைவெண் 23. இந்த அலை வெண்ணிற்குரிய இனங்களின் மதிப்புக்கள் 6, 7 ஆகும். ஆகவே ஆய்வு அட்டவணையில் முன்னுல் கூறியது போல மூன்றாவது வரிசைக்கு நேரே 6,7 ஆகிய எண்கள் ஒவ்வொன்றுக்கும் கீழே ஒரு அலைவெண் குறியீடு போடவும்

தொகுப்பு அட்டவணையில் பத்தி 4-இல் அதிகமதிப்புடைய அலைவெண் 27. இந்த அலைவெண்ணிற்குரிய இனங்களின் மதிப்புக்கள் 4,5,6 ஆகும். ஆகவே ஆய்வு அட்டவணையின் நான்காவது வரிசைக்கு நேர் எதிரே 4, 5 ,6 ஆகிய எண்கள் ஒவ்வொன்றுக்கும் கீழே ஒரு அலைவெண் குறியீடு போடவும்.

தொகுப்பு அட்டவணையில் பத்தி 5-இல் அதிக மதிப்புடைய அலைவெண் 33. இந்த அலைவெண்ணிற்குரிய இனங்களின் மதிப்புக்கள் 5, 6, 7 ஆகும். ஆகவே ஆய்வு அட்டவணையின் ஐந்தாவது வரிசைக்கு நேர் எதிரே 5, 6. 7, ஆகிய எண்கள் ஒவ்வொன்றுக்கும் கீழே ஒரு அலைவெண் குறியீடு போடவும்.

தொகுப்பு அட்டவணையில் பத்தி 6-இல் அதிக மதிப்புடைய அலைவெண் 26. இந்த அலைவெண்ணிற்குரிய இனங்களின் மதிப்புக்கள் 6, 7. 8, ஆகும். ஆகவே ஆய்வு அட்டவணையின் ஆறாவது வரிசைக்கு நேர் எதிரே 6, 7, 8 ஆகிய எண்கள் ஒவ்வொன்றுக்கும் கீழே ஒரு அலைவெண் குறியீடு போடவும். இப்பொழுது ஆய்வு அட்டவணையைக் கீழ்க்கண்டவாறு தரலாம்.

ஆய்வு அட்டவணை

பத்தி	இனத்தின் மதிப்பு									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1							1			
2					1	1				
3						1	1			
4				1	1	1				
5					1	1	1			
6						1	1	1		
				1	3	5	4	1		

6 என்ற எண்ணே அதிகமான முறைகள் (அதாவது 5 முறைகள்) வந்துள்ளது என்பதை ஆய்வு அட்டவணையிலிருந்து அறிகிறோம்.

அதிகமான முறைகள் வரும் மதிப்பையே முகடாகக் கொள்கிறோம் ∴ முகடு = 6.

மேலே நாம் பெற்றுள்ள முகடின் மதிப்பு அதிக அலை வெண்ணுடைய இனத்தின் மதிப்பிற்குச் சமமல்ல என்பது கவனிக்கத் தக்கது (மேலே கொடுத்துள்ள அட்டவணை 2—இல் அதிக அலை வெண்ணாகிய 12 குறிக்கும் இனத்தின் மதிப்பு 7 ஆகும்; ஆனால் நாம் கணித்துப் பெற்றுள்ள முகடின் மதிப்பு 6 ஆகும்.

மாதிரிக் கணக்கு 4 :

தொகுப்பு முறையைப் பயன்படுத்தி முகடைக் கணிக்கவும்.

இனத்தின் மதிப்பு	அலைவெண்
1	14
2	12
3	15
4	16
5	15
6	16
7	14
8	14
9	15

முதலாவதாக, அலைவெண்களை இரண்டு கூட்டுகிறோம்.

1-வது, 2-வது இனங்களின் அலை மொத்தம்

3-வது, 4-வது இனங்களின் மொத்தம்

5-வது, 6-வது இனங்களின் அலைவெண்களின் மொத்தம் = 15 + 16
= 31

7-வது, 8-வது இனங்களின் அலைவெண்களின் மொத்தம் = 14 + 14
= 28

இந்த மொத்தங்கள் கீழே தந்துள்ள தொகுப்பு அட்டவணையில் பத்தி 2-இல் தரப்பட்டுள்ளன.

இரண்டாவதாக முதல் இனத்திற்குரிய அலைவெண்ணை விட்டுவிட்டு மீதியுள்ள அலைவெண்களை இரண்டிரண்டாகச் சேர்த்துக் கூட்டித் தொகுக்கிறோம்.

2-வது, 3-வது இனங்களுடைய அலைவெண்களின் மொத்தம் = 12 + 15
= 27

4-வது, 5-வது இனங்களுடைய அலைவெண்களின் மொத்தம் = 16 + 15
= 31

6-வது, 7-வது இனங்களுடைய அலைவெண்களின் மொத்தம் = 16 + 14
= 30

து, 9-வது இனங்களுடைய அலைவெண்களின் மொத்தம் = 14 + 15
= 29

இந்த அலைவெண் மொத்தங்கள் கீழே தந்துள்ள தொகுப்பு ணையில் பத்தி 3-இல் தரப்பட்டுள்ளன,

மூன்றாவதாக, அலைவெண்களை மூன்று மூன்றாகச் சேர்த்துக் தொகுக்கிறோம்.

1-வது, 2-வது 3-வது இனங்களுடைய அலைவெண்களின் மொத்தம் = 14 + 12 + 15
= 41

4-வது, 5,வது 6வது இனங்களுடைய அலைவெண்களின் மொத்தம் = 16+ 15 + 16
= 47.

7-வது, 8-வது 9-வது இனங்களுடைய
அலைவெண்களின் மொத்தம் = 14 + 14 + 15
= 43

இந்த அலைவெண் மொத்தங்கள் கீழே தந்துள்ள தொகுப்பு அட்டவணையில் பத்தி 4-இல் தரப்பட்டுள்ளன.

நான்காவதாக, முதல் இனத்தின் அலைவெண்ணை விட்டு விட்டு அடுத்துவரும் அலைவெண்களை மூன்று மூன்றாகச் சேர்த்துக் கூட்டித் தொகுக்கிறோம்.

2-வது, 3-வது, 4-வது இனங்களுடைய
அலைவெண்களின் மொத்தம் = 12 + 15 + 16
= 43.

5-வது, 6வது, 7வது இனங்களுடைய
அலைவெண்களின் மொத்தம் ... = 15 + 16 + 14
= 45

இந்த அலைவெண் மொத்தங்கள் கீழே தரப்பட்டுள்ள தொகுப்பு அட்டவணையில் பத்தி 5-இல் தரப்பட்டுள்ளன.

ஐந்தாவதாக, முதல் இரண்டு இனங்களின் அலைவெண்களை விட்டு விட்டு அடுத்துவரும் அலைவெண்களை மூன்று மூன்றாகச் சேர்த்துக் கூட்டுகிறோம்.

3-வது, 4-வது, 5-வது இனங்களுடைய
அலைவெண்களின் மொத்தம் ... = 15 + 16 + 15
= 46.

6-வது, 7-வது, 8-வது, இனங்களுடைய
அலைவெண்களின் மொத்தம் ... = 16 + 14 + 14
= 44

இந்த அலைவெண் மொத்தங்கள் கீழே தரப்பட்டுள்ள தொகுப்பு அட்டவணையில் பத்தி 6 இல் தரப்பட்டுள்ளன.

தொகுப்பு' அட்டவணை அடுத்த பக்கத்தில் தரப்பட்டுள்ளன.

தொகுப்பு அட்டவணை

இனத்தின் மதிப்பு	அலைவெண்கள்					
	பத்தி 1	பத்தி 2	பத்தி 3	பத்தி 4	பத்தி 5	பத்தி 6
1	14	26				
2	12		27	41	43	
3	15	31				46
4	16		31	47		
5	15	31			45	
6	16		30			44
7	14	28		43		
8	14		29			
9	15					

அடுத்து ஆய்வு அட்டவணையைத் தயாரிக்கிறோம். பத்தி 1 - இல் அதிக மதிப்புடைய அலைவெண் = 16. இந்த அலை வெண்ணையுடைய இனங்களின் மதிப்புகள் 4,6 ஆகும். ஃ கீழே தரப்பட்டுள்ள ஆய்வு அட்டவணையில் 1-ற்கு நேர் எதிரே 4,6 ஆகிய எண்கள் ஒவ்வொன்றுக்கும் கீழே ஒரு அலைவெண் குறியீடு போட வேண்டும்.

பத்தி 2 - இல் அதிக மதிப்புடைய அலைவெண் = 31. இந்த அலைவெண்ணுடைய இனங்களின் மதிப்புகள் 3, 4, 5, 6 ஆகும். ஃஆய்வு அட்டவணையில் 2-ற்கு எதிரே 3,4,5,6 ஆகிய எண்கள் ஒவ்வொன்றுக்கும் கீழே ஒவ்வொரு அலைவெண் குறியீடு போட வேண்டும்.

இதே போலத் தொகுப்பு அட்டவணையிலுள்ள மீதியுள்ள பத்திகளுக்கும் அதிக மதிப்புடைய அலைவெண்களும் அவற்றிற்குரிய இனங்களின் மதிப்புகளும் கண்டுபிடிக்கப்பட்டு ஆய்வு அட்டவணை-யில் தரப்படுகின்றன.

ஆய்வு அட்டவணை

பத்தி	இனத்தின் மதிப்பு								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1				1		1			
2			1	1	1	1			
3				1	1				
4				1	1	1			
5					1	1	1		
6			1	1	1				
			2	5	5	4	1		

4,5 ஆகிய இரண்டு எண்களுமே அதிகமான முறைகள் வந்துள்ளன.

∴ முகடின் மதிப்புகள் 4, 5 ஆகும்.

எனவே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அலைவெண் பரவல் இரண்டு முகடுகளையுடையது

III. தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவலிலிருந்து முகடைக் கணித்தல்:

(Calculation of mode from Continuous frequency distribution)

A) துல்லியமற்ற முறை (Crude method)

முதலாவதாக, கொடுக்கப்பட்டுள்ள அலைவெண் பரவலில் அதிக மதிப்புடைய அலைவெண்ணைக் கண்டுபிடிக்கவேண்டும். இந்த அலைவெண்ணிற்குரிய பிரிவை அடுத்தபடியாகக் கண்டு பிடிக்கவேண்டும். இந்தப் பிரிவிற்கு 'முகடுப்பிரிவு' (Modal class) என்று பெயர். முகடுப்பிரிவின் பிரிவுக் குறிப்பெண்ணைக் 'mid-value) கணக்கிட வேண்டும். இந்தப் பிரிவுக் குறிப்பெண்ணுடைய மதிப்பே முகடின் மதிப்பாகும்.

இவ்வாறு நாம் முகடின் மதிப்பைக் கணிக்கும் பொழுது, முகடுப் பிரிவைச் சேர்ந்த அதிகமான இனங்கள் முகடுப் பிரிவினுடைய பிரிவுக் குறிப்பெண்ணின் மதிப்பிற்குச் சமமான மதிப்பைப் பெற்றுள்ளதாக மேற்கொள்கிறோம்.

ஆனால், இந்த மேற்கோளானது பெரும்பாலான சூழல்களில் பொருத்தமாக இருக்காது. எனவே, இந்த முறையைப் பயன்படுத்திக் கணித்த முகடின் மதிப்பு துல்லியமானதன்று.

மாதிரிக் கணக்கு 5 : முகடைக் கணிக்கவும்.

எடை (பௌண்டுகளில்)	அலைவெண்
90—100	10
100—110	37
110—120	65
120—130	80
130—140	51
140—150	35
150—160	18
160—170	4

அதிக மதிப்புடைய அலைவெண் = 80

இந்த அலைவெண்ணிற்கு எதிரிலுள்ள பிரிவு '120—130' ஆகும்

∴ '120—130' முகடுப் பிரிவாகும்.

$$\text{முகடுப்பிரிவின் பிரிவுக் குறிப்பெண்} = \frac{120 + 130}{2}$$

$$= \frac{250}{2}$$

$$= 125$$

∴முகடு = 125 பௌண்டுகள்.

மாதிரிக் கணக்கு – 6 : முகடைக் கணிக்கவும்

திறன் (மணிகளில்)	விளக்குகளின் எண்ணிக்கை
0—400	4
400—800	12
800—1200	40
1200—1600	41
1600—2000	27
2000—2400	13
2400—2800	9
2800—3200	4

அதிக மதிப்புடைய அலைவெண் = 41

அதிக மதிப்புடைய அலைவெண்ணிற்குரிய பிரிவு '1200 — 1600

∴ முகடுப்பிரிவு '1200—1600' ஆகும்.

$$\text{முகடுப்பிரிவின் பிரிவுக்குறிப்பெண்} = \frac{1200 + 1600}{2}$$

$$= \frac{2800}{2} = 1400$$

∴ முகடு = 1400 மணி.

(B) முகடுப்பிரிவிற்கு அருத்தாற்போல் மேலும் கீழும் உள்ள பிரிவுகளின் அலைவெண்களைப் பயன்படுத்தி முகடைக்கணித்தல்

முகடின் மதிப்பானது முகடுப் பிரிவிற்கு அருகில் அமைந்துள்ள பிரிவுகளின் அலைவெண்களுக்கேற்றவாறு மாறுபடும் தன்மையுடையது முகடுப்பிரிவிற்கு மேலே உள்ள பிரிவின் அலைவெண் கீழே உள்ள பிரிவின் அலைவெண்ணைவிட அதிகமாக இருந்தால், முகடின் மதிப்பானது முகடுப்பிரிவின் கீழ் எல்லையை ஒட்டி இருக்கும் மாறாக முகடுப்பிரிவிற்கு மேலே உள்ள பிரிவு அலைவெண்ணானது கீழே உள்ள பிரிவு அலைவெண்ணைவிடக் குறைவாக இருந்தால் முகடின் மதிப்பானது முகடுப்பிரிவின் மேல் எல்லையை ஒட்டியிருக்கும்.

எனவே, முகடைக் கணிப்பதற்கு முகடுப்பிரிவிற்கு அருகிலுள்ள பிரிவுகளின் அலைவெண்களையும் கணக்கிட்டுக் கொள்ள வேண்டும். இவ்வாறு கணக்கிட்டு முகடைக் கணிப்பதற்கு நாம் பயன்படுத்த வேண்டிய சூத்திரம் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

மாதிரிக் கணக்கு 5-இல் தரப்பட்டுள்ள அலைவெண் பரவல் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

எடை (பௌண்டுகளில்)	அலைவெண்
90—100	10
100—110	37
110—120	65
120—130	80
130—140	51
140—150	35
150—160	18
160—170	4

அதிக மதிப்புடைய அலைவெண் = 80

அதற்குரிய பிரிவு '120—130'

∴ '120 — 130' முகடுப் பிரிவாகும்.

முகடுப் பிரிவின் கீழ் எல்லையை 'l' என்று குறிப்பிடுகிறோம் நம்முடைய எடுத்துக்காட்டில்,

$l = 120$

முகடுப் பிரிவிற்கு முந்திய பிரிவு '110 — 120'

இப்பிரிவின் அலைவெண் = 65

இந்த அலைவெண்ணை நாம் f_1 என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

∴ $f_1 = 65$.

முகடுப்பிரிவிற்கு அடுத்துக் கீழே உள்ள பிரிவு '130 — 140' இப்பிரிவின் அலைவெண் = 51.

இந்த அலைவெண்ணை நாம் f_2 என்று குறிப்பிடுகிறோம்

∴ $f_2 = 51$.

முகடுப் பிரிவின் இடைவெளித்தூரம் = 130 — 120

= 10

இதனை 'c' என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

∴ c = 10.

இப்பொழுது முகடைக் கணிப்பதற்குரிய சூத்திரம் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

$$\text{முகடு} = l + \frac{cf_2}{f_1 + f_2}$$

l = முகடுப் பிரிவின் கீழ் எல்லை

c = முகடுப் பிரிவின் இடைவெளித் தூரம்

f_1 = முகடுப் பிரிவிற்கு முந்திய பிரிவின் அலைவெண்

f_2 = முகடுப் பிரிவிற்கு அடுத்துள்ள பிரிவின் அலைவெண்.

நம்முடைய எடுத்துக் காட்டில்,

$l = 120,\ c = 10,\ f_1 = 65,\ f_2 = 51$

$$\therefore \text{முகடு} = 120 + \frac{10 \times 51}{65 + 51}$$

$$= 120 + \frac{510}{116}$$

= 120 + 4.4 (தோராயமாக)

= 124.4 (பௌண்டுகள்)

மாதிரிக் கணக்கு 7 :

முகடைக் கணிக்கவும்.

திறன் (மணிகளில்)	விளக்குகளின் எண்ணிக்கை
0—400	4
400—800	12
800—1200	40
1200—1600	41
1600—2000	27
2000—2400	13
2400—2800	9
2800—3200	4

அதிக மதிப்புடைய அலைவெண் = 41.

இதற்குரிய பிரிவு, '1200 — 1600'

∴முகடுப் பிரிவு '1200 — 1600' ஆகும்

l = முகடுப் பிரிவின் கீழ் எல்லை

= 1200

c = முகடுப்பிரிவின் பிரிவு இடைவெளித் திரம்

= 1600 — 1200

= 400

f_1 = முகடுப் பிரிவிற்கு முந்திய பிரிவின் அலைவெண்

= 40

f_2 = முகடுப் பிரிவை அடுத்துள்ள பிரிவின் அலைவெண்

= 27

$$\therefore \text{முகடு} = l + \frac{cf_2}{f_1 + f_2}$$

$$= 1200 + \frac{400 \times 27}{40 + 27}$$

$$= 1200 + \frac{10800}{67}$$

$$= 1200 + 161.2$$

$$= 1361.2 \text{மணி.}$$

மாதிரிக் கணக்கு : 8

முகடைக் கணிக்கவும்.

பிரிவு	அலைவெண்
40—60	9
60 - 80	11
80—100	14
100—120	20
120—140	15
140—160	10

அதிக மதிப்புடைய அலைவெண் = 20

இந்த அலைவெண்ணுக்குரிய பிரிவு '100 — 120'

∴இந்த '100 — 120 முகடுப் பிரிவாகும்.

l = முகடுப் பிரிவின் கீழ் எல்லை.

= 100

c = முகடுப் பிரிவின் இடைவெளித் தூரம்.

= 120 — 100

= 20

f_1 = முகடுப் பிரிவிற்கு முந்திய பிரிவின் அலைவெண்

= 14

f_2 = முகடுப் பிரிவிற்கு அடுத்துள்ள பிரிவின் அலைவெண்

= 15

$$\therefore \text{முகடு} = l + \frac{cf_2}{f_1 + f_2}$$

$$= 100 + \frac{20 \times 15}{14 + 15}$$

$$= 100 + \frac{300}{29}$$

$$= 100 + 10.34$$

$$= 110\ 34$$

(C) முகடுப் பிரிவிற்கு அருகிலுள்ள பிரிவுகளுடைய அலைவெண்களின் வித்தியாசங்களைப் பயன்படுத்தி முகடைக் கணித்தல்.

முகடைக் கணிப்பதற்குக் கீழ்க்காணும் முறையைக் கையாளலாம் :

1. அதிக மதிப்புடைய அலைவெண்ணிற்கும். முகடுப் பிரிவிற்கு மேலே உள்ள பிரிவின் அலைவெண்ணிற்கும் உள்ள வித்தியாசம் கணிக்கப்படுகின்றது.

2. அதிக மதிப்புடைய அலைவெண்ணிற்கும் முகடுப் பிரிவை அடுத்துள்ள பிரிவின் அலைவெண்ணிற்கும் உள்ள வித்தியாசம்

கணிக்கப்படுகின்றது. இந்த இரண்டு வித்தியாசங்களைப் பயன்படுத்தி முகடைக் கணிக்கலாம்.

மாதிரிக் கணக்கு 5 - இல் தரப்பட்டுள்ள அலைவெண் பரவல் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

எடை (பௌண்டுகளில்)	அலைவெண்
90—100	10
100—110	37
110—120	65
120—130	80
130—140	51
140—150	35
150—160	18
160 - 170	4

இந்தப் பரவலில் முகடுப் பிரிவு '120 — 130' ஆகும்.

இங்கும் முகடுப் பிரிவின் கீழ் எல்லையை 'l' என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

$$\therefore l = 120$$

அதிக மதிப்புடைய அலைவெண்ணிற்கும் முகடுப் பிரிவிற்கு முந்திய பிரிவின் அலைவெண்ணிற்கும் உள்ள வித்தியாசத்தை 'd_1' என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

$$\therefore d_1 = 80 - 65 = 15.$$

அதிக மதிப்புடைய அலைவெண்ணிற்கும் முகடுப் பிரிவிற்குப் பிந்திய பிரிவின் அலைவெண்ணிற்குமுள்ள வித்தியாசத்தை 'd_2' என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

$$\therefore d_2 = 80 - 51 = 29.$$

முன்பு போலவே, முகடுப் பிரிவின் இடைவெளித் தூரத்தை 'c' என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

$\therefore c = 130 - 120 = 10.$

முகடைக் கணிப்பதற்குரிய சூத்திரம் வருமாறு:

$$\text{முகடு} = l + \frac{cd_1}{d_1 + d_2}$$

l = முகடுப் பிரிவின் கீழ் எல்லை

c = முகடுப் பிரிவின் இடைவெளித் தூரம்

d_1 = அதிக மதிப்புடைய அலைவெண்ணிற்கும் முகடுப் பிரிவிற்கு முந்திய பிரிவின் அலைவெண்ணிற்குமுள்ள வித்தியாசம்.

d_2 = அதிக மதிப்புடைய அலைவெண்ணிற்கும் முகடுப் பிரிவிற்கு அடுத்துள்ள பிரிவின் அலைவெண்ணிற்குமுள்ள வித்தியாசம்.

நம்முடைய எடுத்துக்காட்டில்,

$l = 120,\ c = 10,\ d_1 = 15,\ d_2 = 29.$

$$\therefore \text{முகடு} = 120 + \frac{10 \times 15}{15 + 29}$$

$$= 120 + \frac{150}{44}$$

$$= 120 + 3.4 = 123.4 \text{ பௌண்டுகள்}$$

இப்பொழுது கொடுத்துள்ள சூத்திரம் $\left(\text{அதாவது முகடு} = l + \frac{cd_1}{d_1 + d_2} \right)$ முன்பு கொடுத்துள்ள சூத்திரமாகிய முகடு $= l + \frac{cf_2}{f_1 + f_2}$ ஐவிட முகடின் மதிப்பைத் துல்லியமாகக் கொடுக்கும்.

மாதிரிக் கணக்கு-9 :

மாதிரிக் கணக்கு 6-இன் கீழ் தரப்பட்டுள்ள அட்டவணையிலிருந்து முகடின் மதிப்பைக் கணிக்கவும்.

மாதிரிக் கணக்கு 6-இல் உள்ள அட்டவணையில், அதிக மதிப்புடைய அலைவெண் = 41.

இந்த அலைவெண்ணையுடைய பிரிவு '1200 — 1600'

∴ முகடுப் பிரிவு '1200 — 1600'

l = முகடுப் பிரிவின் கீழ் எல்லை

= 1200

c = முகடுப் பிரிவின் இடைவெளித்தூரம்

= 1600 — 1200 = 400

d_1 = அதிக மதிப்புடைய அலைவெண்ணிற்கும் முகடுப்பிரிவிற்கு முந்திய பிரிவின் அலைவெண்ணிற்கும் உள்ள வித்தியாசம்.

= 41-ற்கும் '800—1200' என்ற பிரிவின் அலைவெண்ணிற்கும் உள்ள வித்தியாசம்

= 41 — 40

= 1.

d_2 = அதிக மதிப்புடைய அலைவெண்ணிற்கும் முகடுப் பிரிவிற்கு அடுத்துள்ள பிரிவின் அலைவெண்ணிற்கும் உள்ள வித்தியாசம்.

= 41 — 27

= 14.

$$\therefore \text{முகடு} = l + \frac{cd_1}{d_1 + d_2}$$

$$= 1200 + \frac{400 \times 1}{1 + 14}$$

$$= 1200 + \frac{400}{15}$$

$$= 1200 + 26.67$$

$$= 1226.67 \text{ மணி}$$

மாதிரிக் கணக்கு : 10

மாதிரி கணக்கு 8-இல் தரப்பட்டுள்ள அட்டவணையிலிருந்து முகடைக் கணிக்கவும்.

அதிக மதிப்புடைய அலைவெண் = 20

இந்த அலைவெண்ணையுடைய பிரிவு '100 — 120'

∴ முகடுப்பிரிவு '100 — 120' ஆகும்.

l = முகடுப்பிரிவின் கீழ் எல்லை

= 100

c = முகடுப் பிரிவின் இடைவெளித் தூரம்

= 120 —100

= 20

முகடுப் பிரிவிற்கு முந்திய பிரிவாகிய '80 — 100' என்ற பிரிவின் அலைவெண் = 14

$\therefore d_1 = 20 - 14$

$= 6.$

முகடுப் பிரிவிற்கு அடுத்துள்ள பிரிவாகிய '120 — 140' என்ற பிரிவின் அலைவெண் = 15

$\therefore d_2 = 20 - 15$

$= 5.$

$$\text{முகடு} = l + \frac{cd_1}{d_1 + d_2}$$

$$= 100 + \frac{20 \times 6}{6 + 5}$$

$$= 100 + \frac{120}{11}$$

$$= 100 + 10.9$$

$$= 110.9$$

மேலே நாம் எடுத்துக்கொண்டுள்ள மாதிரிக் கணக்குகள் எல்லாவற்றிலும் முகடுப் பிரிவானது முதல் பிரிவாகவோ இறுதிப் பிரிவாகவோ இல்லாமல் இடையில் உள்ள ஏதேனும் ஒரு பிரிவாகவே இருந்தது. ஆனால் எப்பொழுதும் முகடுப் பிரிவு இடையிலுள்ள பிரிவாக இருக்கவேண்டுமென்பதில்லை. முகடுப் பிரிவு, அதாவது, அதிக

மதிப்புடைய அலைவெண்ணிற்குரிய பிரிவு முதல் பிரிவாகவோ இறுதிப் பிரிவாகவோ இருக்கலாம்.

முதல் பிரிவே முகடுப் பிரிவாக அமைந்தால், முகடுப் பிரிவிற்கு முந்திய பிரிவு என்று ஒரு பிரிவும் இருக்காது எனவே f_1, d_1 ஆகிய இரண்டினுடைய மதிப்புக்களையும் பெறுதல் இயலாது. f_1, d_1 ஆகியவற்றின் மதிப்புக்களைப் பெறாமல், முன்பு நாம் முகடைக் கணிப்பதற்காகத் தந்துள்ள இரண்டு சூத்திரங்களையுமே பயன்படுத்த முடியாது.

இச்சமயங்களில் முதல் பிரிவினுடைய பிரிவுக் குறிப்பெண்ணையே முகடின் மதிப்பாகக் கொள்கிறோம்.

அலைவெண் பரவலொன்று கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

பிரிவு	அலைவெண்
20—40	20
40—60	14
60—80	11
80—100	9
100—120	6

அதிக மதிப்புடைய அலைவெண் = 20

இந்த அலைவெண்ணையுடைய பிரிவு முதல் பிரிவாகிய '20—40' என்ற பிரிவாகும்.

∴ '20—40' என்ற பிரிவின் பிரிவுக் குறிப்பெண்ணையே முகடின் மதிப்பாகக் கொள்கிறோம்.

$$\text{முதல் பிரிவின் பிரிவுக் குறிப்பெண்} = \frac{20 + 40}{2}$$

$$= \frac{60}{2}$$

$$= 30.$$

∴ முகடு = 30.

சில சமயங்களில் அதிக மதிப்புடைய அலைவெண்ணிற்குரிய பிரிவு இறுதிப்பிரிவாக இருக்கலாம். இப்பொழுது இறுதிப்பிரிவே முகடுப் பிரிவாகும் முகடுப் பிரிவிற்கு அடுத்துள்ள பிரிவு என்று ஒரு பிரிவும் இல்லை.

எனவே, f_2, d_2, ஆகியவற்றின் மதிப்புக்களைப் பெறுதல் இயலாது. எனவே,

$$\text{முகடு} = l + \frac{cf_2}{f_1 + f_2} \qquad \text{முகடு} = l + \frac{cd_1}{d_1 - d_2}$$

ஆகிய இரண்டு சூத்திரங்களில் எதைப் பயன் படுத்தியும் முகடைக் கணிக்க முடியாது.

இப்படிப்பட்ட சமயங்களில் இறுதிப்பிரிவின் பிரிவுக் குறிப்-பெண்ணையே முகடின் மதிப்பாகக் கொள்கிறோம்.

அலைவெண் பரவலொன்று கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

பிரிவு	அலைவெண்
20—40	8
40—60	11
60—80	9
80 – 100	14
100—120	20

அதிக மதிப்புடைய அலைவெண் = 20

அதிக மதிப்புடைய அலைவெண்ணிற்குரிய பிரிவு '100—120'. ∴'100—120' பிரிவே முகடுப் பிரிவாகும்.

'100—120' என்ற பிரிவு இறுதிப் பிரிவாக அமைந்துள்ளதால் இப்பிரிவின் பிரிவுக் குறிபெண்ணாகிய 110-ஐ $\left(\frac{100+120}{2}\right)$ முகடாகக் கொள்கிறோம்.

∴ முகடு = 110.

எனவே, முகடுப் பிரிவானது கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவலில் முதல் பிரிவாகவோ இறுதிப் பிரிவாகவோ அமைந்திருந்தால், முகடின் மதிப்பைத் தல்லியமாகக் காணுதல் இயலாது; நாம் மேலே தந்துள்ள இரண்டு சூத்திரங்களையும் பயன்படுத்த முடியாது.

சில நேரங்களில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள அலைவெண்பரவலிலுள்ள முதல் பிரிவும் இறுதிப் பிரிவும் திறந்த இடைவெளிகளையுடையவைகளாக இருக்கலாம். அதோடு அதிக மதிப்புடைய அலைவெண்ணிற்குரிய பிரிவும் முதல் அல்லது இறுதிப் பிரிவாக அமைந்திருக்கலாம். திறந்த பிரிவு இடைவெளிகளுக்கு பிரிவுக் குறிப்பெண்ணைக் கணிக்க முடியாது. ஏனெனில் பிரிவுக்குறிப்பெண் = $\frac{\text{மேல்எல்லை} + \text{கீழ்எல்லை}}{2}$

எனவே, மேலே கூறியுள்ளபடியுள்ள சந்தர்ப்பங்களில், அதாவது முகடுப் பிரிவானது திறந்த பிரிவு இடைவெளியாக இருக்கும் பொழுது, முகடின் மதிப்பைத் தோராயமாகக் கூடக் கணிக்க முடியாது.

சில சமயங்களில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள அலைவெண் பரவலின் முதல் பிரிவும் இறுதிப் பிரிவும் திறந்த பிரிவுகளாக இருக்கும்; ஆனால் முகடுப் பிரிவானது இடையிலுள்ள ஏதேனும் ஒரு பிரிவாக இருக்கலாம். இப்படிப்பட்ட சமயங்களில் முன்பு நாம் தந்துள்ள ஏதேனும் ஒரு சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி முகடின் மதிப்பைக் கணிக்கலாம். இங்குத் திறந்த இடைவெளிகள் இருந்தபோதிலும் முகடின் மதிப்பைக் கணிப்பதில் எவ்விதக் கஷ்டமும் இல்லை.

மாதிரிக்கணக்கு 11:

அலைவெண் பரவலொன்று கீழே தரப்பட்டுள்ளது முகடைக் கணிக்கவும்.

பிரிவு	அலைவெண்
50-ற்குக் கீழ்	5
50—70	10
70—90	19
90—110	30
110—130	20
130-ற்கு மேல்	16

முதல் பிரிவு இறுதிப்பிரிவு ஆகிய இரண்டு பிரிவுகளுமே திறந்த பிரிவுகளாக உள்ளன.

ஆனால் அதிக மதிப்புடைய அலைவெண்ணிற்குரிய பிரிவு முதல் பிரிவோ இறுதிப்பிரிவோ அல்ல.

அதிக மதிப்புடைய அலைவெண்ணாகிய 30-ற்குரிய பிரிவு '90–110' என்ற இடையிலுள்ள ஒரு பிரிவாகும்.

∴ '90–110' என்ற பிரிவே முகடுப் பிரிவாகும்.

l = முகடுப் பிரிவின் கீழ் எல்லை
= 90

c = முகடுப்பிரிவின் இடைவெளித்தூரம்
= 110–90
= 20

f_1 = முகடுப் பிரிவிற்கு முந்திய பிரிவாகிய '70–90' என்ற பிரிவின் அலைவெண்

= 19

f_2 = முகடுப் பிரிவிற்கு அடுத்துள்ள பிரிவாகிய '110 – 130' என்ற பிரிவின் அலைவெண்

= 20

$$\text{முகடு} = l + \frac{cf_2}{f_1 + f_2}$$

$$= 90 + \frac{20 \times 20}{19 + 20}$$

$$= 90 + \frac{400}{39}$$

$$= 90 + 10\ 26$$

$$= 100.26$$

மேலே தரப்பட்டுள்ள அலைவெண் பரவலுக்குரிய முகடின் மதிப்பை மற்றொரு சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கீழே கணித்துள்ளோம்.

$$d_1 = 30 - 19$$
$$= 11$$
$$d_2 = 30 - 20$$
$$= 10$$
$$\text{முகடு} = l + \frac{cd_1}{d_1 + d_2}$$
$$= 90 + \frac{20 \times 11}{11 + 10}$$
$$= 90 + \frac{220}{21}$$
$$= 90 + 10.5$$
$$= 100.5$$

சில நேரங்களில், அதிக மதிப்புடைய அலைவெண் அடுத்தடுத்துள்ள இரண்டிற்கும் மேற்பட்ட பிரிவுகளில் இருக்கலாம். அதிக மதிப்புடைய அலைவெண்ணிற்குரிய பிரிவுகள் ஒன்றுக்கும் மேற்பட்டவையாக இருந்தபோதிலும் கொடுக்கப்பட்டுள்ள அலைவெண் பரவலை ஒரு முகடு உடையதாகவே கருதுகிறோம். அடுத்தடுத்துள்ள இப்பிரிவுகளைனைத்தையும் கொண்டுள்ள வீச்சின் மையப்புள்ளியையே முகடாகக் கொள்கிறோம்.

எடுத்துக்காட்டொன்று கீழேதரப்பட்டுள்ளது.

பிரிவு	அலைவெண்
0—10	4
10—20	9
20—30	15
30—40	15
40—50	15
50—60	8
60—70	1

$$= 18 + \frac{32}{26}$$

$$= 18 + 1.23$$

$$= 19.23$$

∴கொடுக்கப்பட்டுள்ள அலைவெண் பரவலுடைய முகடுகள் 13. 33, 19.23 ஆகியவையாகும்.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள அலைவெண் பரவலிலுள்ள பிரிவுகள் உண்மைப் பிரிவுகளாக இல்லாமல் இருக்கலாம். இச்சந்தர்ப்பங்களில் முகடைக் கணிப்பதற்கு முதலாவதாகப் பிரிவுகளை உண்மைப் பிரிவுகளாக மாற்ற வேண்டும். அதன்பின்பு தான் முகடைக் கணிப்பதற்குரிய சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்த வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டொன்று கீழே தரப்பட்டுள்ளது

மாதிரிக் கணக்கு 12 :

முகடைக் கணிக்கவும்.

பிரிவு	அலைவெண்
10 – 19	8
20 – 29	10
30 – 39	16
40 – 49	20
50 – 59	14
60 – 69	6

மேலே தரப்பட்டுள்ள அலைவெண் பரவலிலுள்ள பிரிவுகள் உண்மைப் பிரிவுகளல்ல. எனவே, அவற்றை முதலில் உண்மைப் பிரிவுகளாக மாற்றி கீழே உள்ள அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்.

பிரிவு	அலைவெண்
9.5—19.5	8
19.5—29.5	10
29.5 - 39.5	16
39.5—49.5	20
49.5—59.5	14
59.5—69.5	6

அதிக மதிப்புடைய அலைவெண் = 20

இந்த அலைவெண்ணிற்குரிய பிரிவு '39.5 — 49.5 ஆகும்.

∴ '39.5 — 49.5' என்ற பிரிவே முகடுப்பிரிவாகும்.

$l = 39.5$

$c = 49.5 - 39.5$

$= 10$

$f_1 = 16$

$f_2 = 14$

$$\text{முகடு} = l + \frac{cf_2}{f_1 + f_2}$$

$$= 39.5 + \frac{10 \times 14}{16 + 14}$$

$$= 39.5 + \frac{140}{30}$$

$$= 39.5 + 4.66$$

$$= 44.16$$

விடை : முகடு = 44.16

(D) கூட்டுச் சராசரியையும் இடைநிலையையும் பயன்படுத்தி முகடைக் கணித்தல் :

கூட்டுச் சராசரி, இடைநிலை, முகடு ஆகிய மூன்றிற்கும் உள்ள தொடர்பு கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

(கூட்டுச் சராசரி—முகடு) = 3 (கூட்டுச் சராசரி—இடைநிலை)

கூட்டுச் சராசரி, இடைநிலை, முகடு ஆகிய மூன்றில் ஏதேனும் இரண்டின் மதிப்புக்கள் தெரிந்தால் மூன்றாவதன் மதிப்பை மேலே நாம் தந்துள்ள தொடர்பைப் பயன்படுத்திக் கணிக்கலாம். எனவே, கூட்டுச் சராசரி, இடைநிலை ஆகியவற்றின் மதிப்புக்களிலிருந்து முகடின் மதிப்பைக் கணிக்கலாம்.

மாதிரிக் கணக்கு 13 :

ஒரு அலைவெண் பரவலின் கூட்டுச் சராசரி = 125.73. இடைநிலை = 124.75 முகடின் மதிப்பைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

(கூட்டுச் சராசரி—முகடு) = 3(கூட்டுச் சராசரி— இடைநிலை)

(125.73 — முகடு) = 3 (125.73—124.75)

(125.73 — முகடு) = 3 × .98

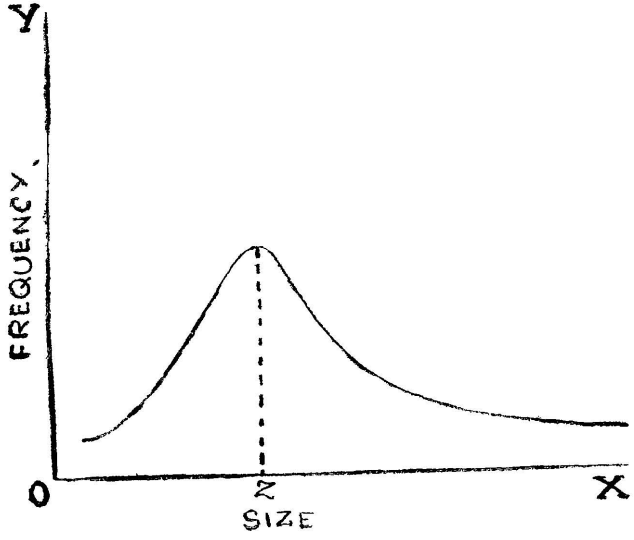
(125.73 — முகடு) = 2.94

∴ முகடு = 125.73 — 2.94

= 122.79

வரைபடங்களின் உதவியால் முகடைக் கணித்தல் :

முகடின் மதிப்பை வரைப்படங்களைக் கொண்டும் கண்டுபிடிக்கலாம். இதற்கு, முதலில், கொடுக்கப்பட்டுள்ள அலைவெண் பரவலுக்குரிய அலைவெண் பலகோணம் அல்லது அலைவெண் வளைகோடு வரையவேண்டும். இந்த அலைவெண் பல கோணம் அல்லது வளைக்கோட்டின் உச்சிப்புள்ளி வழியாக x அச்சிற்கு ஒரு செங்குத்துக் கோடு வரையவேண்டும். இச்செங்குத்துக் கோடானது x அச்சை வெட்டும் புள்ளியைக் குறித்துக் கொள்ளவேண்டும். இப் புள்ளி குறிப்பிடும் இனத்தின் மதிப்பே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அலைவெண் பரவலுக்குரிய முகடின் மதிப்பாகும்.



கொடுக்கப்பட்டுள்ள பிரிவு இடை வெளிகளில் ஏதாவது ஒரு பிரிவின் அலைவெண் மற்ற அலைவெண்களைக் காட்டிலும் அதிகமாக இருந்தால்தான் வரைபடம் மூலம் முகட்டின் அளவைக் காணமுடியும். மாறாக' இரண்டு முன்று பிரிவுகளின் அலைவெண்கள் ஒரே எண்ணாக இருத்தால் வரைபடத்தின் மூலம் முகட்டின் அளவைக் காணமுடியாது. அதாவது கீழ்க்கண்ட அலைவெண் பரவலுக்கு வரைபடத்தின் மூலம் முகடைக்கணிக்க இயலாது.

x	f
2—4	10
4—6	16
6—8	16
8—10	8
10—12	3

முகடைக் கணிக்கும் பொழுது கருத்தில் கொள்ள வேண்டியவை:

1. தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் பரவலிலிருந்து முகடைக் கணிக்கும் படி கொடுக்கப்பட்டிருந்தால், முதலில் அதிக மதிப்புடைய அலைவெண்ணிற்கும், அதற்கு மேலே அல்லது கீழே அட்டவணையில் எழுதப்பட்டுள்ள அலைவெண்களுக்கும் உள்ள வேறுபாடுகள் மிகவும் அதிகமாக உள்ளனவா, மிகவும் குறைவாக உள்ளனவா என்பது பற்றி மாணவர் உறுதிப்படுத்திக் கொள்ள வேண்டும்.

வேறுபாடுகள் அதிகமாக இருந்தால் அதிக மதிப்புடைய அலைவெண்ணிற்குரிய இனத்தின் மதிப்பையே முகடாகக் கொள்ளலாம்.

வேறுபாடுகள் குறைவாக இருந்தால் தொகுப்பு முறையைப் பயன்படுத்தி முகடைக் கணிக்க வேண்டும்.

2. தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவலிலிருந்து முகடைக் கணிக்கும்படித் தரப்பட்டிருந்தால் அதிக மதிப்புடைய அலைவெண், முதல் அல்லது இறுதிப் பிரிவில் உள்ளதா, அல்லது இடையிலுள்ள ஏதேனும் ஒரு பிரிவில் உள்ளதா என்பது பற்றி முதலில் மாணவர் உறுதிப்படுத்திக் கொள்ள வேண்டும்.

அதிக மதிப்புடைய அலைவெண் முதல் பிரிவிலோ இறுதிப் பிரிவிலோ இருந்தால் துல்லியமற்ற முறையைப் பயன்படுத்தியே முகடைக் கணிக்க வேண்டும்.

அதிக மதிப்புடைய அலைவெண் இடையிலுள்ள ஏதேனும் ஒரு பிரிவிற்கு எதிரில் இருந்தால் நாம் தந்துள்ள இரண்டு சூத்திரங்களில் ஏதேனும் ஒன்றைப் பயன்படுத்தி முகடைக் கணிக்கலாம்.

3. தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவலிலிருந்து ஏதேனும் ஒரு சூத்திரத்தை பயன்படுத்தி முகடைக் கணிக்குமுன்பாக கொடுக்கப்பட்டுள்ள அலைவெண் பரவலிலுள்ள பிரிவுகள் உண்மைப் பிரிவுகளா என்பதை உறுதிப்படுத்திக் கொள்ள வேண்டும். உண்மைப் பிரிவுகளாக இல்லையென்றால், முதலில் அவற்றை உண்மைப் பிரிவுகளாக மாற்றிவிட வேண்டும். பின்புதான் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி முகடைக் கணிக்கவேண்டும்.

முகடைக் கணிப்பதற்குப் பயன்படுத்தப்படும் சூத்திரங்கள் :

I	ஒழுங்குபடுத்தப்படாத விவரங்களிலிருந்து முகடைக் கணித்தல்.	வரிசைப்படுத்தப்பட்ட எண்களில் அதிகமான தடவைகள் வரும் எண்ணின் மதிப்பு.

II தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் பரவலிலிருந்து முகடைக் கணித்தல்.

(i) அதிக மதிப்புடைய அலைவெண்ணிற்குரிய இனத்தின் மதிப்பு.

(ii) ஆய்வு அட்டவணையில் அதிக தடவைகள் வந்துள்ள இனத்தின் மதிப்பு.

III தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவலிலிருந்து முகடைக் கணித்தல்.

(i) முகடுப் பிரிவின் பிரிவுக்குறிப்பெண்.

(ii) $\text{முகடு} = l + \frac{cf_2}{f_1+f_2}$

(iii) $\text{முகடு} = l + \frac{cd_1}{d_1+d_2}$

(iv) (கூட்டுச் சராசரி — முகடு) = 3 (கூட்டுச்சராசரி — இடைநிலை)

4
பெருக்குச்சராசரி

(Geometric mean)

இலக்கணம் :

கொடுக்கப்பட்டுள்ள மதிப்புக்களின் பெருக்கற் பலனுடைய n - வது படிமூலத்தின் மதிப்பே பெருக்குச் சராசரியின் மதிப்பாகும்.

(A) ஒழுங்கு படுத்தப்படாத விவரங்களிலிருந்து பெருக்குச் சராசரியைக் கணித்தல்:

பெருக்குச் சராசரியை பெருகிகிடை அல்லது ஜியோமிதி மீன் என்றும் கூறலாம். ஒரு மாறியானது பெறக்கூடிய n மதிப்புக்கள் தரப்பட்டுள்ளதாகக் கொள்வோம். இந்த n மதிப்புக்களின் பெருக்குச் சராசரியைப் பெறுவதற்கு முதலாவதாக, கொடுக்கப்பட்டுள்ள n மதிப்புக்களையும் ஒன்றோடொன்று பெருக்கி வரும் பெருக்கற் பலனைக் கண்டுபிடிக்கவேண்டும். இரண்டாவதாக, இப்பெருக்கற் பலனின் n-வது படி மூலத்தைக் (n^{th} root) கண்டுபிடிக்க வேண்டும்.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள n மதிப்புக்களின் பெருக்கற் பலனுடைய n-வது படி மூலத்தின் மதிப்பே பெருக்குச் சராசரியின் மதிப்பாகும்.

எடுத்துக்காட்டாக 'வயது' என்ற மாறியை எடுத்துக் கொள்வோம். இரண்டு நபர்களின் வயது முறையே 16, 25 எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது எனவும் கொள்வோம். அதாவது, வயது என்ற மாறி பெறக்கூடிய இரண்டு மதிப்புக்கள் தரப்பட்டுள்ளன.

இந்த இரண்டு மதிப்புக்களின் பெருக்குச் சராசரியைப் பெறுவதற்கு முதலாவதாக அம்மதிப்புக்களின் பெருக்கற் பலனைப் பெற வேண்டும்.

$$16 \times 25 = 400.$$

இரண்டு மதிப்புக்களே தரப்பட்டுள்ளதால் $n = 2$.

எனவே, நாம் பெற்றுள்ள பெருக்கற் பலனாகிய 400-இன் வர்க்க மூலமே கொடுக்கப்பட்டுள்ள மதிப்புக்களின் பெருக்குச் சராசரியாகும்.

$$\sqrt{400} = \sqrt{20 \times 20} = \sqrt{400}$$

எனவே, பெருக்குச் சராசரி = 20

மேலே கூறியுள்ள எடுத்துக்காட்டில் தரப்பட்டுள்ள 16, 25 என்ற இரண்டு மதிப்புக்களுள் 20 என்ற எண் மூன்றாவது மதிப்பாகத் தரப்பட்டுள்ளதாகக் கொள்வோம்.

இப்பொழுது 'வயது' என்ற மாறியின் மூன்று மதிப்புக்கள் தரப்பட்டுள்ளதால், $n = 3$

மூன்று மதிப்புக்களின் பெருக்குத் தொகை $= 16 \times 25 \times 20 = 8000$

$n = 3$ ஆதலால், பெருக்கற் பலன் 8000-இன் மூன்றாவது படி மூலத்தை நாம் பெறவேண்டும்.

$$\sqrt[3]{8000} = \sqrt[3]{20 \times 20 \times 20}$$
$$= 20$$

∴ கொடுக்கப்பட்டுள்ள மூன்று மதிப்புக்களின் பெருக்குச் சராசரி $= 20$

எடுத்துக்காட்டாக, வயது என்ற மாறியின் நான்கு மதிப்புக்கள் தரப்பட்டுள்ளதாகக் கொள்வோம். நான்கு மதிப்புக்கள் வருமாறு

9, 18, 16, 8

n = கொடுக்கப்பட்டுள்ள மதிப்புக்களின் எண்ணிக்கை = 4

கொடுக்கப்பட்டுள்ள மதிப்புக்களின் பெருக்குத் தொகை $= 9 \times 18 \times 16 \times 8$

இந்தப் பெருக்குத் தொகையின் நான்காவது படிமூலம்

$$= \sqrt[4]{9 \times 18 \times 16 \times 8}$$

$$= \sqrt[4]{(3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 2) \times (4 \times 4) \times (4 \times 2)}$$

$$= \sqrt[4]{(3 \times 3 \times 3 \times 3) \times (4 \times 4 \times 4 \times 4)}$$

$$= 3 \times 4$$

∴ பெருக்குச் சராசரி = 12

சில மதிப்புக்களின் தொகுதியொன்று தரப்பட்டுள்ளதாகக் கொள்வோம். இத்தொகுதியிலுள்ள முதல் மதிப்பை 'X_1' என்று குறிப்பிடுகிறோம். இரண்டாவது மதிப்பை 'X_2' என்று குறிப்பிடுகிறோம். இவ்வாறே அடுத்து வரும் மதிப்புக்களையும் குறிப்பிடுகிறோம். இறுதியாகவுள்ள மதிப்பை 'X_n' என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

இப்பொழுது, கொடுக்கப்பட்டுள்ள தொகுதியிலுள்ள மதிப்புக்களின் பெருக்குச் சராசரியைக் கணிப்பதற்குப் பயன்படும் சூத்திரத்தைக் கீழ்க்கண்டவாறு தரலாம்.

$$G = \sqrt[n]{X_1 \, X_2 \ldots\ldots X_n}$$

G என்பது பெருக்குச் சராசரியைக் குறிக்கின்றது.

மாதிரிக் கணக்கு 1 :

கீழே தரப்பட்டுள்ள எண்களின் பெருக்குச் சராசரியைக் கணக்கிடவும்.

225, 64, 216

n = கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களின் மொத்த எண்ணிக்கை=3

X_1 = கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களின் முதலாவதாக உள்ள எண்
= 125

X_2 = இரண்டாவதாக உள்ள எண்
= 64

X_3 = மூன்றாவதாக உள்ள எண்
= 216

$$\therefore G = \sqrt[3]{125 \times 64 \times 216}$$

$$= \sqrt[3]{(5\times5\times5) \times (4\times4\times4) \times (6\times6\times6)}$$

$$= \sqrt[3]{(5\times4\times6) \times (5\times4\times6) \times (5\times4\times6)}$$

$$= 5\times4\times6$$

$$= 120$$

விடை : பெருக்குச் சராசரி = 120.

மேலே நாம் தந்துள்ள எடுத்துக்காட்டுக்கள் எல்லாவற்றிலும் மூலத்தை லாகிருத அட்டவணைகளைப் பயன்படுத்தாமலே எளி-

தாகக் கண்டு பிடிக்க முடிந்தது. ஏனெனில் கொடுக்கப்பட்டிருந்த எண்களும் சிறிய எண்களாக இருந்தன; கொடுக்கப்பட்டிருந்த எண்களின் மொத்த எண்ணிக்கையும் குறைவாக இருந்தது. ஆனால், அநேக சந்தர்ப்பங்களில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களின் மதிப்புக்கள் அதிகமாகவோ, எண்களின் மொத்த எண்ணிக்கை அதிகமாகவோ அல்லது கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களின் மதிப்புக்கள், அவற்றின் மொத்த எண்ணிக்கை ஆகிய இரண்டுமே அதிகமாகவோ இருக்கும். இச்சந்தர்ப்பங்களில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களின் பெருக்குத் தொகையைக் கண்டுபிடித்து அதன் மூலத்தையும் கண்டுபிடிப்பதற்கு லாகிருதத்தைப் பயன்படுத்தினால் சுலபமாக இருக்கும். எனவே, பெருக்குச் சராசரியைக் கணிப்பதற்குரிய சூத்திரத்தைக் கீழ்க்கண்டவாறு லாகிருதத்தில் தருவது வழக்கமாகும்.

$$\log G = \frac{\log x_1 + \log x_2 + \ldots\ldots + \log x_n}{n}$$

G என்பது பெருக்குச் சராசரியைக் குறிப்பிடுகிறது.

$x_1, x_2 \ldots\ldots x_n$ என்பவை கொடுக்கப்பட்டுள்ள மதிப்புக்களைக் குறிப்பிடுகின்றன.

n என்பது கொடுக்கப்பட்டுள்ள மதிப்புக்களின் மொத்த எண்ணிக்கையைக் குறிப்பிடுகிறது.

$$\log G = \frac{\Sigma \log x}{n}$$

$$\therefore G = \text{Anti-log} \left(\frac{\Sigma \log x}{n} \right)$$

மேலே நாம் தந்துள்ள சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திப் பெருக்குச் சராசரியைக் கணிக்கும் முறையைக் கீழ்க்கண்டவாறு தரலாம்.

1. கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்கள் ஒவ்வொன்றின் லாகிருதமதிப்பைத் தனித்தனியே முதலில் பெற வேண்டும்.

2. ஒவ்வொரு எண்ணுக்கும் தனித்தனியே பெற்றுள்ள லாகிருத மதிப்புக்களையெல்லாம் சேர்த்துக் கூட்ட வேண்டும். இவ்வாறு கூட்டி வந்த தொகையே $\Sigma \log x$ ஆகும்.

3. லாகிருத மதிப்புக்களின் மொத்தமாகிய $\Sigma \log x$ ஐக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களின் மொத்த எண்ணிக்கையாகிய n-ஆல் வகுக்க வேண்டும்.

$\therefore \frac{\Sigma \log x}{n}$ இன் மதிப்புக் கிடைக்கிறது.

4. எதிர் லாகிருத அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி $\frac{\Sigma \log x}{n}$ என்ற லாகிருதத்திற்குரிய எதிர் லாகிருத மதிப்பைப் பெற வேண்டும். இந்த எதிர் லாகிருத மதிப்பே பெருக்குச் சராசரியின் மதிப்பாகும்.

எடுத்துக்காட்டாக கீழே தரப்பட்டுள்ள எண்களை எடுத்துக் கொள்வோம்.

331, 411, 251, 713, 812.

மேலே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு எண்ணின் லாகிருத மதிப்பை முதலில் காண வேண்டும்.

$\log 331 = 2.5198$

$\log 411 = 2.6138$

$\log 251 = 2.3997$

$\log 713 = 2.8531$

$\log 812 = 2.9096$

$\Sigma \log x$ = லாகிருத மதிப்புகளின் கூட்டுத் தொகை

$= 2.5198 + 2.6138 + 2.3997 + 2.8531 + 2.9096$

$= 13.2960$

n = எண்களின் மொத்த எண்ணிக்கை

$= 5.$

$\therefore \frac{\Sigma \log x}{n} = \frac{13.2960}{5} = 2.6592$

$\text{Anti} - \log \left(\frac{\Sigma \log x}{n} \right) = \text{Anti} - \log (2.6592)$

$= 456.2$

$$G = \text{Anti - log} \frac{\Sigma \log x}{n}$$

$= 456.2$

∴ பெருக்குச் சராசரி = 456 .2

மாதிரிக்கணக்கு 2 :

பெருக்குச் சராசரியைக் கணக்கிடவும்.

28, 54.6, .987, 3.493, .0132, .05408

$\log^{28} = 1.4472$

$\log^{54.6} = 1.7372$

$\log^{.987} = \bar{1}.9943$

$\log^{3.493} = .5432$

$\log^{.0132} = \bar{2}.12606$

$\log^{.05408} = \bar{2}.7330$

M. log x = *லாகிருத மதிப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை*

= 1 4472 + 1.7372 + $\bar{1}$.9943 + .5432 + $\bar{2}$.1206 + $\bar{2}$ 7330,

மேலே உள்ள லாகிருத மதிப்புக்களின் கூட்டுத் தொகையில் சில லாகிருதங்கள் எதிர்மறை லாகிருத முழு எண்களைப் பெற்றிருப்பதால், ஒவ்வொரு லாகிருதத்தையும் லாகிருத முழு எண் தனியாக லாகிருதப் பின்னம் தனியாக எழுதிக் கூட்டுகிறோம்.

$\therefore \Sigma \log x$ = 1 + .4472 + 1 + .7372 — 1 + .9943

.5432 —2 + .1206 —2 + .7330

= 1 + 1 — 1 —2— 2 + .4472 + .7372 + .9943

+ .5432 + .1206 + .7330

= 2 — 5 + 3.5755

= —3 + 3.5755

= .5755

n = கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களின் மொத்த எண்ணிக்கை
= 6

$$\frac{\Sigma \log x}{n} = \frac{\cdot 5755}{6}$$

$$= .0959$$

$$\text{Anti-log}\left(\frac{\Sigma \log x}{n}\right) = \text{Anti-log}(.0959)$$

$$\therefore G = \text{Anti-log}\left(\frac{\Sigma \log x}{n}\right)$$

$$= 1,248$$

விடை : பெருக்குச் சராசரி = 1.248

(B) தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் பரவலிலிருந்து பெருக்குச் சராசரியைக் கணித்தல்:

தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் பரவல் அட்டவணையொன்று கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

அட்டவணை : 1

இனத்தின் மதிப்பு	அலைவெண்
2	4
5	9
6	11
8	6

மேலே உள்ள அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ள முதல் இனத்தின் மதிப்பாகிய 2ஐ x_1 என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

இரண்டாவது இனத்தின் மதிப்பாகிய 5 ஐ x_2 என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

மூன்றாவது இனத்தின் மதிப்பாகிய 6ஐ x_3 என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

நான்காவது இனத்தின் மதிப்பாகிய 8ஐ x_4 என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

முதல் இனத்தின் அலைவெண்ணாகிய 4ஐ f_1 என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

இரண்டாவது ,, ,, 9ஐ f_2 ,, ,,

மூன்றாவது இனத்தின் அலைவெண்ணாகிய 11ஐ f_3 என்று குறிப்பிடுகிறோம். நான்காவது ,, ,, 6ஐ f_4 ,, ,, குறிப்பிடுகிறோம்.

இப்பொழுது பெருக்குச் சராசரியைக் கணிப்பதற்குரிய சூத்திரத்தைக் கீழ்க்கண்டவாறு தருகிறோம்.

$$G = \sqrt[N]{\frac{f_1}{x_1}\ \frac{f_2}{x_2}\ \frac{f_3}{x_3}\ \frac{f_4}{x_4}}$$

G என்பது பெருக்குச் சராசரியைக் குறிக்கின்றது.

N என்பது அலைவெண்களின் கூட்டுத் தொகையாகிய $[f_1 + f_2 + f_3 + f_4]$ஐக் குறிப்பிடுகிறது.

பொதுவாக பெருக்குச் சராசரியைக் கணிப்பதற்குரிய சூத்திரத்தைக் கீழ்க்கண்டவாறு தரலாம்:

$$G = \sqrt[N]{\frac{f_1}{x_1}\ \frac{f_2}{x_2}\ \cdots\cdots\ \frac{f_n}{x_n}}$$

G என்பது பெருக்குச் சராசரியைக் குறிப்பிடுகிறது.

x_1 என்பது முதல் இனத்தின் மதிப்பைக் குறிப்பிடுகிறது.

x_2 என்பது இரண்டாவது இனத்தின் மதிப்பைக் குறிப்பிடுகிறது.

x_n என்பது இறுதியிலுள்ள இனத்தின் மதிப்பைக் குறிப்பிடுகிறது.

f_1 என்பது முதல் இனத்தின் அலைவெண்ணைக் குறிப்பிடுகிறது.

f_2 என்பது இரண்டாவது இனத்தின் அலைவெண்ணைக் குறிப்பிடுகிறது

f_n என்பது இறுதியிலுள்ள இனத்தின் அலைவெண்ணைக் குறிப்பிடுகிறது.

N என்பது அலைவெண்களின் கூட்டுத்தொகையாகிய $(f_1 + f_2 + \cdots\cdots + f_n)$ஐக் குறிப்பிடுகிறது.

மேலே தரப்பட்டுள்ள சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தித் தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் பரவலின் பெருக்குச் சராசரியைக் கணிப்பது மிகவும் கடினம். எனவே மேலே தரப்பட்டுள்ள சூத்திரத்தை அதிகமாகப் பயன்படுத்துவதில்லை. பெருக்குச் சராசரியைக் கணிப்பதற்குரிய சூத்திரத்தை லாகிருதத்தில் கீழே தந்துள்ளோம். இந்தச் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திப் பெருக்குச் சராசரியைக் கணிப்பது எளிது. எனவே, பெரும்பாலும் கீழே தரப்பட்டுள்ள சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தியே பெருக்குச் சராசரியைக் கணிக்கிறோம்.

$$\log G = \frac{f_1 \log x_1 + f_2 \log x_2 + \ldots\ldots + f_n \log x_n}{N}$$

வழக்கமாக, $(f_1 \log x_1 + f_2 \log x_2 + \ldots\ldots + f_n \log x_n)$ என்ற மொத்தத்தை நாம் $\Sigma f \log x$ என்றும், $(f_1 + f_2 + \ldots + f_n)$ என்ற அலைவெண்களின் மொத்தத்தை Σf என்றும் குறிப்பிடுகிறோம்.

$$\therefore N = f_1 + f_2 \ldots + f_n = \Sigma f$$

$$\therefore \log G = \frac{\Sigma f \log x}{N}$$

$$G = \text{Anti-log} \left(\frac{\Sigma f \log x}{N} \right)$$

மேலே தந்துள்ள சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திப் பெருக்குச் சராசரியைக் கணிக்கும் முறையைக் கீழ்க்கண்டவாறு தரலாம்.

1. கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு இனத்தின் மதிப்பிற்கும் லாகிருத அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி லாகிருத மதிப்பைப் பெற வேண்டும்

2. ஒவ்வொரு இனத்தின் லாகிருத மதிப்பையும் அந்தந்த அலைவெண்ணால் பெருக்கவேண்டும் ஒரு இனத்தின் மதிப்பு x என்றால் அதன் லாகிருத மதிப்பு log x ஆகும். xஎன்ற மதிப்புடைய இனத்தின் அலைவெண் f என்றால் f-ஐயும் log x-ஐயும் பெருக்க வேண்டும். இவ்வாறு பெருக்கிவரும் மதிப்புக்களையெல்லாம் கூட்டினால், கூட்டிவரும் தொகை $\Sigma f \log x$ ஆகும்.

3. அலைவெண்களனைத்தையும் கூட்டிவரும் தொகை $\Sigma f = N$ ஆகும்.

4. $\Sigma f \log x$-ஐ N-ஆல்வகுக்க $\frac{\Sigma f \log x}{N}$ கிடைக்கும்.

5. $\frac{\Sigma f \log x}{N}$ -இன் எதிர் லாகிருத மதிப்பைக் காணவேண்டும் இதுவே பெருக்குச் சராசரியின் மதிப்பாகும்.

அட்டவணை 1-இல் தரப்பட்டுள்ள அலைவெண் பரவலை எடுத்துக்கொள்வோம்.

ஒவ்வொரு இனத்தின் மதிப்பிற்கும் லாகிருதம் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

$\log 2 = .3010$
$\log 5 = .6990$
$\log 6 = .7782$
$\log 8 = .9031$

ஒவ்வொ இனத்தின் லாகிருத மதிப்பை அதற்குரிய அலைவெணால் பொருக்கிச் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

$4 \times \log^2 = 4 \times .3010$
$= 1.2040$
$9 \times \log^5 = 9 \times \cdot 6990$
$= 6 \cdot 2910$
$11 \times \log^6 = 11 \times \cdot 7782$
$= 8 \cdot 5602$
$6 \times \log^8 = 6 \times \cdot 9031$
$= 5 \cdot 4186$

மேலே தந்துள்ளவற்றை அட்டவணை வடிவில் கீழே தந்துள்ளோம்:

இனத்தின் மதிப்பு x	அலைவெண் f	$\log x$	$f \log x$
2	4	.3010	1.2040
5	9	.6990	6.2910
6	11	.7782	8.5602
8	6	.9031	5.4186
மொத்தம்	30		21.4738

$N = \Sigma f = 30 \qquad \Sigma f \log x = 21.4738.$

$$\frac{\Sigma f \log x}{N} = \frac{21.4738}{30}$$

$= .71579$

$= .7158$ (தோராயமாக)

$$\text{Anti-log}\left(\frac{\Sigma f \log x}{N}\right) = \text{Anti-log } (.7158)$$

$= 5{\cdot}198$

$$G = \text{Anti-log}\left(\frac{\Sigma f \log x}{N}\right)$$

$= 5.198$

விடை :

பெருக்குச் சராசரி = 5.198

மாதிரிக்கணக்கு : 3

பெருக்குச் சராசரியைக் கணிக்கவும்

இனத்தின் மதிப்பு	அலைவெண்
.75	5
1.3	8
1.8	10
2 0	14
2.2	6

$\log .75 = \bar{1}.8751$

$\log 1{\cdot}3 = .1139$

$\log 1{\cdot}8 = .2553$

$\log 2 = .3010$

$\log 2{\cdot}2 = .3424$

$5 \times \log \cdot^{75} = 5 \times (\bar{1} \cdot 8751)$

$= 5 \times (-1 + \cdot 8751)$

$= -5 + 4 \cdot 3755$

$= -5 + 4 + .3755$

$= -1 + .3755$

$= \bar{1} \cdot 3755$

$8 \times \log^{1 \cdot 3} = 8 \times \cdot 1139$

$= .9112$

$10 \times \log^{1 \cdot 8} = 10 \times \cdot 2553$

$= 2.5530$

$14 \times \log^{2} = 14 \times \cdot 3010$

$= 4.2140$

$6 \times \log^{2 \cdot 2} = 6 \times .3424$

$= 2.0544$

இனத்தின மதிப்பு x	அலைவெண் f	logx	f logx
.75	5	$\bar{1}$. 8751	$\bar{1}$ 3755
1.3	8	.1139	.9112
1 8	10	2553	2 5530
2 0	14	.3010	4.2140
2 2	6	.3424	2 0544
மொத்தம்	43		9.1081

$N = \Sigma f = 43$

$\Sigma f \log x = 9.1081$

$$\frac{\Sigma \text{ flogx}}{N} = \frac{9.1081}{43}$$

$= .2117$

$$\text{Anti log}\left(\frac{\Sigma f \log x}{N}\right) = \text{Anit-log}(.2117)$$

$$= 1.629$$

$$G = \text{Anti-log}\left(\frac{\Sigma f \log x}{N}\right)$$

$$= 1.629$$

விடை : பெருக்குச் சராசரி = 1.629

(c) தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவலிலிருந்து பெருக்குச் சராசரியைக் கணித்தல் :

தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவலொன்று கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

அட்டவணை : 2

பிரிவு	அலைவெண்
0—10	5
10—20	15
20—30	18
30—40	13
40—50	4

தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவலிலிருந்து பெருக்குச் சராசரியைக் கணிப்பதற்கு முதலாவதாக ஒவ்வொரு பிரிவின் பிரிவுக் குறிப்பெண்ணைக் கண்டுபிடிக்கவேண்டும்.

முதல் பிரிவின் பிரிவுக் குறிப்பெண்ணை x_1 என்று குறிப்பிடுகிறோம். நம்முடைய எடுத்துக்காட்டில், முதல் பிரிவின் பிரிவுக் குறிப்பெண் 5 ஆகும்; இதனை x_1 என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

இரண்டாவது பிரிவின் பிரிவுக் குறிப்பெண்ணை x_2 என்று குறிப்பிடுகிறோம். நம்முடைய எடுத்துக்காட்டில், இரண்டாவது பிரிவின் பிரிவுக்குறிப்பெண் 15 ஆகும்; இதனை x_2 என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

இதுபோல மற்றப் பிரிவுகளின் பிரிவுக் குறிப்பெண்களையும் குறிப்பிடுகிறோம்.

இறுதிப் பிரிவின் பிரிவுக் குறிப்பெண்ணை x_n என்று குறிப்பிடுகிறோம். நம்முடைய எடுத்துக்காட்டில், இறுதிப் பிரிவு ஐந்தாவது பிரிவாகும்; இப்பிரிவின் பிரிவுக்குறிப்பெண்ணாகிய 45 னை x_n என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

முதல் பிரிவின் அலைவெண்ணை f_1 என்று குறிப்பிடுகிறோம் நம்முடைய எடுத்துக்காட்டில், அலைவெண் 5னை f_1 என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

இரண்டாவது பிரிவின் அலைவெண்ணை f_2 என்று குறிப்பிடுகிறோம். நம்முடைய எடுத்துக்காட்டில், அலைவெண் 15னை f_2 என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

இதேபோல மற்றப் பிரிவின் அலைவெண்களையும் குறிப்பிடுகிறோம்.

இறுதிப் பிரிவின் அலைவெண்ணை f_n என்று குறிப்பிடுகிறோம். நம்முடைய எடுத்துக்காட்டில் அலைவெண் 4னை f_n என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

இப்பொழுது பெருக்குச் சராசரியைக் கணிப்பதற்குரிய சூத்திரத்தைக் கீழ்க்கண்டவாறு தரலாம்.

$$G = N \sqrt{x_1 f_1 \; x_2 f_2 \; \ldots \; x_n f_n}$$

G என்பது பெருக்குச் சராசரியைக் குறிப்பிடுகிறது. Nஎன்பது அலைவெண்களின் கூட்டுத் தொகையாகிய ($f_1 + f_2 + \ldots\ldots f_n$) யைக் குறிப்பிடுகிறது.

மேலே நாம் தந்துள்ள சூத்திரத்தையும் அதிகமாகப் பயன்படுத்துவதில்லை. பெருக்குச் சராசரியைக் கணிப்பதற்குரிய சூத்திரத்தை லாகிருதத்தில் கீழே தந்துள்ளோம். பெருக்குச் சராசரியை கணிப்பதற்கு இச்சூத்திரத்தையே மாணவர்கள்பயன்படுத்த வேண்டும்.

$$\log G = \frac{f_1 \log x_1 + f_2 \log x_2 + \ldots\ldots + f_n \log x_n}{N}$$

$[f_1 \log x_1 + f_2 \log x_2 + \ldots\ldots + f_n \log x^n]$ ஐ $\Sigma f \log x$ என்றும், $[f_1 + f_2 + \ldots\ldots f_n]$-ஐ Σf என்றும் குறிப்பிடுவது வழக்கமாகும்.

$$\therefore N = f_1 + f_2 + \ldots\ldots + f_n$$
$$= \Sigma f$$
$$\log G = \frac{\Sigma f \log x}{N}$$
$$\therefore G = \text{Anti. log } \frac{\Sigma f \log x}{N}$$

மேலே தந்துள்ள சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திப் பெருக்குச் சராசரியைக் கணிக்கும் முறையைச் சுருக்கமாகக் கீழே தந்துள்ளோம்,

1. ஒவ்வொரு பிரிவின் பிரிவுக் குறிப்பெண்ணை முதலில் கண்டுபிடிக்க வேண்டும்.

2. ஒவ்வொரு பிரிவுக் குறிப்பெண்ணின் லாகிருத மதிப்பை அடுத்த படியாகக் காணவேண்டும். ஒரு பிரிவின் பிரிவுக் குறிப்பெண் x என்றால் அதன் லாகிருத மதிப்பு $\log x$ ஆகும்.

3. ஒவ்வொரு பிரிவுக் குறிப்பெண்ணின் லாகிருதத்தையும் அப்பிரிவின் அலைவு எண்ணால் பெருக்கவேண்டும். x-ஐப் பிரிவுக் குறிப்பெண்ணாகப் பெற்றுள்ள பிரிவின் அலைவெண் f என்றால் f-ஐயும் $\log x$-ஐயும் பெருக்க வேண்டும். பெருக்கிவரும் மதிப்பு $f \log x$ ஆகும்.

4. $f \log x$இன் எல்லா மதிப்புக்களையும் கூட்டினால் $\Sigma f \log x$ கிடைக்கும்.

5. அலைவெண்களையெல்லாம் கூட்டி N – இன் மதிப்பைப் பெறவேண்டும்

6. $\Sigma f \log x$ ஐ N- ஆல் வகுத்து $\frac{\Sigma f \log x}{N}$ - இன்மதிப்பைப் பெறவேண்டும்.

7 $\frac{\Sigma f \log x}{N}$ -இன் எதிர் லாகிருத மதிப்பைக் காண வேண்டும். இதுவே, பெருக்குச் சராசரியின் மதிப்பாகும்.

மேலே கொடுத்துள்ள அட்டவணை 2-டினை எடுத்துக் கொள்வோம்.

அட்டவணையில் உள்ள பிரிவுகட்கான பிரிவுக் குறிப்பெண்கள் (Midvalues) முறையே 5, 15, 25, 35, மற்றும் 45 ஆகும்.

எல்லாப் பிரிவுக் குறிப்பெண்களின் லாகிருத மதிப்புக்கள் வருமாறு:

$\log^5 = 0.6990$

$\log^{15} = 1.1761$

$\log^{25} = 1.3979$

$\log^{35} = 1.5441$

$\log^{45} = 1.6532$

ஒவ்வொரு லாகிருதத்தையும் அதற்குரிய அலைவெண்ணால் பெருக்கி வரும் மதிப்புக்கள் வருமாறு:

$5 \times \log^5 = 5 \times .6990$
$= 3.4950$

$15 \times \log^{15} = 15 \times 1.1761$
$= 17.6415$

$18 \times \log^{25} = 18 \times 1.3979$
$= 25.1622$

$13 \times \log^{35} = 13 \times 1.5441$
$= 20.0733$

$4 \times \text{Iog}^{45} = 4 \times 1.6532$
$= 6.6128$

மேலே தரப்பட்டுள்ள லாகிருதங்களையும், பெருக்குத் தொகைகளையும் அட்டவணை வடிவில் கீழே தந்துள்ளோம்.

பிரிவுக் குறிப்பெண் x	அலைவெண் f	log x	f log x
5	5	6990	3.4950
15	15	1.1761	17.6415
25	18	1.3979	25.1622
35	13	1.5441	20.0733
45	4	1.6532	6.6128
மொத்தம்	55		72.9848

$N = \Sigma f = 55$

$\Sigma \text{ flog}^x = 72.9848$

$$\frac{\Sigma \text{ flog}^x}{N} = \frac{72.9848}{55}$$

$= 1\ 326$

$$\text{Anti-log}\left(\frac{\Sigma \text{ flog}^x}{N}\right) = \text{Anti-log}\left(1.326\right)$$

$= 21.18$

$$G = \text{Anti-log}\left(\frac{\Sigma \text{ f log}^x}{N}\right)$$

$= 21.18$

∴ பெருக்குச் சராசரி = 21.18

மாதிரிக் கணக்கு 4 :

பெருக்குச் சராசரியைக் கணக்கிடவும்.

பிரிவு	அலைவெண்
0—4	4
4—8	10
8—12	12
12—16	6

ஒவ்வொரு பிரிவின் பிரிவுக் குறிப்பெண்ணையும் கணக்கிட்டு x என்ற தலைப்பில் கீழே தந்துள்ளோம்.

அலைவெண்களை f என்ற தலைப்பில் தந்துள்ளோம்.

ஒவ்வொரு பிரிவுக் குறிப்பெண்ணின் லாகிருத மதிப்பு $\log x$ என்ற தலைப்பில் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

ஒவ்வொரு பிரிவுக் குறிப்பெண்ணின் லாகிருத மதிப்பையும் அலைவெண்ணையும் பெருக்கி வரும் மதிப்புக்கள் $f\log x$ என்ற தலைப்பில் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

பிரிவுக் குறிப்பெண் x	அலைவெண் f	$\log x$	$f \log x$
2	4	.3010	1.2040
6	10	.7782	7.7820
10	12	1.0000	12.0000
14	6	1.1461	6.8766
மொத்தம்	32		27.8626

$$N = \Sigma f = 32$$

$$\Sigma f \log x = 27.8626$$

$$\frac{\Sigma f \log x}{N} = \frac{27.8626}{32}$$

$$= .8706$$

$$\text{Anti-log} \frac{\Sigma f \log x}{N} = \text{Anti-log } (.8706)$$

$$= 7.423$$

$$G = \text{Anti-log}\left(\frac{\Sigma f \log x}{N}\right) = 7.423$$

விடை: பெருக்குச் சாராசரி = 7.423

பெருக்குச் சராசரியின் பயன்கள்:

விகிதங்கள் [ratios] மற்றும் சதவீதங்கள் (percentages) ஆகிய வற்றின் சராசரிகளைக் கணக்கிடுவதற்குப் பெருக்குச் சராசரியே மற்ற சராசரிகளை விட மிகவும் பொருத்தமான தாகும். எனவே விகிதங்கள் அல்லது சதவீதங்களின் சராசரியைக் கணிப்பதற்குப் பெருக்குச் சராசரியையே பயன்படுத்த வேண்டும்.

பல்வேறு காலங்களில் ஒரு மாறியின் மதிப்பில் ஏற்படும் சதவீத அதிகரிப்புகள் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் பொழுது சராசரிச் சதவீத அதிகரிப்பைக் கணக்கிடும் முறை:

1. கணக்கில் கொடுத்துள்ள மாறியின் மதிப்பை ஒவ்வொரு காலத்தின் தொடக்கத்திலும் 100 என எடுத்துக் கொள்ள வேண்டும்.

2. ஒவ்வொரு காலத்திலும் ஏற்படும் சதவீத அதிகரிப்பை 100 உடன் கூட்டினால் அந்தந்தக் காலத்தின் முடிவில் மாறியின் மதிப்பு கிடைக்கிறது.

எடுத்துக்காட்டாக, முதல் காலத்தின் சதவீத அதிகரிப்பு 10% என்றால் இதனை 100உடன் கூட்ட வேண்டும். 100 + 10 = 110 ஆகும்.

∴ முதல் காலத்தின் இறுதியில் மாறியின் மதிப்பு 110 ஆகும்.

இரண்டாவது காலத்தின் சதவீத அதிகரிப்பு 5% என்றால் இரண்டாவது காலத்தின் இறுதியில் மாறியின் மதிப்பு 105(= 100 + 5) ஆகும்.

3. நாம் மேலே கூறியுள்ளபடி ஒவ்வொரு காலத்தின் இறுதியிலும் மாறியின் மதிப்பைக் கணக்கிட்ட பின்பு, இம்மதிப்புக்களின் பெருக்குச் சராசரியைக் கீழ்க்காணும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கணிக்க வேண்டும்.

$$G = \text{Anti} - \log \left[\frac{\Sigma \log x}{n} \right]$$

G என்பது பெருக்குச் சராசரியைக் குறிப்பிடுகிறது.

x என்பது கால இறுதியில் மாறியின் மதிப்பு.

$\Sigma \log x$ என்பது xமதிப்புகளின் லாகிருதங்களின் கூட்டுத்தொகை.

n என்பது கணக்கில் கொடுத்துள்ள காலங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை.

4. பெருக்குச் சராசரியின் மதிப்பானது ஒவ்வொரு காலத்தின் இறுதியிலும் மாறி பெறும் சராசரி மதிப்பாகும். இந்தச் சராசரி மதிப்பிலிருந்து 100-னைக் கழிக்கவேண்டும். கழித்து வரும் எண்ணே நமக்குத் தேவையான சராசரி சதவீத அதிகரிப்பாகும்.

மாதிரிக் கணக்கு : 5

ஒரு பொருளின் விலையில் 1948 லிருந்து 1949 முடிய 5% அதிகரிப்பும்; 1949 -லிருந்து 1950 முடிய 8% அதிகரிப்பும்; 1950- லிருந்து 1951 முடிய 77% அதிகரிப்பும் இருந்தால், சராசரி விலை அதிகரிப்பு எவ்வளவு?

சதவீத அதிகரிப்புகள் கொடுக்கப் பெற்றுள்ளதால், சராசரி சதவீத அதிகரிப்பைக் கண்டுபிடிப்பதற்குப் பெருக்குச் சராசரியையே பயன்படுத்த வேண்டும்.

சராசரி சதவீத அதிகரிப்பைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

1948-ஆம் ஆண்டு தொடக்கத்தில் பொருளின் விலையை 100 என எடுத்துக் கொள்கிறோம். 1948 – லிருந்து 1949 வரை விலை அதிகரிப்பு 5%

∴ 1948 - ஆம் ஆண்டு முடிவில் பொருளின் விலை = 100 +5
= 105

1949-ஆம் ஆண்டு தொடக்கத்தில் பொருளின் விலையை 100 எனக் கொள்கிறோம். 1949-லிருந்து 1950 வரை விலை அதிகரிப்பு 8%

∴ 1949 ஆம் ஆண்டு முடிவில் பொருளின் விலை = 100 + 8
= 108

1950-ஆம் ஆண்டு தொடக்கத்தில் பொருளின் விலையை 100 எனக் கொள்கிறோம். 1950-லிருந்து 1951 வரை விலை அதிகரிப்பு 77%

∴ 1950 ஆம் ஆண்டு முடிவில் பொருளின் விலை = 100 + 77
= 177

ஒவ்வொரு ஆண்டின் முடிவிலும் பொருளின் விலைகளுடைய

பெருக்குச் சராசரியை $G = \text{Anti-log} \frac{\sum \log x}{n}$ என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கணிக்கிறோம்.

$\log^{105} = 2.0212$

$\log^{108} = 2.0334$

$\log^{177} = 2\ 2480$

லாகிருத மதிப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை $= 2.0212 + 2.0334 + 2.2480$

$= 6\ 3026$

$\therefore \sum \log x = 6.3026$

$n = 3$

$$\frac{\sum \log x}{n} = \frac{6.3026}{3}$$

$= 2.1009$

$$G = \text{Anti-log}\left(\frac{\sum \log x}{n}\right)$$

$= \text{Anti-log } 2.1009$

$= 126.2$

126.2 ஆனது ஒவ்வொரு ஆண்டு முடிவிலும் பொருளின் சராசரி விலையாகும்.

ஒவ்வொரு ஆண்டு தொடக்கத்திலும் பொருளின் விலையை 100 எனக் கொண்டுள்ளோம்.

ஒவ்வொரு ஆண்டு முடிவிலும் பொருளின் சராசரி விலை 126 2

$\therefore$ சராசரி சதவீத விலை அதிகரிப்பு $= 126\ 2 - 100$

$= 26.2\%$

மாதிரிக் கணக்கு 6:

ஒரு நாட்டின் மக்கள் தொகை முதல் பத்தாண்டுகளில் 20 சதவீதமும் இரண்டாவது பத்தாண்டுகளில் 30 சதவீதமும், மூன்றாவது பத்தாண்டுகளில் 45 சதவீதமும் அதிகரித்தால் ஒவ்வொரு பத்தாண்டுகளில் மக்கள் தொகையின் சராசரிச் சதவீத அதிகரிப்பு எவ்வளவு?

முந்திய மாதிரிக் கணக்கில் செய்தது போலவே இந்தக் கணக்கிலும் ஒவ்வொரு பத்தாண்டுகளின் தொடக்கத்திலும் உள்ள மக்கள் தொகை 100 எனக் கொள்கிறோம்.

∴ முதல் பத்தாண்டுகளின் முடிவில்

மக்கள்தொகை அளவு = 100+20

= 120

இரண்டாவது பத்தாண்டுகளின்

முடிவில் மக்கள்தொகை அளவு = 100+30

= 130

மூன்றாவது பத்தாண்டுகளின் முடிவில்

மக்கள்தொகை அளவு = 100+45

= 145

இந்த மூன்று மக்கள்தொகை அளவுகளின் பெருக்குச் சராசரியை

$G = \text{Anti-log} \frac{\sum \log x}{n}$ என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கணிக்கிறோம்.

$\log^{120} = 2.0792$

$\log^{130} = 2.1139$

$\log^{145} = 2.1614$

$\sum \log^x = 2.0792 + 2.1139 + 2.1614$

$= 6.3545$

$n = 3$

$$\frac{\sum \log^x}{n} = \frac{6.3545}{3}$$

$= 2.1182$

$$\text{Anti log}\left(\frac{\sum \log^x}{n}\right) = \text{Anti-log}\ (2.1182) = 131.3$$

$$G = \text{Anti-log}\left(\frac{\sum \log^x}{n}\right)$$

$G = 131.3.$

மூன்று பத்தாண்டுகளின் முடிவிலும் உள்ள மக்கள்தொகைகளின் சராசரி அளவு = 131.3

ஒவ்வொரு பத்தாண்டுகளின் தொடக்கத்திலும் மக்கள் தொகை அளவு = 100

∴ ஒவ்வொரு பத்தாண்டுகளிலும் சராசரி மக்கள் தொகை அதிகரிப்பு — 131 3—100

= 31 3%

மாதிரிக் கணக்கு 7 :

மூன்று கடைகளை மேற்பார்வை செய்யும் ஒருவர் A என்ற கடையில் 125 சதவீதமும், B என்ற கடையில் 75 சதவீதமும், C என்ற கடையில் 70 சதவீதமும் விற்பனை ஆகியிருக்கின்றது எனக்கண்டார். ஆகவே வணிகம் சராசரி 90 சதவீதம் அதிகமாயிருப்பதாக முடிவு கூட்டினார். இது சரியா? இல்லையேல் சரியான முடிவுக்கு வர அவருக்கு நீவிர் கூறும் அறிவுரை யாது? (பி. ஏ., ஏப்ரல், 72)

வணிகம் சராசரியாக 90% அதிகமாயிருக்கிறதென்ற முடிவு தவறானது. சதவீத அதிகரிப்புகள் தரப்பெற்றிருக்கும் பொழுது, சராசரி சதவீத அதிகரிப்பைப் பெருக்குச் சராசரியின் உதவியாலேயே துல்லியமாகப் பெற முடியும்; கூட்டுச் சராசரியின் உதவியால் துல்லியமாகப் பெற முடியாது ஆனால் கடை மேற்பார்வையாளரோ கூட்டுச் சராசரியைப் பயன்படுத்திச் சராசரிச் சதவீத அதிகரிப்பு 90% எனக் கணித்துள்ளார். எனவே, அவருடைய முடிவு தவறானதாகும்.

கடை மேற்பார்வையாளர் நாம் கீழே தந்துள்ளவாறு சதவீத அதிகரிப்புகளின் பெருக்குச் சராசரியைக் கணிக்க வேண்டும்.

ஒவ்வொரு கடையிலும் விற்பனை அதிகரிப்பிற்கு முன்பிருந்த விற்பனை அளவுகளை 100-க்குச் சமமெனக் கொள்வோம்.

எனவே, விற்பனை அதிகரித்த பின்பு,

A கடையின் விற்பனை அளவு = 100 + 125

= 225

B கடையின் விற்பனை அளவு = 100 + 75

= 175

C கடையின் விற்பனை அளவு = 100 + 70

= 170

விற்பனை அதிகரித்த பின்பு விற்பனை அளவுகளின் பெருக்குச் சராசரியை G $= \text{Anti-log}\left(\frac{\Sigma \log x}{n}\right)$ என்ற

சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கணிக்க வேண்டும்.

$$\log 225 = 2.3522$$

$$\log 175 = 2\ 2430$$

$$\log 170 = 2.2304$$

$$\therefore \Sigma \log x = 2.3522 + 2.2430 + 2.2304$$

$$= 6.8256$$

$$n = 3$$

$$\therefore \frac{\Sigma \log x}{n} = \frac{6.8256}{3}$$

$$= 2.2752$$

$$\text{Anti-log} \left(\frac{\Sigma \log x}{n} \right) = \text{Anti-log } (2.2752)$$

$$= 188.5$$

$$\therefore G = 188.5$$

∴ அதிகரித்த பின்புள்ள விற்பனை அளவுகளின் சராசரி } = 188.5

அதிகரிப்பதற்கு முன்பிருந்த விற்பனை அளவு } = 100

∴ சராசரி விற்பனை அதிகரிப்பு = 188.5 — 100

= 88.5%

பல்வேறு காலங்களில் ஒரு மாறியின் முழு மதிப்புக்கள் (Absolute Values) கொடுத்திருக்கும் பொழுது சராசரிச் சதவீத அதிகரிப்பைக் கணக்கிடும் முறை :

சில சமயங்களில் அடுத்துள்ள காலங்களில் ஒரு மாறியின் முழுமதிப்புக்கள் (Absolute Values) கொடுக்கப்பெற்றிருக்கும். இம் மாறியின் மதிப்பில் ஏற்படுகிற சராசரி சதவீத அதிகரிப்பைக் கீழ்க் கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

1. முதல் காலத்தில் கொடுத்துள்ள மதிப்பை 100-கீகுச் சமமெனக் கொண்டு, இரண்டாவது காலத்தின் மதிப்பு எவ்வளவு என்று கணக்கிடுகிறோம். எடுத்துக்காட்டாக, முதல் காலத்தில்

மாறியின் மதிப்பு 75 என்றும், இரண்டாவது காலத்தில் 125என்றும் கொள்வோம், முதல் காலத்தில் மதிப்பை 100 எனக் கொண்டால், இரண்டாவது காலத்தில் மதிப்பு

$$\frac{125}{75} \times 100 = \frac{500}{3} = 166.6$$

இதே போல், இரண்டாவது காலத்தில் கொடுத்துள்ள மதிப்பை 100-க்குச் சமமெனக்கொண்டு மூன்றாவது காலத்தின் மதிப்பைக் கணிக்கவேண்டும். மேலே கூறியுள்ள எடுத்துக் காட்டில் மூன்றாவது காலத்தில் மதிப்பு 150 எனக் கொள்வோம். இரண்டாவது காலத்தில் மதிப்பை 100 எனக் கொண்டால்,

$$\text{மூன்றாவது காலத்தில் மதிப்பு} = \frac{150}{125} \times 100 = 120$$

இதேபோல, மற்ற காலங்களுக்கும் முந்திய காலத்தின் மதிபபை 100-க்குச் சமமெனக் கொண்டு கணக்கிடுகிறோம். ஒவ்வொரு காலத்திற்கும் முந்திய காலத்தின் மதிப்பை 100 எனக் கொண்டு கணக்கிட்ட மதிப்புக்களைச் சார்பு மதிப்புக்கள் (relative values) என்று அழைக்கிறோம்

2. மேலே கணக்கிட்டுள்ள சார்பு மதிப்புக்களின் பெருக்குச் சராசரியை $G = \text{Anti-log}\left[\frac{\Sigma \log x}{n}\right]$ என்ற சூத்திரத்தைப் பயன் படுத்திக் கணிக்கிறோம்.

3. சார்பு மதிப்புக்களின் பெருக்குச் சராசரி மதிப்பிலிருந்து 100னைக் கழிக்கவேண்டும். இவ்வாறு கழித்துவரும் எண்ணே கொடுத்துள்ள மாறியின் மதிப்பில் ஏற்படும் சராசரி சதவீத அதிகரிப்பு ஆகும்.

மாதிரிக் கணக்கு : 8

மேலே தந்துள்ள அட்டவணையிலிருந்து ஒவ்வொரு பத்தாண்டுகளிலும் சராசரி சதவீத மக்கள்தொகை அதிகரிப்பைக் கணக்கிடவும்.

ஆண்டு	ஜனத்தொகை மில்லியன்களில்
1881	250 2
1891	279 6
1901	283.9
1911	303 4

மேலே அட்டவணையில் தந்துள்ள மதிப்புகளின் சார்பு மதிப்புக்களைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

1881-ஆம் ஆண்டு மக்கள் தொகையை 100-க்குச் சமமெனக் கொள்கிறோம்.

$$\therefore \text{1891 ஆம் ஆண்டு மக்கள்தொகையின் சார்பு மதிப்பு} = \frac{279\,6}{250.2} \times 100$$

$$= 111.8$$

1891 - ஆம் ஆண்டு மக்கள் தொகையை 100-க்குச் சமமெனக் கொள்கிறோம்.

$$\therefore \text{1901 - ஆம் ஆண்டு மக்கள் தொகையின் சார்பு மதிப்பு} = \frac{283.9}{279.6} \times 100$$

$$= 101.6$$

1901 - ஆம் ஆண்டு மக்கள்தொகையை 100க்குச் சமமெனக் கொள்கிறோம்.

$$\therefore \text{1911 - ஆம் ஆண்டு ஜனத் தொகையின் மதிப்பு} = \frac{303.4}{283.9} \times 100$$

$$= 106.9$$

மேலே பெற்றுள்ள மூன்று சார்பு மதிப்புகளுக்கும்

$G = \text{Anti-log} \left(\frac{\Sigma \log x}{n} \right)$ என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்

படுத்திப் பெருக்குச் சராசரியைக் கணிக்கிறோம்.

$$\log 111.8 = 2.0483$$

$$\log 101.6 = 2.0068$$

$$\log 106.9 = 2\ 0290$$

$$\Sigma \log x = 2.0483 + 2.0068 + 2\ 0290$$

$$= 6.0841$$

$$n = 3$$

$$\frac{\Sigma \log x}{n} = \frac{6.0841}{3} = 2.0280$$

$$\text{Anti-log}\left(\frac{\Sigma \log x}{n}\right) = \text{Anti-log}\ (2.0280)$$

$$= 106.7$$

$$\therefore G = 106.7$$

பெருகுகுச் சராசரியின் மதிப்பு = 106.7

இதிலிருந்து 100 னைக் கழித்தால் மீதி = 6.7

∴ சராசரி சதவீத மக்கள்தொகை அதிகரிப்பு = 6.7%

மாதிரிக் கணக்கு 9:

கோதுமை விலைக்கும் பருப்பு விலைக்கும் உள்ள விகிதம் (ratio) 1960 - ஆம் ஆண்டு 2 எனவும், 1965 - ஆம் ஆண்டு 4 எனவும் கொடுத்திருந்தால், கோதுமை விலைக்கும் பருப்பு விலைக்கும் உள்ள சராசரி விகிதம் எவ்வளவு?

விகிதங்கள் கொடுத்திருக்கும் போது சராசரி விகிதம் கணக்கிட வேண்டுமென்றால், விகிதங்களுடைய பெருக்குச் சராசரியைக் கணக்கிட வேண்டும். பெருக்குச் சராசரியின் மதிப்பே சராசரி விகிதத்தின் மதிப்பாகும்.

$$\text{பெருக்குச் சராசரி } G = \text{Anti-log}\left[\frac{\Sigma \log x}{n}\right]$$

என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கணக்கிடவேண்டும்.

மேலே கொடுத்துள்ள மாதிரிக்கணக்கில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள விகிதங்கள் 2 மற்றும் 4 ஆகியவையாகும்

$\log^2 = .3010$

$\log^4 = .6021$

$\Sigma \log x = .3010 + .6021 = .9031$

$n = 2$

$$\frac{\Sigma \log x}{n} = \frac{.9031}{2} = 45155$$

$$\text{Anti-log}\left(\frac{\Sigma \log x}{n}\right) = \text{Anti-log}\ (.4516)$$

$$= 2.829$$

$\therefore G = 2\,829$

கோதுமை விலைக்கும் பருப்பு விலைக்கும் உள்ள சராசரி விகிதம்

$= 2.829$

பெருக்குச் சராசரியைக் கணக்கிடுவதற்குப் பயன்படும் சூத்திரங்கள்:

I. ஒழுங்கு படுத்தப்படாத விவரங்களிலிருந்து பெருக்குச் சராசரியைக் கணித்தல் $G = \text{Anti-log}\left[\frac{\Sigma \log x}{n}\right]$

II. தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் பரவலிலிருந்து பெருக்குச் சராசரியைக் கணித்தல் $G = \text{Anti-log}\left[\frac{\Sigma f \log x}{N}\right]$

III. தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவலிலிருந்து பெருக்குச் சராசரியைக் கணித்தல் $G = \text{Anti-log}\left[\frac{\Sigma f \log x}{N}\right]$

5
இசைவுச் சராசரி

(Harmonic Mean)

இலக்கணம் :

கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களுடைய தலைகீழ்ப் பின்னங்களின் கூட்டுச் சராசரியின் தலைகீழ்ப் பின்னமே இசைவுச் சராசரியாகும். இதை இசைவு இடை அல்லது ஹார்மோனிக் மீன் என்றும் கூறலாம்.

(A) ஒழுங்குபடுத்தப்படாத விவரங்களிலிருந்து இசைவு இடையைக் கணித்தல் :

கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களின் இசைவு இடையைக் கணிப்பதற்கு,

1. ஒவ்வொரு எண்ணின் தலைகீழ்ப் பின்னத்தைக் (reciprocal) கண்டு பிடிக்கவேண்டும். எடுத்துக்காட்டாகக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண் 2 என்றால் அதனுடைய தலைகீழ்ப் பின்னம் $\frac{1}{2}$ ஆகும். கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண் 5 என்றால் அதனுடைய தலைகீழ்ப் பின்னம் $\frac{1}{5}$ ஆகும்.

2. கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களுடைய தலைகீழ்ப் பின்னங்களின் கூட்டுச் சராசரியைக் கணக்கிடவேண்டும்.

3. இந்தக் கூட்டுச் சராசரியின் தலைகீழ்ப் பின்னத்தைக் கண்டுபிடிக்க வேண்டும். இதுவே கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களின் இசைவு இடையாகும்.

எடுத்துக்காட்டாக, கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்கள் 5, 20, 25, 2, 4 எனக் கொள்வோம்.

இவற்றின் இசைவு இடையைக் கணிப்பதற்கு முதாவதாக இந்த எண்களின் தலைகீழ்ப் பின்னங்களைக் கண்டுபிடிக்கவேண்டும்.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களின் தலைகீழ்ப்பின்னங்கள் வருமாறு :

$$\frac{1}{5},\ \frac{1}{20},\ \frac{1}{25},\ \frac{1}{2},\ \frac{1}{4}.$$

கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களுடைய தலைகீழ்ப் பின்னங்களின் கூட்டுச் சராசரி $= \dfrac{\frac{1}{5}+\frac{1}{20}+\frac{1}{25}+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}}{5}$

இந்தக் கூட்டுச் சராசரியின் தலைகீழ்ப் பின்னமே * இசைவு இடையாகும்.

---

* எந்த பின்னத்திலும் மேலே உள்ள எண்ணிற்குத் தொகுதி என்றும், கீழே உள்ள எண்ணிற்குப் பகுதி என்றும் பெயர் கொடுக்கப்பட்டுள்ள பின்னத்தின் தலை கீழ்ப்பின்னமானது பகுதியைத் தொகுதியாகவும், தொகுதியைப் பகுதியாகவும் எழுதினால் கிடைக்கும் பின்னமாகும் .

$\dfrac{\frac{1}{5}+\frac{1}{20}+\frac{1}{25}+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}}{5}$ -இல் $\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{20}+\frac{1}{25}+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)$

தொகுதியாகும்; 5 பகுதியாகும்.

எனவே, $\dfrac{\frac{1}{5}+\frac{1}{20}+\frac{1}{25}+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}}{5}$ இன்

தலைகீழ்ப்பின்னம் $\dfrac{5}{\frac{1}{5}+\frac{1}{20}+\frac{1}{25}+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}}$ ஆகும்.

$$\therefore \text{இசைவு இடை} = \frac{5}{\frac{1}{5}+\frac{1}{20}+\frac{1}{25}+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}}$$

$$= \frac{5}{.2 + .05 + .04 + .5 + .25}$$

$$= \frac{5}{1.04}$$

$$= 4.81$$

பொதுவாக, இசைவு இடையைக் கணிப்பதற்குரிய சூத்திரத்தைக் கீழ்க்கண்டவாறு தரலாம,

$$H = \frac{n}{\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\ldots\ldots+\frac{1}{x_n}}$$

H என்பது இசைவு இடையைக் குறிப்பிடுகிறது.

x_1 என்பது கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களில் முதலாவதாக உள்ள எண்ணைக் குறிப்பிடுகிறது.

x_2 என்பது இரண்டாவதாக உள்ள எண்ணைக் குறிப்பிடுகிறது.

x_n என்பது இறுதியாக உள்ள எண்ணைக் குறிப்பிடுகிறது

n என்பது கொடுக்கப் பட்டுள்ள எண்களின் மொத்த எண்ணிக்கையைக் குறிப்பிடுகிறது

$\left(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\ldots\ldots+\frac{1}{x_n}\right)$ என்ற மொத்தத்தை $\sum\frac{1}{x}$ என்று குறிப்பிடுவது வழக்கமாகும். அதாவது, கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களின் தலைகீழ்ப் பின்னங்களுடைய மொத்தத்தை $\sum\frac{1}{x}$ என்று குறிப்பிடுகிறோம். $\therefore H = \frac{n}{\sum\frac{1}{x}}$

மாதிரிக் கணக்கு 1:

கீழேதரப்பட்டுள்ள எண்களின் இசைவு இடையைக் கணிக்கவும்.

80, 90, 120, 60, 96, 85

n = *கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களின் மொத்த எண்ணிக்கை* = 6.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களின் தலைகீழ்ப் பின்னங்கள் வருமாறு:

$$\frac{1}{80}, \frac{1}{90}, \frac{1}{120}, \frac{1}{60}, \frac{1}{96}, \frac{1}{85},$$

$\sum \frac{1}{x}$ = *கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களின் தலைகீழ்ப் பின்னங்களுடைய மொத்தம்.*

$$= \frac{1}{80} + \frac{1}{90} + \frac{1}{120} + \frac{1}{60} + \frac{1}{96} + \frac{1}{85}$$

$$H = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}}$$

$$= \frac{6}{\frac{1}{80} + \frac{1}{90} + \frac{1}{120} + \frac{1}{60} + \frac{1}{96} + \frac{1}{85}}$$

$$= \frac{6}{0.125 + 0.111 + .0083 + .0167 + .0104 + .0118}$$

$$= \frac{6}{.0708}$$

$$= 84\ 76$$

விடை : இசைவு இடை = 84,76

(B) தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் பரவலிலிருந்து இசைவு இடையைக் கணித்தல்:

தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் பரவலிலிருந்து இசைவு இடையைக் கீழ்க்கண்ட முறையில் கணிக்கிறோம்.

1. ஒவ்வொரு இனத்தின் அலைவெண்ணையும் அந்த இனத்தின் மதிப்பால் வகுக்க வேண்டும். x என்ற மதிப்பை உடைய அலைவெண் f என்றால், $\frac{f}{x}$ இன் மதிப்பைக் கண்டுபிடிக்கவேண்டும்.

$\frac{f}{x}$ இன் எல்லா மதிப்புக்களையும் கூட்ட வேண்டும்.

இவ்வாறு கூட்டி வரும் தொகையை $\Sigma \frac{f}{x}$ என்று குறிப்பிடுகிறோம்

2. அலைவெண்கள் அனைத்தையும் கூட்ட வேண்டும் அலைவெண்களின் கூட்டுத் தொகையை Σf என்று குறிப்பிடுகிறோம்

3. இசைவு இடையைக் கீழே தந்துள்ள சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கணிக்கவேண்டும்.

$$H = \frac{\Sigma f}{\Sigma \frac{f}{x}}$$

H என்பது இசைவு இடையைக் குறிக்கிறது.

தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் பரவலொன்று கீழே தரப்பட்டுள்ளது

இனத்தின் மதிப்பு	அலைவெண்
10	20
20	30
25	50
40	15
50	5

ஒவ்வொரு அலைவெண்ணையும் அதற்குரிய இனத்தின் மதிப்பால் வகுத்து $\frac{f}{x}$ என்ற தலைப்பில் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

இனத்தின் மதிப்பு x	அலைவெண் f	$\frac{f}{x}$
10	20	$\frac{20}{10} = 2$
20	30	$\frac{30}{20} = 1.5$
25	50	$\frac{50}{25} = 2$
40	15	$\frac{15}{40} = .375$
50	5	$\frac{5}{50} = .1$
மொத்தம்	120	5.975

$\sum f$ = அலைவெண்களின் மொத்தம்

$= 120$

$$\sum \frac{f}{x} = 5\,975$$

$$H = \frac{\sum f}{\sum \frac{f}{x}}$$

$$= \frac{120}{5.975} = 20.08$$

$= 20.1$ (தோராயமாக)

விடை :

இசைவு இடை = 20. 1.

மாதிரிக் கணக்கு : 2

கீழே தரப்பட்டுள்ள அலைவெண் பரவலிலிருந்து இசைவு இடையின் மதிப்பைக் கணிக்கவும்.

இனத்தின் மதிப்பு x	அலைவெண் f
.5	4
1.0	15
1.5	20
5 0	16
8.0	9
10.0	5

இசைவு இடையைக் கணிப்பதற்கு ஒவ்வொரு அலைவெண்ணையும் அதற்குரிய இனத்தின் மதிப்பால் வகுத்துக் கீழே $\frac{f}{x}$ என்ற தலைப்பில் தந்துள்ளோம்.

இனத்தின் மதிப்பு x	அலைவெண் f	$\frac{f}{x}$
.5	4	$\frac{4}{.5} = 8$
1.0	15	$\frac{15}{1} = 15$
1.5	20	$\frac{20}{1.5} = 3.3$
5.0	16	$\frac{16}{5} = 3.2$
8.0	9	$\frac{9}{8} = 1.125$
10.0	5	$\frac{5}{10} = .5$
மொத்தம்	69	41.125

$\sum f$ = அலைவெண்களின் மொத்தம்.

= 69

$\sum \frac{f}{x}$ = 41.125

$$H = \frac{\sum f}{\sum \frac{f}{x}}$$

$$= \frac{69}{41.125}$$

$$= 1.678$$

விடை :

இசைவு இடை = 1.678

(C) தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவலிலிருந்து இசைவு இடையைக் கணித்தல்

தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவலிலிருந்து இசைவு இடையைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கலாம்.

1. ஒவ்வொரு பிரிவின் பிரிவுக் குறிப்பெண்ணை முதலாவதாகக் கண்டுபிடிக்க வேண்டும்,

2. ஒவ்வொரு பிரிவு அலைவெண்ணையும் அந்த அந்தப் பிரிவுக் குறிப்பெண்ணால் வகுக்கவேண்டும் எடுத்துக்காட்டாக, x என்ற பிரிவுக் குறிப்பெண்ணையுடைய பிரிவின் அலைவெண் f என்றால்,

f-ஐ x—ஆல் வகுக்க வேண்டும். வகுத்து வருவது $\frac{f}{x}$ ஆகும்.

$\frac{f}{x}$ இன் எல்லா மதிப்புக்களையும் கூட்ட வேண்டும்.

கூட்டி வந்த தொகை $\sum \frac{f}{x}$ என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

3. அலை வெண்களனைத்தையும் கூட்ட வேண்டும். கூட்டி வந்த தொகையை $\sum f$ என்று குறிப்பிடுகிறோம்

இசைவு இடையைக் கீழே தரப்பட்டுள்ள சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கணிக்கவேண்டும்.

$$H = \frac{M f}{M \frac{f}{x}}$$

H என்பது இசைவு இடையைக் குறிப்பிடுகிறது.

தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவலொன்று கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

பிரிவு	அலைவெண்
0—10	5
10—20	15
20—30	18
30—40	13
40—50	4

ஒவ்வொரு பிரிவின் பிரிவுக் குறிப்பெண்ணை முதலாவதாகக் கணிக்க வேண்டும். பிரிவுக் குறிப்பெண்ணைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கலாம்

முதல் பிரிவின் பிரிவுக குறிப்பெண் $= \frac{0+10}{2} = \frac{10}{2} = 5$

இரண்டாவது பிரிவின் பிரிவுக் குறிப்பெண் $= \frac{10+20}{2} = \frac{30}{2} = 15$

மூன்றாவது பிரிவின் பிரிவுக் குறிப்பெண் $= \frac{20+30}{2} = \frac{50}{2} = 25$

நான்காவது பிரிவின் பிரிவுக் குறிப்பெண் $= \frac{30+40}{2} = \frac{70}{2} = 35$

ஐந்தாவது பிரிவின் பிரிவுக்

$$\text{குறிப்பெண்} = \frac{40+50}{2} = \frac{90}{2} = 45$$

பிரிவுக் குறிப்பெண்களை x என்ற தலைப்பில் கீழே தந்துள்ளோம்.

ஒவ்வொரு அலைவெண்ணையும் பிரிவுக் குறிப்பெண்ணால் வகுத்து $\frac{f}{x}$ என்ற தலைப்பில் கீழே தந்துள்ளோம்.

பிரிவுக் குறிப்பெண் x	அலைவெண் f	$\frac{f}{x}$
5	5	$\frac{5}{5} = 1$
15	15	$\frac{15}{15} = 1$
25	18	$\frac{18}{25} = .72$
35	13	$\frac{13}{35} = .37$
45	4	$\frac{4}{45} = 09$
மொத்தம்	55	3 18

$$\Sigma f = 55 \quad \Sigma \frac{f}{x} = 3.18$$

$$H = \frac{\Sigma f}{\Sigma \frac{f}{x}}$$

$$= \frac{55}{3.18}$$

$$= 17.3$$

இசைவு இடை = 17.3

மாதிரிக்கணக்கு : 3

இசைவு இடையைக் கணிக்கவும்.

பிரிவு	அலைவெண்
0—4	6
4—8	10
8—12	12
12—16	16
16—20	6
20—24	4
24—28	2

எல்லாப் பிரிவுகளின் பிரிவுக் குறிப்பெண்களையும் கணித்து x என்ற தலைப்பில் கீழே தந்துள்ளோம். அலைவெண்களை f என்ற தலைப்பில் தந்துளளோம். அலைவெண்களை அவற்றிற்-குரிய பிரிவுக் குறிப்பெண்களால் வகுத்து வரும் எண்களை—— என்ற தலைப்பில தந்துள்ளோம். $\frac{f}{x}$

பிரிவுக் குறிப்பெண் x	அலைவெண் f	$\frac{f}{x}$
2	6	$\frac{6}{2} = 3\ 00$
6	10	$\frac{10}{6} = 1.67$
10	12	$\frac{12}{10} = 1.20$
14	16	$\frac{16}{14} = 1.14$
18	6	$\frac{6}{18} = 0.33$
22	4	$\frac{4}{22} = 0.18$
26	2	$\frac{2}{26} = 0.08$
மொத்தம்	56	7.60

$$\sum f = 56$$

$$\sum \frac{f}{x} = 7.6$$

$$H = \frac{\sum f}{\sum \frac{f}{x}}$$

$$= \frac{56}{7.6}$$

$$= 7.369$$

விடை : இசைவு இடை = 7.369

இசைவு இடையின் பயன் :

சராசரி வேகம், ஒரு குறிப்பிட்ட வேலையைச் செய்வதற்கு ஆகும் சராசரி நேரம் போன்றவற்றைக் கணிப்பதற்கு இசைவு இடையையே பயன்படுத்த வேண்டும். ஏனெனில், இம் மாதிரிக் கணக்கீடுகளுக்கு இசைவு இடையே பொருத்தமானதாகும்.

மாதிரிக் கணக்கு : 4

ஒரு வானவூர்தி, ஒவ்வொரு பக்கத்தின் நீளமும் 100கி. மீ. ஆகவுள்ள சதுர வடிவமான ரன்வேயில் (run way) பறக்கும் பொழுது, முதல் பக்கத்தை மணிக்கு 100 கி. மீ. வேகத்திலும், இரண்டாவது பக்கத்தை மணிக்கு 200 கி. மீ வேகத்திலும், மூன்றுவது பக்கத்தை மணிக்கு 300 கி. மீ. வேகத்திலும், நான்காவது பக்கத்தை மணிக்கு 400 கி. மீ. வேகத்திலும் கடந்தால், அதன் சராசரி வேகம் எவ்வளவு?

சராசரி வேகத்தைக் கணிப்பதற்குக் கொடுத்துள்ள வேகங்களின் இசைவு இடையைக் கணிக்க வேண்டும். இசைவு இடையின் மதிப்பே சராசரி வேகமாகும். இசைவு இடையை

$$H = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}}$$ என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கணிக்கிறோம்.

(H என்பது இசைவு இடையைக் குறிப்பிடுகிறது. n என்பது கொடுத்துள்ள வேகங்களின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கிறது. x

என்பது வேகத்தையும் $\Sigma \frac{1}{x}$ என்பது கொடுத்துள்ள வேகங்களின் தலைகீழ்ப் பின்னங்களுடைய மொத்தத்தையும் குறிக்கின்றன.)

$$\Sigma \frac{1}{x} = \frac{1}{100} + \frac{1}{200} + \frac{1}{300} + \frac{1}{400}$$

$n = 4$

$$\therefore H = \frac{4}{\frac{1}{100} + \frac{1}{200} + \frac{1}{300} + \frac{1}{400}}$$

$$= \frac{4}{01 + .005 + 0033 + .0025}$$

$$= \frac{4}{.0208} = \frac{1}{.0052} = 192.3$$

∴ சராசரி வேகம் மணிக்கு 192.3 கி. மீ. ஆகும்.

மாதிரிக் கணக்கு : 5

A, B, C ஆகிய மூன்று பேர்களுக்கு ஒரு கணக்கைச் செய்வதற்கு முறையே 20, 40, 25 நிமிடங்கள் ஆகின்றன. அவர்களுடைய சராசரி வேகம் எவ்வளவு?

A, B, C ஆகிய மூவருக்கும் கணக்கைச் செய்வதற்கு ஆகும் நேரங்களின் இசைவு இடையே அவர்களுடைய சராசரி வேகமாகும்.

$$\text{இசைவு இடை } H = \frac{n}{\Sigma \frac{1}{x}}$$

என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கணிக்க வேண்டும்.

$n = 3$

$$\Sigma \frac{1}{x} = \frac{1}{20} + \frac{1}{40} + \frac{1}{25}$$

$$= .05 + .025 + .04$$

$$= .115$$

$$H = \frac{3}{\cdot 115} = 26.08$$

$= 26 \cdot 1$ நிமிடங்கள் [தோராயமாக]

கணக்கைச் செய்வதற்கு A, B, C ஆகிய மூவரின் சராசரி வேகம் } = 26.1 நிமிடங்கள்

இசைவு இடையைக் கணிப்பதற்குப் பயன்படும் சூத்திரங்கள் :

I. ஒழுங்குபடுத்தப்படாத விவரங்களிலிருந்து இசைவு இடையைக் கணித்தல்

$$H = \frac{n}{\Sigma \frac{1}{x}}$$

II. தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் பரவலிலிருந்து இசைவு இடையைக் கணித்தல்

$$H = \frac{\Sigma f}{\Sigma \frac{f}{x}}$$

III. தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவலிலிருந்து இசைவு இடையைக் கணித்தல்

$$H = \frac{\Sigma f}{\Sigma \frac{f}{x}}$$

கூட்டுச் சராசரி, பெருக்குச்சராசரி மற்றும் இசைவுச்சராசரி இவற்றிற்கிடையில் உள்ள தொடர்பு :

கொடுத்துள்ள புள்ளி விவரத்திற்குக் கணிக்கப்படும் கூட்டுச் சராசரியின் மதிப்பானது அதே புள்ளி விவரத்திற்குக் கணிக்கப்படும் பெருக்குச் சராசரியின் மதிப்பைவிட எப்பொழுதும் அதிகமாகவோ அல்லது இரண்டு மதிப்புகளும் சமமாகவோ இருக்கும்.

கொடுத்துள்ள புள்ளி விவரத்திற்குக் கணிக்கப்படும் பெருக்குச் சராசரியின் மதிப்பானது அதே புள்ளி விவரத்திற்குக் கணிக்கப்படும் இசைவுச் சராசரியின் மதிப்பைவிட அதிகமாகவோ இரண்டு மதிப்புக்களும் சமமாகவோ இருக்கும்.

மேலே நாம் கூறியுள்ள கூட்டுச் சராசரி, பெருக்குச் சராசரி மற்றும் இசைவுச் சராசரி இவற்றிற்கிடையிலுள்ள தொடர்பைக்

குறியீடுகளைப் (symbol) பயன்படுத்திக் கீழ்க்கண்டவாறு தரலாம் :

கூட்டுச சராசரியைக் குறிப்பதற்கு 'A. M.' என்ற குறியீட்டைப் பயன்படுத்துகிறோம்.

பெருக்குச் சராசரியைக் குறிக்க 'G M.' என்ற குறியீட்டைப் பயன்படுத்துகிறோம்.

இசைவுச் சராசரியைக் குறிக்க 'H M' என்ற குறியீட்டைப் பயன்படுத்துகிறோம்.

ஒரு மதிப்பு இன்னொரு மதிப்பைவிட அதிகமாக இருப்பதைப் புலப்படுத்துவதற்கு '>' என்ற குறியைப் பயன்படுத்துகிறோம். இரண்டு மதிப்புக்கள் சமமாக இருப்பதைப் புலப்படுத்த '=' என்ற குறியைப் பயன்படுத்துகிறோம.

எனவே,

$$A\ M. \geq G\ M$$

$$G. M \geq H\ M.$$

இந்த இரண்டு தொடர்புகளையும் ஒன்றாக,

$$A\ M. \geq G\ M \geq H\ M$$ என்று கூறலாம்.

6

எடையிட்ட அல்லது நிறையிட்ட சராசரிகள்

(Weighted Averages))

தேவையும் பொருளும் :

இதுவரையில் நாம் பார்த்த சாதாரண சராசரிகளில் ஒவ்வொரு இனத்திற்கும் சம அளவு முக்கியத்துவம் கொடுத்து வந்தோம ஆனால் சில சமயங்களில் கொடுத்துள்ள இனங்கள் சம முக்கியத்துவம் வாய்த்தவையாக இல்லாமலிருக்கும; சில இனங்கள் மற்ற இனங்களைவிட அதிக முக்கியத்துவத்தைப் பெற்றிருக்கும். இவ்வாறு வெவ்வேறு இனங்கள் வெவ்வேறு அளவு முக்கியத்துவம பெற்றிருப்பதையும் கணக்கில கொண்டு கணிக்கப்படும சராசரியை 'நிறையிட்ட அல்லது எடையிட்ட சராசரி' (Weighted Average) என்று அழைக்கிறோம ஒவவொரு இனத்தின் அவசியத்தையும் குறிப்பிடுவதற்குப் பயன்படுத்தும் எண்களை 'எடைகள அல்லது நிறைகள் (Weights) என்று கூறுகிறோம்

எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு தொழிற்சாலையில வேலைபார்க்கும தொழிலாளிகளின் சராசரி வருமானத்தைக் கணக்கிடவேண்டுமெனக் கொள்வோம் அங்குத் தொழிலாளிகளைத் திறமையுள்ள தொழிலாளிகள் திறமையற்ற தொழிலாளிகள் என்று இரண்டு பிரிவாகப் பிரித்திருப்பதாக அறிகிறோம். திறமையுள்ள தொழிலாளிகள் 40 பேரும், திறமையற்ற தொழிலாளிகள் 60 பேரும் இருக்கிறார்கள் திறமையுள்ள தொழிலாளி ஒருவரின் நாட்சம்பளம் ரூ 5 திறமையற்ற தொழிலாளி ஒருவரின் நாட்சமபளம ரூ 3 தொழிற் சாலையிலுள்ள மொத்தத் தொழிலாளிகளின் சராசரி நாள் வருமானத்தைக்

காண, 5-க்கும் 3-க்கும் கூட்டுச் சராசரியைக் கண்டு பிடிக்கத் தோன்றும். 5-க்கும் 3-க்கும் கூட்டுச் சராசரி = $\frac{5+3}{2} = \frac{8}{2} = 4$.

எனவே, அவர்க்குச் சராசரி நாள் வருமானம் ரூ.4. எனக் கூறலாம். ஆனால் நாம் இவ்வாறு கூறுவது தவறாகும். ஏனெனில், இருவகைத் தொழிலாளிகட்கும் கொடுக்கும் நாள் சம்பளமான ரூ.5-க்கும் ரூ 3-க்கும் சம முக்கியத்துவம் தந்துள்ளோம். இரண்டு வகைத் தொழிலாளிகளின் எண்ணிக்கை சமஅளவாக இருக்கும் பொழுது-தான் அவர்கள் பெறும் சம்பளங்கட்கும் சமமுக்கியத்துவம் கொடுக்க வேண்டும். நாம் ஒவ்வொரு சம்பளவீதமும் பெறும் முக்கியத்துவத்தை அச்சம்பளம் பெறும் நபர்களின் எண்ணிக்கையால் குறிக்கிறோம். அதாவது ஒரு சம்பள வீதத்தைப் பெறும் தொழிலாளிகளின் எண்ணிக்கையை அச்சம்பள வீதத்தின் எடையாகக் கொள்கிறோம். எனவே, ரூ.5-என்ற சம்பளத்திற்குரிய எடையானது அச்சம்பளம் பெறும் நபர்களின் எண்ணிக்கையான 40 ஆகும். இதேபோல, ரூ 3 என்ற சம்பளத்திற்குரிய எடையானது அச்சம்பளம் பெறும் நபர்களின் எண்ணிக்கையான 60 ஆகும். இப்பொழுது எடையிட்ட சராசரியைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

$$\text{எடையிட்ட சராசரி} = \text{ரூ } \frac{(40 \times 5) + (60 \times 3)}{40 + 60}$$

$$= \text{ரூ. } \frac{200 + 180}{100}$$

$$= \text{ரூ. } \frac{380}{100}$$

$$= \text{ரூ. } 3.80$$

மேலே உள்ள எடையிட்ட சராசரியைக் கணிக்கும் பொழுது இரண்டு சம்பள வீதங்கட்கும் அளிக்கப்பெற வேண்டிய முக்கியத்துவத்தையும் கணக்கிட்டுள்ளோம். எனவே, நாம் பெற்றுள்ள சராசரி நாள் சம்பளமாகிய ரூ3-80 முன்பு நாம் கணித்த சராசரி நாள் சம்பளமாகிய ரூ 4-ஐ விடத் துல்லியமானதாகும்.

உண்மையான எடைகள், மதிப்பீடு செய்த எடைகள் :

மேலே நாம் கூறியுள்ளபடி எடைகள் என்பது இனங்களின் முக்கியத்துவங்களைக் குறிக்கும் எண்களேயாகும். எடைகள் இருவகைப்படும் அவை வருமாறு :

1. உண்மையான எடைகள் (Actual Weights)
2. மதிப்பீடு செய்த எடைகள் (Estimated Weights)

தொழிலாளர்கள் திறமையுள்ள தொழிலாளிகள் மற்றும் நிறமையற்ற தொழிலாளிகள் என இரண்டு வகையினராக உள்ளதாகக் கொள்வோம். ஒவ்வொருவகைத் தொழிலாளிகளின் நாள் சம்பளமும் எண்ணிக்கையும் கீழே உள்ள அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்.

	ஒரு தொழிலாளியின நாள் சம்பளம் (ரூபாய்களில்)	தொழிலாளர்களின் எண்ணிக்கை
திறமையுள்ளவர்கள்	8	25
திறமையற்றவர்கள்	2	50

இங்குத் தொழிலாளிகளின் எண்ணிக்கையை அப்படியே சம்பள வீதங்களின் எடைகளாக எடுத்துக் கொண்டால், இந்த எடைகளை உண்மையான எடைகள் என்று கூறுகிறோம். அதாவது, 25 என்ற எண்ணைச் சம்பளம் ரூ 8-ற்கு எடையாகவும், 50 என்ற எண்ணைச் சம்பளம் ரூ 2-ற்கு எடையாகவும் கொண்டால், 25தும் 50-தும் உண்மையான எடைகளாகும்.

மேலே கொடுத்துள்ள ஒவ்வொரு பிரிவையும் சேர்ந்த தொழிலாளர்களின் எண்ணிக்கையை எடைகளாகக் கொள்ளாமல், ஒவ்வொரு பிரிவையும் சேர்ந்த தொழிலாளர்களுடைய எண்ணிக்கையின் வீதங்களை எடைகளாகக் கொண்டால், இவற்றை மதிப்பீடு செய்த எடைகள் என்கிறோம். திறமையற்ற தொழிலாளர்களின் எண்ணிக்கையானது திறமையுள்ள தொழிலாளர்களின் எண்ணிக்கை-

யைப் போல் இரண்டு மடங்காக உள்ளது. எனவே, திறமையுள்ள தொழிலாளர்களின் சம்பள வீதமாகிய ரூ8-ற்கு 1 என்ற எண்ணையும், திறமையற்ற தொழிலாளர்களின் சம்பள வீதமாகிய ரூ. 2ற்கு 2 என்ற எண்ணையும், எடைகளாகக் கொள்கிறோம். இப்பொழுது, நாம் குறிக்கும் 1 மற்றும் 2 ஆகிய எடைகள் மதிப்பீடு செய்த எடைகளாகும்.

மூன்று வகையான எடையிட்ட சராசரிகள்

மூன்று வகையான எடையிட்ட சராசரியைப்பற்றிக் கீழே நாம் தந்துள்ளோம்.

1. எடையிட்ட கூட்டுச்சராசரி (weighted arithmetic mean)
2. எடையிட்ட பெருக்குச் சராசரி (weighted geometric mean)
3. எடையிட்ட இசைவுச் சராசரி (weighted harmonic mean)

எடையிட்ட கூட்டுச் சராசரியைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கவேண்டும்.

I. எடையிட்ட அல்லது நிறையிட்ட கூட்டுச் சராசரி (weighted arithmetic mean)

1. ஒவ்வொரு இனத்தின் மதிப்பையும் அந்த இனத்தின் எடையால் பெருக்கவேண்டும். ஒரு இனத்தின் மதிப்பு x ஆகவும அதே இனத்தின் எடை w ஆகவும் இருந்தால், x-ஐயும், w ஐயும் பெருக்கவேண்டும். x-ஐயும் w-ஐயும் பெருக்கி வரும் எல்லா மதிப்புகளையும் கூட்ட வேண்டும். கூட்டி வரும் தொகையை Σwx என்று குறிக்கிறோம்.

2. கொடுத்துள்ள எடைகளையெல்லாம் கூட்ட வேணடும் எடைகளைக் கூட்டி வந்த தொகையை Σw என்று குறிக்கிறோம்.

3. இப்பொழுது எடையிட்ட கூட்டுச் சராசரியைக் கீழே தந்துள்ள சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கணிக்க வேண்டும்,

$$\bar{x}' = \frac{\Sigma wx}{\Sigma w}$$

$\bar{x}$ என்பது எடையிட்ட கூட்டுச் சராசரியைக் குறிக்கிறது கீழே எடுத்துக்காட்டொன்று தந்துள்ளோம்.

மாதிரிக் கணக்கு 1:

ஒரு தேர்வில் 5 பாடங்களில் ஒரு மாணவன் பெற்றுள்ள மதிப்பெண்களும் அம்மதிப்பெண்களுக்குரிய எடைகளும் கீழே உள்ள அட்டவணையில் தரப்பெற்றுள்ளன. எடையிட்ட கூட்டுச் சராசரி மதிப்பெண்ணைக் கணிக்கவும்.

பாடம்	மாணவன் பெற்றுள்ள மதிப்பெண்கள்	எடை
ஆங்கிலம்	46	2
புவியியல்	70	1
பொருளாதாரம்	30	5
வணிகவியல்	40	7
அரசியல்	38	5

முதலில் ஒவ்வொரு மதிப்பெண்ணையும் அதற்குரிய எடை-யால் பெருக்க வேண்டும்.

மதிப்பெண் 46-ஐ 2-ஆல் பெருக்கி வரும் பெருக்குத் தொகை = 46×2

$= 92$

மதிப்பெண் 70-ஐயும் எடை 1-யும் பெருக்கி வரும் பெருக்குத் தொகை = 70×1

$= 70$

மதிப்பெண் 30-ஐயும் எடை 5-யும் பெருக்கி வரும் பெருக்குத் தொகை = 30×5

$= 150$

மதிப்பெண் 40-ஐயும் எடை 7-ஐயும் பெருக்கி வரும் பெருக்குத் தொகை = 40×7

$= 280$

மதிப்பெண் 38-ஐயும் எடை 5-ஐயும் பெருக்கி வரும் பெருக்குத் தொகை = 38×5

$= 190$

பெருக்குத் தொகைகள் 92, 70, 150, 280, 190 ஆகியவற்றை wx என்ற தலைப்பில் கீழே உள்ள அட்டவணையில் தந்துளோம்,

மாணவன் பெற்றுள்ள மதிப்பெண்கள் % (x)	எடைகள் (w)	wx
46	2	92
70	1	70
30	5	150
40	7	280
38	5	190
மொத்தம்	20	782

$\sum wx = 782$

$\sum w = 20$

$$\bar{x}' = \frac{\sum wx}{\sum w}$$

$$= \frac{782}{20}$$

$$= 39.1$$

∴ எடையிட்ட கூட்டுச் சராசரி மதிப்பெண் = 39.1%

எடையிட்ட கூட்டுச் சராசரியின் பயன்கள்:

1. குறியீட்டு எண்களைத் தயாரிப்பதற்கு எடையிட்ட கூட்டுச் சராசரி பயன்படுகிறது.

2. கல்வி சம்பந்தப்பட்ட துறையில் மாணவனுடைய உண்மையான தகுதியை மதிப்பிடுவதற்கு எடையிட்ட கூட்டுச்சராசரி பயன்படுகிறது

3. பிறப்பு வீதம், திருமண வீதம் மற்றும் இறப்பு வீதங்களைக் கணிப்பதற்கும், வெவ்வேறு இடங்களிலும் வெவ்வேறு காலங்களிலும் பெறும் மதிப்புகளை ஒப்பிடுவதற்கும் எடையிட்ட கூட்டுச் சராசரி மிகவும் பயன்படுகிறது.

சில சமயங்களில் எளிய சராசரியும் (simple average) எடையிட்ட சராசரியும் கணிக்கச் சொல்லிக் கேட்டிருக்கலாம். அப்பொழுது எளிய சராசரியை ஒழுங்குபடுத்தப்பெறாத விவரங்களிலிருந்து கூட்டுச் சராசரியைக் கணிக்கப் பயன்படும் சூத்திரமாகிய $\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n}$ யைப் பயன் படுத்திக் கணிக்கவேண்டும்.

எடையிட்ட சராசரியை, எடையிட்ட கூட்டுச் சராசரியைக் கணிக்கப் பயன்படும் சூத்திரமாகிய $\bar{x} = \frac{\Sigma wx}{\Sigma w}$ யைப் பயன்படுத்தி கணிக்க வேண்டும்.

மாதிரிக் கணக்கு : 2

a) கீழே தந்துள்ள விவரங்களிலிருந்து எளிய சராசரியையும் எடையிட்ட சராசரியையும் கணிக்கவும். b) இரு சராசரி மதிப்புகளுக்குமிடையில் வேறுபாடு இருப்பதற்குக் காரணம் தருக.

இனங்கள்	68	85	101	102	108	110	112	113	124	128
எடைகள்	1	45	31	1	11	7	23	17	14	14

(பி.காம்., செப்' 71)

எளிய சராசரி $\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n}$

எடையிட்ட சராசரி $\bar{x}' = \frac{\Sigma wx}{\Sigma w}$

Σx, Σwx மற்றும் Σw ஆகியவற்றின் மதிப்புக்களைக் கீழேயுள்ள அட்டவணையிலிருந்து பெறுகிறோம்.

	இனங்கள் x	எடைகள் w	wx
	68	1	68
	85	45	3825
	101	31	3131
	102	1	102
	108	11	1188
	110	7	770
	112	23	2576
	113	17	1921
	124	14	1736
	128	14	1792
மொத்தம்	1051	164	17109

$\Sigma x = 1051$

$\Sigma w = 164$

$\Sigma wx = 17109$

n = இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை

$= 10$

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n}$$

$$= \frac{1051}{10}$$

$$= 105.1$$

$$\bar{x}' = \frac{\Sigma wx}{\Sigma w}$$

$$= \frac{17109}{164}$$

$$= 104.3$$

∴ எளிய சராசரி = 105.1

எடையிட்ட கூட்டுச் சாரசரி = 104.3

b : எளிய கூட்டுச் சராசரியைக் கணிக்கும் பொழுது ஒவ்வொரு இனத்திற்கும் சம முக்கியத்துவம் அளிக்கிறோம். அதாவது, ஒவ்வொரு இனத்தின் மதிப்பையும் ஒரே ஒரு முறையே கணக்கில் கொள்கிறோம். மாறாக, எடையிட்ட சராசரியைக் கணிக்கும் பொழுது ஒவ்வொரு இனத்திற்கும் வேறுபட்ட முக்கியத்துவம் அளிக்கிறோம். அதாவது, எடையிட்ட சராசரியைக் கணிப்பதற்கு, முதல் இனத்தின் மதிப்பாகிய 68தினை ஒரு முறை கணக்கில் கொள்கிறோம்; இரண்டாவது இனத்தின் மதிப்பாகிய 85தினை 45 முறை கணக்கில் கொள்கிறோம்; மூன்றாவதுஇனத்தின் மதிப்பாகிய 101–றினை 31 முறை கணக்கில் கொள்கிறோம் ... . எனவே, எடையிட்ட சராசரியின் மதிப்பானது எளிய சராசரியின் மதிப்பிலிருந்துவேறுபடுகிறது.

II. எடையிட்ட அல்லது நிறையிட்ட பெருக்குச்சராசரி (Weighted geometric mean) :

எடையிட்ட பெருக்குச் சராசரியைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

1. கொடுத்துள்ள ஒவ்வொரு இனத்தின்மதிப்பிற்கும்லாகிருத மதிப்பை முதலில் காணவேண்டும். ஓர் இனத்தின் மதிப்பு x என்றால் logx— இன் மதிப்பைக் காணவேண்டும்.

2. ஒவ்வொரு இனத்தின் லாகிருத மதிப்பை அதே இனத்தின் எடையால் பெருக்கவேண்டும். x என்ற மதிப்பையுடைய இனத்தின் எடை w என்றால், wயையும் logx யையும்பெருக்க வேண்டும் அதாவது w logx—இன் எல்லா மதிப்புக்களையும் கூட்டவேண்டும். கூட்டிவரும் தொகையை Σw logx என்று குறிக்கிறோம்.

3. கொடுத்துள்ள எடைகளனைத்தையும் கூட்டவேண்டும். கூட்டிவரும் தொகையை Σ w என்று குறிக்கிறோம்.

4. Σw logx -ஐ Σ w -ஆல் வகுத்து வரும் எண்ணைக் கண்டுபிடிக்க வேண்டும். அதாவது $\frac{\Sigma w \log x}{\Sigma w}$ - இன் மதிப்பைக் காணவேண்டும்.

5. $\frac{\sum w \log x}{\sum w}$ இன் எதிர் லாகிருதத்தைக் காணவேண்டும்.

இந்த எதிர் லாகிருத மதிப்பே எடையிட்ட பெருக்குச் சராசரியின் மதிப்பாகும்.

எடையிட்ட பெருக்குச் சராசரியைக் கணிப்பதற்குப் பயன் படுத்தும் சூத்திரத்தைக் கீழ்க்கண்டவாறு தரலாம்.

$$G' = \text{Anti} - \log \left(\frac{\sum w \log x}{\sum w} \right)$$

G' என்பது எடையிட்ட பெருக்குச் சராசரியைக் குறிக்கிறது.

மாதிரிக் கணக்கு 1-இல் தந்துள்ள அட்டவணையைப் பயன் படுத்தி எடையிட்ட பெருக்குச் சராசரியைக் கீழே கணித்துள்ளோம்.

ஒவ்வொரு மதிப்பெண்ணின் லாகிருத மதிப்புக்கள் வருமாறு:

$\log 46 = 1.6628$

$\log 70 = 1.8451$

$\log 30 = 1.4771$

$\log 40 = 1.6021$

$\log 38 = 1.5798$

ஒவவொரு மதிப்பெண்ணின் லாகிருதத்தையும் எடையால் பெருக்கிவரும் பெருக்குத்தொகைக

$2 \times \log 46 = 2 \times 1.6628 = 3.3256$

$1 \times \log 70 = 1 \times 1.8451 = 1.8451$

$5 \times \log 30 = 5 \times 1.4771 = 7.3855$

$7 \times \log 40 = 7 \times 1.6021 = 11.2147$

$5 \times \log 38 = 5 \times 1.5798 = 7.8990$

மேலே உள்ள பெருக்கற்பல $\sum w \log x$ இன் மதிப்பாகும்.

$\therefore \sum w \log x = 3\ 3256 + 1.8451 + 7.3855 + 11.2147 + 7.8990$

$= 31.6699$

$\sum w$ = எடைகளின் கூட்டுத்தொகை

$= 2 + 1 + 5 + 7 + 5$

$= 20$

$$\frac{\sum w \log x}{\sum w} = \frac{31.6699}{20}$$

$= 1.583495$

$= 1.5835$ (தோராயமாக)

$$\text{Anti-log}\left(\frac{\sum w \log x}{\sum w}\right) = \text{Anti-log}\ (1.5835)$$

$= 38.32$

$$G' = \text{Anti-log}\left(\frac{\sum w \log x}{\sum w}\right)$$

$= 38\ 32\%$

ட்ட பெருக்குச் சராசரி $= 38.32\%$

_ இசைவுச் சராசரி (Weighted Harmonic Mean)

ட்ட இசைவுச் சராசரியைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்-

ஒவ்வொரு இனத்தின் எடையையும் அதே இனத்தின்
வகுக்க வேண்டும். அதாவது, ஓர் இனத்தின் மதிப்பு
அதே இனத்தின் எடை w எனவும் கொண்டால்

ப்பைக் காண வேண்டும். $\frac{w}{\quad}$ இன் எல்லை

கூட்ட வேண்டும். கூட்டி

குறிக்கிறோம்.

2. கொடுத்துள்ள எடைகளனைத்தையும் கூட்டவேண்டும். கூட்டி வரும் தொகையை Σw என்று குறிக்கிறோம்.

3. Σw-ஐ $\Sigma \frac{w}{x}$ ஆல் வகுத்து வரும் எண்ணைக் கண்டு பிடிக்க வேண்டும். அதாவது, $\frac{\Sigma w}{\Sigma \frac{w}{x}}$ இன் மதிப்பைக் காண வேண்டும்.

இதுவே எடையிட்ட இசைவுச் சராசரியின் மதிப்பாகும்.

இசைவுச் சராசரியைக் கணிப்பதற்குப் பயன்படுத்தும் சூத்திரத்தைக் கீழ்க்கண்டவாறு தரலாம்;

$$H' = \frac{\Sigma w}{\Sigma \frac{w}{x}}$$

H, என்பது எடையிட்ட இசைவுச் சராசரியைக் குறிக்கிறது.

மாதிரிக் கணக்கு 1-இல் தந்துள்ள அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி எடையிட்ட இசைவுச் சராசரியைக் கீழே கணித்துள்ளோம்.

ஒவ்வொரு இனத்தின் எடையையும் அதே இனத்தின் மதிப்பால் வகுத்து வரும் எண்களை முதலில் காணவேண்டும்.

முதல் இனத்தின் எடை / முதல் இனத்தின் மதிப்பு	$= \frac{2}{46} = .0434$
2வது இனத்தின் எடை / 2வது இனத்தின் மதிப்பு	$= \frac{1}{70} = .0143$
3வது இனத்தின் எடை / 3வது இனத்தின் மதிப்பு	$= \frac{5}{30} = .1667$
4வது இனத்தின் எடை / 4வது இனத்தின் மதிப்பு	$= \frac{7}{40} = .1750$
5வது இனத்தின் எடை / 5வது இனத்தின் மதிப்பு	$= \frac{5}{38} = .1316$

$$\therefore \sum \frac{w}{x} = 0434 + .0143 + .1667 + .1750 + .1316 = .531$$

$\sum w$ = எடைகளின் கூட்டுத்தொகை

$$= 2 + 1 + 5 + 7 + 5$$

$$= 20$$

$$H' = \frac{\sum w}{\sum \frac{w}{x}}$$

$$= \frac{20}{.531} = 37\ 66$$

எடையிட்ட இசைவுச் சராசரி $= 37.7\ \%$

எடையிட்ட சராசரிகளைக் கணிப்பதற்குப் பயன்படும் சூத்திரங்கள்.

1. எடையிட்ட கூட்டுச் சராசரி $\bar{x}' = \frac{\sum wx}{\sum w}$

2. எடையிட்ட பெருக்குச் சராசரி— $G' = \text{Anti-log} \frac{(\sum w \log x)}{\sum w}$

3. எடையிட்ட இசைவுச் சராசரி—$H' = \frac{\sum w}{\sum \frac{w}{x}}$

பலவகைச் சராசரிகளின் நிறையும் குறையும்

1. கூட்டுச் சராசரி (Arithmetic mean)

நிறைகள் :

1. கூட்டுச் சராசரியைக் கணிப்பதற்குப் பயன்படுத்தும் சூத்திரம் திட்டவட்டமானது; ஊகத்திற்கோ தோராய மதிப்பீட்டிற்கோ இடமில்லை. கூட்டுச் சராசரியின் மதிப்பு திட்டவட்டமானது.

2. கூட்டுச் சராசரியைக் கணிப்பதற்குப் பயன்படுத்தும் சூத்திரம் வருமாறு :

$$\text{கூட்டுச்சராசரி} = \frac{\text{கொடுத்துள்ள இனங்களுடைய மதிப்புக்களின் மொத்தம்}}{\text{இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை}}$$

இந்தச் சூத்திரத்தை எவ்வித விளக்கமும் தரப் பெறாமலேயே யாவரும் எளிதில் புரிந்துகொள்ள முடியும்.

3. கூட்டுச்சராசரியின் மதிப்பானது கொடுத்துள்ள இனங்கள் அனைத்தின் மதிப்பையும் பொறுத்திருக்கும். ஒரு இனத்தின் மதிப்பைத் தராவிட்டாலும் கூட்டுச் சராசரியின் மதிப்பைக் கணிக்க முடியாது

4. கூட்டுச சராசரியைக் கணக்கிடுதல் எளிது சுருக்கு முறையைப் பயன்படுத்தி இக் கணக்கீடு மேலும் எளிமையாக்கப் பெற்றுள்ளது.

5 இரண்டு தொகுதிகளின் கூட்டுச் சராசரிகள் தனித்தனியே கொடுக்கப்பெற்றிருந்தால், அவற்றைப் பயன்படுத்தி இரண்டு தொகுதிகளையும் சேர்த்த தொகுதியின் கூட்டுச் சராசரியைச் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி எளிதில் கண்டுபிடிக்கலாம்.

6. ஒரே முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து (population) பெறப்படும் ஒரே அளவுள்ள மாதிரிகளின் (samples of same size) கூட்டுச் சராசரிகள் ஏறத்தாழ ஒரே மதிப்புடையவைகளாக இருக்கும்.

ஏனைய சராசரிகளை விட எவ்விதத்தில் சிறப்பானவை!

1 ஒழுங்குபடுத்தப்படாத விவரங்களிலிருந்தும் அலைவெண் பரவல்களிலிருந்தும் இடைநிலையைக் கணிப்பதற்கு வெவ்வேறு சூத்திரங்கள் உள்ளன. எனவே, கொடுத்துள்ள விவரங்களை ஒழுங்குபடுத்தாமல் பெறும் இடைநிலையின் மதிப்பும், அலைவெண் பரவலாக மாற்றிய பின்பு பெறும் இடைநிலையின் மதிப்பும் வேறுபட்டிருக்கும் ஒவிவு அலைவெண் வளைகோட்டைப் பயன்படுத்தியும் இடைநிலையைக் கணிக்கலாம் இவ்வாறு பெறும் இடைநிலையின் மதிப்பானது முதல் இரண்டு முறைகளில் பெற்ற இடைநிலையின் மதிப்புக்களிலிருந்து மாறுபட்டிருக்கும். இவ்வாறு இடைநிலையின் மதிப்பானது அதனைக் காண நாம் பயன்படுத்தும் முறைக்கேற்றவாறு மாறுபடும் தன்மையுடையது.

தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவலிலிருந்து முகடைக் கணிப்பதற்கு மூன்று வேறுபட்ட சூத்திரங்கள் (அதாவது முகடு = முகடுப்பிரிவின் பிரிவுக்குறிப்பெண், முகடு $= l + \frac{cf_2}{f_1+f_2}$ மற்றும் முகடு, $= l + \frac{cd_1}{d_1 + d_2}$ ஆகிய மூன்று சூத்திரங்கள்) உள்ளன. இம் மூன்று சூத்திரங்களும் முகடிற்கு மூன்று வேறுபட்ட மதிப்புக்களைத் தருகின்றன.

எனவே, நாம் பயன்படுத்தும் முறையைப் பொறுத்து-இடைநிலை மற்றும் முகடிற்கு வேறுபட்ட மதிப்புக்களைப் பெறுகிறோம்.

ஆனால், கொடுத்துள்ள விபரம் ஒழுங்குபடுத்தப்படாததாக இருந்தாலும் அலைவெண் பரவலாக இருந்தாலும் கூட்டுச்சராசரியைக் கணிக்கப் பயன்படுத்தும் சூத்திரம் ஒன்றேயாகும். அதாவது கூட்டுச்சராசரி

$$= \frac{\text{கொடுத்துள்ள இனங்களுடைய மதிப்புக்களின் மொத்தம்}}{\text{இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை}}$$

என்ற சூத்திரமேயாகும், எனவே, கொடுத்துள்ள விவரங்களிலிருந்து கணிக்கும் கூட்டுச் சராசரியின் மதிப்பு ஒரே மதிப்பாக இருக்கும்.

2. தனித்தனியே கொடுத்துள்ள இரண்டு மாதிரிகளைச் (samples) சேர்த்த பின்பு கிடைக்கும் மாதிரியின் இடைநிலையைக் கணிக்கவேண்டுமெனக் கொள்வோம். கொடுத்துள்ள மாதிரிகள் ஒழுங்குபடுத்தப்படாத விவரங்களாக இருந்தால் இரண்டு மாதிரிகளையும் சேர்த்த பின்பு கிடைக்கும் இனங்களை ஏறுவரிசையிலோ இறங்கு வரிசையிலோ வரிசைப்படுத்தியே இடைநிலையைக் காண வேண்டும். கொடுத்துள்ள மாதிரிகள் அலைவெண் பரவலாக இருந்தால் இரண்டு அலைவெண் பர்வல்களுடைய பிரிவு இடைவெளிகளும் ஒன்றாக இருக்க வேண்டும். இப்படி இருந்தாலேயே இரண்டு அலைவெண் பரவல்களையும் ஒரே அலைவெண் பரவலாக மாற்றி இடைநிலையைக் காண முடியும்.

இதேபோலவே, இரண்டு மாதிரிகளைச் சேர்த்தால் கிடைக்கும் மாதிரிக்கு முகடைக் கணிப்பதும் கடினம்.

ஆனால், இரண்டு மாதிரிகளின் கூட்டுச் சராசரிகள் தனித்தனியே தரப் பெற்றிருந்தால் இரண்டையும் சேர்த்துக் கிடைக்கும் மாதிரியின் கூட்டுச் சராசரியைக் கணிப்பது எளிது.

3 சில சமயங்களில் கொடுத்துள்ள அலைவெண் பரவலின் மத்திய பாகத்தில் உள்ள இனங்களைத் தவிர பரவலின் கோடிகளில் உள்ள இனங்களின் மதிப்புக்களையும் கணக்கில் கொள்ள வேண்டியது இன்றியமையாததாக இருக்கும் இச் சமயங்களில் இடை நிலையையோ முகடையோ நாம் பயன்படுத்தமுடியாது. ஏனெனில், இடைநிலையானது இடைநிலைப் பிரிவினைச் சேர்ந்த இனங்களின் மதிப்புக்களை மட்டுமே கணக்கில் கொள்கிறது: முகடானது முகடுப் பிரிவைச் சேர்ந்த இனங்களின் மதிப்புக்களை மட்டுமே கணக்கில் கொள்கிறது; ஆனால் கூட்டுச் சராசரியானது கொடுத்துள்ள எல்லா இனங்களின் மதிப்புக்களையும் கணக்கில் கொள்வதால் அதுவே நாம் பயன்படுத்த வேண்டிய சராசரியாகும்

4, கொடுத்துள்ள இனங்களின் மதிப்புக்கள் தனித்தனியே தரப் பெறாமலிருக்கலாம். ஆனால் எல்லா மதிப்புக்களுடைய மொத்தமும், இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கையும் தரப்பெற்றிருக்கலாம, இப்படிப்பட்ட சூழல்களிலும் கூட்டு சராசரியைக் கணிக்கமுடியும் ஆனால் இடைநிலையையோ, முகடையோ கணிக்க முடியாது

ஏனைய சராசரிகளை விட எவ்விதங்களில் குறைந்தது?

1 கொடுத்துள்ள பரவலின் அலைவெண் வளைகோடு கைவசமிருந்தால் முகடின் மதிப்பை எளிதில் கண்டுபிடித்துவிடலாம். இதேபோல, கொடுத்துள்ள பரவலின் குவிவு அலைவெண் வளைகோடுகள் கைவசமிருந்தால் இடைநிலையையும் எளிதில் கணித்து விடலாம் ஆனால், கூட்டுச் சாரசரியை எவ்வித வரைபடங்களையும் பயன்படுத்திக் கண்டுபிடிக்க முடியாது கூட்டுச் சாரசரியை எப்பொழுதும் அதற்குரிய சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தியே கணக்கிடவேண்டும்.

2 கூடுதல் சாரசரியானது கொடுத்துள்ள பரவலின் கோடிகளில் உள்ள இனங்கள் உள்பட எல்லா இனங்களின் மதிப்புக்களையும கணக்கில் கொள்கிறது இதனால் சராசரியை நாம் எந்த நோக்கத்தோடு பயன்படுத்துகிறோமோ அந்த நோக்கம் நிறைவேறாமல் போகிறது எடுத்துக்காட்டாக ஒரு வகுப்பிலுள்ள

10 மாணவர்களில் 9 மாணவர்களுடைய கைச்செலவுப் பணத்தின் சாரசரி ரூ 1 எனவும், பத்தாவது மாணவனுடைய கைச்செலவுப் பணத்தின் அளவு ரூ 100 எனவும் கொள்வோம் இப்பொழுது வகுப்பிலுள்ள 10 மாணவர்களுக்கும் சேர்த்து சராசரிக் கைசெலவுப் பணம் ரூ 10-90 ஆகும் இந்த சராசரி மதிப்பாகிய ரூ. 10-90 ஆனது வகுப்பிலுள்ள 10 மாணவர்களுடைய கைசெலவுப் பணங்களின் அளவுகளைப் பிரதிபலிப்பதாக அமையவில்லை கூட்டுச் சராசரிக்குப் பதிலாக இடைநிலையையோ முகடையோ பயன்படுத்தினால் நாம்பெறும் சராசரி மதிப்பானது உண்மை நிலையை எதிரொலிப்பதாக அமைந்திருக்கும்

3 கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களில் ஏதேனும் ஒரு இனத்தின் மதிப்பு தரப்பெறாமலிருந்தால, தோராய மதிப்பாகவே கூட்டுச் சராசரியைக் கணிக்கமுடியும். ஆனால், இவ்வாறு பெறும் கூட்டுச் சராசரியின் மதிப்பானது துல்லியமானதாக இருக்காது ஆனால் கோடிகளில் உள்ள இனங்களின் மதிப்புக்கள் தரப்பெறாமலிருந்தாலோ கொடுத்துள்ள பரவல் திறந்த இடைவெளிகளையுடைய வையாக இருந்தாலோ இடைநிலை மற்றும் முகடின் மதிப்புகள் பாதிக்கப்படுவதில்லை

4 கொடுக்கப்பட்டுள்ள மாறி பண்பின மாறியாக இருந்தால் கூட்டுச் சராசரியைக் கணிக்க இயலாது ஆனால் இடைநிலையைக் கணிக்க முடியும்.

எடுத்துக்காட்டாக, பெண்கள் சிலரை அவர்களுடைய அழகின் அடிப்படையில் வரிசைப் படுத்தித் தந்திருப்பதாகக் கொள்வோம் இவ்வரிசையில் மையமாக அமைந்துள்ள பெண்ணே சராசரி அழகுடைய பெண் என்று கூறலாம் இவ்வாறு, எண்களால் குறிப்பிட முடியாத, எவ்வித அலகையும் பயன்படுத்தி அளக்க முடியாத பண்பாகிய 'அழகு' என்ற மாறி கொடுக்கப் பெற்று இருந்தாலும் இடைநிலையை நாம கண்டுபிடிக்கமுடியும். ஆனால் இங்குக் கூட்டுச் சராசரியை நாம் கணிக்க முடியாது.

5. சில சந்தர்ப்பங்களில், ஒரு குடும்பத்தில் பிறந்த குழந்தைகளின் சராசரி எண்ணிக்கை 4.6, ஒரு வீட்டிலுள்ள அறைகளின் சராசரி எண்ணிக்கை 3,59 போன்ற பொருளற்ற எண்களைக் கூட்டுச் சராசரி தரலாம் இச்சூழல்களில் முகடே நாம் பயன்படுத்துவதற்குப் பொருத்தமான சராசரியாகும்.

6. கூட்டுச் சராசரியைக் கணிக்க எந்த எண்களைப் பயன்படுத்தினோமோ அந்த எண்கள் கொடுக்கப்பெறாமல் கூட்டுச்சராசரியின் மதிப்பு மட்டும் கொடுக்கப் பெற்றிருந்தால் நாம் தவறான முடிவுக்கு வரக்கூடும் எடுத்துக்காட்டு ஒன்று காண்போம். A மற்றும் B என்ற இரு மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்கள் கீழ்க்கண்டவாறு இருந்தன என்று கொள்வோம்.

	A	B
காலாண்டுத் தேர்வு	45%	75%
அரையாண்டுத் தேர்வு	60%	60%
முழு ஆண்டுத் தேர்வு	75%	45%

A மற்றும் B ஆகிய இருவருமே பெற்றுள்ள சராசரி மதிப்பெண்கள் 60 என்பது உண்மையே, ஆனால் A மாணவர் ஒரு தேர்வில் பெற்ற மதிப்பெண்களைவிட அடுத்த தேர்வில் அதிகமான மதிப்பெண் பெறுகிறார் என்பதை அட்டவணையின் மூலம் அறியலாம். ஆனால் B ஒரு தேர்வில் பெற்ற மதிப்பெண்ணை விட அடுத்த தேர்வில் குறைவான மதிப்பெண்ணே பெறுகிறார் என்பதையும் அட்டணையின் வாயிலாக அறியலாம் அதாவது, A படிப்பில் முன்னேறிச் செல்வதையும் B பின்னேறிச் செல்வதையும் அறியலாம். நாம் A மதிப்பெண்கட்கும் B மதிப்பெண்கட்கும் சராசரியைக் கணிக்கும்போது கிடைக்கக் கூடிய எண் 60-ஆக இருப்பதால் இருவரின் தேர்ச்சியும் சமமானது என்று முடிவு கட்டவேண்டும். ஆனால் உண்மைநிலை இதற்கு மாறுபாடானது என்று மேலே கொடுத்துள்ள அட்டவணையின் மூலம் அறியலாம். இவ்வாறு சராசரியானது சில சமயங்களில் தவறான முடிவுகளைத் தரலாம்.

எனினும் கூட்டுச் சராசரியின் நிறைகளையும் குறைகளையும் ஒப்பு நோக்கினால், குறைகளை விட நிறைகள் அதிகமாக இருப்பதால் சராசரியைக் கணிக்க விரும்பும் போதெல்லாம் முடிந்தவரையில் கூட்டுச்சராசரியையே பயன்படுத்த வேண்டும்.

II இடைநிலை :

நிறைகள் :

1. இடைநிலையைக் கணிப்பதற்குப் பயன்படும் சூத்திரம் திட்டவட்டமானது.

2. இடைநிலையைக் கணிப்பதற்கு மேற்கொள்ளும் கணக்கீடுகள் எளியனவாகவும், எளிதில் புரிந்து கொள்ளும் வகையிலும்

அமைந்துள்ளன. முக்கியமாக ஒழுங்குபடுத்தப்படாத விபரங்களிலிருந்தும், தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் பரவல்களிலிருந்தும் இடைநிலையைக் கணக்கிடும் முறையைப் புரிந்து கொள்வது மிகவும் எளிது.

3. அநேக இடங்களில் இடைநிலையானது கொடுத்துள்ள விவரங்களின் முக்கிய தன்மைகளையெல்லாம் எதிரொலிக்கும் வகையில் அமைந்திருக்கும்.

ஏனைய சராசரிகளை விட இடைநிலை எவ்விதத்தில் சிறந்தது?

1. கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவலின் கோடியிலுள்ள மதிப்புக்களால் இடைநிலையின் மதிப்பு பாதிக்கப்படுவதில்லை. பரவலின் இறுதியில் நாம் ஒன்றிரண்டு இனங்களைச் சேர்த்தாலும் இடைநிலையின் மதிப்பானது சிறிது மட்டுமே மாறுபடும். ஆனால் கூட்டுச் சராசரியின் மதிப்பானது இவ்வாறு இறுதியில் நாம் சேர்க்கும் இனங்களின் மதிப்பிற்கேற்றவாறு மாறுபடும் தன்மையுடையது. எனவே, இந்த வகையில் இடைநிலையே கூட்டுச் சராசரியைவிட மேம்பட்டதாகும்.

2. இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை தரப்பட்டு, கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவலின் கோடியிலுள்ள இனங்களின் மதிப்புக்கள் தரப்பெறாமலிருந்தாலும் இடைநிலையைக் கணிக்க முடியும் இவ்வாறான சூழல்களில் கூட்டுச் சராசரியைக் கணிக்க இயலாது.

3 இடைநிலையை ஒரு குறிப்பிட்ட எண்ணாகத் தரமுடியும். ஆனால் கொடுத்துள்ள பரவல் பல முகடுகளைக் (multimodal) கொண்டதாகவோ, ஒரு முகடுமே இல்லாததாகவோ, இருந்தால் முகடின் மதிப்பை ஒரு குறிப்பிட்ட எண்ணாகத் தரமுடியாது. இவ்வகையில் இடைநிலையானது முகடை விட மேம்பட்டது

4. 25 மாணவர்களின் சராசரி உயரத்தைக் கணிக்க வேண்டியுள்ளது என்று கொள்வோம். எல்லா மாணவர்களின் உயரங்கள் கொடுக்கப்பட்டிருந்தாலேயே உயரங்களின் கூட்டுச்சராசரியையோ அல்லது முகடையோ கணிக்க முடியும். ஆனால் இடைநிலை உயரத்தைக் கணிப்பதற்கு எல்லா மாணவர்களின் உயரங்களையும் தெரிந்திருக்க வேண்டுமென்பதில்லை. இந்த 25 மாணவர்களையும் அவர்களுடைய உயரத்திற்கேற்ப வரிசையாக நிற்கச் செய்து, 13-வது மாணவரின் உயரத்தை மட்டும் கணக்கிடுவது போதுமானது. இந்த உயரமே இடைநிலை உயரமாகும்.

5. கொடுத்துள்ள பண்புகள் அழகு, உடல்நலம் போன்ற எண்களால் குறிப்பிட முடியாத இத்தகைய பண்புகளாக இருந்தால் இடைநிலையை மட்டுமே பயன்படுத்த முடியும்.

6 சராசரிக் கூலி, சராசரிச் செல்வம், சராசரி இலாபம் போன்றவற்றைக் கணிப்பதற்குக் கூட்டுச்சராசரி, முகடு ஆகியவற்றை விட இடைநிலையே மிகவும் பயன்படுகிறது.

ஏனைய சராசரிகள் இடைநிலையைவிட எவ்விதத்தில் சிறந்தவை

1. கூட்டுச் சராசரியின் மதிப்பை இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கையால் பெருக்கினால் கொடுத்துள்ள இனங்களுடைய மதிப்புக்களின் மொத்தம் கிடைக்கும் ஆனால், இடைநிலையின் மதிப்பை இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கையால் பெருக்கி இனங்களின் மதிப்புக்களுடைய மொத்தத்தைப் பெற முடியாது.

2. கொடுத்துள்ள பரவலின் கோடியிலுள்ள இனங்களின் மதிப்புக்களை அவசியம் கணக்கில் கொள்ள வேண்டிய சூழல்களில் இடைநிலையானது முகடை விடச் சிறிது மேம்பட்டதாக இருந்த போதிலும், கூட்டுச்சராசரியே இடைநிலையை விடச் சிறந்த சராசரியாகும்.

3. இடைநிலையின் மதிப்பானது இரண்டு எண்களுக்கிடையில் அமைந்திருக்கும் பொழுது அதனைத் துல்லியமாகக் கணக்கிட முடியாது; தோராய மதிப்பீடாகவே இடைநிலையைக் கணிக்க முடியும்.

4 கொடுத்துள்ள விவரங்கள் ஒழுங்குபடுத்தப்படாதவையாக இருந்தால், இடைநிலையைக் கண்டுபிடிக்கும் முன்பாகப் புள்ளி விவரங்களை ஏறுவரிசையிலோ இறங்கு வரிசையிலோ வரிசைப் படுத்திக் கொள்ளவேண்டும் இவ்வாறு வரிசைப்படுத்துவது சிறிது கடினமான செயலேயாகும்.

III முகடு :

நிறைகள் :

1. முகடைப் புரிந்து கொள்வது எளிது முகடானது பொதுவாகப் பெரும்பாலும் பயன் படுத்தப் பெறுகிறது.

2. அலைவெண் வளைகோடு கைவசமிருந்தால் முகடைக் கண்டுபிடிப்பது மிகவும் எளிது.

ஏனைய சராசரிகளை விட முகடு எவ்விதத்தில் சிறந்தது?

1 கொடுத்துள்ள இனங்களில் அதிகமான இனங்கள் பெறும் மதிப்பையே முகடின் மதிப்பாகக் கொள்கிறோம். இவ்வகையில் முகடானது நடை முறை உலகில் பலமுறை நிகழும் நிகழ்ச்சிகளைக் குறிக்கும் வண்ணம் அமைந்துள்ளது. ஆனால் கூட்டுச் சராசரியும் இடை நிலையும் வெறும் எண்களாக அமைந்துள்ளன. எனவே முகடானது கூட்டுச் சராசரியையும் இடைநிலையையும் விட நடைமுறையோடு ஒன்றிய இடங்களில் மிகவும் பொருத்தமான சராசரியாகவுள்ளது.

2 தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் பரவல்களிலிருந்து பல வகையான சராசரிகளைக் கணிக்கும்பொழுது கூட்டுச் சராசரியையும் இடைநிலையையும் விட முகடே பொருள் பொதிந்ததாகவுள்ளது.

3 மொத்த வாணிகம செய்யும் உற்பத்தியாளர், அதிகமாக மக்களால் விரும்பப்படும் பொருளின் வகையைத் தெரிந்து கொள்வதற்கு முகடே பொருததமான சராசரியாகும். எடுத்துக்காட்டாக, காலணிகள் தயாரிக்கும் ஒருவர் அதிகமான அளவில் விற்பனையாகும் காலணி வகையையே மற்றவகைக் காலணிகளைவிட அதிகமாகத் தயாரிக்க விரும்புவார் அதிகமான அளவில் விற்பனையாகும் காலணி வகையைக் காண இவர் முகடையே பயன்படுத்த வேண்டும். கூட்டுச் சராசரியையோ இடைநிலையையோ பயன்படுத்த முடியாது.

4. முகடைக் கணிப்பதற்குக் கொடுத்துள்ள பரவலின் கோடியிலுளள இனங்களின் மதிப்புக்களைத் தெரிந்திருக்க வேண்டிய அவசியமில்லை

ஏனைய சராசரிகள் முகடைவிட எவ்விதத்தில் சிறந்தவை?

1. முகடைக் கணிப்பதற்குத் திட்டவட்டமான சூத்திரம் இல்லை. ஒன்றுக்கும் மேற்பட்ட முறைகளில் முகடைக் கணிக்க முடியும். ஒவ்வொரு முறையையும் பயன்படுத்தி வரும் முகடின் மதிப்புக்கள் சிறிதேனும் வேறுபட்டவையாக இருக்கும்.

2 சில பரவல்கள் ஒன்றுக்குமேற்பட்ட முகடுகளைக் கொண்டிருக்கும். இவற்றில் ஏதேனும் ஒன்றைத் தேர்ந்தெடுத்துக் கொள்வது கடினம். ஆனால் எப்பொழுதும் ஒரு அலைவெண் பரவலுக்கு ஒரே ஒரு கூட்டுச் சராசரி அல்லது ஒரே ஒரு இடைநிலை இருக்கும்.

3. கொடுத்துள்ள பரவலின் கோடியிலுள்ள இனங்களின் மதிப்புக்களை முகடானது கணக்கில் கொள்ள வேண்டியதில்லை, எனவே கோடியிலுள்ள இனங்களின் மதிப்புகளை அவசியம் கணக்கில் கொள்ள வேண்டிய சூழல்களில் முகடைப் பயன்படுத்த இயலாது.

4. முகடை இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கையால் பெருக்கினால் இனங்களுடைய மதிப்புக்களின் மொத்தம் கிடைக்காது.

5. முகடானது மிகவும் மாறுபடும் தன்மையுடையது.

IV. **பெருக்குச் சராசரி :**

நிறைகள் :

1. பெருக்குச் சராசரியைக் கணிப்பதற்குப் பயன்படும். சூத்திரம் திட்டவட்டமானது.

2. பெருக்குச் சராசரியைக் கணிக்கும்பொழுது எல்லா இனங்களின் மதிப்புக்களும் கணக்கில் கொள்ளப்

3. பெரிய இனங்களுக்குக் கூட்டுச் சராசரி அளி துவத்தைவிடப் பெருக்குச் சராசரியானது குறை வத்தை அளிக்கிறது; சிறிய இனங்களுக்குக் கூட்டுக் முக்கியத்துவத்தைவிடப் பெருக்குச் சாரசரி அதிக அளிக்கிறது. எனவே பெரிய இனங்களுக்குக் துவமும் சிறிய இனங்களுக்கு அதிக முக்கியத்து சூழல்களில் கூட்டுச் சராசரியைவிடப் பெருக்கு மானதாகும்.

4. கொடுத்துள்ள விகிதங்களின் சர பெருக்குச் சராசரியே உகந்தது. குறியீட்டு பொழுது பெருக்குச் சராசரி பயன்படுகி

5. இரண்டு தொகுதிகளுக்குத் பட்டுள்ள பெருக்குச் சராசரிகளிலிருந்து யும் சேர்த்தால் கிடைக்கும் தொகுதி எளிதில் கணிக்க முடியும்.

குறைகள் :

1. கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண் எதிர்மறை எண்ணாகவோ (negative சராசரியின் மதிப்பைப் பெறமுடி

களில் ஒரு எண் பூஜ்யமாக இருந்தாலும் அவ்வெண்களின் பெருக்குத்-தொகை பூஜ்யமாகி விடுவதால் பெருக்குச் சராசரியைப் பெறமுடி-யாது. கொடுத்துள்ள எண்களில் ஒரு எண் எதிர்மறை எண்ணாக இருந்தால் அவ்வெண்களின் பெருக்குத் தொகையும் எதிர்மறை எண்ணாக இருக்கும். எதிர்மறைஎண்ணின் மூலம் (root) கற்பனை எண்ணாகவே (imaginary number) இருக்குமாதலால், பெருக்குச் சராசரியின் மதிப்பும் கற்பனையாக இருக்கும்.

2. சாதாரண மனிதனால் பெருக்குச் சராசரியை எளிதில் நிந்து கொள்ளமுடியாது.

3. இடைநிலையையோ கூட்டுச் சராசரியையோ கணிப்பது பருக்குச் சராசரியை எளிதில் கணிக்க முடியாது. பெருக்குச்-ன் மதிப்பைக் கணிப்பதற்கு லாகிருத அட்டவணைகளைப் த்த வேண்டியுள்ளது.

சவுச் சராசரி:

ன் :

1. இசைவுச் சராசரியைக் கணிக்கப் பயன்படும் சூத்திரம் வட்டமானது

2. கொடுத்துள்ள எல்லா இனங்களின் மதிப்புக்களையும் கில் கொள்கிறது.

3. அதிக மதிப்புள்ள எண்ணிற்குக் குறைந்த எடையும் றந்த மதிப்புள்ள எண்ணிற்கு அதிக எடையும் தரும் தன்மை-டையது. எனவே, கொடுத்துள்ள எண்களுக்கு இவ்வகையான டை தரவேண்டிய சூழல்களில் இசைவுச் சராசரி மிகவும் பயன்-டுகிறது.

4. வேகங்கள், விலைகள் போன்றவற்றின் சராசரியைக் ணிப்பதற்கு இசைவுச் சராசரி பெரிதும் பயன்படுகிறது.

குறைகள் :

1. கொடுத்துள்ள எண்களில் ஏதேனும் ஒரு எண் பூஜ்ய-மாக இருந் சராசரியின் மதிப்பும் பூஜ்யமாகி விடும்

யைச் சாதாரண மனிதன் எளிதில் புரிந்து

பயிற்சிக்குதவும் மாதிரி வினாக்கள்

குறிப்பு: இங்குத் தந்துள்ள கணக்குகளை மாணவர்கள் தாங்களாகவே செய்யும்பொழுது தங்களுடைய விடைகளைச் சரிபார்த்துக் கொளளும் பொருட்டு ஒரு சில கணக்குகளுக்குக் கீழே அடைப்புக் குறிக்குள விடைகள தரப்பட்டுள்ளன.

1. புள்ளியியல் ஆய்வில் 'சராசரி' யை அறிவதன் நோக்க மென்ன? பின்வரும் படடியலில் ஒரு வகைச் செடிகளின் உயரங்கள் கொடுக்கப் பட்டிருக்கின்றன. கூட்டுச் சராசரியைக் காண்க.

உயர வீச்சம் (செ.மீ.)	30-39	40-49	50-59	60-69	70-79	80-89	90-99
நிகழ்வெண்	15	46	75	53	40	18	3

[விடை : கூட்டுச்சராசரி = 59.42 செ.மீ]

2. ஒரு தேர்வில் 100 மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்கள் கீழே தரப்பெற்றுள்ளன. கூட்டுச் சராசரியைக் காண்க.

மதிப்பெண்	0-10	10—20	20—30	30—40	40—50
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	12	21	23	34	10

(விடை : கூட்டுச் சராசரி = 25.9)

3, கீழே தந்துள்ள விவரங்களிலிருந்து கூட்டுச்சராசரியைப் பெறுக.

ஊழியர்களின் எண்ணிக்கை	50-100	101—150	151—200	201—250	251—300
தொழில நிறுவனங்களின் எண்ணிக்கை	35	43	18	10	4

[விடை : $\bar{x}$ = 132.3 அதாவது கூட்டுச் சராசரி = 132 (தோராயமாக)]

குறிப்பு : ஊழியர்களின் எண்ணிக்கை முழு எண்ணாகவே இருக்கும். ஊழியர்களின் எண்ணிக்கையைப் பின்னமாகத் தருவது பொருளற்றது. எவே தான் ஊழியர்களின் எண்ணிக்கையுடைய கூட்டுச்சராசரியை முழுஎண்ணுக்குத் தோராயமாகத் தந்துள்ளோம்.

4. A, B என்னும் இரு நிறுவனங்கள் பற்றிய விவரங்கள் கீழே தரப்பெற்றுள்ளன, இரு நிறுவனங்களையும் சேர்ந்த கூட்டுத் தொகுதியின் கூட்டுச் சராசரியைக் காண்க.

	நிறுவனம் A	நிறுவனம் B
கூலியாட்களின் எண்ணிக்கை	100	150
கூட்டுச்சராசரிக் கூலி	ரூ 45	ரூ. 55

(விடை : கூட்டுத் தொகுதியின் கூட்டுச் சராசரிக் கூலி = ரூ.51)

5. கீழே தந்துள்ளவற்றிலிருந்து கூட்டுச் சராசரியைக் கணிக்கவும்.

மதிப்பு	அலைவெண்
10-க்குக்கீழ்	4
20 ,,	18
30 ,,	38
40 ,,	89
50 ,,	121
60 ,,	138
70 ,,	144
80 ,,	148

(விடை : கூட்டுச் சராசரி = 37.7)

6. பின் வரும் அலைவெண் பரவலின் கூட்டுச் சராசரியைக் காண்க.

பிரிவு இடை வெளி	16—17	17—18	18—19	19—20	20—21	21—22	22—23	23—24
அலை வெண்	3	13	23	31	18	9	2	1

[விடை : கூட்டுச்சராசரி = 19.38]

7. கீழே தந்துள்ள விவரங்களிலிருந்து கூட்டுச் சராசரிக் கூலியைக் கணிக்கவும்.

கூலி ரூபாயில் :	30-35	35-40	40-45	45-50	50-55	55-60	60-65	65-70
கூலியாட்கள் எண்ணிக்கை	12	18	22	27	17	23	19	8

[விடை : கூட்டுச் சராசரிக் கூலி = Rs. 49.50]

8. பின்வரும் நிகழ்வெண் பரவல் 700 தொழிலாளர் குடும்பங்களின் மாத வருவாயைத் தருகிறது. அதற்குரிய கூட்டுச் சராசரியைக் கணக்கிடுக.

மாத வருவாய் ரூபாயில்	குடும்பங்களின் எண்ணிக்கை
110—115	60
115—120	120
120—125	210
125—130	201
130—135	70
135—140	25
140—145	11
145—150	3

[விடை : கூட்டுச் சராசரி = ரூ. 124-18]

9. அடியில் கொடுத்திருக்கும் நிகழ்வெண்பரவல் அட்டவணையின் கூட்டுச் சராசரியைக் கணக்கிடுக

மதிப்பெண்	4க்கு கீழ்	4-5	5-6	6—7	7—8	8-9	9-10	10-க்கு மேல்
நிகழ்வெண்	3	8	28	59	66	27	6	3

[விடை : கூட்டுச் சராசரி = 6.985

10. அடியில் கொடுத்திருக்கும் நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணையின் கூட்டுச்சராசரியைக் கணக்கிடுக.

மதிப்பெண்	4-க்கு கீழ்	4—5	5—6	6—7	7—8	8—9	9-10	10க்கு மேல்
நிகழ்வெண்	6	16	56	118	132	54	12	6

11. பின்வரும் பட்டியலில் ஒருவகைச் செடிகளின் உயரங்கள் கொடுக்கப்பட்டிருக்கின்றன. இடைநிலையளவைக் காண்க.

உயர வீச்சம் (செ.மீ.)	30–39	40–49	50–59	60–69	70–79	80–89	90-99
அலைவு எண்	15	46	75	53	40	18	3

[விடை : இடைநிலை = 58.03 செ.மீ]

12 கீழ்க்கண்ட அலைவெண் அட்டவணையில் சில செடிகளின் உயரம் கொடுக்கப்பட்டிருக்கிறது.

உயரம் (செ.மீ.)	158	160	162	164	166	168	170	172	174
அலைவெண்	3	10	27	40	26	20	9	8	7

இந்த விவரங்களுக்கு ஒரு குவிவு அலைவெண் வரை வரைந்து அப்படத்திலிருந்து இடைநிலையைக் கணக்கிடுக.

13. கீழே தந்துள்ள அட்டவணையிலிருந்து இடைநிலையைக் கணக்கிடுக.

மதிப்பெண்	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை
80,,க்குக் கீழ்	100
70 ,,	90
60 ,,	80
50 ,,	60
40 ,,	32
30 ,,	20
20 ,,	13
10 ,,	5

[விடை: இடைநிலை = 46.43]

14. ஒரு தேர்வில் 124 மாணவர்கள் பெற்றுள்ள மதிப்பெண்கள் கீழே தரப் பெற்றுள்ளன. இடைநிலையைக் கணக்கிடுக.

மதிப்பெண்கள்	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	12	21	23	34	34

[விடை : இடைநிலை = 31.8]

15. கீழே தந்துள்ள பரவலிலிருந்து இடைநிலையைக் காண்க.

ஊழியர்களின் எண்ணிக்கை	தொழில் நிறுவனங்களின் எண்ணிக்கை
50—100	35
101—150	43
151—200	18
201—250	10
251—300	4

இடைநிலை = 123.8

[விடை : இடைநிலை = 124 (தோராயமாக)]

(குறிப்பு: ஊழியர்களின் எண்ணிக்கை முழு எண்ணாகவே இருக்கும். எனவே, ஊழியர்களின் எண்ணிக்கையுடைய இடைநிலையை முழு எண்ணுக்குத் தோராயமாகத் தந்துள்ளோம்.)

16. கீழே தந்துள்ள விவரங்களிலிருந்து இடைநிலைக் கூலியைக் கணிக்கவும்.

கூலி (ரூபாயில்)	30-35	35-40	40-45	45-50	50-55	55-60	60-65	65-70
கூலியாட்களின் எண்ணிக்கை	12	18	22	27	17	23	19	8

(விடை : இடைநிலைக் கூலி = ரூ. 48-90)

17. கீழே தந்துள்ள அட்டவணையிலிருந்து கால்மானங்களைக் கணிக்கவும்

மதிப்பெண்	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை
80க்கு கீழ்	100
70 ,, ,,	90
60 ,, ,,	80
50 ,, ,,	60
40 ,, ,,	32
30 ,, ,,	20
20 ,, ,,	13
10 ,, ,,	5

(விடை : $Q_1 = 34.16$ $Q_3 = 57.5$)

18. கீழே தரப்பட்டுள்ள விவரங்களிலிருந்து முகட்டளவைக் கணிக்கவும்.

பிரிவு	155—157	158—160	161 – 163	164—166	167—169
அலை வெண்	4	8	26	53	89
பிரிவு	170—172	173—175	176—178	179—181	
அலை வெண்	62	48	14	6	

(விடை : முகடு = 168 117)

19. பின்வரும் அலைவெண் பரவலின் முகடைக் காண்க.

பிரிவு இடைவெளி	16—17	17—18	18—19	19—20
அலைவெண்	3	13	23	31
பிரிவு இடைவெளி	20—21	21—22	22—23	23—24
அலைவெண்	18	9	2	1

(விடை : முகடு = 19.44)

20. கீழே தந்துள்ள பரவலுக்கு முகடைக் கணிக்கவும். (B.Com Sept, 1970)

மதிப்பெண்	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	4	6	10	16	12	8	4

(விடை : முகடு = 17.73)

21. முகடைக் கணிக்கவும்,

x	10-19	20-29	30-39	40-49	50-59	60-69	70-79	80-89	90—99
y	148	368	499	648	386	211	172	89	66

(விடை : முகடு = 43.86)

22. பின்வரும் அலைவெண் பரவலின் முகடைக் காண்க.

பிரிவு இடைவெளி	0—5	5-10	10—15	15—20	20—25
அலைவெண்	10	12	17	20	20
பிரிவு இடைவெளி	25—30	30—35	35—40		
அலைவெண்	18	11	10		

(விடை : முகடு = 20)

23. கீழே தந்துள்ள விவரங்களிலிருந்து முகடைக் கணிக்கவும்.

கூலி (ரூபாயில்) :	30-35	35-40	40-45	45-50	50-55	55-60	60-65	65-70
கூலியாட்களின் எண்ணிக்கை :	12	18	22	27	17	23	19	8

[விடை : முகடு = ரூ. 47-18]

மையநிலைப் போக்கு அளவைகள் பற்றிய பல்கலைக் கழக வினாக்கள்:

1. ஒரு அலைவெண் பரவலின் மைய நிலைப்போக்கு என்பதன் பொருள் யாது?

மைய நிலைப்போக்கு அளவுகள் ஏதேனும் இரண்டை விளக்குக அவற்றின் நிறைகளைக் கூறி ஒப்பிடுக. கீழே தரப்-பெற்றுள்ள விவரங்களிலிருந்து ஏதேனும் ஒரு மையநிலைப்போக்கு அளவைக் கணிக்கவும்.

பிரிவு	155 - 157	158 - 160	161 - 163	164—166	167—169
அலைவெண்	4	8	26	53	89
பிரிவு	170—172	173 175	176—178	179 — 181	
அலைவெண்	62	48	14	6	

(பி. ஏ., ஏப்ரல், 1970)

2) அ) ஒரு நம்பகமான சராசரிக்குத் தேவையான பண்புகள் யாவை? மையப் போக்கை அளவிடுவதில், இடை நிலையளவும் முகட்டளவும் எந்த அளவுக்கு நம்பகமானவையென்பதை விளக்குக

ஆ) இசையிடையளவு எந்தெந்தச் சூழல்களில் மையப்போக்கினை அளவிடக் கூடிய தகுதி பெற்றிருக்கிறதென்பதை விளக்குக (பி. ஏ. ஏப்ரல், 1971)

3) அ) மையப் போக்கை அளவிடுவதற்குக் கூட்டுச் சராசரியை ஏற்றுக் கொள்வதால் பெறப்படும் சிறப்பான தன்மைகள யாவை?

ஆ) பின்வரும் நிகழ்வெண் பரவல் 700 தொழிலாளர் குடும்பங்களின் மாத வருவாயைத் தருகிறது அதற்குரிய கூட்டுச் சராசரியைக் கணக்கிடுக.

மாத வருவாய் (ரூபாயில்)	110—115	115—120	120—125	125—130
குடும்பங்களின் எண்ணிக்கை	60	120	210	201
மாத வருவாய் (ரூபாயில்)	130—135	135—140	140—145	145—150
குடும்பங்களின் எண்ணிக்கை	70	25	11	3

இ) அப்பரவலின் செவ்வகப் படத்தினையும் வளைகோட்டு படத்தினையும் வரைக

(பி.ஏ., செப்டம்பர், 1971)

4) பெருக்குச் சராசரியும் இசைவுச் சராசரியும் பல இடங்களில் ஒரே நிலைப்போக்கினை அளவிடப் பயன்படுத்தப் படுகின்றன எங்கெங்கு இவை நம்பகமான முடிவுகளைத் தரக் கூடுமென நிறுவுக.

மூன்று கடைகளை மேற்பார்வை செய்யும் ஒருவர் A என்ற கடையில் 125 சதவீதமும் B என்ற கடையில் 75 சதவீதமும் C என்ற கடையில் 70 சதவீதமும், விற்பனை அதிகமாயிருக்கிறதெனக் கண்டார். ஆகவே வியாபாரம் சராசரி 90 சதவீதம் அதிகமாயிருக்கிறதென முடிவு கட்டினார் இது சரியா? இல்லையேல் சரியான முடிவுக்கு வர அவருக்கு நீவிர் என்ன அறிவுரை கூறுவீர்?

(பி. ஏ. ஏப்ரல், 1972)

5) புள்ளியியல் ஆய்வில் 'சராசரியை' அறிவதன் காரணமென்ன?

குறிப்பிட்ட சில சூழல்களில் 'முகட்டளவு' ஒரு நம்பகமான சராசரி என்பதை எடுத்துக் காட்டுகளுடன் விளக்குக.

பின்வரும் பட்டியலில் ஒருவகைச் செடிகளின் உயரங்கள் கொடுக்கப்பட்டிருக்கின்றன கூட்டுச் சராசரி, இடைநிலையளவு, முகட்டளவு மூன்றினையும் காண்க.

உயர வீச்சம் (செ.மீ)	30—39	40—49	50—59	60—69	70—79	80—89	90—99
நிகழ் வெண்	15	46	75	53	40	18	3

(பி.ஏ. செப், 1972)

6. கூட்டுச்சராசரி, இடைநிலை, முகடு இவைகளின் சிறப்புகளையும் குறைபாடுகளையும் விளக்குக. கால்மான விளக்கம் என்றால் என்ன? அடியில் கொடுத்திருக்கும் நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணையின் இடைநிலை, முகடு, கால்மான விலக்கம் இவைகளைக் கணக்கிடுக.

மதிப் பெண்	4-க்குக் கீழ்	4—5	5—6	6—7	7—8	8—9	9-10	10-க்கு மேல்
நிகழ் வெண்	3	8	28	59	66	27	6	3

(பி.ஏ., செப்டம்பர், 1973.)

7. அ) புள்ளியியலில் பயன்படும் வெவ்வேறு சராசரிகளைப் பற்றிக் கட்டுரை வரைக.

ஆ) கூட்டுச்சராசரி, இடைநிலை, முகடு என்ற மூன்று சராசரிகளில் எதைப் பின்வருவனவற்றிற்கு முதல் தரமாகக் கொள்வாய்? ஏன்?

1) தேர்வில் மாணவர்களுக்குக் கிடைத்த மதிப்பெண்கள்.

2) பந்து அடிப்பவர் எடுத்த ஓட்டங்கள்

3) ஒரு நிறுவனம் தயாரித்த தொப்பிகள்.

(பி.ஏ., ஏப்ரல், 1974)

8) அ) சாதாரண கூட்டுச் சராசரிக்கும் நிறையிட்ட கூட்டுச் சராசரிக்கும் உள்ள வேறுபாடுகளை விளக்குக. எந்தந்த சூழ்நிலையில் எவை எவை பயன்படுத்த வேண்டும் என்பதைக் கூறுக.

ஆ) 1000 ஊழியர் உள்ள நிறுவனத்தில் கூட்டுச்சராசரி சம்பளம் ரூ 180 40. சம்பளம் கொடுத்தபின் இரண்டு ஊழியரின் சம்பளம் ரூ 297, 165. என்று தவறாகப் பதிந்தது தெரிய வந்தது. இவர்களின் சரியான சம்பளம் ரூ197, 185 எனில் சரியான கூட்டுச் சராசரியைக் கணக்கிடுக.

(பி.ஏ., செப்டம்பர் 1974)

9) அ) கூட்டுச்சராசரி, இடைநிலை, முகடு, இவைகளை ஒப்பிடுக. இவை மூன்றும் எப்போது ஒன்று சேரும்

ஆ) பின்வரும் அலைவெண் பரவலின் கூட்டுச்சராசரி, முகடு ஆகியவற்றைக் காண்.

பிரிவு இடைவெளி	16–17	17–18	18–19	19–20	20–21	21–22	22–23	23–24
அலைவெண்	3	13	23	31	18	9	2	1

(பி ஏ., ஏப்ரல், 1975)

10 அ) மையப் போக்கின் அளவையாகக் கூட்டுச் சராசரியின் தகுதிகளை ஆராய்க.

ஆ) பின்வரும் அலைவெண் பரவலின் இடைநிலை, முகடு இவைகளைக் காண்க.

பிரிவு இடைவெளி	0—5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35—40
அலைவெண்	10	12	17	20	20	18	11	10

(பி.ஏ., செப்டம்பர், 1975)

11) அ) கூட்டுச்சராசரி, இடைநிலை, முகடு இவைகளை ஒப்பிடுக. இவை மூன்றும் எப்போது ஒன்று சேரும்?

ஆ) பின்வரும் அலைவெண் பரவலின் கூட்டுச்சராசரி, முகடு ஆகியவற்றைக் கணக்கிடுக.

பிரிவு இடை வெளி	10–20	20–30	30–40	40–50	50–60	60–70	70–80	80–90
அலை வெண்	5	9	13	21	20	15	8	3

(பி.ஏ , ஏப்ரல் 1976)

12) அ) மையப்போக்கின் பல்வேறு அளவைகளைக் கூறி விளக்குக.

ஆ) பின்வரும் அலைவெண் பரவலின் இடைநிலை, முகடு இவைகளைக் கணக்கிடுக.

பிரிவு இடை வெளி	20 – 25	25 – 30	30 – 35	35 – 40	40 – 45	45 – 50	50 – 55	55 – 60
அலை வெண்	50	70	100	180	150	120	70	60

(பி. ஏ., அக்டோபர், 1976)

13) மேலே தந்துள்ள பரவலிலிருந்து கூட்டுச் சராசரி, இடைநிலை, முகடு ஆகியவற்றைக் கணித்து அப்பரவலின் கோட்டத்தைப் பற்றிக் கூறுக

5க்குக் கீழ்	——	3
10 ,,	——	24
15 ,,	——	92
20 ,,	——	122
25 ,,	——	132
30 ,,	——	138
35 ,,	——	140

(பி. காம். செப்டம்பர், 1973)

14) பெருக்குச் சராசரியையும் இசைவுச் சராசரியையும் கணிக்கவும்.
18 48 96 148 .76 .042 .0079 239 848 42

(பி. காம்., ஏப்ரல், 1974)

15) கீழே தந்துள்ள விபரங்களிலிருந்து கூட்டுச் சராசரி, இடை-நிலை, முகடு ஆகியவற்றைக் கணிக்கவும்.

மதிப்பு	அலைவெண்
10க்குக்கீழ்	4
20 ,,	18
30 ,,	38
40 ,,	89
50 ,,	121
60 ,,	138
70 ,,	144
80 ,,	148

(பி. காம்., செப்டம்பர், 1974)

16) கூட்டுச் சராசரி, இடைநிலை, முகடு ஆகியவற்றைப் பின்வரும் விவரங்களிலிருந்து கணிக்கவும்.

x	f
10—19	148
20—29	368
30—39	499
40—49	648
50—59	386
60—69	211
70—79	172
80—89	89
90—99	66

(பி.காம்., ஏப்ரல், 1975)

17) சிறந்த சராசரிக்குரிய தன்மைகள் யாவை? பல்வேறு சராசரிகளும் எவ்வளவு தூரம் அத்தன்மைகளைப் பெற்றுள்ளன என்று ஆராய்க.

(பி. காம்., செப்டம்பர், 1975)

18) இடைநிலையையும் கால்மானங்களையும் பின்வரும் விபரங்களிலிருந்து கணிக்கவும்.

மையமதிப்பு	அலைவெண்
15	18
25	29
35	46
45	62
55	96
65	56
75	42
85	30
95	16
105	10

(பி.காம், செப்டம்பர், 1975)

19) கீழே தந்துள்ள அலைவெண் பரவலிலிருந்து கூட்டுச் சராசரி, இடைநிலை, முகடு ஆகியவற்றைக் கணிக்கவும்.

மாதவாடகை (ரூபாய்)	வாடகைதரும் குடும்பங்களின் எண்ணிக்கை
20—40	6
40—60	9
60—80	11
80—100	14
100—120	20
120—140	15
140—160	10
160—180	8
180—200	7

(பி.காம், ஏப்ரல், 1976)

20) முகடு, இடைநிலை, கூட்டுச் சராசரி ஆகியவற்றின் இலக்கணம் தருக. கீழே தந்துள்ள விவரங்களிலிருந்து ஒரு தேர்வில் 15 மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்களின் இடைநிலையைக் காண்க.

வரிசை எண்

1 — 33	9 — 68
2 — 32	10 — 49
3 — 55	11 — 40
4 — 47	12 — 17
5 — 21	13 — 44
6 — 50	14 — 48
7 — 27	15 — 62
8 — 12	

(பி.காம்., அக்டோபர், 1976)

21) ஒரு வாகனம் தனது 200 மைல் பிரயாணத்தை, முதல் 100 மைலை மணிக்கு 50 மைல் வேகத்திலும் அடுத்த 100 மைலை மணிக்கு 40 மைல் வேகத்திலும் கடந்தால் அதன் சராசரி வேகம் என்ன?

(பி. காம்., ஏப்ரல், 1977)

22) அடியிற்கண்ட விபரத்திற்கு, கூட்டுச் சராசரி, இடைநிலை, முகடு ஆகியவற்றைக் கணிக்கவும்.

சம்பளம் ரூ.	30—35	35—40	40—45	45—50	50—55	55—60	60—65	65—70
வேலையாட்களின் எண்ணிக்கை	12	18	22	27	17	23	19	8

(பி. காம்., ஏப்ரல், 1977)

23) புள்ளியியல் சராசரி என்றால் என்ன? நல்லதொரு சராசரிக்குரிய இயல்புகள் யாவை? கூட்டுச் சராசரி சாதாரணமாக ஏன் பயன்படுத்தப்படுகின்றது?

(பி.காம். ஏப்ரல், 1978)

24) கீழ்க்காணும் புள்ளிவிவரத்திற்கு இரண்டு ஓகைவ் வரைந்து, வரை படத்திலிருந்து இடைநிலையைக் காண்க.

மதிப்பெண்கள்	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை
0 — 20	30
20 — 40	50
40 — 60	80
60 — 80	40

(பி.காம்., ஏப்ரல், 1978)

25) பின்வருவனவற்றில் கூட்டுச் சராசரி, இடைநிலை, முகடு ஆகிய வற்றைக் கணக்கிடுக. விடைகளை விமரிசிக்கவும்.

பெற்ற மதிப்பெண்கள்	வகுப்பு-x	வகுப்பு-y
10 — 20	2	10
20 — 30	20	12
30 — 40	40	30
40 — 50	16	20
50 — 60	12	10
60 — 70	6	8
70 — 80	2	4
80 — 90	0	4

(பி. காம்., அக்டோபர், 1978)

2 சிதறல் அளவைகள்

(Measures of Dispersion)

[தேவையும் பொருளும் — சிதறலை அளப்பதன் நோக்கங்கள் — வீச்சு — கால்மான விலக்கம் — சராசரி விலக்கம் — திட்ட விலக்கம் — மாறுபாட்டுக்கெழு — லாரென்ஸின் வளைகோடு — சிதறல் அளவைகளின் நிறைகளும், குறைகளும்]

தேவையும் பொருளும் :

சராசரிகள், கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவலின் மையநிலைப் போக்கைத் தெரிவிக்கின்றனவே தவிர, பரவலின் எல்லாத் தன்மைகளையும் தெரிந்து கொள்ள உதவுவதில்லை. எனவே, ஒரு பரவலின் சராசரி அளவைப் பயன்படுத்தி அப்பரவலின் தன்மைகளைப் பற்றித் திட்டவட்டமாக எதுவும் கூறமுடியாது. மேலும், இரு பரவல்களின் சராசரி அளவுகள் மட்டும் கொடுக்கப்பெற்றிருக்கும் பொழுது, அவ்விரு பரவல்களையும் ஒப்பிட்டு எந்த முடிவையும் பெறமுடியாது. ஏனெனில், இரு பரவல்களின் சராசரிகள் ஒரே அளவாக இருந்தபோதிலும் அமைப்பில் இரு பரவல்களும் வேறுபட்டிருக்கலாம். எனவே, இரு பரவல்களையும் மேலும் ஆய்ந்து, இவற்றிற்கிடையே உள்ள வேறுபாடுகளைக் கண்டறிந்து, இவ்வேறுபாடுகட்கான காரணங்களை விளக்குவது இன்றியமையாததாகும்.

கீழே உள்ள அட்டவணையில் A, B, C, என்ற தலைப்புக்களில் மூன்று வகையான புள்ளி விவரங்கள் தந்துள்ளோம்.

	A	B	C
	40	36	1
	40	37	9
	40	38	20
	40	39	30
	40	40	40
	40	41	50
	40	42	60
	40	43	70
	40	44	80
மொத்தம்	360	360	360
கூட்டுச் சராசரி	40	40	40

A வரிசையிலுள்ள எண்களின் கூட்டுச் சராசரி 40 ஆகும். இவ்வரிசையிலுள்ள ஒவ்வொரு இனத்தின் மதிப்பும் கூட்டுச் சராசரியின் மதிப்பாகிய 40 – க்குச் சமமாக உள்ளது. எந்த ஒரு இனத்தின் மதிப்பும் கூட்டுச்சராசரியின் மதிப்பிலிருந்து சிறிதளவும் விலகியிருக்கவில்லை.

B வரிசையிலுள்ள எண்களின் கூட்டுச் சராசரியும் 40 ஆகும். ஆனால் ஒவ்வொரு இனத்தின் மதிப்பும் கூட்டுச் சராசரியின் மதிப்பிலிருந்து வேறுபட்டதாகவுள்ளது. என்றாலும், ஒவ்வொரு இனத்தின் மதிப்பிற்கும் கூட்டுச் சராசரியின் மதிப்பிற்கும் அதிக வித்தியாசமில்லை. B வரிசையிலுள்ள எண்களில் குறைந்த மதிப்புடையது 36 ஆகும்; அதிக மதிப்புடையது 44 ஆகும். எனவே, கூட்டுச் சர்ராசரியின் மதிப்பாகிய 40 - இலிருந்து தனிப்பட்ட இனங்களின் மதிப்புக்கள் சிறிதளவே விலகியிருக்கின்றன.

C வரிசையிலுள்ள எண்களின் கூட்டுச் சராசரியும் 40 ஆகும். ஆனால் B வரிசையோடு ஒப்பு நோக்கும்பொழுது C வரிசையிலுள்ள ஒவ்வொரு இனத்தின் மதிப்பும் கூட்டுச் சராசரியின் மதிப்பிலிருந்து

அதிக அளவு வேறுபட்டுள்ளது C வரிசையிலுள்ள குறைந்த மதிப்-பைப்போல் 40 மடங்காகவும், அதிகமதிப்பில் பாதி மதிப்புடையதாகவும் கூட்டுச் சராசரியின் மதிப்பு உள்ளது. இவ்வாறு C வரிசையில் தனிப்பட்ட இனங்களின் மதிப்புக்கள் கூட்டுச் சராசரியின் மதிப்பிலிருந்து பெருமளவில் விலகியிருக்கின்றன.

மேலே கூறிய எடுத்துக்காட்டிலிருந்து சில பரவல்களின் கூட்டுச் சராசரிகள் ஒரே அளவாக இருந்தபோதிலும், இப்பரவல்களின் அமைப்பு மிகவும் வேறுபட்டதாக இருக்கலாம் என்பது தெரியவருகிறது. எனவே, ஒரு பரவலை மற்றொரு பரவலோடு ஒப்பிட்டு நோக்கும்பொழுது ஒவ்வொரு பரவலிலும் உள்ள தனிப்பட்ட இனங்களின் மதிப்புக்கள் சராசரியின் மதிப்பிலிருந்து எவ்வளவு தூரம் சிதறியிருக்கின்றன என்பது பற்றியும் அறிந்து வைத்திருப்பது சரியான முடிவுகளை நாம் பெறுவதற்கு உதவியாக இருக்கும்.

ஒரு பரவலிலுள்ள தனிப்பட்ட இனங்களின் மதிப்புக்கள் அவற்றின் சராசரி மதிப்பிலிருந்து சிதறியோ விலகியோ இருப்பதையே 'சிதறல்' அல்லது 'விலக்கம்' (dispersion or variation or spread) என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

'சிதறல்' (dispersion) என்ற சொல்லைப் புள்ளியியலில் இரண்டு பொருட்களில் பயன்படுத்துகிறோம்.

(i) *சிதறலின் பொதுப்படையான பொருள்* :

கொடுக்கப்பட்ட பரவலில் உள்ள இனங்களின் மதிப்புக்கள் வெவ்வேறாக இருப்பதைச் சிதறல் வெளிப்படுத்துகிறது அதாவது, கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்கள் வேறுபட்ட மதிப்புக்களைப் பெற்றிருப்பதைச் சிதறல் புலப்படுத்துகிறது. இனங்களுக்கிடையிலுள்ள வித்தியாசங்கள் அதிகமாக இருந்தால் சிதறல் அதிகமாக இருப்பதாகவும், இனங்களுக்கிடையிலுள்ள வித்தியாசங்கள் குறைவாக இருந்தால் சிதறல் குறைவாக இருப்பதாகவும் கூறுகிறோம். இதுவே சிதறலின் பொதுப்படையான பொருளாகும். எடுத்துக் காட்டாக, ஒரு பரவலிலுள்ள மதிப்புக்கள் 100 மற்றும் 150 ஆகிய இரண்டு எண்களுக்கிடையில் உள்ளதாகக் கொள்வோம். மற்றொரு பரவலிலுள்ள மதிப்புக்கள் 100 மற்றும் 1000 ஆகிய இரண்டு எண்களுக்கிடையில் உள்ளதாகக் கொள்வோம். முதல் பரவலின் சிதறல் இரண்டாவது பரவலின் சிதறலைவிடக் குறைவாகும்.

(ii) சிதறலின் திட்டவட்டமான பொருள்:

கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களின் மைய நிலைப்போக்கு அளவிற்கும் இந்த இனங்களின் மதிப்புக்களுக்கும் உள்ள வேறுபாடுகளை உணர்த்தும் அளவுகோலாகச் சிதறலைக் கொள்கிறோம். ஒவ்வொரு இனத்தின் மதிப்பிற்கும் மைய நிலைப் போக்கு அளவிற்கும் உள்ள வேறுபாட்டை 'விலக்கம்' (deviation) என்று கூறுகிறோம் மைய நிலைப் போக்கு அளவிலிருந்து கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு இனத்தின் மதிப்பும் எவ்வளவு விலகியுள்ளது என்று கண்டுபிடித்து இவ்விலக்கங்களின் சராசரியைக் கணக்கிடுறோம். இந்த விலக்கங்களின் சராசரியையே நாம் சிதறல் அளவை' (measure of dispersion) என்று கூறுகிறோம்.

கூட்டுச் சராசரி, இடைநிலை, முகடு, பெருக்குச் சராசரி மற்றும் இசைவுச் சராசரி ஆகியவற்றை முதல்நிலை சராசரிகள் (averages of the first order) என்று கூறுகிறோம். முதல்நிலை சராசரியிலிருந்து கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களின் விலக்கங்களைக் கணித்து அவ்விலக்கங்களின் சராசரியைச் சிதறல் அளவையாகக் கொள்வதால், சிதறல் அளவைகளை இரண்டாம் நிலைச் சராசரிகள் (averages of the second order) என்று அழைக்கிறோம்.

சிதறலை அளப்பதன் முக்கிய நோக்கங்கள்;

கொடுத்துள்ள இனங்களின் சிதறல் இரு முக்கிய நோக்கங்களுக்காக அளவிடப் பெறுகிறது. 1) ஒரு மாதிரியிலிருந்து கணிக்கப்பெற்ற சராசரி மதிப்பானது முழுமைத்தொகுதியின் சராசரி மதிப்பிற்குச் சிறந்த மதிப்பீடாக அமையுமா இல்லையா என்பதைக் கண்டறியப் பயன்படுகிறது. 2) மாறியின் மதிப்புக்களுகிடையேயுள்ள வேறுபாட்டின் அளவையறிந்து அவ்வேறுபாட்டின் அளவைக் குறைப்பதற்குரிய நடவடிக்கையை மேற்கொள்ளுவதற்குச் சிதறல் அளவை பயன்படுகிறது.

ஒரு பெரிய நகரத்தில் வாழும் மக்களின் வாழ்க்கைச் செலவை நாம் அளவிட விரும்புதாகக் கொள்வோம். இதனை அளவிடுவதற்கு, முதலாவதாக அந்நகரத்திலுள்ள பெரும்பாலானமக்கள் பொதுவாகப் பயன்படுத்தும் பொருட்களின் சராசரி விலைகளைப் பெறவேண்டும். நாம் கணக்கில் கொண்டுள்ள நகரம் பெரிய நகரமாகையால், ஒவ்வொரு பொருளையும் விற்பனை செய்யும் கடைகளின் எண்ணிக்கை மிக அதிமாக இருக்கும். இதனால் ஒவ்வொரு பொருளின் விலை

யையும் அதனை விற்பனை செய்யும் எல்லாக் கடைகளிலிருந்தும் பெற்று, சராசரி விலையைக் கணிப்பது மிகவும் கடினமான செயலாக இருக்கும். எனவே, நாம் ஒவ்வொரு பொருளையும் விற்பனை செய்யும் கடைகளின் பிரதிநிதியாக 5 கடைகளைத் தேர்ந்தெடுத்து, ஒவ்வொரு பொருளின் சராசரி விலையைக் கணிப்பதாகக் கொள்வோம். முதலில் மண்ணெண்ணெய் என்ற பொருளை எடுத்துக் கொள்வோம். ஐந்து கடைகளிலிருந்து பெற்ற ஒரு லிட்டர் மண்ணெண்ணெயின் விலை ரூ 1.50லிருந்து ரூ1.60 வரை மாறுபடுவதாகக் கொள்வோம். இந்த ஐந்து விலைகளின் சராசரி ரூ.1.56 என்றும் கொள்வோம். இச் சராசரி விலை ரூ. 1.56 ஆனது ஐந்து கடைகளிலும் நிலவும் விதைகளின் அதிகபட்ச விலையாகிய ரூ 1.60 லிருந்து, 4பைசா அளவே வேறுபடுகிறது. குறைந்த பட்ச விலையாகிய ரூ1-50 லிருந்து 6பைசா அளவே வேறுபடுகிறது.அதாவது மண்ணெண்ணெயின் சராசரி விலையானது ஒவ்வொரு தனிப்பட்ட கடையின் விலையிலிருந்து சில பைசாக்கள் அளவே வேறுபடுகிறது. இவ்வாறாக சராசரி விலையானது ஐந்து கடைகளில் ஒவ்வொரு தனிப்பட்ட கடையிலும் நிலவும் விலையை அதிகப் பிழையின்றிப் பிரதிபலிக்கும் வண்ணம் அமைந்துள்ளது. எனவே, நாம் மாதிரியாகத் தேர்ந்தெடுத்த ஐந்து கடைகளின் சராசரி மண்ணெண்ணெயின் விலையையே அந்நகரத்திலுள்ள எல்லாக் கடைகளின் சராசரி விலையாகக் கொள்ளலாம்.

மாறாக, குழந்தைக்கான ஒருவகை ஆடையின் விலையை ஐந்து கடைகளிலிருந்து பெற்றதில், அவ்விலைகள் ரூ, 10 லிருந்து ரூ. 30 வரை வேறுபடும் வண்ணம் அமைந்துள்ளதாகக் கொள்வோம். மேலும் இந்த ஐந்து கடைகளின் சராசரி விலை ரூ 18 என்றும் கொள்வோம். இங்கு ஆடையின் சராசரி விலைக்கும் அதிகபட்ச விலையாகிய ரூ 30க்கும் உள்ள வேறுபாடு ரூ. 12 ஆகும். சராசரி விலைக்கும் குறைந்தபட்ச வினலயாகிய ரூ 10 க்கும் உள்ள வேறுபாடு ரூ. 8 ஆகும். இவ்வாறு, சராசரி விலையானது, ஒவ்வொரு கடையின் விலையிலிருந்து பல ரூபாய்க் கணக்கில் அதிக அளவு வேறுபடுகிறது இதிலிருந்து நாம் அறிவது யாதெனில், நாம் தேர்ந்தெடுத்த மாதிரிக்கடைகளின் சராசரி விலையானது ஒவ்வொரு தனிப் பட்ட கடையின் விலையைப் பிரதிபலிக்கும் வண்ணம் அமைய வில்லை என்பதாகும். எனவே, இந்த மாதிரியிலிருந்து கணிக்கப் பெற்ற சராசரி விலையை அந்நகரத்தில் நிலவும் சராசரி விலையின் சிறந்த மதிப்பீடாகக் கொள்ள முடியாது.

மாதிரியிலிருந்து பெற்ற சராசரியை முழுமைத் தொகுதியினுடைய சராசரியின் சிறந்த மதிப்பீடாகக் கொள்ளலாமா கூடாதா என்பதை மாதிரி இனங்கள் சராசரியிலிருந்து எவ்வளவு தூரம் விலகி அமைந்துள்ளன என்பது பற்றி நாம் அறிந்திருந்தாலேயே நிருணயிக்க முடிகிறது. இவ்வாறாக, பெரும்பாலான சந்தர்ப்பங்களில், விவரங்களைச் சுருக்கித் தரும் பொருட்டுச் சராசரி மதிப்பைத் தந்தால், சிதறல் அளவையையும் தரவேண்டியது அவசியமாகிறது.

சிதறல் அளவு குறைவாக இருந்தால்,

(i) சராசரி மதிப்பானது தனிப்பட்ட இனங்களின் மதிப்புக்களை மிகவும் நெருக்கமாகப் பிரதிபலிக்கும் வண்ணம் அமைந்துள்ளது என்பது பொருளாகும்.

(ii) மாதிரியிலிருந்து பெற்ற சராசரி மதிப்பை முழுமைத் தொகுதியினுடைய சராசரி மதிப்பிற்குச் சிறந்த மதிப்பீடாகக் கொள்ளலாம் என்பது பொருளாகும்.

மாறாக, சிதறல் அளவு அதிகமாக இருந்தால்,

(i) சராசரி மதிப்பானது தனிப்பட்ட மதிப்புக்களைப் பிரதிபலிக்கும் வண்ணம் அமையவில்லை என்பது பொருளாகும் (ii) மிகவும் அதிக எண்ணிக்கையுள்ள இனங்களை மாதிரியாகத் தேர்ந்தெடுத்திருந்தாலொழிய, மாதிரியிலிருந்து பெற்ற சராசரி மதிப்பை முழுமைத் தொகுதியினுடைய சராசரி மதிப்பிற்குச் சிறந்த மதிப்பீடாகக் கொள்ள முடியாது.

கொடுத்துள்ள மாறியின் மதிப்பில் ஏற்படும் மாற்றங்களைக் கட்டுப்படுத்தும் பொருட்டு, அம்மாற்றங்களின் தன்மையையும் காரணிகளையும் அறிந்து கொள்வதற்காகச் சிதறல் அளவையைப் பயன்படுத்தலாம். இதுவே சிதறலை அளப்பதன் இரண்டாவது முக்கிய குறிக்கோளாகும். உடல் வெப்ப அளவில் ஏற்படும் வேறுபாடுகள், நாடித்துடிப்பில் ஏற்படும் வேறுபாடுகள், இரத்த அழுத்தத்தில் ஏற்படும் வேறுபாடுகள் ஆகியவை மருத்துவர் ஒருவர் தன்னுடைய நோயாளியின் உடல் நோய் பற்றி ஆய்ந்து முடிவிற்கு வருவதற்கு அடிப்படை வழிகாட்டிகளாக அமைந்துள்ளன. மருத்துவர் நோயாளிக்குச் செய்யும் வைத்தியம் இவ்வேறுபாடுகளைக்

கட்டுப்படுத்துவதையே குறிக்கோளாகப் பெற்றிருக்கும். ஒரு தொழிற்சாலை சிறந்த முறையில் நடைபெறுவதற்கு அத்தொழிற் சாலையில் உற்பத்தியாகும் பொருட்களின் அலகுகள் ஒன்றுக்கொன்று அதிகம் வேறுபடாத வகையில் தரக்கட்டுப்பாடு செய்தல் அவசியம். உற்பத்தி செய்த பொருட்களின் அலகுகள் ஒன்றுக்கொன்று எவ்வளவு தூரம் வேறுபடுகின்றன, அவ்வேறுபாடுகளுக்கான காரணங்கள் யாவை என்பனவற்றைப் பொருட்களை மேலோட்டமாகப் பார்ப்பதன் மூலமாகவும், தரக்கட்டுப்பாட்டுத் திட்டங்களின் உதவியாலும் அறியலாம்.

சில முக்கிய சிதறல் அளவைகள் வருமாறு:

(1) வீச்சு (Range)

(2) கால்மான விலக்கம் (Quartile deviation)

(3) சராசரி விலக்கம் (Mean deviation)

(4) திட்ட விலக்கம் (Standard deviation)

(5) லாரென்ஸின் வளைகோடு (Lorenz curve)

முதல் நான்கு அளவைகள் கணிதத்துவ முறைப்படிச் சிதறலை அளக்க உதவும் அளவைகளாகும். இறுதியாகத்தந்துள்ள முறை வரைபடமுறையாகும்.

ஒவ்வொரு சிதறல் அளவையையும் இரு முறைகளில் தரலாம். சிதறலின் முழுமையான அளவைத் தருவது ஒரு முறையாகும். சிதறலின் ஒப்பீட்டு அளவைத் தருவது மற்றொரு முறையாகும். இப்பொழுது ஒவ்வொரு சிதறல் அளவையையும் இரு முறைகளிலும் எவ்வாறு தருவது என்பது பற்றிக் காண்போம்.

1

வீச்சு

(Range)

சிதறல் அளவைகளில் மிகவும் எளிமையானது 'வீச்சு' ஆகும் கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவலில் உள்ள மிகப்பெரிய இனத்தின் மதிப்பிற்கும் மிகச்சிறிய இனத்தின் மதிப்பிற்கும் உள்ள வேறுபாடே 'வீச்சு' எனப்படும்

9 மாணவர்களின் எடைகள் (பௌண்டுகளில்) கீழே தரப்பட்டுள்ளன. அவற்றின் வீச்சைக் கணிக்கும் முறை கீழே தரப்பட்டுள்ளது

80, 100, 85, 90, 110, 120, 150, 135, 140.

அதிகமாக உள்ள எடை = 150 பௌ.

குறைவாக உள்ள எடை = 80 பௌ

வீச்சு = (பெரிய இனத்தின் மதிப்பு—சிறிய இனத்தின் மதிப்பு)

= (150—80) பௌ.

= 70 பௌ.

மேலே உள்ளபடி கணிக்கப்படும் வீச்சானது முழுமையான அளவையாகும் (absolute measure). முழுமையான அளவானது எப்பொழுதும் பரவல் எந்த அலகில் கொடுக்கப்பட்டிருக்கிறதோ அதே அலகில் கொடுக்கப்பெறும். மேலே உள்ள எடுத்துக்காட்டில், கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவலின் இனங்கள் பௌண்டுகளில் தரப்பெற்றிருப்பதால், வீச்சும் பௌண்டுகளில் தரப்பெற்றுள்ளது.

எனவே, மேலே கூறிய முழுமையான அளவையாகிய வீச்சைப் பயன்படுத்தி வெவ்வேறு அலகுகளில் தரப்பெற்றிருக்கும் இரண்டு பரவல்களின் சிதறல்களை ஒப்பிட முடியாது.

எடுத்துக்காட்டாக, சில மாணவர்களின் நிறை அளவுகளும், உயர அளவுகளும் இரு பரவல்களாகக் கொடுக்கப்பட்டிருப்பதாகக் கொள்வோம் இவ்விரு பரவல்களின் சிதறல்களையும் முழுமையான அளவையாகிய வீச்சைப் பயன்படுத்தி ஒப்பிட முடியாது. ஏனெனில், முதல் பரவல் பௌண்டுகளில் இருக்கும், இரண்டாவது பரவல் அங்குலங்களில் இருக்கும். பௌண்டையும் அங்குலத்தையும் ஒப்பிடுவது அர்த்தமற்றது.

எனவே, பரவல்களின் சிதறல்களை ஒப்பிடுவதற்குத் தராதர அளவையொன்று (relative measure) கணிக்கப்படுகிறது.

தராதர அளவையானது எந்த அலகினாலும் குறிக்கப்பெறுவதில்லை தராதர அளவை வெறும் எண்ணே ஆகும்.

வீச்சின் தராதர அளவையை ''வீச்சின் கெழு'' Coefficient of range) என்கிறோம். இதற்குச் 'சிதறலின் விகிதம்' (ratio of dispersion) என்ற மற்றொரு பெயரும் உண்டு

வீச்சின் கெழு கீழக்கண்டவாறு தரப்பெறுகிறது

$$\text{வீச்சின் கெழு} = \frac{\text{பெரிய இனத்தின் மதிப்பு} - \text{சிறிய இனத்தின் மதிப்பு}}{\text{பெரிய இனத்தின் மதிப்பு} + \text{சிறிய இனத்தின் மதிப்பு}}$$

பெரிய இனத்தின் மதிப்பை L என்றும், சிறிய இனத்தின் மதிப்பை S என்று குறிக்கிறோம்.

$$\therefore \text{வீச்சின் கெழு} = \frac{L-S}{L+S}$$

முன்பு நாம் தந்துள்ள எடுத்துக்காட்டில்,

$L = 150 \quad S = 80$

$$\therefore \text{வீச்சின் கெழு} = \frac{L-S}{L+S} = \frac{150-80}{150+80} = \frac{70}{230}$$

$$= \frac{7}{23} = \cdot 304$$

எடுத்துக்காட்டு : 1

கீழ்க்கண்ட 5 பேர்களுடைய சம்பளங்களிலிருந்து வீச்சையும் வீச்சின் கெழுவையும் கண்டுபிடி.

20, 30, 80, 100, 90

சிறிய இனத்தின் மதிப்பு = S = 20

பெரிய இனத்தின் மதிப்பு = L = 100

∴ வீச்சு = L—S = 100—20 = 80 ரூபாய்.

$$\therefore \text{வீச்சின் கெழு} = \frac{L-S}{L+S} = \frac{100-20}{100+20} = \frac{80}{120}$$

$$= \frac{2}{3} = .67$$

எடுத்துக்காட்டு: - 2

கீழ்க்கண்டவைகளுக்கு வீச்சையும் கெழுவையும் கண்டுபிடி.

மதிப்பெண்	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை
10—20	3
20—30	4
30—40	5

இங்கு L = 40, S = 10

∴ வீச்சு = L—S = 40 – 10 = 30 மார்க்குகள்

$$\text{வீச்சின் கெழு} = \frac{L-S}{L+S} = \frac{40-10}{40+10} = \frac{30}{50} = \frac{3}{5} = 6$$

2

கால்மான விலக்கம்

(Quartile Deviation)

கீழ்க் கால்மானத்தையும் மேல்க் கால்மானத்தையும் பயன்படுத்திச் சிதறல் அளவையொன்று கீழே தந்துள்ளோம். இச்சிதறல் அளவையைக் 'கால்மான விலக்கம்' அல்லது 'இடைக் கால்மான வீச்சு' (Quartile deviation or Semi-interquartile range) என்று அழைக்கிறோம். கால்மான விலக்கத்தைக் கீழ்க்கண்ட சூத்திரம் மூலம் கணிக்கிறோம்.

$$Q.D. = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

Q D. என்பது கால்மான விலக்கம் ஆகும்.

Q_3 என்பது மேல்க் கால்மானம்.

Q_1 என்பது கீழ்க் கால்மானம்.

மேலே நாம் தந்துள்ள கால்மான விலக்கம் ஒரு முழுமையான அளவையாகும். எனவே, இருவேறு அலகுகளில் தரப்பட்டுள்ள இரு பரவல்களின் சிதறல்களைக் கால்மான விலக்கத்தைப் பயன்படுத்தி ஒப்பிட முடியாது. ஆகையால், இரு பரவல்களின் சிதறல்களை ஒப்பிடுவதற்குப் பயன்படும் வண்ணம் தராதர அளவை (Relative measure) யொன்று கீழே தந்துள்ளோம். இத் தராதர அளவையைக் 'கால்மான விலக்கத்தின் கெழு' (Coefficient of quartile deviation or quartile coefficient of dispersion) என்று அழைக்கிறோம்.

$$\text{கால்மான விலக்கத்தின் கெழு} = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

கால்மான விலக்கம், கால்மான விலக்கத்தின் கெழு ஆகிய இரண்டையுமே கணிப்பதற்கு கீழ்க்கால்மானம் (Q_1) மேல்க் கால்மானம் (Q_3) ஆகிய இரண்டையும் முதலாவதாகக் கணிக்கவேண்டும். பின்பு Q_1,Q_3 ஆகியவற்றின் மதிப்புக்களை மேலே நாம் தந்துள்ள சூத்திரங்களில் இடுவதன்மூலம் கால்மான விலக்கம், கால்மான விலக்கத்தின் கெழு ஆகியவற்றின் மதிப்புக்களைப் பெறலாம்.

மாதிரிக் கணக்கு : 3

கீழே தந்துள்ள எண்களின் கால்மான விலக்கத்தையும் கால்மான விலக்கத்தின் கெழுவையும் கணிக்கவும்.

31, 37, 43, 48, 57, 60

n = இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை.

= 6

Q_1 = இனம் $\left\{ \frac{n+1}{4} \right\}$ — இன் மதிப்பு

= இனம் $\left\{ \frac{6+1}{4} \right\}$ — இன் மதிப்பு

= இனம் $\left\{ \frac{7}{4} \right\}$ — இன் மதிப்பு

= இனம் 1.75 இன் மதிப்பு

இனம் 1.75 இன் மதிப்பு = (இனம் 1-இன் மதிப்பு) + $\frac{3}{4}$ (இனம் 2 - இன் மதிப்பு — இனம் 1-ன் மதிப்பு)

= $31 + \frac{3}{4}(37 - 31)$

= $31 + (\frac{3}{4} \times 6)$

= $31 + \frac{9}{2}$

= 31 + 4.5

= 35.5

∴ Q_1 = 35.5

$$Q_3 = \text{இனம்} \frac{3(n+1)}{4} \text{ — இன் மதிப்பு}$$

$$= \text{இனம்} \frac{3(6+1)}{4} \text{ — இன் மதிப்பு}$$

$$= \text{இனம்} \left\{ \frac{3 \times 7}{4} \right\} \text{ — இன் மதிப்பு}$$

$$= \text{இனம்} \frac{21}{4} \text{ — இன் மதிப்பு}$$

$$= \text{இனம்} \ 5.25 \text{ — இன் மதிப்பு}$$

இனம் 5.25-இன் மதிப்பு = (இனம் 5- இன் மதிப்பு) +
$\frac{1}{4}$ (இனம் 6 -இன் மதிப்பு — இனம் 5-இன் மதிப்பு)

$$= 57 + \tfrac{1}{4}(60 - 57)$$
$$= 57 + (\tfrac{1}{4} \times 3)$$
$$= 57 + \tfrac{3}{4}$$
$$= 57.75$$

$\therefore Q_3 = 57.75$

$$Q.D. = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

$$= \frac{57.75 - 35.5}{2}$$

$$= \frac{22.25}{2}$$

$$= 11.125$$

கால்மான விலக்கம் = 11.125

$$\text{கால்மான விலக்கத்தின் கெழு} = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

$$= \frac{57.75 - 35.5}{57.75 + 35.5}$$

$$= \frac{22\ 25}{93.25}$$

$$= .2386$$

விடை : கால்மான விலக்கம் = 11.125

கால்மான விலக்கத்தின் கெழு = .2386

மாதிரிக் கணக்கு : 4 கீழே தந்துள்ள இனங்களின் கால்மான விலக்கத்தையும் கால்மான விலக்கத்தின் கெழுவையும் கணிக்கவும்.

160, 158, 170, 142, 175.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களை ஏறுவரிசையில் கீழே எழுதியுள்ளோம்.

142, 158, 160, 170, 175

n = இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை.

= 5

Q_1 = இனம் $\left\{\frac{n+1}{4}\right\}$ — இன் மதிப்பு

= இனம் $\left\{\frac{5+1}{4}\right\}$ — இன் மதிப்பு

= இனம் $\left\{\frac{6}{4}\right\}$ — இன் மதிப்பு

= இனம் 1.5 - இன் மதிப்பு

இனம் 1.5 - இன் மதிப்பு = (இனம் 1 - இன் மதிப்பு) + ½ (இனம் 2 - இன் மதிப்பு—இனம் 1 - இன் மதிப்பு)

= 142 + ½ (158 — 142)

= 142 + (½ × 16)

= 142 + 8

= 150

∴ Q_1 = 150.

Q_3 = இனம் $\frac{3(n+1)}{4}$ — இன் மதிப்பு

$= \text{இனம்} \ \frac{3(5+1)}{4} - \text{இன் மதிப்பு}$

$= \text{இனம்} \ \frac{3 \times 6}{4} - \text{இன் மதிப்பு}$

$= \text{இனம்} \ \frac{9}{2} - \text{இன்மதிப்பு}$

$= \text{இனம்} \ 4,5 \ \text{இன் மதிப்பு}$

இனம் 4.5 இன் மதிப்பு = (இனம் 4 – இன் மதிப்பு) + ½ (இனம் 5 இன் மதிப்பு — இனம் 4 -இன் மதிப்பு)

$= 170 + \frac{1}{2}(175 - 170)$

$= 170 + (\frac{1}{2} \times 5)$

$= 170 + 2.5$

$= 172.5$

$\therefore \ Q_3 = 172.5$

$\text{கால்மான விலக்கம்} = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$

$= \frac{172.5 - 150}{2}$

$= \frac{22.5}{2}$

$= 11.25$

$\text{கால்மான விலக்கத்தின் கெழு} = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$

$= \frac{172.4 - 150}{172.5 + 150}$

$= \frac{22.5}{322.5}$

$= .06976$

விடை :

கால்மான விலக்கம் = 11.25

கால்மான விலக்கத்தின் கெழு = .06976

மாதிரிக்கணக்கு : 5

சில மாணவர்கள் உயரங்களின் அலைவெண்பரவல் கீழேதரப்-பட்டுள்ளது

(i) முதல் மற்றும் மூன்றாவது கால்மானங்கள்

(ii) கால்மான விலக்கம்

(iii) கால்மானவிலக்கத்தின் கெழு ஆகியவற்றைக் கணிக்கவும்.

உயரம் (அங்குலங்களில்)	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை
58	15
59	20
60	32
61	35
62	33
63	22
64	20

குவிவு அலைவெண்களைக் கணித்துக் கீழே அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்.

உயரம் (அங்குலங்களில்)	அலைவெண் (மாணவர்களின் எண்ணிக்கை)	குவிவு அலைவெண்
58	15	15
59	20	35
60	32	67
61	35	102
62	33	135
63	22	157
64	20	177
மொத்தம்	177	

N = அலைவெண்களின் மொத்தம்

= 177

$$\frac{N+1}{4} = \frac{177+1}{4} = \frac{178}{4} = 44.5$$

$$Q_1 = \frac{N+1}{4}$$ —வது இனத்தின் மதிப்பு

= 44.5 வது இனத்தின் மதிப்பு

மேலே உள்ள குவிவு அலைவெண் பத்தியிலிருந்து, இனம் 35-க்குப் பின்பு இனம் 67 வரையிலுள்ள ஒவ்வொரு இனத்தின் மதிப்பும் 60க்குச் சமமாக உள்ளது.

44.5வது இனம் 35வது இனத்திற்கும் 67வது இனத்திற்கும் இடையிலுள்ள இனமாகும்.

எனவே, 44.5வது இனத்தின் மதிப்பு 60 ஆகும்.

அதாவது, Q_1- இன் மதிப்பு 60 ஆகும்.

$Q_1 = 60.$

கீழ்க்கால்மானம் = 60 அங்குலங்கள்.

$$\frac{3(N+1)}{4} = \frac{3(177+1)}{4} = \frac{3 \times 178}{4}$$

$$= \frac{534}{4} = 133.5$$

$$Q_3 = \frac{3(N+1)}{4}$$ வது இனத்தின் மதிப்பு

= 133.5 வது இனத்தின் மதிப்பு

குவிவு அலைவெண் பத்தியிலிருந்து, இனம் 102க்குப் பின்பு 135 வரை உள்ள ஒவ்வொரு இனத்தின் மதிப்பும் 62 ஆகும் என்றறி கிறோம்.

133.5 வது இனம் 102 வது இனத்திற்கும் 135 வது இனத்திற்கும் இடையிலுள்ள இனமாகும்.

எனவே, 133.5 வது இனத்தின் மதிப்பு 62 ஆகும்.

அதாவது, $Q_3 = 62$

மேல்க்கால்மானம் $= 62$

$$Q.D. = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

$$= \frac{62 - 60}{2} \text{ அங்.}$$

$$= \frac{2}{2} \text{ அங்}$$

$$= 1 \text{ அங்.}$$

கால்மான விலக்கம் $= 1$ அங்.

$$\text{கால்மான விலக்கத்தின் கெழு} = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

$$= \frac{62 - 60}{62 + 60}$$

$$= \frac{2}{122}$$

$$= .01639 *$$

விடை :

முதல் கால்மானம் $= 60$ அங்.

மூன்றாவது கால்மானம் $= 62$ அங்.

கால்மான விலக்கம் $= 1$ அங்

கால்மான விலக்கத்தின் கெழு $= .01639$

* கால்மான விலக்கம் அங்குலங்களில் தரப்பட்டிருப்பதும், கால்மான விலக்கத்தின் கெழு வெறும எண்ணாக இருப்பதும் கவனிக்கத்தக்கது.

மாதிரிக்கணக்கு 6:

சில நபர்களின் நிறைகளுடைய அலைவெண் பரவல் கீழே தரப்பட்டுள்ளது. கால்மான விலக்கத்தையும் கால்மான விலக்கத்தின் கெழுவையும் கணிக்கவும்.

நிறை (பௌண்டுகளில்)	அலைவெண்
80- 90	1
90-100	11
100-110	25
110-120	37
120-130	15
130-140	9
140-150	5

குவிவு அலைவெண்களைக் கணித்துக் கீழே உள்ள அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்.

நிறை (பெண்டுகளில்)	அலைவெண்	குவிவு அலைவெண்
80 — 90	1	1
90 — 100	11	12
100 — 110	25	37
110 — 120	37	74
120 — 130	15	89
130 — 140	9	98
140 — 150	5	103
மொத்தம்	103	

கால்மான விலக்கத்தைக் கண்டுபிடிப்பதற்கு முதலாவதாகக் கீழ்க்கால்மானம் மற்றும் மேல்க்கால்மானம் ஆகியவற்றைக் கணிக்க வேண்டும். கீழ்க்கால்மானத்தைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

N = அலைவெண்களின் மொத்தம்.

= 103

$$\frac{N}{4} = \frac{103}{4}$$

= 25.75

Q_1 = இனம் $\frac{N}{4}$ இன் மதிப்பு

= இனம் (25.75) —இன் மதிப்பு

மேலே தந்துள்ள குவிவு அலைவெண் பத்தியிலிருந்து இனம் 12க்குப் பின்பு இனம் 37 வரையிலுள்ள ஒவ்வொரு இனத்தின் மதிப்பும் '100—110' என்ற இடைவெளியில் உள்ளது என்றறிகிறோம்.

இனம் 25.75 ஆனது இனம் 12க்கும் இனம் 37 -க்குமிடை-யிலுள்ள இனமாகும்.

எனவே இனம் 25.75 - இன் மதிப்பும் '100—110' என்ற இடைவெளியில் உள்ளது.

அதாவது, Q_1 - இன்மதிப்பு '100—110' என்ற இடைவெளியில் உள்ளது.

∴ '100—110' என்ற இடைவெளியே Q_1 பிரிவாகும்.

l = Q_1 பிரிவின் கீழ் எல்லை

= 100

m = Q_1 பிரிவிற்கு முந்திய பிரிவின் குவிவு அலைவெண்

= '90–100' என்ற பிரிவின் குவிவு அலைவெண்

= 12

f = Q_1 பிரிவின் அலைவெண்

= 25

$c = Q_1$ பிரிவின் பிரிவு இடைவெளித்தூரம்

$= 110 - 100$

$= 10$

$$Q_1 = l + \frac{\frac{N}{4} - m}{f} \times c$$

$$= 100 + \frac{25.75 - 12}{25} \times 10 \text{ பௌ.}$$

$$= \left\{ 100 + \frac{13.75}{5} \times 2 \right\} \text{பௌ.}$$

$= (100 + 5.50)$ பௌ.

$= 105.5$ பௌண்டுகள்

மேல்க் கால்மானத்தைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

$$\frac{3N}{4} = \frac{3 \times 103}{4}$$

$$= \frac{309}{4}$$

$= 77.25$

$Q_3 =$ இனம் $\left(\frac{3N}{4}\right)$ — இன் மதிப்பு

= இனம் 77.25 — இன் மதிப்பு

மேலே உள்ள குவிவு அலைவெண் பத்தியிலிருந்து இனம் 74க்குப் பின்பு இனம் 89 வரையிலுள்ள ஒவ்வொரு இனத்தின் மதிப்பும் '120—130' என்ற பிரிவு இடைவெளியில் உள்ளது என்பதை அறிகிறோம்.

இனம் 77.25 ஆனது இனம் 74 -க்கும் இனம் 89க்கும் இடையில் உள்ளது.

எனவே, இனம் 77 25 இன் மதிப்பு '120—130' என்ற இடைவெளியில் உள்ளது.

அதாவது, Q_3-இன் மதிப்பு '120—130' என்ற இடைவெளியில் உள்ளது.

∴ '120—130' என்ற பிரிவே Q_3 பிரிவாகும்.

l = Q_3 பிரிவின் கீழ் எல்லை
= 120

m = Q_3 பிரிவிற்கு முந்திய பிரிவின் குவிவு அலைவெண்
= '110 – 120' என்ற பிரிவின் குவிவு அலைவெண்
= 74

f = Q_3 பிரிவின் அலைவெண்
= 15

c = Q_3 பிரிவின் பிரிவு இடைவெளித் தூரம்
= 130 – 120
= 10

$$Q_3 = l + \frac{\frac{3N}{4} - m}{f} \times c$$

$$= \left\{ 120 + \frac{77.25 - 74}{15} \times 10 \right\} \text{பௌ.}$$

$$= \left\{ 120 + \frac{3.25}{3} \times 2 \right\} \text{பௌ.}$$

$$= \left\{ 120 + \frac{6\ 50}{3} \right\} \text{பௌ.}$$

$= (120 + 2.166)$ பௌ.

$= 122.166$ பௌ.

இப்பொழுது கால்மான விலக்கத்தைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

$$\text{Q.D.} = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

$$= \frac{122.166 - 105.5}{2}$$

$$= \frac{16.666}{2} \text{ பௌ.}$$

கால்மான விலக்கம் = 8.333 பௌ.

கால்மான விலக்கத்தின் கெழுவைக் கீழ்க்கண்டாறு கணிக்-கிறோம்.

$$\text{கால்மான விலக்கத்தின் கெழு} = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

$$= \frac{122,166 - 105.5}{122.166 + 105,5}$$

$$= \frac{16.666}{227.666}$$

$$= .07319$$

விடை:

கால்மான விலக்கம் = 8.333

கால்மான விலக்கத்தின் கெழு = .07319

மாதிரிக் கணக்கு: 7 கீழே தந்துள்ள அட்டவணையிலிருந்து கால்மான விலக்கத்தைக் கணிக்கவும்.

வயது	20–25	25–30	30–35	35–40	40–45	45–50	50–55	55–60	60–65	65–70	70–75
எண்ணிக்கை	33	112	152	154	136	118	96	74	54	37	34

(பி ஏ., ஏப்ரல், 1974)

வயது	எண்ணிக்கை	குவிவு அலைவெண்
20—25	33	33
25—30	112	145
30—35	152	297
35 - 40	154	451
40—45	136	587
45—50	118	705
50—55	96	801
55—60	74	875
60—65	54	929
65—70	37	966
70 - 75	34	1000
மொத்தம்	1000	

$N = 1000$

$$\frac{N}{4} = \frac{1000}{4} = 250$$

Q_1 = இனம் $\frac{N}{4}$ இன் மதிப்பு

= இனம் 250-இன் மதிப்பு

இனம் 250 - இன் மதிப்பு 30—35 என்ற பிரிவில் உள்ளது.

∴ 30 —35 என்ற பிரிவு Q_1 பிரிவாகும்.

∴ $l = 30$

$m = 145$

$f = 152$

$c = 35—30 = 5.$

$$\therefore Q_1 = l + \frac{\frac{N}{4} - m}{f} \times c$$

$$= 30 + \frac{250 - 145}{152} \times 5$$

$$= 30 + \frac{105}{152} \times 5$$

$$= 30 + \frac{525}{152}$$

$$= 30 + 3.454$$

$$= 33\ 454$$

$$\frac{3N}{4} = \frac{3 \times 1000}{4} = 750$$

Q_3 = இனம் $\frac{3N}{4}$ இன் மதிப்பு

= இனம் 750இன் மதிப்பு

இனம் 750 இன்மதிப்பு 50 – 55 என்ற பிரிவில் உள்ளது

∴50—55 என்ற பிரிவு Q_3 பிரிவாகும்.

$\therefore l = 50$

$m = 705$

$f = 96$

$c = 55 - 50 = 5$

$$\therefore Q_3 = l + \frac{\frac{3N}{4} - m}{f} \times c$$

$$= 50 + \frac{750-705}{96} \times 5$$

$$= 50 + \frac{225}{96} -$$

$$= 50 + 2.34$$

$$= 52.342$$

$$\text{ஃசுால்மான விலக்கம்} = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

$$= \frac{52.342 - 33.454}{2}$$

$$= \frac{18.888}{2}$$

$$= 9.444$$

மாதிரிக் கணக்கு 8 :

கீழே தந்துள்ள அலைவெண் அட்டவணையிலிருந்து கால்மான விலக்கத்தைக் கணிக்கவும்.

மதிப் பெண்	4-க்குக் கீழே	4—5	5—6	6—7	7—8	8—9	9—10	10-க்கு மேல்
நிகழ் வெண்	3	8	28	59	66	27	6	3

(பி. ஏ., செப், 1973)

மதிப்பெண்	நிகழ்வெண்	குவிவு அலைவெண்
4-க்குக் கீழ்	3	3
4—5	8	11
5—6	28	39
6—7	59	98
7—8	66	164
8—9	27	191
9-10	6	197
10க்குமேல்	3	200
மொத்தம்	200	

$$N = 200$$

$$\frac{N}{4} = \frac{200}{4} = 50$$

$Q_1 = \frac{N}{4}$ இன் மதிப்பு

= இனம் 50 இன் மதிப்பு

இனம் 50 இன் மதிப்பு 6 — 7 என்ற பிரிவில் உள்ளது.

∴ 6 — 7 என்ற பிரிவு Q_1 பிரிவாகும்.

∴ $l = 6$

$m = 39$

$f = 59$

$c = 7-6 = 1.$

$$\therefore Q_1 = l + \frac{\frac{N}{4} - m}{f} \times c$$

$$= 6 + \frac{50 - 39}{59} \times 1$$

$$= 6 + \frac{11}{59}$$

$$= 6 + .2$$

$$Q_1 = 6.2$$

$$\frac{3N}{4} = \frac{3 \times 200}{4} = 150$$

$Q_3 =$ இனம் $\left\{ \frac{3N}{4} \right\}$ இன் மதிப்பு

இனம் = 150 இன் மதிப்பு

இனம் 150இன் மதிப்பு 7—8 என்ற பிரிவில் உள்ளது.

∴ 7—8 என்ற பிரிவு Q_3 பிரிவாகும்.

∴ $l = 7$

$m = 98$

$f = 66$

$c = 8-7 = 1$

$$\therefore Q_3 = l + \frac{\frac{3N}{4} - m}{f} \times c$$

$$= 7 + \frac{150-98}{66} \times 1$$

$$= 7 + \frac{52}{66}$$

$$= 7 + \frac{26}{33}$$

$$= 7 + .8$$

$$= 7.8$$

$$\text{கால்மான விலக்கம்} = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

$$= \frac{7.8 - 6.2}{2}$$

$$= \frac{1.6}{2}$$

$$= .8$$

மாதிரிக்கணக்கு : 9 கீழே தந்துள்ள அட்டவணையிலிருந்து கால்மான விலக்கத்தைக் கணிக்கவும்.

கூலி (ரூபாயில்)	20—29	30—39	40—49	50—59	60—69
அலை வெண்	3	7	25	10	5

கூலி ரூபாயில்	உண்மைப் பிரிவுகள்	அலை வெண்	குவிவு அலை வெண்
20-29	19.5—29 5	3	3
30–39	29.5—39.5	7	10
40-49	39 5—49 5	25	35
50-59	49.5—59.5	10	45
-69	59.5—69.5	5	50
மொத்தம்		50	

$$N = 50$$

$$\frac{N}{4} = \frac{50}{4} = 12\ 5$$

Q_1 = இனம் $\left\{ \frac{N}{4} \right\}$ —இன் மதிப்பு.

= இனம் 12.5 இன் மதிப்பு.

இனம் 12 5 இன் மதிப்பு 39.5 — 49.5 என்றபிரிவில் உள்ளது.

∴ 39.5 — 49.5 என்ற பிரிவு Q_1 பிரிவாகும்.

∴ l = 39.5

m = 10

f = 25

c = 49.5 — 39.5 = 10

$$\therefore Q_1 = l + \frac{\frac{N}{4} - m}{f} \times C$$

$$= \left\{ \text{ரூ. } 39.5 + \frac{12.5 - 10}{25} \times 10 \right\}$$

$$= \text{ரூ.} \left\{ 39.5 + \frac{2.5}{25} \times 10 \right\}$$

$$= \text{ரூ.} \left\{ 39.5 + \frac{25}{25} \right\}$$

$$= \text{ரூ. } [\, 39.5 + 1 \,]$$

$$= \text{ரூ. } 40.5$$

$$\frac{3N}{4} = \frac{3 \times 50}{4} = 37.5$$

Q_3 = இனம் $\left\{ \frac{3N}{4} \right\}$ இன் மதிப்பு

= இனம் (37.5) இன் மதிப்பு

= இனம் 37.5 இன் மதிப்பு 49.5 — 59.5 என்ற பிரிவில் உள்ளது

∴ 49.5 — 59.5 என்ற பிரிவு Q_3 பிரிவாகும்.

$\therefore l = 49.5$

$m = 35$

$f = 10$

$c = 59.5 - 49.5 = 10$

$$\therefore Q_3 = l + \frac{\frac{3N}{4} - m}{f} \times c$$

$$= \text{ரூ.} \left\{ 49.5 + \frac{37.5 - 35}{10} \times 10 \right\}$$

$$= [49.5 + 2.5]$$

$$= \text{ரூ. } 52$$

$$\text{கால்மான விலக்கம்} = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

$$= \text{ரூ.} \frac{52 - 40.5}{2}$$

$$= \text{ரூ.} \frac{11.5}{2}$$

$$= \text{ரூ. } 5.75$$

கீழ்க் கால்மானம், மேல் கால்மானம் ஆகிய இரண்டு கால்மானங்களும் ஏதேனும் ஒரு இனத்தைக் கொடுத்துள்ள பரவலுடன் சேர்த்தாலோ அல்லது அதிலிருந்து நீக்கினாலோ அதிகம் மாறுபடா. எனவே, கால்மான விலக்கத்தின் மதிப்பும் ஏதேனும் ஒரு இனத்தைச் சேர்ப்பதாலோ நீக்குவதாலோ அதிகம் மாறுபடாது, இவ்வகையில் கால்மான விலக்கமானது வீச்சைவிடச் சிறந்த சிதறல் அளவையாகும். வீச்சு, கால்மான விலக்கம் ஆகியவற்றைக் கணிக்கப் பயன்படும் சூத்திரங்கள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன:

1. வீச்சு $= L - S$

2. வீச்சின் கெழு $= \frac{L - S}{L + S}$

3. கால்மான விலக்கம் $= \frac{Q_3 - Q_1}{2}$

4. கால்மான விலக்கக் கெழு $= \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$

3

சராசரி விலக்கம்

(Mean Deviation)

இலக்கணம் :

கொடுக்கப்பட்டுள்ள புள்ளி விவரங்கட்கு கூட்டுச் சராசரி, இடைநிலை, முகடு ஆகிய சராசரிகளில் ஒன்றைக் கணித்து, கொடுக்கப்பட்டுள்ள புள்ளி விவரங்கட்கும் நாம் கணித்துப் பெற்றுள்ள சராசரிக்கும் இடையே உள்ள வேறுபாடுகளைக் கண்டறிந்து இவ்வேறுபாடுகட்குக் கூட்டுச் சராசரியைக் கணித்தால் அதுவே சராசரி விலக்கம் (Average Deviation) ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு ஒன்று காண்போம். நான்கு மாணவர்கள் ஒரு தேர்வில் பெற்றுள்ள மதிப்பெண்கள் 45, 47, 48 மற்றும் 54 என்று கொள்வோம். இந்தப் புள்ளி விவரத்திற்கான கூட்டுச் சராசரியானது 48 ஆகும் $\left(\frac{43+47+48+54}{4} = \frac{192}{4} = 48\right)$. இப்புள்ளி விவரத்திலுள்ள ஒவ்வொரு இனத்திற்கும் கூட்டுச் சராசரிக்கும் இடையே உள்ள வேறுபாட்டைக் கணிக்கவேண்டும். 43 என்ற இனத்திற்கும் கூட்டுச்சராசரியாகிய 48-க்கும் இடையே உள்ள வேறுபாடு $= 43 - 48 = -5$ ஆகும். 47 என்ற இனத்திற்கும் கூட்டுச்சராசரிக்கும் இடையே உள்ள வேறுபாடு $= 47 - 48 = -1$ ஆகும்; 48 என்ற இனத்திற்கும் கூட்டுச்சராசரிக்கும் இடையே உள்ள வேறுபாடு $= 48 - 48 = 0$ ஆகும்; 54 என்ற இனத்திற்கும் கூட்டுச்சராசரிக்கும் இடையே உள்ள வேறுபாடு $= 54 - 48 = +6$ ஆகும். அதாவது $-5, -1, 0, +6$ ஆகியவை கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்கட்கும் கூட்டுச் சராசரிக்கும் இடையே உள்ள வேறுபாடுகளாகும். இவற்றை நாம் ஒன்றாகக்கூட்டினால் நமக்குக் கிடைக்கும் மதிப்பு பூஜ்யமாகும்.

$-5 - 1 + 0 + 6 = -5 - 1 + 6 = 0$

ஆனால் சராசரி விலக்கத்தைக் கணிக்கும் போது நாம் கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்கட்கும் சராசரியின் மதிப்பிற்கும் இடையே உள்ள வேறுபாடுகளின் மதிப்புகள் எதிர்மறையானவையா அல்லது நேர் மறையானவையா என்று கவலை கொள்ள வேண்டியதில்லை. ★அதாவது இந்த மதிப்புக்களை உணர்த்தும் எண்களுக்கு முன்னால் எதிர்மறைக் குறியீடு (Negative sign or minus sign) உள்ளதா அல்லது நேர்மறைக் குறியீடு (Positive sign or plus sign) உள்ளதா என்று கவனிக்க வேண்டியதே இல்லை. கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்கள், கணிக்கப்பட்டுள்ள சராசரியிலிருந்து எவ்வளவு வேறுபடுகின்றன என்று கண்டு கொள்வது மட்டும் போதுமானதாகும் நம்முடைய எடுத்துக்காட்டில் இவ்வேறுபாடுகள் −5, −1, 0, +6 என்று மேலே கண்டோம். சராசரி விலக்கத்தைக் கணிக்கும் போது இந்த எண்களுக்கு முன்னேயுள்ளது கழித்தல் அடையாளமா, கூட்டல் அடையாளமா என்று நாம் கவலை கொள்ள வேண்டியதில்லை என்பதால் இவற்றை நாம் 5, 1. 0, 6 ஆகிய எண்களாக எடுத்துக் கொள்ளலாம். இவ்வாறு செய்தபின் இந்த எண்களின் கூட்டுச் சராசரியைக் கணித்து நாம் பெறும் மதிப்பையே சராசரி விலக்கம் (mean deviation) என்கிறோம்.

★ கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்கட்கும் கணிக்கப்பட்டுள்ள சராசரிக்கும இடையேயுள்ள வேறுபாடுகளைக் கணித்துப்பெற்றுள்ள எண்களுக்கு முன்னர் உள்ள கூட்டல் அடையாளங்களையும் நாம் கணக்கிட்டுக்கொண்டால் இதற்குச் 'சாதாரண விலக்கம்' (ordinary deviation) என்பது பெயராகும். இவ்வாறின்றி இந்த அடையாளங்களைப் புறக்கணித்து இவற்றிற்கிடையேயுள்ள வேறுபாடுகளை மட்டும கணக்கிட்டுக்கொண்டால் இதற்கு' முழுமையான விலக்கம்' (absolute deviation) என்பது பெயராகும். சராசரி விலக்கத்தைக் கணிக்கும் போது நாம் முழுமையான விலக்கத்தைக் கணக்கிடுகிறோம். சாதாரண விலக்கத்தை கணக்கிடுவதில்லை என்பது நாம் மேலே தந்துள்ள விலக்கத்திலிருந்து தெளிவாகும், இதற்கான முக்கிய காரணம் ஒன்றுள்ளது. அது வருமாறு: கணிக்கப்பட்டுள்ள இனங்களில் பெரும்பான்மையானவை அதிகமதிப்புடையவையா அல்லது குறைந்த மதிப்பு உடையவையா என்பது குறித்துச் சராசரி விலக்கம் ஏதும் கூறுவதில்லை. சராசரி மதிப்பிலிருந்து கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களின் மதிப்பு எவ்வளவு விலகியுள்ளது என்பது பற்றியே சராசரி விலக்கம் கூறுகிறது. இதை அறிய நாம் முழுமையான விலக்கத்தைக் கணிப்பதே போதுமானதாகும்.

சராசரி விலக்கத்தை ஆங்கிலத்தில் ' mean deviation' என்று அழைப்பதோடு 'average deviation' என்றும் 'mean variation' என்றும் 'the first moment of dispersion' என்றும் அழைப்பது வழக்கமாகும்.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களின் வேறுபாடுகளை எந்தச் சராசரியை மைய அளவாகக் கொண்டு கணித்திருக்கிறோம் என்பதைத் தெளிவாகக் கூறவேண்டும்.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களின் கூட்டுச் சராசரியிலிருந்து வேறுபாடுகளைக் கணித்திருந்தால், சராசரி விலக்கத்தைக் 'கூட்டுச் சராசரியிலிருந்து சராசரி விலக்கம்' (mean deviation from mean) என்று கூறுகிறோம்.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களின் இடைநிலையிலிருந்து வேறுபாடுகளைக் கணித்திருந்தால், சராசரி விலக்கத்தை 'இடைநிலையிலிருந்து சராசரி விலக்கம்' (mean deviation from median) என்று கூறுகிறோம்.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களின் முகடிலிருந்து வேறுபாடுகளைக் கணித்திருந்தால், சராசரி விலக்கத்தை 'முகடிலிருந்து சராசரி விலக்கம்' (mean deviation from mode) என்று கூறுகிறோம்.

பொதுவாக, முகடை மைய அளவாகக் கொண்டு வேறுபாடுகளைக் கணிப்பது வழக்கமில்லை. கூட்டுச் சராசரியையோ, இடைநிலையையோ மைய அளவாகக்கொண்டு சராசரி விலக்கத்தைக் கணிப்பதே வழக்கமாகும்.

1. ஒழுங்குபடுத்தப்படாத விபரங்களிலிருந்து சராசரி விலக்கத்தைக் கணித்தல் :

(A) கூட்டிடையிலிருந்து சராசரி விலக்கத்தைக் கணித்தல்:

ஒழுங்குபடுத்தப்படாத விபரங்களின் கூட்டிடையிலிருந்து சராசரி விலக்கத்தைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்

1. முதலாவதாக, கொடுக்கப்பட்டுள்ள விபரங்களின் கூட்டுச் சராசரியை $\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n}$ என்ற சூத்திரத்தைப பயன்படுத்திக் கணிக்க வேண்டும்.

2. இக் கூட்டுச் சராசரியிலிருந்து கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களின் வேறுபாடுகளைக் கணிக்க வேண்டும். இவ்வேறுபாடுகளுக்கு முன்பாக உள்ள + மற்றும் — குறிகளைப் புறக்கணித்து வெறும் எண்களை மட்டும் எடுத்துக் கொள்ளவேண்டும். இந்த எண்களை | d | என்று குறிக்கிறோம். | d | -ஐ' modulus d' என்று வாசிக்க வேண்டும்.

3. | d | குறிப்பிடும்எண்களின் கூட்டுத்தொகையைக் கணிக்க வேண்டும். இக்கூட்டுத் தொகையை Σ | d | என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

4 கூட்டுச் சராசரியிலிருந்து சராசரி விலக்கத்தைக் கீழ்க்-காணும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கணிக்கிறோம்.

$$\text{கூட்டுச் சராசரியிலிருந்து சராசரி விலக்கம்} = \frac{\Sigma \mid d \mid}{n}$$

n என்பது கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கையைக் குறிக்கிறது.

மாதிரிக் கணக்கு 1

கீழே தரப்பட்டுள்ள இனங்களின் கூட்டுச்சராசரியிலிருந்து சராசரி விலக்கத்தைக் கணிக்கவும்.

30, 90, 20, 10, 80, 70.

முதலாவதாக, மேலே தந்துள்ள இனங்களின் கூட்டுச்சராசரி-யைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

Σx = கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களுடைய மதிப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை.

$= 30+90+20+10+80+70$

$= 300$

n = கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களின் மொத்த எண்-ணிக்கை $= 6$

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n}$$

$$= \frac{300}{6}$$

$= 50$

கூட்டுச் சராசரி = 50

கூட்டுச்சராசரியிலிருந்து கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களின் வேறுபாடுகளைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கின்றோம் :

(30—50), (90—50), (20—50), (10—50), (80—50), மற்றும் (70—50) ஆகியவை கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களுக்கும் கூட்டுச் சராசரிக்கும் உள்ள வேறுபாடுகளாகும். அதாவது, —20, + 40, —30, — 40, + 30, + 20 ஆகியவை கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களுக்கும் கூட்டுச் சராசரிக்கும் உள்ள வேறுபாடுகளாகும்.

இவ்வேறுபாடுகளுக்கு முன்பாக உள்ள + மற்றும் — குறிகளை நீக்கிய பின்பு கிடைக்கும் எண்கள் வருமாறு :

20, 40, 30, 40, 30, 20

இந்த எண்களே $|d|$ -இன் மதிப்புக்களாகும்.

$\Sigma |d| = |d|$ -இன் மதிப்புக்களுடைய கூட்டுத்தொகை

$= 20 + 40 + 30 + 40 + 30 + 20.$

$= 180.$

$$\text{கூட்டுச் சராசரியிலிருந்து சராசரி விலக்கம்} = \frac{\Sigma |d|}{n}$$

$$= \frac{180}{6}$$

$$= 30$$

மாதிரிக் கணக்கு : 2 கீழே தரப்பட்டுள்ள எண்கள் சில மாணவர்களின் எடைகளை (பௌண்டுகளில்) குறிப்பிடுகின்றன. இந்த எடைகளின் கூட்டுச் சராசரியிலிருந்து சராசரி விலக்கத்தைக் கணிக்கவும்.

132, 104, 166, 143, 134, 129, 119, 108, 151, 111.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள எடைகளின் கூட்டுச் சராசரியைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கின்றோம்.

Σx = கொடுக்கப்பட்டுள்ள எடைகளின் கூட்டுத்தொகை

$= 132 + 104 + 166 + 143 + 134 + 129 + 119 + 108 + 151 + 111$

$= 1297$

n = கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களின் மொத்த எண்ணிக்கை = 10

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n}$$

$$= \frac{1297}{10}$$

$$= 129.7$$

கூட்டுச் சராசரி = 129.7 பௌ.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களுக்கும் கூட்டுச் சராசரிக்கும் உள்ள வேறுபாடுகளைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

(132—129.7), (104—129.7), (166—129.7),
(143—129.7), (134—129.7), (129—129.7),
(119—129.7), (108—129.7), (151—129.7), மற்றும்
(111—129.7) ஆகியவை கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களுக்கும் கூட்டுச்சராசரிக்கும் உள்ள வேறுபாடுகளாகும.

அதாவது, + 2.3, — 25.7, + 36.3, + 13.3, + 4.3, — .7, 10.7, — 21.7, + 21—3, — 18.7 ஆகியவை கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களுக்கும் கூட்டுச்சராசரிகளுக்கும் உள்ள வேறுபாடுகளாகும்.

இவ்வேறுபாடுகளுக்கு முன்பாக உள்ள + மற்றும் —குறிகளை நீக்கிய பின்பு கிடைக்கும் எண்கள் வருமாறு :

2.3, 25.7, 36.3, 13·3, 4.3, .7, 10.7, 21.7, 21.3, 18.7, இந்த எண்களே $|d|$ இன் மதிப்புக்களாகும்.

∴ $\Sigma |d| = |d|$ இன் மதிப்புக்களுடைய கூட்டுத்-தொகை

= 2.3 + 25.7 + 36.3 + 13.3 + 4.3 + .7 + 10.7 + 21.7 + 21.3 + 18.7

= 155.0.

கூட்டுச்சராசரியிலிருந்து சராசரி விலக்கம் $= \frac{\Sigma |d|}{n}$

$$= \frac{155}{10} \text{ பௌ}$$

= 15. 5 பௌ.

(B) இடைநிலையிலிருந்து சராசரி விலக்கத்தைக் கணித்தல் :

ஒழுங்குபடுத்தப்படாத விபரங்களின் இடைநிலையிலிருந்து சராசரி விலக்கத்தைக் கணிக்கிறோம்

1. கொடுக்கப்பட்டுள்ள விபரங்களின்இடைநிலையை,

$$\text{இடைநிலை} = \left(\frac{n+1}{2}\right)\text{வது}$$ இனத்தின் மதிப்பு என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கணிக்க வேண்டும்.

2. கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களுக்கும் இடைநிலைக்கும் உள்ள வேறுபாடுகளைக் கணிக்க வேண்டும். இவ்வேறுபாடுகளுக்கு முன்பாக உள்ள + மற்றும்—குறிகளை நீக்கிக் கிடைக்கும் எண்களை $|d|$ என்று குறிப்பிடுகிறோம்

3. $|d|$ குறிப்பிடும் எல்லா எண்களையும் கூட்டவேண்டும். இவ்வாறு கூட்டி வரும் எண்ணை $\Sigma|d|$ என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

4. இடைநிலையிலிருந்து சராசரி விலக்கத்தைக் கீழ்க்கண்ட சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கணிக்கிறோம்.

$$\text{இடைநிலையிலிருந்து சராசரி விலக்கம்} = \frac{\Sigma|d|}{n}$$

$\Sigma|d|$ என்பது இடைநிலைக்கும் கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்கட்கும் இடையே உள்ள வேறுபாடுகளுக்கு முன்பாக உள்ள + மற்றும் — குறிகளை நீக்கிக் கிடைக்கும் எண்களின் கூட்டுத் தொகையாகும்.

n என்பது கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கையாகும்.

மாதிரிக்கணக்கு 3: கீழே தரப்பட்டுள்ள இனங்களின் இடை-நிலையிலிருந்து சராசரி விலக்கத்தைக் கணிக்கவும்.

30, 90, 20, 10, 70, 60, 80.

முதலாவதாகக் கொடுக்கப் பட்டுள்ள இனங்களின் இடை-நிலையைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களை ஏறு வரிசையில் கீழே தந்துள்ளோம்.

10, 20, 30, 60, 70, 80, 90.

n = கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களின் மொத்தஎண்ணிக்கை = 7

$$\text{இடைநிலை} = \left(\frac{n+1}{2}\right) \text{வது இனத்தின் மதிப்பு}$$

$$= \left(\frac{7+1}{2}\right) \text{வது இனத்தின் மதிப்பு}$$

$$= \left(\frac{8}{2}\right) \text{வது இனத்தின் மதிப்பு}$$

= 4 வது இனத்தின் மதிப்பு

= 60

கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களுக்கும் இடைநிலைக்கும் உள்ள வேறுபாடுகளைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

(10—60), (20—60), (30—60), (60—60), (70—60), (80—60) மற்றும் (90—60) ஆகியவை கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களுக்கும் இடைநிலைக்கும் உள்ள வேறுபாடுகளாகும்.

இவ்வேறுபாடுகளுக்கு முன்பாக உள்ள + மற்றும் — குறிகளை நீக்கிக் கிடைக்கும் எண்கள் வருமாறு.

50, 40, 30, 0, 10, 20, 30.

இந்த எண்களே $|d|$ இன் மதிப்புக்களாகும்.

$\therefore \Sigma |d| = |d|$ இன் மதிப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை

= 50 + 40 + 30 + 0 + 10 + 20 + 30

= 180

$$\text{இடைநிலையிலிருந்து சராசரி விலக்கம்} = \frac{\Sigma |d|}{n}$$

$$= \frac{180}{7}$$

= 25.714 (தோராயமாக)

மாதிரிக் கணக்கு : 4

மாதிரிக் கணக்கு 2-ல் தரப்பட்டுள்ள எண்களின் இடைநிலையிலிருந்து சராசரி விலக்கத்தைக் கணிக்கவும்.

132, 104, 166, 143, 134, 129, 119, 108, 151, 111

மேலே தரப்பட்டுள்ள எண்களின் இடைநிலையைக் கீழ்க்-கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களை ஏறுவரிசையில் கீழே-தந்துள்ளோம்.

104, 108, 111, 119, 129, 132, 134, 143, 151, 166,

n = கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களின் எண்ணிக்கை

= 10

$$\text{இடைநிலை} = \left(\frac{n+1}{2}\right) \text{வது இனத்தின் மதிப்பு}$$

$$= \left(\frac{10+1}{2}\right) \text{வது இனத்தின் மதிப்பு}$$

$$= \frac{11}{2} \text{வது இனத்தின் மதிப்பு}$$

= 5,5 வது இனத்தின் மதிப்பு

$$= \frac{5 \text{வது இனத்தின் மதிப்பு} + 6 \text{வது இனத்தின் மதிப்பு}}{2}$$

$$= \frac{129 + 132}{2}$$

$$= \frac{261}{2}$$

= 130.5

கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களுக்கும் இடைநிலைக்கும் உள்ள வேறுபாடுகள் வருமாறு :

(104 — 130.5), (108 — 130.5), (111 — 130.5), (119 — 130.5), (129 — 130.5), (132 — 130.5), (134 — 130.5), (143 — 130 5), (151 — 130.5), மற்றும் (166 — 130.5).

அதாவது — 26.5, — 22.5, — 19,5, — 11.5, — 1.5, + 1.5, + 3.5, + 12.5, + 20.5 + 35 5 ஆகியவை கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களுக்கும் இடைநிலைக்கும் உள்ள வேறுபாடுகளாகும்.

இவ்வேறுபாடுகளுக்கு முன்பாக உள்ள + மற்றும் — குறிகளை நீக்கிக்கிடைக்கும் எண்கள் வருமாறு :

26.5, 22.5, 19.5, 11.5. 1.5, 1.5, 3.5, 12.5, 20.5, 35.5

இந்த எண்களே $|d|$ -இன் மதிப்புக்களாகும்

$\therefore \Sigma d = |d|$ இன் மதிப்புக்களுடைய மொத்தம்

$= 26.5 + 22.5 + 19.5 + 11.5 + 1.5 + 1.5 + 3.5 + 12.5 + 20.5 + 35.5$

$= 155$

இடைநிலையிலிருந்து சராசரி விலக்கம் $= \frac{\Sigma |d|}{n}$

$= \frac{155}{10}$

$= 15.5$ பௌ

I. தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் பரவலிலிருந்து சராசரி விலக்கத்தைக் கணித்தல்

A) கூட்டுச்சராசரியிலிருந்து சராசரி விலக்கத்தைக் கணித்தல்

தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் பரவலின் கூட்டுச் சராசரியிலிருந்து சராசரி விலக்கத்தைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்

1) முதலாவதாக, கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவலின் கூட்டுச் சராசரியை $\bar{x} = \frac{\Sigma xf}{\Sigma f}$ அல்லது $\bar{x} = A + \frac{\Sigma fd}{\Sigma f}$ என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கணிக்கவேண்டும்.

2) கொடுக்கப்பட்டுளள இனங்கட்கும் கூட்டுச்சராசரிக்கும் உள்ள வேறுபாடுகளைக் கணிக்கவேண்டும் இவ்வேறுபாடுகளுக்கு முன்பாக உள்ள + மற்றும் — குறிகளை நீக்கிக் கிடைக்கும் எண்களை $|d|$ என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

3) ஒவ்வொரு இனத்தின் மதிப்பிற்கும் கூட்டுச்சராசரிக்கும் உள்ள வேறுபாட்டின் + அல்லது—குறியை நீக்கிக் கிடைக்கும் எண்ணை (அதாவது $|d|$ ஐ) அந்த இனத்தின் அலைவெண்ணால் (அதாவது f-ஆல்) பெருக்க வேண்டும். இவ்வாறு பெருக்கிக் கிடைக்கும் பெருக்கற் பலனை $f|d|$ என்று குறிக்கிறோம்.

4 $f|d|$ - இன் எல்லா மதிப்புக்களையும் கூட்டவேண்டும் இவ்வாறு கூட்டிவரும் எண்ணை $\Sigma f|d|$ என்றும் குறிக்கிறோம்

5) கூட்டுச்சராசரியிலிருந்து சராசரி விலக்கத்தைக் கீழ்க்காணும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கணிக்கிறோம்.

$$\text{கூட்டுச்சராசரியிலிருந்து சராசரி விலக்கம்} = \frac{\Sigma f|d|}{\Sigma f}$$

Σf என்பது அலைவெண்களின் மொத்தமாகும்.

மாதிரிக் கணக்கு 5:

கீழே தரப்பட்டுள்ள அலைவெண் பரவலின் கூட்டுச்சராசரியிலிருந்து சராசரி விலக்கத்தைக் கணிக்கவும்.

மதிப்பெண்	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை
10	6
15	10
40	18
50	7
55	4

முதலாவதாகக் கூட்டுச் சராசரியைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

A = 40 எனக் கொள்வோம்.

மதிப்பெண் x	அலைவெண் f	(x−A) = d	fd
10	6	10−40 = −30	6 × (−30) = −180
15	10	15−40 = −25	10 × (−25) = −250
40	18	40−40 = 0	18 × 0 = 0
50	7	50−40 = 10	7 × 10 = 70
55	4	55−40 = 15	4 × 15 = 60
மொத்தம்	45		−300

$\Sigma f = 45, \Sigma fd = -300$

$$\bar{x} = A + \frac{\Sigma fd}{\Sigma f}$$

$$= 40 + \frac{-300}{45}$$

$$= 40 - 6.66$$

$$= 33\ 34$$

கூட்டுச்சராசரி = 33 34

கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களுக்கும் கூட்டுச் சராசரிக்கும் உள்ள வேறுபாடுகளைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்

(10 –33.34), (15 -33.34), (40—33 34), (50—33 34), மற்றும் (55—33.34) ஆகியவை வேறுபாடுகளாகும்.

அதாவது, — 23.34, — 18 34, + 6.66, + 16.66, + 21 66 ஆகியவை வேறுபாடுகளாகும்.

இவ்வேறுபாடுகளுக்கு முன்பாக உள்ள + மற்றும்—குறிகளை நீக்கிக் கிடைக்கும் எண்கள் வருமாறு.

23.34, 18.34, 6 66, 16.66, 21 66

இந்த எண்களே $|d|$ இன் மதிப்புக்களாகும். இந்த எண்களை $|d|$ என்ற தலைப்பில் கீழே உள்ள அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்.

$|d|$ இன் ஒவ்வொரு மதிப்பையும் அதற்குரிய அலை-வெண்ணால் பெருக்கி $f|d|$ என்ற தலைப்பில் கீழே உள்ள அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்.

x	f	$\lvert d \rvert$	$f \lvert d \rvert$
10	6	23.34	$6 \times 23.34 = 140.04$
15	10	18 34	$10 \times 18.34 = 183.40$
40	18	6.66	$18 \times 6.66 = 119\ 88$
50	7	16.66	$7 \times 16.66 = 116.62$
55	4	21.66	$4 \times 21\ 66 = 86\ 64$
மொத்தம்	45		646.58

$\Sigma f = 45 \quad \Sigma f \lvert d \rvert = 646.58$

கூட்டுச் சராசரியிலிருந்து சராசரி விலக்கம்

$$\left.\begin{matrix}\\ \\ \end{matrix}\right\} = \frac{\Sigma f \lvert d \rvert}{\Sigma f}$$

$$= \frac{646.58}{45}$$

$$= 14.37$$

மாதிரிக் கணக்கு : 6

கீழே தரப்பட்டுள்ள பரவலின் கூட்டுச் சராசரியிலிருந்து சராசரி விலக்கத்தைக் கணிக்கவும்.

இனத்தின் மதிப்பு	அலைவெண்
4	2
6	4
8	5
10	3
12	2
14	1
16	4

முதலாவதாகக் கூட்டுச்சராசரியைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்: A = 10 எனக் கொள்வோம்.

இனத்தின் மதிப்பு x	அலைவெண் f	$(x-A)=d$	fd
4	2	$4-10=-6$	$2\times(-6)=-12$
6	4	$6-10=-4$	$4\times(-4)=-16$
8	5	$8-10=-2$	$5\times(-2)=-10$
10	3	$10-10=0$	$3\times 0=0$
12	2	$12-10=$	$2\times 2=4$
14	1	$14-10=4$	$1\times 4=4$
16	4	$16-10=6$	$4\times 6=24$
மொத்தம்	21		-6

$\Sigma f = 21,\ \Sigma fd = -6$

$$\bar{x} = A + \frac{\Sigma fd}{\Sigma f}$$

$$= 10 + \frac{-6}{21}$$

$$= 10 - \frac{2}{7}$$

$= 10 - .3$ (தோராயமாக)

$= 9.7$

கூட்டுச் சராசரியிலிருந்து கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களின் வேறுபாடுகள் வருமாறு:

(4—9.7), (6—9.7), (8—9.7), (10—9.7), (12—9.7), (14—9.7), (16—9.7).

அதாவது, —5.7, —3 7, —1.7, + .3, + 2.3, +4.3, + 6 3 ஆகியவை கூட்டுச் சராசரியிலிருந்து கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களின் வேறுபாடுகளாகும்.

இவ்வேறுபாடுகளுக்கு முன்பாக உள்ள + மற்றும் — குறிகளை நீக்கிக் கிடைக்கும் எண்கள் வருமாறு:

5.7, 3 7, 1 7, .3, 2.3, 4.3, 6.3.

இந்த எண்களே $|d|$ -ன் மதிப்புக்களாகும். இந்த எண்களை $|d|$ என்ற தலைப்பில் கீழே உள்ள அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்.

$|d|$ இன் ஒவ்வொரு மதிப்பையும் அதற்குரிய அலைவெண்ணால் பெருக்கி $f|d|$ என்ற தலைப்பில் கீழே உள்ள அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்.

x	f	$\|d\|$	$f\|d\|$
4	2	5.7	2 × 5.7 = 11 4
6	4	3.7	4 × 3.7 = 14.8
8	5	1 7	5 × 1.7 = 8 5
10	3	3	3 × 3 = 9
12	2	2 3	2 × 2.3 = 4 6
14	1	4 3	1 × 4 3 = 4 3
16	4	6 3	4 × 6 3 = 25 2
மொத்தம்	21		69 7

$\Sigma f = 21$

$\Sigma f|d| = 69.7$

கூட்டுச் சராசரியிலிருந்து சராசரி விலக்கம் $= \dfrac{\Sigma f|d|}{\Sigma f}$

$= \dfrac{69.7}{21}$

$= 3\,32$ (தோராயமாக)

(B) தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் பரவலின் இடைநிலையிலிருந்து சராசரி விலக்கத்தைக் கணித்தல்:

இடைநிலையிலிருந்து சராசரி விலக்கத்தைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

(1) முதலாவதாகக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவலின் இடைநிலையை, இடைநிலை $= \left(\frac{N+1}{2}\right)$ வது இனத்தின் மதிப்பு என்ற சூத்திரத்தைப் பயன் படுத்திக் கணிக்க வேண்டும்.

(2) கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு இனத்துக்கும் இடைநிலைக்கும் உள்ள வேறுபாட்டைக் கணிக்கவேண்டும். இவ்வேறுபாடுகளுக்கு முன்பாக உள்ள + மற்றும் —குறிகளை நீக்கிக் கிடைக்கும் எண்களைக் கண்டுபிடிக்கவேண்டும். இந்த எண்களை $|d|$ என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

(3) ஒவ்வொரு இனத்திற்கும் இடைநிலைக்கும் உள்ள வேறுபாட்டிற்கு முன்பாக உள்ள + அல்லது — குறியை நீக்கிக் கிடைக்கும் எண்ணை (அதாவது $|d|$ ஐ) அந்த இனத்தின் அலைவெண்ணால் (அதாவது f-ஆல்) பெருக்க வேண்டும். இப்பெருக்கற் பலன்களை $f|d|$ என்று குறிப்பிடுகிறோம். $f|d|$ இன் எல்லா மதிப்புக்களையும் கூட்ட வேண்டும். கூட்டி வரும் தொகையை $\Sigma f|d|$ என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

4) இடைநிலையிலிருந்து சராசரி விலக்கத்தைக் கீழ்க்காணும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கணிக்க வேண்டும்.

$$\text{இடைநிலையிலிருந்து சராசரி விலக்கம்} = \frac{\Sigma f|d|}{\Sigma f}$$

Σf என்பது அலைவெண்களின் கூட்டுத் தொகையாகும்,

மாதிரிக்கணக்கு 7 :

மாதிரிக்கணக்கு 5இல் தரப்பட்டுள்ள அலைவெண் பரவலுக்கு இடைநிலையிலிருந்து சராசரி விலக்கத்தைக் கணிக்கவும்.

மதிப்பெண்	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை
10	6
15	10
40	18
50	7
55	4

முதலாவதாக இடைநிலையைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்–கிறோம்.

இடைநிலையைக் கணிப்பதற்குக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள அலை வெண்களிலிருந்து குவிவு அலைவெண்களைக் கணித்துக் கீழே உள்ள அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்.

மதிப்பெண்	அலைவெண்	குவிவு அலைவெண்
10	6	6
15	10	16
40	18	34
50	7	41
55	4	45
மொத்தம்	45	

N = அலைவெண்களின் மொத்தம் = 45

இடைநிலை = $\left(\frac{N+1}{2}\right)$ வது இனத்தின் மதிப்பு

= $\left(\frac{45+1}{2}\right)$ வது இனத்தின் மதிப்பு.

= 23 வது இனத்தின் மதிப்பு.

மேலே உள்ள குவிவு அலைவெண் பத்தியிலிருந்து இனம் 16-க்குப் பின்பாக இனம் 34 வரையுள்ள ஒவ்வொரு இனத்தின் மதிப்பும் 40 ஆகும் என்பதை அறிகிறோம்.

23 வது இனம் 16க்கும் 34க்கும் இடையில் உள்ளது.

எனவே 23வது இனத்தின் மதிப்பும் 40 ஆகும். அதாவது, இடைநிலையின் மதிப்பு 40 ஆகும்.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களுக்கும் இடைநிலைக்கும் உள்ள வேறுபாடுகள் வருமாறு :

(10—40), (15—40), (40—40), (50—40), (55—40)

அதாவது, —30, —25, 0, + 10, + 15 ஆகியவை கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களுக்கும் இடைநிலைக்கும் உள்ள வேறுபாடுகளாகும்

இவ் வேறுபாடுகளுக்கு முன்பாக உள்ள + மற்றும் — குறிகளை நீக்கிக் கிடைக்கும் எண்கள் வருமாறு :
30, 25, 0, 10, 15.

இந்த எண்களே | d | - இன் மதிப்புகளாகும். இந்த எண்களை | d | என்ற தலைப்பில் கீழே உள்ள அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்.

| d | -இன் ஒவ்வொரு மதிப்பையும் அதற்குரிய அலைவெண்ணால் பெருக்கி f | d | என்ற தலைப்பில் கீழே உள்ள அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்.

மதிப்பெண் x	அலைவெண் f	| d |	f | d |
10	6	30	$6 \times 30 = 180$
15	10	25	$10 \times 25 = 250$
40	18	0	$18 \times 0 = 0$
50	7	10	$7 \times 10 = 70$
55	4	15	$4 \times 15 = 60$
மொத்தம்	45		560

$\Sigma f = 45$ $\Sigma f \mid d \mid = 560$

இடைநிலையிலிருந்து சராசரி விலக்கம் $= \dfrac{\Sigma f \mid d \mid}{\Sigma f}$

$= \dfrac{560}{45}$

$= \dfrac{112}{9}$

$= 12.44$

மாதிரிக் கணக்கு 8 :

மாதிரிக்கணக்கு 6 - இல் தந்துள்ள பரவலுக்கு இடைநிலையிலிருந்து சராசரி விலக்கத்தைக் கணிக்கவும்.

இனத்தின் மதிப்பு	அலைவெண்
4	2
6	4
8	5
10	3
12	2
14	1
16	4

முதலாவதாகக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவலின் இடைநிலையைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம். இடைநிலையின் மதிப்பைக்காண, குவிவு அலைவெண்களை முதலில் கணித்து அடுத்த பக்கத்தில் உள்ள அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்.

இனத்தின் மதிப்பு	அலைவெண்	குவிவு அலைவெண்
4	2	2
6	4	6
8	5	11
10	3	14
12	2	16
14	1	17
16	4	21
மொத்தம்	21	

N = அலைவெண்களின் மொத்தம்

= 21

$$\text{இடைநிலை} = \left(\frac{N+1}{2}\right)\text{வது இனத்தின் மதிப்பு}$$

$$= \left(\frac{21+1}{2}\right)\text{வது இனத்தின் மதிப்பு.}$$

= 11 வது இனத்தின் மதிப்பு.

மேலே உள்ள குவிவு அலைவெண் பத்தியிலிருந்து இனம் 6-க்குப் பின்பாக இனம் 11 வரையிலுள்ள ஒவ்வொரு இனத்தின் மதிப்பும் 8 ஆகும் என்பது தெரிய வருகிறது.

∴ 11வது இனத்தின் மதிப்பு = 8 ஆகும்.

அதாவது, இடைநிலையின் மதிப்பு = 8.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களுக்கும் இடைநிலைக்கும் உள்ள வேறுபாடுகள் வருமாறு :

(4—8), (6—8), (8—8). (10—8), (12—8), (14—8), (16—8), அதாவது —4, —2, 0, + 2, + 4, + 6, + 8 ஆகியவை கொடுக்கப் பட்டுள்ள இனங்களுக்கும் இடைநிலைக்குமுள்ள வேறுபாடுகளாகும்.

இவ்வேறுபாடுகளுக்கு முன்பாக உள்ள + மற்றும் — குறிகளை நீக்கிக் கிடைக்கும் எண்கள் வருமாறு

4, 2, 0, 2, 4, 6, 8.

இந்த எண்களே $|d|$ -இன் மதிப்புக்களாகும். இந்த எண்களை $|d|$ என்ற தலைப்பில் கீழேயுள்ள அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்.

$|d|$ -இன் ஒவ்வொரு மதிப்பையும் அதற்குரிய அலைவெண்ணால் பெருக்கி $f|d|$ என்ற தலைப்பில் கீழே உள்ள அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்.

இனத்தின் மதிப்பு x	அலைவெண் f	$\|d\|$	$f\|d\|$
4	2	4	$2\times4=8$
6	4	2	$4\times2=8$
8	5	0	$5\times0=0$
10	3	2	$3\times2=6$
12	2	4	$2\times4=8$
14	1	6	$1\times6=6$
16	4	8	$4\times8=32$
மொத்தம்	21		68

$\Sigma f = 21$ $\Sigma f|d| = 68$

இடைநிலையிலிருந்து சராசரி விலக்கம் $= \dfrac{\Sigma f|d|}{\Sigma f}$

$= \dfrac{68}{21}$

$= 3.24$

கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவலானது ஒழுங்குபடுத்தப்படாத விவரங்களாகவோ தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் பரவலாகவோ

இருக்கும் பொழுது இடைநிலையிலிருந்து சராசரி விலக்கத்தைக் கணிப்பதால் ஒரு அனுகூலத்தைப் பெறுகிறோம் அதாவது கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களுக்கும் இடைநிலைக்கும் உள்ள வேறுபாடுகளுக்கு முன்பாக உள்ள + மற்றும — குறிகளை நீக்கிக் கிடைக்கும் எண்களின் கூட்டுத் தொகையானது, இடைநிலைக்குப் பதிலாகக் கூட்டுச் சராசரியைப் பயன்படுத்தினால் கிடைக்கும் எண்களின் கூட்டுத் தொகையைவிடக் குறைவாக இருக்கும். அதாவது, இடைநிலையிலிருந்து கணிக்கப்பட்ட சராசரி விலக்கமானது கூட்டுச் சராசரியிலிருந்து கணிக்கப்பட்ட சராசரி விலக்கத்தை விடக் குறைவாக இருக்கும் எனவே இடைநிலையைப் பயன்படுத்திக் கணித்த சராசரி விலக்கமானது சிதறல் அளவைத் துல்லியமாகத் தருகிறது

மாதிரிக் கணக்கு 6-இல் ஒரு பரவலுக்குக் கூட்டுச் சராசரியிலிருந்து சராசரி விலக்கத்தைக் கணித்துள்ளோம் சராசரி விலக்கத்தின் மதிப்பு = 3 32

மாதிரிக் கணக்கு8-இல் அதே பரவலுக்கு இடைநிலையிலிருந்து சராசரி விலக்கத்தைக் கணித்துள்ளோம். இங்கு நாம் பெற்றுள்ள சராசரி விலக்கத்தின் மதிப்பு 3.24.

இடைநிலையிலிருந்து சராசரி விலக்கத்தின் மதிப்பானது கூட்டுச்சராசரியிலிருந்து சராசரி விலக்கத்தின் மதிப்பைவிடக் குறைவாக உள்ளது என்பதைக் கவனிக்கவும்.

III) தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவலிலிருந்து சராசரி விலக்கத்தைக் கணித்தல்

A) கூட்டுச் சராசரியிலிருந்து சராசரி விலக்கத்தைக் கணித்தல்;

தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவலின் கூட்டுச் சராசரியிலிருந்து சராசரி விலக்கத்தைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

1) கொடுக்கப்பட்டுள்ள அலைவெண் பரவலின் கூட்டுச் சராசரியை

$$\bar{x} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} \text{ அல்லது } \bar{x} = A + \frac{\Sigma fd}{\Sigma f} \times c$$

என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கணிக்கவேண்டும்.

2) கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவலுடைய ஒவ்வொரு பிரிவின் பிரிவுக் குறிப்பெண்ணிற்கும் கூட்டுச் சராசரிக்கும் உள்ள வேறுபாட்டைக் கணிக்கவேண்டும். இவ்வேறுபாட்டிற்கு முன்பாக உள்ள + அல்லது - குறியை நீக்கி வரும் எண்ணை $|d|$ என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

3) $|d|$ ன் ஒவ்வொரு மதிப்பையும் அதற்குரிய அலை வெண்ணால பெருக்கவேண்டும் இவ்வாறு பெருக்கிவரும் எண்ணை $f|d|$ என்று குறிப்பிடுகிறோம்

4) $f|d|$ இன் எல்லா மதிப்புகளையும் கூட்டவேண்டும். கூட்டிவரும எண்ணை $\Sigma f|d|$ என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

5) கூட்டுச் சராசரியிலிருந்து சராசரி விலக்கத்தைக் கீழ்க் காணும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கணிக்கிறோம்

கூட்டுச் சராசரியிலிருந்து சராசரி விலக்கம் $= \dfrac{\Sigma f|d|}{\Sigma f}$

Σf என்பது அலைவெண்களின் மொத்தமாகும்.

மாதிரிக் கணக்கு: 9

கீழே உள்ள அலைவெண் பரவலுக்குக் கூட்டுச் சராசரியிலிருந்து சராசரி விலக்கத்தைக் கணிக்கவும்.

வயது ஆண்டுகளில்	நபர்களின் எண்ணிக்கை
0— 5	7
5—10	10
10— 15	16
15—20	32
20—25	24
25—30	18
30—35	10
35—40	5
40—45	1

முதலாவதாகக் கூட்டுச்சராசரியைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவலில் உள்ள பிரிவுகளின் பிரிவுக் குறிப்பெண்களைக் கண்டுபிடித்து x என்ற தலைப்பில் கீழே உள்ள அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்.

5-வது பிரிவாகிய '20—25' என்ற பிரிவின் பிரிவுக் குறிப்பெண்ணை A-இன் மதிப்பாகக் கொள்கிறோம்.

$$\therefore A = \frac{20+25}{2} = \frac{45}{2} = 22.5$$

ஒவ்வொரு பிரிவின் இடைவெளித் தூரம் $= 5$

$$\therefore c = 5$$

பிரிவுக் குறிப்பெண்	அலைவெண் f	$d = \frac{x-A}{c} = \frac{x-22.5}{5}$	fd
2.5	7	$\frac{2.5-22.5}{5} = -4$	$7 \times (-4) = -28$
7.5	10	$\frac{7.5-22.5}{5} = -3$	$10 \times (-3) = -30$
12.5	16	$\frac{12.5-22.5}{5} = -2$	$16 \times (-2) = -32$
17.5	32	$\frac{17.5-22.5}{5} = -1$	$32 \times (-1) = -32$
22.5	24	$\frac{22.5-22.5}{5} = 0$	$24 \times 0 = 0$
27.5	18	$\frac{27.5-22.5}{5} = 1$	$18 \times 1 = 18$
32.5	10	$\frac{32.5-22.5}{5} = 2$	$10 \times 2 = 20$
37.5	5	$\frac{37.5-22.5}{5} = 3$	$5 \times 3 = 15$
42.5	1	$\frac{42.5-22.5}{5} = 4$	$1 \times 4 = 4$
மொத்தம்	123		−65

$\Sigma f = 123, \quad \Sigma fd = -65$

$$x = A + \frac{\Sigma fd}{\Sigma f} \times c$$

$$= 22.5 + \frac{-65}{123} \times 5$$

$$= 22.5 - \frac{325}{123}$$

$$= 22.5 - 2.64 = 19.86$$

கூட்டுச் சராசரி = 19.86

கூட்டுச் சராசரிக்கும் பிரிவுக் குறிப்பெண்களுக்கும் உள்ள வேறுபாடுகளைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்

(2.5— 19.86), (7 5 —19 86), (12.5 —19.86),

(17.5 —19.86), (22.5.—19 86), (27.5 —19.86),

(32 5—19 86), (37.5—19 86), மற்றும் (42 5—19 86) ஆகியவை கொடுக்கப்பட்டுள்ள பிரிவுக் குறிப்பெண்களுக்கும் கூட்டுச்-சராசரிக்கும் உள்ள வேறுபாடுகளாகும்.

அதாவது—17 36, —12.36, —7.36, — 2.36, +2 64, +7.64 + 12 64, +17.64, +22.64 ஆகியவை பிரிவுக் குறிப்பெண்களுக்கும் கூட்டுச்சராசரிக்கும் உள்ள வேறுபாடுகளாகும்.

இவ்வேறுபாடுகளுக்கு முன்பாக உள்ள + மற்றும் — குறிகளை நீக்கிக் கிடைக்கும் எண்கள் வருமாறு.

17.36, 12.36, 7 36, 2.36, 2 64, 7.64, 12.64, 17.64. 22.64.

இந்த எண்களே $|d|$ இன் மதிப்புக்களாகும். இந்த எண்-களை $|d|$ என்ற தலைப்பில் கீழே உள்ள அட்டவணையில் தந்துள்ளோம். $|d|$ இன் ஒவ்வொரு மதிப்பையும் அதற்குரிய அலைவெண்ணால் பெருக்கி $f|d|$ என்ற தலைப்பில் கீழே உள்ள அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்,

பிரிவுக் குறிப்பெண் x	அலைவெண் f	$\|d\|$	$f\|d\|$
2.5	7	17.36	$7 \times 17.36 = 121.52$
7.5	10	12.36	$10 \times 12\ 36 = 123.60$
12.5	16	7.36	$16 \times\ 7\ 36 = 117.76$
17.5	32	2 36	$32 \times\ 2\ 36 =\ 75.52$
22.5	24	2 64	$24 \times\ 2.64 =\ 63.36$
27.5	18	7.64	$18 \times\ 7\ 64 = 137\ 52$
32 5	10	12.64	$10 \times\ 12.64 = 126\ 40$
37.4	5	17 64	$5 \times\ 17.64 =\ 88.20$
42 5	1	22 64	$1 \times\ 22.64 =\ 22\ 64$
மொத்தம்	123		876.52

$\Sigma f = 123,\ \Sigma f\,|\,d\,| = 876.52$

கூட்டுச் சராசரியிலிருந்து சராசரி விலக்கம் $= \dfrac{\Sigma f\,|\,d\,|}{\Sigma f}$

$= \dfrac{876\ 52}{123}$

$= 7.13$ ஆண்டுகள்

மாதிரிக் கணக்கு 10 :

கீழே தரப்பட்டுள்ள பரவலின் கூட்டுச்சராசரியிலிருந்து சராசரி விலக்கத்தைக் கணிக்கவும்.

கூலி (ரூபாயில்)	கூலியாட்களின் எண்ணிக்கை
20—30	3
30—40	5
40—50	20
50—60	10
60—70	5

கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவலின் கூட்டுச்சராசரியைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

ஒவ்வொரு பிரிவின் குறிப்பெண்ணையும் கணித்து x என்ற தலைப்பில் கீழே அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்.

மூன்றாவது பிரிவாகிய '40—50' என்ற பிரிவின் பிரிவுக் குறிப்பெண்ணை A எனக் கொள்கிறோம்.

$$\therefore A = \frac{40+50}{2} = \frac{90}{2} = 45$$

ஒவ்வொரு பிரிவின் இடைவெளித்தூரம் = 10

$$\therefore c = 10$$

பிரிவுக் குறிப்பெண் x	அலைவெண் f	$d = \frac{x-A}{c} = \frac{x-45}{10}$	fd
25	3	−2	$3 \times (-2) = -6$
35	5	−1	$5 \times (-1) = -5$
45	20	0	$20 \times 0 = 0$
55	10	1	$10 \times 1 = 10$
65	5	2	$5 \times 2 = 10$
மொத்தம்	43		9

$$\Sigma f = 43, \ \Sigma fd = 9$$

$$\bar{x} = A + \frac{\Sigma fd}{\Sigma f} \times c$$

$$= 45 + \frac{9}{43} \times 10$$

$$= 45 + \frac{90}{43}$$

$$= 45 + 2.1 \quad \text{(தோராயமாக)}$$

கூட்டுச் சராசரி = ரூ. 47.1

கொடுக்கப்பட்டுள்ள பிரிவுகளின் பிரிவுக் குறிப்பெண்களுக்கும் கூட்டுச் சராசரிக்கும் உள்ள வேறுபாடுகளைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

(25—47.1), (35—47.1), (45—47.1), (55—47.1), மற்றும் (65 - 47.1), ஆகியவை பிரிவுக் குறிப்பெண்களுக்கும் கூட்டுச் சராசரிக்கும் உள்ள வேறுபாடுகளாகும்.

அதாவது — 22.1, — 12.1, — 2.1, + 7.9 + 17.9 ஆகியவை பிரிவுக் குறிப்பெண்களுக்கும் கூட்டுச் சராசரிக்கும் உள்ள வேறுபாடுகளாகும்.

இவ் வேறுபாடுகளுக்கு முன்பாக உள்ள + மற்றும்-குறிகளை நீக்கிக் கிடைக்கும் எண்கள் வருமாறு ;

22.1, 12.1, 2.1, 7.9, 17.9

இந்த எண்கள் $|d|$ - இன் மதிப்புக்களாகும். இந்த எண்களை $|d$ என்ற தலைப்பில் கீழே உள்ள அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்.

$|d|$ - இன் ஒவ்வொரு மதிப்பையும் அதற்குரிய அலைவெண்ணால் பெருக்கி $f|d|$ என்ற தலைப்பில் அடுத்த பக்கத்தில் உள்ள அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்.

பிரிவுக் குறிப் பெண் x	அலைவெண் f	$\lvert d \rvert$	$f \lvert d \rvert$
25	3	22.1	$3 \times 22.1 = 66.3$
35	5	12.1	$5 \times 12.1 = 60\ 5$
45	20	2 1	$20 \times 2.1 = 42.0$
55	10	7 9	$10 \times 7.9 = 79.0$
65	5	17.9	$5 \times 17.9 = 89.5$
மொத்தம்	43		337.3

$$\Sigma f = 43$$

$$\Sigma f \lvert d \rvert = 337.3$$

கூட்டுச் சராசரியிலிருந்து சராசரி விலக்கம் $= \dfrac{\Sigma f \lvert d \rvert}{\Sigma f}$

$$= \frac{337.3}{43}$$

$$= 7.843$$

(B) இடைநிலையிலிருந்து சராசரி விலக்கத்தைக் கணித்தல் :

தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவலின் இடைநிலையிலிருந்து சராசரி விலக்கத்தைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

(1) முதலாவதாகக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவலின் இடைநிலையை,

$$\text{இடைநிலை} = l + \frac{\frac{N}{2} - m}{f} \times c$$ என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கணிக்கவேண்டும்.

(2) ஒவ்வொரு பிரிவின் பிரிவுக் குறிப்பெண்ணிற்கும் இடை நிலைக்கும் உள்ள வேறுபாட்டைக் கணிக்கவேண்டும். இவ்வேறுபாடு களுக்கு முன்பாக உள்ள + மற்றும் — குறிகளை நீக்கிக் கிடைக்கும் எண்களை $|d|$ என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

(3) $|d|$-இன் ஒவ்வொரு மதிப்பையும் அதற்குரிய அலை-வெண்ணால் பெருக்க வேண்டும். இவ்வாறு பெருக்கிவரும் எண்-களை $f|d|$ என்று குறிப்பிடுகிறோம்

(4) $f|d|$-இன் எல்லா மதிப்புக்களையும் கூட்டவேண்டும். கூட்டி வரும் எண்ணை $\Sigma f|d|$ என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

(5) இடைநிலையிலிருந்து சராசரி விலக்கத்தைக் கீழ்க்காணும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கணிக்கிறோம்.

$$\left.\begin{matrix}\text{இடை நிலையிலிருந்து}\\ \text{சராசரி விலக்கம்}\end{matrix}\right\} = \frac{\Sigma f|d|}{\Sigma f}$$

Σf என்பது அலைவெண்களின் மொத்தமாகும்.

மாதிரிக் கணக்கு 11:

மாதிரிக் கணக்கு 10-இல் தரப்பட்டுள்ள அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி இடைநிலையிலிருந்து சராசரி விலக்கத்தைக்கணிக்கவும்.

கூலி (ரூபாயில்)	கூலியாட்களின் எண்ணிக்கை
20—30	3
30—40	5
40—50	20
50—60	10
60—70	5

கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவலின் இடைநிலையைக் கீழ்க்கண்ட-வாறு கணிக்கிறோம்

கொடுக்கப்பட்டுள்ள அலைவெண்களிலிருந்து குவிவு அலைவெண் களைக் கணித்துக் கீழே உள்ள அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்.

கூலி (ரூபாயில்)	அலைவெண்	குவிவு அலைவெண்
20 – 30	3	3
30 40	5	8
40 – 50	20	28
50 – 60	10	38
60 – 70	5	43
மொத்தம்	43	

N = அலைவெண்களின் மொத்தம்

= 43

இடைநிலை = $\left(\frac{N}{2}\right)$ வது இனத்தின் மதிப்பு

= $\left(\frac{43}{2}\right)$ வது இனத்தின் மதிப்பு

= 21.5 வது இனத்தின் மதிப்பு.

மேலே உள்ள குவிவு அலைவெண் பத்தியிலிருந்து இனம் 8 க்குப் பின்பாக இனம் 28 முடிய உள்ள ஒவ்வொரு இனத்தின் மதிப்பும் '40—50' என்ற இடைவெளியில் உள்ளது என்பதை அறிகிறோம்.

இனம் 21 5 ஆனது இனம் 8-க்கும் இனம் 28-க்கும் இடையிலுள்ள ஓர் இனமாகும்.

∴ இனம் 21.5-ன் மதிப்பும் '40—50' என்ற இடைவெளியில் இருக்கும்.

அதாவது, இடைநிலையின் மதிப்பு '40—50' என்ற இடைவெளியில் உள்ளது.

அதாவது, '40 — 50' என்ற பிரிவு இடைநிலைப் பிரிவாகும்.

l = இடைநிலைப் பிரிவின் கீழ் எல்லை
= 40

m = இடைநிலைப் பிரிவிற்கு முந்திய பிரிவின் குவிவு அலைவெண்
= 8

f = இடைநிலைப் பிரிவின் அலைவெண்
= 20

c = இடைநிலைப் பிரிவின் இடைவெளித் தூரம்
= 50—40
= 10

$$\text{இடைநிலை} = l + \frac{\frac{N}{2} - m}{f} \times c$$

$$= \text{ரூ} \left(40 + \frac{21.5 - 8}{20} \times 10\right)$$

$$= \text{ரூ} \left(40 + \frac{13.5}{2}\right)$$

$$= \text{ரூ.}\ [40 + 6.75]$$

$$= \text{ரூ.}\ 46.75$$

இடைநிலையிலிருந்து கொடுக்கப்பட்டுள்ள பிரிவுகளுடைய பிரிவுக குறிபபெண்களின் வேறுபாடுகளைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள 5 பிரிவுகளின் பிரிவுக் குறிப்பெண்கள் முறையே 25, 35, 45, 55, 65 ஆகும்.

இப்பிரிவுக் குறிப்பெண்களுக்கும் இடைநிலைக்கும் உளள வேறுபாடுகள் முறையே (25 — 46.75), (35 — 46 75), (45—46.75), (55 — 46 75), (65 — 46.75) ஆகும்.

அதாவது, — 21.75, — 11.75, — 1.75, + 8.25, + 18.25 ஆகியவை வேறுபாடுகளாகும்.

இவ்வேறுபாடுகளுக்கு முன்பாக உள்ள + மற்றும் —குறிகளை நீக்கிக் கிடைக்கும் எண்கள் வருமாறு :

21.75, 11.75, 1.75, 8.25, 18.25.

இந்த எண்கள் | d | இன் மதிப்புக்களாகும். இந்த எண்களை | d | என்ற தலைப்பில் கீழே உள்ள அட்டவணையில் தந்துள்ளோம். | d | ன் ஒவ்வொரு மதிப்பையும் அதற்குரிய அலை வெண்ணால் பெருக்கி f | d | என்ற தலைப்பில் கீழே உள்ள அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்.

பிரிவுக் குறிப்பெண் x	அலைவெண் f	$\lvert d \rvert$	$f \lvert d \rvert$
25	3	21.75	$3 \times 21.75 = 65.25$
35	5	11.75	$5 \times 11\ 75 = 58.75$
45	20	1.75	$20 \times\ 1.75 = 35.00$
55	10	8.25	$10 \times\ 8.25 = 82.50$
65	5	18.25	$5 \times 18.25 = 91.25$
மொத்தம்	43		332.75

$\Sigma f = 43, \quad \Sigma f \mid d \mid \ = 332.75$

$$\text{இடைநிலையிலிருந்து சராசரி விலக்கம்} = \frac{\Sigma f \mid d \mid}{\Sigma f}$$

$$= \text{ரூ.} \ \frac{332.75}{43}$$

= ரூ. 7.74 (தோராயமாக)

சிதறலின் தராதர அளவை (Relative Measure of Dispersion)

மேலே நாம் விவரித்துள்ள சிதறல் அளவையாகிய சராசரி விலக்கம் ஒரு முழுமையான அளவையாகும். கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவலிலுள்ள இனங்கள் எந்த அலகில் கொடுக்கப் பெற்றுள்ளனவோ

அதே அலகில் சராசரி விலக்கம் கொடுக்கப் பெறுகிறது. எனவே, சராசரி விலக்கத்தைப் பயன்படுத்தி, இரு வேறு அலகுகளில் கொடுக்கப்பெற்றுள்ள இருபரவல்களின் சிதறல்களை ஒப்பிடமுடியாது.

இரு வேறு அலகுகளில் தரப்பெற்றுள்ள இரு பரவல்களின் சிதறல்களை ஒப்பிடுவதற்குத் தராதர அளவையொன்றைக் கணிக்கிறோம். இத்தராதர அளவை "சராசரி விலக்கத்தின் கெழு" (Mean Coefficient of Dispersion) என்று அழைக்கிறோம்.

கூட்டுச் சராசரியிலிருந்து வேறுபாடுகளைக் கணித்திருக்கும் பொழுது சராசரி விலக்கத்தின் கெழு

$$= \frac{\text{கூட்டுச் சராசரியிலிருந்து சராசரி விலக்கம்}}{\text{கூட்டுச் சராசரி}}$$

இடைநிலையிலிருந்து வேறுபாடுகளைக் கணித்திருக்கும் பொழுது சராசரி விலக்கத்தின் கெழு

$$= \frac{\text{இடைநிலையிலிருந்து சராசரி விலக்கம்}}{\text{இடைநிலை}}$$

மாதிரிக் கணக்கு : 12

மாதிரிக் கணக்கு 1-இல் தந்துள்ள பரவலிலிருந்து சராசரி விலக்கத்தின் கெழுவைக் கணிக்கவும்.

கூட்டுச்சராசரி = 50

கூட்டுச் சராசரியிலிருந்து சராசரி விலக்கம் = 30

∴ சராசரி விலக்கத்தின் கெழு

$$= \frac{\text{கூட்டுச் சராசரியிலிருந்து சராசரி விலக்கம்}}{\text{கூட்டுச் சராசரி}}$$

$$= \frac{30}{50}$$

$$= \frac{3}{5}$$

$$= .6$$

மாதிரிக் கணக்கு 13 :

மாதிரிக் கணக்கு 3-இல் தந்துள்ள பரவலிலிருந்து சராசரி விலக்கத்தின் கெழுவைக் கணிக்கவும்.

இடைநிலை = 60 என்றும்

இடைநிலையிலிருந்து சராசரி விலக்கம் = 25.714 என்றும் மாதிரிக் கணக்கு 3 இல் கணித்துள்ளோம்.

∴ சராசரி விலக்கத்தின் கெழு

$$= \frac{\text{இடைநிலையிலிருந்து சராசரி விலக்கம்}}{\text{இடைநிலை}}$$

$$= \frac{25.714}{60}$$

$$= .4286 \text{ (தோராயமாக)}$$

மாதிரிக் கணக்கு 14 :

மாதிரிக் கணக்கு 5 இல் தரப்பட்டுள்ள விவரங்களுக்குச் சராசரி விலக்கத்தின் கெழுவைக் கணிக்கவும்.

கூட்டுச் சராசரியின் மதிப்பு 33.34 என்றும் கூட்டுச்சராசரியிலிருந்து சராசரிவிலக்கத்தின் மதிப்பு 14.37 என்றும் கணித்துள்ளோம்.

∴ சராசரி விலக்கத்தின் கெழு $= \frac{14.37}{33\ 34}$

$= .431$

மாதிரிக் கணக்கு 15 :

மாதிரிக் கணக்கு 11-இல் தரப்பட்டுள்ள பரவலிலிருந்து சராசரி விலக்கத்தின் கெழுவைக் கணிக்கவும்.

இடைநிலையின் மதிப்பு ரூ. 46.75 என்றும் இடைநிலையிலிருந்து சராசரி விலக்கத்தின் மதிப்பு ரூ. 7.74 என்றும் கணித்துள்ளோம

∴ சராசரி விலக்கதின் கெழு $= \frac{7.74}{46.75}$

$= 16\ 55$

மாதிரிக் கணக்கு: 16

கீழே தந்துள்ள விவரங்களிலிருந்து கூட்டுச்சராசரியிலிருந்து சராசரி விலக்கம், இடைநிலையிலிருந்து சராசரி விலக்கம் ஆகியவற்றைக் கணக்கிடுக.

160, 158, 170, 142, 175.

$$\Sigma x = 160 + 158 + 170 + 142 + 175$$

$$= 805$$

$$n = 5$$

$$\therefore \bar{x} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{805}{5} = 161$$

| d |	1,	3,	9,	19,	14,

$$\Sigma \mid d \mid = 1 + 3 + 9 + 19 + 14$$

$$= 46$$

$$\text{கூட்டுச் சராசரியிலிருந்து சராசரி விலக்கம்} = \frac{\Sigma \mid d \mid}{n}$$

$$= \frac{46}{5} = 9.2$$

142, 158, 160, 170, 175

$$\text{இடைநிலை} = \text{இனம்} \left(\frac{n+1}{2}\right) \text{இன் மதிப்பு}$$

$$n = 5$$

$$\therefore \frac{n+1}{2} = \frac{5+1}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

∴ இடைநிலை = இனம் 3 இன் மதிப்பு

= 160

	d		18, 2, 0, 10, 15,

∴ $\Sigma | d | = 18 + 2 + 0 + 10 + 15$

$= 45$

∴ இடைநிலையிலிருந்து சராசரி விலக்கம் $= \frac{\Sigma | d |}{n}$

$= \frac{45}{5}$

$= 9$

விடை :

கூட்டுச் சராசரியிலிருந்து சராசரி விலக்கம் = 9.2

இடைநிலையிலிருந்து சராசரி விலக்கம் = 9

மாதிரிக் கணக்கு : 17

கூட்டுச் சராசரியிலிருந்து சராசரி விலக்கம், இடைநிலையிலிருந்து சராசரி விலக்கம் ஆகியவற்றைக் கீழே தந்துள்ள அட்டவணையிலிருந்து கணக்கிடு :

மதிப்பெண்கள் x	அலைவெண் f
45	5
53	8
54	9
55	3

x	f	xf
45	5	225
53	8	424
54	9	486
55	3	165
மொத்தம்	25	1300

$\sum xf = 1300$

$\sum f = 25$

$$\therefore \bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{1300}{25} = 52$$

x	f	$\lvert d \rvert$	$f \lvert d \rvert$
45	5	7	35
53	8	1	8
54	9	2	18
55	3	3	9
மொத்தம்	25		70

$\sum f \lvert d \rvert = 70$

$\sum f = 25$

$$\left.\begin{matrix}\text{கூட்டுச்சராசரியிலிருந்து} \\ \text{சராசரி விலக்கம்}\end{matrix}\right\} = \frac{\sum f \lvert d \rvert}{\sum f}$$

$$= \frac{70}{25}$$

$$= \frac{14}{5}$$

$$= 2.8$$

x	f	குவிவு அலைவெண்
45	5	5
53	8	13
54	9	22
55	3	25
மொத்தம்	25	

$N = \sum f = 25$

$$\frac{N+1}{2} = \frac{25+1}{2} = 13$$

இடைநிலை $= \left(\frac{N+1}{2}\right)$வது இனத்தின் மதிப்பு.

= 13வது இனத்தின் மதிப்பு

= 53.

x	f	$\lvert d \rvert$	$f \lvert d \rvert$
45	5	8	40
53	8	0	0
54	9	1	9
55	3	2	6
மொத்தம்	25		55

$$\sum f \mid d \mid = 55$$

$$\therefore \text{இடைநிலையிலிருந்து சராசரிவிலக்கம்} = \frac{\sum f \mid d \mid}{\sum f}$$

$$= \frac{55}{25}$$

$$= \frac{11}{5}$$

$$= 2.2$$

மாதிரிக் கணக்கு :18

அடியில் கொடுத்திருக்கும் நிகழ்வெண் பரவலின் சராசரி விலக்கத்தைக் * கணக்கிடுக.

தொலைபேசியில் பேசும் நேரம் நிமிடத்தில்	0—1	1—2	2—3	3—4	4—5	5—6	6—7	7—8	8—9
நிகழ்வெண்	12	30	21	16	11	5	2	2	1

(பி ஏ. செப்டம்பர் 1973)

பிரிவு	பிரிவுக குறிப்பெண்	f	fx
0—1	5	12	60
1—2	1.5	30	45.0
2—3	2.5	21	52.5
3—4	3.5	16	56.0
4—5	4.5	11	49 5
5—6	5.5	5	27.5
6 - 7	6.5	2	13.0
7—8	7.5	2	15.0
8—9	8.5	1	8.5
மொத்தம்		100	273.0

*சராசரி விலக்கத்தைக் கணக்கிடுக என்று கொடுத்திருந்தால் கூட்டுச் சராசரியிலிருந்து சராசரி விலக்கம், இடைநிலையிலிருந்து சராசரி விலக்கம் ஆகிய இரண்டையுமே கணிக்க வேண்டுமென்பதில்லை. ஏதேனும் ஒன்றைக் கணித்தால் போதுமானது.

$\Sigma f = 100 \qquad \Sigma fx = 273$

$$\bar{x} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} = \frac{273}{100} = 2.73$$

x	f	$\lvert d \rvert$	$f \lvert d \rvert$
.5	12	2 23	26.76
1.5	30	1.23	36.90
2 5	21	.23	4.83
3.5	16	.77	12.32
4 5	11	1.77	19.47
5.5	5	2.77	13.85
6 5	2	3.77	7.54
7 5	2	4.77	9.54
8.5	1	5.77	5.77
	100		136.98

$\Sigma f = 100; \quad \Sigma f \lvert d \rvert = 136.98$

கூட்டுச்சராசரியிலிருந்து சராசரி விலக்கம் $= \dfrac{\Sigma f \lvert d \rvert}{\Sigma f} = \dfrac{136.98}{100}$

$= 1.3698 = 1.37$ (தோராயமாக)

மாதிரிக்கணக்கு 19:

பின்வரும் நிகழ்வெண் பரவலின் கூட்டுச்சராசரி விலக்கத்தை இடைநிலை அளவிலிருந்து கணக்கிடு.

இலைகளின் நீளம் (மைய மதிப்பு செ.மீ)	4	4.2	4.4	4.6	4.8	5.0	5.2	5.4	5.6	5.8	6.0
நிகழ்வெண்	2	7	10	35	50	90	52	26	12	9	7

(பி.ஏ.செப் 1972)

மைய மதிப்பு x	பிரிவு இடைவெளி	அலைவெண் f	குவிவு அலைவெண்
4.0	3 9—4.1	2	2
4.2	4.1—4.3	7	9
4.4	4.3—4 5	10	19
4.6	4 5—4.7	35	54
4.8	4.7—4.9	50	104
5.0	4 9—5.1	90	194
5.2	5 1—5 3	52	246
5.4	5 3 – 5.5	26	272
5 6	5.5—5.7	12	284
5.8	5 7—5 9	9	293
6.0	5.9—6 1	7	300
மொத்தம்		300	

$$N = \Sigma f = 300$$

$$\frac{N}{2} = \frac{300}{2} = 150$$

இடைநிலை = இனம் $\left(\frac{N}{2}\right)$ இன் மதிப்பு

= இனம் 150 இன் மதிப்பு

இனம் 150-இன் மதிப்பு 4.9—5.1 என்ற பிரிவில் உள்ளது.

∴ 4.9—5.1 என்ற பிரிவு இடைநிலைப் பிரிவாகும்.

∴ $l = 4.9$

$m = 104$

$f = 90$

$c = 5.1 - 4.9 = .2$

$$\therefore \text{இடைநிலை} = l + \frac{\frac{N}{2} - m}{f} \times c$$

$$= \left(4.9 + \frac{150-104}{90} \times .2\right) \text{செ.மீ.}$$

$$= \left(4.9 + \frac{46}{90} \times .2\right) \text{செ.மீ.}$$

$$= \left(4.9 + \frac{9.2}{90}\right) \text{செ.மீ}$$

$$= (4.9 + .1) \text{ செ.மீ.}$$

$$= 5 \text{ செ.மீ.}$$

மைய மதிப்பு x	f	$\lvert d \rvert$	$f \lvert d \rvert$
4.0	2	1	2.0
4.2	7	.8	5.6
4.4	10	.6	6.0
4.6	35	.4	14.0
4.8	50	.2	10.0
5.0	90	0	0
5.2	52	.2	10.4
5.4	26	.4	10.4
5.6	12	.6	7.2
5.8	9	.8	7.2
6.0	7	1	7.0
மொத்தம்	300		79.8

$\Sigma f = 300, \quad \Sigma f \lvert d \rvert = 79.8$

$$\therefore \text{இடைநிலையிலிருந்து சராசரி விலக்கம்} = \frac{\Sigma f \lvert d \rvert}{\Sigma f}$$

$$= \frac{79.8}{300} \text{ செ.மீ}$$

$$= .266 \text{ செ.மீ.}$$

சராசரி விலக்கத்தைக் கணிக்கப் பயன்படும் சூத்திரங்கள்

	கூட்டுச் சராசரியிலிருந்து சராசரி விலக்கம்	இடை நிலையிலிருந்து சராசரி விலக்கம்
ஒழுங்கு படுத்தப் பெறாத விவரங்கள்	$\frac{\sum \lvert d \rvert}{n}$ $\lvert d \rvert = \lvert x - \bar{x} \rvert$	$\frac{\sum \lvert d \rvert}{n}$ $\lvert d \rvert =$ $\lvert x -$ இடைநிலை $\rvert$
தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் பரவல்	$\frac{\sum f \lvert d \rvert}{\sum f}$ $\lvert d \rvert = \lvert x - \bar{x} \rvert$	$\frac{\sum f \lvert d \rvert}{\sum f}$ $\lvert d \rvert =$ $\lvert x -$ இடைநிலை $\rvert$
தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவல்	$\frac{\sum f \lvert d \rvert}{\sum f}$ $\lvert d \rvert = \lvert x - \bar{x} \rvert$	$\frac{\sum f \lvert d \rvert}{\sum f}$ $\lvert d \rvert =$ $\lvert x -$ இடைநிலை $\rvert$

கூட்டுச் சராசரியிலிருந்து சராசரி விலக்கக் கெழு $= \frac{\text{கூட்டுச்சராசரியிலிருந்து சராசரி விலக்கம்}}{\text{கூட்டுச்சராசரி}}$

இடைநிலையிலிருந்து சராசரி விலக்கக் கெழு $= \frac{\text{இடைநிலையிலிருந்து சராசரி விலக்கம்}}{\text{இடை நிலை}}$

4
திட்ட விலக்கம்

(Standard Deviation)

சராசரி விலக்கத்தைக் கணிக்கும் பொழுது வேறுபாடுகளுடைய கூட்டுத் தொகை பூஜ்யமாவதைத் தடுக்கும் பொருட்டு, வேறுபாடுகளுக்கு முன்பாக உள்ள + மற்றும் — குறிகளை நீக்கிவிட்டுப் பின்பு வேறுபாடுகளின் கூட்டுத் தொகையைக் கணித்தோம் ஆனால், இவ்வாறு செய்வது கணிதத்துவ முறைப்படித் தவறாகும். வேறுபாடுகளுக்கு முன்பாக உள்ள + மற்றும் — குறிகளை நீக்குவதற்குப் பதிலாக, ஒவ்வொரு வேறுபாட்டின் வர்க்கத்தைக் (square) கணிப்பதன் மூலமாகவும் வேறுபாடுகளை நேர்மறை எண்களாக மாற்றமுடியும். திட்டவிலக்கத்தைக் கணிக்கும் பொழுது இந்த முறையையே கையாளுகிறோம்.

இலக்கணம் :

கொடுக்கப்பட்டுள்ள புள்ளி விவரங்களின் கூட்டுச் சராசரிக்கும் இனங்களுக்கும் உள்ள வேறுபாடுகளின் வர்க்கங்களுடைய (squaes) கூட்டுச் சராசரியின் வர்க்க மூலமே (square root) திட்ட விலக்க மாகும்

கொடுக்கப்பட்டுள்ள புள்ளி விவரங்கட்குக் கூட்டுச் சராசரியைக் கணித்து, கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனம் ஒவ்வொன்றுக்கும் இந்தக் கூட்டுச் சராசரிக்கும் இடையேயுள்ள வேறுபாடுகளைக் கணித்து, இவ்வேறுபாடு ஒவ்வொன்றின் வர்க்கத்தையும் (Square) கணித்து, இவ்வர்க்கங்களின் மதிப்புக்களுடைய கூட்டுச் சராசரியைக் கணித்து இவ்வாறு, நாம் பெறும் கூட்டுச் சராசரியின் வர்க்க மூலத்தைக் (Square root) கணித்துப் பெறும் மதிப்பையே 'திட்ட விலக்கம்' என்கிறோம்

திட்டவிலக்கத்தை σ என்ற கிரேக்க எழுத்தால் குறிப்பிடுவது வழக்கமாகும். σ என்பதை ''sigma'' என்று வாசிக்க வேண்டும்.

திட்டவிலக்கத்தை ஆங்கிலத்தில் 'standard deviation' என்று கூறுவதோடு 'root-mean-square deviation' என்றும் கூறுவதுண்டு.

மாறுபாடு (Variance) : கொடுக்கப்பட்டுள்ள புள்ளி விவரங்களின் கூட்டுச் சராசரிக்கும் இனங்களுக்கும் உள்ள வேறுபாடுகளின் வர்க்கங்களுடைய கூட்டுச் சராசரியை மாறுபாடு (Variance) என்கிறோம். எனவே, திட்டவிலக்கத்தின் வர்க்கமே மாறுபாடு ஆகும் அதாவது,

$$\text{மாறுபாடு} = \sigma^2$$

அல்லது

$$\sigma = \sqrt{\text{மாறுபாடு}}$$

மாறுபாட்டை ஆங்கிலத்தில் 'Variance' என்று கூறுவதோடு 'mean-square deviation' என்றும் கூறுவதுண்டு.

சில சமயங்களில் திட்ட விலக்கத்திற்குப் பதிலாக மாறுபாடு சிதறலை அளக்கப் பயன்படுத்தப்படுகிறது.

திட்ட விலக்கத்திற்கும் சராசரி விலக்கத்திற்கும் உள்ள வேறுபாடு:

திட்ட விலக்கமும் சராசரி விலக்கத்தைப் போல, கூட்டுச் சராசரியிலிருந்து கணிக்கப்பட்ட வேறுபாடுகளின் ஒருவகையான சராசரியாகும். என்றாலும் திட்டவிலக்கமானது சராசரி விலக்கத்தினின்று கீழ்க்கண்ட இரண்டு வகைகளில் வேறுபடுகிறது.

1) சராசரி விலக்கத்தைக் கணிப்பதற்கு வேறுபாடுகளின் மொத்தத்தைக் கணிக்கிறோம். ஆனால் திட்டவிலக்கத்தைக் கணிப்பதற்கு எப்பொழுதும் வேறுபாடுகளின் வர்க்கங்களைக் கண்டு பிடித்து, அவ்வேறுபாடுகளின் வர்க்கங்களின் மொத்தத்தைக் கணிக்கிறோம்

2) சராசரி விலக்கத்தைக் கணிக்கும் பொழுது வேறுபாடுகள் ஏதாவது ஒரு சராசரியிலிருந்து கணிக்கப்படுகின்றன ஆனால் திட்ட விலக்கத்தைக் கணிக்கும்பொழுது வேறுபாடுகள் எப்பொழுதும் கூட்டுச் சராசரியிலிருந்தே கணிக்கப்படுகின்றன இடைநிலையிலிருந்தோ முகடிலிருந்தோ இனங்களின் வேறுபாடுகளைக் கணிப்பதில்லை.

1 ஒழுங்கு படுத்தப்படாத விவரங்களிலிருந்து திட்ட விலக்கத்தைக் கணித்தல்:

(A) நேரடிமுறை: இம்முறையில் திட்ட விலக்கத்தைக் கீழ்க்-கண்டவாறு கணிக்கிறோம்

1. கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்களின் கூட்டுச் சராசரியை $\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n}$ என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி முதலாவதாகக் கணிக்கவேண்டும்.

2. ஒவ்வொரு இனத்தின் மதிப்பிற்கும் கூட்டுச் சராசரிக்கும் உள்ள வேறுபாட்டைக் கணிக்கவேண்டும். ஒரு இனத்தின் மதிப்பு x என்றால், அந்த இனத்திற்கும் கூட்டுச் சராசரிக்கும் உள்ள வேறுபாடு $(x - \bar{x})$ ஆகும்

3. ஒவ்வொரு இனத்திற்கும் கூட்டுச் சராசரிக்கும் உள்ள வேறுபாட்டின் வர்க்கத்தைக் கணிக்க வேண்டும். ஒரு இனத்தின் மதிப்பு x என்றால், $(x - \bar{x})$-இன் வர்க்கத்தைக் கணிக்க வேண்டும். அதாவது, $(x - \bar{x})^2$ — இன் மதிப்புகளைக் கணிக்க வேண்டும்.

4. வேறுபாடுகளின் வர்க்கங்களையெல்லாம் கூட்ட வேண்டும். கூட்டிவரும் எண்ணை $\Sigma (x - \bar{x})^2$ என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

5. கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்-கையை n என்று குறிப்பிடுகிறோம். $\Sigma (x - \bar{x})^2$ —ஐ n ஆல் வகுத்து வரும் எண்ணைக் கண்டுபிடிக்க வேண்டும். அதாவது, $\frac{\Sigma (x - \bar{x})^2}{n}$ -- இன் மதிப்பைக் காண வேண்டும்.

6. $\frac{\Sigma (x - \bar{x})^2}{n}$ -- இன் வர்க்க மூலத்தைக் கண்டுபிடிக்க வேண்டும். இதுவே, திட்ட விலக்கத்தின் மதிப்பாகும்.

திட்டவிலக்கத்தைக் கணிக்கப் பயன்படும் சூத்திரத்தைக் கீழே தந்துள்ளோம்.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma (x - \bar{x})^2}{n}}$$

மாதிரிக் கணக்கு 1

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களின் திட்ட விலக்கத்தைக் கணிக்கவும்,

30, 90 20, 10, 80, 70

Σx = கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களுடைய மதிப்புக்களின் மொத்தம்,

$= 30 + 90 + 20 + 10 + 80 + 70$

$= 300$

n = கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை.

$= 6$

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{300}{6} = 50$$

கூட்டுச் சராசரி = 50.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களுக்கும் கூட்டுச சராசரிக்கும் உள்ள வேறுபாடுகள் வருமாறு

(30 - 50), (90—50), (20—50), (10—50), (80 —50), (70 —50). அதாவது —20, 40,—30, —40, 30, 20 ஆகியவை கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களுக்கும் கூட்டுச் சராசரிக்கும உள்ள வேறுபாடுகளாகும். இவையே $(x—\bar{x})$—இன மதிப்புகளாகும் எனவே, $(x—\bar{x})$ என்ற-தலைப்பில இந்த எண்களைக் கீழே உள்ள அட்டவணையில் தந்-துள்ளோம்.

$(x — \bar{x})$—இன மதிப்புக்களுடைய வர்க்கங்கள் வருமாறு $(-20)^2$. $(40)^2$, $(—30)^2$, $(-40)^2$ $(30)^2$, $(20)^2$.

அதாவது, 400, 1600, 900, 1600, 900, 400 ஆகியவை $(x — \bar{x})$ -இன் மதிப்புக்களையுடைய வர்க்கங்களாகும்.

அதாவது, 400, 1600, 900, 1600, 900, 400 ஆகியவை $(x — \bar{x})^2$ -இன் மதிப்புக்களாகும். இந்த மதிப்புக்களை $(x — \bar{x})^2$ என்ற தலைப்பில் கீழே உள்ள அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்.

$\Sigma (x - \bar{x})^2$ = $(x - \bar{x})^2$ இன் மதிப்புக்களுடைய மொத்தம்

= 400 + 1600 + 900 + 1600 + 900 + 400

= 5800.

மேலே கணித்துள்ளவற்றை அட்டவணை வடிவில் கீழே தந்துள்ளோம்

இனத்தின் மதிப்பு	$(x-\bar{x})$	$(x-\bar{x})^2$
30	—20	400
90	40	1600
20	—30	900
10	—40	1600
80	30	900
70	20	400
மொத்தம்		5800

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma (x-\bar{x})^2}{n}}$$

$$= \sqrt{\frac{5800}{6}}$$

$$= \sqrt{\frac{2900}{3}}$$

$$= \frac{\sqrt{2900}}{\sqrt{3}}$$

$\frac{\sqrt{2900}}{\sqrt{3}}$ - இன்மதிப்பை லாகிருதத்தைப் பயன்படுத்திக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

$\frac{\sqrt{2900}}{\sqrt{3}}$ இன் மதிப்பைக் காண

(1) $\sqrt{2900}$-ன் லாகிருத மதிப்பைக் காணவேண்டும்.

(2) $\sqrt{3}$ -ன் லாகிருத மதிப்பைக் காணவேண்டும்.

(3) $\sqrt{2900}$-இன் லாகிருதத்திலிருந்து $\sqrt{3}$ -இன் லாகிருதத்தைக் கழிக்கவேண்டும். கழித்துவரும் லாகிருதத்தின் எதிர் லாகிருத மதிப்பே $\frac{\sqrt{2900}}{\sqrt{3}}$ இன் - மதிப்பாகும்.

$\sqrt{2900}$ -ன் லாகிருத மதிப்பானது 2900-ன் லாகிருதத்தைப் படிமூலமாகிய 2 ஆல் வகுத்துக் கிடைப்பதாகும்.

இதேபோல, $\sqrt{3}$ -ன் லாகிருத மதிப்பானது 3-இன் லாகிருதத்தைப் படிமூலமாகிய 2ஆல் வகுத்துக் கிடைப்பதாகும்.

$$\therefore \log \sqrt{2900} = \frac{\log 2900}{2}$$

$$= \frac{3.4624}{2}$$

$$= 1.7312$$

$$\log \sqrt{3} = \frac{\log 3}{2}$$

$$= \frac{.4771}{2}$$

$$= .2385 \text{ (தோராயமாக)}$$

$$\log \sqrt{2900} - \log \sqrt{3} = 1.7312 - .2385$$

$$= 1.4927$$

$$\text{Antilog } (1.4927) = 31.10$$

$$\therefore \frac{\sqrt{2900}}{\sqrt{3}} = 31.1$$

$$\sigma = \frac{\sqrt{2900}}{\sqrt{3}}$$

$$= 31.1$$

திட்ட விலக்கம் = 31.1

மாதிரிக் கணக்கு — 2

கீழே தரப்பட்டுள்ள இனங்களின் திட்ட விலக்கத்தைக் கணிக்கவும்.

160, 158, 170, 142, 175.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களின் கூட்டுச் சராசரியைக் கீழ்க் கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

Σx = கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களுடைய மதிப்புக்களின் மொத்தம்

$= 160 + 158 + 170 + 142 + 175$

$= 805$

n = கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை

$= 5$

$$\therefore \bar{x} = \frac{\Sigma x}{n}$$

$$= \frac{805}{5}$$

$$= 161$$

கூட்டுச்சராசரி = 161

கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு இனத்திற்கும் கூட்டுச் சராசரிக்கும் உள்ள வேறுபாட்டைக் கணித்து $(x - \bar{x})$ *என்ற தலைப்பில், கீழே உள்ள அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்.*

ஒவ்வொரு இனத்திற்கும் கூட்டுச் சராசரிகும் உள்ள வேறுபாட்டின் வர்க்கத்தைக் கணித்து $(x - \bar{x})^2$ *என்ற தலைப்பில் கீழே உள்ள அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்*

இனத்தின் மதிப்பு x	$(x-\bar{x})$ $= (x-161)$	$(x-\bar{x})^2$ $= (x-161)^2$
160	−1	$(-1)^2 = 1$
158	−3	$(-3)^2 = 9$
170	9	$(9)^2 = 81$
142	−19	$(-19)^2 = 361$
175	14	$(14)^2 = 196$
மொத்தம்		648

$\Sigma (x-\bar{x})^2 = 648.$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma (x-\bar{x})^2}{n}}$$

$$= \sqrt{\frac{648}{5}}$$

$$= \sqrt{129.6}$$

$\sqrt{129.6}$ — இன் மதிப்பை லாகிருத்தத்தைப் பயன்படுத்திக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

1) 129.6 — இன் லாகிருத மதிப்பைக் காணவேண்டும்.

2) 129.6 — இன் லாகிருத்தத்தைப் படிமூலமாகிய 2- ஆல் வகுக்க வேண்டும்.

3) வகுத்துவரும் லாகிருத்தின் எதிர் லாகிருத்தின் மதிப்பே $\sqrt{129.6}$ — இன் மதிப்பாகும்.

$\log_{129.6} = 2.1127$

$$\frac{\log.\ 129.6}{2} = \frac{2.1127}{2}$$

$$= 1.0564 \quad (\text{தோராயமாக})$$

$$\text{Anti-log } (1.0564) = 11.39$$

$$\therefore \sqrt{129.6} = 11.39$$

$$\therefore \sigma = \sqrt{126.9}$$

$$= 11.39$$

திட்ட விலக்கம் = 11.39.

(B) நேரடி முறை — 2 : இம்முறையில் திட்டவிலக்கத்தைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

1) கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு இனத்தின் மதிப்பின் வர்க்கத்தைக் கணிக்கவேண்டும். அதாவது, ஒரு இனத்தின் மதிப்பு x என்றால் x^2 — இன் மதிப்பைக் காணவேண்டும்.

2) x^2 — இன் எல்லா மதிப்புக்களையும் கூட்டவேண்டும். இவ்வாறு கூட்டிவரும் தொகையை Σx^2 என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

3) கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு இனத்தின் மதிப்பையும் கூட்ட வேண்டும். கூட்டிவரும் தொகையை Σx என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

4) கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கையை n என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

இப்போது திட்டவிலக்கத்தைக் கீழ்க்காணும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் காண்கிறோம்.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma x^2}{n} - \left[\frac{\Sigma x}{n}\right]^2}$$

மாதிரிக் கணக்கு : 3 மாதிரிக் கணக்கு 1-இல் தரப்பட்டுள்ள விவரங்களிலிருந்து நேரடி முறை 2-ஐப் பயன்படுத்தித் திட்டவிலக்கத்தை கீழே கணித்துள்ளோம்.

30, 90, 20, 10, 80, 70.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களின் வர்க்கங்களைக் கணித்து x^2 என்ற தலைப்பில் கீழே உள்ள அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்.

	இனத்தின மதிப்பு x	x^2
	30	$(30)^2 = 900$
	90	$(90)^2 = 8100$
	20	$(20)^2 = 400$
	10	$(10)^2 = 100$
	80	$(80)^2 = 6400$
	70	$(70)^2 = 4900$
மொத்தம்	300	20800

$\Sigma x = 300 \quad \Sigma x^2 = 20800$

n = கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை = 6

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma x^2}{n} - \left(\frac{\Sigma x}{n}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{20800}{6} - \left(\frac{300}{6}\right)}$$

$$= \sqrt{\frac{10400}{3} - (50)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{10400}{3} - 2500}$$

$$= \sqrt{\frac{10400 - 7500}{3}}$$

$$= \sqrt{\frac{2900}{3}}$$

மாதிரிக் கணக்கு 1-இல் $\sqrt{\frac{2900}{3}} = 31.1$ என்று கண்டோம்

$\therefore \sigma = 31.1$

திட்ட விலக்கம் = 31.1

(C) சுருக்குமுறை : திட்ட விலக்கத்தைச் சுருக்குமுறையில் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

1. கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களில் அதிக மதிப்புள்ள இனத்திற்கும் குறைந்த மதிப்புள்ள இனத்திற்கும் இடையிலுள்ள ஏதேனும் ஒரு மதிப்பைக் கூட்டுச்சராசரியின் நோராய மதிப்பாகக் கொள்கிறோம். இந்த மதிப்பை A என்று கூறுகிறோம்

2. கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு இனத்திற்கும A-க்கும் உள்ள வேறுபாட்டைக் கணிக்கவேண்டும். அதாவது, x என்பது ஒரு இனத்தின் மதிப்பெனறால, (x—A)-இன் மதிப்பைக் காண வேண்டும் (x—A)-இன் மதிப்பை d என்ற எழுத்தால் குறிப்பிடுகிறோம்

3. d-இன் எல்லா மதிப்புக்களையும் கூட்ட வேண்டும் இவ்வாறு கூட்டி வரும் எண்ணை Σd என்று குறிப்பிடுகின்றோம்.

4. d-யினுடைய ஒவ்வொரு மதிப்பின் வர்க்கத்தையும் கணிக்க வேண்டும். அதாவது d^2-இன் மதிப்புக்களை கணிக்க வேண்டும்.

5. d^2-இன் எல்லா மதிப்புக்களையும் கூடவேண்டும். இவ்வாறு கூட்டி வரும் எண்ணை Σd^2 என்று குறிப்பிடுகிறோம

6 கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கையை n என்று குறிபபிடுகிறோம.

இப்பொழுது, திட்ட விலக்கத்தைக் கீழ்க்காணும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கணிக்க வேணடும்

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{n} - \left(\frac{\Sigma d}{n}\right)^2}$$

மாதிரிக் கணக்கு : 4

மாதிரிக் கணக்கு 1-இல் தரபபட்டுள்ள விவரங்களிலிருந்து திட்ட விலக்கத்தைச் சுருக்கு முறையில கீழே கணித்துள்ளோம்.

30, 90, 20, 10, 80, 70

அதிக மதிப்புள்ள இனம் = 90

குறைந்த மதிப்புள்ள இனம் = 10

எனவே, 10—க்கும் 90க்கு மிடையில் ஏ தேனும் ஒரு மதிப்பை A—யின் மதிப்பாக எடுத்துக் கொள்ளவேண்டும், நாம் A = 60 எனக் கொள்வோம்.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு இனத்திற்கும் A-க்கும் உள்ள வேறுபாடுகளைக் கணித்து d என்ற தலைப்பில் கீழே உள்ள அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்.

d-யினுடைய ஒவ்வொரு மதிப்பின் வர்க்கத்தையும் கணித்து d^2 என்ற தலைப்பில் கீழே உள்ள அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்.

A = 60

இனத்தின் மதிப்பு x	(x—A) = d	d^2
30	—30	(—30)² = 900
90	30	(30)² = 900
20	—40	(—40)² = 1600
10	—50	(—50)² = 2500
80	20	(20)² = 400
70	10	(10)² = 100
மொத்தம்	— 60	6400

$\Sigma d = -60$, $\Sigma d^2 = 6,400$

n = கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை = 6

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{n} - \left[\frac{\Sigma d}{n}\right]^2}$$

$$= \sqrt{\frac{6400}{6} - \left[\frac{-60}{6}\right]^2}$$

$$= \sqrt{\frac{3200}{3} - (-10)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{3200}{3} - 100}$$

$$= \sqrt{\frac{3200-300}{3}}$$

$$= \sqrt{\frac{2900}{3}}$$

= 31.1 (மாதிரிக் கணக்கு 1-லேயே $\sqrt{\frac{2900}{3}}$ —இன் மதிப்-பைக் கணித்துள்ளோம்)

∴ திட்டவிலக்கம் = 31 1

மாதிரிக் கணக்கு : 5

மாதிரிக் கணக்கு 2-இல் தரப்பட்டுள்ள பரவலிலிருந்து சுருக்கு முறையில் திட்டவிலக்கத்தைக் கணிக்கவும்.

160, 158, 170, 142, 175

கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களில் அதிக மதிப்புடையது 175 குறைந்த மதிப்புடையது 142.

எனவே 142-க்கும் 175-க்குமிடையில் ஏதேனும் ஒரு எண்ணை A-யின் மதிப்பாகக் கொள்ளவேண்டும்.

நாம் A = 150 எனக் கொள்வோம்.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு இனத்துக்கும் A-க்கும் உள்ள வேறுபாடுகளைக் கணித்து d என்ற தலைப்பில் கீழே உள்ள அட்ட-வணையில் தந்துள்ளோம்

இவ்வேறுபாடுகளின் வர்க்கங்களைக் கணித்து d^2 என்ற தலைப்பில் கீழே உள்ள அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்,

A = 150

இனத்தின் மதிப்பு x	(x−A) = d	d^2
160	10	$(10)^2 = 100$
158	8	$(8)^2 = 64$
170	20	$(20)^2 = 400$
142	− 8	$(-8)^2 = 64$
175	25	$(25)^2 = 625$
மொத்தம்	55	1253

$\Sigma d = 55$

$\Sigma d^2 = 1253$

n = கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை

= 5

$$= \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{n} - \left[\frac{\Sigma d}{n}\right]^2}$$

$$= \sqrt{\frac{1253}{5} - \left[\frac{55}{5}\right]^2}$$

$$= \sqrt{250.6 - (11)^2}$$

$$= \sqrt{250\ 6 - 121}$$

$$= \sqrt{129.6}$$

$$= 11.39$$

(மாதிரிக் கணக்கு 2-இல் $\sqrt{129.6}$-இன் மதிப்பைக் கணித்துத் தந்துள்ளோம்.)

∴ திட்டவிலக்கம் = 11.39

I. தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் பரவலிலிருந்து திட்டவிலக்கத்தைக் கணித்தல் :

(A) நேரடி முறை : தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் பரவலின் திட்டவிலக்கத்தை நேரடி முறையில் கீழக்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

1. கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவலின் கூட்டுச் சராசரியை,

$$\bar{x} = \frac{\Sigma f x}{\Sigma f}$$

என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கணிக்கவேண்டும்

2. கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு இனத்திற்கும் கூட்டுச் சராசரிக்கும் உள்ள வேறுபாட்டைக் கணிக்க வேண்டும். ஒரு இனத்தின் மதிப்பு x என்றால், கூட்டுச் சராசரிக்கும் அந்த இனத்திற்கும் உள்ள வேறுபாடு $(x - \bar{x})$ ஆகும

3. ஒவ்வொரு வேறுபாட்டின் வர்க்கத்தைக் கணிக்க வேண்டும். அதாவது, வேறுபாட்டின் மதிப்பு $(x - \bar{x})$ என்றால், $(x - \bar{x})^2$ — இன் மதிப்பைக் கணிக்கவேண்டும்

4. ஒவ்வொரு இனத்தினுடைய வேறுபாட்டின் வர்க்கத்தை அதே இனத்தின் அலைவெண்ணால் பெருக்க வேண்டும். ஒரு இனத்தின் வேறுபாடு $(x - \bar{x})$-ம அலைவெண் f-ம் என்றால் f-ஐயும் $(x - \bar{x})^2$-ஐயும் பெருக்கவேண்டும் பெருக்கற்பலன் $f(x - \bar{x})^2$ ஆகும்.

5. $f(x - \bar{x})^2$- இல் எல்லா மதிப்புக்களையும் கூட்டவேண்டும். கூட்டி வரும் தொகையை $\Sigma f(x - \bar{x})^2$ என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

6. கொடுக்கப்பட்டுள்ள அலைவெண்களையெல்லாம் கூட்ட வேண்டும் கூட்டிவரும் எண்ணை N என்று குறிப்பிடுகிறோம்

7. இப்பொழுது திட்ட விலக்கத்தைக் கீழ்க்காணும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கணிக்கிறோம்

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma f(x - \bar{x})^2}{N}}$$

மாதிரிக் கணக்கு : 6

கீழே தரப்பட்டுள்ள அலைவெண் பரவலிலிருந்து திட்ட விலக்கத்தைக் கணிக்கவும்.

மதிப்பெண்கள்	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை
20	8
30	12
40	20
50	10
60	6
70	4

கொடுத்துள்ள பரவலின் கூட்டுச் சராசரியை முதலில் கீழ்க் கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

மதிப்பெண் x	மாணவாகளின் எண்ணிக்கை f	xf
20	8	160
30	12	360
40	20	800
50	10	500
60	6	360
70	4	280
மொத்தம்	60	2460

$\sum f = 60 \qquad \sum xf = 2460$

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f}$$

$$= \frac{2460}{60}$$

$$= 41$$

கொடுத்துள்ள ஒவ்வொரு இனத்துக்கும் கூட்டுச் சராசரிக்கும் உள்ள வேறுபாட்டைக் கணித்து $(x-\bar{x})$ என்ற தலைப்பில் கீழே உள்ள அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்.

$(x-\bar{x})$ உடைய ஒவ்வொரு மதிப்பின் வர்க்கத்தையும் கணித்து $(x-\bar{x})^2$ என்ற தலைப்பில் கீழே உள்ள அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்.

$(x-\bar{x})^2$ இன் ஒவ்வொரு மதிப்பையும் அதற்குரிய அலைவெண்ணால் பெருக்கி $f(x-\bar{x})^2$ என்ற தலைப்பில் கீழே உள்ள அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்.

$\bar{x} = 41$

x	f	$(x-\bar{x})$	$(x-\bar{x})^2$	$f(x-\bar{x})^2$
20	8	$20-41=-21$	$(-21)^2=441$	$8\times441=3528$
30	12	$30-41=-11$	$(-11)^2=121$	$12\times121=1452$
40	20	$40-41=-1$	$(-1)^2=1$	$20\times1=20$
50	10	$50-41=9$	$9^2=81$	$10\times81=810$
60	6	$60-41=19$	$19^2=361$	$6\times361=2166$
70	4	$70-41=29$	$29^2=841$	$4\times841=3364$
மொத்தம்	60			11340

N = அலைவெண்களின் மொத்தம்

$= 60$

$\Sigma f(x-\bar{x})^2 = 11340$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma f(x-\bar{x})^2}{N}}$$

$$= \sqrt{\frac{11340}{60}}$$

$$= \sqrt{189}$$

$\sqrt{189}$ இன் மதிப்பை இலாகிருதத்தைப் பயன்படுத்திக் கீழ்க் கண்டவாறு பெறுகிறோம்.

$$\log \sqrt{189} = \frac{\log 189}{2} = \frac{2\ 2765}{2} = 1.1383 \text{ (தோராயமாக)}$$

Anti log of (1.1383) = 13.75

∴ $\sqrt{189}$ = 13.75

∴ $\sigma = \sqrt{189} = 13.75$

திட்டவிலக்கம் = 13.75

(B) சுருக்கு முறை :

தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் பரவலிலிருந்து திட்ட விலக்கத்தைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

1 கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்களின் வீச்சிற்குள் ஏதேனும் ஒரு எண்ணைக் கூட்டுச் சராசரியின் தோராய மதிப்பாக எடுத்துக் கொள்ள வேண்டும். இத்தோராய மதிப்பை A என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

2. ஒவ்வொரு இனத்திற்கும் A-க்கும் உள்ள வேறுபாட்டைக் கணிக்கவேண்டும். அதாவது, x என்பது ஓர் இனத்தின் மதிப்பெண்றால், (x—A) - இன் மதிப்பைக் காணவேண்டும். இதனை d என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

3. d-இன் ஒவ்வொரு மதிப்பையும் அதற்குரிய அலைவெண்ணால் அதாவது f-ஆல் பெருக்கவேண்டும் இவ்வாறு பெருக்கி வரும் பெருக்கற்பலன்களைக்கூட்டவேண்டும். கூட்டி வரும் எண்ணை Σfd என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

4. d-யினுடைய ஒவ்வொரு மதிப்பின் வர்க்கத்தையும் காணவேண்டும். அதாவது, d-இன் மதிப்புக்களிலிருந்து d^2-இன் மதிப்புக்களைப் பெறவேண்டும்

5. d^2-இன் ஒவ்வொரு மதிப்பையும் அதற்குரிய அலைவெண்ணால் அதாவது, f ஆல் பெருக்கவேண்டும். பெருக்கற்பலனை fd^2 என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

6 fd^2—இன் எல்லா மதிப்புக்களையும் கூட்டவேண்டும். கூட்டிவரும் எண்ணை Σfd^2 என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

7. அலைவெண்களையெல்லாம் கூட்டவேண்டும். கூட்டிவரும் எண்ணை N என்று குறிப்பிடுகிறோம்

8. இப்பொழுது திட்டவிலக்கத்தைக் கீழ்க்காணும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கணிக்கிறோம்.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{N} - \left[\frac{\Sigma fd}{N}\right]^2}$$

மாதிரிக்கணக்கு : 7

கீழே தந்துள்ள பரவலுக்குத் திட்ட விலக்கத்தைச் சுருக்கு முறையில் கணிக்கவும்.

மதிப்பெண்	மாணவர்கள் எண்ணிக்கை
10	6
15	10
40	18
50	7
55	4

இப்பரவலின் வீச்சு 10-லிருந்து 55 முடிய ஆகும். எனவே 10-க்கும் 55-க்கும் இடையிலுள்ள ஏதேனும் ஒரு எண்ணை A-ஆகக் கொள்ளலாம்.

நாம் A = 35 எனக் கொள்வோம்

கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு இனத்துக்கும் A-க்கும் உள்ள வேறுபாட்டைக் கணித்து d என்ற தலைப்பில் கீழே உள்ள அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்.

d-இன் ஒவ்வொரு மதிப்பையும் அதற்குரிய அலைவெண்ணால் பெருக்கி fd என்ற தலைப்பில் கீழே தந்துள்ளோம்

d-இன் ஒவ்வொரு மதிப்பினுடைய வர்க்கத்தையும் கணித்து d^2 என்ற தலைப்பில் கீழே தந்துள்ளோம்.

d^2-இன் ஒவ்வொரு மதிப்பையும் அதற்குரிய அலைவெண்ணால் பெருக்கி fd^2 என்ற தலைப்பில் தந்துள்ளோம்.

$A = 35$

x	f	$x-A = d$	fd	d^2	fd^2
10	6	−25	$6 \times (-25) = -150$	$(-25)^2 = 625$	$6 \times 625 = 3750$
15	10	−20	$10 \times (-20) = -200$	$(-20)^2 = 400$	$10 \times 400 = 4000$
40	18	5	$18 \times 5 = 90$	$(5)^2 = 25$	$18 \times 25 = 450$
50	7	15	$7 \times 15 = 105$	$(15)^2 = 225$	$7 \times 225 = 1575$
55	4	20	$4 \times 20 = 80$	$(20)^2 = 400$	$4 \times 400 = 1600$
மொத்தம்	45		−75		11375

N = அலைவெண்களின் மொத்தம்

$= 45$

$\Sigma fd = -75$

$\Sigma fd^2 = 11375$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{N} - \left[\frac{\Sigma fd}{N}\right]^2}$$

$$= \sqrt{\frac{11375}{45} - \left[\frac{-75}{45}\right]^2}$$

$$= \sqrt{\frac{2275}{9} - \left[\frac{-15}{9}\right]^2}$$

$$= \sqrt{\frac{2275}{9} - \left(\frac{-15}{9} \times \frac{-15}{9}\right)}$$

$$= \sqrt{\frac{2275}{9} - \frac{225}{81}}$$

$$= \sqrt{\frac{20475 - 225}{81}}$$

$$= \sqrt{\frac{20250}{81}}$$

$$= \sqrt{250}$$

$$= \sqrt{5 \times 5 \times 10}$$

$$= 5 \times \sqrt{10}$$

$$= 5 \times 3.162$$

$$= 15.810$$

($\sqrt{10}$ – இன் மதிப்பை மாதிரிக் கணக்கு 6-இல் கணித்துள்ளோம்.)

∴ திட்டவிலக்கம் = 15.81

மாதிரிக் கணக்கு : 8

கீழே தரப்பட்டுள்ள அலைவெண் பரவலுக்குத் திட்ட-விலக்கத்தைச் சுருக்கு முறையில் கணிக்கவும்.

இனத்தின் மதிப்பு	அலைவெண்
4	2
6	4
8	5
10	3
12	2
14	1
16	3

இப்பரவலின் வீச்சு 4-லிருந்து 16 முடிய ஆகும். எனவே, 4-கும் 16கும் இடையிலுள்ள ஏதேனும் ஓர் எண்ணை A ஆகக் கொள்ளலாம், நாம் A = 10 எனக் கொள்வோம்.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு இனத்துக்கும் A-க்கும் உள்ள வேறுபாட்டைக் கணித்து d என்ற தலைப்பில் கீழே உள்ள அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்.

d-இன் ஒவ்வொரு மதிப்பையும் அதற்குரிய அலைவெண்ணால் பெருக்கி fd என்ற தலைப்பில் தந்துள்ளோம்.

d-இன் ஒவ்வொரு மதிப்புடைய வர்க்கத்தையும் கணித்து d^2 என்ற தலைப்பில் கீழே தந்துள்ளோம்.

d^2-இன் ஒவ்வொரு மதிப்பையும் அதற்குரிய அலைவெண்ணால் பெருக்கி fd^2 என்ற தலைப்பில் கீழே தந்துள்ளோம்.

$A = 10$

x	f	x-A = d	fd	d^2	fd^2
4	2	—6	$2 \times (-6) = -12$	$(-6)^2 = 36$	$2 \times 36 = 72$
6	4	—4	$4 \times (-4) = -16$	$(-4)^2 = 16$	$4 \times 16 = 64$
8	5	—2	$5 \times (-2) = -10$	$(-2)^2 = 4$	$5 \times 4 = 20$
10	3	0	$3 \times 0 = 0$	$(0)^2 = 0$	$3 \times 0 = 0$
12	2	2	$2 \times 2 = 4$	$(2)^2 = 4$	$2 \times 4 = 8$
14	1	4	$1 \times 4 = 4$	$(4)^2 = 16$	$1 \times 16 = 16$
16	3	6	$3 \times 6 = 18$	$(6)^2 = 36$	$3 \times 36 = 108$
மொத்தம்	20		—12		288

N = அலைவெண்களின் மொத்தம்

$= 20$

$\Sigma fd = -12$

$\Sigma fd^2 = 288$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{N} - \left[\frac{\Sigma fd}{N}\right]^2}$$

$$= \sqrt{\frac{288}{20} - \left[\frac{-12}{20}\right]^2}$$

$$= \sqrt{\frac{72}{5} - \frac{9}{25}}$$

$$= \sqrt{\frac{360-9}{25}}$$

$$= \sqrt{\frac{351}{25}}$$

$$= \sqrt{\frac{351}{5}}$$

$\sqrt{351}$ — இன் மதிப்பைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

$\log^{351} = 2.5453$

$$\frac{1}{2}\log^{351} = \frac{2.5453}{2}$$

$= 1.2727$ (தோராயமாக)

Anti-log $(1.2727) = 18.74$

$\therefore \sqrt{351} = 18.74$

$$\sigma = \frac{\sqrt{351}}{5}$$

$$= \frac{18.74}{5}$$

$= 3.748$

திட்ட விலக்கம் = 3.748

III தொடர்ச்சியான அலைவெண் பரவலிலிருந்து திட்ட விலக்கத்தைக் கணித்தல்

(A) நேரடி முறை : திட்ட விலக்கத்தை நேரடி முறையில் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்

1. கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவலிலுள்ள ஒவ்வொரு பிரிவின் பிரிவுக் குறிப்பெண்ணையும் கண்டுபிடிக்க வேண்டும்.

2. கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவலின் கூட்டுச்சராசரியை

$$\bar{x} = \frac{\Sigma xf}{\Sigma f} \quad \text{or} \quad \bar{x} = A + \frac{Mfd}{\Sigma f} \times c$$

என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கணிக்க வேண்டும்.

3 ஒவ்வொரு பிரிவின் பிரிவுக் குறிப்பெண்ணிற்கும் கூட்டுச் சராசரிக்கும் உள்ள வேறுபாட்டைக் கணிக்க வேண்டும் x என்பது ஒரு பிரிவின் பிரிவுக் குறிப்பெண் என்றால், $(x-\bar{x})$ – இன் மதிப்பைக் காண வேண்டும்.

4. ஒவ்வொரு வேறுபாட்டின் வர்க்கத்தைக் கணிக்கவேண்டும். அதாவது, $(x-\bar{x})$-னுடைய ஒவ்வொரு மதிப்பின் வர்க்கமாகிய $(x-\bar{x})^2$ யைக் கணிக்க வேண்டும்.

5. $(x-\bar{x})^2$ இன் ஒவ்வொரு மதிப்பையும் அதற்குரிய அலை-வெண்ணால், அதாவது fஆல் பெருக்க வேண்டும். இவ்வாறு பெருக்கி வரும் பெருக்கற் பலன்களைக் கூட்டவேண்டும். கூட்டி வரும் தொகையை $\Sigma f(x-\bar{x})^2$ என்று குறிப்பிடுகிறோம்

6 அலைவெண்களின் மொத்தத்தைக் கணிக்கவேண்டும். இதனை N என்று குறிப்பிடுகிறோம்

7 இப்பொழுது திட்ட விலக்கத்தைக் கீழே தந்துள்ள சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கணிக்கிறோம்.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma f(x-\bar{x})^2}{N}}$$

மாதிரிக் கணக்கு 9

கீழே தரப்பட்டுள்ள அலைவெண் பரவலிலிருந்து திட்ட விலக்கத்தைக் கணிக்கவும்.

பிரிவு	அலைவெண்
0— 6	4
6—12	8
12—18	14
18—24	15
24—30	19

ஒவ்வொரு பிரிவுக் குறிப்பெண்ணையும் கணித்துக் கூட்டுச் சராசரியைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

பிரிவுக் குறிப்பெண் x	அலைவெண் f	xf
3	4	12
9	8	72
15	14	210
21	15	315
27	19	513
மொத்தம்	60	1122

Σf = அலைவெண்களின் மொத்தம்

$= 60$

$\Sigma xf = 1122$

$$\bar{x} = \frac{\Sigma xf}{\Sigma f}$$

$$= \frac{1122}{60} = 18.7 \text{ (தோராயமாக)}$$

கூட்டுச்சராசரி = 18.7

எல்லாப் பிரிவுகளின் பிரிவுக் குறிப்பெண்களுக்கும் கூட்டுச் சராசரிக்கும் உள்ள வேறுபாடுகள் வருமாறு:

(3—18.7), (9—18.7), (15—18.7), (21—18.7), (27—18.7). அதாவது, —15. 7, —9.7, —3.7, 2.3, 8. 3 ஆகியவை பிரிவுக் குறிப்-பெண்களுக்கும் கூட்டுச் சராசரிக்கும் உள்ள வேறுபாடுகளாகும். இவ்வேறுபாடுகளே, $(x - \bar{x})$ -இன் மதிப்புக்களாகும். எனவே $(x-\bar{x})$ என்ற தலைப்பில் இவ்வேறுபாடுகளைக் கீழே உள்ள அட்டவணை-யில் தந்துள்ளோம்.

மேலே கணித்துள்ள வேறுபாடுகளின் வர்க்கங்கள் வருமாறு :

$(-15.7)^2$, $(-9.7)^2$, $(-3.7)^2$, $(2\ 3)^2$, $(8.3)^2$.

அதாவது, 246.49, 94 09, 13 69, 5.29, 68 89 ஆகியவை வேறுபாடுகளின் வர்க்கங்களாகும

இந்த எண்களே $(x - \bar{x})^2$- இன் மதிப்புக்களாகும். எனவே, இந்த எண்களை $(x-\bar{x})^2$- என்ற தலைப்பில் கீழே உள்ள அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்

$(x-\bar{x})^2$- இன் ஒவ்வொரு மதிப்பையும் அதற்குரிய அலைவெண்களால் கீழ்க்கண்டவாறு பெருக்க வேண்டும்.

246.49 × 4 = 985 96

94.09 × 8 = 752.72

13.69 × 14 = 191.66

5.29 × 15 = 79.35

68.89 × 19 = 1308.91

மேலே உள்ள பெருக்கற்பலன்களே $f(x-\bar{x})^2$-இன் மதிப்புக்களாகும். எனவே, இப்பெருக்கற்பலன்களை $f(x-\bar{x})^2$ என்ற தலைப்பில் கீழே உள்ள அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்.

பிரிவுக் குறிப்பெண் x	f	$(x-\bar{x})$	$(x-\bar{x})^2$	$f(x-\bar{x})^2$
3	4	—15 7	246 49	985 96
9	8	—9.7	94 09	752 72
15	14	—3 7	13.69	191.66
21	15	2.3	5.29	79 35
27	19	8.3	68.89	1308.91
மொத்தம்	60			3318.60

N = அலைவெண்களின் மொத்தம்.

= 60

$$\Sigma f (x - \bar{x})^2 = 3318.6$$

$$\therefore \sigma = \sqrt{\frac{\Sigma f (x-\bar{x})^2}{N}}$$

$$= \sqrt{\frac{3318.6}{60}}$$

$$= \sqrt{55.31}$$

$\sqrt{55.31}$ —இன் மதிப்பை லாகிருதத்தைப் பயன்படுத்திக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்

$$\log 55.31 = 1.7428$$

$$\frac{1}{2} \times \log 55\ 31 = \frac{1\ 7428}{2}$$

$$= .8714$$

Anti-log (.8714) = 7.437

$$\sqrt{55.31} = 7.437$$

$$\therefore \sigma = \sqrt{55\ 31}$$

$$= 7.437$$

திடடவிலக்கம = 7 437

B) சுருக்குமுறை. தொடர்சியான அலைவெண் பரவலிலிருந்து திட்டவிலக்கத்தைச் சுருக்குமுறையில கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

1. கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவலிலுள்ள ஒவ்வொரு பிரிவின் பிரிவுக் குறிப்பெண்ணைக் கணிக்க வேண்டும்

2. கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவலிலுள்ள மையப் பிரிவின் பிரிவுக் குறிப்பெண்ணைக் கூட்டுச் சராசரியின் தோராய மதிப்பாக எடுத்துக் கொள்கிறோம். இத்தோராய மதிப்பை A என்று குறிப்பிடுகிறோம்

3 ஒவ்வொரு பிரிவின் பிரிவுக் குறிப்பெண்ணிற்கும் A—க்கும் உள்ள (வேறுபாட்டை)க் கணிக்க வேண்டும். ஒரு பிரிவின் பிரிவுக் குறிப்பெண் x என்றால், இதற்கும் A—க்கும் உள்ள வேறுபாடு (x—A) ஆகும்.

4 ஒவ்வொரு பிரிவுக் குறிப்பெண்ணிற்கும் A-க்கும் உள்ள (வேறுபாட்டை)ப் பிரிவு இடைவெளித் தூரத்தால் வகுக்கவேண்டும்.

பிரிவு இடைவெளித் தூரத்தை c என்று குறிப்பிடுகிறோம்

$(x-A)$-இன் ஒவ்வொரு மதிப்பையும் c- ஆல் வகுக்கவேண்டும்.

அதாவது $\left(\frac{x-A}{c}\right)$-இன் மதிப்பைக் கணிக்கவேண்டும்.

$\frac{x-A}{c}$ ஐ நாம் d என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

$$\therefore d = \frac{x-A}{c}$$

5 d- இன் ஒவ்வொரு மதிப்பையும் அதற்குரிய அலை-வெண்ணால் அதாவது, f-ஆல் பெருக்கவேண்டும். பெருக்கற்பலனை fd என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

fd- இன் எல்லா மதிப்புக்களையும் கூட்டவேண்டும். கூட்டி வரும் தொகையை Σfd என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

6 d-யினுடைய ஒவ்வொரு மதிப்பின் வர்க்கத்தையும் கணிக்க வேண்டும். அதாவது d^2-இன் மதிப்புக்களைக் கணிக்க வேண்டும்.

7. d^2- இன் ஒவ்வொரு மதிப்பையும் அதற்குரிய அலை-வெண்ணால் பெருக்க வேண்டும், இப்பெருக்கற்பலனை fd^2 என்று குறிப்பிடுகிறாம்.

fd^2-இன் எல்லா மதிப்புக்களையும் கூட்டவேண்டும். கூட்டி வருமு தொகையை Σfd^2 என்று குறிப்பிடுகிறோம்,

8. அலைவெண்களையெல்லாம் கூட்ட வேண்டும். கூட்டி வரும் எண்ணை N என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

9. திட்டவிலக்கத்தைக் கீழ்க்காணும் சூத்திரத்தைப் பயன்-படுத்திக் கணிக்கிறோம

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{N} - \left[\frac{\Sigma fd}{N}\right]^2} \times c$$

மாதிரிக் கணக்கு : 10

கீழே தரப்பட்டுள்ள அலைவெண் பரவலிலிருந்து திட்ட விலக்கத்தைச் சுருக்கு முறையில கணிக்கவும்.

பிரிவு	அலைவெண்
0 – 6	4
6 – 12	8
12 – 18	14
18 — 24	15
24 — 30	19

ஒவ்வொரு பிரிவின் பிரிவுக் குறிப்பெண்ணையும் முதலாவதாகக் கண்டுபிடிக்க வேண்டும் பிரிவுக் குறிப்பெண்களை x என்ற தலைப்பில் கீழே உள்ள அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்.

நடுப்பிரிவின் பிரிவுக் குறிப்பெண்ணைக் கூட்டுச் சராசரியின் தோராய மதிப்பாக எடுத்துக் கொள்கிறோம்

ஒவ்வொரு பிரிவின் பிரிவு இடைவெளித் தூரம் = 6

∴ c = 6

$$\text{3-வது பிரிவின் பிரிவுக் குறிப்பெண்} = \frac{12 + 18}{2}$$

$$= \frac{30}{2}$$

$$= 15$$

இப்பிரிவுக் குறிப்பெண் 15-தைக் கூட்டுச் சராசரியின் தோராய மதிப்பாக எடுத்துக் கொள்கிறோம்.

∴ A = 15

ஒவ்வொரு பிரிவுக் குறிப்பெண்ணிற்கும் A-கும் உள்ள வேறுபாட்டைக் கணித்து அவ்வேறுபாட்டை c ஆல் வகுக்கவேண்டும்.

இவ்வாறு வகுத்துவரும் எண்களை $\frac{x-A}{c} = d$ என்ற தலைப்பில் கீழே உள்ள அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்.

d-இன் ஒவ்வொரு மதிப்பையும் அதற்குரிய அலைவெண்ணால் பெருக்கி fd என்ற தலைப்பில் கீழே தந்துள்ளோம்.

d-இன் ஒவ்வொரு மதிப்புடைய வர்க்கத்தையும் கணித்து d^2 என்ற தலைப்பில் கீழே தந்துள்ளோம்.

d^2-இன் ஒவ்வொரு மதிப்பையும் அதற்குரிய அலைவெண்ணால் பெருக்கி fd^2 என்ற தலைப்பில் கீழே உள்ள அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்.

$A = 15$

$c = 6$

x	f	$\frac{x-A}{c} = d$	fd	d^2	fd^2
3	4	$\frac{3-15}{6} = -2$	$4 \times (-2) = -8$	$(-2)^2 = 4$	$4 \times 4 = 16$
9	8	$\frac{9-15}{6} = -1$	$8 \times (-1) = -8$	$(-1)^2 = 1$	$8 \times 1 = 8$
15	14	$\frac{15-15}{6} = 0$	$14 \times 0 = 0$	$(0)^2 = 0$	$14 \times 0 = 0$
21	15	$\frac{21-15}{6} = 1$	$15 \times 1 = 15$	$(1)^2 = 1$	$15 \times 1 = 15$
27	19	$\frac{27-15}{6} = 2$	$19 \times 2 = 38$	$(2)^2 = 4$	$19 \times 4 = 76$
மொத்தம்	60		37		115

N = அலைவெண்களின் மொத்தம்

$= 60$

$\sum fd = 37$

$\sum fd^2 = 115$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum fd^2}{N} - \left[\frac{\sum fd}{N}\right]^2} \times c$$

$$= \sqrt{\frac{115}{60} - \left[\frac{37}{60}\right]^2} \times 6$$

$$= \sqrt{\frac{115}{60} - \frac{1369}{3600}} \times 6$$

$$= \sqrt{\frac{6900 - 1369}{3600}} \times 6$$

$$= \sqrt{\frac{5531}{3600}} \times 6$$

$$= \frac{\sqrt{5531}}{60} \times 6$$

$$= \frac{\sqrt{5531}}{10}$$

$\sqrt{5531}$ - இன் மதிப்பைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

$\log 5531 = 3.7428$

$$\log \sqrt{5531} = \frac{\log 5531}{2}$$

$$= \frac{3.7428}{2}$$

$$= 1.8714$$

Anti-log of $1.8714 = 74.37$

$\sqrt{5531} = 74.37$

$$\sigma = \frac{\sqrt{5531}}{10}$$

$$= \frac{74.37}{10}$$

$$= 7.437$$

∴ திட்டவிலக்கம் = 7.437

மாதிரிக் கணக்கு : 11

கீழே தரப்பட்டுள்ள விவரங்களிலிருந்து திட்ட விலக்கத்தைச் சுருக்கு முறையில் கணிக்கவும்.

இலாபம் ரூபாய்கள்	நிறுவனங்களின் எண்ணிக்கை
0—1000	4
1000—2000	6
2000—3000	10
3000—4000	30
4000—5000	15
5000—6000	10

ஒவ்வொரு பிரிவின் பிரிவுக் குறிப்பெண்ணையும் கணித்து x என்ற தலைப்பில் கீழே தந்துள்ளோம்.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவலில் மூன்றாவது, நான்காவது பிரிவுகள் மையப் பிரிவுகளாக உள்ளன. இவற்றில் ஏதேனும் ஒரு பிரிவின் பிரிவுக் குறிப்பெண்ணை A-இன் மதிப்பாகக் கொள்ளலாம். நாம் நான்காவது பிரிவின் பிரிவுக் குறிப்பெண்ணை A-ஆகக் கொள்வோம்.

$$\therefore A = \frac{3000+4000}{2} = \frac{7000}{2} = 3500$$

ஒவ்வொரு பிரிவின் பிரிவு இடைவெளித் தூரம் = 1000

∴ C = 1000

ஒவ்வொரு பிரிவுக் குறிப்பெண்ணுக்கும் A-க்கும் உள்ள வேறுபாட்டைக் கணித்து, அவ்வேறுபாட்டை C ஆல் வகுத்து $\frac{x - A}{C} = d$ என்ற தலைப்பில் கீழே உள்ள அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்.

d-இன் ஒவ்வொரு மதிப்பையும் அதற்குரிய அலைவெண்ணால் பெருக்கி fd என்ற தலைப்பில் கீழே தந்துள்ளோம்.

d யினுடைய ஒவ்வொரு மதிப்பின் வர்க்கத்தையும் கணித்து d^2 என்ற தலைப்பில் கீழே தந்துள்ளோம்.

d^2-இன் ஒவ்வொரு மதிப்பையும் அதற்குரிய அலைவெண்ணால் பெருக்கி fd^2 என்ற தலைப்பில் கீழே உள்ள அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்

A = 3500
C = 1000

x	f	$\frac{x-A}{c}=d$	fd	d^2	fd^2
500	4	$\frac{500-3500}{1000} = -3$	$4\times(-3) = -12$	$(-3)^2=9$	$4\times9=36$
1500	6	$\frac{1500-3500}{1000} = -2$	$6\times(-2) = -12$	$(-2)^2=4$	$6\times4=24$
2500	10	$\frac{2500-3500}{1000} = -1$	$10\times(-1)=-10$	$(-1)^2=1$	$10\times1=10$
3500	30	$\frac{3500-3500}{1000} = 0$	$30\times 0 = 0$	$(0)^2=0$	$30\times0=0$
4500	15	$\frac{4500-3500}{1000} = 1$	$15\times 1 = 15$	$(1)^2=1$	$15\times1=15$
5500	10	$\frac{5500-3500}{1000} = 2$	$10\times 2 = 20$	$(2)^2=4$	$10\times4=40$
மொத்தம்	75		1		125

N = அலைவெண்களின் மொத்தம்.

$= 75$

$\Sigma fd = 1$

$\Sigma fd^2 = 125$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{N} - \left(\frac{\Sigma fd}{N}\right)^2} \times c$$

$$= \sqrt{\frac{125}{75} - \left(\frac{1}{75}\right)^2} \times 1000$$

$$= \sqrt{\frac{9375 - 1}{75^2}} \times 1000$$

$$= \frac{\sqrt{9374}}{75} \times 1000$$

$$= \frac{\sqrt{9374}}{3} \times 40$$

$$= \frac{40}{3} \times \sqrt{9374}$$

$\sqrt{9374}$ — இன் மதிப்பைக் கீழ்க்கண்டவாறு பெறலாம்.

$\log 9374 = 3.9719$

$$\log \sqrt{9374} = \frac{\log 9374}{2}$$

$$= \frac{3.9719}{2}$$

$= 1.9860$ (தோராயமாக)

Anti-log of $1.9860 = 96.83$

$\sqrt{9374} = 96.83$

$$\sigma = \frac{40}{3} \times \sqrt{9374}$$

$$= \frac{40}{3} \times 96.83$$

$$= 40 \times 32.28$$

$$= 1291.20$$

$$= 1291.2$$

∴ திட்டவிலக்கம் = 1291.2

மாதிரிக் கணக்கு 12 :

கீழே தரப்பெற்றுள்ள அலைவெண் பரவலிலிருந்து திட்ட விலக்கத்தைக் கணிக்கவும்.

உயரம் (அங்குலங்களில்)	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை
59—61	3
61—63	12
63—65	54
65—67	111
67—69	128
69—71	85
71—73	30
73—75	6
75—77	1

ஐந்தாவது பிரிவுக் குறிப்பெண்ணை A எனக் கொள்வோம்.

$A = 68$

$C = 2$

பிரிவுக் குறிப்பெண் x	அலை வெண் f	$\left[\frac{x-A}{c}\right] = d$	fd	d^2	fd^2
60	3	—4	—12	16	48
62	12	—3	—36	9	108
64	54	—2	-108	4	216
66	111	—1	-111	1	111
68	128	0	0	0	0
70	85	1	85	1	85
72	30	2	60	4	120
74	6	3	18	9	54
76	1	4	4	16	16
மொத்தம்	430		—100		758

$\sum fd = -100 \qquad \sum fd^2 = 758$

$N = \sum f = 430$

$$\therefore q = \sqrt{\frac{\sum fd^2}{N} - \left[\frac{\sum fd}{N}\right]^2} \times c$$

$$= \sqrt{\frac{758}{430} - \left[\frac{-100}{430}\right]^2} \times 2$$

$$= \sqrt{\frac{75.8}{43} - \frac{100}{43^2}} \times 2$$

$$= \sqrt{\frac{75.8 \times 43 - 100}{43^2}} \times 2$$

$$= \sqrt{\frac{3259.4 - 100}{43^2}} \times 2$$

$$= \sqrt{\frac{3159.4}{43^2}} \times 2$$

$$= \frac{2}{43} \times \sqrt{3159.4}$$

$$\log 3159.4 = 3.4995$$

$$\frac{\log 3159.4}{2} = \frac{3.4995}{2} = 1.7498$$

Anti-log of 1.7498 = 56.20

$$\therefore \sqrt{3159.4} = 56.20$$

$$\therefore \sigma = \frac{56.2}{43} \times 2$$

$$= \frac{112.4}{43}$$

$$= 2.6$$

விடை : திட்டவிலக்கம் = 2.6 அங்.

மாதிரிக் கணக்கு : 13

கீழ்க்கண்ட அட்டவணையிலிருந்து திட்ட விலக்கத்தைக் காண்க.

வயது	20—25	25—30	30—35	35—40	40—45	45—50	50—55	55—60	60—65	65—70	70—75
அலை வெண்	33	112	152	154	136	118	96	74	54	37	34

ஆறாவது பிரிவின் பிரிவுக் குறிப்பெண்ணை A எனக் கொள்வோம்.

$$\therefore A = 47.5$$

$$c = 5$$

பிரிவு	பிரிவுக் குறிப் பெண் x	அலை வெண் f	$\left[\frac{x-A}{c}=d\right]$	fd	d^2	fd^2
20 – 25	22.5	33	—5	—165	25	825
25—30	27.5	112	—4	— 448	16	1792
30 - 35	32 5	152	—3	—456	9	1368
35—40	37.5	154	—2	—308	4	616
40—45	42.5	136	—1	—136	1	136
45—50	47.5	118	0	0	0	0
50—55	52.5	96	1	96	1	96
55 - 60	57.5	74	2	148	4	296
60—65	62 5	54	3	162	9	486
65—70	67 5	37	4	148	16	592
70—75	72.5	34	5	170	25	850
மொத்தம்		1000		—789		7057

$$N = \Sigma f = 1000$$

$$\Sigma fd = -789$$

$$\Sigma fd^2 = 7057$$

$$\therefore \sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{N} - \left[\frac{\Sigma fd}{N}\right]^2} \times c$$

$$= \sqrt{\frac{7057}{1000} - \left[\frac{-789}{1000}\right]^2} \times 5$$

$$\doteq \sqrt{7.057 - .6226} \times 5$$

$$= \sqrt{6.4344} \times 5$$

$= 2.537 \times 5 = 12.685$

விடை : திட்ட விலக்கம் = 12 685

மாதிரிக் கணக்கு : 14

திட்ட விலக்கத்தைக் கணிக்கவும் :

				f
4000	விருந்து	5000	வரை	16
3000	,,	4000	,,	48
2000	,,	3000	,,	98
1000	,,	2000	,,	121
0	,,	1000	,,	62
—1000	,,	0	,,	40
—2000	,,	—1000	,,	30
—3000	,,	—2000	,,	16
—4000	,,	—3000	,,	4

A = ஐந்தாவது பிரிவின் பிரிவுக் குறிப்பெண் எனக் கொள்வோம்.

∴ A = 500

c = 1000

பிரிவுக் குறிப்பெண்	f	$\left[\frac{x-A}{c} = d\right]$	fd	d^2	fd^2
4500	16	4	64	16	256
3500	48	3	144	9	432
2500	98	2	196	4	392
1500	121	1	121	1	121
500	62	0	0	0	0
—500	40	—1	—40	1	40
—1500	30	—2	—60	4	120
—2500	16	—3	—48	9	144
—3500	4	—4	—16	16	64
மொத்தம்	435		361		1569

$$N = \Sigma f = 435$$

$$\Sigma fd = 361$$

$$\Sigma fd^2 = 1569$$

$$\therefore \sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{N} - \left[\frac{\Sigma fd}{N}\right]^2} \times c$$

$$= \sqrt{\frac{1569}{435} - \left[\frac{361}{435}\right]^2} \times 1000$$

$$= \sqrt{\frac{(1569 \times 435) - 361^2}{435^2}} \times 1000$$

$$= \sqrt{\frac{682515 - 130321}{435^2}} \times 1000$$

$$= \frac{\sqrt{552194}}{435} \times 1000$$

$$= 1.708 \times 1000$$

$$= 1708$$

விடை : திட்டவிலக்கம் = 1708

திட்ட விலக்கத்திற்குரிய தன்மைகள்:

1) கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவலிலுள்ள ஒவ்வொரு இனத்திற்கும் அப்பரவலின் கூட்டுச் சராசரிக்கும்உள்ளவேறுபாடுகளுடைய வர்க்கங்களின் கூட்டுத் தொகையானது, கூட்டுச் சராசரிக்குப் பதிலாக இடைநிலையோ முகடோ அல்லது வேறு எந்த அளவையோ பயன்படுத்திக் கணிக்கப்படும் வேறுபாடுகளுடைய வர்க்கங்களின் கூட்டுத் தொகையைவிட எப்பொழுதும் குறைவாகவே இருக்கும். எனவே கூட்டுச்சராசரியைப் பயன்படுத்திக் கணிக்கப்படும் வேறுபாடுகளுடைய வர்க்கங்களின் கூட்டுச்சராசரியானது, இடைநிலையையோ முகடையோ பயன்படுத்திக் கணிக்கப்படும் வேறுபாடுகளுடைய வர்க்கங்களின் கூட்டுச் சராசரியைவிடக் குறைவாக இருக்கும். கூட்டுச் சராசரிக்குரிய இத்தனித் தன்மையால், திட்டவிலக்கமானது சிதறல் அளவைத் துல்லியமாகத் தருகிறது.

2) n_1 இனங்களையுடைய ஒரு பரவலின் கூட்டுச் சராசரியும் திட்டவிலக்கமும் முறையே $\bar{x}_1$ மற்றும் σ_1 என்று தரப்பட்டுள்ளதாகக் கொள்வோம்.

n_2 இனங்களையுடைய மற்றொரு பரவலின் கூட்டுச் சராசரியும் திட்ட விலக்கமும் முறையே $\bar{x}_2$ மற்றும் σ_2 என்று தரப்பட்டுள்ளதாகக் கொள்வோம்.

இப்பொழுது, கொடுக்கப்பட்டுள்ள இரண்டு பரவல்களையும் ஒன்றாகச் சேர்த்தால் கிடைக்கும் பரவலின் திட்டவிலக்கத்தைக் கீழே தரப்பட்டுள்ள சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கணிக்கலாம்.

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N}(n_1\sigma_1^2 + n_2\sigma_2^2 + n_1 d_1^2 + n_2 d_2^2)}$$

σ என்பது இரு பரவல்களையும் சேர்த்தால் கிடைக்கும் பரவலின் திட்ட விலக்கம் ஆகும்.

N என்பது இரு பரவல்களையும் சேர்த்த பரவலில் உள்ள இனங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை. அதாவது, $N = (n_1 + n_2)$ ஆகும்.

d_1 என்பது $(\bar{x}_1 - \bar{x})$ ஆகும்.

d_2 என்பது $(\bar{x}_2 - \bar{x})$ ஆகும்.

$\bar{x}$ என்பது இரு பரவல்களையும் சேர்த்துக் கிடைத்த பரவலின் கூட்டுச் சராசரி, அதாவது, $\bar{x} = \dfrac{n_1\bar{x}_1 + n_2\bar{x}_2}{n_1 + n_2}$ ஆகும்.

மேலே நாம் தந்துள்ள சூத்திரத்தை மற்றொரு வடிவில் கீழே தந்துள்ளோம்.

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N}\left[n_1\sigma_1^2 + n_2\sigma_2^2 + \frac{n_1 n_2}{N}(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)^2\right]}$$

மாதிரிக் கணக்கு : I5

கீழே தரப்பட்டுள்ள விவரங்களிலிருந்து, இரு பிரிவுகளையும் சேர்த்த மொத்தப் பிரிவின் திட்டவிலக்கத்தைக் கணிக்கவும்.

	பிரிவு A	பிரிவு B
இனங்களின் எண்ணிக்கை	100	500
கூட்டுச்சராசரி	50	60
திட்டவிலக்கம்	10	11

n_1 = A பிரிவிலுள்ள இனங்களின் எண்ணிக்கை

= 100

n_2 = B பிரிவிலுள்ள இனங்களின் எண்ணிக்கை

= 500

$\bar{X}_1$ = A பிரிவின் கூட்டுச் சராசரி

= 50

$\bar{X}_2$ = B பிரிவின் கூட்டுச் சராசரி

= 60

σ_1 = A பிரிவின் திட்டவிலக்கம்

= 10

σ_2 = B பிரிவின் திட்டவிலக்கம்

= 11

A பிரிவையும் B பிரிவையும் சேர்த்த கூட்டு மொத்தப் பிரிவின் கூட்டுச் சராசரி,

$$\bar{X} = \frac{n_1\bar{X}_1 + n_2\bar{X}_2}{n_1 + n_2}$$

$$= \frac{(100 \times 50) + (500 \times 60)}{100 + 500}$$

$$= \frac{5000 + 30000}{600}$$

$$= \frac{35000}{600}$$

$$= \frac{350}{6}$$

$$= \frac{175}{3}$$

$$(n_1 + n_2) = 100 + 500$$

$$= 600$$

$$\therefore N = 600$$

$$d_1 = \bar{x}_1 - \bar{x}$$

$$= 50 - \frac{175}{3}$$

$$= \frac{150 - 175}{3}$$

$$= -\frac{25}{3}$$

$$d_2 = \bar{x}_2 - x$$

$$= 60 - \frac{175}{3}$$

$$= \frac{180 - 175}{3}$$

$$= \frac{5}{3}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N}(n_1 \sigma_1^2 + n_2 \sigma_2^2 + n_1 d_1^2 + n_2 d_2^2)}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{600}\left[100 \times (10)^2 + 500 \times (11)^2 + 100 \times \left(-\frac{25}{3}\right)^2 + 500 \times \left(\frac{5}{3}\right)^2\right]}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{600}\left[10{,}000+\left(500\times 121\right)+\left(100\times\frac{625}{9}\right)+\left(500\times\frac{25}{9}\right)\right]}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{600}\left(10000+60500+\frac{62500+12500}{9}\right)}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{600}\left(\frac{90000+544500+62500+12500}{9}\right)}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{600}\times\frac{709500}{9}}$$

$$= \sqrt{\frac{7095}{6\times 9}}$$

$$= \sqrt{\frac{2365}{2\times 9}}$$

$$= \sqrt{\frac{1182\ 5}{9}}$$

$$= \sqrt{\frac{1182.5}{3}}$$

$\sqrt{1182.5}$ இன் மதிப்பைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கலாம்.

$\log\ 1182.5 = 3.0730$

$\frac{1}{2}\times \log 1182.5 = \frac{3.0730}{2}$

$= 1.5365$

Anti-log $1.5365 = 34.40$

$\sqrt{1182.5} = 34.40$

$\therefore \sigma = \frac{\sqrt{1182\ 5}}{3}$

$= \frac{34.40}{3}$

$= 11.47$

∴ A மற்றும் B ஆகிய இரு பிரிவுகளையும் சேர்த்த பிரிவின் திட்டவிலக்கம் $= 11.47$

மற்றொரு வடிவில் σ-இன் மதிப்பைக் கணிப்பதற்குத் தரப்பட்டுள்ள சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கீழ்க்கண்டவாறும் கணிக்கலாம்.

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N}\left(n_1\sigma_1^2 + n_2\sigma_2^2 + \frac{n_1 n_2}{N}(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)^2\right)}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{600}\left(100\times(10)^2 + 500\times(11)^2 + \frac{100\times500}{600}(50-60)^2\right)}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{600}\left(10,000 + (500\times121) + \frac{500}{6}(-10)^2\right)}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{600}\left(10,000 + 60,500 + \frac{250}{3}\times100\right)}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{600}\left(\frac{30,000 + 1,81,500 + 25,000}{3}\right)}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{600}\times\frac{2,36,500}{3}}$$

$$= \sqrt{\frac{2,365}{6\times3}}$$

$$= \sqrt{\frac{1182.5}{3\times3}}$$

$$= \sqrt{\frac{1182.5}{9}}$$

$$= \frac{\sqrt{1182.5}}{3}$$

$$= \frac{34.40}{3} = 11.466$$

$\sigma = 11.47$

இரு சூத்திரங்களும் தரும் σ-இன் மதிப்பு ஒன்றாக இருப்பதைக் கவனிக்கவும். எனவே, எந்த சூத்திரத்தையும் மாணவர் பயன்படுத்தலாம்.

மாதிரிக் கணக்கு : 15

ஒரு புள்ளிவிவர ஆய்வில் கீழ்க்காணும் முடிவுகள் பெறப்பட்டன.

	தொழிற்சாலை A	தொழிற்சாலை B
தொழிலாளர்களின் எண்ணிக்கை	300	200
சராசரிக் கூலி ரூ.	52	40
மாறுபாடு ரூ.	81	64

இரு தொழிற்சாலைகளையும் சேர்த்த மொத்தத்திற்குக் கூலியின் திட்ட விலக்கத்தைக் கணிக்கவும்.

$n_1 = 300$ $\quad n_2 = 200$

$\bar{x}_1 = 52$ $\quad \bar{x}_2 = 40$

$\sigma_1^2 = 81$ $\quad \sigma_2^2 = 64$

$\therefore N = n_1 + n_2 = 300 + 200 = 500$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N}\left[n_1\sigma_1^2 + n_2\sigma_2^2 + \frac{n_1 n_2}{N}(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)^2\right]}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{500}\left[(300\times 81) + (200\times 64) + \frac{300\times 200}{500}(52-40)^2\right]}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{500}\left[24300 + 12800 + 120\times 144\right]}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{500}(24300 + 12800 + 17280)}$$

$$= \sqrt{\frac{54380}{500}} = \sqrt{108.76} = 10.43$$

விடை : இரு தொழிற்சாலைகளின் கூட்டு மொத்தத்தின் திட்டவிலக்கம் = ரூ. 10.43

மாறுபாட்டுக் கெழு

(Coefficient of Variation)

முந்திய தலைப்பில் நாம் 'திட்டவிலக்கம்' என்னும் சிதறல் அளவையைப்பற்றிக் கண்டோம். இத்திட்ட விலக்கமானது ஒரு முழுமையான அளவை (absolute measure) ஆகும். முழுமையான அளவையானது எப்பொழுதும் கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவல் எந்த அலகில் தரப்பெற்றுள்ளதோ அதே அலகில் தரப்பெறும். எனவே திட்டவிலக்கமும் கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவல் எந்த அலகில் தரப்-பெற்றுள்ளதோ அதே அலகில் தரப்பெறும். இக்காரணத்தினால் இருவேறு அலகுகளில் தரப்பெற்றுள்ள இரு பரவல்களின் சிதறல் அளவுகளை அவற்றின் திட்ட விலக்கங்களைப் பயன்படுத்தி ஒப்பிட முடியாது. எனவே, சிதறலின் தராதர அளவை அல்லது ஒப்பீட்டு அளவையொன்று கணிக்கவேண்டியது அவசியமாகிறது.

திட்டவிலக்கத்தைப் பயன்படுத்திப் பெறும் சிதறலின் தராதர அளவையைத் (relative measure of dispersion) 'திட்ட விலக்-கத்தின் கெழு' (coefficient of standard deviation) என்று அழைக்கிறோம். திட்டவிலக்கத்தின் கெழுவைக் கணிக்கப் பயன்படும் சூத்-திரம் வருமாறு;

$$\text{திட்டவிலக்கத்தின் கெழு} = \frac{\text{திட்டவிலக்கம் } (\sigma)}{\text{கூட்டுச்சராசரி } (\bar{x})} = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

திட்டவிலக்கத்தின் கெழுவை எப்பொழுதும் சதவீதங்களில் தருவது வழக்கமாகும். இவ்வாறு சதவீதங்களில் தரும் திட்ட விலக்கத்தின் கெழுவை 'மாறுபாட்டுக் கெழு' அல்லது 'மாறு விகிதக் கெழு' (coefficient of variation) என்று அழைக்கிறோம். எனவே, மாறுபாட்டுக் கெழுவைக் கணிக்கப் பயன்படும் சூத்திரம் வருமாறு;

$$\text{மாறுபாட்டுக் கெழு.} = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100$$

மாறுபாட்டுக் கெழுவானது நடைமுறையில் பெரிதும் பயன்படுகிறது இரு வகையான புள்ளி விவரங்கள் கொடுக்கப் பெற்றிருக்கும் பொழுது, எந்தப் புள்ளி விவரத்திற்குரிய மாறுபாட்டுக் கெழுவானது குறைவாக உள்ளதோ அந்தப் புள்ளிவிவரமே நிலைத்தன்மை மிக்கது (more stable), பெருத்த மாற்றங்களுக்குஉட்படாதது (less variable) என்று கொள்ளலாம். அந்தப் புள்ளிவிவரமே ஒரே சீரானதாக அமைந்துள்ளது (more uniform or more consistent) என்றும் கொள்ளலாம். மாறாக, எந்தப் புள்ளி விவரத்திற்குரிய மாறுபாட்டுக் கெழுவானது அதிகமாக உள்ளதோ அந்தப் புள்ளி விவரம் நிலைத்த தன்மையற்றது. பெருத்த மாற்றங்களுக்குட்பட்டது என்று கொள்ளலாம். அந்தப் புள்ளி விவரம் ஒரே சீரானதன்று என்றும் கொள்ளலாம்.

மாதிரிக் கணக்கு 17:

X, Y என்ற இரண்டு மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்களின் கூட்டுச் சராசரிகளும் திட்டவிலக்கங்களும் கீழே தரப்பட்டுள்ளன. இவ்விவரங்களிலிருந்து X மற்றும் Y ஆகிய இருவரில் எவருடைய தேர்ச்சி நிலைத்த தன்மை மிக்கது என்பதைக் காணவும்.

	X	Y
கூட்டுச் சராசரி	72	78
திட்ட விலக்கம்	8	6

X- இன் மாறுபாட்டுக் கெழு:

X-ன் கூட்டுச் சராசரி = 72

X-ன் திட்டவிலக்கம் = 8

$$\therefore \text{X-ன் மாறுபாட்டுக் கெழு} = \frac{8}{72} \times 100$$

$$= \frac{100}{9}$$

$$= 11.11\%$$

Y-இன் மாறுபாட்டுக் கெழு :

Y-இன் கூட்டுச் சராசரி = 78

Y-இன் திட்டவிலக்கம் = 6

$$\therefore \text{Y-இன் மாறுபாட்டுக் கெழு} = \frac{6}{78} \times 100$$

$$= \frac{100}{13}$$

$$= 7.7\%$$

(Y-இன் மாறுபாட்டுக் செழுவானது (7.7%) X-இன் மாறுபாட்டுக் கெழுவை (11. 11%) விடக் குறைவாக உள்ளது.

∴ Y-இன் தேர்ச்சியே நிலைத்ததன்மை மிக்கது ஆகும்.

மாதிரிக் கணக்கு : 18

A மற்றும் B என்ற இரண்டு விளையாட்டு வீரர்கள் ஒரு விளையாட்டில் எடுத்த ஓட்டங்களின் கூட்டுச் சராசரிகளும், திட்ட விலக்கங்களும் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

	கூட்டுச் சராசரி	திட்டவிலக்கம்
A	39	32
B	43	35

இருவரில் யாருடைய சாதனை நிலைத்ததன்மை மிக்கது என்பதைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

$$\text{A- இன் மாறுபாட்டுக்கெழு} = \frac{\text{A-இன் திட்ட விலக்கம்}}{\text{A-இன்-கூட்டுச்சராசரி}} \times 100$$

$$= \frac{32}{39} \times 100$$

$$= \frac{3200}{39}$$

$$= 82.05\%$$

$$\text{B-இன் மாறுபாட்டுக்கெழு} = \frac{\text{B-இன் திட்ட விலக்கம்}}{\text{B-இன் கூட்டுச்சராசரி}} \times 100$$

$$= \frac{35}{43} \times 100$$

$$= \frac{3500}{43}$$

$$= 81\ 4\%$$

B எடுத்த ஓட்டங்களின் மாறுபாட்டுக் கெழுவானது (81.4%) A எடுத்த ஓட்டங்களின் மாறுபாட்டுக் கெழுவை (82.05%). விடக் குறைவாக உள்ளது

எனவே, B-இன் சாதனையே, A-யோடு ஒப்பு நோக்கும் பொழுது நிலைத்த தன்மை மிக்கது ஆகும்

மாதிரிக் கணக்கு : 19

இரு கிரிக்கெட்டு ஆட்டக்காரர்கள் பல ஆட்டங்களில் பெற்ற ஓட்டங்கள் கீழே தரப்பெற்றுள்ளன. இவர்களுள், எவர் சிறந்த ஓட்டங்கள் எடுத்துள்ளாரென்றும், எவர் தொடர்ந்து ஒரே சீராக ஆடுகிறார் என்றும் கணிக்க.

A : 42, 17, 83, 59, 72, 76, 64, 65, 45, 40, 32.

B : 28, 70, 31, 0 59, 108, 82, 14. 3, 95, 64.

இரு கிரிக்கெட்டு ஆட்டக்காரர்கள் எடுத்த ஓட்டங்களுக்குக் கூட்டுச் சராசரிகளைக் கணக்கிட்டு எவர் அதிக சராசரி ஓட்டங்கள் எடுத்துள்ளாரோ அவரையே சிறந்த ஓட்டங்கள் எடுத்துள்ளாரென்று நாம் கொள்ளவேண்டும். எனவே, இரு கிரிக்கெட்டு ஆட்டக்காரர்கள் எடுத்த ஓட்டங்களின் கூட்டுச்சராசரிகளை முதலில் கணிக்கிறோம்.

A- இன் கூட்டுச்சராசரி :

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n}$$

$$= \frac{42 + 17 + 83 + 59 + 72 + 76 + 64 + 65 + 45 + 40 + 32}{11}$$

$$= \frac{595}{11}$$

$$= 54.09$$

B-இன் கூட்டுச் சராசரி :

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n}$$

$$= \frac{28 + 70 + 31 + 0 + 59 + 108 + 82 + 14 + 3 + 95 + 64}{11}$$

$$= \frac{554}{11}$$

$$= 50.3$$

A பெற்றுள்ள ஓட்டங்களின் கூட்டுச்சராசரி (அதாவது, 54) B பெற்றுள்ள ஓட்டங்களின் கூட்டுச்சராசரியை (அதாவது, 50) விட அதிகமாக உள்ளது.

∴ கிரிக்கெட்டு ஆட்டக்காரர் A சிறந்த ஓட்டங்கள் எடுத்துள்ளார். எவர் தொடர்ந்து ஒரே சீராக ஆடுகிறார் என்பதை மாறுபாட்டுக் கெழுவின் உதவியால் அறியலாம். எனவே, இரு ஆட்டக்காரர்களும் எடுத்த ஓட்டங்களின் திட்ட விலக்கத்தை முதலாவது கணிக்கலாம்.

A- இன் திட்டவிலக்கம் :

கூட்டுச்சராசரியின் தோராய மதிப்பு, A = 55 என்று கொள்வோம்,

$A = 55$

x	$(x-A)=d$	d^2
42	−13	169
17	−38	1444
83	28	784
59	4	16
72	17	289
76	21	441
64	9	81
65	10	100
45	−10	100
40	−15	225
32	−23	529
மொத்தம்	−10	4178

$\Sigma d = -10 \qquad \Sigma d^2 = 4178$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{n} - \left[\frac{\Sigma d}{n}\right]^2}$$

$$= \sqrt{\frac{4178}{11} - \left(\frac{-10}{11}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{4178}{11} - \frac{100}{121}}$$

$$= \sqrt{\frac{45958 - 100}{121}}$$

$$= \sqrt{\frac{45858}{121}}$$

$$= \frac{214.2}{11}$$

$$= 19.47$$

B-இன் திட்ட விலக்கம் :

A = 50 என்று கொள்வோம்,

x	(x — A) = d	d^2
28	—22	484
70	20	400
31	— 19	361
0	—50	2500
59	9	81
108	58	3364
82	32	1024
14	—36	1296
3	—47	2209
95	45	2025
64	14	196
மொத்தம்	4	13940

$\Sigma d = 4 \qquad \Sigma d^2 = 13940$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{n} - \left[\frac{\Sigma d}{n}\right]^2}$$

$$= \sqrt{\frac{13940}{11} - \left[\frac{4}{11}\right]^2}$$

$$= \sqrt{\frac{13940}{111} - \frac{16}{121}}$$

$$= \sqrt{\frac{153340 - 16}{121}}$$

$$= \frac{\sqrt{153324}}{11}$$

$$= \frac{391.5}{11}$$

$= 35.6$ *(தோராயமாக)*

இப்பொழுது, A, B இருவர் எடுத்த ஓட்டங்களுக்கும் மாறுபாட்டுக் கெழுவைப் பெறலாம்.

A-இன் மாறுபாட்டுக் கெழு:

$$\sigma = 19.47$$

$$\bar{x} = 54$$

$$\therefore \text{மாறுபாட்டுக் கெழு} = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100$$

$$= \frac{19.47}{54.09} \times 100$$

$$= 35.99\%$$

B-இன் மாறுபாட்டுக் கெழு :

$$\sigma = 35.6$$

$$\bar{x} = 50.3$$

$$\therefore \text{மாறுபாட்டுக் கெழு} = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100$$

$$= \frac{35.6}{50.3} \times 100$$

$$= 70.76\ \%$$

A-இன் மாறுபாட்டுக் கெழுவானது B-இன் மாறுபாட்டுக் கெழுவை விடக் குறைவாக உள்ளது. எனவே ஆட்டக்காரர் A ஒரே சீராகத் தொடர்ந்து ஆடுபவராவார்.

விடை:

சிறந்த ஓட்டங்கள் எடுத்தவரும் தொடர்ந்து ஒரே சீராக ஆடுபவரும் A ஆவார்.

மாதிரிக் கணக்கு 20:

ஒரு புள்ளிவிவர ஆய்வில் கீழ்க்காணும் முடிவுகள் பெறப்பட்டன.

	தொழிற்சாலை A	தொழிற்சாலை B
தொழிலாளர்களின் எண்ணிக்கை—	300	200
சராசரிக் கூலி ரூ —	52	40
மாறுபாடு ரூ —	81	64

எந்தத் தொழிற்சாலையில் கூலி அதிக மாறுபாடுகளுக்குட்பட்டது என்பதைக் காண்க.

தொழிற்சாலை A :

$\bar{x} = 52 \qquad \sigma^2 = 81 \qquad \therefore \sigma = \sqrt{81} = 9$

$$\text{மாறுபாட்டுக்கெழு} = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100$$

$$= \frac{9}{52} \times 100$$

$$= \frac{9}{13} \times 25$$

$$= \frac{225}{13} = 17\% \text{ (தோராயமாக).}$$

தொழிற்சாலை B :

$\bar{x} = 40 \qquad \sigma^2 = 64 \quad \therefore \sigma = \sqrt{64} = 8$

$$\text{மாறுபாட்டுக்கெழு} = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100$$

$$= \frac{8}{40} \times 100$$

$$= 20\%$$

தொழிற்சாலை B-க்கு தொழிற் சாலை A-யைவிட மாறுபாட்டுக்கெழு அதிகமாக உள்ளது. எனவே, தொழிற்சாலை B-யில் கூலி அதிக மாறுபாடுசளுச்கு உட்பட்டது.

திட்ட விலக்கத்தைக் கணிக்கப் பயன்படும் சூத்திரங்கள்

திட்ட விலகத்தைக் கணித்தல்	நேரடிமுறை	சுருக்கு முறை
ஒழுங்குபடுத்தப படாத விவரங்களுக்கு	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x-\bar{x})^2}{n}}$	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n} - \left(\frac{\sum d}{n}\right)^2}$
தொடர்ச்சியற்ற அலைவெண் பரவலுக்கு	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f(x-\bar{x})^2}{N}}$	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum fd^2}{N} - \left(\frac{\sum fd}{N}\right)^2}$
தொடர்சியான அலைவெண பரவலுக்கு	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f(x-\bar{x})^2}{N}}$	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum fd^2}{N} - \left(\frac{\sum fd}{N}\right)^2} \times c$

II) இருபரவல்களின் கூட்டுச் சராசரிகளும் திட்டவிலக்கங்களும் தனித்தனியே தரப்பெற்றிருக்கும் பொழுது இரு பரவல்களையும் சேர்த்தால் கிடைக்கும் பரவலின் திட்டவிலக்கத்தைக் கணிக்கப் பயன்படும் சூத்திரம்.

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N}\left(n_1\sigma_1^2 + n_2\sigma_2^2 + n_1d_1^2 + n_2d_2^2\right)}$$

அல்லது

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N}\left(n_1\sigma_1^2 + n_2\sigma_2^2 + \frac{n_1n_2}{N}(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)^2\right)}$$

III) மாறுபாட்டுக்கெழு $= \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100$

திட்டவிலக்கத்தைக் கணிக்கும் பொழுது மாணவர்கள் நினைவில் வைத்துக் கொள்ள வேண்டிய கருத்துக்கள் :

(1) திட்டவிலக்கத்தை நேரடி முறையில் கணிக்கவேண்டும் என்று கணக்கில் சிறப்பாகச் சொல்லப்பட்டிருந்தால் நேரடி

முறையில் கணிக்கவும். அவ்வாறு ஏதுவும் சொல்லப்பட்டிராத பொழுது. திட்ட விலக்கத்தைச் சுருக்கு முறையிலேயே கணிக்க-வேண்டும். ஏனெனில், சுருக்கு முறையில்எளிதாகவும், விரைவாகவும் கணிக்க முடியும்.

(2) கூட்டுச் சராசரியைச் சுருக்கு முறையில் கணிக்கும் பொழுது, கொடுக்கப்பட்டுள்ள அலைவெண் பரவல் சமமற்ற இடைவெளிகளையுடையதாக இருந்தால் c-யின் மதிப்பை ஏதேனும் ஒரு எண்ணாக எடுத்துக்கொண்டு கணித்தோம். இதே போலவே திட்ட விலக்கத்தைச் சுருக்கு முறையில் கணிக்கும் பொழுதும், கொடுக்கப்பட்டுள்ள அலைவெண் பரவல் சமமற்ற இடைவெளி-களையுடையதாக இருந்தால் c-யின் மதிப்பை ஏதேனும் ஒரு எண்ணாக எடுத்துக் கொண்டு,

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{N} - \left[\frac{\Sigma fd}{N}\right]^2} \times c$$

என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கணிக்கவேண்டும்.

(3) இரு பரவல்களின் கூட்டுச் சராசரிகளும் திட்டவிலக்-கங்களும் தனித்தனியே தரப்பெற்றுள்ளன. இந்நிலையி, இரு பரவல்-களையும் சேர்த்துக் கூட்டு மொத்தப் பரவலின் கூட்டுச் சராசரியும் திட்டவிலக்கமும் கணிக்கச் கேட்டிருந்தால்,

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N}\left[n_1\sigma_1^2 + n_2\sigma_2^2 + n_1d_1^2 + n_2d_2^2\right]}$$

என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தித் திட்ட விலக்கத்தைக் கணிக்-கலாம்.

இரு பரவல்களையும் சேர்த்துக் கூட்டு மொத்தப் பரவலின் திட்ட விலக்கம் மட்டுமே கணிக்குமாறு கேட்டிருந்தால்,

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N}\left[n_1\sigma_1^2 + n_2\sigma_2^2 + \frac{n_1n_2}{N}(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)^2\right]}$$

என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தலாம்.

(4) இரு பரவல் (ஒரே அலகிலோ அல்லது இருவேறு அலகு-களிலோ) கொடுக்கப்பெற்று, அவ்விரு பரவல்களின் இதனால் அளவுகளை ஒப்பிடுமாறு கேட்டிருந்தால், இரு பரவல்களின் மாறுபாட்டுக் கெழுக்களைப் பயன்படுத்தியே ஒப்பிட வேண்டும்.

5
லாரென்சின் வளைகோடு

(Lorenz Curve)

'லாரென்சின் வளைகோடு' (Lorenz curve) என்பது, ஒரு பரவலின் சிதறலை அறிந்து கொள்ள உதவும் ஒரு வரைபடமாகும். இதனை டாக்டர் மாக்ஸ் O லாரென்சு (Dr. Max O. Lorenz) என்பவர் சொத்துக்கள் பரவலின் சிதறலை அளவிடுவதற்காக முதன் முதலில் பயன்படுத்தினார் ஆனால், தற்காலத்தில், பல்வேறு வகைப்பட்ட தொழில்களுக்கிடையில் இலாபங்கள் எவ்வாறு பரவியுள்ளன என்பன போன்றவற்றை ஒப்பிடுவதற்கும் லாரென்சின் வளைகோடு மிகவும் பயன்படுகிறது.

லாரென்சின் வளைகோடானது குவிவு அலைவெண் வளைகோடுகளில் ஒரு தனிப்பட்ட வகையைச் சேர்ந்ததாகும். லாரென்சு வளைகோட்டின் தனித்தன்மை என்று நாம் குறிப்பிடுவது வருமாறு: குவிவு அலைவெண் வளைகோட்டை வரைவதற்கு நாம் அலைவெண்களின் குவிவு மதிப்புகளை மட்டுமே கணித்துப் பெறுகிறோம் ஆனால், லாரென்சின் வளைகோட்டை வரைவதற்கு அலைவெண்கள், கொடுத்துள்ள மாறியின் மதிப்புக்கள் ஆகிய இரண்டனுடைய குவிவு மதிப்புகளையுமே கணித்துப் பெற வேண்டும்.

வரையும் முறை: லாரென்சின் வளைகோட்டை வரைவதற்கான இன்றியமையாப் படிகள் வருமாறு:

1. கொடுத்துள்ள இனங்களின் குவிவு மதிப்புக்களை முதலாவதாகப் பெற வேண்டும். கொடுத்துள்ள ஒவ்வொரு இனத்தின் மதிப்போடும் அதற்கு முந்தியுள்ள எல்லா இனங்களின் மதிப்புக்களையும் கூட்டினால், ஒவ்வொரு இனத்தின் குவிவு மதிப்புக் கிடைக்கும். இவ்வாறு கணிக்கும் பொழுது கொடுத்துள்ள முதல் இனத்தின் மதிப்பே,

முதல் இனத்தின் குவிவு மதிப்பாக அமையும். இறுதி இனத்தின் குவிவு மதிப்பானது கொடுத்துள்ள எல்லா இனங்களின் மொத்த மதிப்பாக அமையும்.

2 கொடுத்துள்ள இனங்களின் மொத்த மதிப்பை 100 க்குச் சமமாக எடுத்துக் கொண்டு, மேலே கணித்துப் பெற்றுள்ள இனங்களின் குவிவு மதிப்புக்களைச் சதவீதங்களாகக் கணிக்க வேண்டும். இச் சதவீதங்களை இனங்களின் சதவீதக் குவிவு மதிப்புக்கள் என்கிறோம்.

3 கொடுத்துள்ள அலைவெண்களின் குவிவு மதிப்புக்களை அடுத்துப் பெற வேண்டும். இனங்களின் குவிவு மதிப்புக்களைப் பெறுவதற்குப் பின்பற்றிய அதே முறையையே இங்கும் பின்பற்றி அலைவெண்களின் குவிவு மதிப்புக்களைப் பெறுகிறோம்.

4. அலைவெண்களின் மொத்தத்தை 100க்குச் சமமாகக் கொண்டு குவிவு அலைவெண்களைச் சதவீதங்களாகக் கணித்துப் பெறவேண்டும், இச் சதவீதங்களைச் சதவீதக் குவிவு அலைவெண்கள் என்கிறோம்.

5. அடுத்தபடியாக, ஒருவரைபடத்தாளை எடுத்துக்கொண்டு அதில் x-அச்சும் y-அச்சும் வரைய வேண்டும். x-அச்சில் (4 வது படியில்பெற்றுள்ள) சதவீதக் குவிவு அலைவெண்களையும், y-அச்சில் (2-வதுபடியில் பெற்றுள்ள) சதவீதக் குவிவு மதிப்புக்களையும் பொருத்தமான அளவுத்திட்டம் எடுத்துக் கொண்டு குறிப்பிட வேண்டும். எடுத்துக் காட்டாக, x-அச்சில் 1செ.மீ. = 10 சதவீதக் குவிவு அலைவெண் என்றும், y-அச்சில் 1செ மீ = 10 சதவீதக் குவிவு மதிப்பு என்றும் அளவுத் திட்டம் எடுத்துக் கொள்ளலாம்.

6. இப்பொழுது ஒவ்வொரு இணைச் சதவீதக் குவிவு மதிப்பு, அதற்குரிய சதவீதக் குவிவு அலைவெண்ணை ஒரு புள்ளியால் வரைபடத்தாளில் குறிப்பிடவேண்டும். இவ்வாறு குறிக்கப் பெறும் புள்ளிகள் அனைத்தையும் இணைக்கும் கோடே நமக்குத் தேவையான லாரென்சின் வளைகோடாகும்.

சில சமயங்களில், கொடுத்துள்ள விவரங்களில், ஒவ்வொரு இனத்தின் சதவீதக் குவிவு மதிப்பும் அந்தந்த இனத்தின் சதவீதக் குவிவு அலைவெண்ணுக்குச் சமமாக இருக்கும். இவ்வாறிருந்தால், கொடுத்துள்ள விவரங்களில் இனங்கள் சமமாகப் பரவியுள்ளதாகக் கொள்கிறோம். இனங்கள் சமமாகப்பரவியுள்ள பொழுது, லாரென்சின்

வளைகோடானது x-அச்சும் y-அச்சும் வெட்டும் புள்ளியான O-யையும் சதவீதக் குவிவு மதிப்பு = 100, சதவீதக் குவிவு அலை-வெண் = 100 என்ற இணையைக் குறிக்கும் புள்ளியையும் இணைக்கும் ஒரு நேர்கோடாக இருக்கும்.

கொடுத்துள்ள பரவலின் லாரென்சு வளைகோடானது ஒரு நேர் கோடாக இருந்தால், அதனைச் 'சமப்பரவல்கோடு' (Line of Equal Distribution) என்றழைக்கிறோம். சமப்பரவல் கோடானது, இனங்களுக்கிடையில் சிதறல் சிறிதளவுகூட இல்லாத சிறந்த நிலை-யைக் குறிப்பிடுகிறது. எனவே, கொடுத்துள்ள எந்தப் பரவலின் லாரென்சு வளைகோட்டையும் சமப்பரவல் கோட்டுடன் ஒப்பிட்டு கொடுத்துள்ள பரவலின் சிதறலை அளவிடுகிறோம். கொடுத்துள்ள பரவலின் லாரென்சு வளைகோடானது சமப்பரவல் கோட்டிலிருந்து எவ்வளவுதூரம் விலகி அமைந்துள்ளதோ, அவ்விலக்கமே கொடுத்-துள்ள பரவலின் இனங்களுக்கிடையில் உள்ள சமமற்ற **தன்மையின் அளவைக்** குறிப்பிடுகிறது

எடுத்துக் காட்டு : 1

கீழே உள்ள அட்டவணையில் ஒரு சிறிய நிறுவனத்தைச் சேர்ந்த தொழிலாளர்களின் எண்ணிக்கையும், அவர்களின் மாத வருமானமும் தரப்பெற்றுள்ளன. இவை குறித்து லாரென்சின் வளைகோடு வரையவும்.

ஒவ்வொரு நபரின் மாத வருமானம் (ரூபாயில்)	அலைவெண் (நபர்களின் எண்ணிக்கை)
100	8
300	7
400	2
600	3

லாரென்சு வளைகோட்டை வரைவதற்கு, ஒவ்வொருவரும் பெறும் மொத்த வருமானத்தையே கணக்கில் கொள்ள வேண்டும். எனவே ஒவ்வொருவரும் பெற்ற மொத்த வருமானத்தைக் கீழ்க்-கண்டவாறு பெறலாம்,

அட்டவணை — 1

நபர் வருமானம் ரூ.	நபர்களின் எண்ணிக்கை	மொத்த வருமானம் ரூ.
100	8	100 × 8 = 800
300	7	300 × 7 = 2100
400	2	400 × 2 = 800
600	3	600 × 3 = 1800

இப்பொழுது மேற்படி நபர்களின் எண்ணிக்கையையும் மொத்த வருமானத்தையும்கொண்டு லாரென்சுவளைகோடு வரையவேண்டும். அதை வரைவதற்கான படிகள் (steps) கீழே கொடுக்கப் பட்டுள்ளன.

படி—1: கொடுத்துள்ள இனங்களின் குவிவு மதிப்புக்களை முதலாவதாகப் பெறவேண்டும்

கொடுத்துள்ள அட்டவணையில், முதல் பத்தியிலுள்ள மதிப்புக்களே கொடுத்துள்ள இனங்களின் மதிப்புக்களாகும். இனங்களின் குவிவு மதிப்புக்களை நாம் கீழ்க்கண்டவாறு பெறுகிறோம்.

முதல் இனத்தின் குவிவு மதிப்பு = முதல் இனத்தின் மதிப்பு
= 800

2-வது இனத்தின் குவிவு மதிப்பு = (முதல் இனத்தின் குவிவு மதிப்பு + 2-வது இனத்தின் மதிப்பு)*
= 800 + 2100
= 2900

* லாரென்சு வளைகோட்டை 'வரையும் முறை' என்ற தலைப்பின் கீழ் முதல் படியில், ஒவ்வொரு இனத்தின் குவிவு மதிப்பை அந்தந்த இனத்தின் மதிப்போடு அவற்றிற்கு முந்தியுள்ள எல்லா இனங்களின் மதிப்புக்களையும் கூட்டிப் பெறுவதாகச் சொன்னோம். ஆனால், ஒவ்வொரு இனத்திற்கும் முந்தியுள்ள எல்லா இனங்களையும் கூட்டிக் கிடைக்கும் மதிப்பானது அந்தந்த இனத்திற்கு சற்றே முன்பாக அமைந்துள்ள இனத்தின் குவிவு மதிப்பேயாகும். எனவே, கொடுத்துள்ள ஒரு இனத்தின் குவிவு மதிப்பு = (கொடுத்துள்ள இனத்திற்கு முந்திய இனத்தின் குவிவு மதிப்பு + கொடுத்துள்ள இனத்தின் மதிப்பு) ஆகும்.

3-வது இனத்தின் குவிவு மதிப்பு = (2–வது இனத்தின் குவிவு மதிப்பு + 3-வது இனத்தின் மதிப்பு)

= 2900 + 800

= 3700

இதே போலவே,

4-வது இனத்தின் குவிவு மதிப்பு = 3700 + 1800

= 5500

படி—2: எல்லா இனங்களின் மொத்த மதிப்பை 100-க்குச் சமமாகக் கொண்டு, இனங்களின் குவிவு மதிப்புக்களைச் சதவீதங்களாகக் கணிக்க வேண்டும்.

நம்முடைய எடுத்துக்காட்டில், இனங்களின் மொத்த மதிப்பாகிய 5500-ஐ 100-க்குச் சமமாகக் கொண்டு சதவீதக் குவிவு மதிப்புக்களைக் கீழ்க்கண்டவாறு பெறுகிறோம்.

$$\text{முதல் இனத்தின் சதவீதக் குவிவு மதிப்பு} = \frac{\text{முதல் இனத்தின் குவிவு மதிப்பு}}{\text{மொத்த மதிப்பு}} \times 100$$

$$= \frac{800}{5500} \times 100$$

$$= 14.5$$

2-வது இனத்தின் சதவீதக் குவிவு மதிப்பு

$$= \frac{\text{2-வது இனத்தின் குவிவு மதிப்பு}}{\text{மொத்த மதிப்பு}} \times 100$$

$$= \frac{2900}{5500} \times 100$$

$$= 52.7$$

இதே போலவே,

$$\text{3-வது இனத்தின் சதவீதக் குவிவு மதிப்பு} = \frac{3700}{5500} \times 100$$

$$= 67.3$$

4-வது இனத்தின் சதவீதக் குவிவு மதிப்பு $= \frac{5500}{5500} \times 100$

$= 100$

குவிவு மதிப்புக்களையும் சதவீதக் குவிவு மதிப்புக்களையும் அட்டவணை வடிவில் கீழே தந்துள்ளோம்.

அட்டவணை—2

மாத மொத்த வருமானம் (ரூபாயில்)	மாத குவிவு மொத்த வருமானம் (ரூபாயில்)	சதவீதக் குவிவு மாத மொத்த வருமானம்
800	800	14 5
2100	2900	52.7
800	3700	67.3
1800	5500	100.0

படி 3 : கொடுத்துள்ள அலைவெண்களின் குவிவு மதிப்புக்களைப் பெற வேண்டும்.

நம்முடைய எடுத்துக்காட்டில் நபர்களின் எண்ணிக்கையே அலைவெண்களாகும். குவிவு மதிப்புக்களைக் கணித்தது போலவே குவிவு அலைவெண்களையும் கீழ்க்கண்டவாறு பெறலாம்.

முதல் இனத்தின் குவிவு அலைவெண் = முதல் இனத்தின் அலைவெண்

$= 8$

2 - வது இனத்தின் குவிவு அலைவெண் = (முதல் இனத்தின் குவிவு அலைவெண் + இரண்டாவது இனத்தின் அலைவெண்)

$= 8 + 7$

$= 15$

3 – வது இனத்தின் குவிவு அலைவெண் = (2 – வது இனத்தின் குவிவு அலைவெண் + 3 - வது இனத்தின் அலைவெண்)

$= 15 + 2$

$= 17$

4 – வது இனத்தின் குவிவு அலைவெண் } = 17 + 3
= 20

இறுதி இனத்தின் குவிவு அலைவெண்ணானது மொத்த அலை வெண்ணாகிய 20குச் சமமாக இருப்பது இங்குக் கவனிக்கத் தக்கது.

படி – 4 : மொத்த அலைவெண்ணை 100க்குச் சமமாகக் கொண்டு குவிவு அலைவெண்களைச் சதவீதங்களாகக் கணிக்க வேண்டும்.

சதவீதக் குவிவு அலைவெண்களைக் கணிக்க உதவும் சூத்திரம் வருமாறு :

$$\text{ஓர் இனத்தின் சதவீதக் குவிவு அலைவெண்} = \frac{\text{அதே இனத்தின் குவிவு அலைவெண்}}{\text{மொத்த அலைவெண்}} \times 100$$

குவிவு அலைவெண்களையும் சதவீதக் குவிவு அலைவெண்–களையும் அட்டவணை வடிவில் கீழே தந்துள்ளோம் :

அட்டவணை — 3

நபர்களின் எண்ணிக்கை	நபர்களின் குவிவு எண்ணிக்கை	நபர்களின் சதவீதக் குவிவு எண்ணிக்கை
8	8	$\frac{8}{20} \times 100 = 40\%$
7	15	$\frac{15}{20} \times 100 = 75\%$
2	17	$\frac{17}{20} \times 100 = 85\%$
3	20	$\frac{20}{20} \times 100 = 100\%$

வரைபடத்தில் புள்ளிகளைக் குறிப்பது எளிதாக இருக்கும் பொருட்டு, நபர்களின் சதவீதக் குவிவு எண்ணிக்கையையும், சதவீதக்குவிவு மாத மொத்த வருமான மதிப்புக்களையும் ஒரே அட்டவணையில் வரும் பக்கத்தில் தந்துள்ளோம்

அட்டவணை — 4

சதவீதக் குவிவு நபர்களின் எண்ணிக்கை	சதவீதக் குவிவு மொத்த வருமானம்
40%	15%
75%	53%
85%	67%
100%	100%

நபர்களின் குவிவு எண்ணிக்கையை X — அச்சிலும், குவிவு வருமானத்தை y — அச்சிலும் குறிப்பிடுகிறோம்.

X — அச்சில் 1செ. மீ. = 10 % நபர்களின் குவிவு எண்ணிக்கையையும், y அச்சில் 1செ. மீ. = 10 % குவிவு வருமானத்தையும் குறிப்பிடும் வண்ணம் அளவுத்திட்டம் எடுத்துக் கொள்வோம்.

இப்பொழுது, வரைபடத்தாளில் புள்ளிகளால் குறிப்பிட வேண்டிய சதவீதக் குவிவு நபர்களின் எண்ணிக்கை, சதவீதக் குவிவு வருமானம் இணைகள் (பத்தி-4, பத்தி-6 இலிருந்து பெற்றவை) வருமாறு:

(40, 15), (75, 53), (85, 67), (100, 100).

x-அச்சில் 40 என்ற மதிப்பைக் குறிக்கும் புள்ளிக்கு நேர் மேலே y-அச்சில் 15 என்ற மதிப்பைக் குறிக்கும் புள்ளிக்கு நேர் எதிரே இருக்குமாறு நாம் ஒரு புள்ளியை வரைபடத்தாளில் குறித்தால், அதுவே முதல் இணையாகிய 40, 15 என்பதைக் குறிக்கும் புள்ளியாகும்.

இரண்டாவதாக, x-அச்சில் 75 என்ற மதிப்பைக் குறிக்கும் புள்ளிக்கு நேர் மேலே, y-அச்சில் 53 என்ற மதிப்பைக் குறிக்கும் புள்ளிக்கு நேர் எதிரே ஒரு புள்ளியைக் குறிக்க வேண்டும். இதுவே இரண்டாவது இணையைக் குறிக்கும் புள்ளியாகும்.

இதே போலவே, மூன்றாவது இணைச்சரிய புள்ளியைக் குறிப்பிட வேண்டும்.

இறுதியாக x அச்சில் 100னைக் குறிக்கும் புள்ளிக்கு நேர்மேலே, y அச்சிலும் 100னைக் குறிக்கும் புள்ளிக்கு நேர் எதிரே ஒரு புள்ளியைக் குறிக்க வேண்டும். இதுவே இறுதி இணைக்குரிய புள்ளியாகும்.

இப்பொழுது நாம் குறித்துள்ள எல்லாப் புள்ளிகளையும் ஒரே கோட்டினால் இணைக்க வேண்டும் இக்கோட்டை, x-அச்சும் y-அச்சும் வெட்டும் புள்ளியாகிய O-உடன் சேர்க்க வேண்டும். ஏனெனில், O என்ற புள்ளி O சதவீத வருமானம் O சதவீத நபர்களிடத்தில் பரவியுள்ளதைக் குறிப்பிடுகிறது இப்பொழுது, Oயையும், (100, 100) என்ற புள்ளியையும் இணைக்கும் வண்ணம் அமைந்துள்ள வளைகோடே லாரென்சின் வளைகோடாகும்

எடுத்துக்காட்டு:—2

கீழே உள்ள அட்டவணையில், ஒரு நகரத்தைச் சேர்ந்த மக்களின் எண்ணிக்கையும், அவர்களின் அன்றாட வருமானமும் தரப்பெற்றுள்ளன. லாரென்சின் வளைகோடு வரையவும்.

ஒவ்வொரு பிரிவின் அன்றாட மொத்த வருமானம் (ஆயிரம் ரூபாயில்)	அலைவெண் (நபர்களின் எண்ணிக்கை ஆயிரத்தில்)
10	5
20	10
40	20
50	25
80	40

இந்தக் கணக்கில் ஒவ்வொரு பிரிவின் மொத்த வருமானமே கொடுக்கப் பட்டுள்ளதால் அதை அப்படியே வைத்துக் கொண்டு கீழ்வரும் படிகளைப் பின்பற்றி லாரென்சு வளைகோடு வரைகிறோம்.

படி—1 : கொடுத்துள்ள இனங்களின் குவிவு மதிப்புக்களை முதலாவதாகப் பெறவேண்டும்.

கொடுத்துள்ள அட்டவணையில், முதல் பத்தியிலுள்ள மதிப்புக்களே கொடுத்துள்ள இனங்களின் மதிப்புக்களாகும். இனங்களின் குவிவு மதிப்புக்களை நாம் கீழ்க்கண்டவாறு பெறுகிறோம்.

முதல் இனத்தின் குவிவு மதிப்பு = முதல் இனத்தின் மதிப்பு

= 10

2-வது இனத்தின் குவிவு மதிப்பு = (முதல் இனத்தின் குவிவு மதிப்பு + 2-வது இனத்தின் மதிப்பு)

= 10 + 20

= 30

3-வது இனத்தின் குவிவு மதிப்பு = (2-வது இனத்தின் குவிவு மதிப்பு + 3-வது இனத்தின் மதிப்பு)

= 30 + 40

= 70

இதே போலவே,

4-வது இனத்தின் குவிவு மதிப்பு = 70 + 50

= 120

5-வது இனத்தின் (இறுதி இனத்தின்) குவிவு மதிப்பு = 120 + 80

= 200

இறுதி இனத்தின் குவிவு மதிப்பானது கொடுத்துள்ள எல்லா இனங்களின் மொத்த மதிப்பாகிய 200க்குச் சமமாக இருப்பது இங்குக் கவனிக்கத் தக்கது.

படி—2 : எல்லா இனங்களின் மொத்த மதிப்பை 100 க்குச் சமமாகக் கொண்டு, இனங்களின் குவிவு மதிப்புக்களைச் சதவீதங்களாகக் கணிக்கவேண்டும்.

நம்முடைய எடுத்துக்காட்டில், இனங்களின் மொத்த மதிப்பாகிய 200-னை 100-க்குச் சமமாகக் கொண்டு சதவீதக் குவிவு மதிப்புக்களைக் கீழ்க்கண்டவாறு பெறுகிறோம்.

$$\text{முதல் இனத்தின் சதவீதக் குவிவு மதிப்பு} = \frac{\text{முதல் இனத்தின் குவிவு மதிப்பு}}{\text{மொத்த மதிப்பு}} \times 100$$

$$= \frac{10}{200} \times 100$$

$$= 5$$

2-வது இனத்தின் சதவீதக் குவிவு மதிப்பு

$$= \frac{\text{2-வது இனத்தின் குவிவு மதிப்பு}}{\text{மொத்தமதிப்பு}} \times 100$$

$$= \frac{30}{200} \times 100$$

$$= 15$$

இதே போலவே,

3-வது இனத்தின் சதவீதக் குவிவு மதிப்பு $= \frac{70}{200} \times 100$

$= 35$

4-வது இனத்தின் சதவீதக் குவிவு மதிப்பு $= \frac{120}{200} \times 100$

$= 60$

5-வது (இறுதி) இனத்தின் சதவீதக் குவிவு மதிப்பு $= \frac{200}{200} \times 100$

$= 100$

குவிவு மதிப்புகளையும் சதவீதக் குவிவு மதிப்புகளையும் அட்டவணை வடிவில் கீழே தந்துள்ளோம்.

அட்டவணை—5

அன்றாட மொத்த வருமானம் (ஆயிரம் ரூபாயில்)	அன்றாட குவிவு மொத்த வருமானம் (ஆயிரம் ரூபாயில்)	சதவீதக் குவிவு அன்றாட மொத்த வருமானம்
10	10	5
20	30	15
40	70	35
50	120	60
80	200	100

படி 3- கொடுத்துள்ள அலைவெண்களின் குவிவு மதிப்புகளைப் பெற வேண்டும்.

நம்முடைய எடுத்துக்காட்டில், இரண்டாவது பத்தியில் உள்ள எண்கள் அலைவெண்களாகும். குவிவு மதிப்புகளைக் கணித்தது போலவே குவிவு அலைவெண்களையும் கீழ்க்கண்டவாறு பெறலாம்.

முதல் இனத்தின் குவிவு அலைவெண் = முதல் இனத்தின் அலைவெண்

= 5

2-வது இனத்தின் குவிவு அலைவெண் = (முதல் இனத்தின் குவிவு அலைவெண் + இரண்டாவது இனத்தின் அலைவெண்)

= 5 + 10

= 15

3-வது இனத்தின் குவிவு அலைவெண் = (2-வது இனத்தின் குவிவு அலைவெண் + 3-வது இனத்தின் அலைவெண்)

= 15 + 20

= 35

4-வது இனத்தின் குவிவு அலைவெண் = 35 + 25

= 60

5-வது (இறுதி) இனத்தின் குவிவு அலைவெண் = 60 + 40

= 100

இறுதி இனத்தின் குவிவு அலைவெண்ணானது மொத்த அலைவெண்ணாகிய 100க்குச் சமமாக இருப்பது இங்குக் கவனிக்கத் தக்கது.

படி 4- மொத்த அலைவெண்ணை 100க்குச் சமமாகக் கொண்டு குவிவு அலைவெண்களைச் சதவீதங்களாகக் கணிக்க வேண்டும்.

சதவீதக் குவிவு அலைவெண்களைக் கணிக்க உதவும் சூத்திரம் வருமாறு:

$$\text{ஓர் இனத்தின் சதவீதக் குவிவு அலைவெண்} = \frac{\text{அந்த இனத்தின் குவிவு அலைவெண்}}{\text{மொத்த அலைவெண்}} \times 100$$

நம்முடைய எடுத்துக்காட்டில், மொத்த அலைவெண் 100ஆகவே உள்ளது. ஒவ்வொரு இனத்தின் குவிவு அலைவெண்ணே சதவீதக் குவிவு அலைவெண்ணாகும்,

குவிவு அலைவெண்களையும் சதவீதக் குவிவு அலைவெண்களையும் அட்டவணை வடிவில் கீழே தந்துள்ளோம்.

அட்டவணை-6

அலைவெண் (ஆயிரத்தில்)	குவிவு அலைவெண் (ஆயிரத்தில்)	சதவீதக்குவிவு அலைவெண்
5	5	5
10	15	15
20	35	35
25	60	60
40	100	100

வரைபடத்தாளில் புள்ளிகளைக் குறிப்பது எளிதாக இருக்கும் பொருட்டு, சதவீதக் குவிவு மதிப்புகளையும் சதவீதக்குவிவு அலை வெண்களையும் ஒரே அட்டவணையில் தந்துள்ளோம்.

அட்டவணை — 7

சதவீதக் குவிவு தினசரி மொத்த வருமானம்	சதவீதக் குவிவு அலைவெண்
5	5
15	15
35	35
60	60
100	100

இந்த எடுத்துக்காட்டில், சதவீதக் குவிவுமதிப்பு ஒவ்வொன்றும் அதற்குரிய சதவீதக் குவிவு அலைவெண்ணுக்குச் சமமாக உள்ளது. அதாவது, மொத்த மக்கள் தொகையில் முதல் 5 சதவீதத்தினர் மொத்த வருமானத்தில் 5 சதவீதத்தைப் பெறுகின்றனர்; மொத்த மக்கள் தொகையில் முதல் 15 சதவீதத்தினர் மொத்த வருமானத்தில் 15 சதவீதத்தைப் பெறுகின்றனர். அதாவது, நம்முடைய எடுத்துக் காட்டில் கொடுத்துள்ள விவரங்கள் சமப்பரவலைக் குறிக்கின்றன.

எனவே, இந்த எடுத்துக்காட்டில், லாரென்சு வளைகோடானது பக்கம் 668 -- இல் காட்டியுள்ளது போன்று O-யையும் (100, 100) என்ற இணையைக் குறிக்கும் புள்ளியையும் இணைக்கும் நேர் கோடாக இருக்கும்.

இங்கு, ஒவ்வொரு சதவீதக் குவிவு மதிப்பையும் அதற்குரிய சதவீதக் குவிவு அலைவெண்ணையுடைய எல்லா இணைகளையும் புள்ளிகளால் குறிக்க வேண்டிய அவசியமில்லை. அட்டவணை 3-இல் இறுதியாக அமைத்துள்ள இணை (100, 100) களைக் குறிக்கும் புள்ளியை மட்டும் குறித்துக் கொண்டு, அதனை O-உடன் ஒரு நேர் கோட்டால் இணைத்தாலே நமக்குத் தேவையான லாரென்சு வளைகோடு இந்த எடுத்துக் காட்டில் கிடைத்துவிடும் அட்டவணை 7-இல் உள்ள ஏனைய இணைகளைக் குறிக்கும் புள்ளிகள் இந்த நேர் கோட்டிலேயே இருக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு: 3.

கீழ்க்காணும் அட்டவணையில் ஒரு கம்பெனியில் வேலை செய்யும் வேறுபட்ட வருவாய்ப் பிரிவுகளிலுள்ள ஆட்களின் எண்ணிக்கையும் ஒவ்வொரு பிரிவிலுள்ளோர் மொத்த வருவாயும் தரப்பட்டுள்ளன லாரென்சு வளைகோடொன்று வரைந்து அதிலிருந்து குறைந்த சம்பளம் வாங்குபவரில் முதல் 25 சதவீதத்தினருக்குக் கிடைக்கும் வருமானம் மொத்தத்தில் என்ன சதவீதமாகும் எனக் காணவும்.

ஆட்களின் எண்ணிக்கை	ஒவ்வொரு பிரிவின் மொத்த வருவாய்
3	750
5	1750
6	3000
20	12000
5	4000
5	8000
3	6000
2	9000
1	5500

மாணவர்கள் லாரென்சு வளைகோடு வரையும் முறையை எளிதில் நன்கு புரிந்து கொள்ளும் பொருட்டு, முந்திய எடுத்துக்-காட்டில் எல்லாப் படிகளையும் விரிவாகத் தந்துள்ளோம் ஆனால் மாணவர்கள் தேர்வில் அவ்வளவு விரிவாக எல்லாப் படிகளையும் தர வேண்டியதில்லை; எல்லாப் படிகளையும் ஒட்டு மொத்தமாக அடுத்தும் பக்கத்திலுள்ள அட்டவணையில் உள்ளது போல் தர வேண்டும்

ஆட்களின் எண்ணிக்கை	ஆட்களின் குவிவு எண்ணிக்கை	சதவீதக் குவிவு ஆட்களின் எண்ணிக்கை	மொத்த வருமானம்	குவிவு வருமானம்	சதவீதக் குவிவு வருமானம்
1	2	3	4	5	6
3	3.	$\frac{3}{50} \times 100 = 6\%$	750	750	$\frac{750}{50,000} \times 100 = 1.5\%$
5	8	$\frac{8}{50} \times 100 = 16\%$	1750	2500	$\frac{2,500}{50,000} \times 100 = 5\%$
6	14	$\frac{14}{50} \times 100 = 28\%$	3000	5500	$\frac{5,500}{50,000} \times 100 = 11\%$
20	34	$\frac{34}{50} \times 100 = 68\%$	12000	17500	$\frac{17,500}{50,000} \times 100 = 35\%$
5	39	$\frac{39}{50} \times 100 = 78\%$	4000	21500	$\frac{21,500}{50,000} \times 100 = 43\%$
5	44	$\frac{44}{50} \times 100 = 88\%$	8000	29500	$\frac{29,500}{50,000} \times 100 = 59\%$
3	47	$\frac{47}{50} \times 100 = 94\%$	6000	35500	$\frac{35,500}{50,000} \times 100 = 71\%$
2	49	$\frac{49}{50} \times 100 = 98\%$	9000	44500	$\frac{44,500}{50,000} \times 100 = 89\%$
1	50	$\frac{50}{50} \times 100 = 100\%$	5500	50000	$\frac{50,000}{50,000} \times 100 = 100\%$

666-ஆம் பக்கம் உள்ள அட்டவணையில் மொத்தம் ஆறு பத்திகள் உள்ளன. லாரென்சின் வளைகோடு வரைவதற்கான புள்ளிகளை வரை படத்தாளில் குறிப்பதற்கு, அட்டவணையில் பத்தி-3, பத்தி-6இல் உள்ள மதிப்புக்களையே பயன்படுத்துகிறோம்

நபர்களின் குவிவு எண்ணிக்கையை x-அச்சிலும், குவிவு வருமானத்தை y-அச்சிலும் குறிப்பிடுகிறோம்.

x-அச்சில் 1 செ. மீ. = 10 % நபர்களின் குவிவு எண்ணிக்கையையும், y-அச்சில் 1 செ. மீ. = 10% குவிவு வருமானத்தையும் குறிப்பிடும் வண்ணம் அளவுத்திட்டம் எடுத்துக்கொள்வோம்.

இப்பொழுது, வரைபடத்தாளில் புள்ளிகளால் குறிப்பிட வேண்டிய சதவீதக் குவிவு ஆட்களின் எண்ணிக்கை, சதவீதக் குவிவு வருமானம் இணைகள் (பத்தி-3, பத்தி-6-லிருந்து பெற்றவை) வருமாறு :

(6, 1.5), (16, 5) (28,11), (68, 35), (78, 43), (88, 59), (94, 71). (98, 89), (100, 100).

x-அச்சில் 6 என்ற மதிப்பைக் குறிக்கும் புள்ளிக்கு நேர்மேலே y-அச்சில் 1. 5 என்ற மதிப்பைக் குறிக்கும் புள்ளிக்கு நேர் எதிரே இருக்குமாறு நாம் ஒரு புள்ளியை வரைபடத்தாளில் குறித்தால், அதுவே முதல் இணையாகிய (6, 1. 5) என்பதைக் குறிக்கும் புள்ளியாகும்.

இரண்டாவதாக, x-அச்சில் 16 என்ற மதிப்பைக் குறிக்கும் புள்ளிக்கு நேர் மேலே, y-அச்சில் 5 என்ற மதிப்பைக் குறிக்கும புள்ளிக்கு நேர் எதிரே ஒரு புள்ளியைக் குறிக்க வேண்டும். இதுவே இரண்டாவது இணையைக் குறிக்கும் புள்ளியாகும்.

இதே போலவே மீதியுள்ள இணைகளையும் புள்ளிகளால் குறிப்பிட வேண்டும்.

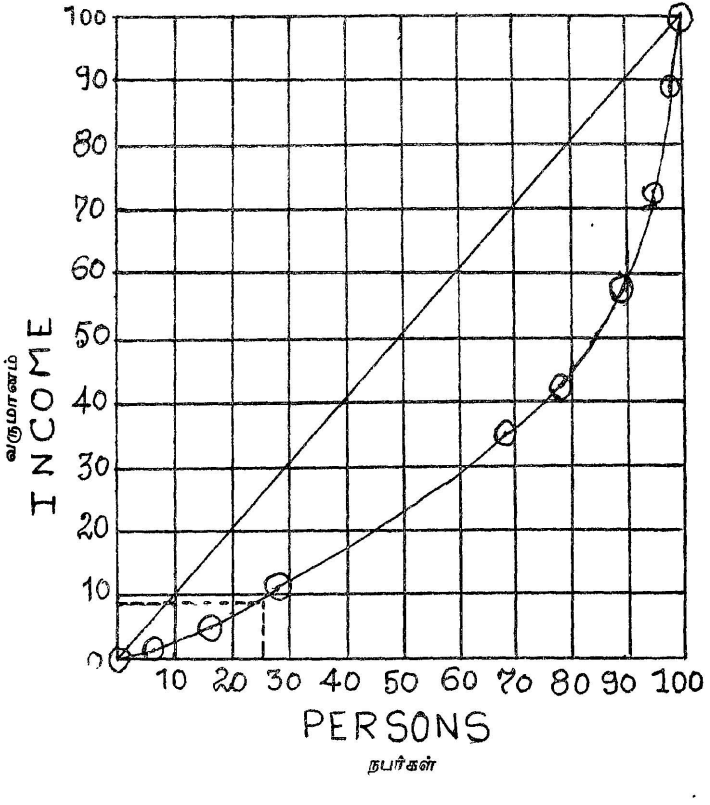
இறுதியாக, x-அச்சில் 100 னைக் குறிக்கும் புள்ளிக்கு நேர் மேலே, y-அச்சிலும் 100 னைக் குறிக்கும் புள்ளிக்கு நேர் எதிரே ஒரு புள்ளியைக் குறிக்க வேண்டும் இதுவே இறுதி இணைக்குரிய புள்ளியாகும்.

இப்பொழுது நாம் குறித்துள்ள எல்லாப் புள்ளிகளையும் ஒரே கோட்டினால் இணைக்க வேண்டும். இக்கோட்டை, x-அச்சும் y-அச்சும் வெட்டும் புள்ளியாகிய O-உடன் சேர்க்க வேண்டும். ஏனெனில், O என்ற புள்ளி O சதவீத வருமானம் O சதவீத

ஆட்களிடத்தில் பரவியுள்ளதைக் குறிப்பிடுகிறது. இப்பொழுது, O யையும், (100, 100) என்ற புள்ளியையும் இணைக்கும் வண்ணம் அமைந்துள்ள வளைகோடே லாரென்சின் வளைகோடாகும்.

கொடுத்துள்ள பரவலின் சமமற்ற பரவல் தன்மையைத் தெளிவாக அறியும் பொருட்டு, சமப்பரவல் கோட்டையும் அதே வரை படத்தாளில் வரைகிறோம். அதாவது, Oயையும் (100, 100) என்ற புள்ளியையும் ஒரு நேர்கோட்டால் இணைக்கிறோம.

கீழே உள்ள படத்தில், கொடுத்துள்ள பரவலின் லாரென்சு வளைகோடு, சமப்பரவல் கோடுஆகிய இரண்டையும் தந்துள்ளோம்



நம்முடைய எடுத்துக் காட்டில், குறைந்த சம்பளம் வாங்குபவரில் முதல் 25% நபர்கள் பெறும் வருமானம் மொத்த வருமானத்தில் எத்தனை சதவீதம் என்று கணிக்கச் சொல்லிக் கேட்டுள்ளது. இதனைக் கீழ்க்கண்டவாறு பெறுகிறோம் :

குறைந்த சம்பளம் வாங்குபவரில் முதல் 25% நபர்களை o-க்கும் x-அச்சில் 25னைக் குறிக்கும் புள்ளிக்கும் இடைப்பட்ட தூரம் குறிப்பிடுகிறது. இப்பொழுது x-அச்சில் 25னைக் குறிக்கும் புள்ளி வழியே ஒரு செங்குத்துக் கோடு வரைய வேண்டும். இச் செங்குத்துக் கோடானது, கொடுத்துள்ள பரவலின் லாரென்சு வளை கோட்டை வெட்டும் புள்ளி வழியாக, ஒரு கிடைக் கோடு வரைய வேண்டும். இக்கிடைக் கோடானது, y-அச்சை வெட்டும் புள்ளி குறிப்பிடும் சதவீத வருமானமே நமக்குத் தேவையான சதவீத வருமானமாகும். நம்முடைய வரைபடத்தில், கிடைக்கோடு y-அச்சை 9 சதவீத வருமானத்தைக் குறிக்கும் புள்ளியில் வெட்டுகிறது.

எனவே, குறைந்த சம்பளம் வாங்குபவரில் முதல் 25% ஆட்கள் மொத்த வருமானத்தில் 9% பெறுகின்றனர்.

எடுத்துக்காட்டு — 4 : கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்களுக்கு லாரென்சு வளைகோடுகள் வரைந்து இருபரவல்களின் சிதறலையும் ஒப்பிடுக.

ஆட்கள் வருமானம் ரூ.	ஆட்களின் எண்ணிக்கை	
	நிறுவனம் A	நிறுவனம் B
100	13	5
200	8	6
400	2	5
500	1	3
800	1	1

லாரென்சு வளைகோட்டை வரைவதற்கு, ஒவ்வொரு பிரிவினரும் பெறும் மொத்த வருமானத்தையே கணக்கில் கொள்ள வேண்டும்; ஒவ்வொரு பிரிவிலும் சராசரியாக ஒருவர் பெறும்

வருமானத்தைக் கணக்கில் கொள்ளுதல் கூடாது. ஆனால், மேலே உள்ள அட்டவணையில் ஒவ்வொரு பிரிவின் சராசரி வருமானமே தரப்பெற்றுள்ளது. எனவே, குவிவு வருமானமும், சதவீதக் குவிவு வருமானமும் கணக்கிடத் தொடங்குமுன்னர், ஒவ்வொரு பிரிவினரும் பெறும் மொத்த வருமானத்தை நாம் கணக்கிடுதல் வேண்டும்.

ஒவ்வொரு பிரிவினரும் பெறும் மொத்த வருமானத்தைக் கணக்கிட உதவும் சூத்திரம் வருமாறு :

ஒரு பிரிவின் மொத்த வருமானம் = அதே பிரிவின் சராசரி வருமானம் × ஆட்களின் எண்ணிக்கை

இரு நிறுவனங்களில் வேலை பார்ப்போர் பற்றிய விவரம் நமக்குத் தரப்பெற்றுள்ளது.

ஒவ்வொரு பிரிவினரும் பெறும் மொத்த வருமானத்தை நிறுவனம் A-க்கும் நிறுவனம் B-க்கும் தனித்தனியே கணித்து இரு அட்டவணைகளில் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

நிறுவனம் A

ஆட்களின் வருமானம் ரூ.	ஆட்களின் எண்ணிக்கை	மொத்த வருமானம் ரூ.
100	13	100 × 13 = 1300
200	8	200 × 8 = 1600
400	2	400 × 2 = 800
500	1	500 × 1 = 500
800	1	800 × 1 = 800

நிறுவனம் B

ஆட்களின வருமானம் ரூ.	ஆட்களின் எண்ணிக்கை	மொத்த வருமானம் ரூ.
100	5	100 × 5 = 500
200	6	200 × 6 = 1200
400	5	400 × 5 = 2000
500	3	500 × 3 = 1500
800	1	800 × 1 = 800

இப்பொழுது, வழக்கம்போல, சதவீதக் குவிவு ஆட்களின் எண்ணிக்கையையும், சதவீத குவிவு வருமானத்தையும் இருநிறுவனங்களுக்கும் கணித்து, லாரென்சு வளைகோடுகளைக் கீழ்க்கண்டவாறு வரையலாம் :

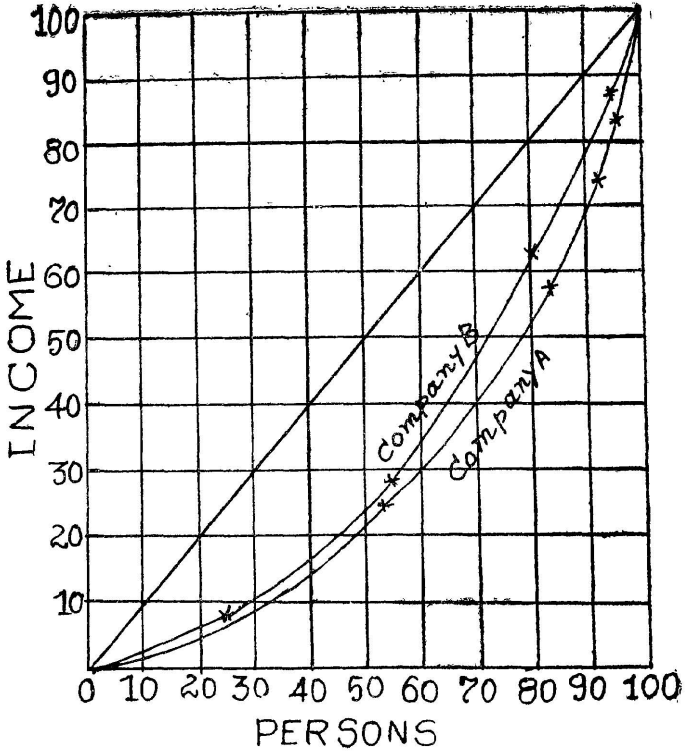
நிறுவனம் A

ஆட்களின் எண்ணிக்கை	மொத்த வருமானம் ரூ	குவிவு ஆட்களின் எண்ணிக்கை	சதவீதக் குவிவு ஆட்களின் எண்ணிக்கை	குவிவு வருமானம் ரூ.	சதவீதக் குவிவு வருமானம் ரூ.
13	1300	13	52	1300	26
8	1600	21	84	2900	58
2	800	23	92	3700	74
1	500	24	96	4200	84
1	800	25	100	5000	100

நிறுவனம் B

ஆட்களின் எண்ணிக்கை	மொத்த வருமானம் ரூ.	குவிவு ஆட்களின் எண்ணிக்கை	சதவீதக் குவிவு ஆட்களின் எண்ணிக்கை	குவிவு வருமானம் ரூ.	சதவீதக் குவிவு வருமானம்
5	500	5	25	500	8.3
6	1200	11	55	1700	28.3
5	2000	16	80	3700	61.7
3	1500	19	95	5200	86.7
1	800	20	100	6000	100

இரு நிறுவனங்களின் லாரென்சு வளைகோடுகளைக் கீழே உள்ள படத்தில் தந்துள்ளோம் :



மேலே உள்ள படத்தில், நிறுவனம் A-இன் லாரென்சு வளை-கோடானது, நிறுவனம் B-இன் லாரென்சு வளை கோட்டை விட, சமப்பரவல் கோட்டிலிருந்து அதிக தூரம் விலகி அமைந்துள்ளது.

சமப்பரவல் கோட்டிலிருந்து கொடுத்துள்ள பரவலின் லாரென்சு வளைகோட்டின் தூரம் அதிகரிக்க அதிகரிக்க, அப்-பரவலின் சிதறல் அதிகரித்துக் கொண்டே போகிறது என்பது பொருளாகும்.

எனவே, நம்முடைய எடுத்துக்காட்டில் A B, நிறுவனங்களின் லாரென்சு வளைகோடுகளின் அமைப்பிலிருந்து கீழ்க்கண்ட முடிவைப் பெறுகிறோம்.

நிறுவனம் -A- இல் வருமானப் பரவலின் சிதறல், நிறுவனம் B-இல் உள்ள சிதறலைக் காட்டிலும் அதிகமாக உள்ளது.

லாரென்சு வளைகோட்டின் அமைப்பு : இது வரையில் நாம் கொடுத்துள்ள எடுத்துக்காட்டுகளிலிருந்து, லாரென்சு வளைகோடானது, O -இலிருந்து ஆரம்பித்து (100, 100) என்ற புள்ளியில் முடிவடையும் ஒரு வளைகோடு என்பதைப் பெறுகிறோம், மேலும் இது பார்ப்பதற்கு O என்ற புள்ளி, (100, 100) என்ற புள்ளி ஆகிய இரு புள்ளிகளில் ஒரு மெல்லிய கம்பியின் இரு முனைகளைக் கட்டித் தொங்க விடப் பெற்றிருப்பது போன்று அமைந்துள்ளது என்றறிகிறோம்.

லாரென்சு வளைகோட்டின் நிறைகள் :

மக்களுடைய வருமானம், கூலிகள், இலாபங்கள், நில உடமைகள் முதலியவற்றின் பரவல்களையும் இப்பரவல்களின் சிதறல்களையும் வரைப்படம் மூலமாக வெளிப்படுத்துவதற்கு லாரென்சு வளைகோடு பெரிதும் பயன்படுகிறது. மேலும் சந்தைப்படுத்துதல், உற்பத்தி மற்றும் இவை போன்ற பொருளாதார, கல்வி சம்பந்தப்பட்ட சமூக ஆய்வுகளுக்கும் லாரென்ஸ் வளைகோடு பயன்படுகிறது. சமப்பரவல் கோட்டிலிருந்து லாரென்சு வளைகோடு அதிகதூரம் விலகியிருந்தால் அதிக எண்ணிக்கையுள்ள மக்கள் ஏற்மையான நிலமையுடையவர்களாகவும் குறைந்த எண்ணிக்கையுடையவர்கள் அதிக அளவு செல்வம் படைத்தவர்களாகவும் உள்ளனர் என்பது பொருளாகும்.

இரு பரவல்களின் சிதறல் அளவுகளை ஒப்பிடுவதற்கு லாரென்சு வளைகோடு மிகவும் பயன்படுகிறது எந்தப்பரவலின் லாரென்சு வளைகோடானது சமப்பரவல் கோட்டிலிருந்து அதிக தூரம் விலகி அமைந்து உள்ளதோ அந்தப் பரவலின் சிதறல் அளவு மற்றதன் சிதறல் அளவை விட அதிகமாகும்.

குறைகள் :

லாரென்சு வளைகோடானது நடைமுறையில் பெரிதும் பயன்பாடுடையதாகஇருந்த போதிலும் அதனைப் பயன்படுத்தி ஒரு பரவலின் சிதறல் அளவைத் துல்லியமாக எண்களின் வாயிலாகப் பெற முடியாது. சமப்பரவல் கோட்டிற்கும் லாரென்ஸ் வளைகோட்டிற்கும் உள்ள விலக்கத்தைப் பயன் படுத்திச் சிதறல் அதிகமாக உள்ளதா குறைவாக உள்ளதா என்பதை மட்டுமே அறிய முடியும். எனவே, சிதறல் அளவை எண்களின் வாயிலாகத் தரும் ஏதேனும் ஒரு அளவையோடு சேர்த்து லாரென்சு வளைகோட்டைப் பயன்படுத்துவது நல்லது.

பயன்கள் :

கொடுக்கப்பட்டுள்ள புள்ளிவிவரங்கள் சமமாகப்பரவியுள்ளனவா, இல்லையா என்பன போன்ற விவரங்களை அறிந்து கொள்ள லாரென்சு வளைகோட்டைப் பயன்படுத்துகிறோம். உதாரணமாக (i) வெவ்வேறு ஊதிய வீதமும், ஊதியம் பெறும் நபர்களின் எண்ணிக்கையும் கொடுக்கப்பட்டால், மொத்த நபர்களில் குறைந்த ஊதியம் பெறும் 25 % நபர்கள் பெறும் ஊதியம் என்ன என்பது போன்ற விவரத்தையும், (ii) ஒரு குறிப்பிட்ட நகரத்தின் பல பகுதிகளின் ஜனத்தொகை கொடுக்கப்பட்டால், நகரத்தின் மொத்தப் பரப்பின் 20%ல் அந்நகரில் வாழும் மக்களில் 20% பேர் வசிக்கின்றனரா என்பன போன்ற விவரத்தையும் லாரென்சின் வளைகோட்டிலிருந்து தெரிந்து கொள்ளலாம்.

சிதறல் அளவைகளின் நிறைகளும் குறைகளும்

ஒரு சிறந்த சிதறல் அளவையானது கீழே தரப்பட்டுள்ளவற்றுள் பெரும்பாலான நன்மைகளைப் பெற்றதாக இருக்க வேண்டும்.

1. கொடுக்கப்பட்டுள்ள இனங்கள் எல்லாவற்றின் மதிப்பையும் ஆதாரமாகக் கொண்டு சிதறல் அளவையின் மதிப்பு அமைந்திருக்க வேண்டும்.

2. சிதறல் அளவையைக் கணிப்பதற்குக் கைகொள்ளும் முறைகள் எளியவையாகவும் எளிதில் புரிந்து கொள்ளும் வகையிலும் அமைந்திருக்க வேண்டும்.

3. சிதறல் அளவையின் பொருளானது எளிதில் புரிந்து கொள்ளும் வகையில் தெளிவாக இருக்க வேண்டும்.

4 மாதிரிகளில் ஏற்படும் ஏற்ற இறக்கங்களால் சிதறல் அளவையின் மதிப்பு அதிகம் பாதிக்கப்படுதல் கூடாது.

5. ஒரு பரவலிலிருந்து பெற்ற சிதறல் அளவையானது அப் பரவலோடு தொடர்புடைய வேறுபல கருத்துக்களைப் பெறப் பயன் படுத்தக் கூடியதாக இருக்க வேண்டும்.

முழுமையான சிதறல் அளவைகள் :

A. வீச்சு :

நிறைகள் : 1. சுலபமாகக் கணிக்க முடியும்.

2. எளிதில் புரிந்து கொள்ள முடியும்.

குறைகள் : 1. இதன் கணக்கீடு பரவலின் எல்லா இனங்களின் மதிப்புகளையும் ஆதாரமாகக் கொண்டதல்ல.

2. மாதிரி ஏற்ற இறக்கங்களால் பாதிக்கப்படுகிறது.

3. இருகோடி இனங்களுக்கிடையேயுள்ள இனங்களைப் பற்றி எந்த விவரமும் தருவதில்லை

4. திறந்த முனையுடைய பரவலில் வீச்சைக் கணிக்க முடியாது.

5. பரவலின் மையநிலைப் போக்கைக் கணக்கில் கொள்வதில்லை.

பயன்கள் : 1. சரக்குமுதல், பங்குகள் ஆகியவற்றின் நடைமுறை விலையில் ஏற்படும் ஏற்ற இறக்கத்தைப் பற்றியும் மற்றப் பொருட்களின் நடைமுறை விலையில் ஏற்படும் மாற்றத்தைப் பற்றியும் அறிந்து கொள்ளப் பயன்படுகிறது.

2. அதிகபட்ச வெப்பநிலை, குறைந்தபட்ச வெப்பநிலை, இவை இரண்டிற்குமிடையேயுள்ள வேறுபாடு ஆகியவை பொதுமக்கள் தெரிந்து கொள்ள வேண்டிய முக்கிய விவரங்களாகும்.

3. ஒரு மருத்துவர் நோயாளியின் மாறுபடும் வெப்பநிலையையும் அதன் வீச்சையும் தெரிந்து கொள்வதில் அக்கறை செலுத்துவார்.

B. கால்மானவிலக்கம்.

a. நிறைகள் :

1. எல்லோராலும் எளிதில் புரிந்து கொள்ளமுடியும்.

2. சுலபத்தில் கணக்கிடமுடியும். வரைபடம் மூலமாகவும் கணக்கிடலாம்.

3. கொடுக்கப்பட்டுள்ள எல்லா இனங்களின் மதிப்புக்களையும் ஆதாரமாகக் கொண்டிராவிட்டாலும், இதன் மதிப்பானது அவற்றை மறைமுகமாகச் சார்ந்துள்ளது.

4. கோடி இனங்களின் மதிப்புக்களால் பாதிக்கப்படுவதில்லை.

5. திறந்தமுனைப்பரவில் கால்மான விலக்கத்தைக் கணிக்க முடியும்.

(b) குறைகள் :

1. கால்மான விலக்கத்தைப் பயன்படுத்திக் கொடுக்கப் பட்டுள்ள பரவலோடு தொடர்புடைய வேறு பல கருத்துக்களைப் பெறமுடியாது.

2. இதன் மதிப்பைக் காண முதல், கடைசி 25% இனங்களை உபயோகிப்பதில்லை. எனவே அவ்வினங்களைப்பற்றி ஒன்றும் அறிந்துகொள்ள முடியாது.

3. மாதிரி ஏற்ற இறக்கங்களால் ஓரளவு பாதிக்கப்படுகிறது.

(c) பயன்கள் :

தோராயமான சிதறல் அளவை தேவைப்படும்போது மட்டுமே இதைப் பயன்படுத்தினாலும், கோட்டம், கர்டோஸிஸ் போன்றவற்றைக் கணக்கிடவும் இதைப் பயன்படுத்துகிறோம்.

C. சராசரி விலக்கம்:

(a) நிறைகள்:

1. வீச்சையும் கால்மானத்தையும் போன்று அல்லாமல், சராசரி விலக்கத்தின் மதிப்பானது கொடுக்கப்பட்டுள்ள எல்லா இனங்களின் மதிப்பையும் ஆதாரமாகக் கொண்டு அமைந்துள்ளது.

2. சராசரி விலக்கத்தை எளிதில் புரிந்து கொள்ள முடியும். சராசரியைப் பற்றி நன்கு அறிந்துள்ளவர்கள் சராசரி விலக்கத்தை மிகவும் எளிதில் புரிந்து கொள்ளமுடியும்

b) குறைகள்

1. இதைக் கணிக்கும்போது வேறுபாடுகளின் கூட்டல் கழித்தல் குறிகளை நீக்கிவிடுவதால், இவ்வளவையைப் புள்ளியியல் ஆய்வுகளில் பயன்படுத்த முடியாது.

2. கால்மான விலக்கத்தைப் போல் சுலபத்தில் புரிந்து கொள்ள முடியாது.

3. திட்ட விலக்கத்தின் மதிப்பைவிட இதன்மதிப்பானது நிலைத்தன்மையற்றது.

பயன்கள் :

பொருளாதாரப் புள்ளியியலிலேயே (Economic Statistics) சராசரி விலக்கத்தைப் பெரிதும் பயன்படுத்துகிறோம். புள்ளியியலைப் பற்றி அதிகம் அறிந்திராத பொதுமக்களுக்கு ஒரு பரவலின் சிதறல் அளவைத் தெரியப்படுத்துவதற்குச் சராசரி விலக்கமே அதிகம் பயன்படுத்தப்படுகிறது.

அமெரிக்காவின் தேசியப் பொருளாதார ஆய்வுத்துறையானது நடை முறையில் வணிகச் சுழலைப் பற்றிய முன்னறிவுப்புக்கள் செய்வதற்குச் சராசரி விலக்கத்தையே சிறந்த அளவையாகக் கொண்டுள்ளது.

D. திட்டவிலக்கம்;

ஒரு பரவலிலுள்ள இனங்களுக்கிடையேயுள்ள மாறுபாட்டை விளக்குவதில் மற்ற சிதறல் அளவைக் காட்டிலும் திட்ட விலக்கமே மேம்பட்டதாகும்,

a) நிறைகள்

1) எல்லா இனங்களையும் ஆதாரமாகக் கொண்டு கணிக்கப்படுகிறது.

2) இதன் மதிப்பு திட்டவட்டமானது.

3. கொடுக்கப்பட்ட பரவலோடு தொடர்புடைய வேறுபல கருத்துக்களைப் பெறவும் பயன் படுகிறது. (1) இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற் பட்ட பரவல்களின் சேர்க்கையின் திட்ட விலக்கத்தைக் கணக்கிட முடியும். (2) திட்ட விலக்கம் பல கணிதப் பண்புகளைக் கொண்டுள்ளதால், புள்ளியியல் ஆய்விற்குப் பெரிதும் பயன்படுகிறது.

4. மாதிரி ஏற்ற இறக்கங்களால், இதன் மதிப்பு பாதிக்கப்படுவதில்லை.

b) **குறைகள் :** 1. எளிதில் புரிந்து கொள்ள முடியாது.

2. மற்ற அளவைகளைக் கணிப்பதை விட, இதைக் கணிப்பது சிறிது கடினமே ஆகும்.

3. சராசரிக்கு அடுத்துள்ள இனங்களுக்கு குறைந்த நிறையும் மற்ற இனங்களுக்கு அதிக நிறையும் திட்டவிலக்கம் அளிக்கிறது. ஏனெனில், கொடுக்கப்பட்டுள்ள இரு இனங்கள் கூட்டுச் சராசரியிலிருந்து விலகியிருக்கும் வேறுபாடு களின் விகிதத்தைவிட இவ்வேறுபாடுகளின் வர்க்கங்களின் விகிதம் அதிகமானதாக இருக்கும்.

உதாரணமாக, வேறுபாடுகள் 2, 8எனக் கொள்வோம். இவற்றின் விகிதம் 1:4. ஆனால் 2, 8-இன் வர்க்கங்களின் விகிதம் $= 2^2 : 8^2 = 4 : 64 = 1 : 16$.

c) **பயன்கள் :** 1. கோட்டம், தொடர்பு போன்ற வேறு புள்ளி-யியல் ஆய்வில் பயன்படுத்தப்படுகிறது.

2. மாதிரிகளிலிருந்து நாம் கணித்துப்பெறும் அளவைகள் துல்லியமானவையா இல்லையா என்பதைக் கண்டறிவதற்கு உறுதுணையாக உள்ளது.

3. மிக நல்ல சிதறல் அளவையாகக் கருதப்-படுவதால் இதையே அதிகமாகப் பயன்படுத்து கிறோம்.

சிதறல் அளவைத் தெரிந்தெடுத்தல் :

புள்ளியியல் ஆய்வின் தன்மை, நோக்கம் ஆகியவற்றைப் பொறுத்தே சிதறல் அளவையைத் தெரிந்தெடுத்தல் வேண்டும். அளவைகள் ஒவ்வொன்றும் எவ்வெப்போது பயன்படும் என்பதை இப்போது பார்ப்போம்.

விரைவாகவும் தோராயமாகவும் சிதறல் அளவு தெரிந்தால் போதுமானது என்றால் வீச்சைப் பயன்படுத்தலாம். மேலும் புள்ளி விவரங்கள் முழுமையாக இல்லாவிடிலும் இனங்களின் அளவைகளின் வேறுபாடு குறைவாக இருந்தாலும் வீச்சைப்பயன்படுத்தலாம்.

கோடி உறுப்புகளால் பாதிக்கப்படாததால், கால்மான விலக்கம் வீச்சை விடச் சிறந்தது. சராசரி விலக்கமோ, திட்ட விலக்கமோ கணிக்க முடியாத சூழல்களில் இதைப் பயன்படுத்தலாம்.

சராசரி விலக்கத்தைத் திட்ட விலக்கத்தைவிடச் சுலபமாகக் கணிக்க முடியும். மேலும் இதை எளிதில் புரிந்து கொள்ளவும் முடியும். இடைநிலையிலிருந்து கணிக்கும் சராசரி விலக்கமானது மற்றச் சராசரியிலிருந்து கணிக்கும் விலக்கங்கள் எல்லாவற்றையும் விடச்சிறியது. எனவே, இடைநிலை, சிறந்த சராசரியாகக் கருதப்படும் பரவல்களில் சராசரி விலக்கமே சிறந்த அளவையாகும்.

ஒரு சிறந்த சிதறல் அளவைக்குத் தேவையான பண்புகளில் அநேகம் திட்டவிலக்கத்தினிடம் உள்ளதால் அதையே சிறந்த அளவையாகக் கருதுகிறோம். மாதிரிகளினால் இதன் மதிப்புப் பாதிக்கப்படுவதில்லை. சராசரிகளில் கூட்டுச் சராசரிக்கு என்ன முக்கியத்துவம் அளிக்கப்பட்டுள்ளதோ அதே முக்கியத்துவம் சிதறல் அளவைகளுக்கிடையே, திட்ட விலக்கத்திற்கு அளிக்கப்பட்டுள்ளது. மேலும் சராசரியிலிருந்து இனங்களின் வேறுபாடுகளின் வர்க்கங்களின் கூட்டுத் தொகையானது, மற்ற சராசரிகளிலிருந்து கணிக்கப்படும் வேறுபாடுகளின் வர்க்கங்களின் கூட்டுத் தொகையை விடச் சிறியது. இதன் துல்லிய மதிப்பீட்டினால் மற்ற அளவைகளைவிட இதை உபயோகிப்பதே நல்லது.

முடிவாக, துல்லிய மதிப்பீடு தேவைப்படும் பொழுது, சிதறல் அளவைகளின் திட்டவிலக்கம் முதலிடம் பெறுகிறது. அடுத்து சராசரி விலக்கமும் பின்னர் கால்மான விலக்கமும் இறுதியாக வீச்சும் இடம் பெறுகின்றன. எளிதாகவும் விரைவாகவும் மட்டும் கணக்கிட்டால் போதுமானதென்றால் வீச்சு முதலிடம் பெறுகிறது.

அடுத்து கால்மானவிலக்கமும், பின்னர் சராசரி விலக்கமும் இறுதி–யாகத் திட்ட விலக்கமும் இடம் பெறுகின்றன

சிதறல் அளவைகளுக்கிடையேயுள்ள தோராயத் தொடர்–பையும் கவனித்துக் கொள்க.

$$\text{கால்மான விலக்கம்} = \frac{2}{3} \times \text{திட்ட விலக்கம்}$$

$$\text{சராசரி விலக்கம்} = \frac{4}{5} \times \text{திட்டவிலக்கம்.}$$

II சிதறலின் தராதர ஒப்பீட்டு அளவைகள் :

நிறைகள் :

இரு பரவல்களின் சிதறல் அளவுகளை ஒப்பிடுவதற்கு நாம் எப்பொழுதும் தராதர அளவைகளையே பயன்படுத்த வேண்டும்; முழுமையான அளவைகளைப் பயன்படுத்துவதால் நாம் தவறான முடிவுகளைப் பெறலாம். எடுத்துக்காட்டாக, A மற்றும் B என்ற இரு நிறுவனங்கள் கடந்த மூன்று ஆண்டுகளில் பெற்ற இலாபங்கள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

A (ரூபாய்களில்)	B (ரூபாய்களில்)
1250	3250
2000	4000
2750	4750

இரு நிறுவனங்களின் இலாபங்களினுடைய வீச்சுக்களும் சமமாக உள்ளன வீச்சு = ரூ.1500.

இரு நிறுவனங்களில் ஒவ்வொன்றின் சராசரி விலக்கம் = ரூ.500
ஒவ்வொன்றின் திட்டவிலக்கம் = ரூ. 612.4.

இவ்வாறாக, இரு நிறுவனங்களுடைய இலாபங்களின் முழுமை–யான சிதறல் அளவைகள் சமமாக உள்ளன. எனவே, நாம் இரு நிறுவனங்களின் இலாபங்களுடைய சிதறல் அளவுகள் சமம் என்ற முடிவிற்கு வரலாம். ஆனால் இந்த முடிவு தவறானது என்பதை வரும் பக்கத்தில் நாம் கொடுத்துள்ள சிதறலின் தராதர அளவைகள் அல்லது கெழுக்களின் மூலம் அறியலாம்.

A-இன் வீச்சின் கெழு $= \frac{1}{8}$

B-இன் வீச்சின் கெழு $= \frac{3}{16}$

∴ B-இன் வீச்சின் கெழுவானது A-இன் வீச்சின் கெழுவை விடக் குறைவாக உள்ளது.

A-இன் சராசரி விலக்கக் கெழு $= \frac{1}{4}$

B-இன் சராசரி விலக்கக் கெழு $= \frac{1}{8}$

∴ B-இன் சராசரி விலக்கக் கெழுவானது A-இன் சராசரி விலக்கக் கெழுவை விடக் குறைவாக உள்ளது.

A-இன் மாறுபாட்டுக் கெழு = 30.62%

B-இன் மாறுபாட்டுக் கெழு = 15.31%

∴ B-இன் மாறுபாட்டுக் கெழுவானது A-இன் மாறுபாட்டுக் கெழுவை விடக் குறைவாக உள்ளது.

எனவே, B-இன் சிதறல் கெழுக்கள் அனைத்தும் A-இன் சிதறல் கெழுக்களை விடக் குறைவாக உள்ளன. இதிலிருந்து B-இன் இலாபங்கள் A- யின் இலாபங்களை விடக்குறைந்த அளவு மாற்றங்களுக்கு உட்பட்டது; அதாவது B-யின் இலாபங்கள் A-இன் இலாபங்களை விட நிலைத்தன்மை மிக்கவை என்ற முடிவைப் பெறுகிறோம்.

முழுமையான சிதறல் அளவைகளைப் பயன்படுத்தி A மற்றும் B-இன் இலாபங்களின் தன்மையைப் பற்றிப் பெற்ற முடிவானது தவறானது என்பது மேலே நாம் கூறியுள்ளவற்றிலிருந்து தெளிவாகிறது.

இருவேறு அலகுகளில் தரப்பெற்றுள்ள இரு பரவல்களின் சிதறல்களை ஒப்பிடுவதற்குத் தராதர அளவைகள் இன்றியமையாதவையாகும். ஏனெனில், முழுமையான அளவைகள், எப்பொழுதும் கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவலானது எந்த அலகில் தரப்பெற்றுள்ளதோ, அதேர அலகில் தரப்பெறும்; ஆனால் தராதர அளவைகள் எந்த அலகையும் பெற்றிராத வெறும் எண்களேயாகும்.

இங்கும் மாறுபாட்டுக்கெழு $\left(\frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100\right)$ தான் முக்கியமான அளவையாகக் கருதப்படுகிறது காரணம் $\bar{x}$-ம் σ-ம் முக்கிய அளவைகள்.

மாதிரி வினாக்கள்

1. பத்து மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்கள் கீழே தந்துள்ளோம்.

   50, 55, 57, 49, 54, 61, 64, 59, 59, 56. கால்மான விலக்கத்தைக் கணிக்கவும்.

   (விடை : கால்மான விலக்கம் = 3.25)

2. அரைக்கால்மான வீச்சு, கால்மான விலக்கக் கெழு ஆகியவற்றைக் கீழே தந்துள்ள விவரங்களிலிருந்து கணிக்கவும்.

வயது (வருடங்களில்)	:	20	30	40	50	60	70	80
ஆட்களின் எண்ணிக்கை	:	3	61	132	153	140	51	3

(விடை; அரைக்கால்மான வீச்சு = 10 வருடங்கள்

கால்மான விலக்கக்கெழு = .2)

3. ஒரு நகரத்தைச் சேர்ந்த 600 நடுத்தரக் குடும்பங்களின் வருமானம் பற்றிய விவரம் கீழே அட்டவணையில் தரப்பெற்றுள்ளது.

மாதாந்தர வருமானம் (ரூ.)	குடும்பங்களின் எண்ணிக்கை
0— 75	69
75—150	167
150—225	207
225—300	65
300—375	58
375—450	24
450—525	10

கால்மான விலக்கத்தைக் கணிக்கவும்.

(விடை: கால்மான விலக்கம் = ரூ.60.81

4. கீழே தந்துள்ள விவரங்களிலிருந்து கால்மான விலக்கத்தைக் கண்டுபிடி.

X : 10 15 20 25 30 35 40 90

F : 6 17 29 38 25 14 9 1

[விடை : கால்மான விலக்கம் = 5]

5. கூலிகளுக்கான கால்மான விலக்கத்தைக் கணிக்கவும்.

கூலி (ரூபாயில்)	30-32	32-34	34-36	36-38	38-40	40-42	42-44
தொழிலாளர்கள்	12	18	16	14	12	8	6

கால்மான விலக்கக் கெழுவையும் கண்டுபிடி.

[விடை : கால்மான விலக்கம் = 2.83 ரூபாய்

கால்மான விலக்கக் கெழு = 0.08]

6. கீழ்க்கண்ட விவரங்களிலிருந்து கால்மான விலக்கத்தையும், கால்மான விலக்கக் கெழுவையும் கணிக்கவும்.

மதிப்பெண்கள்	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை
10	3
20	7
30	10
40	8
50	2

[விடை : கால்மான விலக்கம் = 10 மதிப்பெண்கள்

கால்மான விலக்கக்கெழு = .33]

7) ஓர் ஆண்டிலுள்ள வெவ்வேறு மாதங்களில் ஒரு பொருளின் விலை ரூபாயில் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன :

25, 35, 55, 63, 27, 45, 49, 57, 28, 50, 61, 38.

வீச்சையும், வீச்சின் கெழுவையும் காண்க.

[விடை: வீச்சு = 38 ரூபாய்; வீச்சின் கெழு = .43]

8) ஒரு தேர்வில் பி.காம்., மாணவர்கள் எடுத்த மதிப்பெண்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

மாணவரின் எண்: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

மதிப்பெண்கள் : 43 48 65 57 31 60 37 48 78 59

கால்மான விலக்கத்தைக் கண்டுபிடி.

(விடை : கால்மான விலக்கம் = 9.875 மதிப்பெண்கள்)

9) கீழ்க்கண்ட விவரங்களிலிருந்து கால்மான விலக்கத்தைக் காண்க.

அளவுகள்: 5-7 8-10 11-13 14-16 17-19

அலைவெண்: 14 24 38 20 4

(விடை; கால்மான விலக்கம் = 2.3)

10) பத்து மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்கள் கீழே தந்துள்ளோம்.

50, 55, 57, 49, 54, 61, 64, 59, 59, 56,

(i) கூட்டுச் சராசரியிலிருந்து சராசரி விலக்கம்

(ii) இடைநிலையிலிருந்து சராசரி விலக்கம் ஆகியவற்றைக் கணிக்கவும்.

[விடை :

கூட்டுச் சராசரியிலிருந்து சராசரி விலக்கம் = 3.6

இடைநிலையிலிருந்து சராசரி விலக்கம் = 3.55

= 3.6 (தோராயமாக)]

11) கீழே தந்துள்ள விவரங்களுக்குக் கூட்டுச் சராசரியிலிருந்து சராசரி விலக்கம், இடைநிலையிலிருந்து சராசரி விலக்கம் ஆகியவற்றைக் கணிக்கவும்.

100, 150, 200, 250, 360, 490, 500, 600, 671,

சராசரி விலக்கக்கெழுவையும் கணிக்கவும்.

[விடை : கூட்டுச்சராசரியிலிருந்து சராசரி விலக்கம் = 174.4
இடைநிலையிலிருந்து சராசரி விலக்கம் = 173.4
இடைநிலையிலிருந்து சராசரி விலக்கக்கெழு = 48]

12) கீழே தந்துள்ள விவரங்களிலிருந்து சராசரி விலக்கத்தைக் கணிக்கவும்.

மதிப்பு:	6	9	12	15	18
அலைவெண் :	14	24	38	20	4

[விடை :
கூட்டுச்சராசரியிலிருந்து சராசரி விலக்கம் = 2 57
இடைநிலையிலிருந்து சராசரி விலக்கம் = 2.4]

13) ஒரு நகரத்தைச் சேர்ந்த 600 நடுத்தரக் குடும்பங்களின் வருமானம் பற்றிய விவரம் கீழே அட்டவணையில் தரப்-பெற்றுள்ளது.

மாத வருமானம் (ரூ.)	குடும்பங்களின் எண்ணிக்கை
0—75	69
75—150	167
150—225	207
225 300	65
300 - 375	58
375- 450	24
450- 525	10

இடைநிலையிலிருந்து சராசரி விலக்கத்தைக் கணிக்கவும்.
(விடை : சராசரி விலக்கம் = ரூ. 77.8)

14) நூறு ஆயுள் காப்பீட்டுக் கழக உறுப்பினர்களின் வயது பற்றிய விவரம் வருமாறு:

வயது	17–19	20–25	26–35	36–40	41–50	51–55	56–60	61–70
எண்ணிக்கை	9	16	12	26	14	12	6	5

இடைநிலை வயதிலிருந்து சராசரி விலக்கத்தையும், சராசரி விலக்கக் கெழுவையும் கணிக்கவும்.

[விடை: சராசரி விலக்கம் = 10.735

சராசரி விலக்கக்கெழு = .279]

15) கீழே தந்துள்ள விவரங்களுக்குக் கூட்டுச் சராசரியிலிருந்து சராசரி விலக்கத்தைக் கணிக்கவும்.

கீழ்எல்லை	0	10	20	30	40	50	60	70
மேலினக் குவிவு அலைவெண்	100	90	75	50	25	15	5	0

[விடை; கூட்டுச் சராசரியிலிருந்து சராசரி விலக்கம் = 13]

16) ஒரு தனியார் நிறுவனத்தில் வேலை பார்த்துவரும் வணிகவியல் பட்டம் பெற்றோர் பற்றிய அலைவெண் பரவல் கீழே தரப்பெற்றுள்ளது. அதிலிருந்து சராசரி விலக்கத்தைக் கணிக்கவும்.

வயது:	30 வரை	31 — 35	36 — 40	41 — 45	46 — 50
அலைவெண்:	6	13	20	12	5
வயது:	51 — 55	56 — 60	61 — 75		
அலைவெண்:	3	0	1		

[விடை: இடைநிலையிலிருந்து சராசரி விலக்கம் = 5,24]

17) கீழே தந்துள்ள விவரங்களிலிருந்து சராசரி விலக்கத்தைக் கணிக்கவும்.

மதிப்பெண்கள்	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை
0—10	4
10—20	6
20—30	10
30—40	20
40—50	10
50—60	6
60—70	4

[விடை: கூட்டுச் சராசரியிலிருந்து சராசரி விலக்கம் = 11.33]

18) கீழ்க்கண்ட விவரங்களுக்கு இடைநிலையிலிருந்து சராசரி விலக்கத்தைக் காண்க.

இனங்களின் அளவு	4	6	8	10	12	14	16
நிகழ்வெண்	2	4	5	3	2	1	4

சராசரி விலக்கக் கெழுவையும் காண்க.

[விடை: இடைநிலையிலிருந்து சராசரி விலக்கம் = 3.24
சராசரி விலக்கக் கெழு = .405]

19) கீழே தந்துள்ள மின்சாரத்தைப் பயன்படுத்திய அளவுகளின் பரவலிலிருந்து திட்டவிலக்கத்தைக் கணிக்கவும்.

மின்சார அளவு (கிலோ வாட்)	0—10	10—20	20—30	30—40	40—50	50—60
பயன் படுத்துபவர் எண்ணிக்கை	10	25	65	85	15	100

[விடை; திட்டவிலக்கம் = 14.7கி.வா.]

20) ஒரு நாடாளுமன்றத்தைச் சேர்ந்த 542 உறுப்பினர்களின் வயது பற்றிய விவரங்கள் கீழே தரப்பெற்றுள்ளன. திட்ட விலக்கத்தைக் கணிக்கவும்.

வயது வருடங்களில்	20–30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80–90
உறுப்பினர்களின் எண்ணிக்கை	3	61	132	153	140	51	2

[விடை: திட்டவிலக்கம் = 11.88 ஆண்டுகள்]

21) அரசாங்க ஊழியர்கள் தொகுதியொன்றின் வயது பற்றிய விவரங்கள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன திட்டவிலக்கத்தைக் கணிக்கவும்.

வயது வருடங்களில்	20 – 25	25 – 30	30 – 35	35 – 40	40 – 45	45 – 50	50 – 55
ஊழியர் களின் எண்ணிக்கை	170	110	80	45	40	40	25

[விடை: திட்டவிலக்கம் = 9.2 வருடங்கள்]

22) பின்வரும் அலைவெண் பரவலின் திட்டவிலக்கம், மாறுபாட்டுக் கெழு ஆகியவற்றைக் கணக்கிடுக.

பிரிவு இடைவெளி	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70 – 80
அலைவெண்	5	10	20	40	30	20	10	4

[விடை: திட்டவிலக்கம் = 15.7

மாறுபாட்டுக்கெழு = 39.86 %]

23) பின்வரும் பட்டியல் ஒரு தொழிற்சாலையில் வேலை செய்யும் தொழிலாளர்களின் வாரச் சம்பளப் பரவல். அப்பரவலின் மாறு விகிதக்கெழு காண்க.

வாரச்சம்பளம் (ரூபாயில்) மைய மதிப்பு	38	44	50	56	62	68	74	80	86
நிகழ்வெண்	27	72	135	170	285	175	96	28	12

[விடை: மாறுவிகிதக் கெழு அல்லது மாறுபாட்டுக் கெழு = 16.4%]

24) மாதச் சம்பளம் பற்றிய ஓர் ஆய்வில் கீழ்க்காணும் முடிவுகள் பெறப்பட்டன:

	நிறுவனம் A	நிறுவனம் B
தொழிலாளர் எண்ணிக்கை	500	600
மாதச் சராசரி சம்பளம் ரூ.	186	175
மாறுபாடு	81	100

எந்த நிறுவனத்தில் சம்பளம் அதிக மாறுபாடுகளுக்குட்பட்டது என்பதைக் காண்க.

மேலும் இரு நிறுவனங்களையும் சேர்த்த கூட்டு மொத்தத்தின் மாதச் சராசரி சம்பளம், மாறுபாடு ஆகியவற்றைக் கணிக்கவும்.

[விடை: நிறுவனம் B-இல் சம்பளம் அதிக மாறுபாடுகளுக்குட்-பட்டது]

A, B இரண்டையும் சேர்த்த கூட்டு மொத்தத்தின் சராசரி மாதச் சம்பளம் } = ரூ. 180

இரு நிறுவனங்களின் கூட்டு மொத்-தத்தின் மாறுபாடு (variance) } = 121.36]

25) ஒரு தனியார் நிறுவனத்தில் வேலை பார்த்துவரும் வணிகவியல் பட்டம் பெற்றோர் பற்றிய அலைவெண் பரவல் கீழே தரப் பெற்றுள்ளது. அதிலிருந்து திட்டவிலக்கத்தைக் கணிக்கவும்

வயது:	30 வரை	31—35	36—40	41—45	46—50
அலைவெண்	6	13	20	12	5

வயது:	51 — 55	56 — 60	61 — 75
அலைவெண் :	3	0	1

[விடை : திட்டவிலக்கம் = 7.35]

26) கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள 10 மாணவர்கள் எடுத்த மதிப்பெண்களின் சராசரியையும், திட்டவிலக்கத்தையும், மாறுபாட்டுக் கெழுவையும் கண்டுபிடிக்க.

50, 55, 57, 49, 54, 61, 64, 59, 58, 56

ஒவ்வொரு மாணவருக்கும் 5 மதிப்பெண்கள் கூட்டினால் சராசரி, திட்டவிலக்கம், மாறுபாட்டுக் கெழு எவ்வாறு பாதிக்கும்?

[விடை : சராசரி = 61.3; திட்டவிலக்கம் = 4.38 ; மாறுபாட்டுக்-கெழு = 7 8. 5மதிப்பெண்கள் அதிகரிக்கும் பொழுது கூடுதல் சராசரி 56.3+5 = 61.3. மதிப்பெண்கள் ஒரே மாதிரியாக அதிகரிப்பதால் திட்டவிலக்கம் மாறுபடாது.]

27) ஒரு இரசாயன தொழிற்சாலையில் உற்பத்தியாகும் பொருள்-களின் அளவு (டன்களில்) கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

120, 142, 103, 138, 126, 113, 132, 122.

மாறுபாட்டுக் கெழுவைக் காண்க.

(விடை : மாறுபாட்டுக்கெழு = 9.71)

28) மாறுபாட்டுக் கெழுவைப் பயன்படுத்தி A,B என்ற இரண்டு வரிசைகளில் எந்த வரிசை பெருத்த மாறுபாடுகளுக்கு உட்-பட்டது என்பதைக் காண்க.

A	126	134	131	128	127	127	129	133	130	131
B	120	118	119	118	120	117	121	118	121	120

(விடை : A-இன் மாறுபாட்டுக் கெழு = 2.45%
B இன் மாறுபாட்டுக் கெழு = 1.113%
∴ A வரிசையே பெருத்த மாறுபாடுகளுக்குட்பட்டது)

29) சிதறல் அளவைகளில் சிறந்தது எது?

(பி.காம்., ஏப்ரல், 1970)

[விடை: (i) சிதறல் அளவை என்றால் என்ன, (ii) சிறந்த சிதறல் அளவையின் தன்மைகள் (iii) பயன்பாட்டில் சிதறல் அள-வைகள் என்பனவற்றை முதலில் கூறி, பின் (iv) திட்டவிலக்கம் சிறந்தசிதறல் அளவையின் தன்மைகளில் பலவற்றைக் கொண்-டுள்ளது என்பதையும் மற்றவற்றிற்குப் பல தன்மைகள் இல்லை என்பது பற்றியும் சான்றுகளுடன் விளக்குதல் வேண்டும்.]

30) ஒரே வரைபடத்தாளில் கீழ்க்காணும் புள்ளி விவரங்களுக்கு லாரென்சு வளைகோடுகள் வரைந்து சிதறல்களை ஒப்பிடவும்.

மொத்த வருவாய் 1000ரூ-ல்	A ஆட்கள்	B ஆட்கள்
10	8	15
20	7	6
40	5	2
50	3	1
80	2	1

31) ஒரு குறிப்பிட்ட வகுப்பினரின் சொத்துக்களின் புள்ளி விவரம் கீழே தரப்பட்டுள்ளது. லாரென்சு வளைகோடு வரைந்து (1) அதிகசொத்துள்ள 10 % நபர்களின் சொத்து மொத்த சொத்தில் என்ன சதவீதம் என்பதையும் (2) குறைந்த சொத்துள்ள 40% நபர்களின் சொத்து என்ன சதவீதம் என்பதையும் காண்க. [ஒவ்வொரு பிரிவின் மைய மதிப்பை, அந்தந்தப் பிரிவின் சராசரி மதிப்பாகக் கொள்ளவும்.]

ஒவ்வொருவரின் சொத்தின் மதிப்பு (டாலரில்)	ஆட்களின் எண்ணிக்கை
0—500	10
500—1000	12
1000—2000	4
2000—5000	7
5000—10000	4
10000—15000	3
15000—20000	1
20000—30000	4
30000—40000	3
40000—50000	2

32) லாரென்சு வளைகோட்டைப்பற்றிச் சிறுகுறிப்பு வரைக.

[விடையெழுதுவதற்குக் குறிப்பு : லாரென்சு வளைகோட்டின் இலக்கணம், வரையும் முறை, மாதிரிப்படம், வளைகோட்டின் அமைப்பு, நிறை, குறை, பயன் ஆகியவை தரவேண்டும். வரையும் விதத்தை விளக்குவதற்காக மாணவர்கள் கணக்கு எதுவும் எடுத்துக் கணக்கீடுகள் தரவேண்டியதில்லை].

சிதறல் அளவைகள் பற்றிய பல்கலைக்கழக வினாக்கள் :

1) ஒரு மாறியின் மதிப்புக்களைப் எதிரொலிக்கும் மாதிரியாக ஒரு சராசரியைப் பயன்படுத்தும் பொழுது அம்மாறியின் மதிப்புக்களுடைய சிதறலைப் பற்றி அறிந்திருப்பது அவசியம் என்பதற்குக் காரணம் கூறுக.

ஒல அன்றாடத் தேவைப் பொருட்களை வாங்கும் பொருட்டு 260 விவசாயிகள் பயணம் செய்த தூரங்கள் கீழே தரப்பெற்றுள்ளன. திட்ட விலக்கத்தைக் கணிக்கவும்.

பயணம் செய்த தூரம் மைல்களில் (பிரிவுக் குறிப்பெண்)	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19
விவசாயிகளின் எண்ணிக்கை	19	52	70	39	24	21	14	12	8	1

(பி ஏ , ஏப்ரல், 1970)

2) ஒரு நிகழ்வெண் பரவலின் 'பரவுவகை' அளப்பதின் நோக்கங்களென்ன?

ஒரு நிகழ்வெண் சராசரி விலக்கத்தைக் கணக்கிடும் முறையைச் சுருக்கமாகக் கூறுக?

பின்வரும் வாரச் சம்பள நிகழ்வெண் பரவலின் கால்மான இடைவெளிப் பாதியைக் காண்க.

வாரச் சம்பளம் ரூபாயில்	40 – 43	43 — 46	46 – 49	49 — 52	52 – 55
நிகழ்வெண்	4	15	27	36	24

வாரச் சம்பளம் ரூபாயில்	55 – 58	58 — 61	61 — 64
நிகழ்வெண்	18	9	7

(பி.ஏ., ஏப்ரல் 1971)

3) அ) பின்வருவனவற்றை விளக்குக :

1. பதின்மங்கள் :

2 நூற்றுமங்கள் :

3. மாறு விகிதக்கெழு :

ஆ) பின்வரும் பட்டியல் ஒரு தொழிற்சாலையில் வேலை செய்யும் தொழிலாளர்களின் வாரச் சம்பளப் பரவல், அப்பரவலின் மாறுவிகிதக்கெழு காண்க.

வாரச் சம்பளம் (ரூபாயில்) மைய மதிப்பு	38	44	50	56	62	68	74	80	86
நிகழ்வெண்	27	72	135	170	285	175	96	28	12

(பி ஏ., செப்டம்பர், 1971)

4) பின் கூறப்படுவனவற்றின் வரையறைகளை எழுதுக?

1) வீச்சம், 2) கூட்டுச்சராசரி விலக்கம், 3) இருபடிச்சராசரி விலக்கம்

இவை ஒரு நிகழ்வெண் பரவலின் எந்தப்பண்பினை அளக்-கின்றன? அவற்றின் பொருத்தங்களை ஒப்பீடு செய்க.

பின்வரும் நிகழ்வெண் பரவலின் கூட்டுச் சராசரி விலக்கத்தை இடைநிலை அளவிலிருந்து கணக்கிடுக.

இலைகளின் நீளம் (மைய மதிப்பு செ.மீ	4.0	4.2	4.4	4.6	4.8	5.0	5.2	5.4	5.6	5.8	6.0
நிகழ்வெண்	2	7	10	35	50	90	52	26	12	9	7

(பி. ஏ., செப்டம்பர், 1972)

5) சராசரி விலக்கம், திட்டவிலக்கம் என்றால் என்ன? அடியில் கொடுத்திருக்கும் நிகழ்வெண் பரவலின் சராசரி விலக்கமும் திட்டவிலக்கமும் கணக்கிடுக.

தொலை பேசியில் பேசும் நேரம் (நிமிடத்தில்)	0—1	1—2	2—3	3—4	4—5	5—6	6—7	7—8	8—9
நிகழ்வெண்	12	30	21	16	11	5	2	2	1

(பி.ஏ., செப்டம்பர், 1973)

6) அ) பரவுவகை அளவைகள் யாவை? திட்ட விலக்கம் சிறந்த அளவையாகக் கொள்ளப்படுவது ஏன்?

ஆ) கீழ்க்கண்ட அட்டவணையில் திட்ட விலக்கம் கால்மான விலக்கம் இரண்டையும் காண்க.

வயது	20—25	25-	30-	35-	40-	45-	50-	55-	60-	65-	70-75
எண்ணிக்கை	33	112	152	154	136	118	96	74	54	37	34

(பி.ஏ., ஏப்ரல், 1974)

7) அ) கால்மான விலக்கம் என்றால் என்ன? இதன் பயனை விளக்குக.

ஆ) கீழ்க்காணும் நிகழ்வெண் அட்டவணையில் கால்மான விலக்கம் காண்க.

அளவு	4–8	8–12	12–16	16–20	20–24	24–28	28–32	32–36	36–40
நிகழ்வெண்	6	10	18	30	15	12	10	6	2

(பி. ஏ., செப்டம்பர், 1974)

8) அ) தனிச்சிதறல் அளவைகள், சார்புச் சிதறல் அளவைகள் இவைகளை வேறுபடுத்திக்காட்டுக.

ஆ) 10 ஆட்டங்களில் இருவர் எடுத்த ஓட்டங்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

A. 25 65 45 0 50 100 35 80 10 90

B. 40 55 50 36 50 65 45 60 40 60

யாரிடம் மாறுபாடுகள் குறைவாகக் காணப்படுகின்றன?

(பி.ஏ., செப்டம்பர், 1975)

9) சிதறல் என்றால் என்ன? சராசரி விலக்கம் எவ்வாறு கணக்கிடப் படுகிறது?

(பி.ஏ., ஏப்ரல், 1976)

10) (அ) சிதறலின் பல்வேறு அளவைகளை விளக்கி அவற்றின் சிறப்புக்களையும் குறைபாடுகளையும் சுட்டிக்காட்டுக.

ஆ) பின்வரும் அலைவெண் பரவலின் திட்ட விலக்கத்தைக் கணக்கிடுக.

பிரிவு

இடைவெளி :	25 — 34	35 — 44	45 — 54	55 — 64	65 — 74	75 — 84
அலைவெண்:	4	20	38	24	10	4

(பி.ஏ., அக்டோபர், 1976)

11) அ) சிதறலின் பல்வேறு அளவுகளை விளக்குக.

ஆ) பின் வரும் அலைவெண் பரவலின் திட்ட விலக்கத்தைக் கணக்கிடுக.

பிரிவு

இடை வெளி:	0 — 10	10 — 20	20 — 30	30—40	40 — 50	50 — 60
அலைவெண்:	12	18	35	42	40	45

(பி.ஏ., ஏப்ரல், 1977)

12) மாறுபாட்டுக் கெழுவைப் பயன்படுத்தி இரு தொடர் வரிசை–களில் எந்தத் தொடர் வரிசை அதிக மாறுபாடுகளுக்குட்–பட்டது என்று கூறுக.

A:-	126	134	131	128	127	127	129	133	130	131
B:-	120	118	119	118	120	117	121	118	121	120

(பி.காம்., ஏப்ரல் 1973)

13) ஓர் ஆய்வில் கீழ்க்காணும் விவரங்கள் பெறப்பட்டன.

	தொழிற்சாலை A	தொழிற்சாலை B
கூலியாட்களின் எண்ணிக்கை	300	200
சராசரி கூலிகள் (ரூபாயில்)	52	40
கூலிகளின் மாறுபாடு (ரூபாயில்)	81	64

(அ) எந்தத் தொழிற் சாலையில் கூலிகள் அதிக மாறுபாடுகளுக் குட்பட்டவை?

(ஆ) இரண்டு தொழிற்சாலைகளையும் சேர்த்து கிடைக்கும் தொகுதியின் திட்ட விலக்கக் கூலியைக் கவனிக்கவும்.

(பி.காம், செப்டம்பர், 1973)

14) A,B என்னும் இரு தொழிற் சாலைகளோடு தொடர்புடைய புள்ளி விவரங்களிலிருந்து கீழ்க்கண்டவற்றைக் கணிக்கவும்.

(அ) இரு தொழிற்சாலைகளையும் சேர்த்துக் கூட்டு மொத்தத்தின் சராசரி.

(ஆ) இரு தொழிற் சாலைகளையும் சேர்த்துக் கூட்டு மொத்தத்தின் திட்ட விலக்கம்.

(இ) எந்தத் தொழிற் சாலையில் கூலி அதிக மாறுபாடுகளுக்குட்பட்டது என்றும் காண்க.

	தொழிற்சாலைA	தொழிற்சாலைB
தொழிலாளர் எண்ணிக்கை	100	150
சராசரி கூலி ரூ.	45	55
திட்ட விலக்கம்	7	12

(பி. காம்., ஏப்ரல், 1974)

15) அ) சிதறல் என்றால் என்ன? அது எவ்வகையில் சராசரியிலிருந்து வேறுபட்டது?

ஆ) திட்ட விலக்கத்தைக் கணிக்கவும்.

x	f
4000 to 5000	16
3000 to 4000	48
2000 to 3000	98
1000 to 2000	121
0 to 1000	62
—1000 to —0	40
—2000 to — 1000	30
—3000 to —2000	16
—4000 to —3000	4

(பி.காம்., ஏப்ரல், 1975)

16) பல்வேறு சிதறல் அளவைகளின் தராதர நிறைகுறைகளைப் பற்றி விவாதிக்கவும்.

(பி.காம்., ஏப்ரல், 1976)

17) ஒரு தனியார் நிறுவனத்தில் வேலைபார்த்து வரும் வணிகவியல் பட்டம் பெற்றோர் பற்றிய அலைவெண் பரவல் கீழே தரப்பெற்றுள்ளது அதிலிருந்து திட்ட விலக்கம் அல்லது சராசரி விலக்கத்தைக் கணிக்கவும்.

வயது :	30 வரை	31—35	36—40	41—45,	46—50
அலைவெண் :	6	13	20	12	5

வயது :	51—55	56—60	61—75
அலைவெண் :	3	0	1

(பி. காம்., ஏப்ரல், 1976)

18) கீழ்க்காணும் விவரங்களிலிருந்து திட்ட விலக்கத்தைக் கணிக்கவும் :

மையமதிப்பு	அலைவெண்
1	2
2	60
3	101
4	152
5	205
6	155
7	79
8	40
9	1

(பி.காம்., அக்டோபர், 1976)

19) கீழ்க்காணும் அட்டவணையில், ஒரு தொழிற்சாலையில் பல்வேறு எண்ணிக்கையுள்ள வேலையாட்கள் ஒரு நாளில் செய்து முடிக்கக் கூடிய பொருட்களின் எண்ணிக்கை தரப் பட்டுள்ளது. அன்றாட உற்பத்தியின் கூட்டுச் சராசரியையும் திட்ட விலக்கத்தையும் கணிக்கவும்.

பொருட்களின் எண்ணிக்கை	வேலையாட்களின் எண்ணிக்கை	பொருட்களின் எண்ணிக்கை	வேலையாட்களின் எண்ணிக்கை
18	3	23	17
19	7	24	13
20	11	25	8
21	14	26	5
22	18	27	4

(பி.காம்., அக்டோபர், 1977)

20) ஒரு தொடர் ஆட்டங்களில் A, B, என்னும் இரு பந்தடிப் பவர்களின் ஓட்ட எண்ணிக்கை பின் வருமாறு :

A:	12	115	6	73	7	19	119	36	84	29
B:	47	12	76	42	4	51	37	48	13	0

இவர்களில் சிறந்த ஓட்ட எண்ணிக்கை எடுத்தவர் யார்? மிகையான நிலைப்புத் தன்மை உடையவர் யார்?

(பியர்சன் மாற்றுக் கெழுவினைப் பயன்படுத்தவும்)

(பி.காம்., ஏப்ரல், 1978)

21) 'சிதறல்' என்றால் என்ன? பல்வேறு சிதறல் அளவைகளின் பயன்களும் குறைபாடுகளும் யாவை?

(பி. காம் , அக்டோபர், 1978)

22) ஒரு பரவலின் சமமற்ற தன்மையைப் பற்றி விவரி. ஏற்றத்தாழ்வின் அளவை லாரென்சு வளைகோட்டின் மூலம் எவ்வாறு கணிக்கமுடியும் என்பதை விளக்குக.

(எம். ஏ., ஏப்ரல் 1973)

23) அ. கூட்டுச்சராசரி, திட்டவிலக்கம் ஆகிய வற்றின் இலக்கணம் தருக. ஒவ்வொன்றும் எதை அளக்கப்பயன்படுகிறது?

ஆ. ஒரு சில்லறை விற்பனைக் கடையின் அன்றாட விற்பனை (ரூபாயில்) கொடுக்கப்பட்டுள்ளது:

அன்றாட விற்பனை (ரூபாயில்) xபிரிவு இடைவெளியின் மையப்புள்ளி	102	106	110	114	118	122	126
நாட்களின் எண்ணிக்கை (அலை வெண்)	3	9	25	35	17	10	1

மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ள புள்ளி விவரத்திற்குக் கூட்டுச் சராசரி, திட்டவிலக்கம் ஆகியவற்றைக் கணக்கிடுக. அன்றாட விற்பனைப் பரவலைப் பற்றி அவை என்ன கூறுகின்றன என்பதைப் பற்றி விவரி.

(எம்.ஏ., ஏப்ரல், 1974)

24) சிதறலின் சிறந்த அளவை எது? சில தொழிலாளர்களின் கூலி விவரங்கள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன. திட்ட விலக்கத்தையும் மாறுபாட்டுக் கெழுவையும் கண்டுபிடி.

கூலி (ரூபாயில்)	70—80	80 - 90	90—100	100 – 110	110—120	120—130	130—140	140—150
தொழிலாளர்களின் எண்ணிக்கை	12	18	35	42	50	45	20	8

(எம். ஏ., ஏப்ரல், 1975)

25) மாறுபாட்டுக் கெழுவிற்கு இலக்கணம் தருக. அது எதற்கு பயன்படுகிறது? திட்ட விலக்கத்திற்கும் மாறுபாட்டுக் கெழுவிற்கும் உள்ள வேறுபாடுகளைக் கூறுக.

ஆ. A, B, ஆகிய இரண்டு நகரங்களில் ஒரு குறிப்பிட்ட பொருளின் விலைகள் (ரூபாயில்) ஐந்து வருடங்களுக்குக் கீழே கொடுக்கப் பட்டுள்ளன.

நகரம் A	20	22	19	23	16
நகரம் B	10	20	18	14	15

மேற்கண்ட புள்ளி விவரங்களிலிருந்து எந்த நகரத்தில் விலைகளில் நிலைத்தன்மை அதிகம் உள்ளது என்று கண்டுபிடி.

(எம்.ஏ., ஏப்ரல், 1977)

26) சிதறல் என்றால் என்ன? சிதறல் அளவைக் கணிக்கும் முறைகளைப் பற்றி விவரிக்க. அம்முறைகளின் நடைமுறைப் பயன்களை எடுத்துக் காட்டுகளுடன் விளக்குக.

(எம். ஏ, ஏப்ரல், 1979)

27) ஒரு தொழிற்சாலையிலுள்ள தொழிலாளர்களின் குடும்ப வரவு செலவுத் திட்டத்தை ஆராய்ந்ததில் சில குடும்பங்களின் வருமானங்கள் கீழ்க்கண்டனவாய் உள்ளன

வருமானத்தின் அளவு (மாதத்திற்கு)	குடும்பங்களின் எண்ணிக்கை	ரூபாய தோராயமாக ஒவ்வொரு குடும்பத்தின் சராசரி வருமானம்
ரூ. 20க்குக் கீழ்	47	18
ரூ. 20—30	167	25
ரூ. 30—40	198	34
ரூ. 40—50	118	44
ரூ. 50—60	69	54
ரூ. 60—70	20	64
ரூ. 70க்குமேல்	22	86

மேலேயுள்ள புள்ளி விவரத்தை உணர்த்தும் லாரென்சு வளைகோட்டை வரைக.

(எம். ஏ., ஏப்ரல், 1980)

28) கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவலின் சராசரி விலக்கம், திட்ட விலக்கம், கால்மான விலக்கம் ஆகியவைகளுக்கு இலக்கணம் வரைக. ஒவ்வொன்றும் எதற்குப் பயன்படுகிறது?

29) அ. மாறுபாட்டுக் கெழுவின் இலக்கணம் வரைக. இதனை விட திட்டவிலக்கம் ஒரு சிறந்த சிதறல் அளவையா?

ஆ. ஒரு நிறுவனத்தின் தொழில் தகராறு வருவதற்கு முன்னும் பின்னும் உளள நிலை கீழே தரப்பட்டுள்ளது,

	முன்னர்	பின்னர்
தொழிலாளர்களின் எண்ணிக்கை	244	2359
சராசரி கூலி	45.5	47.5
இடைநிலைக் கூலி	49.0	45.0
திட்டவிலக்கம்	12.0	10.0

தொழில் தகராறு சீர் செய்யப்பட்ட பின்பு கூலி வேறுபாடு குறைக்கப்பட்டுள்ளது என்றும் இந்தப் பேச்சு வார்த்தை எல்லாத் தொழிலாளர்களுக்கும் பயனளிக்கவில்லை என்றும் மெய்ப்பிக்க.

(எம். ஏ., ஏப்ரல், 1980)

3. கோட்டம்

(Skewness)

[இலக்கணம் — பொருள் — கோட்ட அளவைகளின் வகைகள் கோட்ட அளவைகளின் பயன்கள்]

பரவல்களின் இரண்டு இன்றி அமையாத் தன்மைகள் குறித்துச் சராசரிகளும் சிதறல் அளவைகளும் விளக்கம் தருகின்றன பரவலின் மையநிலைப் போக்கைப் பற்றிச் சராசரிகள் கூறுகின்றன. இந்த மையநிலைப் போக்கு அளவைச் சுற்றி இனங்கள் எந்த அளவிற்குச் செறிந்துள்ளன என்பதைப் பற்றிச் சிதறலின் அளவைகள் கூறுகின்றன பரவலைப் பற்றி அறிந்து கொள்ள வேண்டிய மூன்றாவது தன்மை ஒன்றும் உள்ளது இதைப் பற்றியே 'கோட்டம்' விளக்குகின்றது.

இலக்கணம்:

கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவல் ஒரே சீராக அமையாத தன்மையைக் 'கோட்டம்' (skewness) என்று அழைக்கிறோம்

கொடுக்கப்பட்டுள்ள அலைவெண் பரவலுடைய முகடின் மதிப்பிற்கு இருபுறமும் அமைந்துள்ள இனங்களின் அலைவெண்கள் ஒரே சீராக அமைந்திருந்தால், அப்பரவலைச் 'சமன்சீர் பரவல்' (symmetrical distribution) என்று அழைக்கிறோம். அதாவது முகடின் மதிப்பிற்கு இருபுறமும் சம தூரத்தில் அமைந்துள்ள மதிப்புக்களின் அலைவெண்கள் சமமாக இருந்தால் கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவலைச் சமன்சீர் பரவல் என்று கூறுகிறோம், சமன்சீர் பரவலுக்கு எடுத்துக் காட்டொன்று பார்ப்போம்.

இனத்தின் மதிப்பு	அலைவெண்
1	3
2	4
3	6
4	9
5	10
6	9
7	6
8	4
9	3

மேலே தரப்பட்டுள்ள பரவலில், முகடின் மதிப்பு = 5 ஆகும். 4 மற்றும் 6 ஆகிய மதிப்புக்கள் முகடின் மதிப்பாகிய 5-ற்கு இருபுறமும் சமதூரத்தில் அமைந்துள்ளன. இவ்விரு மதிப்புக்களின் அலைவெண்களுமே 9 ஆகும்.

3மற்றும் 7ஆகிய இருமதிப்புகளும் முகடின் மதிப்பாகிய 5-ற்கு இரு புறமும் சம தூரத்தில் அமைந்துள்ளன. அவற்றின் அலைவெண்கள் -6ற்குச் சமமாக உள்ளன.

2 மற்றும் 8ஆகிய இரு மதிப்புக்களும் 5-ற்கு இருபுறமும் சம தூரத்தில் அமைந்துள்ளன. அவற்றின் அலைவெண்களும் சமமாக (4-ற்குச் சமமாக) உள்ளன.

இதே போலவே 1 மற்றும் 9ஆகிய மதிப்புக்கள் 5-ற்கு இருபுறமும் சமதூரத்தில் அமைந்துள்ளன. இவ்விரு மதிப்புக்களுமே 3 என்ற அலைவெண்ணைப் பெற்றுள்ளன.

மேலே நாம் எடுத்துக்காட்டாகத் தந்துள்ள அலைவெண் பரவலுடைய அமைப்பைக் கொண்டுள்ள பரவலைச் 'சமன்சீர் பரவல்' என்று அழைக்கிறோம். சமன்சீர் பரவலானது கீழே தரப்பட்டுள்ள தன்மைகளையுடைது.

(1) சமன்சீர் பரவலில் கூட்டுச் சராசரி மற்றும் இடைநிலை ஆகிய இரண்டுமே முகடின் மதிப்பைப் பெற்றிருக்கும். அதாவது,

$a = M = Z$

a என்பது கூட்டுச்சராசரி ஆகும்.

M என்பது இடைநிலையாகும்.

Z என்பது முகடின் மதிப்பாகும்.

2) சமன்சீர் பரவலில் இடைநிலையின் மதிப்பானது மேல்-கால்மானம் மற்றும் கீழ்க்கால்மானம் ஆகிய இரண்டினுடைய மதிப்புக்களுக்குமிடையில் மையமாக இருக்கும். அதாவது,

$(Q_3 - M) = (M - Q_1)$

Q_3 என்பது மேல்கால்மானத்தின் மதிப்பு ஆகும்.

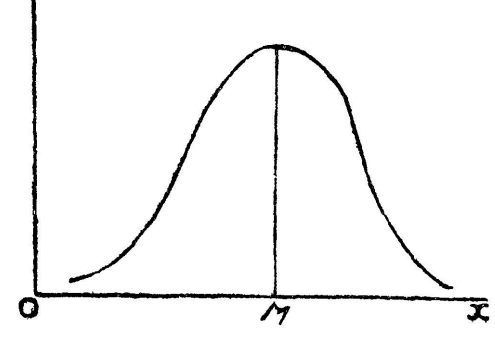
M என்பது இடைநிலையின் மதிப்பாகும்.

Q_1 என்பது கீழ்க்கால்மானத்தின் மதிப்பாகும்.

3) சமன்சீர் பரவலில் இனங்களுக்கும் இடைநிலைக்கும் உள்ள வேறுபாடுகளில் + குறிகளை முன்பாகப் பெற்றுள்ள வேறுபாடுகளின் கூட்டுத் தொகையும் — குறிகளை முன்பாகப் பெற்றுள்ள வேறுபாடுகளின் தொகையும் சமமாக இருக்கும்.

4) சமன்சீர் பரவலுடைய அலைவெண் வளைகோடானது மணியின் வடிவத்தைப் (bell shaped) பெற்றிருக்கும். அதாவது, அலைவெண் வளைகோடானது அதன் உச்சிப்புள்ளி வழியாக வரையப்படும் செங்குத்துக் கோட்டிற்கு இருபுறங்களிலும் ஒரே மாதிரியான அமைப்பைப் பெற்றிருக்கும். அதாவது செங்குத்துக் கோட்டிற்குச் சரியாக அலைவெண் வளைகோட்டை மடித்தோமானால் அதன் இருபாதிகளும் ஒன்றின் மேல் ஒன்று சமமாக அமையும். சமன்சீர் பரவலுடைய அலைவெண் வளைகோட்டின் அமைப்பைக் கீழே உள்ள படத்தில் காண்பித்துள்ளோம்:

சமன்சீர் அலைவெண் வளைகோடு



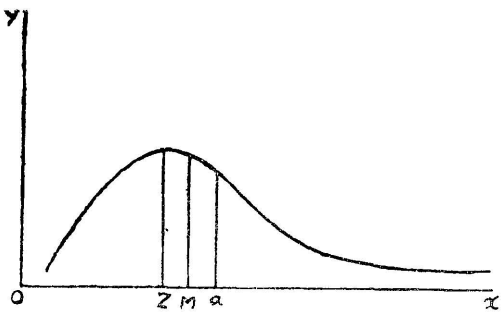
கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவலானது சமன்சீர் பரவலாக இல்லாத பொழுது அப்பரவலைக் கோட்டம் உடையது என்று கூறுகிறோம் அப்பாவலின் அலைவெண் வளைகோட்டையும் கோட்டம் உடையது என்று கூறுகிறோம். கோட்டம் உடைய பரவல்கள் இருவகைப்படும்.

1. நேர்க் கோட்டம் உடையவை (Positively skewed)
2. எதிர்க் கோட்டம் உடையவை (Negatively skewed)

1 நேர்கோட்டமுடைய பரவல் அல்லது வளைகோடு:

கொடுக்கப்பட்டுள்ள டரவலின் அலைவெண் வளைகோட்டினுடைய உச்சிப் புள்ளி வழியாக X-அச்சிற்கு வரையப்படும் செங்குத்துக்கோட்டிற்கு வலதுபுறமாக அதிக இலங்கள் அமைந்திருந்தால் அப்பரவலை அல்லது அலைவெண் வளைகோட்டை நேர்க்கோட்டம் உடையது என்று கூறுகிறோம் நேர்க்கோட்டமுடைய பரவலில் முகடினுடைய மதிப்பைவிட இடைநிலையின் மதிப்பு அதிகமாகவும் இடைநிலையினுடைய மதிப்பைவிடக் கூட்டுச் சராசரியின் மதிப்பு அதிகமாகவும் இருக்கும். அதாவது, முகடு, இடைநிலை, கூட்டுச்சராசரி ஆகியவற்றின மதிப்புக்கள ஏறு வரிசையில் இருக்கும். நேர்க் கோட்டமுடைய வளைகோடானது 'வாய்' போன்ற நீண்டபகுதியை வலது பக்கத்தில் பெற்றிருக்கும். கீழே தரப்பட்டுள்ள படத்தில் நேர்க் கோட்டமுடைய வளைகோட்டின் அமைப்பைக் காண்பித்துள்ளோம்.

நேர்க்கோட்டமுடைய வளைகோடு



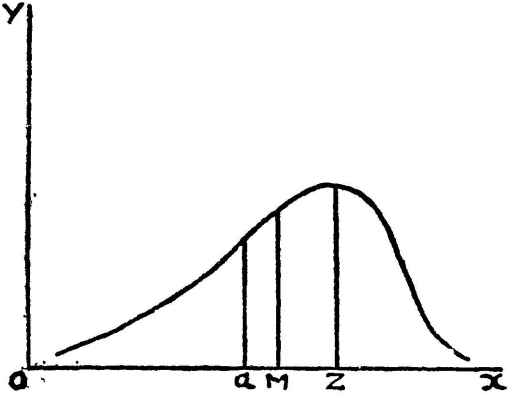
Z–முகடு M–இடைநிலை a-கூட்டுச்சராசரி

a > m > Z

2. எதிர்க்கோட்டமுடைய பரவல் அல்லது வளைகோடு:

கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவலின் அலைவெண் வளைகோட்டினுடைய உச்சிப் புள்ளி வழியாக X- அச்சிற்கு வரையப்படும் செங்குத்துக்கோட்டிற்கு இடதுபுறமாக அதிக இனங்கள் அமைந்திருந்தால் அப்பரவலை அல்லது வளைகோட்டை எதிர்க் கோட்டம் உடையது என்றுகூறுகிறோம். எதிர்க்கோட்டமுடைய பரவலில் கூட்டுச்சராசரியின் மதிப்பைவிட இடைநிலையின் மதிப்பு அதிகமாகவும் இடைநிலையின் மதிப்பைவிட முகடின் மதிப்பு அதிகமாகவும் இருக்கும். அதாவது இடைநிலை, கூட்டுச்சராசரி, முகடு ஆகியவற்றின் மதிப்புக்கள் ஏறுவரிசையில் இருக்கும். எதிர்க் கோட்டமுடைய வளைகோடானது இடது பக்கத்தில் 'வால்' போன்ற நீண்ட பகுதியைப் பெற்றிருக்கும். கீழே தரப்பட்டுள்ள படத்தில் எதிர்க்கோட்டமுடைய வளை கோட்டின் அமைப்பைக் காண்பித்துள்ளோம்.

எதிர்க்கோட்டமுடைய வளைகோடு



a-கூட்டுச்சராசரி M-இடைநிலை Z-முகடு

$a < M < z$

இரு பரவல்களின் கூட்டுச்சராசரிகள் சமமாக இருக்கலாம் அவற்றின் திட்டவிலக்கங்களும் சமமாக இருக்கலாம்; ஆனாலும் இரு பரவல்களும் அவற்றின் அமைப்பில் வேறுபட்டிருக்கலாம். கீழே தரப்பட்டுள்ள இருபரவல்களைக் கவனிக்கவும்.

பரவல் I

பிரிவு	அலைவெண்
0—5	10
5—10	30
10—15	60
15—20	60
20—25	30
25—30	10

பரவல் II

பிரிவு	அலைவெண்
0—5	10
5—10	40
10—15	30
15—20	90
20—25	20
25—30	10

மேலே தரப்பட்டுள்ள இரு பரவல்களின் கூட்டுச்சராசரிகளுமே 15 ஆகும். இருபரவல்களின் திட்ட விலக்கங்களுமே (தோராயமாக) 6-க்குச் சமமாக உள்ளன. என்றாலும், இரு பரவல்களுமே அமைப்பில் வேறுபட்டவையாக உள்ளன. அதாவது, முதல் பரவலானது சமன்சீர் பரவலாகவும் இரண்டாவது பரவலானது சமச்சீரற்றதாகவும் (அதாவது, கோட்டமுடையதாகவும் உள்ளன).

கோட்டத்தின் அவசியம்

மேலே தரப்பட்டுள்ள எடுத்துக்காட்டிலிருந்து ஒரு பரவலின் அமைப்பைப் பற்றி அறிந்து கொள்ள அப்பரவலின் கோட்டத்தைப் பற்றி அறிந்துகொள்ள வேண்டியது அவசியம் என்பது புலனாகிறது.

கோட்டத்தை அறிந்துகொள்ள உதவும் சோதனைகள் :

1. சமச்சீரற்ற, அதாவது, கோட்டம் உடைய பரவலில் முகடு, இடைநிலை, கூட்டுச்சராசரி ஆகியவை ஒரேமதிப்பைப் பெற்றிரா. முகடு, இடைநிலை மற்றும் கூட்டுச்சராசரியின் மதிப்புக்கள் கீழ்க் கண்டவாறு அமைந்திருக்கும்.

(கூட்டுச்சராசரி — முகடு) = 3 (கூட்டுச்சராசரி— இடைநிலை)

அதாவது, (a — Z) = 3 (a — M)

2. கோட்டம் உடைய பரவலின் அலைவெண் வளை கோடானது இயல்பான மணியின் உருவத்தைப் பெற்றிராது; வலது புறமோ இடது புறமோ நீண்ட வால் போன்ற பகுதியைப் பெற்றிருக்கும்.

3 கோட்டம் உடைய பரவலில், இடைநிலைக்கும் இனங்களுக்கும் உள்ள வேறுபாடுகளில் + குறியை முன்பாகப் பெற்றுள்ள வேறுபாடுகளின் கூட்டுத்தொகையானது — குறிகளை முன்பாகப் பெற்றுள்ள வேறுபாடுகளின் கூட்டுத்தொகைக்குச் சமமாக இருக்காது.

4. கோட்டம் உடைய பரவலில், இடைநிலையின் மதிப்பானது மேல்கால்மானத்தின் மதிப்பிற்கும் கீழ்க்கால்மானத்தின் மதிப்பிற்கும் இடையில் மைய மதிப்பாக அமைந்திராது அதாவது $[(Q_3 - M) - (M - Q_1)]$ இன் மதிப்பானது பூஜ்யமாக இருக்காது.

5. முகடிலிருந்து இருபுறமும் சமதூரத்தில் அமைந்துள்ள இனங்களின் அலைவெண்கள் சமமாக இருக்க மாட்டா.

கோட்ட அளவைகள் :

மேலே தரப்பட்டுள்ள சோதனைகளின் உதவியால் ஒரு பரவல் கோட்ட முடையதா இல்லையா என்பதைக் கண்டுபிடிக்க முடியும். சோதனைகளின் மூலம் கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவல் கோட்டமுடையது என்பதை அறிந்தால் அடுத்தபடியாகக் கோட்டத்தின் அளவைக் கணிக்கவேண்டும். சில பரவல்கள் சமச்சீர் பரவலிலிருந்து சிறிதளவே மாறுபட்டிருக்கலாம் சில பரவல்களோ சமச்சீர் பரவலிலிருந்து பெரிதும் மாறுபட்டிருக்கலாம். ஒரு பரவலின் சமச்சீரற்ற தன்மையினுடைய அளவைக் கணிப்பதற்குக் கோட்ட அளவைகள் (measures of skewness) பயன்படுகின்றன.

நாம் பயன்படுத்தும் கோட்ட அளவைகள் இருவகைப்பட்டவை. முதல்வகையான அளவைகள் மையநிலைப் போக்கு அளவைகளாகிய கூட்டுச் சாராசரி, இடைநிலை, முகடு ஆகியவற்றைப் பயன்படுத்தித் தரப்பெறுகின்றன. இரண்டாவது வகையான அளவைகள் கால்மானங்களைப் பயன்படுத்தித் தரப்பெறுகின்றன.

முதல் வகையான கோட்ட அளவை :

கோட்டம் உடைய பரவலில் கூட்டுச் சராசரி, இடைநிலை, ஆகியவற்றின் மதிப்புக்கள் வேறுபட்டவையாக இருக்கும் என்பதன்

அடிப்படையில் முதல் வகையான அளவைகள் அமைந்துள்ளன. கூட்டுச்சராசரி, இடைநிலை, முகடு ஆகிய மூன்றில் ஏதேனும் இரண்டிற்கிடையிலுள்ள வேறுபாடு அதிகமாக இருந்தால் கோட்டத்தின் அளவும் அதிகமாக இருக்கும்; குறைவாக இருந்தால் கோட்டத்தின் அளவும் குறைவாக இருக்கும் கூட்டுச் சராசரிக்கும் முகடிற்கும் இடையேயுள்ள வேறுபாட்டை நாம் கோட்ட அளவையாகக் கொள்கிறோம்.

$$\therefore \text{கோட்ட அளவை} = (\text{கூட்டுச் சராசரி} - \text{முகடு})$$

$$= (a - z)$$

முன்பு நாம் கூறியது போல, நேர்கோட்டம் உடைய பரவலில் கூட்டுச் சராசரியின் மதிப்பானது முகடின் மதிப்பைவிட அதிகமாக இருக்கும். இவ்வாறு இருக்கும்பொழுது மேலே நாம் தந்துள்ள கோட்டத்தின்அளவை அதனுடைய மதிப்பிற்கு முன்பாக + குறியைப் பெற்றிருக்கும்.

எனவே, மேலே நாம் தந்துள்ள கோட்டத்தின் அளவை + குறியைப் பெற்றிருக்கும் பொழுது கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவல் நேர் கோட்டமுடையது என்று கொள்கிறோம்.

எதிர்கோட்டம் உடைய பரவலில் கூட்டுச் சராசரியின் மதிப்பானது முகடின் மதிப்பை விடக் குறைவாக இருக்கும். இவ்வாறு இருக்கும் பொழுது, மேலே நாம் தந்துள்ள கோட்டத்தின் அளவை அதனுடைய மதிப்பிற்கு முன்பாக —குறியைப் பெற்றிருக்கும்.

எனவே, மேலே நாம் தந்துள்ள கோட்டத்தின் அளவை —குறியைப் பெற்றிருக்கும் பொழுது கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவல் எதிர் கோட்ட முடையது என்று கொள்கிறோம்.

கோட்டத்தின் தராதர அளவைகள் :

மேலே நாம் தந்துள்ள கோட்டத்தின் அளவை 'முழுமையான' அளவையாகும். எனவே, அந்த அளவை, கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவல் எந்த அலகில் தரப்பட்டுள்ளதோ அதே அலகில் தரப்பெறும். ஆதலால், இருவேறு அலகுகளில் தரப்பெற்றுள்ள பரவல்களின் கோட்டங்களை ஒப்பிடுவதற்கு அந்த அளவையைப் பயன்படுத்த முடியாது. எனவே, இரு பரவல்களை ஒப்பிடுவதற்குக் கோட்டத்தின் தராதர அளவை தேவைப்படுகிறது.

கோட்டத்தின் முழுமையான அளவையைச் சிதறல் அளவை-யால் வகுத்துக் கோட்டத்தின் தராதர அளவையைப் பெறுகிறோம். பொதுவாக, கோட்டத்தின் முழுமையான அளவையைத் திட்ட விலக்கத்தினால் வகுத்துத் தராதர அளவையைப் பெறுகிறோம். இத்தராதர அளவைக் கார்ல்பியர்சன் என்பவர் தந்ததால், இதனைக் கார்ல் பியர்சனின் கோட்டக் கெழு (Karl Pearson's coefficient of skewness) என்று கூறுகிறோம்.

$$\text{கார்ல் பியர்சனின் கோட்டக் கெழு} = \frac{\text{கூட்டுச்சராசரி}(a) - \text{முகடு}(z)}{\text{திட்டவிலக்கம்}(\sigma)} = \frac{a-z}{\sigma}$$

கூட்டுச் சராசரி, இடைநிலை, முகடு ஆகியவற்றின் மதிப்புக்-களுக்கிடையில் கீழே தந்துள்ள தொடர்பு உள்ளது.

(கூட்டுச் சராசரி — முகடு) = 3 (கூட்டுச் சராசரி — இடைநிலை).

அதாவது, $(a-Z) = 3(a-M)$

எனவே, முகடின் மதிப்பைத் திட்டவட்டமாகப் பெறமுடியாத பொழுது, அதாவது, கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவலானது ஒன்றுக்கும் மேற்பட்ட முகடுகளைப் பெற்றிருக்கும்பொழுது அல்லது முகடையே பெற்றிராதபொழுது, கார்ல் பியர்சன் $(a-Z)$-ற்குப் பதிலாக $3(a-M)$ இன் மதிப்பைப் பயன்படுத்தினார்.

எனவே, கார்ல் பியர்சனின் கோட்டக்கெழு வருமாறு* :

கார்ல் பியர்சனின் கோட்டக்கெழு $= \frac{3(a-M)}{\sigma}$

$\left[\frac{a-M}{\sigma}\right]$ - இன் மதிப்பானது எப்பொழுதும் — 1-க்கும் +1-க்குமிடையில் இருக்கும். $\frac{3(a-M)}{\sigma}$ - இன் மதிப்பானது — 3க்கும் +3க்கும் இடையில் இருக்கும். எனவே, கோட்டக் கெழுவின் மதிப்பானதுநேர்மறை எண்ணாகவோ, பூஜ்யமாகவோ, எதிர்மறை எண்ணாகவோ இருக்கும்.

---

* கணக்கு செய்யும்பொழுது, பியர்சனின் கோட்டக் கெழுவை இரண்டாவது முறையில் தந்துள்ள சூத்திரமாகிய $\frac{3(a-M)}{\sigma}$ என்பதைப் பயன்படுத்தியே எப்பொழுதும் கணிக்கிறோம்.

கோட்டக் கெழுவானது நேர்மறை எண்ணாக இருந்தால் கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவல் நேர் கோட்டமுடையது ஆகும்.

கோட்டக் கெழுவானது பூஜ்யமாக இருந்தால் கொடுக்கப் பட்டுள்ள பரவலானது சமச்சீர் பரவலாகும்

கோட்டக் கெழுவானது எதிர்மறை எண்ணாக இருந்தால் கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவலானது எதிர் கோட்ட முடையது ஆகும்.

மாதிரிக் கணக்கு 1:

கீழே தரப்பட்டுள்ள பரவலின் கோட்டத்தின் தன்மையைக் காணவும். பியர்சனின் கோட்டக் கெழுவையும் கணிக்கவும்.

கூலி (ரூபாயில்)	அலைவெண்
0 — 5	10
5—10	40
10—15	30
15—20	90
20 — 25	20
25—30	10

கூட்டுச் சராசரியைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

பிரிவுக் குறிப்பெண் x	அலைவெண் f	xf
2.5	10	25
7.5	40	300
12.5	30	375
17.5	90	1575
22.5	20	450
27.5	10	275
மொத்தம்	200	3000

$$\sum f = 200 \quad \sum xf = 3000$$

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f}$$

$$= \text{ரூ.} \frac{3000}{200}$$

$$= \text{ரூ. } 15$$

கூட்டுச் சராசரி (a) = ரூ. 15

இடைநிலையைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

N = அலைவெண்களின் மொத்தம்.

= 200

$$\frac{N}{2} = \frac{200}{2} = 100$$

$$\text{இடைநிலை} = \text{இனம்} \left[\frac{N}{2}\right] \text{- இன் மதிப்பு.}$$

= இனம் (100) - இன் மதிப்பு.

பிரிவு	அலைவெண்	குவிவு அலைவெண்
0— 5	10	10
5—10	40	50
10—15	30	80
15—20	90	170
20—25	20	190
25—30	10	200

மேலே உள்ள குவிவு அலைவெண் பத்தியிலிருந்து இனம் 80-ற்குப் பின்பாக இனம் 170-வரையிலுள்ள ஒவ்வொரு இனத்தின் மதிப்பும் '15-20' என்ற இடைவெளிகளில் உள்ளது என்பதை அறிகிறோம்.

இனம்100-ஆனது இனம் 80–க்கும் இனம் 170–க்கும் இடையில் அமைந்துள்ள ஓர் இனமாகும்.

∴ இனம் 100-இன் மதிப்பும் '15—20' என்ற இடைவெளியில் உள்ளது.

அதாவது, இடைநிலையின் மதிப்பானது '15-20' என்ற இடைவெளியில் உள்ளது.

∴ ''15—20'' என்ற பிரிவே இடைநிலையின் பிரிவாகும்.

$\therefore l = 15$

$m = 80$

$f = 90$

$c = 20 - 15$

$= 5$

$$\therefore \text{இடைநிலை} = l + \frac{\frac{N}{2} - m}{f} \times c$$

$$= \text{ரூ.} \left[15 + \frac{100-80}{90} \times 5 \right]$$

$$= \text{ரூ.} \left[15 + \frac{20}{18} \right]$$

$$= \text{ரூ.} \left[15 + \frac{10}{9} \right]$$

$$= \text{ரூ.} [\, 15 + 1.11 \,]$$

$$= \text{ரூ.}\ 16.11$$

$\therefore M = \text{ரூ.}\ 16.11$

முகடின் மதிப்பைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

அதிக மதிப்புடைய அலைவெண் = 90

இந்த அலைவெண்ணையுடைய பிரிவு '15 - 20' ஆகும்.

∴ '15–20' என்ற பிரிவே முகடுப் பிரிவாகும்.

$\therefore l = 15$

$f_1 = 30$

$f_2 = 20$

$c = (20-15)$

$= 5$

$$\therefore \text{முகடு} = l + \frac{cf_2}{f_1 + f_2}$$

$$= \text{ரூ.} \left[15 + \frac{5 \times 20}{30+20} \right]$$

$$= \text{ரூ.} \left[15 + \frac{5 \times 20}{50} \right]$$

$$= \text{ரூ} \ [15 + 2]$$

$$= \text{ரூ} \ 17$$

$Z = \text{ரூ}.17$

இங்குக் கூட்டுச் சராசரியின் மதிப்பானது இடைநிலையின் மதிப்பைவிடக் குறைவாக உள்ளது; இடைநிலையின் மதிப்பானது முகடின் மதிப்பைவிடக் குறைவாக உள்ளது. அதாவது, கூட்டுச் சராசரி, இடைநிலை, முகடு ஆகியவற்றின் மதிப்புக்கள் ஏறுவரிசையில் அமைந்துள்ளன. எனவே, கொடுக்கப் பெற்றுள்ள பரவல் எதிர் கோட்ட முடையதாகும்.

கார்ல் பியர்சனின் கோட்டக் கெழுவைக் கணிப்பதற்குத் திட்ட விலக்கத்தின் மதிப்பு தேவையானதால், அதனைக் கீழே கணித்துள்ளோம்.

$A = 17.5$ எனக் கொள்வோம்.

$c =$ பிரிவு இடைவெளித் தூரம்

$= 5$

$A = 17.5$

$c = 5$

பிரிவுக் குறிப்பெண் x	அலை வெண்	$d = \frac{x-A}{c}$	fd	d^2	fd^2
2.5	10	$\frac{2.5-17.5}{5} = -3$	−30	$(-3)^2 = 9$	90
7.5	40	$\frac{7.5-17.5}{5} = -2$	−80	$(-2)^2 = 4$	160
12.5	30	$\frac{12.5-17.5}{5} = -1$	−30	$(-1)^2 = 1$	30
17.5	90	$\frac{17.5-17.5}{5} = 0$	0	$(0)^2 = 0$	0
22.5	20	$\frac{22.5-17.5}{5} = 1$	20	$(1)^2 = 1$	20
27.5	10	$\frac{27.5-17.5}{5} = 2$	20	$(2)^2 = 4$	40
மொத்தம்	200		−100		340

N = அலைவெண்களின் மொத்தம்

$= 200$

$\Sigma fd = -100$

$\Sigma fd^2 = 340$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{N} - \left(\frac{\Sigma fd}{N}\right)^2} \times c$$

$$= \sqrt{\frac{340}{200} - \left(\frac{-100}{200}\right)^2} \times 5$$

$$= \sqrt{\frac{17}{10} - \left(-\frac{1}{2}\right)^2} \times 5$$

$$= \sqrt{\frac{17}{10} - \frac{1}{4}} \times 5$$

$$= \sqrt{1.7 - .25} \times 5$$

$$= \sqrt{1.45} \times 5$$

$\sqrt{1.45}$-இன் மதிப்பைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

$\log^{1.45} = .1614$

$$\frac{\log^{1.45}}{2} = \frac{.1614}{2}$$

$= .0807$

Anti-log $(.0807) = 1.204$

$\sqrt{1.45} = 1.204$

$\therefore \quad \sigma = 1.204 \times 5$

$= ரூ.6.02$

திட்டவிலக்கம் = ரூ.6.02

σ = ரூ.6.02

கார்ல்பியர்சனின் கோட்டக் கெழு $= \dfrac{3(a-M)}{\sigma}$

$$= \frac{3(15-16.11)}{6.02}$$

$$= \frac{3\times(-1.11)}{6.02}$$

$$= -\frac{3.33}{6.02}$$

$= -.553.$

விடை : பியர்சனின் கோட்டக்கெழு = — .553

இப்பொழுது கால்மானங்களைப் பயன்படுத்திப் பெறும் இரண்டாவது வகையான அளவைகளைப் பற்றிக் கீழே தந்துள்ளோம்.

இரண்டாவது வகையான கோட்ட அளவைகள்:

கோட்டம் உடைய பரவலில் இடைநிலையின் மதிப்பானது மேல்கால்மானம், கீழ்க்கால்மானம் ஆகிய இரண்டின் மதிப்புக்களுக்கும் இடையில் மைய மதிப்பாக அமைந்திராது என்பதன் அடிப்படையில் இரண்டாவது வகையான கோட்ட அளவைகள் அமைந்துள்ளன. அதாவது, $[Q_3 - M) - (M - Q_1)]$ —இன் மதிப்பானது கோட்டம் உடைய பரவலில் பூஜ்யமாக இராது என்பதன் அடிப்படையில் இரண்டாவது வகையான கோட்ட அளவைகள் அமைந்துள்ளன. எனவே,

$$\left.\begin{array}{l}\text{கால்மானக் கோட்ட அளவை}\\ \text{(Quartile measure of skewness)}\end{array}\right\} = (Q_3 - M) - (M - Q_1)$$

$$= (Q_3 - 2M + Q_1)$$

$$= (Q_3 + Q_1 - 2M)$$

மேலே தரப்பட்டுள்ள கோட்ட அளவானது ஒரு முழுமையான அளவையாகும். இந்த முழுமையான அளவையை $(Q_3 - M)$ மற்றும் $(M - Q_1)$ ஆகியவற்றின் கூட்டுத் தொகையால் வகுத்துக் கோட்டத்தின் தராதர அளவைப் பெறுகிறோம். இத்தராதர அளவையைக் 'கால்மானக் கோட்டக்கெழு' (Quartile coefficient of skewness) என்று அழைக்கிறோம்.

$$\text{கால்மானக் கோட்டக் கெழு} = \frac{(Q_3 - M) - (M - Q^1)}{(Q_3 - M) + (M - Q_1)}$$

$$= \frac{(Q_3 + Q_1 - 2M)}{(Q_3 - Q_1)}$$

கால்மானக் கோட்டக் கெழுவிற்குப் பௌலியின் கோட்டக் கெழு (Bowley's coefficient of skewness) **என்ற பெயரும் உண்டு.**

இந்தக் கோட்டக் கெழுவின் மதிப்பானது வெறும் எண்ணாகும். சமச் சீரான பரவலில் $(Q_3 + Q_1 - 2M)$-இன் மதிப்பு பூஜ்யமாகும். எனவே கால்மானக் கோட்டக் கெழுவும் பூஜ்யமாகும்.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவல் நேர் கோட்டமுடையதாக இருந்தால் + குறியையும், எதிர் கோட்டமுடையதாக இருந்தால் — குறியையும் கால்மானக் கோட்டக் கெழு பெற்றிருக்கும்.

கால்மானக் கோட்டக் கெழுவின் மதிப்பானது எப்பொழுதும் —1ற்கும் + 1ற்குமிடையில் அமைந்திருக்கும்.

கால்மானக்கோட்ட அளவை, கோட்டக் கெழு ஆகியவற்றிலுள்ள குறைகள் :

சில சமயங்களில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவலானது சமச்சீர் பரவலிலிருந்து சிறிது வேறுபட்டிருந்த போதிலும் $(Q_3 + Q_1 - 2M)$ இன் மதிப்பு பூஜ்யமாக இருக்கும்.

Q_3 மற்றும் Q_1-இன் மதிப்புக்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ள எல்லா இனங்களின் மதிப்புக்களையும் ஆதாரமாகக் கொண்டு அமைந்திராததே இவ்வாறு நாம் பெறுவதற்குக் $\{(Q_3 + Q_1 - 2M) = 0$ என்று பெறுவதற்குக்$\}$ காரணமாகும். எனவே கால்மானக் கோட்ட அளவையும், கெழுவையும் மிகுந்த எச்சரிக்கையுடன் பயன்படுத்த வேண்டும். இரு பரவல்களின் கோட்டங்களை ஒப்பிடுவதற்குக் கார்ல் பியர்சனின் கோட்டக் கெழுவையே பயன்படுத்த வேண்டும்.

மாதிரிக் கணக்கு : 2

மாதிரிக் கணக்கு 1-இல் தரப்பட்டுள்ள அதே பரவலுக்குக் கால்மானக் கோட்ட அளவையும் அதன் கெழுவையும் கணிக்கவும்.

கூலி (ரூபாயில்)	அலைவெண்
0— 5	10
5—10	40
10—15	30
15—20	90
20—25	20
25—30	10

மாதிரிக்கணக்கு 1-லேயே இடைநிலையின் மதிப்பைக் கணித்துள்ளோம்.

இடைநிலை = ரூ. 16.11

அதாவது, M = ரூ. 16.11

இப்பொழுது கீழ்க்கால்மானம், மேல்கால்மானம் ஆகியவற்றைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

பிரிவு	அலைவெண்	குவிவு அலைவெண்
0— 5	10	10
5—10	40	50
10—15	30	80
15—20	90	170
20—25	20	190
25—30	10	200

முதலாவதாகக் கீழ்க்கால்மானத்தைக் கணிக்கிறோம்.

N = அலைவெண்களின் மொத்தம்

= 200

$$\frac{N}{4} = \frac{200}{4}$$

= 50

Q_1 = இனம் $\left(\frac{N}{4}\right)$ - இன் மதிப்பு

= இனம் (50) -இன் மதிப்பு

மேலே உள்ள அட்டவணையின் குவிவு அலைவெண் பத்தியிலிருந்து இனம் 10-க்குப் பின்பாக இனம் 50 முடிய உள்ள ஒவ்வொரு இனத்தின் மதிப்பும் '5—10' என்ற இடைவெளியில் உள்ளது.

அதாவது, Q_1 இன் மதிப்பு '5—10' என்ற இடைவெளியில் உள்ளது.

அதாவது, '5 — 10' என்ற பிரிவே Q_1 பிரிவாகும்.

1 = Q_1 பிரிவின் கீழ் எல்லை.

= 5

m = Q_1 பிரிவிற்கு முந்திய பிரிவின் குவிவு அலைவெண்.
= 10

f = Q_1 பிரிவின் அலைவெண்
= 40

c = Q_1 பிரிவின் பிரிவு இடைவெளித் தூரம்
= 10 — 5
= 5

$$\therefore Q_1 = l + \frac{\frac{N}{4} - m}{f} \times c$$

$$= 5 + \frac{50-10}{40} \times 5$$

$$= 5 + \frac{40}{40} \times 5$$

= 5 + 5

= 10

∴ கீழ்க் கால்மானம் = ரூ. 10

மேல் கால்மானத்தைக் கீழே தந்துள்ளோம்.

$$\frac{3N}{4} = \frac{3 \times 200}{4} = 150$$

Q_3 = இனம் $\left(\frac{3N}{4}\right)$ - இன் மதிப்பு

= இனம் (150) - இன் மதிப்பு

மேலே தந்துள்ள அட்டவணையின் குவிவு அலைவெண் பத்தியிலிருந்து இனம் 80-க்குப் பின்பாக இனம் 170 முடிய உள்ள ஒவ்வொரு இனத்தின் மதிப்பு '15—20' என்ற இடைவெளியில் உள்ளது என்பதை அறிகிறோம்.

இனம் 150 ஆனது இனம் 80-க்கும் இனம் 170-க்கும் இடை-யிலுள்ள ஓர் இனமாகும்.

∴ இனம் 150-இன் மதிப்பு '15—20' என்ற இடைவெளியில் உள்ளது.

அதாவது, Q_3 இன் மதிப்பானது '15—20' என்ற இடை-வெளியில் உள்ளது.

அதாவது, '15—20' என்ற பிரிவு Q_3 பிரிவாகும்.

l = Q_3 பிரிவின் கீழ் எல்லை.

= 15

m = Q_3 பிரிவிற்கு முந்திய பிரிவின் குவிவு அலைவெண்

= 80

f = Q_3 பிரிவின் அலைவெண்

= 90

c = Q_3 பிரிவின் பிரிவு இடைவெளித்தூரம்

= 20 — 15

= 5

$$Q_3 = l + \frac{\frac{3N}{4} - m}{f} \times c$$

$$= 15 + \frac{150-80}{90} \times 5$$

$$= 15 + \frac{70}{90} \times 5$$

$$= 15 + \frac{35}{9}$$

= 15 + 3.9 (தோராயமாக)

= 18,9

$\therefore$ மேல்கால்மானம் = ரூ. 18.9

Q_1 = ரூ. 10 M = ரூ. 16.11 Q_3 = ரூ 18 9

கால்மானக் கோட்ட அளவையைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்

கால்மானக் கோட்ட அளவை = $(Q_3 + Q_1 - 2M)$

= Rs $[(18.9 + 10) - (2 \times 16.11)]$

= Rs. $(28.9 - 32.22)$

= Rs. (-3.32)

கால்மானக்கோட்டக் கெழுவைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

$$\text{கால்மானக் கோட்டக் கெழு} = \frac{Q_3 + Q_1 - 2M}{Q_3 - Q_1}$$

$$= \frac{18.9 + 10 - (2 \times 16.11)}{18.9 - 10}$$

$$= \frac{28.9 - 32.22}{8.9}$$

$$= \frac{-3.32}{8.9}$$

$$= -.373$$

விடை : கால்மானக் கோட்ட அளவை = ரூ (-3.32)

கால்மானக் கோட்டக் கெழு = $-.373$

மாதிரிக்கணக்கு: 3

கீழே தரப்பட்டுள்ள பரவலிலிருந்து கூட்டுச்சராசரி, இடைநிலை, முகடு ஆகியவற்றைக் கணிக்கவும். இவற்றிலிருந்து பரவலின் கோட்டத்தைப்பற்றிக் கூறுக.

5-ற்குக் கீழ் — 3
10 ,, — 24
15 ,, — 92
20 ,, — 122
25 ,, — 132
30 ,, — 138
35 ,, — 140

(B, Com., Sep. 1973)

கொடுக்கப்பெற்றுள்ள கீழினக் குவிவு அலைவெண் பரவலுக்குரிய எளிய அலைவெண் பரவல் வருமாறு :

பிரிவு	அலைவெண்
0—5	3
5—10	21
10—15	68
15—20	30
20 25	10
25—30	6
30—35	2

கூட்டுச் சராசரியைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

A = 17.5 எனக் கொள்வோம்.

c = 5

பிரிவுக் குறிப்பெண் x	f	$d = \frac{x-A}{c}$	fd
2 5	3	-3	-9
7.5	21	-2	-42
12.5	68	-1	-68
17.5	30	0	0
22.5	10	1	10
27.5	6	2	12
32.5	2	3	6
மொத்தம்	140		−91

$$\bar{x} = A + \frac{\Sigma fd}{\Sigma f} \times c$$

$$= 17.5 + \frac{-91}{140} \times 5$$

$$= 17.5 - \frac{455}{140}$$

$$= 17.5 - 3.25 = 14.25.$$

இடைநிலையைக் கீழ்க்கண்டவாறு பெறுகிறோம் :

பிரிவு	அலைவெண்	குவிவு அலைவெண்
0— 5	3	3
5—10	21	24
10—15	68	92
15—20	30	122
20—25	10	132
25—30	6	138
30—35	2	140

$$N = 140, \frac{N}{2} = 70$$

இடைநிலை = இனம் $\frac{N}{2}$ இன் மதிப்பு

= இனம் 70-இன் மதிப்பு

குவிவு அலைவெண் பத்தியிலிருந்து 10-15 என்ற பிரிவு இடைநிலைப்பிரிவு என்றறிகிறோம்.

$\therefore l = 10,\ m = 24,\ f = 68,\ c = 5$

$$\text{இடைநிலை} = l + \frac{\frac{N}{2} - m}{f} \times c$$

$$= 10 + \frac{70 - 24}{68} \times 5$$

$$= 10 + \frac{46}{68} \times 5$$

$$= 10 + \frac{230}{68}$$

$$= 10 + 3.38$$

$$= 13.38$$

முகடைக் கீழ்க்கண்டவாறு பெறுகிறோம்.

அதிக அலைவெண் = 68

$\therefore$ 10 — 15 என்ற பிரிவு முகடுப் பிரிவாகும்.

$l = 10,\ c = 5,\ f_1 = 21,\ f_2 = 30$

$$\text{முகடு} = l + \frac{cf_2}{f_1 + f_2}$$

$$= 10 + \frac{5 \times 30}{21 + 30}$$

$$= 10 + \frac{150}{15}$$

$= 10 + 3$ (தோராயமாக)

$= 13.$

கொடுக்கப்பட்டுள்ள அலைவெண் பரவலின் முகடு, இடைநிலை, கூட்டுச்சராசரி ஆகியவற்றின் மதிப்புக்கள் சமமாக இல்லை: அவை ஏறுவரிசையில் அமைந்துள்ளன.

எனவே, கொடுக்கப்பெற்றுள்ள பரவல் நேர்க்கோட்டமுடையதாகும்.

மாதிரிக் கணக்கு: 4

கீழே தந்துள்ள அலைவெண் பரவலிலிருந்து கோட்டக்கெழுவைக் கணிக்கவும்.

மைய மதிப்பு	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
அலை வெண்	2	9	11	14	20	24	20	16	5	2

(B. Com., Sep. 1971)

குறிப்பு : பியர்சனின் கோட்டக்கெழு, பௌலியின் கோட்டக்கெழு என்று இருவகையான கோட்டக்கெழுக்கள் உள்ளன. ஆனால் பௌலியின் கோட்டக்கெழுவைவிடப் பியர்சனின் கோட்டக்கெழுவே சிறந்ததாகும். எனவே, எந்தக் கோட்டக்கெழு என்று குறிப்பிடாமல், வெறுமனே கோட்டக் கெழுவைக் கணிக்கவும் என்று தரப்பெற்று இருந்தால், பியர்சனின் கோட்டக் கெழுவையே கணிக்குமாறு மாணவர்கள் அறிவுறுத்தப் பெறுகிறார்கள்.

$$\text{பியர்சனின் கோட்டக் கெழு} = \frac{3(a - M)}{\sigma}$$

a = கூட்டுச்சராசரி

M = இடைநிலை

σ = திட்டவிலக்கம்

கூட்டுச் சராசரியைக் கீழ்க்கண்டவாறு பெறுகிறோம் :

x	f	xf
1	2	2
2	9	18
3	11	33
4	14	56
5	20	100
6	24	144
7	20	140
8	16	128
9	5	45
10	2	20
மொத்தம்	123	686

$$a = \frac{\Sigma xf}{\Sigma f} = \frac{686}{123} = 5.6 \text{ (தோராயமாக)}$$

இடைநிலையைக் கீழ்க்கண்டவாறு பெறுகிறோம் :

பிரிவு	f	c.f.
.5 – 1.5	2	2
1.5—2.5	9	11
2.5—3.5	11	22
3.5—4.5	14	36
4.5—5.5	20	56
5.5—6.5	24	80
6.5—7.5	20	100
7.5—8.5	16	116
8.5—9.5	5	121
9.5—10.5	2	123
மொத்தம்	123	

$$N = 123 \qquad \frac{N}{2} = \frac{123}{2} = 61.5$$

5.5—6.5 என்ற பிரிவு இடைநிலைப் பிரிவாகும்.

l = 5.5 m = 56 f = 24 c = 1

$$\text{இடைநிலை} = l + \frac{\frac{N}{2} - m}{f} \times c$$

$$= 5.5 + \frac{61.5 - 56}{24} \times 1$$

$$= 5.5 + \frac{5.5}{24}$$

$$= 5.5 + .23$$

$$= 5.73$$

திட்ட விலக்கத்தைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

A = 6 எனக் கொள்வோம்.

C = 1

x	f	d	fd	d^2	fd^2
1	2	—5	—10	25	50
2	9	—4	—36	16	144
3	11	—3	—33	9	99
4	14	—2	— 28	4	56
5	20	—1	—20	1	20
6	24	0	0	0	0
7	20	1	20	1	20
8	16	2	32	4	64
9	5	3	15	9	45
10	2	4	8	16	32
மொத்தம்	123		—52		530

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum fd^2}{\sum f} - \left(\frac{\sum fd}{\sum f}\right)^2} \times c$$

$$= \sqrt{\frac{530}{123} - \left(\frac{-52}{123}\right)^2} \times 1$$

$$= \sqrt{\frac{530}{123} - \frac{2704}{123^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{65190 - 2704}{123^2}}$$

$$= \frac{\sqrt{62486}}{123}$$

$$= 2.032$$

பியர்சனின் கோட்டக் கெழு $= \dfrac{3(a-M)}{\sigma}$

$$= \frac{3\,(5.6-5.73)}{2.032}$$

$$= \frac{3 \times -.13}{2.032}$$

$$= -\frac{.39}{2.032}$$

$$= -.192$$

மாதிரிக் கணக்கு : 5

பௌலியின் கோட்ட அளவைக் கணிக்கவும்

0–5	10–15	15–20	20–25	25–30	30–35	35–40	40–45
3268	4562	3242	1702	576	139	78	52

(பி.காம்., ஏப்ரல், 1973)

[குறிப்பு : கொடுக்கப் பெற்றுள்ள பரவலில், 5 — 10 என்ற பிரிவு தரப்பெறவில்லை. இதற்கு 5 – 10 என்ற பிரிவின் அலைவெண் பூச்சியம் என்பது பொருளாகும். அதாவது, ஒரு இனத்தின் மதிப்புகூட 5-ற்கும் 10-ற்கும் இடையில் இல்லையென்பது பொருளாகும்.

கால்மானங்களையும், இடைநிலையையும் கணிக்கும் பொழுது விடப்பெற்றுள்ள பிரிவை நாம் கணக்கில் கொள்ள வேண்டியதில்லை. விடப்பெற்றுள்ள பிரிவின் அலைவெண் பூச்சியமாகையால் விடப்பெற்றுள்ள பிரிவைக் கணக்கில் கொள்ளாமல் விட்டுவிடுவதால் Q_1 பிரிவு, Q_3 பிரிவு, இடைநிலைப்பிரிவு ஆகியவையும் m-இன் மதிப்பும் பாதிக்கப்படமாட்டா. எனவே, கொடுத்துள்ள பிரிவுகளை மட்டும் கணக்கில் கொண்டு எப்பொழுதும் போல் Q_1, Q_3, இடைநிலை ஆகியவற்றைக் கணிக்கலாம்.]

இடைநிலையைக் கீழ்க்கண்டவாறு பெறுகிறோம் :

பிரிவு	அலைவெண்	குவிவு அலைவெண்
0 — 5	3268	3268
10—15	4562	7830
15—20	3242	11072
20—25	1702	12774
25—30	576	13350
30—35	139	13489
35—40	78	13567
40 -45	52	13619

$N = 13619$

$$\frac{N}{2} = \frac{13619}{2} = 6809.5$$

∴ 10 — 15 இடைநிலைப் பிரிவாகும்.

$l = 10$

$m = 3268$

$f = 4562$

$c = 15 - 10 = 5$

$$\text{இடைநிலை} = l + \frac{\frac{N}{2} - m}{f} \times c$$

$$= 10 + \frac{6809.5 - 3268}{4562} \times 5$$

$$= 10 + \frac{3541.5}{4562} \times 5$$

$$= 10 + \frac{17707.5}{4562}$$

$$= 10 + 3.88 = 13.88$$

$M = 13.88$

Q_1 ஐக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

$N = 13619$

$$\frac{N}{4} = \frac{13619}{4} = 3404.75$$

∴ 10 — 15 என்ற பிரிவு Q_1 பிரிவாகும்.

$l = 10$

$m = 3268$

$f = 4562$

$c = 5$

$$Q_1 = l + \frac{\frac{N}{4} - m}{f} \times c$$

$$= 10 + \frac{3404.75 - 3268}{4562} \times 5$$

$$= 10 + \frac{136.75}{4562} \times 5$$

$$= 10 + \frac{683.75}{4562}$$

$$= 10 + .1498 = 10\ 1498$$

Q_3ஐக் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கிறோம்.

$$N = 13619$$

$$\frac{3N}{4} = \frac{3 \times 13619}{4} = \frac{40857}{4} = 10214.25$$

∴ 15 — 20 என்ற பிரிவு Q_3 பிரிவாகும்.

$$l = 15$$

$$m = 7830$$

$$f = 3242$$

$$c = 5.$$

$$Q_3 = l + \frac{\frac{3N}{4} - m}{f} \times c$$

$$= 15 + \frac{10214.25 - 7830}{3242} \times 5$$

$$= 15 + \frac{2384.25}{3242} \times 5$$

$$= 15 + \frac{11921.25}{3242}$$

$$= 15 + 3.677$$

$$= 18.677$$

பௌலியின் கோட்ட அளவை $= \frac{Q_3 + Q_1 - 2M}{Q_3 - Q_1}$

$$= \frac{18.677 + 10.1498 - (2 \times 13.88)}{18.677 - 10.1498}$$

$$= \frac{28,8268 - 27.76}{8.5262}$$

$$= \frac{1.0668}{8.5272}$$

$$= .1251$$

பொருளியலில் கோட்ட அளவைகளின் பயன்:

பொருளாதார விவரங்களிலிருந்து பெறப்படும் அலைவெண் பரவல்களில் பெரும்பான்மையானவை கோட்டம் உடையவையாகவே உள்ளன.

வருமான ஏற்றத்தாழ்வுகள், சொத்து உடைமைகளில் ஏற்றத் தாழ்வுகள், கூலி விகிதங்களில் வேறுபாடுகள் முதலியவற்றைப் பற்றி அறிந்து கொள்ளக் கோட்டத்தின் அளவைகள் பயன்படுகின்றன. மனித நடவடிக்கையிலிருந்து பெறப்படும் விவரங்களுடைய அலைவெண் பரவல்கள் பெரும்பாலும் கோட்டம் உடையவையாகவே உள்ளன.

அமெரிக்கர்களுடைய வருமானங்களின் அலைவெண் பரவலானது நேர்கோட்டமுடையது ஆண்களும் பெண்களும் வேறுபட்ட வருமானங்களைப் பெறுவதும், வெவ்வேறு வேலை செய்வோர் வேறுபட்ட வருமானங்களைப் பெறுவதுமே இதற்கான காரணமாகும்.

ஒரே தொழில் செய்யும் பலநிறுவனங்களில் வேலை செய்யும் தொழிலாளர்களின் எண்ணிக்கையை அடிப்படையாகக் கொண்டும் இந்நிறுவனங்களின் மொத்த விற்பனையை அடிப்படையாகக் கொண்டும் தயாரிக்கப்பட்டுள்ள பரவல்கள் கோட்டமுடையதாகவே உள்ளன.

சொத்து உடைமைகளை அடிப்படையாகக் கொண்டு தயாரிக்கப்பட்டுள்ள பரவல்களும் கோட்டம் உடையவையாகவே உள்ளன.

உயிரியலைச் சார்ந்த ஆய்வுகளிலும், ஆய்வுக்கூட சோதனைகளை அடிப்படையாகக் கொண்ட வேறுபல ஆய்வுகளிலும் விவரங்கள் சமச்சீருடையவையாகவே இருக்கும், ஆனால், சமூக, பொருளா-

தார ஆய்வுகளில் பெறும் விவரங்கள் பெரும்பாலும் அதிக அளவில் கோட்டமுடையவையாகவே இருக்கும்; சமன்மீர் பரவலாக இருப்பதுமிகவும் அரியதாகும்.

கோட்டம் பற்றிய பல்கலைக்கழக வினாக்கள்:

1) அ) கோட்டத்தையும் கர்ட்டோஸிஸையும் வேறுபடுத்திக் காட்டுக.

ஆ) பௌலியின் கோட்ட அளவையும் கணிக்கவும்.

0—5	10—15	15—20	20—25	25—30
3268	4562	3242	1702	576
30—35	35—40	40—45		
139	78	52		

(பி.காம்., ஏப்ரல் 1973)

2) அ) கால்மானங்களின் இலக்கணம் தருக. அவற்றைப் பயன் படுத்திக் கோட்டத்தை எவ்வாறு அளக்கலாம் என்று விளக்குக.

ஆ) கால்மானங்களை அடிப்படையாகக் கொண்ட கோட்ட அளவையைக் கணிக்கவும்.

மதிப்பு	5-10	10-15	15-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-100
அலைவெண்	4	18	48	69	82	44	20	6

(பி.காம்., செப்டம்பர், 1974)

3) கீழே தந்துள்ள விவரங்களைப் பயன் படுத்தி ஓகைவ் ஒன்று வரைந்து பௌலியின் கோட்டக் கெழுவை மதிப்பீடு செய்க

X	f
10 — 20	14
20 — 30	24
30 — 40	48
40 — 60	68
60 — 80	79
80 —100	44
100 —120	30
120 —140	18
140 —150	10

(பி. காம், ஏப்ரல், 1975)

4) பியர்சனின் கோடடக் கெழுவைக் கணிக்கவும்

X	f
10 — 20	12
20 — 30	18
30 — 40	35
40 — 50	42
50 — 60	50
60 — 70	45
70 — 80	20
80 — 90	8

(பி. காம்., செப்டம்பர், 1975)

5) கார்ல் பியர்ஸனின் கோட்டக் கெழுவைக் கணிக்கவும்.

மதிப்பெண் மாணவர்களின் எண்ணிக்கை

0ற்கு மேல்	150
10	140
20	100
30	80
40	80
50	70
60	30
70	14
80	0

(பி.காம்., ஏப்ரல், 1976)

6) கீழ்க்காணும் பட்டியலிலிருந்து கால்மான விலக்கத்தினையும் கோட்டக் கெழுவினையும் கணக்கிடுக.

அளவு :	5-7	8-10	11-13	14-16	17-19
அலைவெண் :	14	24	38	20	4

(பி.காம்., அக்டோபர், 1978)

IV. தட்டைத் தன்மை

(Kurtosis)

[தட்டைத் தன்மையின் பொருள் — அவசியம — அதன் அளவைகள்]

கொடுக்கப்பட்டுள்ள அலைவெண் வளைகோடானது தட்டையான உச்சியையோ (flat top) கூர்மையான (peaked) உச்சியையோ உடைய தன்மையைத் தட்டைத்தன்மை (Kurtosis) என்று கூறுகிறோம். ஒரு அலைவெண் வளைகோட்டின் உச்சியானது தட்டையாகவோ கூர்மையாகவோ உள்ளது என்பதை 'இயல்நிலை வளைகோட்டின்' (Normal Curve) உச்சியினுடைய தன்மையோடு ஒப்பிட்டுக் கூறுகிறோம். 'இயல்நிலை வளைகோடானது' அநேக கணிதத் தன்மைகளையுடைய ஒரு சிறந்த சமன்சீர் பரவலின் அலைவெண் வளைகோடாகும். தட்டைத்தன்மையின் அளவையானது (Measure of Kurtosis) ஒரு அலைவெண் வளைகோடு இயல்நிலை வளைகோட்டின் அமைப்பை எவ்வளவு தூரம் ஒத்துள்ளது என்பதைத் தருகின்றது.

தட்டைத்தன்மையை அளப்பதற்குப் பல அளவைகள் உள்ளன. இவற்றில் தட்டைத்தன்மையின் சதமான அளவையே (Percentile measure of Kurtosis) மிகவும் எளிய அளவையாகும். மற்ற அளவைகள் கணித அளவைகளாகும். இங்கு தட்டைத்தன்மையின் சதமான அளவை கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

தட்டைத்தன்மையின் சதமான அளவையை 90-ஆவது சதமானத்திற்கும் 10-ஆவது சதமானத்திற்கும் உள்ள வேறுபாட்டைக் கால்மான விலக்கத்தால் வகுத்துப் பெறுகிறோம். எனவே,

$$\left.\begin{matrix}\text{தட்டைத்தன்மையின்}\\ \text{சதமான அளவை}\end{matrix}\right\} = \frac{\text{90-ஆவது சதமானத்திற்கும் 10-ஆவது சதமானத்திற்கும உள்ள வேறுபாடு}}{\text{கால்மான விலக்கம்}}$$

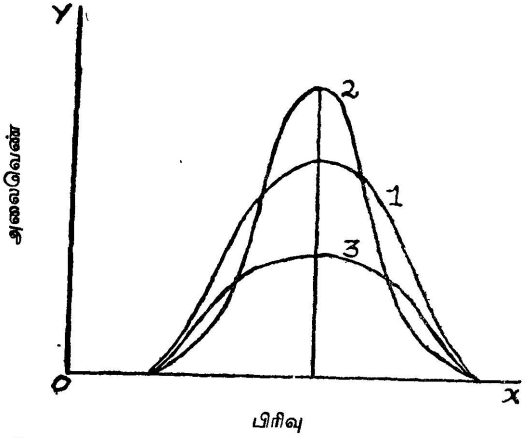
$$= \frac{(P_{90} - P_{10})}{\left(\frac{Q_3 - Q_1}{2}\right)}$$

இயல்நிலைப் பரவலுக்குத் தட்டைத் தன்மையின் சதமான அளவையின் மதிப்பு 3.8 ஆகும். இயல்நிலைப் பரவல் வளைகோட்டையும், தட்டைத்தன்மையின் சதமான அளவையின் மதிப்பு 3.8 ஆக உள்ள எந்தவொரு அலைவெண் பரவலின் வளைகோட்டையும் 'மெஸோகர்டிக் வளைகோடு' (Mesokurtic curve) அல்லது இயல்நிலை வளைகோடு என்று கூறுகிறோம்.

கொடுத்துள்ள பரவலின் கர்டோஸிஸின் சதமான அளவையானது 3.8ஐ விட அதிகமாக இருந்தால், அப்பரவலின் வளைகோட்டை 'லெப்டோகர்டிக் வளைகோடு (Leptokurtic curve) அல்லது கூர்மையான வளைகோடு என்று கூறுகிறோம். லெப்டோகர்டிக் வளைகோட்டின் உச்சியானது இயல்நிலை வளைகோட்டின் உச்சியைவிடக் கூர்மையானதாக இருக்கும்.

கொடுத்துள்ள பரவலின் தட்டைத்தன்மையின் சதமான அளவையானது 3.8ஐ விடக் குறைவாக இருந்தால், அப்பரவலின் வளைகோட்டை 'பிளாட்டிகர்டிக் வளைகோடு (Platykurtic curve) அல்லது தட்டையான வளைகோடு என்று கூறுகிறோம். பிளாட்டிகர்டிக் வளைகோட்டின் உச்சியானது இயல்நிலை வளைகோட்டின் உச்சியைவிடத் தட்டையாக இருக்கும்

கீழே தரப்பட்டுள்ள படத்தில் 1 என்று குறிக்கப்பட்டுள்ள வளைகோடானது இயல்நிலை வளைகோடு அல்லது மெஸோகர்டிக் வளைகோடாகும்; 2 என்று குறிக்கப்பட்டுள்ள வளைகோடானது லெப்டோகர்டிக் வளைகோடாகும்; 3 என்று குறிக்கப்பட்டுள்ள வளைகோடானது பிளாட்டிகர்டிக் வளைகோடாகும்.



1. மெஸோகர்டிக் வளைகோடு அல்லது இயல்நிலை வளைகோடு.
2. லெப்டோகர்டிக் வளைகோடு அல்லது கூர்மையான வளைகோடு.
3. பிளாட்டிகர்டிக் வளைகோடு அல்லது தட்டையான வளைகோடு.

மாதிரிக் கணக்கு :

கீழே தந்துள்ள அலைவெண் பரவலிலிருந்து தட்டைத்தன்மையின் அளவையைக் கணிக்கவும்.

கூலி (ரூபாயில்)	அலைவெண்
0—5	10
5—10	40
10—15	30
15—20	90
20—25	20
25—30	10

முந்திய தலைப்பில் மாதிரிக் கணக்கு — 2-இல் (பக்கம் 720ல் பார்க்க) Q_1, Q_3 ஆகிய இரண்டின் மதிப்புக்களையும் கணித்துள்ளோம்.

Q_1 = Rs. 10 Q_3 = Rs. 18.9

எனவே, இங்கு P_{90}, P_{10} ஆகியவற்றின் மதிப்புக்களை மட்டும் கணித்துத் தட்டைத்தன்மையின் சதமான அளவையைப் பெறலாம்.

பிரிவு	அலைவெண்	குவிவு அலைவெண்
0—5	10	10
5—10	40	50
10—15	30	80
15—20	90	170
20—25	20	190
25—30	10	200

N = அலைவெண்களின் மொத்தம்

= 200

$$\frac{10N}{100} = \frac{10 \times 200}{100} = 20$$

P_{10} = இனம் $\left(\frac{10N}{100}\right)$ - இன் மதிப்பு

= இனம் 20-இன் மதிப்பு

இனம் 20-இன் மதிப்பு 5 - 10 என்ற பிரிவில் உள்ளது.

∴ 5 — 10 என்ற பிரிவு P_{10} பிரிவாகும்.

∴ $l = 5$

$m = 10$

$f = 40$

$c = 10 - 5 = 5$

$$\therefore P_{10} = l + \frac{\frac{10N}{100} - m}{f} \times c$$

$$= 5 + \frac{20-10}{40} \times 5$$

$$= 5 + \frac{10}{40} \times 5$$

$$= 5 + \tfrac{5}{4} = 5 + 1{\cdot}25$$

$$= 6.25$$

$$\frac{90N}{100} = \frac{90 \times 200}{100} = 180$$

P_{90} = இனம் $\left(\frac{90N}{100}\right)$ —இன் மதிப்பு

= இனம் 180 இன் மதிப்பு

இனம் 180-இன் மதிப்பு 20 – 25என்ற பிரிவில் உள்ளது.

∴ 20—25 என்ற பிரிவு P_{90} பிரிவாகும்.

$\therefore \quad l = 20$

$m = 170$

$f = 20$

$c = 25 - 20 = 5$

$$\therefore P_{90} = l + \frac{\frac{90\,N}{100} - m}{f} \times c$$

$$= 20 + \frac{180 - 170}{20} \times 5$$

$$= 20 + \frac{10}{20} \times 5$$

$$= 20 + \frac{5}{2} = 20 + 2.5 = 22.5$$

$$\text{தட்டைத் தன்மையின் சதமான அளவை} = \frac{P_{90} - P_{10}}{\left(\frac{O_3 - Q_1}{2}\right)}$$

$$= \frac{22.5 - 6.25}{\left[\frac{18.9 - 10}{2}\right]}$$

$$= \frac{16.25}{8.9} \times 2$$

$$= \frac{32.50}{8.9} = 3.652$$

$$= 3.65 \text{ (தோராயமாக)}$$

கொடுத்துள்ள பரவலின் தட்டைத் தன்மையின் சதமான அளவையானது 3.8 விடக் குறைவாக உள்ளது. எனவே, கொடுத்துள்ள பரவலின் வளைகோடானது பிளாட்டிகர்டிக் வளைகோடாகும்.

சராசரி, சிதறல் அளவை, கோட்டம், தட்டைத் தன்மை-ஓர் ஒப்புமை நோக்கு

புள்ளியியலின் குறிக்கோள்களில் ஒன்று, புள்ளி விவரங்களின் பரவலைக் கணித வாயிலாகத் தெளிவாக விளக்குவதாகும். ஒவ்வொரு பரவலின் தன்மைகளையும் ஆராயவும் இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட பரவல்களை ஒப்பிட்டுப் பார்க்கவும் கணித வாயிலான விளக்கம் தேவைப்படுகிறது. சராசரிகள், சிதறல் அளவைகள், கோட்ட அளவைகள், தட்டைத் தன்மை அளவைகள் ஆகியவை ஒரு கொடுக்கப்பட்ட பரவலை அறிந்து கொள்ள நாம் பயன்படுத்தும் அளவைகளாகும்.

ஒரு குழுவின் போக்கை அறிவதற்குச் சராசரி உதவுகின்றது. மேலும், சராசரியானது கொடுக்கப்பட்ட பரவலை எதிரொலிக்கும் எண்ணாக விளங்குவதோடு புள்ளி விவரங்களைச் சுருக்கமாக வடித்துக் காண்பதற்குப் பயன்படுகின்றது. எனினும், சராசரிகள், பரவலைப் பற்றிய முழுவிவரத்தையும் தருவதில்லை. பரவலின் அமைப்பையும் இனங்களுக்கிடையேயுள்ள வேறுபாட்டையும் காண்பிக்கமாட்டா. சான்றாக, அமைப்பில் வேறுபட்ட பரவல்களுக்கான இந்த சராசரி மதிப்புக்கள் ஒன்றாக விருத்தல் கூடும். சிதறல் அளவைகள் வேறுபாடுகளை வெளிப்படுத்தி பரவல்களைப் பற்றி சராசரி மூலம் நாம் அறிவதைவிட அதிகப்படியான விவரங்களைத் தருகின்றன.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள பரவலின் சாராம்சத்தைச் சராசரியானது எவ்வளவு துல்லியமாகத் தருகின்றது என்பதை அறிந்து கொள்ளச் சிதறல் அளவைகள் பயன்படுகின்றன. சிதறல் அளவு குறைவாக இருந்தால், சராசரியானது, தனிப்பட்ட இனங்களின் மதிப்புகளைத் துல்லியமாகப் பிரதிபலிக்கும்வகையில் அமைந்துள்ளது என்பது பொருள். மாறாக, சிதறல் அளவு அதிகமாக இருந்தால் சராசரியானது தனிப்பட்ட இனங்களை எதிரொலிக்கும் வகையில் அமைந்திருக்கவில்லையென்பது பொருள்.

சராசரிகள், இரு பரவல்களை ஒப்பிடுவதற்குப் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. இங்ஙனம், இவை, பரவல்களுக்கிடையே ஒரு கணிதத் தொடர்பை ஏற்படுத்துகின்றன. சராசரிகளை மட்டும் ஒப்பிடுவதால் ஏற்படக்கூடிய தவறான முடிவுகள் ஏற்படாவண்ணம் சிதறல் அளவைகள் தடுக்கின்றன. இரு பரவல்கள் வெவ்வேறு அலகுகளில் தரப்பட்டிருந்தால் சராசரிகளைப் பயன்படுத்தி அவற்றை ஒப்பிட முடியாது. இங்குத் தராதரச் சிதறல் அளவைகள், ஒப்பீட்டிற்கு உதவுகின்றன,

கொடுக்கப்பட்ட பரவலிலுள்ள இனங்களை மதிப்பீடு செய்வதற்குச் சிதறல் அளவைகள் பயன்படுகின்றன.

இரு பரவல்கட்கான சராசரி மதிப்புக்களும் சிதறல் அளவைகளும் ஒன்றாகவே இருப்பினும் அவை அமைப்பில் வேறுபட்டிருக்கலாம். அதாவது, ஒரு பரவலில் சராசரி மதிப்பிற்கு அதிகமான மதிப்புக்களையுடைய இனங்கள் பரவியிருக்கும் விதமும், மற்றொரு பரவலில் சராசரி மதிப்பிற்கு அதிகமான மதிப்புக்களையுடைய இனங்கள் பரவியிருக்கும் விதமும் மாறுபடலாம். அதேபோல ஒரு பரவலில் சராசரி மதிப்பிற்குக் குறைவான மதிப்புக்களையுடைய இனங்கள் பரவியிருக்கும் விதமும், மற்றொரு பரவலில் சராசரி மதிப்பிற்குக் குறைவான மதிப்புக்களையுடைய இனங்கள் பரவியிருக்கும் விதமும் வேறுபடலாம். மேலும், ஒரே பரவலில சராசரி மதிப்பிற்கு அதிகமான மதிப்புக்களையுடைய இனங்களும் சராசரி மதிப்பிற்குக் குறைவான மதிப்புக்களையுடைய இனங்களும் சமமாகவோ, சமமற்றோ பரவியிருத்தல் கூடும். இவ்வமைப்புக்களைச் சிதறல் அளவைகள் மூலம் அறிந்து கொள்ள முடியாது இனங்களின் மதிப்புக்கள் சராசரி மதிப்பிலிருந்து எந்த அளவுக்கு வேறுபடுகின்றன என்பதை மட்டுமே சிதறல் அளவைகள் மூலம் அறிய முடியும். ஒரு பரவலில் சராசரி மதிப்பிற்கு அதிகமான மதிப்புக்களையுடைய இனங்களும் குறைவான மதிப்புக்களையுடைய இனங்களும் சமமாகப் பரவியுள்ளனவா அல்லது சமமற்றுப் பரவியுள்ளனவா என்று அறிவதற்குக் கோட்ட அளவைகளே பயன்படுகின்றன. எனவே, கொடுக்கப்பட்ட பரவலின் அளவினைப் பற்றிச் சிதறல் அளவைகளும், வடிவத்தைப்பற்றிக் கோட்ட அளவைகளும் தெரிவிக்கின்றன.

சமன்சீர்ப் பரவல்கள்கூட அவற்றின் மத்திய பாகத்தில் இடம் பெறும் அலைவெண்களைப் பொறுத்து மாறுபடும். இந்த வேறுபாட்டைத் தட்டைத்தன்மை அளவைகள் மூலமே அறியமுடியும்.

இவ்வாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ள புள்ளி விவரங்களை ஆய்வதற்குச் சராசரி, சிதறல் அளவை, கோட்டம், கர்டோஸிஸ் ஆகிய நான்கு வகை அளவைகளும் இன்றியமையாதவையாகும்.

மாதிரி வினா :

சிறுகுறிப்பு வரைக :

1) கோட்டம் 2) தட்டைத்தன்மை (கர்டோஸிஸ்)

மேற்கோள் நூல்களின் பட்டியல்

(List of Reference Books)

Title of book		Author
1) Elements of Statistics	—	B N. Asthana
2) Elements of Statistics	—	K. P. Radhakrishnan
3 Statistics for Economists	—	R. G. D. Allen
4) Elements of Statistics	—	M. Sivathanu pillai
5) Fundamentals of Statistics	—	D. N Elhance
6) Statistics : Theory and Practice	—	Ghosh and Chaudhri
7) Statistical Methods Vol. I	—	S. P. Gupta
8) Elementary Statistics for Economics	—	D.M. Mithani
9) An Introduction to Statistical Methods	—	C. B. Gupta
10) Statistics	—	S. Devairakkam and B. Selvaraj
11) Applied Statistics for Economists	—	P. H. Karmel and M. Polasek

கலைச் சொற்கள்

A

Absolute measures —முழுமையான அளவைகள்

Absolute Values —முழுமையான மதிப்புகள்

Accuracy — துல்லியம்

Actual Value — உண்மையான மதிப்பு, கொடுக்கப்பட்ட மதிப்பு

Actual Weights — உண்மையான எடைகள்

Adhoc Enquiry — சிறப்பு ஆராய்ச்சி

Analysis of data — புள்ளி விவரங்களை ஆய்தல்

Analysis Table — ஆய்வு அட்டவணை

Angular Pie Diagram —கோணப் பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்ட வட்ட விளக்கப்படம்

Applied Statistics — பயன்முறை புள்ளியியல், பிரயோகப் புள்ளியியல்

Approximate — ஏறக்குறைய, தோராயமான

Approximated Value— தோராயமாகக் கணிக்கப்பட்ட மதிப்பு

Arithmetic Mean —கூட்டுச் சராசரி, கூட்டிடைச் சராசரி

Array — வரிசை

Artificial units — செயற்கை அலகுகள்

Ascending order — ஏறுவரிசை

Assumptions — எடுகோள்கள்

Asymmetry — சமன்சீரின்மை

Averages — சராசரிகள்

Axis — அச்சு

B

Bar diagram— பட்டை விளக்கப் படம்

Bias — ஒரு சார்பான, பிறழ்ச்சியான

Biased Errors — ஒரு புறச்சாய்வான பிழைகள்

Business Forecasting — வாணிப முன்னறிவிப்பு, வாணிப முன்கணிப்பு, எதிர்கால வாணிகப் போக்கு

C

Cartograms — குறிப்புத் தலப்படம்

Census enquiry — முழுக்கணிப்பு ஆராய்ச்சி

Census Technique — முழுக் கணிப்பு முறை

Chance — வாய்ப்பு

Chart — விளக்கப்படம்

Chronological Classification— காலப் பாகுபாடு

Classification — பாகுபடுத்தல், வகைப்படுத்தல்

Class interval — பிரிவு இடைவெளி

Class limit — பிரிவு எல்லை

Cluster sampling — திரண்டமாதிரி முறை

Co-efficient — கெழு

Co-efficient of quartile deviation கால்மான விலக்கக்கெழு

Co-efficient of Range — வீச்சுக்கெழு

Co-efficient of Variation — மாறுபாட்டுக்கெழு, மாறுவிதத்தக்கெழு
Collection of data — புள்ளி-விவரங்களைச் சேகரித்தல்
Compilation — தொகுத்தல்
Composite units-கூட்டு அலகுகள்
Confidential Enquiry — உட்படு-நோக்க ஆய்வு, அந்தரங்க நோக்க ஆராய்ச்சி
Consumption — நுகர்வு
Continuous series — தொடர்ச்சியான தொடர்வரிசை
Crude Method — துல்லியமற்ற முறை
Cumulative frequency — குவிவு அலைவெண், திரள அலைவெண
Cumulative frequency curve— குவிவு அலைவெண் வளைகோடு
Curve — வளைகோடு

D

Data — புள்ளி விவரங்கள்
Datum — புள்ளி விவரம்
Deciles — பதின்மானங்கள், தசமானங்கள்
Deviation — விலக்கம்
Discrete series — தொடர்ச்சியற்ற தொடர்வரிசை
Distribution — பரவல், பகிர்வு

E

Econometrics — பொருளாதார அளவையியல்
Elementary Sampling Units — எளிய மாதிரி அலகுகள்
Enquiry through enumerator — கணிப்பாளர் முறை ஆராய்ச்சி
Error — பிழை
Estimate — மதிப்பீடு
Estimated Value — மதிப்பீடு செய்யப் பெற்ற மதிப்பு
Estimated Weights — மதிப்பீடு செய்த எடைகள்
Even number — இரட்டைப்படை எண்
Exclusive Method —விலக்குமுறை
Explanatory note — விளக்கக் குறிப்பு

F

Finite Universe — வரம்பிற்குட்பட்ட முழுமைத் தொகுதி
Foot-note — அடிக்குறிப்பு
Formula — வாய்ப்பாடு, சூத்திரம்
Frequency — அலைவெண், நிகழ்வெண்
Frequency Curve — அலைவெண் வளைகோடு
Frequency polygon — அலைவெண் பலகோணம்

G

General purpose enquiry — பலநோக்க ஆராய்ச்சி
Geographical classification — இடப் பாகுபாடு
Geometric Mean — பெருக்குச் சராசரி, பெருக்கிடைச் சராசரி
Grouping Table — தொகுப்பு அட்டவணை

H

Harmonic Mean — இசைவுச் சராசரி, இசையிடை சராசரி
Hetrogeneous — பலபடித்தான

Histogram — அலைவெண் செவ்வகப்படம்

Homogeneous — ஒரு படித்தான, சீரான, ஓரியலான

I

Inclusive Method — உள்ளடக்கிய முறை

Indirect enquiry — மறைமுக ஆராய்ச்சி

Infinite universe — வரம்பற்ற முழுமைத் தொகுதி

Informant — செய்தி தருபவர்

Intelligence Quotient — நுண்ணறிவு ஈவு

Item — இனம், உருப்படி

Interpretation of data — புள்ளி விவரங்கள் உணர்த்தும் கருத்துக்களின் விளக்கம்

K

Kurtosis — தட்டை அளவு

L

Law of statistical regularity — புள்ளியியலின் ஒழுங்கு நியதி

Length of the class interval — பிரிவு இடைவெளித்தூரம்

Leptokurtic — குறைத்தட்டை

Less than cumulative frequency — கீழினக் குவிவு அலைவெண்.

Line diagram — கோட்டு விளக்கப்படம்

Logarithm — மடக்கை

Lorenz Curve — லாரென்சின் வளைகோடு

Lower class limit — பிரிவுக் கீழ் எல்லை

Lower quartile — கீழ்க்கால்மானம்

M

Mail Card enquiry — அஞ்சல் முறை ஆராய்ச்சி

Mean co-efficient of dispersion — சராசரி விலக்கத்தின் கெழு

Mean deviation - சராசரி விலக்கம்

Measures of central tendency — மைய நிலைப்போக்கு அளவைகள்

Measures of Location — — இடத்தை நிருணயிக்கும் அளவைகள்

Measures of dispersion — சிதறல் அளவுகள்

Median — இடை நிலை

Mensurational — அளவுக்குரிய

Mesokurtic — இயல் நிலைத் தட்டை

Methodof least squares — குறைந்த வர்க்க முறை, மீச்சிறு முறை

Mid-Value — பிரிவுக் குறிப்பெண், பிரிவின் மைய மதிப்பு

Minimum — சிறுமம்

Mode — முகடு

Model schedule - மாதிரிப்பட்டியல்

Moments — விலக்கப் பெருக்குத் தொகைகள்

More than cumulative frequency — மேலினக் குவிவு அலைவெண்

Multimodal Series — பல முகட்டுத் தொகுதி

N

Natural Units — இயற்கை அலகுகள்

Non-Official — அதிகாரப் பூர்வ மற்ற ஆராய்ச்சி

Not-true Class intervals — உண்மைப் பிரிவுகளல்லாத இடை வெளிகள்

O

Object — பொருள்

Observation — கண்டறிதல்

Odd number — ஒற்றைப் படை எண்

Official enquiry — அதிகாரப் பூர்வமான ஆராய்ச்சி

Open end class — திறந்த இடை வெளிப் பிரிவுகள்

Open enquiry — வெளியிடும் நோக்க ஆராய்ச்சி

Original enquiry — முதல் முறை ஆராய்ச்சி

P

Pecuniary units — பணமதிப்பு

Percentile — நூற்றுமங்கள், சதமானம்

Physicalunits—பௌதீக அலகுகள்

Pictograms — சித்திர விளக்கப் படங்கள்

Pie diagram — வட்ட விளக்கப் படம்

Platy kurtic — மிகத் தட்டை

Population—முழுமைத் தொகுதி

Prefatory Note — முன் குறிப்பு

Presentation of data — புள்ளி விவரங்களைப் பயன்படும் உருவில் வடித்தல்

Primary data — முதல்நிலைப் புள்ளி விவரம்

Primary sampling units — முதனிலை மாதிரி அலகுகள்

Produced units — உருவாக்கப் பட்ட அலகுகள்

Production — உற்பத்தி

Property — தன்மை, பண்பு

Proportion — விகித சமம்

Proportionate Sampling — விகிதாச்சார மாதிரி முறை

Q

Qualitative — பண்பினம்

Qualitative classification — பண்பினப் பாகுபாடு

Qualitative Variables — பண்பின மாறிகள்

Quartiles — கால்மானங்கள்

Quartile deviation — கால்மான விலக்கம்

Quantitative— அளவினம்

Quantitative classification — அளவினப் பாகுபாடு

Quantitative Variables—அளவின மாறிகள்

Questionnaire — வினாத் தொகுதி, வினா வரிசை, கேள்வி நிரல், வினாத்தாள்

R

Random — இயைபிலா

Range — வீச்சு

Rates — வீதங்கள்

Ratios — விகிதங்கள்

Ratio of dispersion — சிதறலின் விகிதம்

Ratio scale — விகித அளவுத் திட்டம்

Raw data — சீர்படா விவரங்கள், தொகுக்கப்படாத விவரங்கள், ஒழுங்குபடுத்தப்படாத விவரங்கள்

Reciprocal — தலைகீழ்ப் பின்னம்
Relative Error — ஒப்பீட்டுப்-பிழை, தராதரப் பிழை
Relative Measures — தராதர அளவைகள்
Relative Measures of dispersion — சிதறலின் தராதர அளவை
Relative values — சார்பு மதிப்புகள்
Repetitive enquiry — திரும்பமேற் கொள்ளும் ஆராய்ச்சி
Root Mean square deviation — வர்க்கமூல வர்க்கச் சராசரி விலக்கம்
Row — வரிசை

S

Sample — மாதிரி, கூறு
Sample enquiry — மாதிரி-ஆராய்ச்சி
Sample Technique — மாதிரி-முறை
Sampling — மாதிரி முறை, கூறு முறை
Scale — அளவுத்திட்டம், அளவீடு
Schedule — பட்டியல்
Science of counting — கணக்-கிடும் அறிவியல்
Secondary data — இரண்டாம் நிலைப்புள்ளி விவரங்கள்
Semi-interquartile Range — இடைக்கால்மான வீச்சு, இடைக்கால்மப் பாதி
Semi official enquiry — ஓரளவு அதிகாரப் பூர்வமான ஆராய்ச்சி
Series — வரிசை
Simple classification — எளிய பாகுபாடு
Simple units — எளிய அலகுகள்
Smoothing — இழைத்தல்
Source — மூலம், தோற்றுவாயில்
Source note — மூலக்குறிப்பு
Spatial classification — இடப்-பாகுபாடு
Spatial series — இடத்தொடர்-வரிசை
Special purpose enquiry — குறிப்பிட்ட நோக்க ஆராய்ச்சி
Square diagram — சதுர விளக்கப் படம்
Standard deviation — திட்ட விலக்கம்
Statistic — மாதிரியின் அளவை
Statistics (as data) — புள்ளி விவரங்கள்
Statistics (as science) — புள்ளி-யியல்
Statistical enquiry — புள்ளியியல் ஆராய்ச்சி
Statistical methods — புள்ளியியல் முறைகள்
,, series — புள்ளியியல் தொடர் வரிசை
,, quality control — புள்ளி-யியல் தரக்கட்டுப்பாடு
Stratified Sample — படுகை மாறி, அடுக்கிய மாதிரி, பிரிவுபடுத்தப்-பெற்ற மாதிரி
Systematic sample — ஒழுங்கான மாதிரி
,, sampling — முறையாகத் தேர்ந்தெடுக்கும் மாதிரி முறை

T

Table — பட்டியல், அட்டவணை
Tally Mark — அலைவெண் குறி மீடு, சரிபார்க்கும் குறி
Technique — செயல் முறை, பொறி முறை
Temporal classification — இடைக் காலப்பாகுபாடு
Time series — காலத்தொடர் வரிசை
True class interval — உண்மைப் பிரிவு இடைவெளி
True value — உண்மை மதிப்பு
Two dimensional diagram — இரு உருவளவுப் படம்

U

Unbiased errors—நடுநிலையான பிழைகள்
Ungrouped data —ஒழுங்குபடுத்தப்படாத விவரங்கள்
Units of Analysis and interpretation — ஆய்விற்கும், விளக்கத்திற்கும் பயன்படும் அலகுகள்.
Units of collection — சேகரிக்கப் படும் அலகுகள்.
Units of enumeration —கணக்கீடு செய்யப் பயன்படும் அலகுகள்.
Units of estimation — மதிப்பீடு செய்யப் படும் அலகுகள்
Upper class limit — பிரிவு மேல் எல்லை.

V

Value — மதிப்பு.
Variable or variate — மாறி.
Variance — மாறுபாடு.

W

Weight — எடை, நிறை
Weighted Arithmetic Mean — எடையிட்ட கூட்டுச்சராசரி, நிறையிட்ட ,,
,, Averages — எடையிட்ட சராசரிகள், நிறையிட்ட சராசரிகள்
Weighted Geometric Mean — எடையிட்ட பெருக்குச் சராசரி
,, Harmonic Mean — எடையிட்ட இசைவுச் சராசரி.

