செயலாக்க நிலை இயக்கவியல்

முனைவர் அ. ஆறுமுகம்

தமிழ்ப் பல்கலைக்கழகம்
தஞ்சாவூர்

ISBN : 81-7090-259-2

தமிழ்ப் பல்கலைக்கழக வெளியீட்டு எண்: 199
திருவள்ளுவர் ஆண்டு 2028 சித்திரைத் திங்கள் – ஏப்ரல் 1997

நூல்	:	செயலாக்க நிலை இயக்கவியல்
ஆசிரியர்	:	முனைவர் அ. ஆறுமுகம்
விலை	:	ரூ. 175–00
பதிப்பு	:	முதற்பதிப்பு
ஒளி அச்சு	:	தாமரை எதிர்பதிவு அச்சகம், திருவெறும்பூர், திருச்சி – 620 013.
அச்சு	:	தமிழ்ப் பல்கலைக்கழக அச்சகம், தஞ்சாவூர்.

முனைவர் கி. கருணாகரன்,
துணைவேந்தர்

தமிழ்ப் பல்கலைக்கழகம்
தஞ்சாவூர் – 613 005

அணிந்துரை

'முன்னை பழமைக்கும் பழமையாய் பின்னை புதுமைக்கும் புதுமையாய்' எனபது தமிழின் ஆற்றலைக் குறிக்கும் ஒரு தொடராகவும் அமைகிறது. 'செயலாக்க நிலை இயக்கவியல்' என்னும் இந்நூல் மேற்கண்ட தொடரை மேலும் உறுதிப் படுத்தும் சான்றாக அமைகிறது.

பொறியியல், மருத்துவம், வேளாண்மை முதலிய தொழிற் கல்வியைத் தமிழ் வழி கற்பிக்க ஏற்ற வண்ணம் பாடநூல்களையும் கலைச்சொல் அகராதிகளையும் களஞ்சியங்களையும் தயாரிக்கும் தமிழ்ப் பல்கலைக்கழகத்தின் பொதுத்திட்டத்தின்கீழ் இந்நூல் வெளிவருகிறது. இப்பல்கலைக்கழகத்தின் அறிவியல் தமிழ் வளர்ச்சித்துறை தயாரித்துள்ள பொறியியல் மருத்துவப் பாடநூல் வரிசையில் இந்நூல் வெளிவருகிறது.

தமிழர் பொறியியல் தொழில்நுட்பத்தில் திறமை பெற்றிருந்தனர் என்பதற்கு ஏராளமான எழுத்துச் சான்றுகளோடு கல்லணை, மாமல்லபுரம், தஞ்சை பெரிய கோயில் போன்ற நம் கண்முன் நிற்கும் சான்றுகளும் உள்ளன. தாங்கள் அமைத்த கோட்டைகளில் ஏராளமான இயந்திரக் கருவிகளைப் பொருத்தியும் கரும்புச்சாறு எடுக்க இயந்திரங்களைப் பயன்படுத்தியும் தங்களது இயந்திர நுட்ப அறிவையும் தமிழர்கள் வெளிப்படுத்தினர். தொன்றுதொட்டுவரும் இந்த அறிவு காலச்சூழலுக்கு ஏற்ப மேம்பட்டு புதிய, புதிய கட்டடத் தொழில் நுட்பங்களையும் இயந்திரத் தொழில் நுட்பங்களையும் பயன்படுத்த வழிகோலிற்று.

புதிய தொழில் நுட்பத்திற்கு ஏற்ப தமிழும் புதுமை பெற்றுப் புதுப்புது கலைச்சொற்களைத் துறைதோறும் படைத்துச் செழுமை பெற்று வருகிறது.

இப்பொறியியல் நூல்முழுவதும் தமிழின் புதுப்பொலிவைக் காணலாம். பொறியியல் மாணவர்கள் மட்டுமன்றி ஏனையோரும் படித்துப் புரிந்து கொள்ளும் வகையில் அறிவியல் தமிழ் வளர்ச்சியில் ஆர்வங்காட்டிவரும் திருச்சி மண்டலப் பொறியியல் கல்லூரிப் பேராசிரியர் டாக்டர் அ. ஆறுமுகம் அவர்கள் தம் கல்லூரிக்குப் பெருமை சேர்க்கும் வகையில் இந்நூலைப் படைத்துள்ளார். அவருக்கு என் மனமார்ந்த பாராட்டுகள். வாழ்வு உயர வளர்தமிழில் தமது துறைசார்ந்த பல நூல்களை இந்நூலாசிரியர் எழுதவேண்டும் என்ற என் விருப்பத்தையும் இதன்மூலம் தெரிவித்துக் கொள்கிறேன்.

நாள் : 24-04-1997

கி. கருணாகரன்

பதிப்புரை

முனைவர் இராம. சுந்தரம்
பேராசிரியர் -தலைவர்
அறிவியல் தமிழ் மற்றும் தமிழ் வளர்ச்சித் துறை
தமிழ்ப் பல்கலைக்கழகம்,
தஞ்சாவூர் – 613 005.

'வாழ்வு உயர வளர்தமிழில் அறிவியல்' என்ற குறிக்கோளின் அடிப்படையில் தமிழ்ப் பல்கலைக்கழகம் பல அறிவியல் தொழில்நுட்ப நூல்களைத் தமிழில் வெளியிடத் திட்டமிட்டு அத்திட்டத்தின் முதற்கட்டமாகப் பொறியியல், மருத்துவப் பாடநூலாக்கத் திட்டத்தை மேற்கொண்டது. இத் திட்டத்தின்கீழ் தகுதிவாய்ந்த பொறிஞர்களும் மருத்துவர்களும் தரமான பாடநூல்களை எழுதித்தர முன்வந்தனர். குறிப்பிட்ட கால எல்லைக்குள் 13 பொறியியல் நூல்களும் 14 மருத்துவ நூல்களும் உருவாயின. முன்பே வெளியான அடிப்படைக் கட்டுமான வடிவமைப்பு என்னும் நூலைத் தொடர்ந்து 'செயலாக்க நிலை இயக்கவியல்' வெளிவருகிறது. இவ் வரிசையில் அடிப்படை இயந்திரவியல், அடிப்படை மின்னியல், கட்டடத்தொழில் நுட்பம், பொறியியல் வரைபடம், மண்விசையியல், பொறியியல் தொழில்நுட்பக் கலைச் சொல்லகராதி ஆகியன அச்சிடப்பட்டு வருகின்றன.

நூலாசிரியர் டாக்டர் அ. ஆறுமுகம் தமிழார்வமும் துறையறிவும் மிகுதியும் உடையவர். தரமான கலைச் சொற்களைக்

கொண்டு கல்லூரி மாணவர்கள் எளிதில் படித்துப் புரிந்து கொள்ளும் வகையில் இந்நூலைப் படைத்தளித்துள்ளார். எவ் வகையான தொழில்நுட்ப அறிவையும் தமிழில் தங்குதடையின்றிச் சொல்ல முடியும் என்பதற்கு இந்நூல் சான்றாக அமைகின்றது. அவருக்கு இந்த நூலாக்கத் திட்டத்தின் பொறுப்பாளன் என்ற முறையில் என் மனங்கனிந்த நன்றியைப் புலப்படுத்திக் கொள்கிறேன். அச்சிடுவதற்கு முன் இந்நூலை நன்குபடித்து உரிய திருத்தங்கள் செய்துதவிய திரு. பழ. மெய்யப்பன் (தியாகராசர் பொறியியல் கல்லூரி, மதுரை), டாக்டர் கரு. முத்தையா (சேவுகன் அண்ணாமலை கல்லூரி,தேவகோட்டை) ஆகியோருக்கு மனமார்ந்த நன்றி.

பொறியியல் கல்வியைத் தமிழ் வழிக் கற்பிக்கத் தமிழக அரசு உரிய நடவடிக்கைகளை எடுத்துவரும் இன்றைய சூழலில் வெளிவரும் இந்த நூல் பொறியியல் மாணவர்களுக்கும் ஆசிரியர்களுக்கும் 'மிகுபயன் நல்கும் என்பதில் ஐயமில்லை. நூலின் கருத்துப் புலப்பாட்டுத் திறனை இந்நூலைப் படித்துப் பயன்படுத்துவோர் சுட்டிக் காட்டினால் அடுத்த பதிப்பில் உரிய திருத்தங்களை மேற்கொள்ள வழியாக இருக்கும். பொறியியல், மருத்துவம் மற்றும் கலைச்சொல்லகராதி நூலாக்கப்பணியில் முழுமையாகத் தன்னை ஈடுபடுத்திக் கொண்டு உழைத்த எங்கள் துறை ஆய்வு உதவியாளர் முனைவர் சா. உதயசூரியன் பணியைப் பாராட்டி மகிழ்கிறேன். இந்நூலின் மெய்ப்புத் திருத்தப் பணிகளைச் செய்துமுடித்த எங்கள்துறை இணைப்பேராசிரியர் முனைவர் சா. கிருட்டினமூர்த்தி, அறிவியல் களஞ்சியத்தின் ஆய்வு உதவியாளர் முனைவர் அர. கமலதியாகராசன், எங்கள் துறை முனைவர் பட்ட ஆய்வு மாணவர் இரா. பாவேந்தன், பதிப்புத்துறை மெய்ப்புத் திருத்துநர் பாலகிருட்டிணன் ஆகியோருக்கு நெஞ்சார்ந்த நன்றி. 'செயலாக்க நிலை இயக்கவியல்' நூல் தொடர்பான ஒளியச்சுப் பணிகளைக் குறிப்பிட்ட கால எல்லைக்குள் செய்து முடித்திட்ட தாமரை எதிர்பதிவு அச்சகத்தினர் பணியை நன்றியோடு பாராட்டுகிறேன். இந்நூலைச் சிறந்த முறையில் அச்சிட்டு, பதிப்பித்த தமிழ்ப்பல்கலைக்கழகப் பதிப்புத் துறையினருக்கும் அன்பார்ந்த நன்றி.

இராம. சுந்தரம்

அதிகாரம் - 1

நிலையியல்
(Statics)

1. தோற்றுவாய்

நிலைப்பும் இயக்கமும் மனித வாழ்வின் இரு கண்கள். அறிவியலும் அதனை அடிப்படையாகக் கொண்டு அமைந்துள்ள பொறியியலும் அவ்வாறே. விசைகள் ஒரு பொருளின் மேல் செயல்படும்போது அப்பொருள் இயங்கலாம் அல்லது அசைவற்றும் இருக்கலாம். விசைகளால் ஏற்படும் இயக்கங்களை ஆய்வது இயக்கவியல் எனப்படுகிறது. விசைகளால் தாக்கப்பட்ட பொருள் இடம் பெயராமல் அசைவற்ற நிலையில் இருப்பதைப்பற்றி ஆய்வது நிலையியல் எனப்படுகிறது. இவ்விரு இயல்களும் ஒருங்கே 'நிலையியக்கவியல்' என்ற பெரும்பகுதியின் இருபிரிவுகளாகும். நிலையியக்கவியலின் அடிப்படைத் தத்துவங்களை மனித வாழ்வின் மேம்பாட்டிற்கு ஆக்கபூர்வமாகச் செயலாக்குவதைப் பற்றிய பகுதியினைத்தான் 'செயலாக்க நிலையியக்கவியல்' (Applied Mechanics) என்கிறோம்.

2. நியூட்டன் கண்ட மூன்று இயக்க விதிகளின் அடிப்படையில் இயக்கவியலும், நிலையியலும் அமைந்துள்ளன. அவ்விதிகளாவன:

1. அமைதி (Rest) நிலையில் இருக்கும் ஒரு பொருள் வேறு புறவிசை எதுவும் அப்பொருளைத் தாக்காத வரையில் அமைதி நிலையிலேயே இருக்கும், ஒரு சீரான வேகத்தில் ஒரு நேர்கோட்டில் சென்று கொண்டிருக்கும் ஒரு பொருள் வேறு புறவிசை எதுவும் அப்பொருளைத் தாக்காத வரையில் அதே சீரான வேகத்தில் அதே நேர்கோட்டில் சென்று கொண்டிருக்கும். இதனைச் 'சடத்துவ விதி' (Law of Inertia) என்பர்.

2. உந்துமாறு வீதம் (Rate of change of momentum) புறவிசைக்கு நேர்விகிதத்தில் இருக்கும். இம்மாற்றம் புறவிசையின் திசையிலேயே ஏற்படும்.

3. வினையும் [அல்லது விசையும் - (Action)), எதிர் வினையும் [அல்லது எதிர்விசையும் - (Reaction)) நேரெதிர்த் திசைகளில் சம அளவுடையதாயிருக்கும்.

3. விசை

நியூட்டனின் இயக்க விதிகளின் முதல் விதியான சடத்துவ விதியின் அடிப்படையில் விசை (Force) வரையறை செய்யப்படுகின்றது. 'ஒரு பொருளின் அமைதி நிலையை மாற்றுவது அல்லது மாற்ற முற்படுவது எதுவோ, அதுவே விசை எனப்படும். தவிரவும் ஒரு நேர்கோட்டில் சீரான வேகத்தில் போய்க் கொண்டிருக்கும் ஒரு பொருளின் சீரான வேகத்தை மாற்ற அல்லது மாற்ற முற்படுவது எதுவோ அதுவும் விசை எனப்படும்.

சமவிசைகள்: நேரெதிர்த் திசைகளில் இரு விசைகளால் தாக்கப்படும் ஒரு துகள் (Particle) தன் அமைதி நிலை மாறாமல் அசைவற்று இருப்பின் அவ்விரு விசைகளின் அளவும் சமமாகும். இதேபோல் ஒரு நேர்கோட்டில் சீரான வேகத்தில் போய்க்கொண்டிருக்கும் ஒரு பொருளின் சீரான வேகத்தை மாற்றாமல், நேரெதிர்த்திசைகளில் இரு விசைகள்

அப்பொருளின் மேல் செயல்படுமானால், அவ்விரு விசைகளின் அளவும் சமமாகும்.

4. கட்டிறுக்கப்பொருள் அல்லது விறைமைப் பொருள் (Rigid bodies)

விசைக்கு உட்படும்போது ஒரு பொருளின் துகள்களுக்கு இடைப்பட்ட சார்புத் தூரங்கள் (Relative distances) மாறாதிருக்குமாயின் அதனைக் கட்டிறுக்கப் பொருள் அல்லது விறைமைப் பொருள் என்பர். விசைகள் - கட்டிறுக்கப் பொருள் ஒன்றில் மேல் அவை செயல்படுவதால் தோற்றுவிக்கும் விளைவுகள் - ஆகியவற்றினை மட்டுமே நிலையியலில் காண லாம். விசைகளின் பகுப்பாய்வினைப் பற்றியதே (Analysis) நிலையியலின் அடிப்படையாகும். ஆனால் கட்டிறுக்கப்பொருள் ஒன்று இயற்கையில் இருப்பது அரிது. எந்தப் பொருளும் ஒரு விசைக்கு உட்படும்போது உருமாற்றம் (Deformation) அடைகின்றது. இவ்விதம் உருமாற்றம் அடையக்கூடிய பொருள்களைப்பற்றி (deformation bodies) பின்வரும் அதிகாரங்களில் காணலாம். இந்த அதிகாரத்தில் கட்டிறுக்கப்பொருள் ஒன்றின் மேல் செயல்படும் விசைகளின் பகுப்பாய்வினைப் பற்றிக் காண்போம்.

5. சில அடிப்படைகள்

விசை ஒன்றினை முழுமையாக அறிந்து கொள்வதற்கு அவ்விசையின் (i) அளவு (Magnitude) (ii)திசை (direction) (iii) செயல்படும்புள்ளி (Point of Application) ஆகிய மூன்றும் இன்றியமையாத வையாகும்.

(i) அளவு

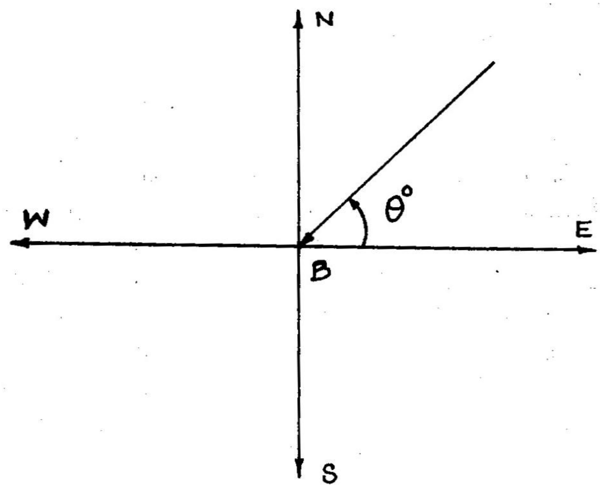
விசையின் மதிப்பு (Value) விசையின் அளவாகும். உதாரணம்: 2 kg f, 5 tonnes f, 2N, 5KN etc.

(ii) திசை

விசை செயல்படும் கோட்டின் திசையே விசையின் திசையாகும். உம். நிலைக்குத்து (Vertical), கிடை (Horizontal), கிடைக்கு

30° கோணம். விசையின் திசையை அது செயல்படும் கோட்டின் மீது அதே திசையில் அம்புக்குறியிடுவதன் மூலம் உணர்த்தலாம். படம். *1-1* இதனை விளக்குகின்றது.

படம் *1-1*ல் AB அளவுள்ள விசை கிடைத்திசைக்கு θ° யில் தென்மேற்காகச் செயல்படுகின்றது.



படம் *1 - 1* விசை

(iii) செயல்படும் புள்ளி

விசை செயல்படும் புள்ளியினை இஃது குறிக்கின்றது. படம் *1-1* ல் புள்ளி B விசை செயல்படும் புள்ளியாகும்.

விசையை அறிந்துகொள்வதற்கு அளவும் மற்றும் திசையும் தேவைப்படுவதால் இஃது ஒரு 'வெக்டர்' (vector) ஆகும். திசைவேகம் (velocity), முடுக்கம் (Acceleration) ஆகியவை வேறுசில வெக்டர்கள் ஆகும். வெக்டர் பற்றிய விளக்கத்தினை வேறு நூல்களிலிருந்து பெறலாம். வெக்டர் பற்றிய குறிக் கணிதம் (vector algebra), நுண்கணிதம் (vector calculus)

ஆகியவை இந்நூலின் காட்சியெல்லைக்கு (scope) அப்பாற் பட்டவையாகும்.

6. சில வறையறைகள்

(i) சமநிலை

ஒரு பொருளின் மேல் பல்வேறு விசைகள் செயல்படுவ தால் அப்பொருள் இயங்கலாம், அல்லது அவ்விசைகளின் கூட்டுவிளைவாக அப்பொருள் அசைவற்று இருக்கலாம். பல விசைகளின் தொகுபயனாக அல்லது கூட்டு விளைவாக ஒரு பொருள் அசைவற்றிருப்பின் அப்பொருள் 'அசைவற்ற சமநிலையில்' (static equilibrium) உள்ளது என்று கூறுவது மரபாம். இதனைச் சுருக்கமாச் 'சமநிலையில்' அப்பொருள் உள்ளது எனலாம்.

(ii) தொகுபயன்விசை

ஒன்றிற்கு மேற்பட்ட விசைகள் ஒரு பொருள் மேல் செயல் படும்போது, அவை யெல்லாவற்றின் கூட்டு விளைவாக அல்லது அவற்றைத் தொகுத்தலின் விளைவாக ஒரே ஒரு தனிவிசை காண இயலுமானால், அந்தவிசை முதலில் கூறப்பட்ட விசைகளின் 'தொகுபயன் விசை' (Resultant) எனப்படும். முதற் கூறப்பட்ட விசைகள் செயல்படுவதால் அப்பொருளுக்கு என்ன நேருமோ அதுவே அத்தனித்தொகுபயன் விசையால், அப்பொருளுக்கு நேரும். அப்படி ஒரு விசையிருப்பின் வெக்டர் குறிக்கணிதத்தில்.

$$\overline{R} = \overline{A} + \overline{B} + \overline{C} + \ldots \qquad \ldots (1)$$

என எழுதலாம்

இங்கு $\overline{A}, \overline{B}, \overline{C}, \ldots$ என்பவை பலவிசைகள்.

$\overline{R}$ அவ்விசைகளின் தொகுபயன் விசை. சில சமயங்களில்,. அவ்விசைகளின் தொகுபயனாக ஒரே ஒரு தனி விசையைக் காணமுடியாமல் போகலாம்.

(iii) சமநிலை விசை

மற்றவிசைகளுடன் சேர்ந்து ஒரு விசை, பொருள் ஒன்றின் மேல் செயல்பட்டு அப்பொருளைச் சமநிலையில் வைத்திருக்கு மானால், அத்தனிவிசை (பொருளின் மேல் செயல்படும்) மற்ற விசைகளின் 'சமநிலை விசை' (equilibrant) எனப்படுகிறது. சமநிலையில் உள்ள பொருள் ஒன்றின்மேல் செயல்படும் பல விசைகளில் எந்த ஒருவிசையும் அப்பொருளின் மேல் செயல் படும் மற்ற விசைகளின் சமநிலை விசையே. இஃது அளவில் மற்ற விசைகளின் தொகுபயன் விசைக்குச் சமமாகவும், ஆனால் திசையில் எதிரிடையாகவும் இருக்கும்.

$\overline{R} = \overline{A} + \overline{B} + \overline{C} + \ldots$ (1) *என்ற சமன்பாட்டைக் காண்போம். இங்கு* $\overline{A}, \overline{B}, \overline{C}$ *என்பவை பொருள் ஒன்றின்மேல் செயல்படும் விசைக்கோவை* (system of forces); $\overline{R}$ *விசைக்கோவையின் தொகுபயன்.*

இவ்விசைக்கோவையுடன் $\overline{S}$ *என்னும் விசையும் சேர்ந்து செயல்படுவதால் அப்பொருள் சமநிலை பெறுவதாகக் கொள்வோம். அதாவது* $\overline{S}$ *சமநிலை விசை.*

ie $(\overline{A} + \overline{B} + \overline{C} + \ldots) + S = 0$

$\therefore S = -(A + B + C \ldots)$

ஆனால் சமன்பாடு (1) ஐப் பிரதியிட

$S = -\overline{R}$ ... (2) *கிடைக்கின்றது.*

பொருளைச் சமநிலையில் வைத்திருக்கும் விசைக்கோவையில் எந்த ஒரு விசையும் சமநிலை விசையே ஆகும்.

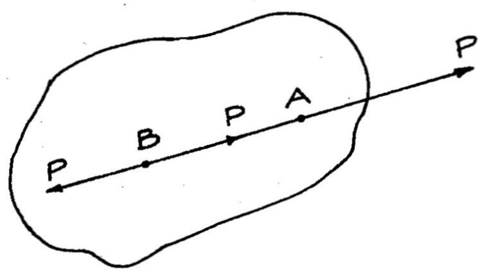
7. விசை செலுத்தப்படும் தன்மை விதி

(Transmissibility of force)

1. ஒரு கட்டிறுக்கப் பொருளின் ஒரு புள்ளியில் செயல்படும் ஒரு குறிப்பிட்ட விசையை அவ்விசை இயங்கும் நேர்கோட்டில் அப்பொருளின் மற்றும் ஏதாவது ஒரு புள்ளியில் திசைமாறாது செயல்படச் செய்தால், அப்பொருளில் ஏற்படும் விளைவுகள் மாறுவதில்லை.

2. கட்டிறுக்கப் பொருள் ஒன்றின் மேல் விசைக்கோவை ஒன்றின் செயல், சமநிலையில் இருக்கும் பிறிதோர் விசைத்தொகுதியினைச் சேர்ப்பதாலோ, நீக்குவதாலோ மாற்றம் அடைவதில்லை.

படம் 1-2ல் கட்டிறுக்கப் பொருள் ஒன்று காண்பிக்கப் பட்டுள்ளது. புள்ளி Aயிலிருந்து புள்ளி Bக்கு விசை $\bar{P}$யின் செயல்படும் புள்ளி மாற்றப்படுவதை படம் 1-2 விளக்குகின்றது. புள்ளிகள் Aயும் Bயும் விசை $\bar{P}$ செயல்படும் நேர்கோட்டில் உள்ளன.



படம் 1-2 விசை செலுத்தப்படும் தன்மை விதி

A என்ற புள்ளியில் $\bar{P}$ என்ற ஒரு விசை செயல்படுகின்றது. விசை செயல்படும் நேர்கோட்டில் அமைந்துள்ள B என்ற புள்ளிக்கு மாற்றவேண்டுமென்றால், சமநிலையில் உள்ள $\bar{P}$ என்னும் விசையைத் தன்னகத்தே கொண்ட ஒரு விசைக்கோவையைப் புள்ளி Bயில் அறிமுகம் செய்யலாம்.

இப்போது புள்ளி Bயிலிருந்து, புள்ளி Aயை நோக்கிச் செயல்படும் $\overline{P}$ என்னும் விசையே எஞ்சி நிற்கின்றது. மீதமுள்ள இருவிசைகளும் ஒன்றை ஒன்று சமன் செய்து கொள்கின்றன. இதிலிருந்து 'ஒரு விசை கட்டிறுக்கப் பொருள் ஒன்றின் ஏதாவது ஒரு புள்ளியில் செயல்படுமாயின், அவ்விசை செயல்படும் புள்ளியை விசைக்கோட்டின் மேல் திசை மாறாது மாற்றம் செய்யலாம்' என அறிந்து கொள்ளலாம்.

8. விசைக்கோவையின் வகைகள்

இவ்வதிகாரத்தில் மூன்றுவகையான விசைக் கோவைகளைப் பற்றிக் காணலாம். அவையாவன 1. சமதள ஓர் புள்ளி அமை விசைகள் (Coplanar concurrent) 2. சமதள ஒப்புள்ளி அமையா விசைகள் (coplanar non-concurrent) மற்றும் 3. சமதள இணை விசைகள் (Coplanar Parallel). விசைக்கோவை ஒன்றிலுள்ள அனைத்து விசைகளும் ஒரே தளத்தில் அமைந்திருந்தால் அவ்விசைக்கோவை சமதள விசைக்கோவை (Coplanar system) எனப்படும். அவ்வாறு இல்லாவிடில் அவ்விசைக் கோவை 'அசமதள' விசைக்கோவை (non coplanar) எனப்படும். சமதள விசைக்கோவை ஒன்றிலுள்ள அனைத்து விசைகளும் ஒரு புள்ளியில் சந்தித்தால், அதனைச் சமதள ஓர் புள்ளி அமை விசைகள் எனலாம். அவ்வாறன்றி, சமதள விசைக்கோவை ஒன்றிலுள்ள அனைத்து விசைகளின் செயல்படு நேர்கோடுகள் ஓர்புள்ளியில் சந்திக்காவிடில், அவை சமதள ஓர்புள்ளி அமையா விசைகள்' எனவும் அவற்றின் செயல்படு நேர்கோடுகள் இணையாக இருந்தால் அவை 'சமதள இணை விசைகள்' எனவும் அழைக்கப்படுகின்றன.

9. சமதள ஓர்புள்ளி அமை விசைகள்

ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட விசைகள் ஒரு துகள்மேல் செயல்படுமாயின், அவற்றின் தொகுபயன் விசையாதெனக் கண்டோம். $\overline{A}$, $\overline{B}$, $\overline{C}$... இவை துகள் ஒன்றின்மேல் செயல்படும் விசைகள் எனவும், இவற்றின் தொகுபயன் விசை $\overline{R}$ எனவும் கொண்டால் $\overline{R} = \overline{A} + \overline{B} + \overline{C}$... என முன்னர்க் கண்டோம். இப்பொழுது அதனைப்பற்றிச் சற்று விரிவாகக் காண்போம்.

விசைகள் யாவும் ஒரே நேர்கோட்டில் செயல்படுமாயின் அவற்றின் தொகுபயன் விசை (Resultant) காண்பது எளிது. ஏதாவது மரபு (convention) கொண்டு ஒரு திசை விசைகளின் சாதாரணக் கூட்டுத் தொகை $\bar{R}_1$ -ஐக் காணலாம். எதிர்த்திசை விசைகளின் சாதாரணக் கூட்டுத் தொகை $\bar{R}_2$ -ஐயும் காணலாம். $\bar{R}_1$ - க்கும் $\bar{R}_2$ -க்கும் உள்ள வேறுபாடே, அந்நேர்கோட்டில் செயல் படும் விசைகளின் தொகுபயன் விசையாகும்; $\bar{R}_1 > \bar{R}_2$ ஆனால் அவ்விசை $\bar{R}_1$ பக்கமாக $(\bar{R}_1 - \bar{R}_2)$ அளவாகச் செயல்படும். $\bar{R}_2 > \bar{R}_1$ ஆனால், அவ்விசை $\bar{R}_2$ பக்கமாக $(\bar{R}_2 - \bar{R}_1)$ அளவாகச் செயல்படும். $\bar{R}_1 = \bar{R}_2$ ஆனால் அத்துகள் சமநிலையில் (equilibrium) இருக்கும்.

இருவிசைகள் ஒரு துகள்மேல் அல்லது கட்டிறுக்கப் பொருளின் ஒரு புள்ளியில் வெவ்வேறு திசைகளில் செயல்படுமானால், அவற்றின் தொகுபயன் விசையைக் கீழ்க்காணும் முறைகளைப் பின்பற்றிக் கண்டறியலாம்.

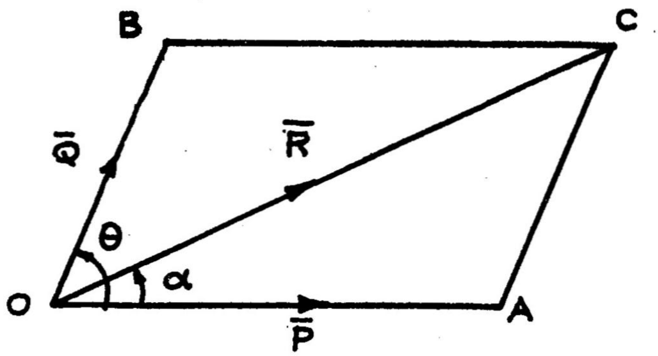
1. பகுப்பாய்வு முறை (Analytical method) 2. வரைபட முறை (Graphical method)

10. பகுப்பாய்வு முறை

இம்முறையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள விசைக்கோவையின் தொகுபயன் விசையை இரு வழிகளில் கண்டறியலாம். அவையாவன (i) விசைகளின் இணைகர விதி (Parallelogram Law of forces) (ii) விசைகளின் திசைப் பிரித்தல் முறை (Method of resolution of forces)

விசைகளின் இணைகர விதி

''துகள் ஒன்றில், ஒரே நேரத்தில் செயல்படும் இருவிசைகள் அளவினாலும் (In magnitude) திசையினாலும் (In direction) இணைகரம் ஒன்றின் அடுத்துள்ள பக்கங்களாகக் குறிக்கப் பட்டால், அவ்விணைகரத்தின், இருவிசைகள் சந்திக்கும் புள்ளி வழியே செல்லும் மூலைவிட்டம் (Diagonal) அளவினாலும், திசையினாலும் அவ்விரு விசைகளின் தொகுபயன் விசையைக் குறிக்கும்'' என்பது இணைகர விதியாகும்.



படம் 1-3 இணைகர விதி

O என்னும் புள்ளியில் $\overline{P}$,$\overline{Q}$ என்னும் இருவிசைகள் படம் *1-3*ல் காண்பித்துள்ளவாறு செயல்படுகின்றன. அவற்றிற்கு இடையே உள்ள கோணம் 'θ' வாக இருக்கட்டும். படத்தில் OA, OB ஆகியவை அளவினாலும், திசையினாலும் முறையே $\overline{P}$, $\overline{Q}$ ஆகிய விசைகளைக் குறிக்கின்றன. இப்பொழுது OA, OB ஆகியவற்றை அடுத்துள்ள பக்கங்களாகக் கொண்டு இணைகரம் OACB-ஐ வரையலாம். இந்த இணைகரத்தின் மூலைவிட்டமான OC அளவினாலும், திசையினாலும் விசைகள் $\overline{P}$ மற்றும் $\overline{Q}$ ஆகியவற்றின் தொகுபயன் விசையைக் குறிக்கின்றது. (படத்தில் $\overline{R}$) வடிவகணிதத்தின் மூலம்

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\theta} \quad ....(3)$$

என்னும் சமன்பாடு கிடைக்கின்றது. சமன்பாடு (*3*)லிருந்து தொகுபயன் விசை 'R'ன் அளவினை அறியலாம். அதன் திசையினை

$$\tan \alpha = \frac{Q \sin \theta}{P + Q \cos \theta} \qquad ....(4)$$

என்னும் சமன்பாட்டிலிருந்து பெறலாம்.

நிகழ்வுக்கூறுகள்

(1) $\theta = 0^\circ$ எனில் (அதாவது $\overline{P}$, $\overline{Q}$ விசைகள் ஒரே நேர்கோட்டில் செயல்படுகின்றன)

$R = P + Q$ (ஏனெனில் $\cos 0^\circ = 1$)

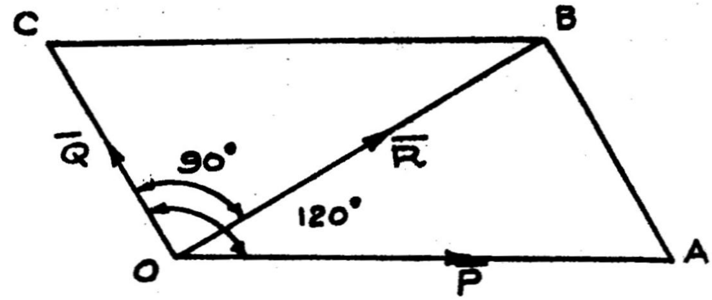
(2) $\theta = 90^\circ$ எனில் (அதாவது $\overline{P}$, $\overline{Q}$ விசைகள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக உள்ளன)

$R = \sqrt{P^2 + Q^2}$ (ஏனெனில் $\cos 90^\circ = 0$)

(3) $\theta = 180$ எனில் (அதாவது $\overline{P}$, $\overline{Q}$ விசைகள் ஒரே நேர்கோட்டில் எதிர்த்திசைகளில் செயல்படுகின்றன). $R = P - Q$ (ஏனெனில் $\cos 180^\circ = -1$)

இந்நிகழ்வுக்கூறில், P,Q ஆகியவற்றில் பெரிய விசையின் திசையில் தொகுபயன் விசை R செயல்படுகின்றது,

மாதிரி –1: இருவிசைகள் 120° கோணத்தில் உள்ளன. இவற்றுள் பெரிய விசை 40 kg. இவற்றின் தொகுபயன் விசை, சிறிய விசைக்குச்செங்குத்தாதகச் செயல்படுகின்றது. சிறிய விசையைக் காண் (படம் 1.4). (கேரளா பல்கலைக் கழகம்)



படம் 1-4

பெரிய விசை $\overline{P}$ எனவும், சிறிய விசை $\overline{Q}$ எனவும் இவற்றின் தொகுபயன் விசை $\overline{R}$ எனவும் இருக்கட்டும் (படம் 1-4).

தொகுபயன் விசை $\overline{R}$, பெரிய விசை $\overline{P}$ இவற்றிற்கு இடையே உள்ள கோணம் $= 120^\circ - 90^\circ = 30^\circ$

$$Tan\,\alpha = \frac{Q \sin\theta}{P + \cos\theta} \qquad ....(4)$$

$$ie \ \tan 30^\circ = \frac{Q \sin 20^\circ}{40 + Q \cos 120^\circ}$$

$$\frac{1}{\quad} = \frac{Q \times \sqrt{3}/2}{40 - Q/2}$$

$$\therefore 40 - Q/2 = Q \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3} = 1.5\,Q$$

$2\,Q = 40$ *ie* $Q = 20$ *kg.*

(ii) திசைப்பிரிப்பு முறை

பொருள் ஒன்றில் நிகழும் விளைவை மாற்றாமல், அதன் மேல் செயல்படும் விசையைப் பலதிசைகளிலும் கூறுகளாகப் பிரித்தல் திசைப்பிரிப்பு (Resolution) எனப்படுகிறது. சாதாரணமாக விசை ஒன்றினைக் கிடைத்திசையிலும், குத்துத் திசையிலும் பிரித்தல் வழக்கம். "குறிப்பிட்டதொரு திசையில், பல விசைகளின் திசைக்கூறுகளின் (Resolved components) குறிக்கூட்டுத் தொகை அதே திசையில் அவ்விசைகளின் தொகுபயன் விசையின் திசைக்கூற்றுக்குச் சமமாகும்" என்பது திசைப் பிரிப்பின் அடிப்படைத் தத்துவமாகும்.

திசைப்பிரிப்பு முறையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள விசைகளின் தொகுபயன் விசையினைக் கண்டறியலாம். இதற்கான வழிகளாவன:

1. விசைக்கோவையிலுள்ள அனைத்து விசைகளின் குத்துக் கூறுகளின் (vertical components) குறிக்கூட்டுத் தொகையைக் கண்டுபிடிக்கலாம். (ΣV)

2. விசைக் கோவையிலுள்ள அனைத்து விசைகளின் கிடைக்கூறுகளின் (Horizontal components) குறிக்கூட்டுத் தொகையைக் கண்டுபிடிக்கலாம் (ΣH)

3. கொடுக்கப்பட்டுள்ள விசைக்கோவையின் தொகுபயன் விசையை (R)

$$R = \sqrt{(V)^2 + (H)^2}$$

என்னும் சமன்பாட்டிலிருந்து கணக்கிடலாம்.

4. தொகுபயன் விசை கிடைத்திசைக்கு θ° கோணத்தில் உள்ளது எனக் கொண்டால் $\tan\theta = \frac{\sum V}{\sum H}$ என்னும் சமன் பாட்டிலிருந்து கணக்கிடலாம்.

மாதிரி 2: கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள விசைகள் புள்ளி ஒன்றில் செயல்படுகின்றன.

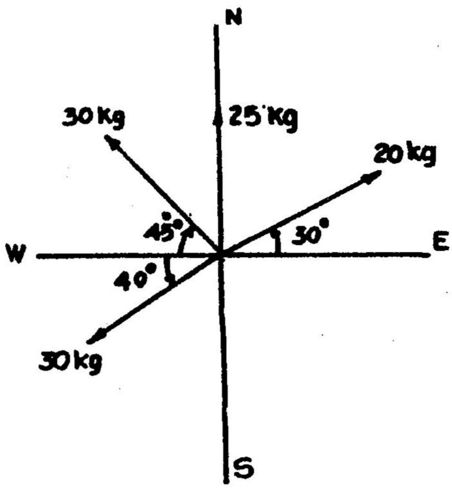
(i) வடகிழக்காக கிழக்கிலிருந்து 30° கோணத்தில் 20 Kg

(ii) வடக்காக 25 Kg

(iii) வடமேற்காக மேற்கிலிருந்து 45° கோணத்தில் 30 Kg

(iv) தென்மேற்காக மேற்கிலிருந்து 40° கோணத்தில் 35 Kg

இவ்விசைக்கோவையின் தொகுபயன் விசையை முற்றிலும் அறிக. (பம்பாய் பல்கலைக்கழகம்)



படம் 1-5

படம் 1–5ல் கொடுக்கப்பட்டுள்ள விசைக்கோவையினைக் காணலாம்.

தொகுபயன்விசையின் அளவு

தொகுபயன் விசை R அளவினதாக இருக்கட்டும். அனைத்து விசைகளையும் கிடைத்திசையில் திசைப்பிரிப்புச் செய்தால்,

$$\Sigma H = 20 \cos 30^\circ + 25 \cos 90^\circ + 30 \cos 135^\circ + 35 \cos 220^\circ \text{ kg}$$
$$= 20 \times .866 + 25 \times 0.00 + 30 \times (-0.707) + 35 \times (-0.766)$$
$$= -30.7 \text{ kg.}$$

அனைத்து விசைகளையும் குத்துத் திசையில் திசைப் பிரிப்புச் செய்தால்,

$$\Sigma V = 20 \sin 30^\circ + 25 \sin 90^\circ + 30 \sin 135^\circ + 35 \sin 220^\circ$$
$$= 20 \times 0.5 + 25 \times 1.0 + 30 \times (0.707) + 35 \times (-0.643)$$
$$= 33.7 \text{ kg.}$$

எனவே, $R = \sqrt{(\Sigma V)^2 + (\Sigma H)^2}$

$$= \sqrt{30.7^2 + 33.7^2} = 45.6 \ kg.$$

தொகுபயன் விசையின் திசை

$$Tan\ \theta = \frac{\Sigma V}{\Sigma H} = \frac{33.7}{-30.7} = -1.098$$

ie. $\theta = 47^\circ 42'$

ΣH எதிர்மறையாகவும், ΣV நேர்மறையாகவும் இருப்பதனால் தொகுபயன் விசை இரண்டாம் கால்பகுதியில் உள்ளது. எனவே

$$\theta = 180 - 47^\circ 42' = 132^\circ 18'$$

அதாவது தொகுபயன் விசை $\overline{R}$ –ன் அளவு = 45.6 kg.

திசை: கிடையிலிருந்து 132° 18′ – அதாவது வடமேற்காக உள்ளது.

11. வரைபடமுறை

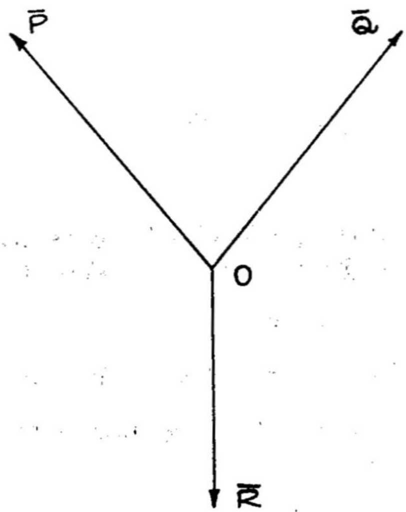
(1) முக்கோண விதி (2) பலகோண விதி (3) வெக்டர் முறை ஆகிய மூன்று முறைகளைப் பின்பற்றி வரைபடங்களின் உதவியால், விசைக்கோவை ஒன்றின் தொகுபயன் விசையைக் கண்டறியலாம்.

(1) முக்கோண விதி: 'ஒரு புள்ளியில் இரு விசைகள் செயல்படுமாயின் அவ்விரு விசைகளையும், முறையாக (in order)

ஒரு முக்கோணத்தின் அடுத்துள்ள இரு பக்கங்களால் குறிப்பிட்டால், அம் முக்கோணத்தின் மூன்றாம் பக்கம், எதிர்த் திசையில் அவ்விரு விசைகளின் தொகுபயன் விசையை அளவாலும் திசையாலும் குறிக்கின்றது' என்பது முக்கோண விதியாகும்.

இலாமித் தேற்றம் (Lamis Theorem): ''ஒரு புள்ளியில் செயல்படும் மூன்று விசைகள் சமநிலையில் இருப்பின், ஒவ்வொரு விசையும் மற்ற இரு விசைகளுக்கு இடையே உள்ள கோணத்தின் சைன் (Sin) மதிப்பிற்கு நேர்விகிதத்தில் இருக்கும்'' என்பது இலாமித் தேற்றமாகும். படம் *1-6*ல் காண்பிக்கப்பட்டுள்ள புள்ளி **'O'** சமநிலையில் இருப்பதாகக் கருதினால்

இலாமித் தேற்றத்தினைக் கொண்டு



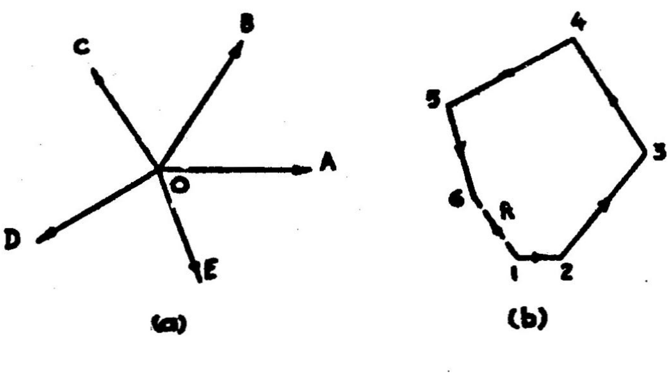
படம் *1-6* இலாமித் தேற்றம்

$$\frac{P}{\sin \widehat{QOR}} = \frac{Q}{\sin \widehat{ROP}} = \frac{R}{\sin \widehat{POQ}} \quad ..(5)$$

என எழுதலாம். இலாமித் தேற்றம் உண்மையில் 'பகுப்பாய்வு முறை' வகையினைச் சார்ந்ததாகும்.

(2) பல கோண விதி இரண்டிற்கு மேற்பட்ட விசைகள் புள்ளி ஒன்றில் செயல்பட்டால், பல கோண விதியைப் பயன்படுத்த லாம். 'ஒரு புள்ளியில் பல விசைகள் செயல்படுமாயின் அப்பல விசைகளையும் முறையாக ஒரு பல கோணத்தின் அடுத்துள்ள பக்கங்களாகக் குறிப்பிட்டால் அப்பலகோணத்தின் மூடும் பக்கம் எதிர்த்திசையில், அப்பலவிசைகளில் தொகுபயன் விசையை அளவாலும், திசையாலும் குறிக்கின்றது' என்பது பலகோண விதியாகும்.

படம் 1-7(a) யில் புள்ளி ஒன்றில் செயல்படும் A,B,C,D மற்றும் E ஆகிய ஐந்து விசைகள் அளவாலும் திசையாலும் குறிக்கப்பட்டுள்ளன. படம் 1-7(b) யில் இவ்விசைகள் முறையாகப் பலகோண ஒன்றின் பக்கங்களாக அளவாலும் திசையாலும் குறிக்கப்பட்டுள்ளன. இப்பலகோணத்தின் மூடும் பக்கமாக அமைந்துள்ள 1-6 (எதிர்த்திசையில் அம்புக்குறி குறிக்கப் பட்டுள்ளதைக் காண்க). கொடுக்கப்பட்டுள்ள விசைகளின் தொகு பயன்விசையை முற்றிலும் குறிக்கின்றது.



படம் 1-7 பல கோண விதி

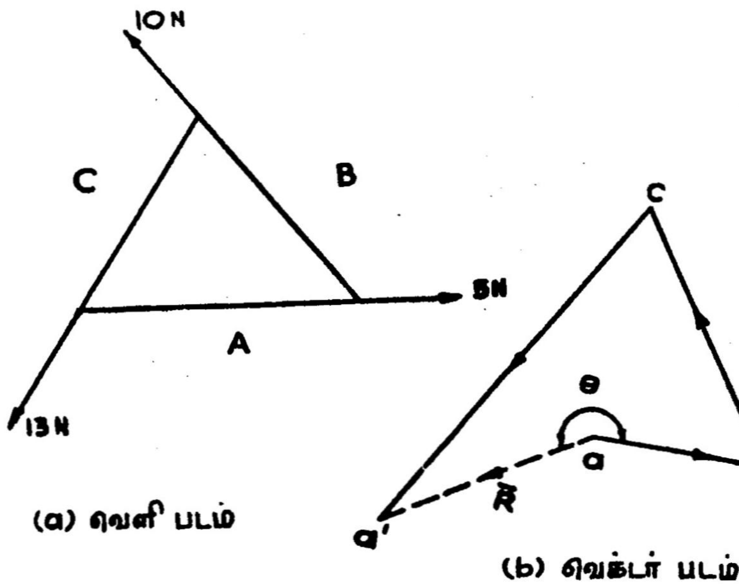
(3) வெக்டர் முறை அடிப்படையில் இம்முறையும், பலகோண விதி முறையும் ஒன்றே. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள வழிகளைப் பின்பற்றி விசைக்கோவை ஒன்றின் தொகுபயன் விசையை அளவாலும் திசையாலும் அறியலாம்.

(i) கொடுக்கப்பட்டுள்ள விசைகளுக்கு இடையே உள்ள கோணம் அவைகளுக்கு இடையே உள்ள தூரம் (ஏதேனும் இருந்தால்), ஆகியவற்றைத் தகுந்த அளவம் (Scale) கொண்டு வரையலாம். இதில், அவற்றின் திசைகளையும் குறிக்கலாம். இதனை 'வெளிபடம்' (space diagram) எனலாம். வெளிபடத்தில் இரு விசைகளுக்கு இடையே உள்ள வெளியை A,B எனக் குறியீட்டு முறையால் பெயரிடலாம். இதனை 'பொளஸ்' குறியீடு (Bow's Notation) என்பர். வெளிபடம் வரையப்பயன்படுத்தப்படும் அளவத்தை வெளி அளவம் (Space scale) என்பர்.

(ii) ஒவ்வொரு விசையையும் அளவாலும், திசையாலும் தகுந்த அளவம் கொண்டு முறையே வரையலாம். இதனை 'வெக்டர் படம்' என்பர். இதனை வரையப் பயன்படும் அளவத்தினை 'வெக்டர் அளவம்' (Vector scale) என்பர்.

(iii) இவ்வெக்டர் படத்தின் மூடும்பக்கம் எதிர்த்திசையில், கொடுக்கப்பட்டுள்ள விசைகளின் தொகுபயன் விசையை முற்றிலும் குறிக்கின்றது.

மாதிரி 3: துகள் ஒன்றில் 5N, 10N மற்றும் 13N ஆகிய மூன்று விசைகள், சமபக்க முக்கோணத்தின் (Equilateral triangle) மூன்று பக்கங்கள் திசையே செயல்படுகின்றன. இவ்விசைக் கோவையின் தொகுபயன் விசையை முற்றிலும் காண்க (மதுரைப் பல்கலைக் கழகம்) படம் *1-8.*



படம் 1- 8

முதலில் 'வெளி' படம் வரைக. இப்படத்தில் விசைகளுக்கு இடையே உள்ள கோணம் 60° இருக்குமாறு (சமபக்க முக்கோணம் என்பதால்) பார்த்துக்கொள்ளவேண்டும். ஆனால் விசைகளின் அளவினை அளவம் கொண்டு வரைய வேண்டுவ தில்லை. விசைகளுக்கு இடையே உள்ள வெளிகளுக்கு A,B,C எனப்பெயரிடுக. இப்பொழுது AB என்றால் விசை 5Nஐயும், BC என்றால் 10Nஐயும், CA என்றால் 13Nஐயும் குறிக்கும்.

பின்னர் வெக்டர் படத்தினைக் கீழ்க்காணும் முறையில் வரைக.

(i) முதலில் தகுந்த அளவத்தினைத் தேர்ந்து எடுக்கவும். விசை $\overline{AB}$ யை வெக்டர் படத்தில் அளவாலும், திசையாலும் குறிப்பிடவும். அது $\overline{ab}$ என இருக்கட்டும். நீளம் $\overline{ab}$ விசை 5N-ஐத் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட அளவத்திற்குக் குறிக்கின்றது. அதேபோல் விசை 5N திசையினையும் $\overline{ab}$ யின் திசை குறிக்கின்றது.

(ii) புள்ளி bயிலிருந்து, விசை 10Nற்கு இணையாக, bc என்னும் கோடு வரைக. bcயின் நீளம் விசை 10Nஐத் தேர்ந்தெடுக்கப் பட்ட அளவத்திற்குக் குறிக்கின்றது.

(iii) பின்னர் புள்ளி Cயிலிருந்து விசை 13Nற்கு இணையாக ca' என்னும் கோடு வரைக.* ca'-ன் நீளம், விசை 13Nஐத் தேர்ந் தெடுக்கப்பட்ட அளவத்திற்குக் குறிக்கின்றது.

(iv) புள்ளிகள் aa' இவற்றினைச் சேர்க்கவும். aa'ன் நீளம் கொடுக்கப்பட்ட விசைகளின் தொகுபயன் விசையின் அளவையும் (தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட அளவத்திற்கு), அதன் திசை தொகுபயன் விசையின் திசையையும் குறிக்கின்றது.

(iv) aa' நீளத்தை அளக்கவும். தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட அளவத்தினால் இந்நீளத்தைப் பெருக்கினால், தொகுபயன் விசையின் அளவு கிடைக்கின்றது. கொடுக்கப்பட்டுள்ள விசைக் கோவையின் தொகுபயன் விசையின்அளவு 7N. அஃது நேர்கோடு abக்கு 202° கோணத்தில் செயல்படுகின்றது.

12. விசையின் திருப்புமை அல்லது திருப்புத் திறன் (Moment of a force)

இதுவரையிலும், புள்ளி ஒன்றில் செயல்படும் விசைகளினால் அப்புள்ளியில் நிகழும் விளைவுகளைக் கண்டோம். இப்பொழுது அவ்விசைகளினால், அவை செயல்படும் புள்ளியல்லாமல் வேறொரு புள்ளியில் நிகழும் விளைவுகளைக் காணலாம். பொருள் ஒன்றில்மேல், விசை செயல்படுவதால் தோன்றும் 'திருப்பு விளைவுகளை' (Turning effects) 'திருப்புமை' அல்லது 'திருப்புத்திறன்' எனலாம். ஒரு குறிப்பிட்ட புள்ளியிலிருந்து ஒரு விசை செயல்படும் கோட்டிற்கு வரையப்படும் செங்குத்துக்கோட்டின் நீளத்தையும் (Perpendicular distance), விசையின் அளவையும் பெருக்கி வரும். தொகை,

---

* கொடுக்கப்பட்டுள்ள விசைக்கோவை சமநிலையில் இருந்தால், புள்ளி a', புள்ளி a வுடன் ஐக்கியமாகிவிடும்.

அப்புள்ளியைப் பற்றி (about the point) அவ்விசையின் திருப்பு மையின் அளவு' என்பது வரையறை. அதாவது.

M = திருப்புமை

F = பொருளின்மேல் செயல்படும் விசையின் அளவு

d = விசை செயல்படும் கோட்டிற்கும், கருதப்பட்டுள்ள புள்ளிக்கும் உள்ள செங்குத்துத்தூரம் எனில்

வரையறையின்படி, திருப்புமை

$M = F \times d$ .....(6) ஆகும்.

13. திருப்புமையின் அலகுகள் (Units of Moment)

திருப்புமை = விசை x செங்குத்துத் தூரம் என்பதால், விசையின் அலகினையும், தூரத்தின் அலகினையும் பொறுத்தே திருப்புமையின் அலகும் அமைந்திருக்கும். விசையின் அலகு கிலோகிராமிலும், தூரத்தின் அலகு மீட்டரிலும் இருந்தால், திருப்புமையின் அலகு 'கிலோகிராம்-மீட்டர்' (kg - m) ஆக இருக்கும். இதேபோல், விசையின் அலகு நியூட்டனிலும் (N) தூரத்தின் அலகு மீட்டரிலும் இருந்தால், திருப்புமையின் அலகு 'நியூட்டன்- மீட்டர் (N - M) ஆக இருக்கும்.

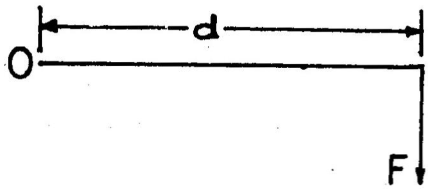
14. திருப்புமையின் வகைகள்

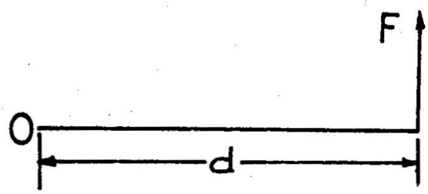
இரண்டு விதங்களில். புள்ளி O –வினைப்பற்றி F என்னும் விசையால் திருப்புமை தோன்றக்கூடும். அவையாவன:

1. வலமுறைத்திருப்புமை 2. இடமுறைத்திருப்புமை

கடிகார முள் சுழலும் திசையில், O என்னும் புள்ளிபற்றி F என்னும் விசையால் திருப்புமை விளையுமானால், அதனை 'வலமுறைத் திருப்புமை' (Clockwise moment) எனலாம். கடிகார முள் சுழலும் திசைக்கு எதிர்த்திசையில் O என்னும் புள்ளி பற்றி F என்னும் விசையால் திருப்புமை விளையுமானால், அதனை 'இடமுறைத்திருப்புமை' (Anticlockwise moment) எனலாம். இவற்றினைப்படம் *1-9* விளக்குகின்றது.

குறிப்பு: வலமுறைதிருப்புமையை நேர்மறையாகவும், இட முறைத் திருப்புமையை எதிர்மறையாகவும் எடுத்துக் கொள்வது மரபு.



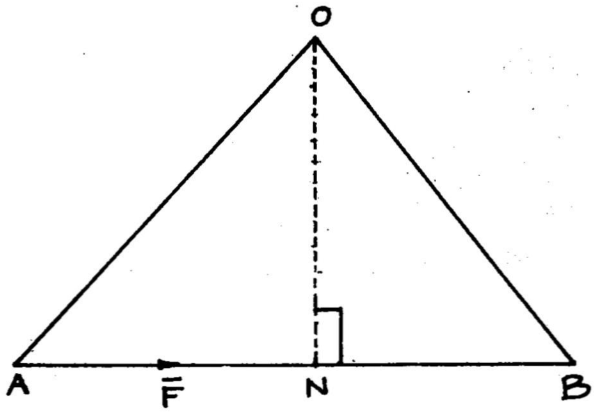


(a) வலமுறைத் திருப்புமை (b) இடமுறைத்திருப்புமை

படம் *1- 9* திருப்புமை

15. திருப்புமை - வடிவக் கணித உருவ அமைப்பு (Geometrical representation of moment)

F என்ற ஒரு விசை AB என்ற கோட்டில் செயல்படட்டும். ABயின் நீளம் தக்க அளவத்தின்படி விசை Fஇன் அளவைக் குறிக்கட்டும். O என்னும் புள்ளியைப்பற்றி Fஇன் திருப்பு மையைக் காணலாம். (படம் *1-10*).



படம் 1 - 10

படத்தில் OA,OB ஆகியவற்றை இணைக்கவும்; O விலிருந்து ABக்கு ON என்ற செங்குத்துக் கோடு வரைக. அக்கோடு ABயை Nல் சந்திக்கட்டும்.

வரையறையின்படி O–வைப்பற்றி, Fஇன் திருப்புத் திறன்

= F x ON

= AB x ON

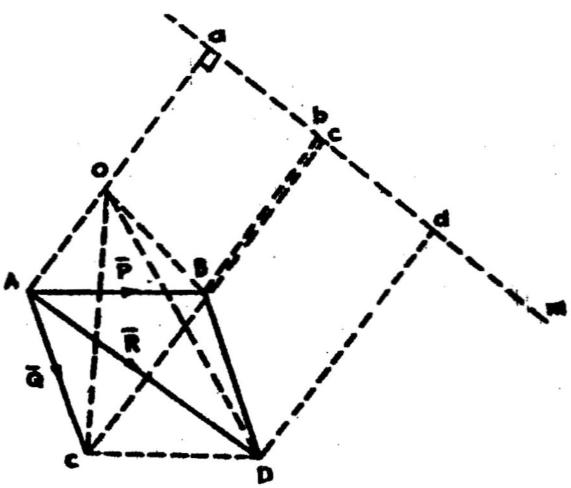
= 2 x முக்கோணம் OAB யின் பரப்பு.

எனவே வடிவக்கணிதத்தின்படி திருப்புமையை நாம் கீழ்க் காணுமாறு விளக்கலாம். கொடுக்கப்பட்டள்ள விசையை அடியாகவும் எந்தப் புள்ளியைப்பற்றித் திருப்புமை தேவைப் படுகிறதோ அதனை உச்சியாவும் கொண்டு அமையும் முக்கோணத்தின் பரப்பின் இருமடங்கு, அப்புள்ளி பற்றிக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள விசையின் திருப்புமை ஆகும்.

16. வேரிக்னான் தேற்றம் (Varignon's Theorem)

திருப்புமையின் அடிப்படைத் தத்துவம் வேரிக்னான் தேற்றத்தில் அடங்கியுள்ளது. 'குறிப்பிட்டதொரு புள்ளி பற்றி, அதன் தளத்திலுள்ள விசைகளின் திருப்புமைகளின் குறிக் கூட்டுத்தொகை (Algebraic sum) அதே புள்ளிபற்றி, அவ்விசைகளின் தொகுபயன் விசையின் (அவ்வாறு ஒரு விசையிருப்பின்)* திருப்புமைக்குச்சமம்' என்பதே வேரிக்னான் தேற்றம் ஆகும்.

படம் *1-11*இல் A என்னும் புள்ளியில் சந்திக்கும் $\overline{P}$ மற்றும் $\overline{Q}$ என்னும் இருவிசைகள் தக்க அளவத்தில் AB மற்றும் AC எனக் குறிக்கப்பட்டுள்ளன. O என்னும் புள்ளி திருப்புமை மையமாக இருக்கட்டும். $\overline{R}$ என்னும் விசை, விசைகள் $\overline{P}$ மற்றும் $\overline{Q}$ இவற்றின் தொகுபயன்விசையாக இருக்கட்டும். படத்தில் தொகுபயன் விசை $\overline{R}$–ஐக்கோடு AD குறிக்கின்றது.



படம் *1-11* வேரிக்னான் தேற்றம்.

---

* இரு சம நேரெதிர் இணை விசைகளிருப்பின், அவற்றின் தொகுபயன் விசை = *0* : அவை சிறப்பாகச் 'சுழலிணை' (Couple) எனப்படும். சுழலிணை இத்தேற்றத்திற்கு விதிவிலக்கு ஆகும்.

புள்ளி O–வையும் A –யையும் இணைக்கவும். AOவிற்குச் செங்குத்தாக 'mm' என்னும் நேர்கோடு வரையவும். OB, OC மற்றும் OD இவற்றை இணைக்கவும். புள்ளிகள் BC மற்றும் D இவற்றை நேர்கோடு மீது 'எறியம்' (Project) செய்யவும்.

$2 \times \Delta OAB$ = O–வைப் பற்றி ABயின் திருப்புமை.

ஆனால், Δ OAB யின் பரப்பு = $1/2 \times OA \times ab$

Δ OAC யின் பரப்பு = $1/2 \times OA \times ac = 1/2 \times OA \times bd.$ ($\because ac=bd$)

Δ OAB யின் பரப்பு + Δ OACயின் பரப்பு = $1/2\ OA\ (ab+bd)$

$= 1/2\ OA \times ad$

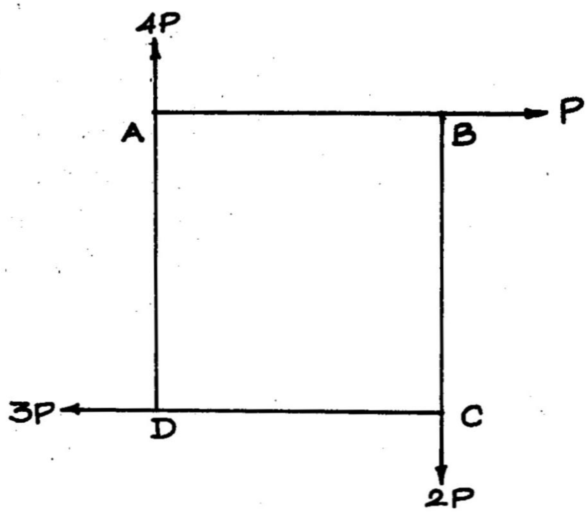
= Δ OADயின் பரப்பு.

எனவே $2 \times \Delta OAB$யின் பரப்பு $+2 \times \Delta OAC$ யின் பரப்பு = $2 \times \Delta OAD$ யின் பரப்பு. le O–வைப்பற்றி ABயின் திருப்புமை + O- வைப்பற்றி ACயின் திருப்புமை = O-வைப்பற்றி ADயின் திருப்புமை.

இதுவே வேரிக்னான் தேற்றம்.

மாதிரி 4: ABCD என்னும் சதுரம் ஒன்றின் நான்கு பக்கங்களின் திசைகளில் முறையே P, 2P,3P மற்றும் 4P ஆகிய நான்கு விசைகள் செயல்படுகின்றன. இவற்றின் தொகுபயன் விசையினை முற்றிலும் அறிக. (இலண்டன் பல்கலைக் கழகம்)

கொடுக்கப்பட்டுள்ள விசைகளின் தொகுபயன் விசை $\overline{R}$ ஆக இருக்கட்டும்.



படம் 1-12

$\overline{R}$ன் அளவு

கிடைத்திசையின் விசைக்கூறுகளின் குறிக்கூட்டுத்தொகை = P-3P = -2P ....(i)

குத்துத் திசையில் விசைக்கூறுகளின் குறிக்கூட்டுத்தொகை =4P - 2P = 2P....(ii)

எனவே $R = \sqrt{(\sum V)^2 + (\sum H)^2}$ என்னும் சமன்பாட்டிலிருந்து

$$R = \sqrt{(2P)^2 + (-2P)^2}$$

$$= 2\sqrt{2}\,P$$

$\overline{R}$ன் திசை

ΣV நேர்மறையாகவும் ΣH எதிர்மறையாகவும் இருப்பதால் 90°க்கும் 180°க்கும் இடையில் கோணம் θ இருக்கவேண்டும்.

$$\tan\theta = \frac{\sum V}{\sum H}$$

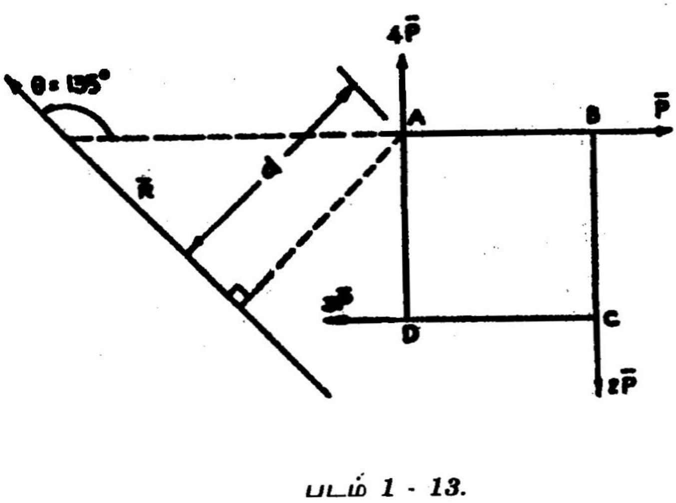
$$= \frac{2P}{-2P} = -1$$

(இங்கு θ = தொகுபயன் விசை, கிடைத்திசையில் தோற்றுவிக்கும் கோணம்.)

எனவே $180° - 45° = 135°$

$\bar{R}$ன் அமைவிடம்

சதுரம் ABCDயின் பக்கம் 'a' என இருக்கட்டும். புள்ளி Aயிலிருந்து தொகுபயன் விசை $\bar{R}$ன் செங்குத்துத்தூரம் 'd' என இருக்கட்டும் (படம் 1-13). புள்ளி Aயினைத்திருப்புமை மையமாக எடுத்துக் கொள்ளலாம்.



படம் 1 - 13.

வேரிக்னான் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்துவோம். புள்ளி A –யைப் பற்றித் திருப்புமை எடுத்தால்,

$$R \times d = 2P \times a + 3P \times a$$

$$2 \quad 2P \times d = 2pa + 3pa$$

$$\therefore d = \frac{5a}{2}$$

17. இணை விசைகள், மற்றும் சுழலிணைகள் (Parallel forces and couples)

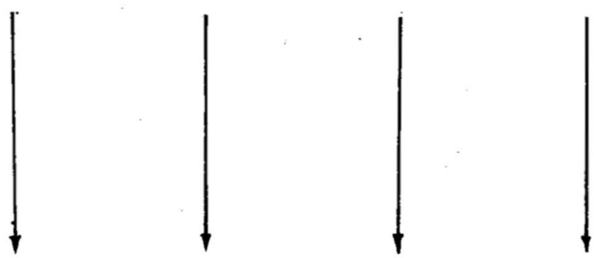
விசைகள் செயல்படும் நேர்கோடுகள் ஒன்றுக்கு ஒன்று இணையாக இருந்தால் அவை 'இணைவிசைகள்' எனப்படும். இணை விசைகளும் அவை செயல்படும் பொருளின்மேல் சில விளைவுகளை ஏற்படுத்துகின்றன. இணை விசைகளை இருவகைப்படுத்தலாம். அவையாவன:

1. ஒருபோகுஇணை விசைகள் (Like parallel forces)

2. எதிர்போகு இணை விசைகள் (Unlike parallel forces)

1. ஒரு போகு இணை விசைகள்

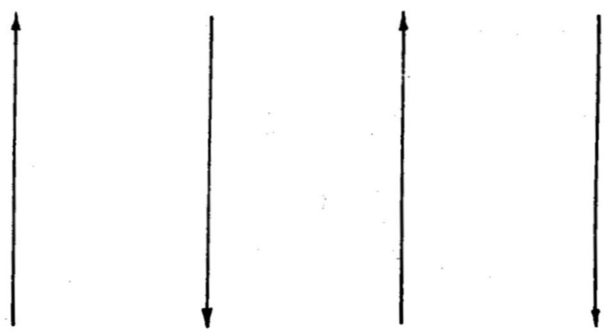
பொருள் ஒன்றின் மேல் செயல்படும் இணைவிசைகள் அனைத்தும் ஒரே திசையில் செயல்பட்டால், அவை 'ஒருபோகு. இணை விசைகள்' எனப்படும். படம் 1-14.



படம் 1 - 14 ஒரு போகு இணை விசைகள்

2. எதிர்போகு இணை விசைகள்

பொருள் ஒன்றின் மேல் செயல்படும் இணைவிசைகளில் ஒன்றோ அல்லது ஒரு சிலவோ எதிர்த்திசைகளில் செயல்பட்டால் அவ்விசைக் கோவையினை எதிர் போகு இணைவிசைக்கோவை எனலாம். (படம் 1-15)



படம் 1 - 15 எதிர்போகு இணை விசைகள்

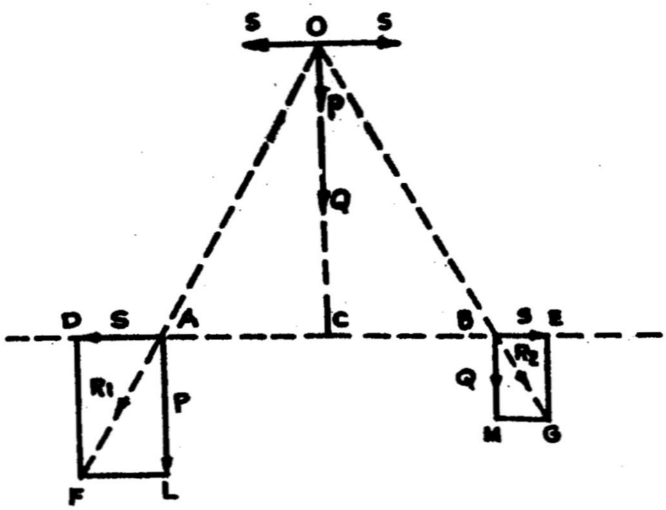
18. இணை விசைக்கோவை ஒன்றின் தொகுபயன் விசையைக் காணும் முறைகள். (Method of finding out the Resultant force of parallel forces)

முன்போலவே, இணைவிசைக்கோவை ஒன்றின் தொகுபயன் விசையை இரு முறைகளில் காணலாம். அவையாவன:

1. பகுப்பு ஆய்வு முறை 2. வரைபட முறை

1. பகுப்பாய்வு முறை

முதலில், இரண்டு ஒரு போகு இணைவிசைகள் ஒரு கட்டிறுக்கப்பொருளின் மேல் செயல்பட்டால், அவற்றின் தொகுபயன் விசையைக் காணும் முறையைப் பார்ப்போம். புள்ளிகள் A மற்றும் B ஆகியவற்றில் முறையே விசைகள் $\overline{P}$ மற்றும் $\overline{Q}$ செயல்படுவதாகக் கொள்வோம். இவற்றின் தொகுபயன் விசையைக் கண்டுபிடிக்க வேண்டியுள்ளது. இவ்விரு விசைகளும் படத்தில் AL மற்றும் BM என்னும் இரு நேர்கோடுகளால் முற்றிலும் குறிக்கப்பட்டுள்ளன. (படம் 1-16)



1 - 16 ஒரு போகு இணைவிசைகளின் தொகுபயன் விசை காணல்

புள்ளிகள் Aயையும் Bயையும் இணைக்கவும். இவ்விரு புள்ளிகளிலும் இருசமமான, நேரெதிர்த்திசைகளில் செயல்படும் S என்னும் விசைகளைப் படத்தில் காண்பித்துள்ளவாறு அறிமுகம் செய்யலாம். படத்தில் இவை AD மற்றும் BE ஆகிய நேர்கோடுகளால் குறிக்கப்பட்டுள்ளன. இவ்விரு விசைகளும் சமமாகவும், ஒரே நேர்கோட்டில் நேரெதிர்த்திசைகளிலும்,

செயல்படுவதால் அவற்றின் அறிமுகம் கொடுக்கப்பட்டுள்ள விசைக்கோவையின் செயல்களில் மாற்றம் ஏதும் விளைவிக்காது.

ALFD மற்றும் BMGE ஆகிய இரண்டு இணைகரங்களைப் பூர்த்தி செய்யவும். இவ்விரு இணைகரங்களின் மூலை விட்டங்களான AF மற்றும் BG ஆகிய இரண்டும் தொகுபயன் விசைகளான $\bar{R}1$ மற்றும் $\bar{R}2$ இவற்றினை அளவாலும் (தக்க அளவத்தில்), திசையாலும் குறிக்கின்றன. இவ்விரு மூலை விட்டங்களும் O என்னும் புள்ளியில் சந்திக்கட்டும். இப்பொழுது புள்ளி Oவிலிருந்து விசைகள் P மற்றும் Q ஆகியவற்றிற்கு இணையாக (நேர்கோடுகள் AL மற்றும் BM ஆகியவற்றிற்கு இணையாக) நேர்கோடு ABயைச் சந்திக்கும் வரை வரைக. இச்சந்திக்கும் புள்ளி C என இருக்கட்டும். படம் ***1-16***ல் இவை விளைக்கப்பட்டுள்ளன.

இப்பொழுது தொகுபயன் விசைகள் $\bar{R}1$ மற்றும் $\bar{R}2$ ஆகியவற்றின் செயல்படு புள்ளிகளை, புள்ளிகள் A மற்றும் B ஆகியவற்றிலிருந்து புள்ளி Oவுக்கு மாற்றம் செய்யலாம். பின்னர் புள்ளி Oவில் தொகுபயன் விசை $\bar{R}1$ ஐ ADக்கு இணையாக விசை $\bar{S}$ ஆகவும், நேர்கோடு OCயின் திசையில் விசை $\bar{P}$ யாகவும் திசைக் கூறிடலாம்; இதேபோல் தொகுபயன் விசை $\bar{R}2$ஐப் புள்ளி Oவில் BEக்கு இணையாக விசை $\bar{S}$ ஆகவும், நேர்கோடு OCயின் திசையில் விசை Qவாகவும் திசைக்கூறு செய்யலாம்.

இப்பொழுது புள்ளி Oவில் செயல்படும் விசைகளுள், சமமாகவும் ஒரே நேர்கோட்டில் நேரெதிர்த்திசைகளில் செயல்படுபவையுமான விசைகள் S ஒன்றையொன்று சமன் செய்துகொள்கின்றன. மிகுதியுள்ள விசைகள் $\bar{P}$ மற்றும் $\bar{Q}$ ஆகியவை O புள்ளி வழியே OC திசையில் செயல்படுகின்றன. அதாவது புள்ளி O வழியே, கொடுக்கப்பட்டுள்ள விசைகளுக்கு இணையாக OC திசையில், $(\bar{P}+\bar{Q})$ விசை செயல்படுகின்றது. இதுவே கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஒரு போகு இணைவிசைகளான $\bar{P}$ மற்றும் $\bar{Q}$ ஆகியவற்றின் தொகுபயன் விசையாகும்.

முக்கோணங்கள் OCA மற்றும் ALF ஆகியவை ஒத்த முக்கோணங்கள் ஆகும். எனவே,

$$\frac{OC}{CA} = \frac{AL}{LF}$$

ஆனால் $\frac{AL}{LF} = \frac{P}{S}$

$$\therefore \frac{OC}{CA} = \frac{P}{S}$$

$$\therefore P \cdot CA = S.OC \qquad \text{....(i)}$$

இதேபோல், ஒத்தமுக்கோணங்களான OCB, BMG ஆகியவற்றிலிருந்து Q.CB = S.OC ....(ii) என்னும் சமன்பாட்டைப் பெறலாம். சமன்பாடுகள் (i) மற்றும் (ii) ஆகியவைகளிலிருந்து

$$P.CA = Q.CB \qquad \text{.....(7)}$$

எனவே $\overline{P}, \overline{Q}$ என்ற ஒருபோகு இணைவிசைகள் முறையே A,B என்ற புள்ளிகளில் செயல்பட்டால் அவற்றின் தொகுபயன் விசை அளவு (P+Q); செயல்படும்புள்ளி, ABயின் மேல் P.CA = Q.CB என்ற சமன்பாட்டின்படி C என அமையும் (அதாவது C என்ற புள்ளி AB என்ற நீளத்தை Q : P என விசைகளின் எதிர் விகிதத்தில் உட்புறத்தில் பிரிக்கும். தொகுபயன் விசையின் திசை, கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஒருபோகு இணை விசைகளான $\overline{P}$ மற்றும் $\overline{Q}$ இவற்றின் திசையில் அமையும்.

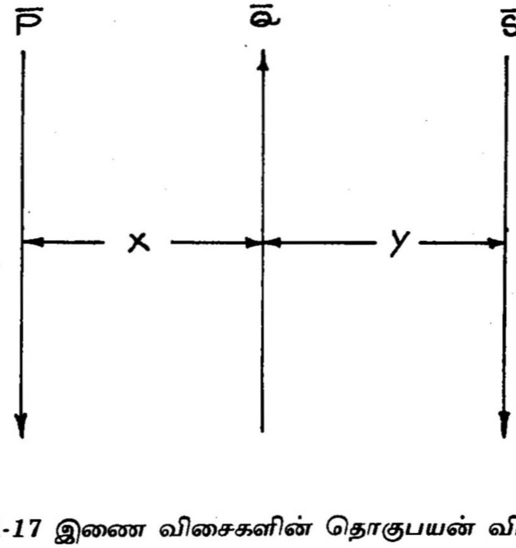
கிளைத்தேற்றம்: விசைகள் $\overline{P}$ மற்றும் $\overline{Q}$ ஆகியவை சமமாக இருந்தால், அவற்றின் தொகுபயன் விசையின் அளவு 2P; செயல்படும் புள்ளி ABயின் மையம்.

இதேபோல் இரண்டு எதிர்போகு இணைவிசைகள் ஒரு கட்டிறுக்கப்பொருளின் மேல் செயல்பட்டால், அவற்றின் தொகுபயன் விசையினைக் காணும் முறை மாணவர்களுக்குப் பயற்சியாக விடப்பட்டுள்ளது. முடிவு மட்டிலும் கீழே தரப்பட்டுள்ளது. மாணவர்கள் சரிபாா்த்துக்கொள்ளவும்.

" $\overline{P}$, $\overline{Q}$ என்ற எதிர்போகு இணைவிசைகள் முறையே A,B என்ற புள்ளிகளில் செயல்பட்டால் அவற்றின் தொகுபயன் விசை P,Q; செயல்படும் புள்ளி C என்பது ABயின் மேல் P.AC = Q.CB என்ற சமன்பாட்டின்படி அமையும் (அதாவது C என்ற புள்ளி AB என்ற நீளத்தை Q : P என்ற விசைகளின் எதிர் விகிதத்தில், வெளிப்புறத்தில் பிரிக்கும். $\overline{P}$ மற்றும் $\overline{Q}$ ஆகியவற்றின் பெரிய விசையின் திசையில், அவ்விரு விசைகளுக்கும் இணையாகத் தொகுபயன் விசை செயல்படும்."

(ii) வரைபட முறை

பல இணைவிசைகள் உள்ள ஒரு விசைக்கோவையைக் கருதலாம். சான்றாக, படம் 1-17ல் எதிர்போகு இணை விசைக்கோவை ஒன்றைக் கருதலாம். கொடுக்கப்பட்டுள்ள விசைகள் $\overline{P}$,$\overline{Q}$ மற்றும் $\overline{S}$ என இருக்கட்டும். அவைகளுக்கு இடையே உள்ள தூரங்கள் முறையே x,y மீட்டர்களாக இருக்கட்டும் பின்வரும் வழிகளில் இவ்விசைக்கோவையின் தொகுபயன் விசையைக் காணலாம்.

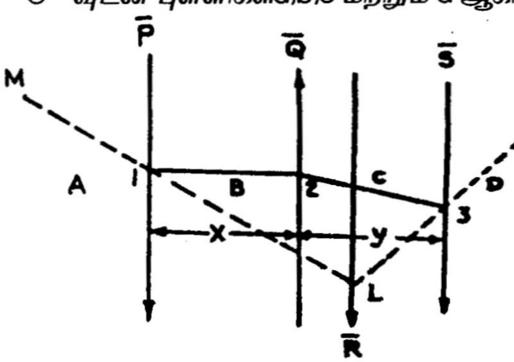


படம் 1-17 இணை விசைகளின் தொகுபயன் விசை காணல்

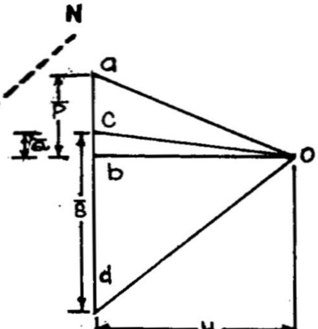
a) 'வெளிபடம்' (spacediagram) ஒன்று வரைக. இவ்வெளி படத்தில் தூரங்கள் x,y மீட்டர்களைத் தக்க அளவம் கொண்டு குறிப்பிடுக. சான்றாக 1 cm = 1 km. இது 'வெளி அளவம்' (space scale) என்பதை அறிக. இவ்வெளி படத்தில் விசைகளின் திசைகளையும் குறிப்பிடுக. மேலும் "பௌளஸ் குறியீட்டை"ப் பயன்படுத்தி விசைகளுக்கு இடையே உள்ள வெளியை முறையே ABCD எனக் குறிப்பிடுக. (படம் *1-18* (a))

b) தக்க அளவம் கொண்டு, விசைகள் $\overline{P}$,$\overline{Q}$ மற்றும் $\overline{S}$ ஆகியவற்றை அவற்றின் திசைகள் மாறாமல், 'வெளி' படத்திலிருந்து போதிய இடைவெளி விட்டு வரைக. [படம் *1-18* (b)]. சான்றாக படம் *1-18* (b) யில் விசைகள் $\overline{P}$,$\overline{Q}$ மற்றும் $\overline{S}$ ஆகியவை முறையே ab,bc மற்றும் cd எனத் தேர்ந்தெடுக்கப் பட்டுள்ள அளவத்தில் குறிக்கப்பட்டுள்ளன. இப்படம் 'வெக்டர் படம்' என்பதை அறிக.

(c) வெக்டர் படத்தில் வசதியாக ஒரு புள்ளியைத் தேர்ந்தெடுக்கவும். இப்புள்ளி O என அழைக்கப்படுகிறது. இதனைத் 'துருவப்புள்ளி' (pole) என்பர். இப்புள்ளிக்கும், கோடு 'ad'க்கும் இடையே உள்ள செங்குத்தான தூரத்தைத் 'துருவ தூரம்' (poledistance) என்பர். (படத்தில் தூரம் H). துருவப்புள்ளி O –வுடன் புள்ளிகள்a,b,c மற்றும் d ஆகியவற்றை இணைக்கவும்.



வெளி அளவம் 1cm :k m
1 - 18 (a) 'வெளி' படம்



வெக்டர் அளவம் 1cm= q kg
1.18 (b) வெக்டர் படம்

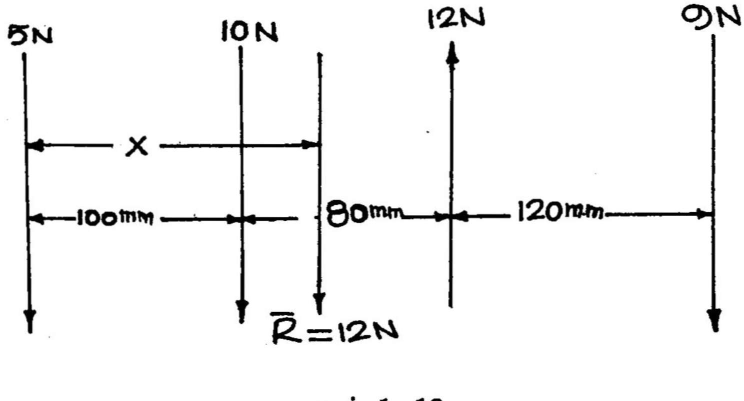
d) விசை $\bar{P}_1$–ன் செயல்படு கோட்டில் 1 என்னும் ஏதேனும் ஒரு புள்ளியை எடுத்துக்கொள்க. அதன் வழியே M1 என்னும் கோட்டினைக் கோடு oa–வுக்கு இணையாக வரைக. புள்ளி 1இலிருந்து, 1,2 என்னும் நேர்கோட்டை obக்கு இணையாக வரைக. இதேபோல், புள்ளி 2 லிருந்து 2,3 என்னும் நேர்கோட்டை ocக்கு இணையாகவும் 3N என்னும் கோட்டை, நேர்கோடு odக்கு இணையாகவும் வரைக.

e) இப்பொழுது நேர்கோடுகள் M1,N3 ஆகியவற்றை நீட்டுக. இவை புள்ளி L–ல் சந்திக்கட்டும். தொகுபயன் விசை செயல்படு புள்ளி L ஆகும். புள்ளி L வழியே, ad –க்கு இணையாக நேர்கோடு வரைக. இதுவே தொகுபயன் விசையின் செயல்படு கோடு ஆகும். இதன் திசை adயின் திசையில் இருக்கும்.

f) இதன் அளவு ad–யின் நீளம் x தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட வெக்டர் அளவம் ஆகும்.

இதே முறையைப் பின்பற்றி ஒரு போகு இணை விசைகளின் தொகுபயன் விசையையும் முற்றிலும் காணலாம்.

மாதிரி 5: கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள விசைக் கோவையின் தொகுபயன் விசையை முற்றிலும் காண்க. (இராஞ்சி பல்கலைக் கழகம்)



படம் 1- 19

பகுப்பாய்வு முறை

(a) வேரிக்னான் முறையைப் பயன்படுத்தித் தொகுபயன் விசையைக் காணுதல்:

தொகுபயன் விசையின் அளவு = 5N + 10N - 12N + 9N = 12N. இஃது விசைகளுக்கு இணையாகக் கீழ்நோக்கிச் செயல்படுகின்றது. இத்தொகுபயன் விசை, விசை 5Nலிருந்து x mm தூரத்தில் செயல்படட்டும். வேரிக்னான் தேற்றத்தின்படி

$$
\begin{aligned}
12\ x &= 10 \times 100 - 12 \times 180 + 9 \times 300 \\
&= 1000 - 2160 + 2700 \\
&= 1540 \\
x &= 128.3 \text{ mm}
\end{aligned}
$$

அதாவது தொகுபயன் விசையின் ($\bar{R}$) அளவு = 12N; 5N விசையிலிருந்து 128.3mm தூரத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள விசைகளுக்கு இணையாகக் கீழ் நோக்கிச் செயல்படுகின்றது.

(b) அடிப்படை முறையில் தொகுபயன் விசையைக் காணுதல்:

முதலில் விசைகள் 5N, 10N ஆகியவற்றின் தொகுபயன் விசையைக் காணலாம். இவற்றின் தொகுபயன் விசை $\bar{R}_1$ என இருக்கட்டும். $\bar{R}_1$ விசையின் அளவு = 5N + 10N = 15N. இஃது செயல்படும் புள்ளி 5N விசையிலிருந்து x_1 தூரத்தில் இருக்கட்டும். சமன்பாடு (7) விருந்து $5\ x_1 = 10\ (100 - x_1)$ என்னும் சமன்பாடு கிடைக்கின்றது.

அதாவது $x_1 = \dfrac{1000}{15} = 66.7$ mm.

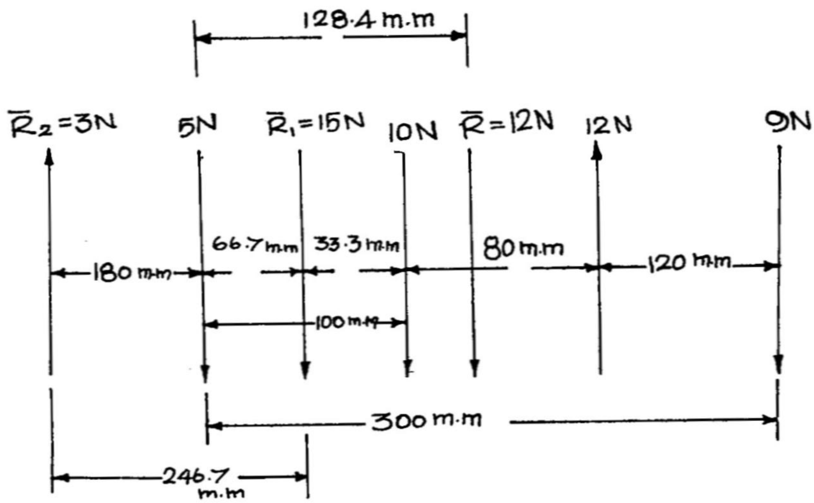
எனவே $\bar{R}_1$ விசை 5N விசையிலிருந்து 66.7 mm தூரத்தில் செயல் படுகின்றது.

இப்பொழுது விசைகள் 12N, 9N இவற்றின் தொகுபயன் விசையைக் காணலாம். இவற்றின் தொகுபயன் விசை $\bar{R}_2$ என இருக்கட்டும். $\bar{R}_2$ வின் அளவு = 12N - 9N = 3N ↑. இஃது செயல்படும்

புள்ளி 9N விசையிலிருந்து X_2 தூரத்தில் இருக்கட்டும். முன்போலவே இப்பொழுதும்

$12 (X_2 - 120) = 9 X_2$ ஆகும்.

அதாவது $3 X_2 = 1440$ அல்லது $X_2 = 480mm$. அதாவது விசை $\bar{R}2$, 9N விசையிலிருந்து 480 mm. தூரத்தில் மேல்திசையில் செயல் படுகின்றது. இப்பொழுது கொடுக்கப்பட்டுள்ள நான்கு விசைகளும் $\bar{R}1$, $\bar{R}2$ ஆகிய இருவிசைகளாகக் குறைந்து உள்ளது. படம் 1-20-ல் இதனைக் காணலாம்.



படம் 1- 20

$\bar{R}1$, $\bar{R}2$ ஆகிய விசைகளின் தொகுபயன் விசை $\bar{R}$ என இருக்கட்டும். 3N விசையிலிருந்து தொகுபயன் விசை $\bar{R}$, X தூரத்தில் செயல்படட்டும்.

$\bar{R}$–இன் அளவு 15N - 3N = 12 ↓

$R_2 x = 15 (x - 246.7)$

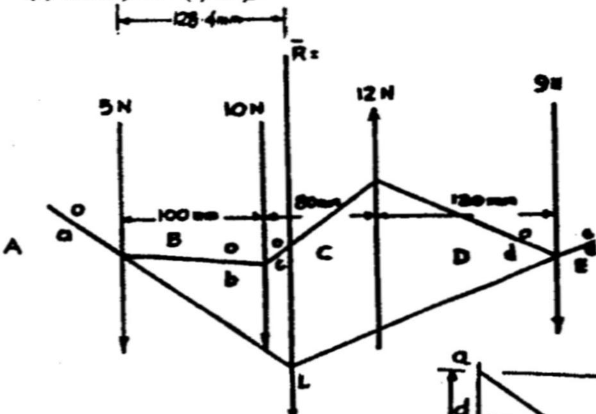
ie $3 x = 15 x - 3700.5$

ie 12 x = 3700.5

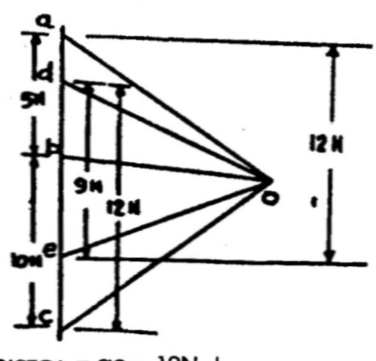
x = 308.4mm.

அதாவது 5N விசையிலிருந்து தொகுபயன் விசை 308.4 - 180 = 128.4mm தூரத்தில் கீழ்நோக்கிச் செயல்புரிகின்றது. அதன் அளவு = 12N.

(ii) வரைபட முறை.



படம் 1- 21 (a) வெளி படம்



1- 21. (b) வெக்டர் படம்

தொகுபயன் விசை R̄ன் அளவு = ae = 12N ↓.

செயல்படுபுள்ளி = 5N விசையிலிருந்து 128.4mm தூரத்தில் (புள்ளி Lல்) பிற விசைகளுக்கு இணையாக அமைந்துள்ளது.

மூன்று விதங்களில் இம்மாதிரி வினா தீர்வு காணப் பட்டுள்ளதைக் கவனி.

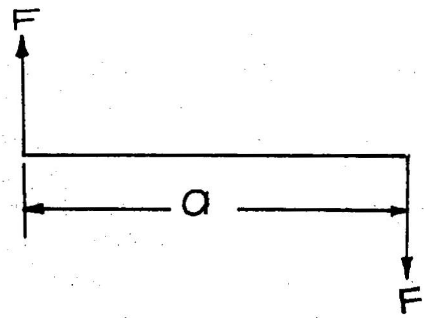
19. சுழலிணை (Couple)

எதிர்போகு இணை விசைகள் $\bar{P}$ மற்றும் $\bar{Q}$ ஆகியவை செயல் படும்போது அவற்றின் தொகுபயன் விசை அளவு P~Q எனவும், இவ்விரு விசைகளுள் பெரிய விசையின் திசையில், இவ்விரு விசைகளுக்கு இணையாக அத்தொகுபயன் விசை செயல்படும் எனவும் கண்டோம். இப்பொழுது $\bar{P} = \bar{Q}$ என இருந்தால் (அதாவது கொடுக்கப்பட்டுள்ள விசைகள் சமமாகவும், இணையாகவும், நேரெதிர்த்திசைகளிலும் செயல்பட்டால்), தொகுபயன் விசையின் அளவு =P-Q=0 ஆகும். அதாவது இருசம எதிர்போகு இணைவிசைகள் செயல்படும்போது, அவற்றை ஒரு ஒற்றை விசையால் மாற்றீடு (Replace) செய்ய இயலாது என அறிகிறோம். இவ்விதமான சிறப்பு நிகழ்வுக்கூற்றில் வரும் இருசம எதிர்போகு இணைவிசைகளை 'சுழலிணை' (Couple) என்பர். சுழலிணையால், பொருள் ஒன்றினை நேர்கோட்டில் நகர்த்த இயலாது. ஆனால், செயல்படும் பொருளின்மேல் சுழற்சியைத் (Rotation) தோற்றுவிக்க அதனால் இயலும்.

இருசம எதிர்போகு இணைவிசைகளுக்கு இடையே உள்ள செங்குத்தான தூரம், அச்சுழலிணையின் கரம் (Arm of the couple) எனப்படும். படம் 1-22ல் சுழலிணையின் கரம் 'a' எனக் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது.

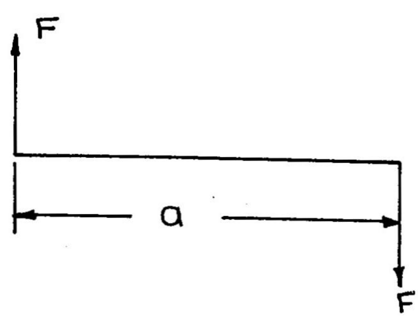
சுழலிணையின் ஏதாவது ஒரு விசையின் அளவையும் (சுழலிணையின் இரு விசைகளும் சமமானவை), அச்சுழலிணை யின் கரத்தையும் பெருக்கிவரும் பலன், 'அச்சுழலிணையின் திருப்புமை' (Moment of the couple) ஆகும். சுழலிணையில் ஒரு விசையை $\bar{F}$ எனவும், சுழலிணைக் கரத்தை 'a' எனவும் கொண்டால் (படம் 1-22),

M = F x a ....(7) ஆகும். இங்கு M = திருப்புமை



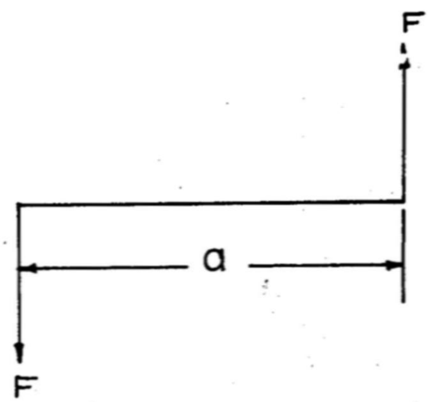
படம் 1- 22 சுழலிணை

சுழலிணையையும் வலமுறைக் சுழலிணை எனவும், இடமுறைச்சுழலிணை எனவும் இரு வகைப்படுத்தலாம். இவற்றை முறையே படம் 1- 23 (a) மற்றும் 1- 23 (b) ஆகியவை விளக்குகின்றன.



(a) வலமுறைச் சுழலிணை

1- 23 சுழலிணை வகைகள்



(b) இடமுறைச்சுழலிணை

20. சுழலிணையின் குணங்கள்

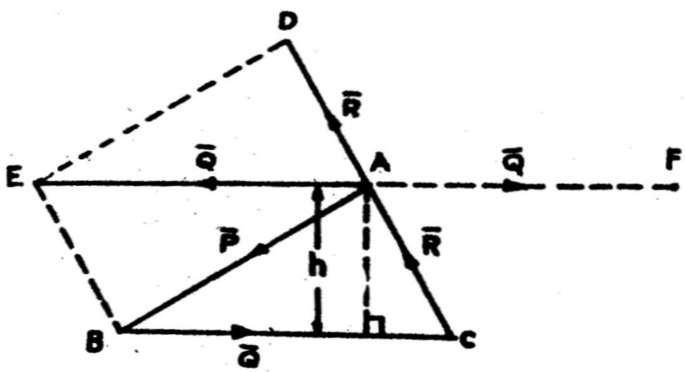
1. சுழலிணை ஒன்றில் உள்ள விசைகளின் குறிக்கூட்டுத் தொகை சுழி (Zero) யாகும்.

2. எந்த ஒரு புள்ளி பற்றியும் சுழலிணை ஒன்றில் உள்ள விசைகளின் திருப்புமைகளின் குறிக்கூட்டுத்தொகையும் ஒன்றே (same). அஃது அச்சுழலிணையின் திருப்புமை ஆகும்.

3. சுழலிணை ஒன்றை, ஒற்றை விசையால் சமன்செய்ய இயலாது. எதிர் முறையில் (opposite sense) செயல்படும் பிறிதொரு சுழலிணையால் மட்டுமே சமநிலைக்குக் கொண்டுவர இயலும்

மாதிரி 6: கட்டிறுக்கப்பொருள் ஒன்றின்மேல் செயல்படும் மூன்று விசைகள், அளவினாலும், திசையினாலும், செயல்படு கோட்டினாலும் ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்களாக,

முறையே குறிக்கப்பட்டுள்ளன. இவ்விசைகள் ஒரு சுழலிணைக்குச் சமம் எனவும், அதன் திருப்புமை, அம்முக்கோணத்தின் பரப்பின் இருமடங்குக்குச் சமம் எனவும் நிரூபி. (ஆக்ஸ்போர்டு பல்கலைக் கழகம்)



படம் 1- 24

கொடுக்கப்பட்டுள்ள விசைகள் $\bar{P}$, $\bar{Q}$ மற்றும் $\bar{R}$ ஆகியவற்றை முறையே முக்கோணம் ABC யின் பக்கங்களான AB, BC மற்றும் CA ஆகியவை குறிக்கட்டும். புள்ளி A வழியே, BC க்கு இணையாக EF என்னும் கோடு வரைக. CA = AD ஆக இருக்குமாறு கோடு CAயை நீட்டுக. புள்ளி Aயில் நேரெதிர்த் திசைகளில் விசை Qவுக்குச் சமமான இரு விசைகளை அறிமுகம் செய்க. இவை கோடுகள் AE மற்றும் AF ஆகும். இணைகரம் ABEDஐ நிறைவு செய்க. இவ்விணைகரத்தின் அடுத்துள்ள பக்கங்கள் AB மற்றும் AD ஆகும். எனவே மூலை விட்டம், $\bar{Q}$ (கோடு AE) விசைகள் $\bar{P}$ மற்றும் $\bar{R}$ ஆகியவற்றின் தொகுபயன் விசையாகின்றது.

எனவே கோடு AFஆல் குறிக்கப்பட்டுள்ள விசை $\overline{Q}$ மற்ற இரு விசைகளான $\overline{P}, \overline{R}$ ஆகியவற்றுடன் சமநிலையில் இருக்கும்.

இப்பொழுது எஞ்சியுள்ள விசைகள் AE திசைகள் செயல்படும் விசை $\overline{Q}$வும், BC திசையில் செயல்படும் விசை Qவும் ஆகும். இவை இரண்டும் சமமாகவும், எதிர்த்திசைகளிலும் ,இணையாகவும் செயல்படுவதால்,இவையிரண்டும் சேர்ந்து சுழலிணை ஒன்றை உருவாக்குகின்றன. Aயிலிருந்து கோடு BCக்கு AH என்னும் செங்குத்துக்கோடு வரைக. AHஇன் உயரம் 'h' என இருக்கட்டும்.

சுழலிணையின் திருப்புமை $M = Q \times h$ ....(i)

முக்கோணம் ABCயின் பரப்பு $= 1/2 \times BC \times h = 1/2 \times Q \times h$ ....(ii)

எனவே சுழலிணையின் திருப்புமை = 2 x முக்கோணம் ABC யின் பரப்பு.

21. விசைகளின் சமநிலை

இப்பொழுது,இரண்டிற்கு மேற்பட்ட விசைகள் ஒரு களத்தில் பல புள்ளிகளில் ஒரு கட்டிறுக்கப்பொருளின்மேல் செயல்படுமாயின்,அவற்றின் விளைவையும், சமநிலைக்குத் தேவையான, போதுமான நிபந்தனைகளையும் பார்ப்போம்.

தேற்றம் 1: 'ஒரு கட்டிறுக்கப் பொருளின் மேல், ஒரு தளத்தில் பல விசைகள் செயல்பட்டால் அவை யாவற்றினையும் (விளைவு மாறாது) அத்தளத்தில் ஏதாவது ஒரு புள்ளியில் செயல்படும் ஒரு விசையாலும்,ஒரு சுழலிணையாலும் மாற்றீடு செய்யலாம்.

இத்தேற்றத்திலிருந்து முக்கியமானதொரு கிளைத்தேற்றம் பெறப்படுகிறது.

கிளைத்தேற்றம்: "தொகுபயன் விசையும்,சுழலிணையின் திருப்புமையும் ஒருங்கே சுழியானால் அவ்விசைக்கோவை செயல்படுவதன் விளைவாக அப்பொருள் சமநிலையில் இருக்கும்." இதனையே சற்று விரிவாகத் தேற்றம் 2ல் காணலாம்.

தேற்றம் 2: ஒரு கட்டிறுக்கப்பொருளின் மேல் ஒரு தளத்தில் வெவ்வேறு புள்ளிகளில் விசைகள் செயல்படுமாயின்,

அப்பொருள் சமநிலையில் இருக்கத்தேவையான, போதுமான நிபந்தனைகள் இரண்டும் ஒருங்கே உண்மையாக வேண்டும்.

1. ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான ஏதாகினும் இருதிசைகளில் (சாதாரணமாக X அச்சு, Y அச்சு இவற்றின் திசைகளை எடுத்துக்கொள்வது வழக்கம்) கொடுக்கப்பட்டுள்ள விசைகளின் திசைக்கூறுகளின் குறிக்கூட்டுத் தொகை தனித் தனியே சுழியாக வேண்டும். அதாவது $\Sigma x=0., \Sigma y=0$ எனக்கணித மொழியில் கூறலாம். இதனையே $\Sigma H=0., \Sigma V=0$ என்றும் கூறுவது மரபு.

2. அத்தளத்தின் ஏதாவது ஒரு புள்ளியைப் பற்றி அவ்விசைகளின் திருப்புமைகளின் குறிக்கூட்டுத்தொகை சுழியாக வேண்டும். அதாவது $\Sigma M = 0$ எனக்கணித மொழியில் கூறலாம்.

22. சமதள ஓர்புள்ளி அமை விசைகளின் சமநிலை காணல்

இருமுறைகளைப் பின்பற்றிச் சமதள ஓர்புள்ளி அமை விசைகளின் சமநிலையைக் காணலாம். அவையாவன:

1. பகுப்பாய்வு முறை 2. வரைபட முறை

1. பகுப்பாய்வு முறை

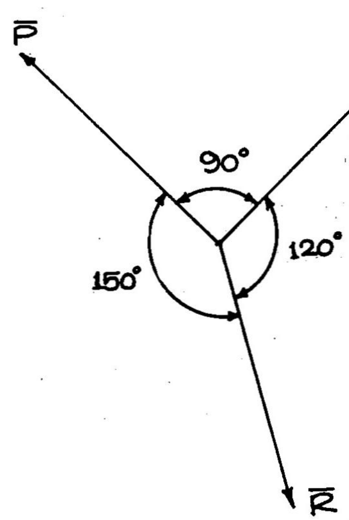
இலாமித்தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி விசைகளின் சமநிலை காணலாம். சமன்பாடு (5) ஐ நினைவு கூர்வோம்.

$$\frac{P}{\sin \hat{QOR}} = \frac{Q}{\sin \hat{ROP}} = \frac{R}{\sin \hat{POQ}} \quad (5)$$

விளக்கத்தினைப் படம் 1-6ல் காணலாம்.

மாதிரி 7: புள்ளி ஒன்றில் மூன்று விசைகள் சமநிலையில் உள்ளன. முதல் இரண்டு விசைகளுக்கும் இடையே உள்ள கோணம் 90°. விசைகள் இரண்டிற்கும். மூன்றிற்கும் இடையே

உள்ள கோணம் 120° இம்மூன்று விசைகளின் விகிதங்களைக் காண்க. (அலிகர் பல்கலைக் கழகம்)



படம் 1- 25

இலாமித் தேற்றத்தின்படி,

$$\frac{P}{Sin\ 120^{\circ}} = \frac{Q}{Sin\ 150^{\circ}} = \frac{R}{Sin\ 90^{\circ}} \quad ....(i)$$

விசை Pயை ஓர் அலகு விசை எனக்கொண்டால்

$$Q = \frac{Sin\ 150^{\circ}}{Sin\ 120^{\circ}} = \frac{0.5}{0.866} = 0.577$$

$$R = \frac{Sin\ 90^{\circ}}{Sin\ 120^{\circ}} = \frac{1}{0.866} = 1.155$$

எனவே P:Q:R = 1:0.577 : 1.155 அல்லது $\sqrt{3}$:1 : 2

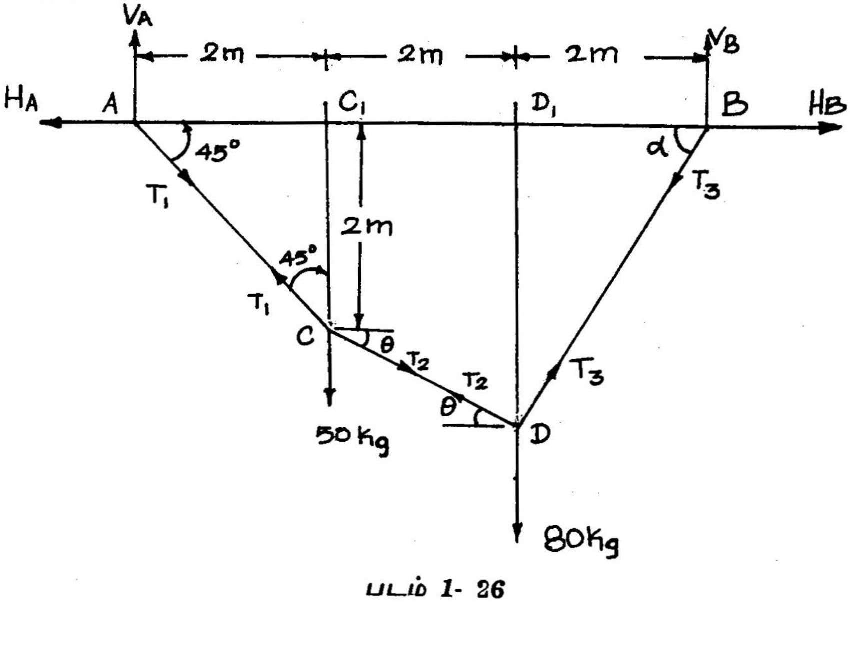
மாதிரி - 8: ACDB என்னும் வடத்தின் நீட்பம் (span) 6m. புள்ளிகள் C மற்றும் D ஆகியவற்றில் முறையே 50 kg. 80 kg விசைகள் செயல்படுகின்றன. தாங்கி A யிலிருந்து புள்ளி C 2m கிடைத்தூரத்திலும் புள்ளி D, 4m கிடைத்தூரத்திலும் உள்ளன. கோடு ABயிலிருந்து புள்ளி C,2m தூரம் கீழே உள்ளது. பின்வரும் கணியங்களைக் (quantity) கண்டுபிடி.

1. தாங்கிகள் A மற்றும் B இவற்றில் செயல்படும் குத்து எதிர் விசைகள் (Vertical Reactions).

2. தாங்கிகள் A மற்றும் B இவற்றில் செயல்படும் கிடை எதிர்விசைகள் (Horizontal Reactions).

3. வடத்தின் எல்லாப்பகுதிகளிலும் விளையும் விசைகள் (சென்னைப் பல்கலைக் கழகம் *'83)*

படத்தில் T1,T2,T3 ஆகியவை முறையே பகுதிகள் AC, CD மற்றும் DB ஆகியவற்றில் தோன்றும் இழுவிசை (Tension) ஆக இருக்கட்டும்.



படம் *1- 26*

சமநிலைச் சமன்பாடுகள்

$\Sigma V = O$ ...... (8)

$\Sigma H = O$ ...... (9)

$\Sigma M = O$ ...... (10)

எனவே $V_A + V_B = 50 + 80 = 130$ kg ...... (I)

$H_A + H_B = O$ ...... (II)

புள்ளி B பற்றித் திருப்புமை எடுத்தால்,

$V_A \times 6 = 50 \times 4 + 80 \times 2 = 360$

$= 360$

ஃ $V_A = 60$ kg

எனவே $V_B = 70$ kg

புள்ளி A யின் சமநிலையைக் கருதுவோம். இலாமித் தேற்றத்தின்படி

$$\frac{V_A}{Sin\ 135^o} = \frac{H_A}{Sin\ 135^o} = \frac{T_1}{Sin\ 90^o}$$

ie $$\frac{60}{Sin\ 135^o} = \frac{H_A}{Sin\ 135^o}$$

ஃ $H_A = V_A = 60\ kg.$

$$T_1 = \frac{V_A}{Sin\ 135^o} \times Sin\ 90^o = \frac{60}{Sin\ 45^o} \times 1 = 84.8\ kg.$$

புள்ளி Cயின் சமநிலையைக் காணலாம்.

இலாமித் தேற்றத்தின்படி,

$$\frac{50}{Sin\ (135 + \theta)} = \frac{84.8}{Sin\ (90 - \theta)} = \frac{T_2}{Sin 135^o}$$

(கோணம் θ, படம் 1-26ல் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது)

$$ie \quad \frac{Sin\ (135+\theta)}{\cos\theta} = \frac{50}{84.8}$$

$$ie \quad \frac{Cos\ (45+\theta)}{Cos\ \theta} = 0.59$$

$$ie \quad 1/\sqrt{2} - 1/\sqrt{2}\ \tan\theta = 0.59$$

$$\therefore 1/\sqrt{2}\ \tan\theta = 0.707 - .59 = 0.117$$

$$\tan\theta = 0.166$$

$$\therefore \theta = \tan^{-1} .166$$

$$\therefore \theta = 9.43^\circ$$

$$= 9^\circ\ 26'$$

$$T_2 = \frac{50}{Sin\ (135 + 9^\circ\ 26^\circ)} \times Sin\ 135^\circ = \frac{50}{Sin\ 144^\circ\ 26^\circ} \times Sin\ 135^\circ$$

$$= 60.8\ kg.$$

இப்பொழுது D_1Dயின் நீளத்தைக் காணலாம். D_1Dயின் நீளம் $= 2 + 2 \times \tan\theta = 2.33$ m.

$$\tan\alpha = \frac{D_1D}{D_1B} = \frac{2.33}{2} = 1.165$$

$$= 49.36^\circ = 49^\circ\ 22'$$

(கோணம் α படம் 1-26ல் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது)

புள்ளி Bயின் சமநிலையைக் காணலாம்.

$$\frac{70}{Sin\ (180 - 49^\circ\ 22')} = \frac{H_B}{Sin\ (90 + 49^\circ\ 22')} = \frac{T3}{Sin\ 90^\circ}$$

$$H_B = \frac{70}{Sin\ 49^\circ\ 22'} \times Cos\ 49^\circ\ 22' = 60.0\ kg.$$

சமன்பாடு (II)லிருந்தும் $H_B = 60.0$ kg. கிடைப்பதாகக் கவனி.

$$T_3 = \frac{70}{Sin\ 49^\circ\ 22'} \times Sin\,90^\circ = 92.25\ kg.$$

விடை:

$V_A = 60\ kg \uparrow.$

$V_B = 70\ kg \uparrow.$

$T_1 = 84.8\ kg$ (இழுவிசை)

$T_2 = 60.8 kg$ (இழுவிசை)

$T_3 = 92.25\ kg$ (இழுவிசை)

$H_A = 60 kg. \leftarrow$

$H_B = 60 kg. \rightarrow$

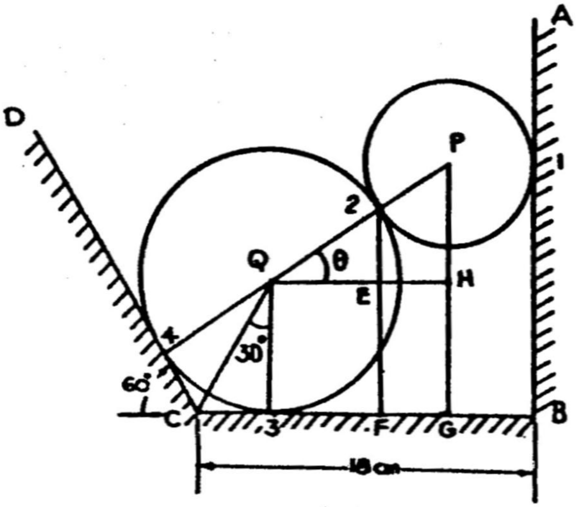
குறிப்பு

உறுப்பு ஒன்றில் இழுவிசை செயல்படும்போது >---< எனவும் அமுக்கவிசை (Compression) செயல்படும்போது <---> எனவும் உறுப்பில் குறிக்க வேண்டும். உறுப்பில் விளையும் எதிர் வினைகளையே அம்புக்குறிகள் குறிக்கின்றன. இழுவிசை, அமுக்கவிசை ஆகியவற்றின் விளக்கங்களை அதிகாரம் 2-ல் காணலாம்.

மாதிரி 9: **படம் 1- 27ல் காண்பிக்கப்பட்டுள்ள பெட்டியினுள் P,Q என்னும் இரு உருளைகள் அமைதிநிலையில் (Rest) உள்ளன. உருளை Pயின் விட்டம் 10cm., எடை 20kg. உருளை Qவின் விட்டம் 18cm., எடை 50kg. பெட்டியின் அடி 18cm. அகலம் கொண்டது. ஒரு பக்கம் செங்குத்தாகவும் மற்றொரு பக்கம் கிடைத்திசைக்கு 60□ சாய்விலும் உள்ளன. நான்கு தொடு புள்ளிகளிலும் (Points of contact) தோன்றும் விசைகளைக் காண்க.**

(இலண்டன் பல்கலைக் கழகம்)

4



படம் 1- 27

தொடுபுள்ளிகள் நான்கும் படத்தில் 1,2,3,4 எனக் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளன. உருளை P யின் சமநிலையை முதலில் கருதுவோம். கீழ்வரும் மூன்று விசைகளால் உருளை P சமநிலையில் உள்ளது.

(i) உருளை Pயின் எடையான 20kg (W1)

(ii) புள்ளி 1- ல் விளையும் எதிர் வினை (R1)

(iii) புள்ளி 2- ல் விளையும் எதிர் வினை (R2)

சுவர் BAவிற்குச் செங்குத்தாக, அதாவது கிடைத்திசையில் R1 செயல்படுகின்றது. எதிர்விசை R2 நேர்கோடு QP திசையில் செயல்படுகின்றது. இப்பொழுது, நேர்கோடு QPயின் சாய்வு கோணத்தைக் கண்டுபிடிக்கலாம்.

கோணம் $Q\hat{C}3 = 60°$

எனவே C3 = Q3 Cot 60°

$= 9 \cot 60^\circ = 9 \times 1/\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$ cm.

GB = 5cm.

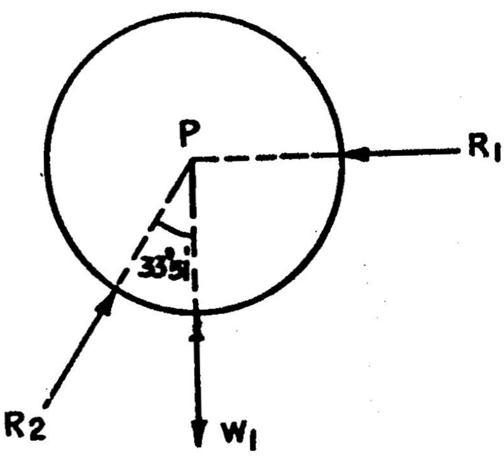
எனவே QH = 3G = 18 = $(5+3\sqrt{3})$ = 7.8cm.

QP = P2 + 2Q = 5 + 9 = 14cm.

$\therefore \cos\theta = \frac{QH}{QP} = \frac{7.8}{14} = 0.56.$

∴ PQH = 56° 9′ கோணம் θ படம் 1-27ல் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது)

உருளை Pயின் 'கட்டற்ற உறுப்பு (Free body) படம் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.



படம் 1- 28 'கட்டற்ற உறுப்பு' படம்

இலாமித் தேற்றத்தின்படி,

$$\frac{W_1}{\sin(90^\circ + 33^\circ 51')} = \frac{R_1}{\sin(180^\circ - 33^\circ 51')} = \frac{R_2}{\sin 90^\circ}$$

$$\frac{20}{Cos 33^{o}\ 51'} = \frac{R_1}{Sin 33^{o}\ 51')} = R_2$$

R_2 = 24.08 kg.

R_1 = 13.41 kg.

இப்போது உருளை Qவின் சமநிலையைக் கருதுவோம். கீழ்க்காணும் விசைகளால் உருளை Q சமநிலையில் உள்ளது.

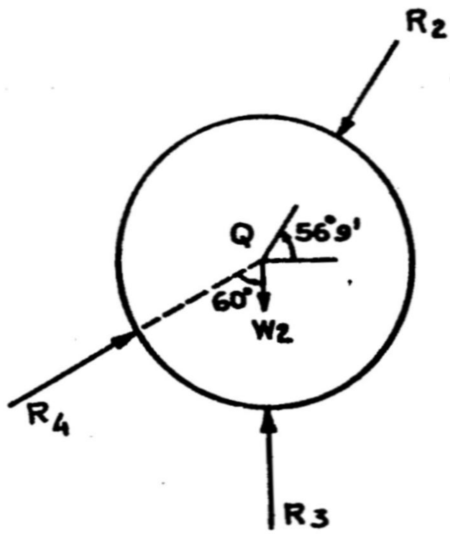
(i) உருளை Qவின் எடையான 50kg (W_2)

(ii) புள்ளி 2- ல் உருளை Pயால் விளையும் எதிர்வினை (R_2)

(iii) புள்ளி 3-ல் தோன்றும் எதிர்வினை (R_3)

(iv) புள்ளி 4- ல் தோன்றும் எதிர்வினை (R_4)

உருளை Qவின் 'கட்டற்ற உறுப்பு'ப் படம் கீழே தரப் பட்டுள்ளது.



படம் 1- 29 'கட்டற்ற உறுப்பு' படம்

இலாமித் தேற்றத்தின்படி,

$$\frac{(R_3 - W_2)}{Sin\,(153^\circ\,51')} = \frac{R_2}{Sin\,60^\circ} = \frac{R_4}{Sin\,146^\circ\,9'}$$

எனவே $R_4 = 24.08 \times \frac{Sin\,146^\circ\,9'}{Sin\,60^\circ} = 15.5\,kg.$

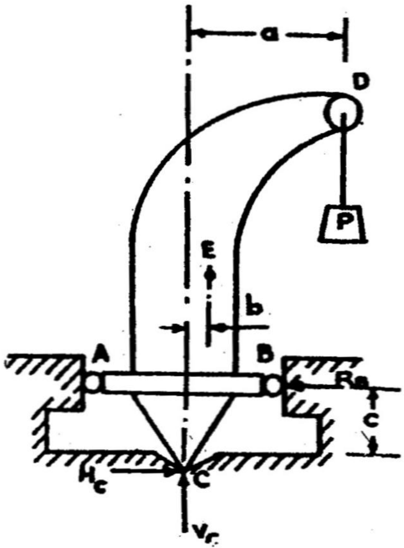
மேலும் $(R_3 - 50) = 24.08 \times \frac{Sin\,153^\circ\,51'}{Sin\,60^\circ} = 12.25\,kg.$

$$R_3 = 50 + 12.25 = 60.25\text{ kg.}$$

விடை:

$R_1 = 13.41$ kg., $R_2 = 24.08$ kg., $R_3 = 62.25$ kg., $R_4 = 15.5$ kg.

மாதிரி 10: சுழலும் பளுதூக்கி (Crane) ஒன்று C என்ற புள்ளியை ஆதாரமாகக் கொண்டு சுழல வல்லது. A மற்றும் B ஆகிய இடங்களில் உள்ள உருளைத்தாங்கிகள் பளுதூக்கிக்குக் கூடுதல் ஆதாரமாக உள்ளன. பளுதூக்கியிலுள்ள D என்னும் புள்ளியில், P என்னும் விசையும் E என்ற புள்ளியில் பளுதூக்கியின் எடை Wவும் படம் ***1- 30***ல் காண்பித்துள்ளவாறு செயல்படுகின்றன. P=4T, W=2T, a=3.0m, b=0.9m மற்றும் C=1.8m எனில், புள்ளிகள் B மற்றும் C ஆகியவற்றில் தோன்றும் எதிர்வினைகள் R_B மற்றும் R_C ஆகியவற்றைக் கண்டுபிடி. உராய்வைப் புறக்கணிக்கவும். (இலண்டன் பல்கலைக் கழகம்)



படம் 1-30 பளு தூக்கியின் சமநிலை

சமநிலையின் விதிகள்

$\Sigma V = 0$; $\Sigma H = 0$ மற்றும் $\Sigma M = 0$

புள்ளி Bயில் எதிர்வினை பரப்பிற்குச் செங்குத்தான திசையில் செயல்படுகின்றது. அதாவது கிடைத்திசையில் செயல்புரிகின்றது. புள்ளி Cயில் தோன்றும் எதிர்வினையைக் கிடைத்திசையில் H_C எனவும் குத்துத் திசையில் V_C எனவும் திசைக்கூறு செய்யலாம்.

$\Sigma V = 0$ .... (8)

ie $V_C - W - P = 0$

$V_C = P + W = 4 + 2 = 6T \uparrow$

$\Sigma H = 0$ ....(9)

$H_C - R_B = 0$

∴ $H_C = R_B$ ....(i)

$\Sigma M = 0.$

புள்ளி Cயைப் பற்றித்திருப்புமை கணக்கிடலாம்.

$R_B \times C - W \times b - P \times a = 0$ ....(ii)

ie $R_B \times 1.8 = 2 \times 0.9 + 4 \times 3$

$= 1.8 + 12 = 13.8$

$$R_B = \frac{13.8}{1.8} = 7.7\,t \leftarrow$$

சமன்பாடு (i)ன் படி $H_C = R_B = 7.7t$ (அளவில்)

∴ $H_C = 7.7t \rightarrow$

எனவே, புள்ளி Cயில் தோன்றும் எதிர்வினை,

$$R_C = \sqrt{V_C^2 + H_C^2}$$

$$= \sqrt{6^2 + 7.7^2}$$

$$= 9.75\,t$$

(ii) வரைபட முறை: இம்முறை முன்னரே விளக்கப்பட்டுள்ளது.

23. சமநிலை நிபந்தனையைப் பயன்படுத்தி எதிர்வினை காணல் (Finding out Reactions using the coditions of equilibirum)

பொறியியலில், விட்டங்கள் (beams), சட்டகங்கள் (Frames) ஆகியவை பெருமளவிற்குப் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. இவ்வுறுப்புகளின் மேல் பலவகையான விசைகள் (அல்லது பளுக்கள் (Loads)) செயல்படுகின்றன. இவ்வுறுப்புகளின் சமநிலையைக் காப்பதற்கு அவைகளுக்கு ஆதாரமாக உள்ள தாங்கிகள் (supports) எதிர்வினைகளைத் தோற்றுவிக்கின்றன. எனவே சமநிலை நிபந்தனையைப் பயன்படுத்தி விட்டம் சட்டகங்கள் ஆகியவற்றைத் தாங்கி நிற்கும் தாங்கிகளில் தோன்றும் எதிர்வினைகளை அறியலாம். தாங்கிகளின் வகைகளுக்கு ஏற்ப, அவற்றில் தோன்றும் எதிர்

வினைகளின் தன்மைகளும் மாறுபடுவதால், முதலில் தாங்கிகளின் வகைகளைப் பற்றிக் காண்போம். *

24. தாங்கிகளின் வகைகள்

(i) கீலகத் தாங்கி (Hinged support)

கீலக முனையில் எதிர்வினைகள் எந்த ஒரு திசையிலும் செயல்படக்கூடும். அதாவது கிடைத்திசையிலும், குத்துத் திசையிலும் எதிர் வினைகள் செயல்படக்கூடும். ஆனால், இம்முனைகள் சுழற்சியை (Rotation) அனுமதிப்பதால், திருப்புமை தோன்ற வாய்ப்பு இல்லை. கணித மொழியில்

$\Sigma M = 0.$

(ii) உருளை முனை (Roller end)

உருளை முனைகள் தாங்கிகளின் மேற்பரப்பிற்கு இணையாக நகரக்கூடுமாதலால், இம்முனைகளில் பரப்பிற்குச் செங்குத்தாகவே எதிர்வினை செயல்படக்கூடும்; பரப்பிற்கு இணையாக எதிர்வினை செயல்பட இயலாது. தாங்கியின் மேற்பரப்பு கிடையாக இருந்தால், எதிர்வினை குத்துத் திசையில் செயல்படும். கிடைத்திசையில் செயல்படுவதில்லை. மேலும், இம்முனைகளில் திருப்புமை சுழியாகும். கணித மொழியில்

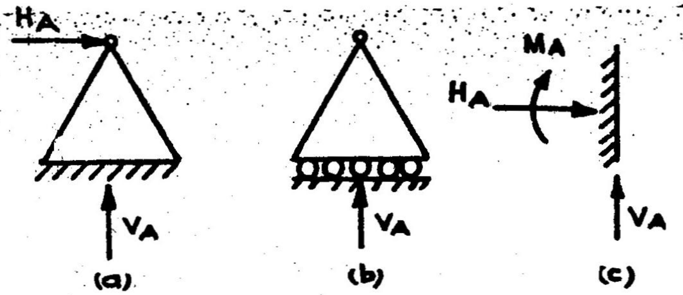
$\sum H = 0., \sum M = 0$

(iii) பிடிமான முனைகள் (Fixed ends)

இம்முனைகளில், விசைகள் எந்தத் திசையிலும் செயல்படக் கூடும். இதேபோல் திருப்புமையும் செயல்படக்கூடும். படம் **1-31** இவற்றை விளக்குகின்றது.

---

* அதிகாரம் **6**-ல் தாங்கிகளின் வகைகள் விரிவாகத் தரப்பட்டுள்ளது.

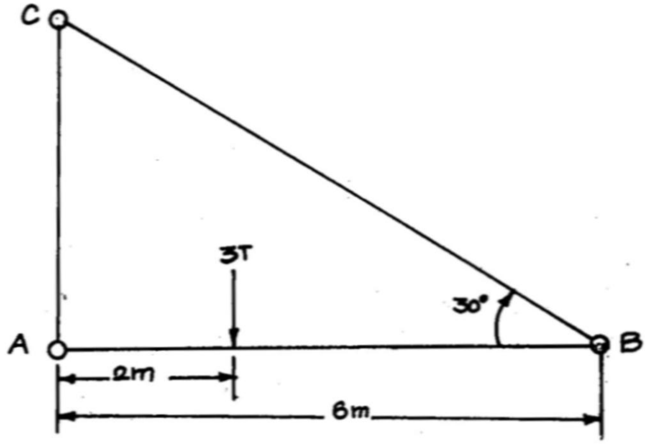


படம் 1- 31 தாங்கிகளின் வகைகள்

மாதிரி 11

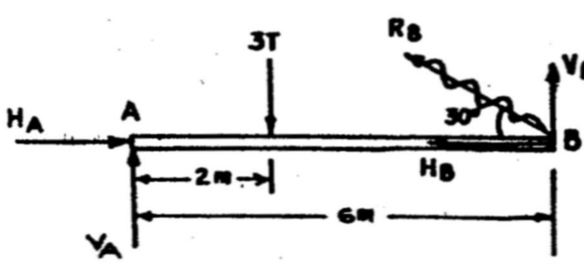
படம் 1-31 ல் விட்டம் AB காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது. கீலக முனை A சுவரில் உள்ளது. மற்றொரு கீலக முனையான B சங்கிலி ஒன்றால் படத்தில் உள்ளவாறு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு 3T விசை முனை A யிலிருந்து 2m தூரத்தில், விட்டம் ABயின் மேல் செயல்படுகிறதெனில், தாங்கிகள் A மற்றும் B இவற்றில் தோன்றும் எதிர் வினைகளை அறிக.

(சென்னைப் பல்கலைக் கழகம்)



படம் 1-31 விட்டம்.

ABயின் 'கட்டற்ற உறுப்பு'ப் படம் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.



படம் 1- 32 விட்டத்தின் 'கட்டற்ற உறுப்பு'

கமநிலைச் சமன்பாடுகளை இப்போது பயன்படுத்தலாம்.

$H_A - H_B = 0 \; (\because \Sigma H = 0)$ ....(i)

$V_A + V_B - 3 = 0 \; (\because \Sigma V = 0)$ ....(ii)

புள்ளி B பற்றித் திருப்புமை கணக்கிட்டால்,

$V_A \times 6 - 3 \times 4 = 0 \; (\because \Sigma M = 0)$ ....(iii)

சமன்பாடு (iii)லிருந்து VA = 2T ↑ என்னும் மதிப்பு கிடைக்கின்றது.

சமன்பாடு (ii)லிருந்து VB = 1T ↑ என்னும் மதிப்பு கிடைக்கின்றது.

புள்ளி B யின் சமநிலையைக் கருதினால்,

$R_B \times \sin 30^\circ = V_B$ ....(iv)

$$R_B = \frac{V_B}{\sin 30^\circ} = \frac{1}{\sin 30^\circ} = 2T$$

எனவே,

$H_B = R_B \times \cos 30^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}\ T \leftarrow$ ஆகும். சமன்பாடு (i)லிருந்து $H_A = 3\ T \rightarrow$ என்னும் மதிப்பு கிடைக்கின்றது. எனவே,

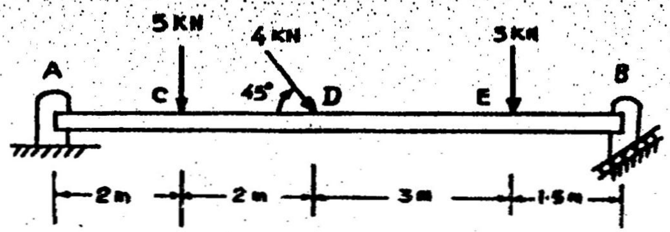
$$R_A = \sqrt{V_A{}^2 + H_A 2}$$

$$= \sqrt{2^2 + \sqrt{3}^2} = \sqrt{4 + 3}$$

$$R_A = \sqrt{7} = 2.65\ T$$

$$R_B = 2\ T$$

மாதிரி 12: 8.5m நீளமுள்ள AB என்னும் விட்டத்தின் ஒரு முனையான A கீலகத் தாங்கியின் மேலும், மறுமுனையான B, 45° கோணத்தில் அமைந்துள்ள உருளைத்தாங்கியின் மேலும் படத்தில் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளவாறு தாங்கப்பட்டுள்ளன. படத்தில் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளவாறு விட்டத்தின்மேல் பளுக்கள் ஏற்றப்பட்டுள்ளன. தாங்கிகள் A மற்றும் B ஆகியவற்றில் தோன்றும் எதிர் வினைகளைக் கண்டுபிடி. (கேம்பிரிட்ஜ் பல்கலைக் கழகம்)

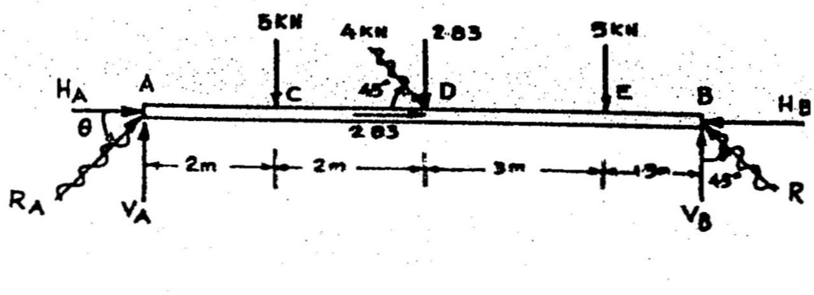


படம் *1-33*

இக்கணிதத்தை இருமுறைகளிலும் தீர்க்கலாம்.

(i) பகுப்பாய்வு முறை

விட்டம் ABயின் கட்டற்ற உறுப்புப் படம் *1-34*ல் தரப்பட்டுள்ளது.



படம் *1- 34* விட்டத்தின் 'கட்டற்ற உறுப்புப்' படம்

சமநிலைச் சமன்பாடுகளைப் பயன்படுத்தலாம்.

$\Sigma V = 0$ ....(8)

எனவே

$V_A + V_B = 5 + 2.83 + 5 = 12.83N$ .....(I)

$\Sigma H = 0$ ....(9)

எனவே

$H_A + 2.83 - H_B = 0$

ie $H_A - H_B = -2.83$ ....(ii)

புள்ளி Bயைப்பற்றித் திருப்புமை கணக்கிடலாம்.

$\Sigma M = 0$ ....(10)

எனவே,

$V_A \times 8.5 = 5 \times 6.5 + 2.83 \times 4.5 + 5 \times 1.5$

ஃ $V_A = 6.2$ KN

சமன்பாடு (I)லிருந்து $V_B = 6.63$ KN

R_B கிடைத்திசைக்கு 45° கோணத்தில் சாய்ந்திருப்பதால்

$H_B = 6.63$ KN.

$R_B = \sqrt{6.63^2 + 6.63^2} = 9.4$ KN.

சமன்பாடு (ii)லிருந்து HA = 3.80 KN.

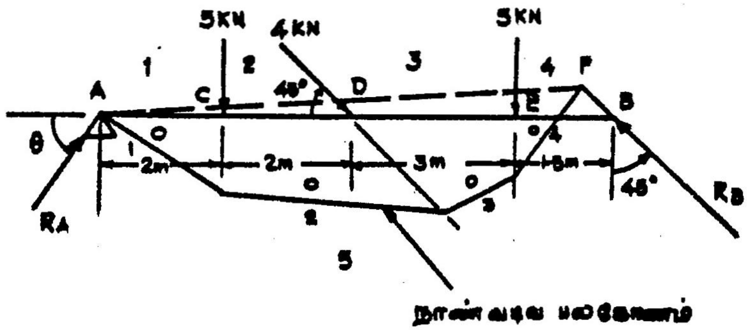
$R_A = \sqrt{6.2^2 + 3.8^2} = 7.3$ KN.

$$\tan\theta = \frac{V_A}{H_A} = \frac{6.2}{3.8}$$

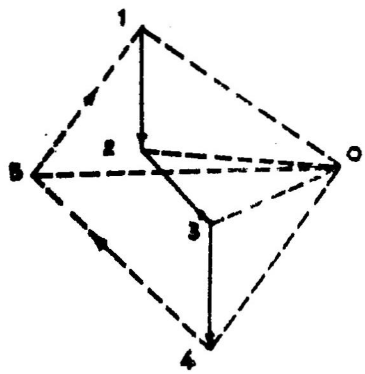
அதாவது $\theta = 58^\circ\ 30'$

(ii) வரைபட முறை: முதலில் 'வெளிபடம்' வரைக (படம் 1- 35 (a) தக்க அளவம் கொண்டு இவ்வெளிபடம்'

வரையப்படல் வேண்டும். படத்தில் விசைகளின் கோணத்தையும், திசைகளையும் தவறாமல் குறிப்பிடுக.



(a) 'வெளி' படம்



(b) வெக்டர் படம்

படம் *1 - 35* வரைபட முறை

பொளஸ் குறியீட்டினைப் படத்தில் காண்பித்துள்ளவாறு விசைகளின் செயல்படு கோடுகளுக்கு இடையே உள்ள 'வெளி' களில் குறிப்பிடுக. படத்தில் இவை *1,2,3....* என எண்ணிக்கை தரப்பட்டுள்ளன. இதுவே 'வெளிபடம்' ஆகும்.

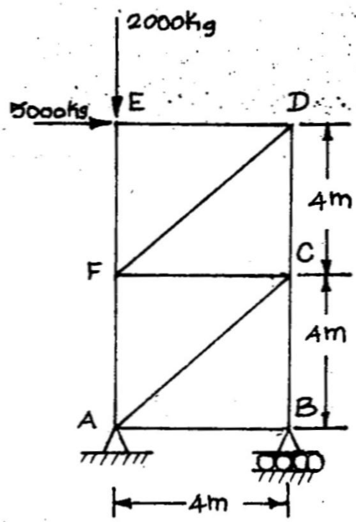
பின்னர் தக்க அளவம் கொண்டு வெக்டர் வரைபடம் வரைக. இப்படத்தில் விசைகள் முற்றிலும் குறிக்கப்படவேண்டும். வெக்டர் படத்தில் 'O' என்னும் துருவப்புள்ளியைத் தேர்ந்தெடுத்து அதிலிருந்து புள்ளிகள் 1,2,3 மற்றும் 4 ஆகிய கதிர்கள் (Rays) வரைக. இக்கதிர்களுக்கு இணையாக, புள்ளி Aயில் துவங்கி, அக்கதிர்களுக்கு ஒத்த வெளிகளில் (corresponding spaces) விசைகள் செயல்படுகோடுகளைச் சந்திக்குமாறு, படம் 1-35 (a) யில் காண்பித்துள்ளவாறு 'நாண் வடிவப்பலகோண உருவம்' ஒன்று (Funicular polygon) வரைக. இப்பலகோணம் விசை R_Bயின் செயல்படு நேர்கோட்டினைப் புள்ளி Fஇல் சந்திக்கட்டும். புள்ளிகள் A,F இவற்றைச் சேர்க்கவும். இதுவே நாண் வடிவப் பலகோணத்தின் மூடும் கோடாகும். (Closing line of the Funicular polygon) வெக்டர் படத்தில் புள்ளி O வழியே, மூடும் கோடான AFக்கு இணையாக O5 என்னும் கோடு ஒன்று வரைக. விசை 4.5 (ie R_B) 45° கோணத்தில் சாய்ந்துள்ளமையால் (கிடைத்திசைக்கு) வெக்டர் படத்தில், புள்ளி 4 வழியே, 45° கோணத்தில் (R_B செயல்படுகோட்டுக்கு இணையாக) நேர்கோடு வரைக. இக்கோடு, O5 கோட்டினைப் புள்ளி 5-ல் சந்திக்கட்டும். புள்ளி 5-ஐயும், புள்ளி 1- ஐயும் சேர்க்கவும். நேர்கோடு 4-5 எதிர்வினை R_Bயை அளவாலும் (தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட அளவத்தில்) திசையாலும் குறிக்கின்றது. இதே போல் 5-1 எதிர்வினை R_Aயை முற்றிலும் குறிக்கின்றது.

R_B = 9.45 KN

R_A = 7.4 KN

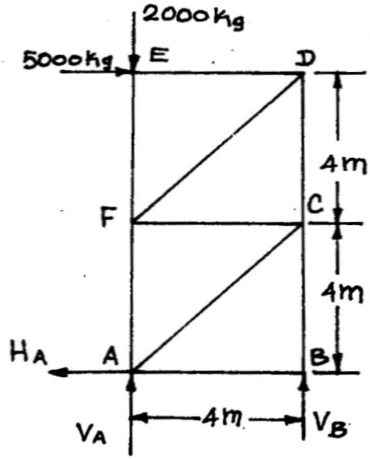
கிடைத்திசைக்கு R_Aயின் சாய்வு, θ = 58°

மாதிரி 13: சட்டகம் (frame) ஒன்றுபடம் 1- 36ல் காண்பிக்கப் பட்டுள்ளது. தாங்கிகள் A மற்றும் B ஆகியவற்றில் தோன்றும் எதிர்வினைகளைக் காண்க.



படம் 1- 36 சட்டகம்

சட்டகத்தின் 'கட்டற்ற உறுப்பு'ப் படம் கீழே தரப் பட்டுள்ளது.



படம் 1- 37 சட்டகத்தின் 'கட்டற்ற உறுப்பு'

எதிர்வினைகளின் திசைகள் படத்தில் (படம் 1-37) காண்பிக்கப்பட்டுள்ளவாறு இருப்பதாகக் கொள்வோம். விடையில் எதிர்மறைக் குறி கிடைத்தால், அக்குறிப்பிட்ட விசை கருதப்பட்டுள்ள திசைக்கு எதிர்த்திசையில் செயல்படுவதாக எடுத்துக்கொள்ள வேண்டும்.

சமநிலைச் சமன்பாடுகளைக் காணலாம்.

$\Sigma V = 0$ ....(8)

ie $V_A + V_B = 2000$ kg. ....(i)

$\Sigma H = 0$ ....(9)

$H_A - 5000 = 0$ ....(ii)

ie $H_A = 5000$ kg. ←

$\Sigma M = 0$ ....(10)

புள்ளி A பற்றித்திருப்புமை கணக்கிடலாம்.

$V_B \times 4 - 5000 \times 8 = 0$ .....(iii)

ie $V_B = 1000$ kg. ↑

சமன்பாடு (ii)லிருந்து

$V_A = -8000$ kg. எனக் கிடைக்கின்றது.

அதாவது $V_A = 8000$ kg; கீழ்நோக்கிச் செயல்படுகின்றது.

பயிற்சி -1

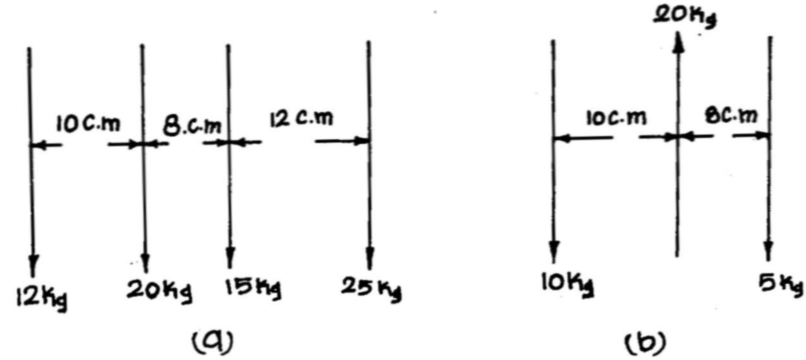
வினா 1: ஒரு ஒழுங்கான அறுகோணத்தின் (Regular hexagon) ஒரு மூலையிலிருந்து மற்ற ஐந்து மூலைகளை நோக்கி முறையே 2,3,4,5 மற்றும் 6kg. விசைகள் செயல்படுகின்றன. இந்த விசைக்கோவையின்தொகுபயன் விசையை அளவினாலும், திசையினாலும் அறிக. (கேம்பிரிட்ஜ் பல்கலைக் கழகம்)

வினா- 2: $\overline{P}$ மற்றும் $\overline{Q}$ ஆகிய இருவிசைகளின் தொகுபயன் விசை $\overline{R}$. விசை $\overline{Q}$ இருமடங்கானால், தொகுபயன் விசை $\overline{P}$ விசைக்குச் செங்குத்தாக உள்ளது. விசை $\overline{Q}$ = விசை $\overline{R}$ என நிரூபி.

(இரான்ச்சி பல்கலைக் கழகம்)

வினா- 3: 4N,3N, 2N மற்றும் 1N ஆகிய விசைகள் குறிப்பிட்டதொகு கோட்டுடன் முறையே 20□,40□,60□ மற்றும் 80□ கோணங்களில் புள்ளி ஒன்றின் மேல் செயல்புரிகின்றன. இவ்விசைக் கோவையின் தொகுபயன் விசையைப்பகுப்பாய்வு முறையினாலாவது அல்லது வரைபட முறையினாலாவது கண்டுபிடி. (ஜாதவ்பூர் பல்கலைக் கழகம்)

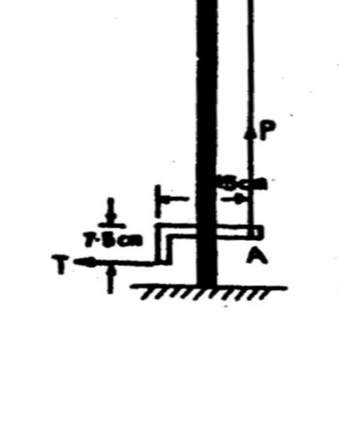
வினா-4: கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள இணைவிசைக் கோவைகளின் தொகுபயன் விசையை, பகுப்பாய்வு முறையினாலாவது அல்லது வரைபட முறையினாலாவது முற்றிலும் (அளவு, திசை மற்றும் செயல்ப்டு புள்ளி) கண்டுபிடி.



வினா (படம் 1 - 4)

வினா-5: படத்தில் காண்பிக்கப்பட்டுள்ள சைகை (Signa)யில் பயன்படுத்தப்படும் இயக்கும் கம்பிகளில் தோன்றும் இழுவிசைகளைக் கண்டுபிடி.

(அண்ணாமலைப் பல்கலைக் கழகம்)

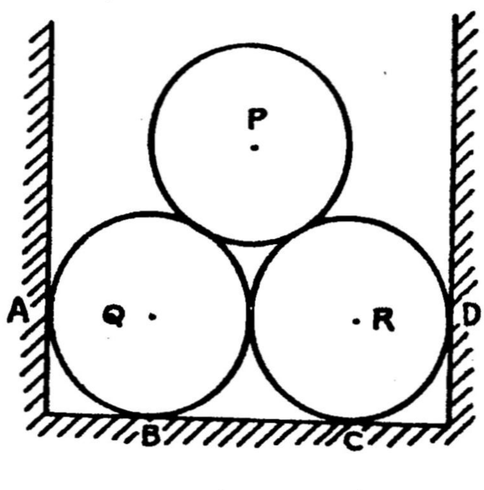


வினா (படம் 1 - 5)

வினா- 6: ABCD என்னும் நீண்ட சதுரத்தில் (Rectangle) AB = CD = 10cm; BC = DA = 8cm. AB, CD இவற்றினூடே 100gm. விசைகளும், BC,DA இவற்றினூடே 50gm. விசைகளும் செயல்படுகின்றன. இவ்விரு சுழலிணைகளினால் தோன்றும் தொகுபயன் திருப்புமை (Resultant moment) யை அறிக.

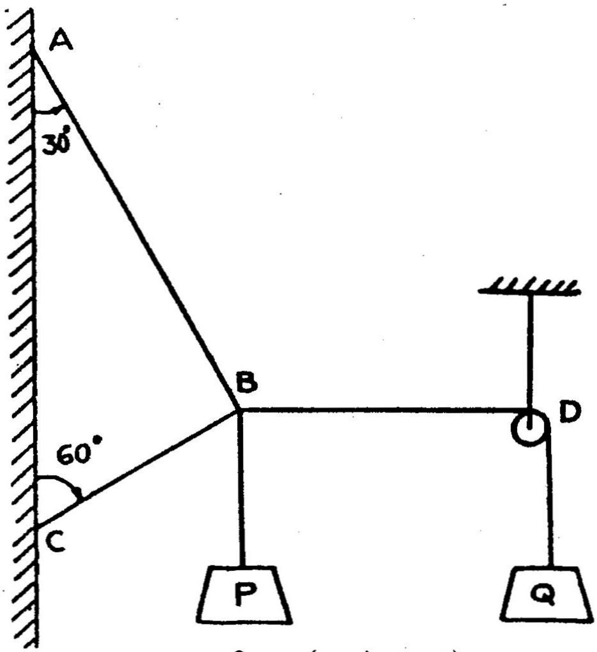
(கேரளா பல்கலைக் கழகம்)

வினா- 7: படத்தில் ஒரே அளவு விட்டம் (diameter) கொண்ட, ஆனால் வெவ்வேறு எடை உள்ள மூன்று உருளைகள், தொட்டி ஒன்றில் வைக்கப்பட்டுள்ளதைக் காண லாம். தொடுபுள்ளிகள் A,B,C,D ஆகியவற்றில் தோன்றும் எதிர்விசைகளைக் காண்க. உருளை P,Q,R ஆகியவற்றின் எடைகள் முறையே 30kg, 40kg மற்றும் 50kg.



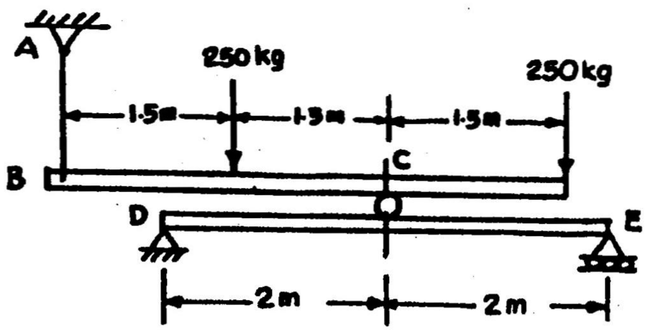
வினா (படம் 1 - 7)

வினா- 8: தாங்குமுனைப்பு (Bracket) ABC ஒன்றில், புள்ளி Bயில் படத்தில் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளவாறு, P,Q என்னும் இரு விசைகள் தொங்க விடப்பட்டள்ளன. தண்டுகள், AB மற்றும் BC ஆகியவற்றில் தோன்றும் விசைகளைக் கண்டுபிடி. P=3KN, Q= 1KN. கப்பி D யில் (pulley 'D') தோன்றக்கூடிய உராய்வைப் புறக்கணிக்கவும். (மைசூர் பல்கலைக் கழகம்)



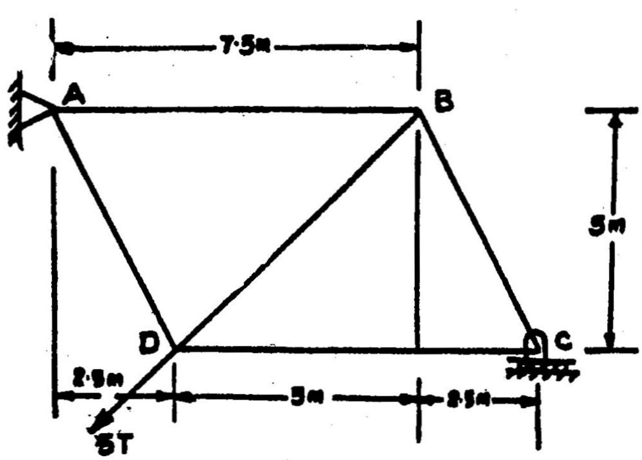
வினா (படம் *1 - 8*)

வினா - 9: தாங்கிகள் D மற்றும் E ஆகியவற்றில் தோன்றும் எதிர் வினைகளைக் காண்.



வினா (படம் 1 - 9)

வினா - 10: கீழே தரப்பட்டுள்ள சட்டகத்தில் முனைகள் A மற்றும் C ஆகியவற்றில் தோன்றும் எதிர்வினைகளைக் கண்டுபிடி.



வினா (படம் 1 - 10)

அதிகாரம் 2

தகைவு — விகலம் ஆகியவற்றின் அடிப்படைத் தத்துவங்கள்

(Basic Principles of Stress and Strain)

மீட்சிமை (Elasticity):

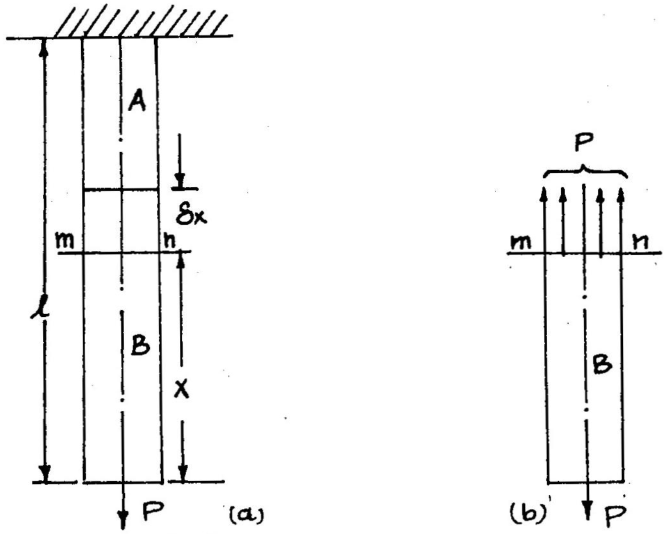
பொருள்கள் சிறுதுகள்கள் (Particles) அல்லது அணுத்திரளை களால் (Molecules) ஆனவையாகும். இச்சிறு துகள்களுக்கு இடையே விசைகள் (Forces) செயல்படுகின்றன. புறவிசைகள் (External Forces) பொருள் ஒன்றின் மேல் செயல்படும்போது ஏற்படக் கூடிய உருமாற்றத்தை (Deformation) துகள்களுக்கு இடையே உள்ள விசைகள் எதிர்க்கின்றன (Resist). புறவிசைகளின் செயலால், அப்பொருளில் உள்ள துகள்கள் இடப்பெயர்ச்சி (Displacement) அடைகின்றன. புறவிசைகளுக்கும், அகவிசை களுக்கும் (Internal Forces) சமநிலை (Equilibrium) உருவாகும் வரை இவ்விதமான இடப்பெயர்ச்சி தொடர்கின்றது. அப்பொருள் தற்போது 'விகல நிலையில் (State of strain) உள்ளது எனலாம்.

உருமாற்றம் அடைந்த அப்பொருளின்மேல் செயல்படும் விசைகளைப் படிப்படியாகக் குறைத்துக் கொண்டே வந்தால், முழுமையாகவோ அல்லது ஓரளவிற்கோ ஆதிவடிவத்தை (Original shape) அப்பொருள் அடைகின்றது. இவ்விதம்

அப்பொருள் ஆதிவடிவத்தை அடையும் தன்மையை மீட்சிமை (Elasticity) என்கிறோம். பளு முழுமையாக நீங்கியபின், ஆதிவடிவத்தைப் பொருள் ஒன்று அடைந்தால், அப்பொருள் 'முழு மீட்சிமைப் பொருள்' அல்லது 'பூரண மீட்சிமைப் பொருள்' (perfectly Elastic) எனப்படுகிறது. அப்படியில்லாமல் ஓரளவு, ஆதிவடிவத்தையே அப்பொருள் அடைந்தால், அதனை 'பகுதி மீட்சிமைப்' பொருள் (Partially elastic) எனலாம். சில வரம்பு களுக்குள் (Limits) எஃகு, மரம் மற்றும் கல் போன்ற கட்டுமானப் பொருள்கள் பூரண மீட்சிமைக் குணத்துடன் இருப்பதாகச் சோதனைகள் (Experiments) மூலம் தெரிய வருகின்றது.

2 தகைவுகள் - விகலங்கள் (Stresses and strains)

படம் 2-1ல், முனையில் பளு ஏற்றப்பட்ட தண்டு ஒன்று (Bar) காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது. தண்டின் அச்சு வழியே - அதாவது வெட்டு முகங்களின் பரப்பு மையங்களின் (Centroids of the cross sections) வழியே செல்லும் கோட்டினூடே - பளு செயல் படுவதாகக் கருதலாம்.



படம் 2-1 நீட்சிமைக்கு (Extension) உட்பட்ட தண்டு

இப்பொழுது இத்தண்டில் விளையும் அகவிசைகளைக் காணலாம். 'm-n' என்னும் குறுக்குவெட்டுத்தளம் ஒன்றால், தண்டு இருபாகங்களாக வெட்டப்படுவதாகக் கொள்வோம். வெட்டப் பட்ட தண்டின் கீழ்ப்பகுதியின் -பகுதி B யின்-சமநிலையைக் காண்போம். (படம் 2-1 b) பகுதி B யின் கீழ் முனையில், P எனும் இழுவிசை (Tensile force) செயல்படுகின்றது. விகலம் அடைந்த இத்தண்டின் மேற்பகுதி, A யிலுள்ள துகள்கள், கீழ்ப்பகுதி B யிலுள்ள துகள்களின் மேல் தோற்றுவிக்கும் செயலை, பகுதி A யின் முனையிலுள்ள விசைகள் குறிக்கின்றன. இழுவிசை P அச்சு வழியே செயல்படுவதால், குறுக்கு வெட்டுமுகம் 'm-n' இல் செயல்படும் அகவிசைகள் வெட்டுமுகப் பரப்பு முழுவதிலும் 'சீராகப்பரவல்' (Uniformly distributed) அடைந்துள்ளன. சமநிலை விதிகளின்படி, சீராகப்பரவல் அடைந்துள்ள விசைகளின் கூட்டுத் தொகை 'P' க்குச் சமமாக இருக்க வேண்டும், சீராகப்பரவல் அடைந்துள்ள விசைகளின் தொகுபயன் (Resultant) தண்டின் அச்சின் வழியே செல்ல வேண்டும். (அதிகாரம்-1).

ஒரு அலகு குறுக்கு வெட்டுப் பரப்பின் மேல் செயல்படும் விசையை 'σ' எனக் குறிப்பிட்டால்,

$$\sigma = \frac{P}{A} \qquad ....(1)$$

இங்கு

σ = ஒரு அலகு பரப்பின் மேல் செயல்படும் விசை (Force Per Unit Area)

P = தண்டின் அச்சின் வழியே செயல்படும் விசை

A = தண்டின் குறுக்கு வெட்டு முகத்தின் பரப்பு

தண்டின் மேல் செயல்படும் விசை 'P' - Kg (N) அலகிலும், வெட்டு முகத்தின் பரப்பு 'A' cm^2 அலகிலும் இருந்தால், அலகு பரப்பின் மேல் செயல்படும் விசை kg/cm^2 ஆக இருக்கும். ஒரு அலகு பரப்பின் மேல் செயல்படும் விசை 'தகைவு' (Stress) என வரை யறை செய்யப்படுகிறது. எனவே, தகைவின் அலகு kg/cm^2 (N/cm^2) ஆகும்.

ஒரு அலகு தூரத்தில், தண்டு அடையும் நீட்சி (Elongation) யினைச் சமன்பாடு (2) குறிக்கின்றது.

$$\varepsilon = \frac{\delta l}{l} \qquad ....(2)$$

இங்கு

ε = ஒரு அலகு தூரத்தில், தண்டு அடையும் நீட்சி

δl = நீளத்தில் தண்டு அடையும் மொத்த நீட்சி மற்றும்

l = தண்டின் நீளம்

தண்டின் நீளம் - 'l' cm அலகிலும், இந்நீளத்தில் தண்டு அடையும் நீட்சி - cm அலகிலும் இருந்தால், ஒரு அலகு தூரத்தில் தண்டு அடையும் நீட்சி - பரிமாணம் ஏதுமின்றி (Dimensionless) ஒரு எண்ணாக இருக்கும். ஒரு அலகு தூரத்தில் தண்டு அடையும் நீட்சி 'விகலம்' (Strain) என வரையறை செய்யப்படுகிறது. அதாவது விகலத்தின் அலகு cm/cm என்று கூறுலாம். விகலத்தை 'அலகு நீட்சி' (Unit elongation) என்றும் கூறுவர்.

3. ஹூக் விதி (Hooks' Law):

''குறிப்பிட்டதொரு எல்லைக்குள், பொருள் ஒன்றில் விளையும் தகைவும், விகலமும் நேர்விகிதத்தில் இருக்கும்'' என்பதே ஹூக்கின் விதியாகும். இதையே தகைவு / விகலம் = மாறிலி (Constant) என்னும் சமன்பாடு மூலம் கூறலாம். இதனை ஆங்கில அறிவியலார் இராபர்ட் ஹூக் என்பவர் 1678 இல் முதன் முதலில் கண்டறிந்தார். எனவே இவ்விதி அவர் பெயரில் வழங்கலாயிற்று.

ஹூக்கின் சமன்பாட்டினை

$$\frac{\sigma}{\varepsilon} = E \qquad ....(3)$$

என எழுதலாம். இங்கு மாறிலி E யினை 'மீட்சிமைக் குணகம் (Modulus of Elasticily) அல்லது 'யெங்குணகம்' (Young's Modulus)

என்பர். சமன்பாடுகள் (1) மற்றும் (2) இவற்றினைச் சமன்பாடு (3) ல் பிரதியிட

$$\delta l = \frac{Pl}{AE} \qquad ....(4)$$

என்னும் சமன்பாடு கிடைக்கின்றது. தண்டு ஒன்றின் நீட்சி, அதன் மீது செயல்படும் இழுவிசை, தண்டின் நீளம் ஆகியவற்றிற்கு நேர்விகிதத்திலும், மற்றும் தண்டின் குறுக்கு வெட்டுமுகத்தின் பரப்பு, மீட்சிக் குணகம் ஆகியவற்றிற்குத் தலைகீழ் விகிதத்திலும் (Inversely Proportional) இருக்கும் எனச் சமன்பாடு (4)–லிருந்து பெறலாம்.

தவிரவும் மீட்சிமைக் குணகத்தின் அலகும், தகைவின் அலகும் ஒன்றே- அதாவது Kg/cm2 (N/cm2) ஆகும்.

சமன்பாடுகள் (1) இலிருந்து (4) வரையிலுள்ள சமன் பாடுகளைத் தள்ளுவிசை (Push) அல்லது அமுக்க விசைக்கும் (Compressive force) பயன் படுத்தலாம். இந்நிலையில், தண்டின் முழு நீளத்திலும் தோன்றும் குறுக்கத்தினை (Contraction) δl–உம் அமுக்கத் தகைவினை σ-வும், அமுக்க விகலத்தினை 'ε'–உம் அமுக்க விசையை 'P'–யும் குறிக்கின்றன.

மாதிரி 1

இழுதகைவு 1.05 x 10^3 kg/cm2 உள்ள 75 cm. நீளமுள்ள எஃகுத் தண்டின் முழு நீட்சியைக் கண்டுபிடி. எஃகின் மீட்சிமைக் குணகம் E = 2.1 x 10^6 kg/cm2

முழு நீட்சி, $\delta l = \frac{\sigma}{E} \times l$ (இதனைச் சமன்பாடு 3லிருந்து பெறலாம்)

$$= \frac{1.05 \times 10^3}{2.1 \times 10^6} \times 75$$

$$= \frac{75}{2 \times 10^3} = 0.0375 \text{ cm.}$$

மாதிரி 2.

உருளை வடிவான, 2.5 விட்டமுள்ள தண்டின் அலகு நீட்சி 0.7×10^{-3} எனில், அத்தண்டின் மேல் செயல்புரியும் விசையின் அளவு எவ்வளவு? $E = 2.1 \times 10^6$ kg/cm^2

சமன்பாடு (3) லிருந்து

$$\sigma = \varepsilon E = 0.7 \times 10^{-3} \times 2.1 \times 10^6$$
$$= 1.47 \times 10^3 \ kg/cm^2$$

சமன்பாடு (1) லிருந்து

$$P = \sigma A = 1.47 \times 10^3 \times \frac{\pi}{4} \times 2.5^2$$
$$= 7.22 \times 10^3 \ kg.$$

மாதிரி 3.

ஒரே அளவுகள் கொண்ட, வெவ்வேறு பொருள்களால் ஆன இரு தண்டுகள் சம அளவுள்ள இழுவிசைகளுக்கு உட்படும் போது, அவற்றில் தோன்றும் அலகு நீட்சிகள் $1 : \frac{15}{8}$ என்னும் விகிதத்தில் இருக்குமானால், அவற்றின் மீட்சிமைக் குணகத்தின் விகிதத்தினை அறிக. இரு தண்டுகளுள் ஒன்று எஃகாலும், மற்றொன்று தாமிரத்தாலும் (Copper) செய்யப்பட்டு இருந்தால், அவை $7 \times 10^3 \ kg/cm^2$ இழுதகைவிற்கு உட்படும்போது அவற்றின் விளையும் நீட்சிகளைக் கண்டுபிடி. $E_s = 2.1 \times 10^6 \ kg/cm^2$ என எடுத்துக் கொள்.

மீட்சிமைக் குணகம், விகலத்திற்குத் தலைகீழ் விகிதத்தில் உள்ளது.

$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{1}{15/8}$ கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. $\therefore \frac{E_1}{E_2} = \frac{15/8}{1}$ அல்லது

$E_1 : E_2 :: 15/8 : 1$ என்னும் விகிதத்தில் இருக்கும்.

$E_S = 2.1 \times 10^6\ kg/cm^2$ எனில்

$E_C = 2.1 \times 10^6 \times \frac{8}{15} = 1.12 \times 10^6\ kg/cm^2$ என்றாகிறது.

$$\varepsilon_s = \frac{7 \times 10^3}{2.1 \times 10^6} = \frac{1}{3 \times 10^3} = \frac{1}{3000}$$

$$\varepsilon_c = \frac{1}{3000} \times \frac{15}{8} = \frac{1}{1600}$$

மாதிரி 4.

30 m நீளமுள்ள கம்பி ஒன்றில், இழுவிசை P = 500 kg. செயல்படுகிறது. இதனால் அக்கம்பி 2.5 cm நீட்சியடைகிறது என்றால், மீட்சிமைக் குணகத்தின் மதிப்பை அறிக. கம்பியின் வெட்டு முகத்தின் பரப்பு =0.25 cm2

தகைவு, $\sigma = \frac{500}{.25} = 2000\ kg/cm^2$

விகலம், $\varepsilon = \frac{2.5}{3000} = 8.33 \times 10^{-4}$

மீட்சிமைக் குணகம் $E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{2000}{8.33 \times 10^{-4}} = 240 \times 10^4\ kg/cm^2$

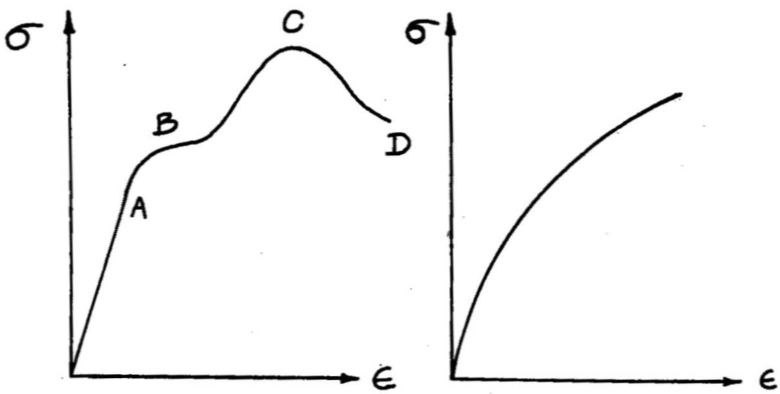
$= 2.4 \times 10^6\ kg/cm^2$

4. நீட்சிச் சோதனை (Tensile test):

''குறிப்பிட்டதொரு எல்லைக்குள் பொருள் ஒன்றில் விளையும் தகைவும், விகலமும் நேர் விகிதத்தில் இருக்கும்'' என்பது ஹுக்கின் விதி என்று கண்டோம். இக் ''குறிப்பிட்டதொரு எல்லை'' யினை 'விகித எல்லை' (Proporional Limit) என்பர். இவ்விகித எல்லை பொருளின் குணங்களைப் பொறுத்திருக்கும். இவ்வெல்லைக்கு அப்பால் தகைவுக்கும் விகலத்திற்கும் உள்ள தொடர்பு எளிமையானது அல்ல. கட்டுமானப் பணிக்குப் பயன்படும் எஃகு அதிக விகித எல்லையைப் பெற்றிருக்கிறது. அதன் விகித எல்லை- 1600 kg/cm2 - 2000 kg/cm2' நெடுக்கத்தில் உள்ளது (Range). வார்ப்பு இரும்பு (cast iron) மென்தாமிரம் (soft copper) ஆகிய பொருள்களுக்கு விகித எல்லை மிகவும் குறைந்து

இருக்கும் - அதவாது குறைந்த இழுவிசை செயல் படும்போதே ஹூக்கின் விதியிலிருந்து விலகிவிடும்.

படம் 2-2ல், தகைவு - விகலம் இவற்றின் விளக்க வரை படம் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.



(a) மென் எஃகுக் குணங்கள் (b) வார்ப்பு இரும்பின் குணங்கள்

படம் 2-2. தகைவு - விகலம் இவற்றின் விளக்கப்படம்

கட்டுமானப்பணிக்குப் பயன்படும் எஃகின் தகைவு-விகலம் இவற்றிற்கு இடையே உள்ள தொடர்பைப்படம் 2-2(a) விளக்கு கின்றது. சோதனைச் சாலைகளில் (Laboratories) மென் எஃகுத் தண்டின் மீது சோதனை நடத்துவதன் மூலம் இம்மாதிரியான வரைபடம் கிடைக்கின்றது. இதற்கெனச் சாதாரணமாக, இழுவைச் சோதனை, அமுக்கச் சோதனை (Compression testing), கத்தரிப்புச் சோதனை (Shear test) மற்றும் விலக்கச் சோதனை (Deflection test) போன்ற அடிப்படைச் சோதனைகள் அனைத்தையும் செய்ய வல்ல 'முழுதளாவிய

சோதனை இயந்திரம்' (Universal testing machine - UTM) ஒன்றைப் பயன்படுத்துகின்றனர்.

சோதனை முறை: சோதனை முறையைச் சுருக்கமாகக் காணலாம். கொடுக்கப்பட்டுள்ள எஃகுத் தண்டின் விட்டத்தை (Diameter) பல இடங்களில் வெர்னியர் காலிப்பர் (Vernier caliper) ஒன்றின் உதவி கொண்டு துல்லியமாக (Accurate) அளந்து, இதிலிருந்து சராசரி விட்டத்தைக் கணக்கிடவேண்டும்.

சோதனை நடக்கும் பொழுது தோன்றும் நீட்சியை (Extension) நீட்சிமானி (Estensometer) அல்லது விகலமானி (Strain Gauge) ஒன்றின் உதவியால் துல்லியமாக அளக்கலாம். விகலமாணி ஒன்றின் உதவியால், தண்டின் குறிப்பிட்டதொரு நீளத்தில் ஏற்படும் நீட்சியை அறியலாம். இக்குறிப்பிட்ட நீளத்தைக் 'கேஜ் நீளம்' (Gauge distance) என்பர். சாதாரணமாகக் கேஜ் நீளம் 5 cm இருக்கும்.

முழுதளாவிய சோதனை இயந்திரத்தில் (UTM - யூ.டி.எம்.) கொடுக்கப்பட்டுள்ள தண்டினைப் பொருத்துவர். தண்டின் மையப் பகுதியில் விகலமானியைப் பொருத்துவர். யூ.டி.எம் மின் உதவியால் படிப்படியாகப் பளுவை அதிகரிக்கச் செய்வர். பளு அதிகரிக்கப்படும் ஒவ்வொரு முறையும், விகலமானி காண்பிக்கும் நீட்சியின் அளவைக் குறித்துக் கொள்வர். இவற்றிலிருந்து தகைவு, அதற்கு உண்டான விகலம் ஆகியவற்றைக் கணக்கிட இயலும். இவற்றினைக் கொண்டு படம் 2-2(a)யில் காண்பிக்கப்பட்டுள்ள வாறு விளக்க வரைபடம் ஒன்றை வரையலாம். (படத்தில் நேர் கோடு OA). விகித எல்லையை, சோதனைத் தண்டு நெருங்கும் சமயம் (இச்சமயத்தில் விகலமானியிலுள்ள முள் மிகவும் வேகமாகச் சுற்றத் துவங்கும்) விகலமானியைத் தண்டிலிருந்து எடுத்துவிடுவர். யூ.டி.எம். - மின் உதவி கொண்டே மேல் கொண்டு ஏற்படும் நீட்சியின் அளவை அறியலாம்.

படம் 2-2(a) யில் தகைவு Y அச்சிலும், விகலம் X அச்சிலும் குறிக்கப்பட்டுள்ளது. படத்தில் 0 - விலிருந்து A வரை தகைவும், விகலமும் நேர்விகிதத்தில் அமைந்துள்ளன, A க்கு அப்பால் ஹுக்

விதியை விட்டு விலகி உள்ளன. எனவே A யில் உள்ள தகைவு 'விகித எல்லை' (Proportional limit) எனப்படுகிறது.

விகித எல்லைக்கு அப்பால், பளுவை அதிகரித்தால், நீட்சி மிகவும் துரிதமாக அதிகரிக்கின்றது. எனவே வரைபடம் வளைந்து காணப்படுகிறது. B யில், இழுவிசையின் அளவு சிறிது அதிகரிக்கும்போதே, தண்டு திடீரென அதிக நீளமடைகின்றது. இதனை 'நெகிழ்வு எல்லை' (Yield limit) என்பர். B-யில் உள்ள தகைவு 'நெகிழ்வுப் புள்ளி' (Yield point) எனப்படுகிறது. படத்தில் புள்ளி B க்கு அப்பால், சற்று தூரம் வரை, 'தகைவு - விகலம்' வரைபடம் ஏறத்தாழ கிடைமட்டத்தில் உள்ளது. மேலும் சோதனைத் தண்டை நீட்டினால், அப்பொருள் தனது எதிர்ப்பை (Resistance) மீண்டும் பெறுகிறது. இதனால் இழுவிசை மீண்டும் அதிகரிக்கத் துவங்குகிறது. புள்ளி C யை அடையும்வரை இழுவிசை அதிகரித்துக்கொண்டே செல்கிறது. புள்ளி Cயில் தண்டின் மேல் செலுத்தப்படும் விசையின் அளவு பெருமமாக (Mzximum) இருக்கும். புள்ளி 'C' யில் ஏற்படும் தகைவு 'ஈற்று வலிமை' (Ultimate strength) எனப்படுகிறது. புள்ளி 'C' க்கு அப்பால், இழுவிசை குறைந்து கொண்டே வருகின்றது. கடைசியில் தண்டு உடைந்து விடுகின்றது. இந்நிகழ்ச்சியைப் புள்ளி D யில் உள்ள தகைவு குறிக்கின்றது. புள்ளி D - யில் உள்ள தகைவு 'உடையும் தகைவு' (Breaking stress) எனப்படுகிறது.

தண்டு நீட்சியடையும்போது குறுக்கு வாட்டத்திசையில் (Lateral direction) தண்டின் அளவுகள் குறைந்து வருகின்றன. எனவே தண்டின் வெட்டுமுகப் பரப்பு குறைந்து விடுகின்றது. நெகிழ்வு எல்லை, ஈற்று வலிமை ஆகியவற்றைக் கணக்கிடும் போது ஆதிப்பரப்பை (Original Area) பயன்படுத்துவர்.

வார்ப்பு இரும்பின் 'தகைவு-விகலம்' இவற்றின் குணங் களைப் படம் 2- 2 (b)- யில் காணலாம். இப்பொருளுக்கு விகித எல்லை மிகவும் குறைந்தே உள்ளது. மேலும், வார்ப்பு இரும்பிற்குக் குறிப்பான தொரு நெகிழ்வுப் புள்ளியும் கிடையாது.

நீட்சிக்கு விளக்கப்படம் போல், பல பொருள்களின் அமுக்கத்திற்கும் விளக்க வரைபடங்கள் உள்ளன. எஃகுகிற்கு

உள்ளதுபோல், அமுக்கத்திலும் (Compression) விகித எல்லை, நெகிழ்வுப் புள்ளி ஆகிய குணங்குறிக்கும் புள்ளிகள் (Characteristic points) இவற்றிற்கும் உண்டு.

நீட்சிச் சோதனை ஒன்றின் மூலம் சோதனைத்தண்டின் (test bar) பல பொறியியல் தன்மைகளை நம்மால் அறிய இயலுகிறது அவற்றுள் சில:

1. யெங்குணகம் (E) (young's Modulus) $= \dfrac{\text{தகைவு } (\sigma)}{\text{விகலம் } (\varepsilon)}$ ....(5)

2. நெகிழ்வுத் தகைவு (Yield stress) $= \dfrac{\text{நெகிழ்வுப்புள்ளியின் போது உள்ள இழுவிசை}}{\text{ஆதிப்பரப்பு (Original area)}}$ ...(6)

3. பெரும அல்லது ஈற்றுத் தகைவு (Maximum or ultimate stress) $= \dfrac{\text{பெரும அல்லது ஈற்று இழுவிசை}}{\text{ஆதிப்பரப்பு}}$ ...(7)

4. உடையும் தகைவு (Breaking stress) $= \dfrac{\text{உடையும்போது உள்ள இழுவிசை}}{\text{ஆதிப்பரப்பு}}$ ....(8)

5. % நீட்சி (% Elongation) $= \dfrac{\text{இறுதி நீளம் } - \text{ ஆதி நீளம்}}{\text{ஆதி நீளம்}} \times 100$ ....(9)

6. % குறைப்பு (பரப்பில்) $= \dfrac{\text{ஆதிப்பரப்பு } - \text{ இறுதிப்பரப்பு (உடைந்த இடைப்பகுதியில்)}}{\text{ஆதிப்பரப்பு}} \times 100$ ....(10)

மேற்கண்ட குணங்களைத் தவிர, பிற தன்மைகளையும் நாம் நீட்சிச் சோதனை ஒன்றின் மூலம் அறிந்து கொள்ளலாம். அட்டவனை 3-1ல், சில இன்றியமையாத பொருள்களின் பொறியியல் தன்மைகள் தரப்பட்டுள்ளன. அட்டவணையில் தோராயமான (Approximate) மதிப்புகளே தரப்பட்டுள்ளன. துல்லியமான மதிப்பைச் சோதனையின் மூலமே அறிய இயலும்.

அட்டவணை 2 - 1

சில இன்றியமையாத பொருள்களின் பொறியியல் குணங்கள்

பொருள்கள்	E kg/cm2	நெகிழ்வுப் புள்ளி kg/cm2	ஈற்று வலிமை kg/cm2
1	2	3	4
1. கட்டுமானக்கரி எஃகு - 0,50.25 கரி (Structural Carbon steel carbon)	2×10^6	$2 \times 10^3 - 2.7 \times 10^3$	$3.7 \times 10^3 - 4\ 3 \times 10^3$
2. நிக்கல் எஃகு- 3- 3.5% நிக்கல் (Nickel steel) 3 t o 3.5% nickel	1.9×10^6	$2.7 \times 10^3 - 3.3 \times 10^3$	$5.2 \times 10^3 - 6.67 \times 10^3$
3. ட்யூரா அலுமினம் (Duraluminum)	0.67×10^6	$2.23 \times 10^3 - 3 \times 10^3$	$3.6 \times 10^3 - 4.33 \times 10^3$
4. தாமிரம் (குளிர் உருட்டுதல்) Copper, Coldrolled)	1.07×10^6	-	$1.87 \times 10^3 - 2.67 \times 10^3$
5. கண்ணாடி	0.67×10^6	-	0.23×10^3
6. கற்காரை (அமுக்கத்தில்) (Concrete compression)	-		0.2×10^3

மாதிரி 5

மென் எஃகுத் தண்டு ஒன்றில் நீட்சிச் சோதனை நடத்தியதன் மூலம் கீழ்வரும் சோதனை முடிவுகள் கிடைத்துள்ளன.

சோதனைத் தண்டின் ஆதி விட்டம் = 20 mm
கேஜ் நீளம் = 100 mm
விகித எல்லை = 8.2 t
நீட்சி = 0.12 mm

சோதனைத் தண்டு 8.6t பளுவில் நெகிழ்ந்தது. தாங்கிய பெரும்பளு 15.3t, 12.5 t பளுவில் உடைந்தது. உடைந்த பின்னர் கேஜ் புள்ளிகளுக்கு இடையே இருந்ததூரம் 140mm; உடைந்த 'இடைப்' (Neck on waist) பகுதியில், தண்டின் விட்டம் 16mm.

இவற்றிலிருந்து (i) யெங்குணகம் (ii) விகித எல்லையில் விளையும் தகைவு (iii) நெகிழ்வுத் தகைவு (iv) ஈற்றுத் தகைவு (v)உடையுந்தகைவு (vi) நீட்சிச் சதவீதம் (vii) பரப்பில் தோன்றும் குறைப்புச் சதவீதம் ஆகிய வற்றைக் கணக்கிடுக.

சோதனைத் தண்டின் வெட்டுமுகப் பரப்பு $= \frac{\pi}{4} \times 2.0^2 = \pi \, cm^2$

(ii) விகித எல்லையில், விளையும் தகைவு

$$= 8200/\pi = 2609 \; kg/cm^2$$

(iii) நெகிழ்வுத் தகைவு $= 8600/\pi = 2736.4 \; kg/cm^2$

(iv) ஈற்றுத் தகைவு $= 15300/\pi = 4868.2 \; kg/cm^2$

(v) உடையுந்தகைவு $= 12500/\pi = 3980.9 \; kg/cm^2$

$$\text{விகலம்} = \frac{\text{நீளத்தில் தோன்றும் மாறுதல்}}{\text{ஆதிநீளம்}} = \frac{0.12}{100} = 0.0012$$

(i) யெங்குணகம் $E = \frac{\text{தகைவு}}{\text{விகலம்}}$

$$= \frac{2609}{0.0012} = 2.17 \times 10^6 \; kg/cm^2$$

(vi) நீட்சிச் சதவீதம் $= \frac{140 - 100}{100} \times 100 = 40\%$

(vii) குறைப்புச் சதவீதம்

$$= \frac{\pi/4 \times 2^2 - \pi/4 \times 1.6^2}{\pi/4 \times 2^2} \times 100 = \frac{2^2 - 1.6^2}{2^2} = \frac{1.44}{4} \times 100$$

$= 36\%$

மாதிரி **6:**

பித்தளையால் ஆன குழாய் ஒன்றின் வெளிவிட்டம் 5.0 cm; உள்விட்டம் 4.5cm; நீளம் 30cm. இக்குழாய் 2500Kg பளு ஒன்றினால் அமுக்கப்படுகிறது. நீளத்தில் ஏற்படும் குறைப்பு = 0.015 cm. பித்தளையின் மீட்சிக் குணகத்தைக் கண்டுபிடி.

பித்தளைக் குழாயின் குறுக்கு வெட்டுப் பரப்பு = $\pi/4\,(5^2 - 4.5^2)$

$= 3.75\ cm^2$.

பளு = 2500 kg.

அமுக்கத் தகைவு = 2500 / 3.73 = 670.5 kg/cm^2.

விகலம் = 0.015 / 30 = 0.0005

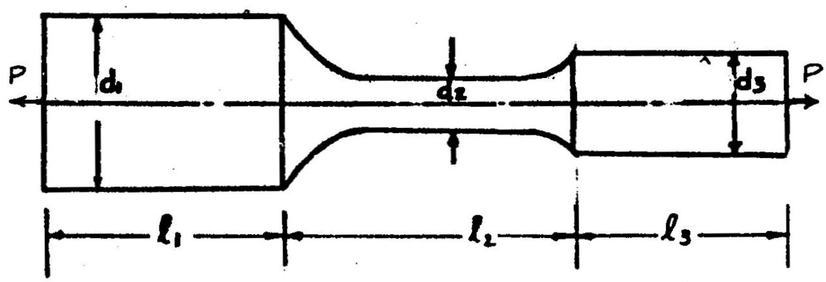
எனவே மீட்சிக் குணகம் = $\dfrac{670.5}{.0005} = 1.34 \times 10^6\ kg/cm^2$

5. மாறுபடும் குறுக்குவெட்டுப் பரப்பு உள்ள தண்டுகள் (Bars of varying cross -section)

வேறுபடும் நீளங்களில் வெவ்வேறு வெட்டுமுகப்பரப்புக் கொண்ட தண்டு ஒன்றில் விளையும் தகைவுகள், உருமாற்றம் ஆகியவற்றை முன்னர்க் கண்ட அடிப்படைத் தத்துவங்களிலிருந்து (Basic principles) அறிந்து கொள்ளலாம்.

அச்சினூடே செயல்படும் விசையால், ஒவ்வொரு நீளத்திலும் விளையும் தகைவினை முதலில் கணக்கிடலாம். இத்தகைவுகளி லிருந்து அந்த நீளங்களில் விளையும் நீட்சியினை, மீட்சிமைக் குணகத்தின் உதவியால் கணக்கிடலாம். அனைத்து நீளங்களில் விளையும் நீட்சிகளின் கூட்டுத்தொகையே கொடுக்கப்பட்டுள்ள தண்டில் விளையும் மொத்த நீட்சியாகும்.

படம் 2-3 இல் வெவ்வேறு நீளங்களில் வெவ்வேறு வெட்டு முகப்பரப்புக் கொண்ட தண்டு ஒன்று காண்பிக்கப் பட்டுள்ளது. தண்டில் l_1, l_2 மற்றும் l_3 ஆகிய நீளங்களில்



படம் 2-3. மாறுபடும் குறுக்கு வெட்டுப் பரப்புக் கொண்ட தண்டு

தண்டின் வெட்டுமுகப் பரப்பு முறையே A_1, A_2 மற்றும் A_3. 'P' என்னும் இழுவிசை செயல்படுவதாகக் கொள்வோம். ஒவ்வொரு வெட்டு முகத்திலும் தோன்றும் தகைவுகளை முறையே σ_1, σ_2 மற்றும் σ_3 எனக் கொண்டால்

$$\sigma_1 = \frac{P}{A_1}., \ \sigma_2 = \frac{P}{A_2}., \ \sigma_3 = \frac{P}{A_3}$$

ஒவ்வொரு நீளத்திலும் விளையும் விகலம் முறையே $\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E}$, $\varepsilon_2 = \frac{\sigma_2}{E}$ மற்றும் $\varepsilon_3 = \frac{\sigma_3}{E}$ நீளங்களில் தோன்றும் மாறுதல்கள் முறையே

$$\delta l_1 = \varepsilon_1 l_1 ; \ \delta l_2 = \varepsilon_2 l_2 \text{ மற்றும் } \delta l_3 = \varepsilon_3 l_3$$

எனவே தண்டில் விளையும் மொத்த நீட்சி = $\delta l_1 + \delta l_2 + \delta l_3$

மாதிரி 7:

மென் எஃகுத் தண்டு ஒன்றின் முதல், இடை, இறுதி 2 m நீளத்தில் உள்ள குறுக்கு வெட்டுப் பரப்புகள் முறையே 6 cm^2, 9 cm^2 மற்றும் 12cm^2. 7200 Kg. இழுவிசை செயல்படும்போது தண்டின் நீட்சியைக் கணக்கிடுக. $E = 2.1 \times 10^6$ kg/cm^2 என எடுத்துக் கொள்ளவும்.

'A' யில் விளையும் தகைவு $= \frac{7200}{12} = 600\ kg/cm^2$

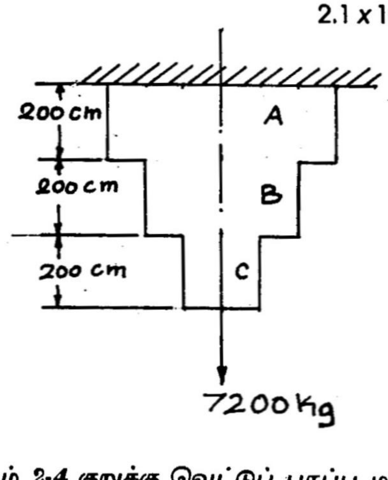
'A' யில் விளையம் நீட்சி, $\delta l_A = \frac{600}{2.1 \times 10^6} \times 200\ cm.$

||||y B- யில் விளையும் நீட்சி, $\delta l_B = \frac{7200}{9 \times 2.1 \times 10^6} \times 200$

$= \frac{800}{2.1 \times 10^6} \times 200\ cm.$

||||y C- யில் விளையும் நீட்சி, $\delta l_C = \frac{7200}{6 \times 2.1 \times 10^6} \times 200$

$= \frac{1200}{2.1 \times 10^6} \times 200\ cm.$



படம் 2-4 குறுக்கு வெட்டுப் பரப்பு மாறும் தண்டு

எனவே தண்டில் விளையும் மொத்த நீட்சி

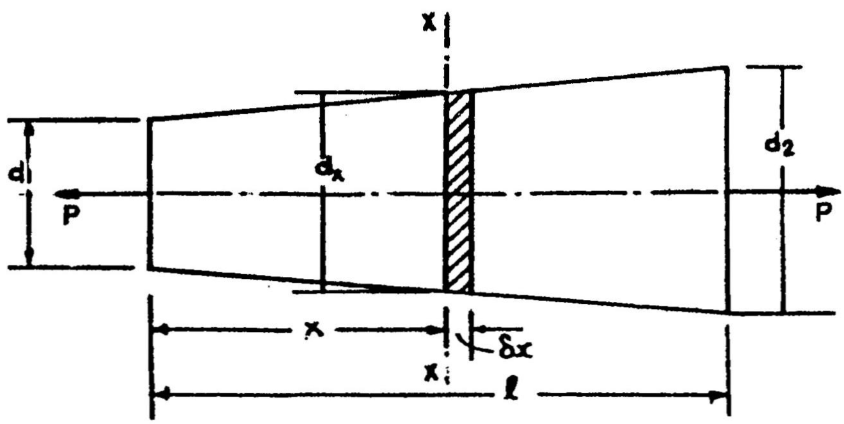
$(\delta l = \delta l_A + \delta l_B + \delta l_C)$

$$= \frac{200}{2.1 \times 10^6}(600 + 800 + 1200)$$

$$= \frac{200 \times 2600}{2.1 \times 10^6} = 0.247 \text{ cm.}$$

6. சீராக மாறும் வெட்டுமுகப் பரப்புக் கொண்ட தண்டு (Bars of Uniformly tapering section)

படம் 2-5 இல் சீராகமாறும் வெட்டுமுகப் பரப்புக் கொண்ட தண்டு ஒன்று காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது. இதில் செயல்படும் இழுவிசை 'P' என இருக்கட்டும். தண்டின் நீளம் 'l' என இருக்கட்டும். அதன் விட்டம் ஒரு முனையில் 'd1' என்னும் மதிப்பிலிருந்து, மறுமுனையில் 'd2' என்னும் மதிப்பிற்குச் சீராக மாறுகின்றது (படம் 2-5)



படம் 2-5 சீராக மாறும் வெட்டுமுகப் பரப்புக் கொண்ட தண்டு

சிறிய முனையிலிருந்து 'X' தூரத்தில், 'δx' நீளம் கொண்ட மிகச்சிறிய தண்டின் பகுதியைக் காண்போம். இப்பகுதியில் தண்டின் விட்டம் d_X என வைத்துக்கொள்ளலாம்.

$$d_x = d_1 + \frac{(d_2 - d_1)}{l} x$$

$$= (d_1 + kx) \text{ இங்கு } k = \frac{d_2 - d_1}{l} \text{ ஆகும்.}$$

வெட்டு முகம் XX ல் விளையும் தகைவு

$$= \frac{P}{\frac{\pi}{4}(d_1 + k_x)^2} = \frac{4P}{\pi (d_1 + kx)^2}$$

$$\text{இங்கு விளையும் விகலம்} = \frac{4P}{\pi E (d_1 + kx)^2}$$

$$\delta x \text{ நீளத்தில் விளையும் நீட்சி } \delta(\delta x) = \frac{4P}{\pi E (d_1 + kx)^2} \cdot \delta x$$

தண்டின் முழுநீளத்திலும் விளையும் மொத்த நீட்சி, δl

$$= \int_o^l \delta(\delta x) = \int_o^l \frac{4\, pdx}{\pi E (d_1 + kx)^2}$$

$$= \frac{4P}{\pi E} \int_o^l \frac{dx}{(d_1 + kx)^2}$$

$$= \frac{4P}{\pi Ek} \left[\frac{1}{d_1} - \frac{1}{(d_1 + kl)} \right]$$

$$= \frac{4P}{\pi Ek} \left[\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2} \right]$$

$$\delta l = \frac{4\, Pl}{\pi E d_1 d_2} \qquad \text{....(11)}$$

தண்டின் விட்டம் மாறாமல் முழு நீளத்திற்கும் சீராக 'd' என்னும் மதிப்புடையதாக இருந்தால் $d = d_1 = d_2$. இந்நிகழ்வுக் கூற்றில் (in this case)

$$\delta l = \frac{4Pl}{\pi E d^2} = \frac{P}{\left(\frac{\pi d^2}{4}\right) E} \cdot l$$

$$\text{ie } \delta l = \frac{pl}{AE}$$ என்னும் மதிப்புக் கிடைக்கின்றது. ....(12)

இங்கு A = வட்ட வெட்டு முகத்தின் பரப்பு

d = சீரான விட்டம்

சமன்பாடுகள் 4உம் 12உம் ஒன்றல்லவா?

மாதிரி 8

வட்டமான வெட்டுமுகம் கொண்ட பித்தளைத் தண்டு ஒன்றின் விட்டம் ஒரு முனையில் 20mm என்னும் மதிப்பிலிருந்து 10mm என்னும் மதிப்பிற்கு, 250mm நீளத்தில், சீராக மாற்ற மடைகின்றது. இத்தண்டில் 1000kg. இழுவிசை செயல்படும்போது, தண்டு அடையும் நீட்சியைக் கண்டுபிடி $E_b = 1.0 \times 10^6 \, kg/cm^2$.

$$\delta l = \frac{4pl}{\pi E d_1 d_2}$$

$$= \frac{4 \times 1000 \times 25}{\pi \times 1 \times 10^6 \times 2 \times 1} = 0.016 \, cm.$$

தண்டின் நீட்சி $\delta l = 0.016 \, cm$.

மாதிரி 9

சீராக மாறும் வெட்டு முகப்பரப்புக் கொண்ட, இழுவிசைக்கு உட்பட்ட சோதனைத் தண்டு ஒன்றின் விட்டம் ஒரு முனையில் (D+a) cm என்னும் மதிப்பிலிருந்து மறுமுனையில் (D-a) cm ஆக மாற்றமடைகின்றதெனில், சராசரி விட்டத்தைப் (Mean diameter)

பயன்படுத்தி மீட்சிக் குணகத்தைக் கணக்கிட்டால் விளையும் பிழை (error) = $\left(\frac{10a}{D}\right)^2$ சதம் என நிரூபி

(இலண்டன் பல்கலைக் கழகம் LU)

சீராக மாறும் வெட்டு முகம் கொண்ட நீட்சி, δl,

$$= \frac{4Pl}{\pi E d_1 d_2} \quad (\text{சமன்பாடு } 11)$$

$$\text{எனவே } E_t = \frac{4Pl}{\pi \delta l (D+\delta a)(D-a)}$$

இங்கு Et = சீராகமாறும் விட்டத்தின் மதிப்பைக் கொண்டு கணக்கிடப்பட்ட மீட்சிக் குணகம்

$$d_1 = (D-a)$$

$$d_2 = (D+a)$$

$$\text{le } E_t = \frac{4\,Pl}{\pi \delta l (D^2 - a^2)} \qquad ....(11)$$

$$\text{இதேபோல், } E_c = \frac{4\,Pl}{\pi \delta l\, D^2} \qquad ....(11)$$

இங்கு Ec = சீரான சராசரி விட்டம் கொண்டு கணக்கிடப் பட்ட மீட்சிக் குணகம்

$$D = \text{சராசரி விட்டம் } \frac{(D+a)+(D-a)}{2} = D.$$

சராசரி விட்டம் கொண்டு மீட்சிக் குணகத்தைக் கணக் கிடுவதால் ஏற்படும் பிழை

$$= \frac{\frac{4\,Pl}{\pi \delta l}\left[\frac{1}{D^2 - a^2} - \frac{1}{D^2}\right]}{\frac{4\,Pl}{\pi \delta l}\left[\frac{1}{D^2 - a^2}\right]}$$

$$= \left(\frac{a}{D}\right)^2$$

பிழையின் மதிப்பு சதவீதத்தில் $= \left(\frac{a}{D}\right)^2 \times 100 = \left(\frac{10a}{D}\right)^2$

7 மாறுபடும் விசைகளுக்கு உட்படுத்தப்பட்ட தண்டு
(Bar subjected to different loads)

இது வரையிலும், தண்டு ஒன்றின் முழு நீளத்திற்கும் ஒரே விசை (Some force) அல்லது ஒரே பளு செயல்படுவதால் தண்டின் விளையும் தகைவுகள், நீட்சிகள் போன்றவற்றைக் கண்டோம். இப்பகுதியில், தண்டின் வெவ்வேறு நீளங்களிலும் வெவ்வேறு விசைகள் செயல்படுவதால் தண்டில் விளையும் தகைவுகள் மற்றும் நீட்சிகள் ஆகியவற்றைப் பற்றிக் காண்போம்.

தண்டின் ஒவ்வொரு பகுதியிலும் செயல்புரியும் விசைகளைச் சமநிலைச் சமன்பாடுகளைப் பயன்படுத்தி முதலில் கண்டறிய வேண்டும். பின்னர் அப்பகுதிகளில் இவ்விசைகளால் விளையும் தகைவுகள் - தகைவுகளால் விளையும் நீட்சிகள் ஆகியவற்றினை அறியலாம். எடுத்துக்காட்டாக, பின்வரும் மாதிரியைக் காணலாம்.

மாதிரி ***10***

படம் **2-6** இல் காண்பிக்கப்பட்டுள்ள AB என்னும் தண்டின் வெட்டு முகப் பரப்பு 6.25 cm^2 அதில் செயல்புரியும் விசைகள் வருமாறு Q = 20,000 kg. மற்றும் P = 10,000 kg. இத்தண்டின் மொத்த நீட்சியைக் கண்டு பிடி. $E_S = 2.1 \times 10^6$ kg/cm^2

முதலில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள தண்டு சமநிலையில் உள்ளதா எனக் காணலாம். சமநிலைச் சமன்பாடுகள்

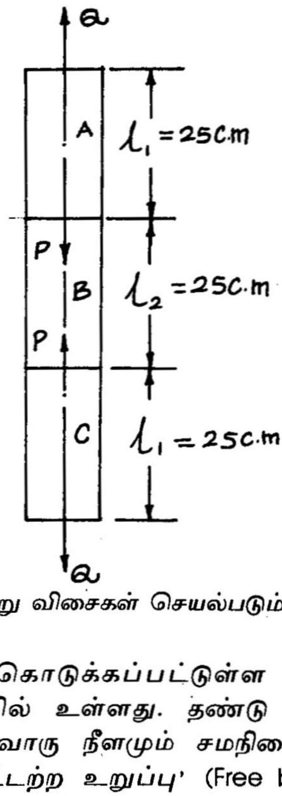
$$\sum H = 0$$

$$\sum V = 0$$ மற்றும்

$\sum M = 0$ என அதிகாரம் - 1இல் கண்டோம்

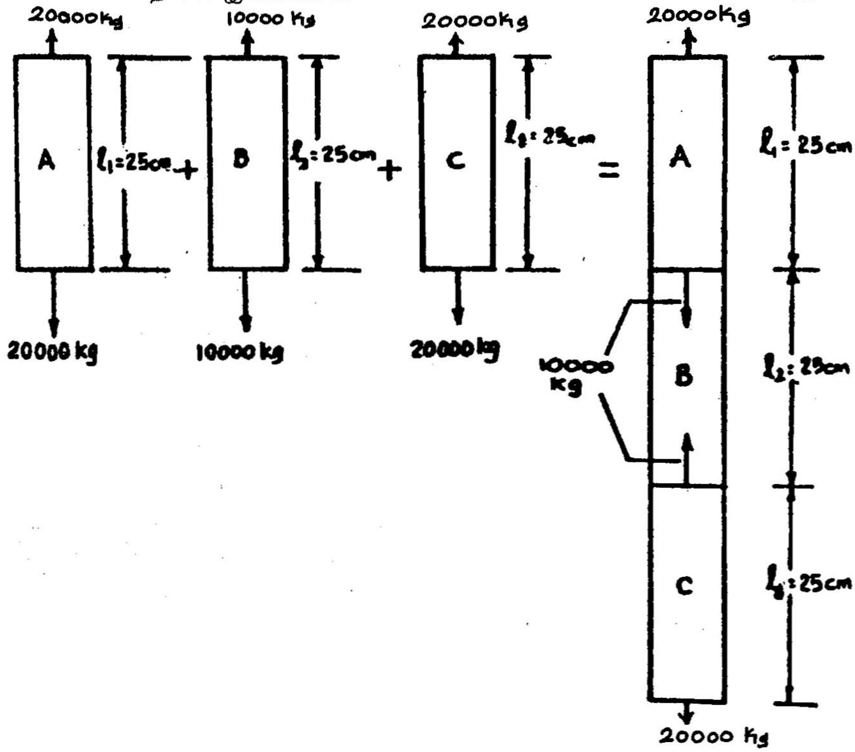
$\sum V = 0$ என்னும் சமன்பாட்டைப் பயன்படுத்தினால்

$$\downarrow 20{,}000 - \uparrow 10{,}000 - \downarrow 20{,}000 + \downarrow 10{,}000 = 0.$$



படம் 2-6. வெவ்வேறு விசைகள் செயல்படும் தண்டு

எனவே தண்டு, கொடுக்கப்பட்டுள்ள விசைகளின் செயலினால் சமநிலையில் உள்ளது. தண்டு சமநிலையில் உள்ளதால் அதன் ஒவ்வொரு நீளமும் சமநிலையில் இருக்க வேண்டும். தண்டின் 'கட்டற்ற உறுப்பு' (Free body diagram) விளக்கப்படத்தை படம் 2-7 இல் காணலாம்.



பகுதி A பகுதி B பகுதி C

படம் 2-7 'கட்டற்ற உறுப்பு' விளக்கப்படம்

பகுதி A மற்றும் C ஆகியவற்றில் செயல்படும் இழுவிசை= 20,000 kg.

பகுதி B யில் செயல்படும் இழுவிசை = 10,000 kg.

எனவே தண்டின் மொத்த நீட்சி = $\frac{2Ql_1}{AE} + \frac{(Q-P)l_2}{AE}$

$$= 2 \times \frac{20,000 \times 25}{6.25 \times 2.1 \times 10^6} + \frac{10,000 \times 25}{6.25 \times 2.1 \times 10^6}$$

$$= 0.0762 + 0.019$$
$$= 0.095 \text{ cm.}$$

8. சுய எடையினால் தண்டில் தோன்றும் தகைவுகள் மற்றும் நீட்சிகள் (Stresses and elongations produced in a bar by its own weight)

(a) உருளை வடிவத் தண்டு (Cylindrical bar)

படம் 3-1இல் காண்பிக்கப்பட்டுள்ள தண்டினை மீண்டும் எடுத்துக் கொள்வோம். முன்னர் அதன் முனையில் இழுவிசை 'P' செயல்பட்டதால் விளைந்த தகைவு, விகலம் ஆகியவற்றைப் பற்றிக் கண்டோம். தண்டின் நீளம் மிகவும் அதிகமாக இருந்தால், அத்தண்டின் சுய எடையால் கணிசமான கூடுதல் தகைவுகள் விளையக்கூடும். எனவே இக்கூடுதல் தகைவுகளையும் நாம் கருத்தில் கொள்ள வேண்டும்.

படம் 3-1 இல், தண்டின் முனையிலிருந்து 'x' தூரத்தில் வெட்டுத்தளம் 'm-n'- ஐக் கருதுவோம். இம்மிகச் சிறிய தண்டுப் பகுதியின் நீளம் δx என இருக்கட்டும். இச்சிறு பகுதியில் செயல் படும் மொத்தவிசை = பளு P + சுயஎடை (x நீளத்திற்கு)

$$= P + A.x.\gamma \qquad ....(13)$$

இங்கு A : தண்டின் வெட்டுமுகப்பரப்பு

γ தண்டு செய்யப்பட்ட பொருளின் அலகு எடை (Unit weight)

இவ்வெட்டு முகத்தில் தோன்றும் தகைவு $= \dfrac{P + A.x.\gamma}{A}$

$$= \frac{P}{A} + x.\gamma \qquad ....(14)$$

விகலம் $= \dfrac{P}{AE} + \dfrac{x.\gamma}{E}$

சிறு தண்டுப் பகுதியில் விளையும் நீட்சி, $\delta(\delta x) = \left(\dfrac{P}{AE} + \dfrac{x}{E}\right) x\, \delta x$

தண்டில் விளையும் மொத்த நீட்சி $= \sum_{o}^{l} \delta(\delta x) = \int_{o}^{l} \left(\dfrac{P}{AE} + \dfrac{x\gamma}{E}\right) dx$

$$= \frac{Pl}{AE} + \frac{\gamma l^2}{2E} \quad ....(15)$$

இப்பொழுது 'γ' வின் மதிப்பைக் கண்டு பிடிப்போம்

தண்டின் மொத்தச் சுய எடை = W என இருக்கட்டும்

ஃ $A \times l \times \gamma = W$

$$\text{எனவே } \gamma = \frac{W}{Al} \quad ....(16)$$

சமன்பாடு (16)-ஐ, சமன்பாடு (15) இல் பிரதியிட

$$\delta l = \frac{Pl}{AE} + \frac{Wl}{2\,AE} \quad ....(17)$$

சமன்பாடு 17இல், தண்டின் மொத்த நீட்சி, 1. இரு பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளது. ஒன்று, பளு 'P' யினால் விளையும் நீட்சி, மற்றொன்று சுய எடை W வினால் விளையும் நீட்சி. பளு ஏதும் செயல்படாவிட்டால் ie P = O எனில், சுய எடையினால் மட்டும் விளையும் நீட்சி

$$= \frac{Wl}{2\,AE} \quad ....(18)$$

(b) கூம்பு வடிவத் தண்டு (Conicat bar):

படம் 2-8 இல் காண்பிக்கப்பட்டுள்ள கூம்பு வடிவத் தண்டு தன் எடையால் (Self weight) அடையும் நீட்சியைக் காண்போம். தண்டின் நீளம் 'l' ஆகவும், அடிப்பகுதியின் விட்டம் 'd' ஆகவும், அலகு எடை r ஆகவும் இருக்கட்டும். முனையிலிருந்து 'x' தூரத்தில் தண்டின் சிறுபகுதி ஒன்றை எடுத்துக் கொள்வோம். இப் பகுதியின் விட்டம் 'dx' எனவும், நீளம் 'δx' எனவும் இருக்கட்டும்.

குறிப்பு

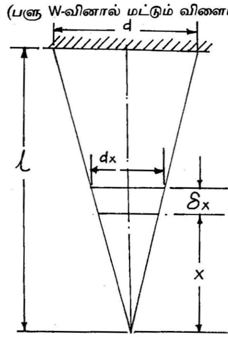
படிப்படியாகச் செயல்படும் புறவிசை பளு W எனில் அதனால் தண்டில் விளையும் நீட்சி = $\frac{Wl}{AE}$ இஃது சுய எடையால்

விளையும் நீட்சியனைக் காட்டிலும் இரு மடங்கு இருப்பதைக் கவனி. இந்நிலையில், தண்டில் விளையும் மொத்த நீட்சி

$$= \frac{Wl}{AE} + \frac{Wl}{2\,AE}$$

$$= \frac{3}{2}\,\frac{Wl}{AE} \qquad ....(19)$$

= 1.5 x (பளு W-வினால் மட்டும் விளையும் நீட்சி)



படம் 2-8 கூம்பு வடிவத் தண்டு

இச்சிறு பகுதியில், அதன் கீழ் உள்ள கூம்பின் எடையால் தகைவு உண்டாகின்றது.

$$d_x = \frac{x}{l}\,.\,d \qquad ....(20)$$

எடை $W_x = \frac{1}{3}\,.\,\frac{\pi\, d_x^2}{4}\; x\, \gamma \qquad ....(21)$

இங்கு Wx : 'x' நீளமுள்ள கூம்பின் எடை

Wx -ஆல், கருதப்பட்டுள்ள சிறு பகுதியில் விளையும் தகைவு

$$= \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{\pi d_x^2}{4} \cdot x\gamma}{\frac{\pi}{4} d_x^2} = \frac{1}{3} \cdot x \qquad ....(22)$$

$$\text{விகலம்} = \frac{x\gamma}{3E}$$

எனவே கருதப்பட்டுள்ள சிறு பகுதியில் விளையும் நீட்சி

$$\delta(\delta x) = x \frac{\gamma}{3E} \cdot \delta x$$

எனவே கூம்பு வடிவத்தண்டு, தன் எடையால் அடையும் மொத்த நீட்சி

$$\delta l = \int_o^l \frac{x\gamma}{3E} dx$$

$$= \frac{\gamma l^2}{6E} \qquad ....(23)$$

இப்பொழுது 'γ' வின் மதிப்பைக் கண்டு பிடிக்கலாம்.

தண்டின் எடை W என்றும், தண்டின் அடிப்பகுதிப் பரப்பு A என்றும் கொண்டால்,

$$\frac{1}{3} \times A \times l \times \gamma = W$$

$$\text{எனவே,}\ \gamma = \frac{3W}{Al} \qquad ....(23\ a)$$

சமன்பாடு (23 a) யினைச் சமன்பாடு (23) இல் பிரதியிட

$$\delta l = \frac{Wl}{2\,AE} \qquad \text{....(24)}$$

இந்நிகழ்வுக்கூற்றிலும், சுய எடையால் தண்டு அடையும் நீட்சி, அதே மதிப்புள்ள படிப்படியான (Gradual) பளு ஒன்றின் செயலினால் அடையும் நீட்சியில் பாதி இருக்கும் என அறியலாம்.

குறிப்பு

சமன்பாடு (15) இலிருந்து இதே நீளமுள்ள உருளை வடிவத் தண்டின், நீட்சி (அதன் சுய எடையால் மட்டும்) = $\frac{\gamma l^2}{2E}$. எனவே, கூம்பு வடிவத் தண்டு அதன் சுய எடையால் அடையும் நீட்சி, அதே நீளமுள்ள உருளை வடிவத்தண்டு அதன் சுய எடையால் அடையும் நீட்சியில் மூன்றிலொரு பங்கு என அறியலாம்.

9. ஈற்றுத் தகைவு (Ultimate stress) செயல்படுத்து தகைவு (Working stress)

ஈற்றுத் தகைவு (Ultimate stress):

பொருள் ஒன்று தாங்கக் கூடிய பெருமத் தகைவு (Maximum strss) ஈற்றுத் தகைவு எனப்படுகிறது.

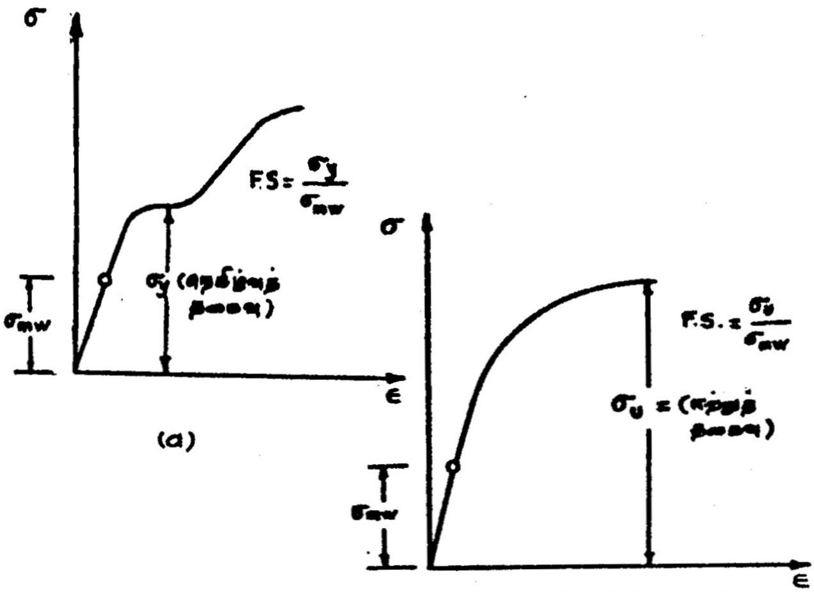
செயல்படுத்து தகைவு (Working stress):

பொருள் ஒன்று அமைப்பாண்மையில் (design) பயன்படுத்தப்படும்போது, அது பாதுகாப்புடன் இருக்கக்கூடிய தகைவு (safe stress) செயல்படுத்து தகைவு (working stress) எனப்படுகிறது. இஃது ஈற்றுத் தகைவு மற்றும் நெகிழ்வுத் தகைவு இவைகளுக்குக் குறைந்தே இருக்கும்.

பெருமச் செயல்படுத்து தகைவை (Maximum working stress) கொடுக்கப்பட்டுள்ள பொருளின் குணத்தின் அடிப்படையில் தீர்மாணிப்பர். சான்றாக, நீட்சிக்கு உட்படுத்தும்போது கம்பியாக நீளும் இயல்புடைய - ஒசியும் இயல்புடைய (Ductile)

மென் எஃகையும், பொடியாகக் கூடிய இயல்புடைய - நொய்ம்மை இயல்புடைய (Brittle) - வார்ப்பு இரும்பையும்

காண்போம். படம் 2-9 இல் இவற்றின் 'தகைவு-விகலம்' விளக்கப்படங்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.



(a) ஒசிவுப் பொருள் (மென் எஃகு) (b) நொய்ம்மைப் பொருள் (வார்ப்பு இரும்பு)

படம் 2-9 செயல்படுத்து தகைவு அறிதல்

பெருமச் செயல்படுத்து தகைவினை ஒசிவுப் பொருள்களுக்கு நெகிழ்வுத் தகைவின் அடிப்படையிலும், நொய்ம்மைப் பொருள் களுக்கு ஈற்றுத் தகைவின் அடிப்படையிலும் கணிப்பார்கள்.

காப்பு எண் (Factor of safety):

பொருள்களின் ஒருபடித்தான குணங்களற்ற தன்மை, (Non-homogenity). ஒருக்கமற்ற தன்மை (Anisotropic) ஆகியவற்றிலும், உறுப்பின் மேல் செயல்படும் பளு அல்லது விசை இவற்றைக் கணிப்பதிலும், உறுப்பின் முனை நிலைமைகளைக் கணிப்பதிலும், அமைப்பாண்மை முறைகளிலும் உள்ள நிச்சயமற்ற தன்மைகளைக் காப்பு எண் (Factor of fafety) கவனித்துக் கொள்கிறது.

காப்பு எண் கீழ்க்காணும் முறையில் வரையறை செய்யப் படுகிறது

(a) மென் எஃகு போன்ற ஒசிவுப் பொருள்களுக்குக்

$$\text{காப்பு என் (FS)} = \frac{\sigma\, y}{\sigma\, mw} \qquad ....(25)$$

(b) நொய்ம்மைப் பொருள்களுக்கும், ஓரளவிற்கு ஒசிவுத் தன்மையுள்ள
வார்ப்பு இரும்பு போன்ற பொருள்களுக்கும்,

$$\text{காப்பு எண் (FS)} = \frac{\sigma\, u}{\sigma\, mw}, \qquad ....(26)$$

இங்கு

$\sigma\, y$ = நெகிழ்வுத் தகைவு

$\sigma\, u$ = ஈற்றுத் தகைவு

$\sigma\, mw$ = பெருமச் செயல்படுத்து தகைவு

F.S. = காப்பு எண்

கட்டுமானப் பணிக்குப் பயன்படும் மென் எஃகு, மற்றும் பித்தளை, அலுமினியம், தாமிரம் ஆகியவவை ஒசிவுப் பொருள்களாகும். வார்ப்பு இரும்பு, கற்காரை (Concrate), கல், ஆகியவை நொய்ம்மைப் பொருள்களாகும். ஒசிவுப் பொருள் களுக்கு நெகிழ்வுத் தகைவின் அடிப்படையிலும் நொய்ம்மைப் பொருள்களுக்கும் மற்றும் மரம் (Wood) போன்றவற்றிற்கும் ஈற்றுத் தகைவின் அடிப்படையிலும் பெருமச்செயல்படுத்து தகைவு நிர்ணயிக்கப்படுகிறது. சாதாரணமாக, நொய்ம்மைப் பொருள் களுக்குக் காப்பு எண்ணின் மதிப்பு, ஒசிவுப் பொருள்களைக் காட்டிலும் அதிகமாக இருக்கும். இதற்கான காரணங்களாவன:

1. தற்செயலாய் நடைபெறும் சேதங்களில், நொய்ம்மைப் பொருள் எளிதில் பாதிக்கப்படக் கூடும்.

2. உற்பத்தி செய்யும்போது ஏற்படும் குறைபாடுகள் நொய்ம்மைப் பொருள்களை எளிதில் பாதிக்க வல்லன.

3. தற்செயலாக அதிகத் தகைவுகளுக்கு உட்பட்டால், ஒசிவுப் பொருள்களில் நிரந்தர உருமாற்றம் மட்டுமே (Permanent deformation) நிகழக்கூடும். ஆனால் நொய்ம்மைப் பொருள்களில் சிதைவுறுதல் (Failure) நிகழக் கூடும்.

மாதிரி 11

உள்ளீடற்ற (Hollow) வார்ப்பு இரும்புத் தூணின் வெளிவிட்டம் 250 mm. உலோகத்தின் தடிப்பு 25 mm. இதன் அச்சில் அமுக்கு விசை செயல்படுகின்றது. ஈற்று நொறுங்குந்தகைவு (Ultimate corushing stress) 5400 Kg/cm^2, காப்பு எண் = 6 எனில், வார்ப்பு இரும்புத் தூண் எவ்வளவு பளுவைத் தாங்க அனுமதிக்கலாம்?

தூணின் குறுக்கு வெட்டுப் பரப்பு $= \frac{\pi}{4}(25^2 - 20^2) = 176.7\ cm^2$

தூண் நொறுங்கும் போது செயல்படக்கூடிய பளு

$= 5400 \times 176.7 = 954300\ kg.$

அனுமதிக்கக் கூடிய பளு = 954300/6 = 159050 *kg*.

மாதிரி 12

மென் எஃகுத் தண்டு ஒன்றில் நீட்சிச் சோதனை நடத்து வதன் மூலம் கீழ்வரும் முடிவுகள் தெரிய வருகின்றன:

சோதனைத் தண்டின் விட்டம்	= 20 mm
நெகிழ்வுப்புள்ளியின் போது செயல்படும் பளு	= 8200 kg.
உடையும்போது செயல்படும் பளு	= 9000 kg.
ஈற்றுப் பளு	= 13,300 kg.

காப்பு எண் = 2 எனில், செயல்படுத்து தகைவைக் கணக்கிடு.

1200 kg/cm^2 தகைவு தோன்றக்கூடிய கட்டிட உறுப்பாக இம்மென் எஃகைப் பயன்படுத்த முடியுமா என்பதைத் தீர்மானம் செய்.

மென் எஃகு ஒசிவுப் பொருள் என்பதால், செயல்படுத்து தகைவினை நெகிழ்வுத் தகைவின் அடிப்படையில் கணிக்க வேண்டும்.

$$\text{செயல்படுத்து தகைவு} = \frac{\text{நெகிழ்வுத்தகைவு}}{\text{காப்புஎண்}}$$

$$\text{நெகிழ்வுத் தகைவு} = \frac{\text{நெகிழ்வு பளு}}{\text{குறுக்கு வெட்டு பரப்பு}}$$

$$= \frac{8200}{\frac{\pi}{4} x 2^2} = \frac{8200}{\pi} \ kg/cm^2$$

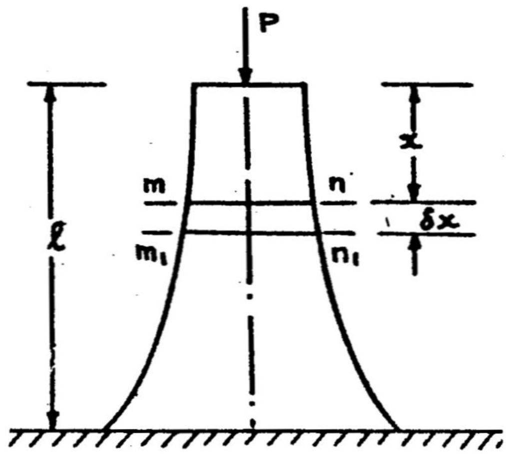
$$\text{எனவே, செயல்படுத்து தகைவு} = \frac{8200}{\pi x 2} = 1304.5 \ kg/cm^2$$

செயல்படுத்து தகைவான 1304.5 kg/cm2, கட்டுமானப் பணியில் உட்படுத்தப் படப்போகும் தகைவான 1200 kg/cm 2 காட்டிலும் அதிகமாக இருப்பதால், இம்மென் எஃகைப் பயன்படுத்தலாம்.

மாதிரி 13

படம் **2-10** இல் தூண் ஒன்று காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது. அதன் ஒவ்வொரு குறுக்கு வெட்டு முகத்திலும் விளையும் தகைவு W -விற்குச் சமமாக இருக்க வேண்டும் என்றால், அதன் வடிவத்தை நிர்ணயம் செய். (இந்நிபந்தனைக்கேற்ற வடிவம் ''சமவலிமை உள்ள வடிவம்'' (Form of equal strength) எனப்படுகிறது. ஒவ்வொரு குறுக்கு வெட்டு முகமும் செயல்படுத்தக்கூடிய பெருமத் தகைவான σ_W -விற்கு ஆட்படுவதால் இவ்வடிவத்தை ''உகந்த வடிவம்'' (Optimum shape) என்பர்).

படம் **2-10** இல், தூணின் முனையிலிருந்து x தூரத்தில், δx நீளமுள்ள தூணின் சிறு பகுதியைக் காண்போம்.



படம் 2-10 சம வலிமை உள்ள வடிவம்

வெட்டுமுகம் m_1, n_1 இல் வெட்டுமுகம் m-n இல் செயல்படும் அமுக்க விசையைக் காட்டிலும் அதிகமான விசை செயல் படுகின்றது. இவ்வதிகமான விசை வெட்டு முகங்கள் mn, m_1, n_1 ஆகியவற்றிற்கு இடையே உள்ள சிறு பகுதியின் எடைக்குச் சமமாகும்.

இரு வெட்டு முகங்களிலும் ஒரே அளவான, σw விற்குச் சமமான தகைவு இருக்க வேண்டும்.

எனவே, $dA \cdot \sigma_W = \gamma A \delta X$ ....(a)

இங்கு dA = இரு வெட்டு முகங்களின் பரப்புகளில் இருக்கும் வித்தியாசம்

γ = தூண் செய்யப்பட்டுள்ள பொருளின் அலகு எடை

A = வெட்டு முகம் m-n இல் உள்ள பரப்பு

சமன்பாடு (a) யில் வலதுபக்கம், சிறுபகுதியின் எடையைக் குறிக்கின்றது.

சமன்பாடு (a)யினை A σ_W - வினால் வகுத்து, பின்னர் நுண் தொகை (Integrating) செய்தால்

$$\int \frac{dA}{A} = \int \frac{\gamma}{\sigma_\omega} dx \qquad \text{....(b)}$$

என்னும் சமன்பாடு கிடைக்கின்றது.

சமன்பாடு (b) யிலிருந்து

$$\log_e A = \frac{\gamma X}{\sigma_w} + C_1 \qquad \text{....(e)}$$

என்னும் சமன்பாடு கிடைக்கின்றது.

$$\therefore A = C . e^{\gamma X / \sigma_w} \qquad \text{....(d)}$$

இங்கு e : இயற்கை மடக்கையின் அடி எண் (Base of the natural logarithm)

$$C = e^{C_1}$$

மாறிலி C யின் மதிப்பினைக் கீழ்வருமாறு கண்டறியலாம்.

ie x=o எனில், சமன்பாடு (d) தூணின் உச்சியில் உள்ள பரப்பினைக் கொடுக்கும்.

$$ie \ (A)_{x=0} = C$$

ஆனால் உச்சியில், தூணின் பரப்பு, - அதாவது $(A)_{x=0} = \frac{P}{\sigma_w}$

$$\text{எனவே } C = \frac{P}{\sigma_w}$$

சமன்பாடு (d) யில் இதனைப் பிரதியிட

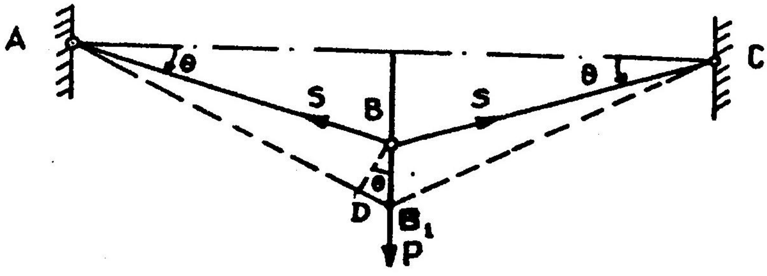
$$A = \frac{P}{\sigma_w} e^{\gamma X / \sigma_w}$$

தூணின் அடிப்பரப்பை அறியச் சமன்பாடு (e) யில் x=l என்னும் மதிப்பைப் பிரதியிட

$$A_{\text{பெருமம்}} = \frac{P}{\sigma_w} e^{\gamma l/\sigma_w}$$

மாதிரி ***14***

படம் *2-11* ல் அமைப்பு ABC காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது. எஃகுத் தண்டுகள் AB மற்றும் CB ஆகியவை சமநீளமுள்ளவை. அவற்றின் நீளம் 4.5 m. அவற்றின் முனைகள் கீலகங்களினால் (Hinges) படத்தில் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளவாறு பொருத்தப் பட்டுள்ளன. முனை Bயில், செங்குத்தான பளு P செயல் புரிகின்றது. P = 2775 kg. , σ_W = 670 kg/cm^2 எனில் தண்டுகளின் தேவைப்படும் பரப்பினையும், புள்ளி B அடையும் விலக்கத் திணையும் (Deflection) கண்டுபிடி. தண்டுகளின் துவக்கச் சாய்வுக் கோணம் θ = 30°, தண்டுகளின் சுய எடையைப் புறக்கணிக்கவும்.



படம் *2-11*

இலேம்ஸ் தேற்றத்தின்படி (Lamis Theorm)

$$\frac{P}{Sin\ 120^\circ} = \frac{S}{Sin\ 120^\circ}$$

எனவே S = P = 2275 kg.

தேவைப்படும் பரப்பு $= \frac{2275}{670} = 3.4\ cm^2$

படத்தில் BB_1 = புள்ளி Bயின் விலக்கம் (Deflection)

AB_1 = நீட்சிக்குப் பிறகு ABயின் நிலை (Position)

புள்ளி Bயிலிருந்து, AB_1க்கு ஒரு செங்குத்துக்கோடு வரைக. இக்கோடு BD ஆகும். தண்டின் துவக்க நீளத்தை ஆரையாகவும், புள்ளி Aயை மையமாகவும் கொண்டு வரையப்படும் வில்லிற்குப் (Arc) பதிலாக, செங்குத்துக்கோடு BD யைக் கணக்கிடுகையில் பயன்படுத்தலாம்.

தண்டு ABயின் நீட்சி = B_1D.

$$= \varepsilon l = \frac{\sigma w}{E} \cdot l$$

$$= \frac{670 \times 4.5 \times 100}{2.1 \times 10^6}$$

$$= 0.14\ cm.$$

இப்பொழுது செங்கோண முக்கோணம் BDB_1 இல்

$$\text{விலக்கம் } BB_1 = \frac{B_1 D}{Sin\ \theta} = \frac{0.14}{Sin\ 30^\circ} = 0.28\ cm.$$

குறிப்பு: விலக்கம் BB_1-ஆல் ஏற்படும் கோணமாற்றம் புறக் கணிக்கப்படுகிறது.

10. நிலையியலால் தீர்வுகாண இயலாக் கணக்குகள் (Statically Indeterminate Problems)

நிலையியல் சமநிலைச் சமன்பாடுகளான $\sum H = 0$., $\sum V = 0$ மற்றும் $\sum M = 0$ ஆகிய மூன்றினால் மட்டும் தீர்வுகாண இயலாத கணக்குகள் 'நிலையியலால் தீர்வுகாண இயலாக் கணக்குகள்' எனப்படுகின்றது.

இப்பொழுது அச்சுவழியே செயல்படும் 'அச்சுப்பளு' (Axial load) க்கு ஆட்படும் தண்டுகளைப் பற்றிய கணக்குகளுள் சில 'நிலையியலால் தீர்வுகாண இயலாக் கணக்குகள்' வகையினைச் சார்ந்தவையாகும். இம்மாதிரிச் சமயங்களில் உறுப்பின் உரு மாற்றத்தையும் எடுத்துக் கொள்ள வேண்டும்.

சான்றாக, இரு முனைகளும் பொருத்தப்பட்ட (Fixed) தண்டு ஒன்றினைக் காண்போம். படம் 2-12. தண்டின் இடையில் வெட்டு முகம் m-n -ல் அச்சு பளு 'P' செயல்படுகின்றது. பொருத்தப்பட்ட முனைகளில் எதிர்வினைகள் R, R_1 செயல் படுவதாகக் கொள்வோம்.

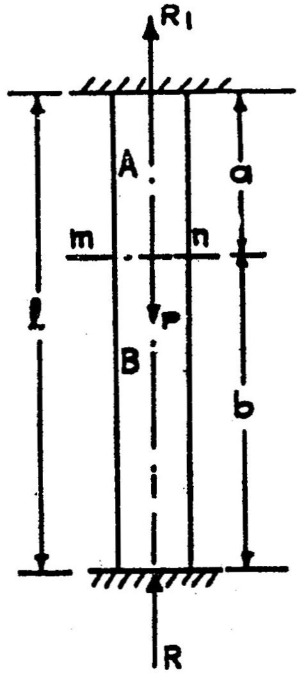
நிலையியல் சமநிலைச் சமன்பாடுகளைக் கொண்டு

$$P - R - R_1 = 0 \quad ....(a)$$

என்னும் சமன்பாடு கிடைக்கின்றது.

$$\text{ie } P = R + R_1 \quad ....(b)$$

சமன்பாடு (b) யில் இரு தெரியாக்கணியங்கள் (Unknown quantities) உள்ளன. எனவே, தீர்வுகாண மற்றுமொரு சமன்பாடு வேண்டியுள்ளது. இதனை உறுப்பின் உருமாற்றத்தினைக் கணிப்பதன் மூலம் பெறலாம்.



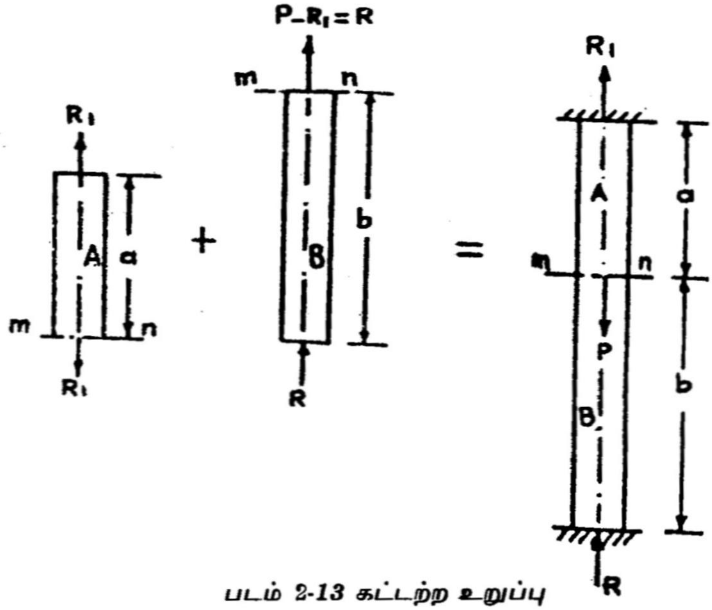
படம் 2-12

விசை P, எதிர் வினைகள் R மற்றும் R1 இவற்றால், தண்டு அடையும் உருமாற்றம் = 0.

le δl = 0.

இப்பொழுது, பகுதி A,B இவற்றின் உருமாற்றத்தைக் கணக்கிடலாம்.

பகுதி A,B இவற்றின் 'கட்டற்ற உறுப்பு'ப் படத்தைப் படம் 2-13 இல் காணலாம்.



படம் 2-13 கட்டற்ற உறுப்பு

பகுதி A அடையும் நீட்சி $= \frac{R_1 a}{AE}$

பகுதி B அடையும் குறுக்கம் $= \frac{Rb}{AE}$

$\delta l = 0$ என்பதால்

$$\frac{R_1 a}{AE} - \frac{Rb}{AE} = 0 \qquad \text{....(c)}$$

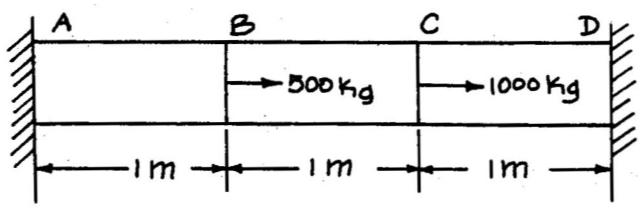
$$\text{அல்லது} \quad R_1 = R\frac{b}{a} \qquad \text{....(d)}$$

சமன்பாடுகள் (b) மற்றும் (d) இவற்றின் உதவியால், R, R_1 ஆகியவற்றினையும், பகுதிகள் A,B ஆகியவற்றில் விளையும் தகைவுகளையும் அறியலாம்.,

மாதிரி 15

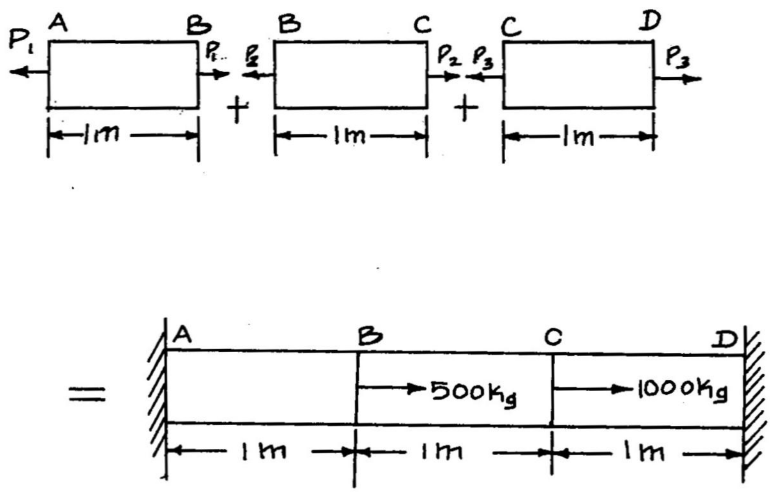
3.0 m நீளமும், 25 cm^2 குறுக்கு வெட்டுப்பரப்பும் கொண்ட அலுமினியத் தண்டு ஒன்று படம் 2-14 இல் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளவாறு விசைகளுக்கு ஆட்பட்டுள்ளது. பகுதிகள் AB, BC மற்றும் CD இவற்றில் விளையும் தகைவுகளைக் கண்டுபிடி. மேலும் புள்ளிகள் B மற்றும் C இவை நகரும் தூரம் எவ்வளவு எனக் கணக்கிடு. $E = 0.8 \times 10^6\ kg/cm^2$

(இலண்டன் பல்கலைக் கழகம்)



படம் 2-14

முதலில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள அலுமினியத்தண்டின் கட்டற்ற உறுப்புப் படத்தைக் காண்போம்.



படம் *2-15* 'கட்டற்ற உறுப்பு'

$P_2 = P_1 - 500$ ....(a) மற்றும்

$P_3 = P_1 - 1500$ ... (b) என இருக்கட்டும்

P_1, P_2 மற்றும் P_3 ஆகியவை இழுவிசைகள் என எடுத்துக் கொள். அவை +ve எனவும் கருதுவோம். இறுதியில் அவற்றுள் சில -ve என விடை கிடைத்தால், அவை மட்டும் அமுக்குவிசை என அறிந்து கொள்ளலாம்.

முனைகள் A மற்றும் D இவை பொருத்தப்பட்டிருப்பதால் தண்டு அடையும் மொத்த நீட்சி = $\delta l = 0$

ie $\delta l_1 + \delta l_2 + \delta l_3 = \delta l = 0$ ....(c)

$$\delta l_1 = \frac{P_1 \times 100}{AE}, \ \delta l_2 = \frac{P_2 \times 100}{AE}, \ \delta l_3 \ \frac{P_3 \times 100}{AE}$$

$\delta l_1 + \delta l_2 + \delta l_3 = 0$ என்பதால்,

$$P_1 + P_2 + P_3 = 0 \qquad \text{....(d)}$$

சமன்பாடுகள் (a), மற்றும் (b) இவற்றைச் சமன்பாடு (d) யில் பிரதியிட

$$P_1 + (P_1 - 500) + (P_1 - 1500) = 0$$

ie $3P_1 = 2000$

$P_1 = 666.7$ Kg (+)

எனவே $P_1 = 666.7$ kg. (இழுவிசை)

$P_2 = P_1 - 500 = 666.7 - 500 = 166.7$ kg. (+)

எனவே $P_2 = 166.7$ kg. (இழுவிசை)

$P_3 = P_1 - 1500 = 666.7 - 1500 = - 833.3$ kg. (-)

எனவே P3=833.3 kg (அமுக்குவிசை)

தகைவுகள் முறையே

$$\sigma_1 = + \frac{666.7}{25} = + 80/3 \ kg/cm^2$$

$$\sigma_2 = + \frac{166.7}{25} = + 20/3 \ kg/cm^2$$

$$\sigma_3 = - \frac{833.3}{25} = - 100/3 \ kg/cm^2$$

புள்ளிகள் B மற்றும் C அடையும் நீட்சிகள்:

புள்ளி B யின் இடப்பெயர்ச்சி

$$= \frac{80}{3 \times .8 \times 10^6} \times 100 = \frac{1}{300} \ cm.$$ (புள்ளி B வலதுபுறம் நகர்கிறது)

புள்ளி C யின் இடப்பெயர்ச்சி

$$= -\frac{100}{3 \times .8 \times 10^6} \times 100 = -\frac{1}{240} cm.$$ (புள்ளி C வலதுபுறம் நகர்கின்றது)

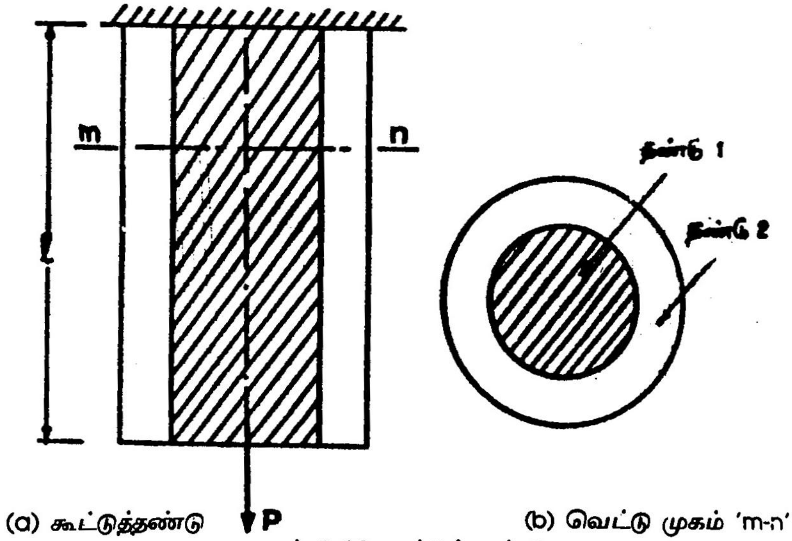
11 கூட்டுத் தண்டுகள் (Composite Bars)

சில சமயங்களில், தண்டு ஒன்றின் குறுக்கு வெட்டு , ஒன்றிற்கு மேற்பட்ட பொருள்களால் ஆனதாக இருக்கும். இவ் விதமான தண்டு கூட்டுத் தண்டு (Composite bar) எனப்படுகிறது. இவை 'நிலையியலால் தீர்வு காண இயலாக் கணக்குகள்' வகையினைச் சார்ந்தவையாகும். பின்வரும் கருதுகோள்களைப் (Assumptions) பயன்படுத்தி இவ்வகைக் கணக்குகளுக்குத் தீர்வு காணலாம்:

1. கூட்டுத் தண்டு ஒன்றிலுள்ள தண்டுகளின் விகலங்கள் யாவும் சமம். அதாவது அவற்றின் நீட்சிகள் அல்லது குறுக்கங்கள் சமம்.

2. கூட்டுத் தண்டு ஒன்றிலுள்ள தண்டுகள் ஒவ்வொன்றும் எடுத்துக் கொள்ளும் பளுக்களின் கூட்டுத்தொகை = அக்கூட்டுத் தண்டின் மேல் செயல்படும் மொத்தப்புறவிசை.

படம் 2-16 இல் கூட்டுத் தண்டு ஒன்று காண்பிக்கப் பட்டுள்ளது.



படம் 2-16 கூட்டுத் தண்டு

8

இங்கு

P = கருதப்பட்டுள்ள கூட்டுத் தண்டின் மேல் செயல்படும் புறவிசை

A_1, E_1, P_1 = முறையே முதல் தண்டின் பரப்பு, யெங்குணகம் மற்றும் அது எடுத்துக் கொள்ளும் பளு.

A_2, E_2, P_2 = முறையே இரண்டாம் தண்டின் பரப்பு, யெங் குணகம் மற்றும் அது எடுத்துக் கொள்ளும் பளு

l = கூட்டுத் தண்டின் நீளம் மற்றும்

δl = கூட்டுத் தண்டின் நீட்சி என எடுத்துக் கொள்வோம்.

கருதுகோள் (2) இன் படி

$$P_1 + P_2 = P \qquad \text{.... (27)}$$

தண்டு -1 இல், விளையும் தகைவு $= \sigma_1 = \dfrac{P_1}{A_1}$

தண்டு 1 இல் விளையும் விகலம் $= \varepsilon_1 = \dfrac{P_1}{A_1 E_1}$

தண்டு 1 இல் விளையும் நீட்சி $= \delta l_1 = \dfrac{P_1 l}{A_1 E_1}$

தண்டு -2ல் விளையும் தகைவு $= \sigma_2 = \dfrac{P_2}{A_2}$

தண்டு 2 இல் விளையும் விகலம் $= \varepsilon_2 = \dfrac{P_2}{A_2 E_2}$

தண்டு 2 இல் விளையும் நீட்சி $= \delta l_2 = \dfrac{P_2 l}{A_2 E_2}$

இரண்டு தண்டுகளும் ஒன்றுபோல் நீட்சியுறுவதால்,

$$\delta l_1 = \delta l_2$$

$$\text{ie } \frac{P_1 l}{A_1 E_1} = \frac{P_2 l}{A_2 E_2}$$

$$\text{ie } \frac{P_1}{P_2} = \frac{A_1 E_1}{A_2 E_2}$$

ie $P_1 : P_2 :: A_1 E_1 : A_2 E_2$ ....(28)

அதாவது தண்டுகள் ஒவ்வொன்றும் எடுத்துக் கொள்ளும் பளுக்களின் விகிதம் = $A_1 E_1 : A_2 E_2$

AE : அச்சின் விறைமை (Axial Regidity) (இஃது நேர்ப்பளு (Direct load) விற்குத் தோன்றும் தடையைக் (Resistances) குறிக்கின்றது.

* IE : வளைமையில் விறைமை (Flecural Regidity) (இஃது வளை தற்குத் (Bending) தோன்றும் தடையைக் குறிக்கின்றது.)

* JN : முறுக்குமையில் விறைமை (Tensional Regidity) (இஃது முறுக்குகையில் தோன்றும் தடையைக் குறிக்கின்றது)

மேலும்

$$\frac{P_1}{A_1} = \frac{P_2}{A_2}\left(\frac{E_1}{E_2}\right) \quad ....(29)$$

ie தண்டு ஒன்றிலுள்ள தகைவு = தண்டு இரண்டிலுள்ள தகைவு $x\left(\frac{E_1}{E_2}\right)$

$\frac{E_1}{E_2}$ = இரண்டு தண்டுகளுக்குமுள்ள குணகங்களின் விகிதம்.

சமன்பாடுகள் (27) மற்றும் (28) இவற்றின் துணையுடன், P_1 மற்றும் P_2 இவற்றைக் கணக்கிடலாம். இதிலிருந்து தண்டுகளின் தகைவுகளையும், கூட்டுத்தண்டின் நீட்சியினையும் அறியலாம்.

மாதிரி 16

20 mm விட்டமும், 30 cm நீளமுள்ள மென் எஃகுத்தண்டு ஒன்று, 30 mm வெளிவிட்டமும், 25mm உள்விட்டமும் கொண்ட பித்தளைக் குழாய் ஒன்றால் படம் 2-17 இல் காண்பிக்கப் பட்டுள்ளவாறு சுற்றிலும் மூடப்பட்டுள்ளது. இக்கூட்டுத் தண்டில்

---

* இவற்றைப் பற்றி விரிவாகப் பின்வரும் அதிகாரங்களில் காணலாம்.

4000 kg. பளு செயல்படுகிறது. தண்டு, குழாய் இவற்றால் விளையும் தகைவுகள், நீட்சிகள் இவற்றைக் கண்டுபிடி.

$E_S = 2 \times 10^6 \ kg/cm^2$ மற்றும் $E_b = 10^6 \ kg/cm^2$
என எடுத்துக் கொள்

$P = P_S + P_b$ .....(a)

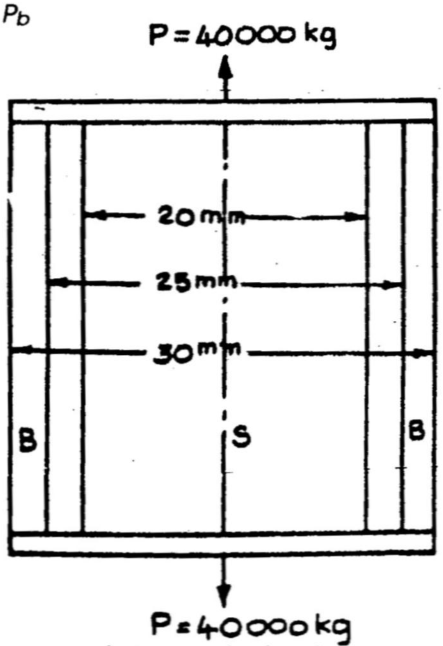
மென் எஃகின் குறுக்கு வெட்டுப் பரப்பு = $A_S = 3.14 \ cm^2$

பித்தளையின் குறுக்கு வெட்டுப் பரப்பு = $A_b = 2.16 \ cm^2$

$$\frac{P_S}{P_b} = \frac{E_S}{E_b} \times \frac{A_S}{A_b} \quad .....(b)$$

$$= \frac{2 \times 10^6}{10^6} \times \frac{3.14}{2.16} = \frac{6.28}{2.16}$$

$$P_S = \left(\frac{6.28}{2.16}\right) P_b \quad .....(c)$$



படம் 2-17 கூட்டுத் தண்டு

சமன்பாடு (c)ஐ- (a) யில் பிரதியிட

$$P_b \left\{1 + \frac{6.28}{2.16}\right\} = 4000$$

$$\therefore P_b = 1024 \; kg.$$

$$P_s = 2976 \; kg.$$

மென் எஃகில் தோன்றும் தகைவு, $\sigma_s = \frac{P_s}{A_s} = \frac{2976}{3.14} = 948 \; kg/cm^2$

பித்தளையில் விளையும் தகைவு, $\sigma_b = \frac{P_b}{A_b}$

$$= \frac{1024}{2.16} = 474 \; kg/cm^2$$

கூட்டுத் தண்டின் நீட்சி $= \varepsilon . l$

விகலத்தை அறிய ஏதேனும் ஒரு பொருளைக் கருதினால் போதுமானது.

பித்தளையை எடுத்துக்கொள்வோம்.

$$\text{விகலம்} = \frac{474}{10^6} = 0.000474 \; cm/cm$$

$$\text{நீட்சி} = .000474 \times 30 = 0.01422 \; cm.$$

மாதிரி 17

வலிவூட்டப்பட்ட கற்காரைத் தூண் ஒன்று (RCC colmn) 30 cm. பக்கங்களையம் (sides), 28 mm விட்டமுள்ள நான்கு எஃகுக் கம்பிகளையும் கொண்டுள்ளது. அந்நான்கு எஃகுக் கம்பிகளின் மையங்களும் ஒவ்வொரு விளிம்பிலிருநதும் 7.5 cm தூரத்தில் உள்ளன. கற்காரையில் செயல்படுத்து தகைவு 40 Kg/cm^2 எனில், தூணின் மையத்தில் எவ்வளவு பாதுகாப்பான பளுவை (Safe load) ஏற்றலாம்? அப்போது வலிவூட்டும் கம்பிகளில் தோன்றும் தகைவு எவ்வளவு? அக்கம்பிகள் எவ்வளவு பளுவை ஏற்றுச்

கொள்கின்றன? குணகங்களின் விகிதம் = *18* என எடுத்துக் கொள்க.

$$A_s = 4 \times \left(\frac{\pi d^2}{4}\right) = 4\left(\pi \times \frac{2.8^2}{4}\right) cm^2$$

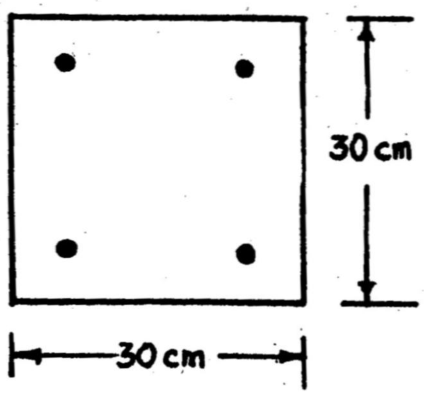
$$A_s = 4 \times 6.16 = 24.64\ cm^2$$

$$A_c = (30 \times 30 - 24.64)\ cm^2$$

$$= 875.4\ cm^2.$$

$$\frac{P_s}{P_c} = \frac{E_s}{E_b} \cdot \frac{A_s}{A_b} \qquad ....(a)$$

$$P_s + P_c = P \qquad ....(b)$$



படம் 2-18 வலிவூட்டப்பட்ட கற்காரை வெட்டுமுகம்

சமன்பாடு (a) யைப் பின்வருமாறும் எழுதலாம்

$$\frac{\sigma_s}{\sigma_c} = \frac{E_s}{E_c} \qquad ....(c)$$

ie $\sigma_s = 18 . \sigma_c$

கற்காரையின் பெருமச் செயல்படுத்து தகைவு 40 kg/cm2 கொடுக்கப் பட்டுள்ளது.

$$\therefore \sigma_s = 18 \times 40 = 720 \ kg/cm^2$$

எனவே

$$P_s = \sigma_s A_s = 720 \times 24.6 \ kg. = 17{,}712 \ kg.$$

$$P_C = \sigma_C A_C = 40 \times 375.4 = 35016 \ kg.$$

$$P_s + P_C = P \qquad ....(b)$$

$$\therefore P = 17712 + 35016 = 52728 \ kg.$$

வலிவூட்டும் கம்பிகள் பெறும் பளு = 17712 kg.

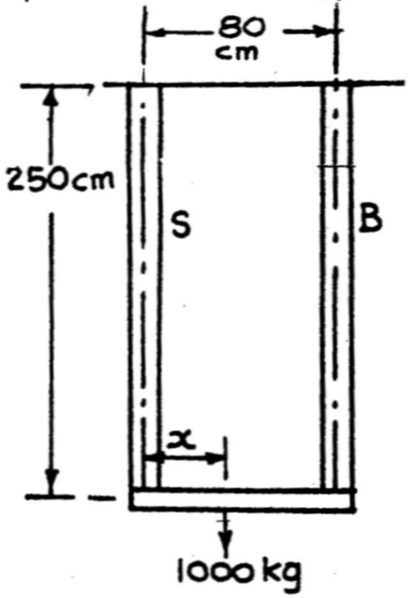
மாதிரி 18

மென் எஃகு, வெண்கலம் (Bronze) ஆகிய இரு செங்குத்தான தண்டுகளின் மேல் முனைகள் படம் 3-19 இல் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளவாறு, 80cm. இடைவெளியில் உறுதியாகப் பொருத்தப்பட்டுள்ளன. ஒவ்வொரு தண்டும் 250 cm நீளமும், 12 mm. விட்டமும் உடையன. தண்டுகளின் கீழ்முனைகள் ஒரு கிடையான (Horizontal) குறுக்குச் சட்டத்தினால் இணைக்கப் பட்டுள்ளன. 100 kg. பளுவைக் குறுக்குச் சட்டத்தில் எங்கு வைத்தால், பளு வைத்தபின்னரும் குறுக்குச்சட்டம் கிடையாக இருக்கும்? ஒவ்வொரு தண்டிலும் விளையும் தகைவினைக் கணக்கிடு.

$$E_s = 2 \times 10^6 \ kg/cm^2., \ E_b = 1.1 \times 10^6 \ kg/cm^2.$$

$$P_S + P_B = P = 1000 \qquad ....(a)$$

பளு வைத்த பிறகும், குறுக்குச் சட்டம் கிடையாக இருப்பதனால், எஃகில் விளையும் விகலம் = வெண்கலத்தில் விளையும் விகலம்



படம் 2-19 கூட்டுத் தண்டு

ie $\dfrac{P_s l}{A_s E_s} = \dfrac{P_b l}{A_b E_b}$

ie $\dfrac{P_s}{P_b} = \left(\dfrac{E_s}{E_b}\right) \dfrac{A_s}{A_b}$ ...(b) $A_s = A_b = \dfrac{\pi}{4} \times 1.2^2$ என்பதால்

$$\frac{P_s}{P_b} = \frac{E_s}{E_b} = 2 \times 10^6 = \frac{2 \times 10^6}{1.1 \times 10^6} = 1.82 \qquad ....(c)$$

சமன்பாடு (c) யை (a) யில் பிரதியிட

$P_b\ (1.82 + 1) = 1000$

ie $P_b = 354.9\ kg.$ $P_s = 645.1\ kg.$

$$\sigma_s = \frac{P_s}{A_s} = \frac{645.1}{\pi/4 \times 1.2^2} = 570.9\ kg/cm^2$$

$$\sigma_b = \frac{P_b}{A_b} = \frac{354.9}{\pi/4 \times 1.2^2} = 313.9\ kg/cm^2$$

இப்பொழுது 'X' ஐக் கணிக்க, எஃகுத் தண்டின் அச்சுப் பற்றித் திருப்பு மையைக் கணக்கிடலாம்

ie $354.9 \times 80 = 1000\,x$.

$\therefore x = 354.9 \times 80/1000 = 28.4$ cm.

அதாவது எஃகுத்தண்டின் அச்சிலிருந்து 28.4 cm தூரத்தில் பளுவை வைக்க வேண்டும்.

1.2 வெப்பத் தகைவுகள் (Temperature Stresses)

வெப்ப நிலை மாற்றத்தால், பொருள் ஒன்றின் நீளத்தில் மாற்றம் ஏற்படுகின்றது. வெப்ப நிலை அதிகரிக்கும்போது தண்டு ஒன்றின் நீளம் அதிகரித்தும், குறையும்போது நீளம் குறைந்தும் விடுகின்றது. இவ்விதமான நீளமாற்றம் இயற்கையாக, தடை ஏதுமின்றி நடைபெற்றால் இத்தண்டில் தகைவு ஏதும் விளைவதில்லை. ஆனால் இயற்கையாக நடைபெறும் இந்நீள மாற்றம் தடுக்கப்பட்டால் (Prevented) தகைவும், விகலமும் தண்டில் தோன்றும். இவ்விதம் தண்டில் விளையும் தகைவு 'வெப்பத் தகைவு' (Temperature stress) எனப்படுகிறது. தண்டில் விளையும் தகைவு, நீளமாற்றம் நடைபெறாவண்ணம் தடுக்கப்படும் அளவிற்கு நேர் விகிதத்தில் இருக்கும். சான்றாக, வெப்பத்தால் தண்டு ஒன்று தடை ஏதுமின்றி இயற்கையாக நீளமாற்றம் அடைந்தால் அதில் தகைவு ஏதும் தோன்றாது. ஆனால் அது அடையக்கூடிய நீள மாற்றம் முழுமையாகத் தடுக்கப்பட்டால், அதில் பெரும அளவு வெப்பத் தகைவு தோன்றும். அது அடையக்கூடிய நீளமாற்றம் ஓரளவிற்குத் தடுக்கப்பட்டால், தண்டில் தோன்றும் தகைவும் தடுக்கப்பட்ட அளவிற்கு நேர் விகிதத்தில் இருக்கும்.

நிகழ்வுக்கூறு 1 (case1) நீளமாற்றம் முழுமையாகத் தடுக்கப்படுதல்:

படம் 2-20 இல் தண்டு ஒன்றில் இரு முனைகளும், இரண்டு தாங்கிகளுக்கு இடையே நன்கு பொருத்தப்பட்டுள்ளது. தாங்கிகள் இரண்டும் தண்டு நீளமடைகையில் நகரவில்லை எனில், வெப்ப மாற்றத்தால் தண்டில் விளையும் நீளமாற்றம் முழுமையாகத் தடுக்கப்படுகிறது. முதலில் வெப்பநிலை அதிகரிப்பதால் விளையும் தகைவுகளைப் பற்றிக் காண்போம்.

இங்கு

l = தண்டின் ஆதி நீளம்

A = தண்டின் குறுக்கு வெட்டு முகத்தின் பரப்பு

t = வெப்ப நிலையில் தோன்றும் மாற்றம் ($t_1 \sim t_2$)

p = தாங்கிகளினால் உண்டாகும் விசை

α = விரிவு எண் (Coefficient of expansion)

t_1 = தண்டின் ஆதி வெப்பநிலை

t_2 = தண்டின் இறுதி வெப்பநிலை

L_1 = தண்டின் இறுதி நீளம்

வெப்பமடைந்தபின் தண்டு அடையக் கூடிய இறுதி நீளம்,

$$l_1 = l\,(1 + \alpha t) \qquad \text{....(30)}$$

எனவே தண்டு அடையக் கூடிய நீட்சி,

$$\delta l = l_1 - l = l \alpha t \qquad \text{....(31)}$$

தண்டு, δl நீட்சியை அடைய இயலா வண்ணம் தாங்கிகள் தடை செய்கின்றன. அதாவது, தாங்கிகள் தண்டின் மேல் அழுக்க விசையை ஏற்படுத்துகின்றன. இவ்வித அழுக்க விசையால், தண்டு அடையக் கூடிய δl நீட்சி முழுமையாகத் தடுக்கப்படுகின்றது.

தண்டில் விளையும் அழுக்கத்தகைவு = σ_C என எடுத்துக் கொள்வோம். பின்னர்,

$$\frac{\sigma}{E} = \frac{\delta l}{l} = \frac{l \alpha t}{l} = \alpha t \qquad ....(32)$$

என்ற சமன்பாடு கிடைக்கின்றது.

$$\text{ie } \sigma_C = E \alpha t \qquad ....(33)$$

இங்கு σ_C அமுக்கத் தகைவு ஆகும்

இதேபோல், தண்டின் வெப்ப நிலை குறைந்தாலும், தண்டில் தகைவு, விகலம் ஆகியவை விளையும். வெப்பநிலை குறையும்போது தண்டில் இழுதகைவு (Tensile) தோன்றுகின்றது. அதன் மதிப்பு $\sigma_t = E \alpha t$ ....(33a)

இங்கு σ_t இழுதகைவு ஆகும்.

நிகழ்வுக்கூறு -2 தாங்கிகள் 'δ' அளவிற்கு நகரும் நிலை:

தாங்கிகள் 'δ' அளவிற்கு நகர்ந்தாலோ, அல்லது நெகிழ்ந்து போனாலோ (Yielding) தண்டு அந்த அளவிற்கு இயற்கையாக, தடுக்கப்படாமல், நீள மாற்றம் அடைகின்றது. இப்போது தண்டில் விளையும் தகைவு நிகழ்வுக்கூறு -1 இல் கண்டதைக் காட்டிலும் குறைந்தே இருக்கும். முதலில், வெப்பநிலை அதிகரிப்பதால் விளையும் அமுக்கத் தகைவைக் காண்போம்.

தண்டு அடையக்கூடிய நீட்சி தடுக்கப்படும் அளவு $(\delta l - \delta) = (l \alpha t - \delta)$

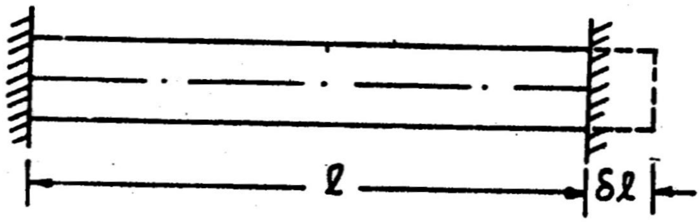
தண்டில் விளையும் அமுக்கத்தகைவு = σ_C எனக் கொள்வோம்

$$\text{பின்னர் } \sigma_C = E\left(\alpha t - \frac{\delta}{l}\right) \qquad ....(34)$$

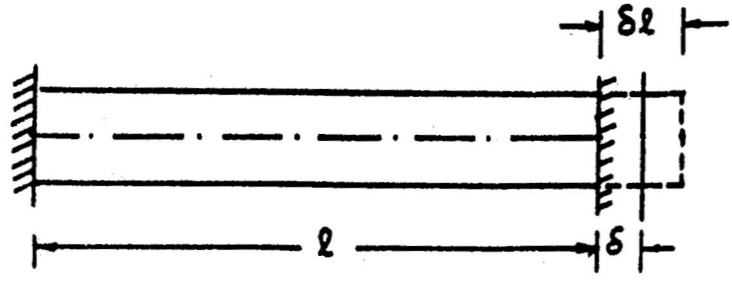
வெப்ப நிலை குறைவதால் இழுதகைவுகள் விளைகின்றன.

$$\text{அதன் மதிப்பு } \sigma_t = E\left(\alpha t - \frac{\delta}{l}\right) \qquad ....(34a)$$

இங்கு σ_t = இழுதகைவு ஆகும்



(a) நிகழ்வுக்கூறு -1



(b) நிகழ்வுக்கூறு -2
படம் 2-20 வெப்பத் தகைவுகள்

மாதிரி 19

6m இடைவெளியில் இருசுவர்கள் (Walls) உள்ளன. இவற்றில், 20 mm உள்ள மென் எஃகுக் கம்பி ஒன்றின் இருமுனைகளும் பொருத்தப்பட்டுள்ளன. கம்பியின் ஆதிவெப்பநிலை 100□c ஆகும். கம்பியின் வெப்பநிலை 20°c க்குக் குறையும் போது அதில் விளையும் தகைவைக் கீழ்வரும் நிகழ்வுக்கூறுகளில் கண்டுபிடி.

(a) சுவர்கள் நெகிழாத சமயம்

(b) சுவர்கள் 1mm தூரத்திற்கு நெகிழும் சமயம்..

$E_s = 2.0 \times 10^6\ kg/cm^2$., $\alpha = 12 \times 10^{-6}/{}^oc$

(ரூர்க்கி பல்கலைக் கழகம்)

தண்டின் ஆதி நீளம் l = 600 cm
தண்டின் விட்டம் d = 2cm
வெப்ப நிலைமாற்றம் = 100 - 20 = 80°c

(a) நெகிழாத சமயம்:

கம்பியில் தோன்றும் தகைவு, $\sigma_1 = E\alpha t$

$$= 2 \times 10^6 \times 12 \times 10^{-6} \times 80$$

$$= 1920\ kg/cm^2$$

(இழுதகைவு)

(b) 1mm தூரத்திற்கு சுவர்கள் நெகிழும் சமயம்:

கம்பியில் தோன்றும் தகைவு, $\sigma_2 = E(\alpha t - \frac{\delta}{l})$

$$= 2 \times 10^6 \left(12 \times 10^{-6} \times 80 - \frac{1}{600} \right)$$

$$= 1587\ kg/cm^2$$ (இழுதகைவு)

நிகழ்வுக்கூறு (b) யில் (a) யினைக்காட்டிலும் குறைந்த அளவு தகைவு விளைந்துள்ளதைக் கவனி.

மாதிரி 20

படம் 2-21 இல் இருதாங்கிகளுக்கு இடையே பொருத்தப் பட்டுள்ள, அலுமினியம், மென் எஃகு ஆகிய பொருள்களால் ஆனதொரு கூட்டுத் தண்டு காண்பிக்கப்பட்டு உள்ளது. இக்கூட்டுத் தண்டின் வெப்பநிலை 38°c யிலிருந்து 21°c க்கு வீழ்ச்சியுற்றால், சீழ்க்காணும் நிகழ்வுக் கூறுகளில் அலுமினியம், எஃகு, ஆகிய பொருள்களால் ஆன பகுதிகளில் விளையும் தகைவுகளைக் கண்டுபிடி.

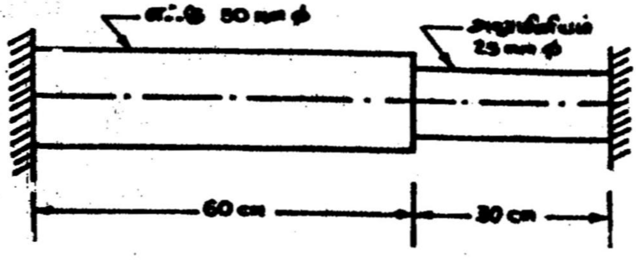
(a) தாங்கிகள் நெகிழாத சமயம்

(b) தாங்கிகள் ஒன்றையொன்று 0.1 mm தூரம் நெருங்கும் சமயம்.

$$E_s = 210\ KN/kg/cm^2/mm^2\ ;\quad \alpha_s = 11.7 \times 10^{-6}/^oc$$

$$E_{AL} = 74\ KN/kg/cm^2/mm^2\ ;\quad \alpha_{Al} = 23.4 \times 10^{-6}/^oc$$

(உஸ்மானியா பல்கலைக்கழகம்)



படம் 2-21 கூட்டுத் தண்டில் விளையும் வெப்பத் தகைவுகள்

வெப்ப நிலை வீழ்ச்சியுறுவதால் தண்டில் இழுதகைவுகள் விளைகின்றன. தண்டின் முழு நீளத்திலும் செயல்படும் இழுவிசை = P என இருக்கட்டும்.

$$P = \sigma_S/A_s = \sigma_A A_A \qquad \text{....(a)}$$

எனவே $\sigma_A = \sigma_s \dfrac{A_S}{A_A} = 4\,\sigma_s$ ....(b)

$$t = 38 - 21 = 17^\circ c$$

நிகழ்வுக்கூறு: (a)

எஃகுத் தண்டு அடையக்கூடிய குறுக்கம்

$$= l_s \alpha_s t = 600 \times 11.7 \times 10^{-6} \times 17$$

$$ie\ \delta l_s = 0.1193\ mm.$$

அலுமினியம் அடையக்கூடிய குறுக்கம் = $l_A \alpha_A t$

$$ie\ \delta l_A = 300 \times 23.4 \times 10^{-6} \times 17$$

$$= 0.1193\ \text{mm.}$$

கூட்டுத்தண்டு அடையக்கூடிய மொத்தக் குறுக்கம்

$$= \delta l = \delta l_s + \delta l_A$$
$$= 0.1193 + 0.1193$$
$$= 0.2386\ \text{mm.}$$

இப்பொழுது $\delta l_s = \dfrac{P_s l_s}{A_s E_s} = \dfrac{P_s \times 600}{A_s \times 210 \times 10^3}$

$$\delta l_A = \frac{P_A l_A}{A_A E_A} = \frac{P_A \times 300}{A_A \times 74 \times 10^3}$$

எனவே $0.2386 = \dfrac{(\sigma_s \times 600)}{210 \times 10^3} + \dfrac{4\,\sigma_s \times 300}{74 \times 10^3}$

$$= \frac{296.4}{15540} \sigma_s.$$ இதிலிருந்து,

$\sigma_s = 12.51\ N/mm^2 = 125.1\ kg/cm^2$ (இழுதகைவு)

$\sigma_A = 50.04\ N/mm^2 = 500.4\ kg/cm^2$ (இழுதகைவு)

நிகழ்வுக்கூறு 2. தாங்கிகள் நெகிழும் சமயம்:

$\delta = 0.1\ mm.$

எனவே $\delta l = .2386 - .1 = .1386$

$$\text{ie } .1386 = \frac{P_s \times 600}{A_s \times 210 \times 10^3} + \frac{P_A \times 300}{A_A \times 74 \times 10^3}$$

$$= \frac{\sigma_s \times 600}{210 \times 10^3} + \frac{\sigma_A \times 300}{74 \times 10^3}$$

$\sigma_s = 7.27\ N/mm^2 = 72.7\ kg/cm^2$ (இழுதகைவு)

$\sigma_A = 29.08\ N/mm^2 = 290.8\ kg/cm^2$ (இழுதகைவு)

மாதிரி 21

சீராக மாறும் குறுக்கு வெட்டு முகம் உள்ள தண்டு ஒன்றின் நீளம் = 1m. பெரிய முனையின் விட்டம் 20 cm., சிறிய முனையின் விட்டம் 10 cm. தண்டின் வெப்ப நிலையில் ஏற்படும் உயர்வு 50°c எனில், கொடுக்கப்பட்டுள்ள தண்டின் விளையும் பெரும மற்றும் சிறுமத் தகைவுகளைக் கண்டுபிடி. அதன் முனைகள் நன்கு பொருத்தப்பட்டு உள்ளன.

$E = 2 \times 10^6\ kg/cm^2$ எனவும் $\alpha = 12 \times 10^{-6}/^oC$ எனவும் எடுத்துக்கொள்.

சீராக மாறும் வட்டமான குறுக்கு வெட்டு முகம் உள்ள தண்டு ஒன்றில் தோன்றும் குறுக்கம் $= \frac{4Pl}{\pi E d_1 d_2}$

$$\text{ie } l\alpha t = \frac{4Pl}{\pi E d_1 d_2}$$

எனவே தாங்கிகளினால் தண்டில் விளையும் அமுக்கு விசை

$$P = \frac{\pi E d_1 \; d_2}{4l} \, l \alpha t$$

$$= \frac{\pi E d_1 \; d_2}{4} \, . \alpha t$$

தண்டின் சிறிய முனையில் பெருமத் தகைவு விளைகின்றது.

எனவே $\sigma_{\text{பெருமம்}} = \frac{\pi E d_1 \; d_2}{4} \alpha t \times \frac{4}{\pi d_1^2}$

இங்க d_1 சிறிய விட்டம் என எடுத்துக் கொள்ளப்பட்டது.

$$\sigma_{\text{பெருமம்}} = E \alpha t \left[\frac{d_2}{d_1}\right] \qquad ....(35)$$

ie $\sigma_{\text{பெருமம்}} = E \alpha t \left[\frac{\text{பெரிய விட்டம்}}{\text{சிறிய விடடம்}}\right]$

கொடுக்கப்பட்டுள்ள கணக்கில்

$$\sigma_{\text{பெருமம்}} = 2 \times 10^{6} \times 12 \times 10^{-6} \times 50 \times \left(\frac{20}{10}\right)$$

$$= 2400 \text{ kg/cm}^2$$

குறிப்பு:

1. இதேபோல் $\sigma_{\text{சிறுமம்}} = E \alpha t \left(\frac{d_1}{d_2}\right)$

   இரண்டிற்குமுள்ள விகிதம் $= \frac{\sigma_{\text{பெருமம்}}}{\sigma_{\text{சிறுமம்}}} = \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2$

2. சீரான வெட்டுமுகத் தண்டில் விளையும் வெப்பத் தகைவு $= E \alpha t$ ஆகும்.

   $\therefore d_1 = d_2 = d$.

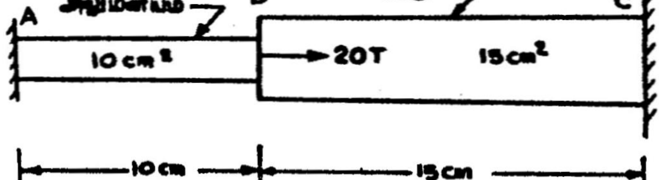
மாதிரி 22

படம் 2-22 இல் அலுமினியம் மற்றும் எஃகு ஆகியவற்றால் ஆன, இரு முனைகளிலும் நன்கு பொருத்தப்பட்ட கூட்டுத் தண்டு ஒன்று காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது. புள்ளி B யில் 20T அச்சுப் பளு ஒன்று, தண்டு 50°c வெப்பநிலையில் உள்ளபோது செயல்படுகின்றது. தண்டின் வெப்பநிலை 100°c க்கு உயரும்போது கூட்டுத் தண்டின் ஒவ்வொரு பொருளிலும் விளையும் தகைவுகள் எவ்வளவு?

$E_s = 2.1 \times 10^6 \; kg/cm^2 ; \quad E_A = 0.7 \times 10^6 \; kg/cm^2$

$\delta_s = 24 \times 10^{-6} \; /°C \;., \quad A = 11.3 \times 10^{-6} \; /°C$

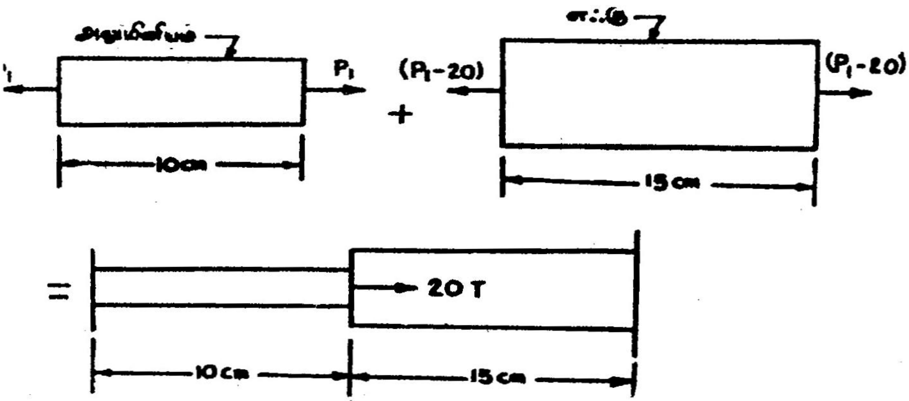
(பனாரஸ் இந்து பல்கலைக் கழகம்)



படம் 2-22 மாறுபடும் விசை, வெப்ப நிலைமாற்றத்தால் விளையும் விசை-இவற்றால் கூட்டுத் தண்டில் விளையும் தகைவுகள்

(a) மாறுபடும் விசையால் விளையும் தகைவுகள்

தண்டின் கட்டற்ற உறுப்புப் படம் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.



படம் 2-23. கட்டற்ற உறுப்பு

கூட்டுத் தண்டின் இறுதி நீட்சி, $\delta l = 0$

$$\text{ie } \delta l_{A1} + \delta l_{S1} = 0 \qquad \text{....(a)}$$

$P_2 = P_1 - 20$ என இருக்கட்டும் ....(b)

$$\delta l_{A1} = \frac{P_1\, l_A}{A_A\, E_A} = \frac{P_1 \times 10}{10 \times .7 \times 10^6} \qquad \text{....(c)}$$

$$\delta l_{S1} = \frac{P_2\, l_s}{A_s\, E_s} = \frac{P_2 \times 15}{15 \times 2.1 \times 10^6} \qquad \text{....(d)}$$

$$\therefore \frac{P_1}{.7 \times 10^6} + \frac{P_2}{2.1 \times 10^6} = 0$$

ie $3P_1 = -P_2$ ....(e)

சமன்பாடு (e)-ஐ, சமன்பாடு (b) யில் பிரதியிட

$P_1 = 5T$ (இழுவிசை)

$P_2 = -15\,T$ ie 15T (அமுக்குவிசை)

தகைவுகள்

அலுமினியத் தண்டில் விளையும் தகைவு

$\sigma_{A1} = 5000/10 = 500\ kg/cm^2$ (+)

எஃகுத் தண்டில் விளையும் தகைவு

$\sigma_{S1} = 15000/15 = 1000\ kg/cm^2$ (–)

(b) வெப்பத் தகைவு:

வெப்பநிலை உயர்வதால் தண்டின் முழுநீளத்திலும் ஒரே அமுக்கு விசை செயல்படுகிறது. எனவே $\sigma_{A2} \times A_A = \sigma_{S2} \times A_s = P$

ie $\sigma_{A2} \times 10 = \sigma_{S2} \times 15$

$\therefore\ \sigma_{A2} = 1.5\ \sigma_{S2}$ ...(f)

அலுமினியத் தண்டு அடையக் கூடிய நீட்சி

$= \delta l_{A2} = l_A\, \alpha_A\, t = 10 \times 24 \times 10^{-6} \times 50 = 12 \times 10^{-3}\ cm.$

எஃகுத் தண்டு அடையக்கூடிய நீட்சி

$= \delta l_{S2} = l_s\, \alpha_s\, t = 15 \times 11.8 \times 10^{-6} \times 50 = 8.85 \times 10^{-3}\ cm.$

தண்டு அடையக்கூடிய மொத்த நீட்சி

$= \delta l_{A2} + \delta l_{S2} = 20.85 \times 10^{-3}\ cm.$

ஆனால், தண்டு அடையக் கூடிய மொத்த நீட்சி

$$= \frac{\sigma A_2}{E_A} \cdot l_A + \frac{\sigma S_2}{E_s}\, l_s$$

$$= \frac{\sigma A_2}{.7 \times 10^6} \times 10 + \frac{\sigma S_2}{2.1 \times 10^6} \times 15 \quad ....(g)$$

சமன்பாடு (f) -ஐ (g) யில் பிரதியிட

மொத்த நீட்சி $\frac{1.5\,\sigma_{S2}}{10^6}\left\{\frac{10}{0.7}+\frac{10}{2.1}\right\}$

$$\text{ie } 20.85 \times 10^{-3} = \frac{60\,\sigma_{S2}}{2.1 \times 10^6}$$

$\therefore \sigma_{S2} = 595\ kg/cm^2$ (அமுக்கத் தகைவு)

$\sigma A_2 = 892.5\ kg/cm^2$ (அமுக்கத் தகைவு)

தண்டில் விளையும் இறுதித் தகைவுகள்:

எஃகுத் தண்டில் விளையும் இறுதித் தகைவுகள்

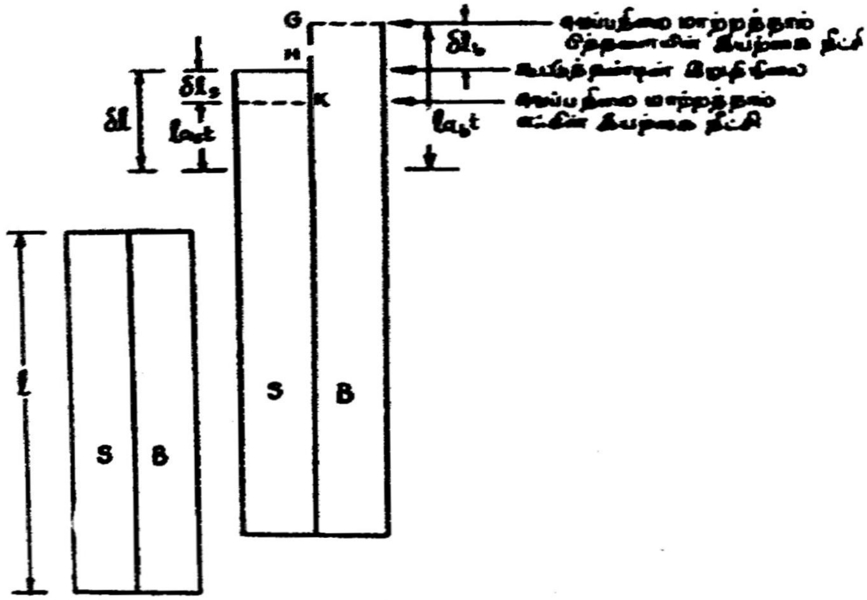
$\sigma_{S1} + \sigma_{S2} = -1000 + (-595) = -1595\ kg/cm^2$ (அமுக்கத் தகைவு)

அலுமினியத் தண்டில் விளையும் இறுதித் தகைவுகள்

$\sigma_{A1} + \sigma_{A2} = 500 + (-892.5) = -392.5\ kg/cm^2$ (அமுக்கத் தகைவு)

13. கூட்டுத் தண்டுகளில் வெப்பத் தகைவு (Termal stresses in composite bars)

படம் 2-24 இல் கூட்டுத் தண்டு ஒன்று காண்பிக்கப் பட்டுள்ளது. துவக்கத்தில் இரு தண்டுகளும் ஒரே நீளமுள்ள வையாக இருக்கட்டும்.



படம் 2-24 வெப்பநிலை மாற்றத்தால் கூட்டுத்தண்டில் விளையும் தகைவுகள்

எடுத்துக் காட்டடாக, கூட்டுத் தண்டு பித்தளை (Brass) மற்றும் எஃகு (Steel) இவற்றால் ஆன ஒன்றாக இருக்கட்டும். தவிரவும்

t	: வெப்ப நிலை மாற்ற அளவு ($t_1 \sim t_2$)
$\sigma_s, \varepsilon_s, \alpha_s$ மற்றும் A_s	: முறையே இரும்புத் தண்டின், தகைவு, விகலம், விரிவு எண் மற்றும் குறுக்கு வட்டு முகப்பரப்பாகவும்,
$\sigma_b, \varepsilon_b, \alpha_b$ மற்றும் A_b	: முறையே பித்தளைத் தண்டின், தகைவு, விகலம் விரிவு எண் மற்றும் குறுக்கு வெட்டுமுகப் பரப்பாகவும் இருக்கட்டும்.

பித்தளைத் தண்டின் விரிவு எண் (α_b) எஃகுத் தண்டின் விரிவு எண்ணைக் காட்டிலும் (α_s) அதிகமாதலால், பித்தளைத் தண்டு

கட்டற்ற நிலையில் எஃகுத் தண்டைக் காட்டிலும் அதிக அளவு நீட்சி அடையக்கூடும் (புள்ளி G). ஆனால் இவ்விதம் நடை பெறாமல், எஃகுத் தண்டு அதைத் தடுக்கின்றது. அதாவது எஃகுத் தண்டு பித்தளைத் தண்டின் மீது அமுக்கு விசையைத் தோற்று விக்கின்றது. இதனால் பித்தளைத் தண்டு இறுதியில், படத்தில் உள்ள, 'H' புள்ளி காண்பிக்கும் நிலையை அடைகின்றது. இதே போல், எஃகுத் தண்டு கட்டற்ற நிலையில், புள்ளி 'K' காண்பிக்கும் நிலையை அடையும். ஆனால், பித்தளைத் தண்டு இழுவிசையை அதன்மேல் தோற்றுவிப்பதால் இறுதியில் புள்ளி 'H' காண்பிக்கும் 'I' நிலையை அடைகிறது. அதாவது, பித்தளைத் தண்டு எஃகுத் தண்டின் மீது இழுவிசையைத் தோற்றுவிக்கின்றது. இறுதியில் கூட்டுத் தண்டு அடையும் நீட்சி ஒன்றே. கூட்டுத்தண்டு அடையும் நீட்சி δl என இருக்கட்டும். படம் 2-24, இவற்றை விளக்குகின்றது. நிலையியல் நிபந்தனைகளின் (conditions of statics) படி, எஃகுத் தண்டு தோற்றுவிக்கும் அமுக்கவிசையும், பித்தளைத் தண்டு தோற்று விக்கும் இழுவிசையும் ஒரே அளவு உடையவை (Magnitude). இவ் விசை 'X' என இருக்கட்டும்.

எஃகு தண்டில் வெப்பநிலை உயர்வால் விளையும் நீட்சி + இழுவிசை X ஆல் விளையும் நீட்சி = பித்தளைத் தண்டில் வெப்பநிலை உயர்வால் விளையும் நீட்சி - அமுக்கவிசை X ஆல் விளையும் குறுக்கம் = கூட்டுத் தண்டின் இறுதி நீட்சி

$$ie \; l\alpha_s t + \frac{xl}{A_s E_s} = l\alpha_B t - \frac{xl}{A_b E_b} = \delta l \qquad ....(36)$$

$$ie \; \alpha_s t + \frac{x}{A_s E_s} = \alpha_B t - \frac{x}{A_b E_b} = \frac{\delta l}{l} \qquad ....(37)$$

சமன்பாடு (37) இன் உதவியால், X இன் மதிப்பைக் கணக்கிடலாம். இதிலிருந்து ஒவ்வொரு தண்டிலும் விளையும் தகைவுகளை அறியலாம்.

மாதிரி 23

20 mm. உள்ள மென் எஃகுத் தண்டு ஒன்று ஒரு பித்தளைக் குழாயினுள் பொருத்தப்பட்டுள்ளது. அதன் நீளம் 30 cm.

பித்தளைக் குழாயின் வெளிவிட்டம் 30 mm. உள்விட்டம் 25 mm. இக்கூட்டுத் தண்டு 60°C வெப்பநிலை மாற்றத்திற்கு உட்படுகிறது. ஒவ்வொரு தண்டிலும் விளையும் தகைவுகளைக் கணக்கிடுக.

$E_s = 2 \times 10^6 \, kg/cm^2$. $E_b = 10^6 \, kg/cm^2$., $\alpha_s = 11.2 \times 10^{-6}/°C$

மற்றும் $\alpha_b = 16.5 \times 10^{-6}/°C$

இரு தண்டுகளும் ஒன்றன் மேல் மற்றொன்று செலுத்தும் விசை 'X' என இருக்கட்டும். இவ்விசை, எஃகுத் தண்டின் மீது இழுவிசையாகவும், பித்தளைத் தண்டின் மீது அமுக்கவிசை யாகவும் செயல்படுகிறது.

$$\alpha_s \, t + \frac{x}{A_s \, E_s} = \alpha_B \, t - \frac{x}{A_B \, E_B} \quad ....(37)$$

$$\text{ie } x = \frac{(\alpha_B - \alpha_s) \, t \, A_s \, E_s}{1 + \dfrac{A_s \, E_s}{A_b \, E_b}} \quad ....(38)$$

$$= \frac{(16.5 - 11.2) \times 10^{-6} \times 60 \times \frac{\pi}{4} \times 2^2 \times 2 \times 10^6}{1 + \dfrac{\pi/4 \times 2^2 \times 2 \times 10^6}{\pi/4 \, (3^2 - 2.5^2) \times 10^6}}$$

$$= \frac{5.3 \times 60 \times \pi \times 2}{1 + \dfrac{2^2 \times 2}{(9 - 6.25)}}$$

$= 510 \, kg.$

$\sigma_s = 162.4 \, kg/cm^2$ (இழுதகைவு)

$\sigma_b = 236.3 \, kg/cm^2$ (அமுக்கத் தகைவு).

மாதிரி 24

ஒரு எஃகுத் தண்டு இரு தாமிரத் தண்டுகளுக்கு இடையே நன்கு பொருத்தப்படுகின்றது. ஒவ்வொரு தாமிரத் தண்டின்

குறுக்கு வெட்டுப்பரப்பும், நீளமும் எஃகுத் தண்டின் பரப்பிற்கும், நீளத்திற்கும் முறையே சமமாக உள்ளன. இக்கூட்டுத் தண்டின் வெப்பநிலை 15°c லிருந்து 315°c -க்கு உயர்த்தப்படுகிறது. இக்கூட்டுத் தண்டு இறுதியில் அடையும் நீட்சி 0.15 cm. தண்டுகளின் ஆதிநீளத்தையும் இறுதியில் விளையும் தகைவுகளையும் கணக்கிடுக.

$$E_s = 2.1 \times 10^6 \, kg/cm^2 \quad \alpha_s = 0.000012 /°C$$

$$E_C = 10^6 \, kg/cm^2 \quad \alpha_C = 0.0000175 /°C$$

இருபொருள்களுக்குமிடையே விளையும் விசை = 'X' என இருக்கட்டும்.

$$\text{பின்னர், } X = \frac{(\alpha_C - \alpha_s)\, t\, A_s\, E_s}{1 + \frac{A_s E_s}{A_C E_C}} \qquad \text{....(38)}$$

தாமிரத் தண்டுகளின் மொத்தபரப்பு ie $A_C = 2 \times A_S$ (கொடுக்கப் பட்டுள்ளது).

$$X = \frac{(17.5 - 12) \times 10^{-6} \times (315 - 15) \times A_s \times 2.1 \times 10^6}{1 + \frac{A_s \times 2.1 \times 10^6}{2 \times A_s \times 10sup6}}$$

$$= \frac{5.5 \times 300 \times 2.1 \times A_S}{\left(1 + \frac{2.1}{2}\right)} = 1690.2 \text{ kg.} \times A_S$$

$$\therefore \frac{X}{A_S} (= \sigma_S) = 1690.2 \, kg/cm^2 \text{ ,, } \sigma_C = 845.1 \, kg/cm^2$$

(அல்லது)

சமன்பாடு (36) இல் பிரதியிட

$$\alpha_s t + \frac{x}{A_s E_s} = \frac{0.15}{l} \qquad \text{....(a)}$$

இங்கு 'l' என்பது தண்டின் ஆதி நீளமாகும்.

$$ie\ \alpha_s t + \frac{\sigma_s}{E_s} = \frac{0.15}{l} \quad \text{....(b)}$$

இதே போல் $\alpha_C t - \frac{\sigma_C}{E_C} = \frac{0.15}{l}$ ....(c)

தவிரவும் $\sigma_s = 2\sigma_C$ எனவே

$$\alpha_s t + \frac{\sigma_s}{E_s} = \frac{0.55}{l} \quad \text{....(d)}$$

$$\alpha_C t - \frac{\sigma_s}{2E_C} = \frac{0.15}{l} \quad \text{....(e)}$$

சமன்பாடு (d) யிலிருந்து (e) யைக் கழித்தால்

$$(\alpha_s - \alpha_C)\, t + \sigma_s \left\{\frac{1}{E_s} + \frac{1}{2E_C}\right\} = 0$$

$$ie\ (12 - 17.5)\, 10^{-6} \times 300 + \sigma_s \left\{\frac{1}{2.1 \times 10^6} + \frac{1}{2 \times 10^6}\right\} = 0$$

$ie\ \sigma_s = 1690.2\ kg/cm^2$ (இழுதகைவு)

$\therefore\ \sigma_C = 845.1\ kg/cm^2$ (அமுக்கத் தகைவு)

சமன்பாடு (d) யில் பிரதியிட

$$12 \times 10^{-6} \times 300 + \frac{1690.2}{2.1 \times 10^6} = \frac{0.15}{l}$$

$l = 34.05\ cm.$

14 சக்கரங்களில் பூண் (tyre) பொருத்துதல் (strinking on)

வண்டிகளின் சக்கரங்களுக்கான மெலிந்த உலோகத் தாலான பட்டைகளை (பூண்) (tyre) அவற்றில் பொருந்துவதற்கும், வெப்பநிலை மாற்றத்தால் விளையும் உருமாற்றத்தைப் (deformation) பயன்படுத்துகின்றனர். பூணின் சுற்றளவைச்

சக்கரத்தின் சுற்றளவை விடச் சிறிது குறைவாகச் செய்து அதைச் சூடு படுத்துகின்றனர். விரிவடைந்த நிலையில் அதைச் சக்கரத்தின் மேல் நழுவ விட்டுக் குளிர்ப் படுத்துகின்றனர். குளிர்ச்சியடைந்ததும், பூண் தன் ஆதி நீளத்தை அடைய முயல்கின்றது. சக்கரம் விறைப் பான பொருள் என (Rigid) எடுத்துக் கொண்டால் அது பூண் தன் ஆதி நீளத்தை அடைய முயல்வதைத் தடுக்கின்றது.

இங்கு சக்கரத்தின் விட்டம் = D
பூணின் உள்விட்டம் = d
பூணின் யெங்குணகம் = E எனக் கொள்வோம்
பூணின் ஆதி நீளம் = π d ஆகும்.

வெப்பநிலை அதிகரிப்பதால் பூண் அடைய வேண்டிய சிறும நீளம் (minimum length) = π D

எனவே பூண் அடையும் நீட்சி (δD) = $\pi (D-d)$

$$\text{அதன் விகலம் } (\varepsilon) = \frac{\pi (D-d)}{\pi d} = \frac{D-\delta d}{d} \qquad ....(39)$$

இதனைப் பரிதி விகலம் (circumferential strain) என்பர்

இதனுடன் விளையும் பரிதித் தகைவு (Circumferential or Hoopstress)

$$= \frac{E (D-d)}{d} \text{ ஆகும்.} \qquad ....(40)$$

மாதிரி 25

1.2 m விட்டமுள்ள சக்கரம் ஒன்றின் மேல் மெலிந்த பூண் ஒன்று பூட்டப்படுகின்றது. பரிதித்தகைவின் பெரும அளவு 80N/mm2 எனில், பூணின் உள்விட்டம் என்ன என்று கண்டுபிடி. சக்கரத்தின் மேல் பூணை நழுவ விடுவதற்கு முன், அது சூடுபடுத்தப்பட வேண்டிய சிறும வெப்பநிலை என்ன? பூணின் குணங்கள்:

$E = 200 \ KN/mm^2$., $\alpha = 10 \times 10^{-6} /°C$

(கல்கத்தா பல்கலைக் கழகம்)

சக்கரத்தின் விட்டம், D = 1.2 m = 1200 mm.

அனுமதிக்கக்கூடிய பெருமப் பரிதித் தகைவு = 80 N/mm2

பூணின் உள்விட்டம் 'd' என இருக்கட்டும்

பரிதித் தகைவு, $\sigma = E\dfrac{(D-d)}{d}$

$$ie\ \frac{D-d}{d} = \frac{\sigma}{E}$$

$$= \frac{80}{200 \times 10^3}$$

$$ie\ \frac{D}{d} = \left[1 + \frac{2}{5 \times 10^3}\right]$$

$$ie\ \frac{d}{D} = \left[1 + \frac{1}{12.5 \times 10^3}\right]^{-1} = 1 - \frac{1}{2500} = 1 - 0.0004$$

$$= 0.9996$$

$$d = (0.9996) \times 1200 = 1199.52\ mm.$$

(b) பூண் சூடுபடுத்தப்பட வேண்டிய சிறும வெப்பநிலை மாற்றம் = t' என இருக்கட்டும்

வெப்பத்தால் விளையும் விகலம் $\varepsilon = \alpha t = \dfrac{D-d}{d} = \dfrac{1}{2.5 \times 10^3}$

$$\therefore t = \frac{1}{2500 \times 10 \times 10^{-6}} = \frac{1}{.025}$$

$$= 40^{\circ}C$$

15 பக்கவாட்டக் குறுக்கம் (Lateral Contraction)

முன்னர் அச்சினூடே செயல்படும் இழுவிசைக்கு உட்பட்ட தண்டினைப் பற்றிக் கண்டோம். இவ்விதம் அச்சு இழுவிசைக்கு உட்பட்ட தண்டு நீட்சியடையும் போது அதன் பக்கவாட்டங்கள் (Lateral dimensions) குறுக்கமடைகின்றன. மீள் எல்லைக்குள்

$$\frac{\text{அலகு பக்கவாட்டக் குறுக்கம் (unit lateral contraction)}}{\text{அலகு அச்சின் நீட்சி (Unit axial elongation)}}$$

என்னும் விகிதம் குறிப்பிட்டதொரு பொருளுக்கு மாறிலி (constant) ஆகும். இம்மாறிலி ''பாய்ஸான் விகிதம்'' (Poisson's Ratio) எனப் படுகிறது. இஃது 'μ' எனக் குறிப்பிடப்படுகிறது. எல்லாத் திசைகளிலும் ஒரே மீட்சிக் குணங்கள் கொண்ட பொருளுக்கு - 'ஒருக்கம்' உள்ள (Isotropic) பொருளுக்கு, இவ்விகிதம் μ = 0.25 எனப் பாய்ஸான் கண்டறிந்தார். கட்டுமானப் பணிகளுக்குப் பயன்படும் பல உலோகங்களுக்குப் பாய்ஸான் விகிதம், மேற்குறிப்பிடப்பட்டுள்ள மதிப்புக்கு மிக அருகாமையில் உள்ளது. சான்றாக, எஃகிற்கு μ = .30. மீள் குணமுள்ள பொருள்களுக்கு, பெருமப் பாய்ஸான் விகிதத்தின் மதிப்பு **0.5** - ஆகவும், சிறுமமதிப்பு **0.0** - ஆகவும் இருக்கும். அழிப்பான் (Rubber) பாரஃபின் (Paraffin) ஆகிய பொருள்களுக்குப் பாய்ஸான் விகிதத்தின் மதிப்பு = **0.5** ஆகும். நீட்சியின்போது இப்பொருள்களின் கனஅளவு (Volume) அநேகமாக மாறுவதில்லை. ஆனால் கற்காரை (Concrete) க்கு μ=0.12 முதல் **0.08** வரை வேறுபடுகிறது. கார்க் (Cork) குக்கு ஏறத்தாழ μ-வின் மதிப்பைப் பூஜ்ஜியம் என எடுத்துக் கொள்ளலாம்.

மேற்கூறியவற்றை, அமுக்க விசைக்கு உட்பட்ட பொருளிற்கும் (தக்க மாற்றங்களுடன்) பொருந்துவதாக எடுத்துக் கொள்ளலாம். அச்சினூடே அமுக்க விசைக்கு உட்பட்ட பொருள் ஒன்று பக்க வாட்டத்தில் நீட்சியுறுகிறது. இப்பக்கவாட்ட நீட்சியைக் கணக்கிட, முதலில் குறிப்பிட்ட μ மதிப்பினையே இரு நிகழ்வுக்கூற்றிற்கும் பயன்படுத்தலாம்.

மாதிரி 26

2m நீளமும், 2cm அகலமும், 1cm தடிப்பும் உள்ள மென் எஃகுத் தண்டு ஒன்று, அதன் நீளவாட்டத்தில் 2 T இழுவிசைக்கு உட்படுத்தப்படுகிறது. பாய்ஸான் விகிதம் μ = 0.3 எனில், அதன் நீளம், அகலம், தடிப்பு - இவற்றில் ஏற்படும் மாற்றத்தைக் கண்டுபிடி. $E = 2 \times 10^6$ kg/cm^2

(பஞ்சாப் பல்கலைக் கழகம்)

2T இழுவிசை செயல்படும் வெட்டுமுகத்தின் பரப்பு
$= 2 \times 1 = 2\ cm^2$

எனவே, நீளவாட்டத்தில் விளையும் நீட்சி,

$$\delta l = \frac{2000 \times 200}{2 \times 2 \times 10^6} = 1\ mm.$$

அச்சு விகலம் (Axial strain) $= \frac{0.1.}{200} = 0.0005$

அகலத்தில் ஏற்படும் மாற்றம்:

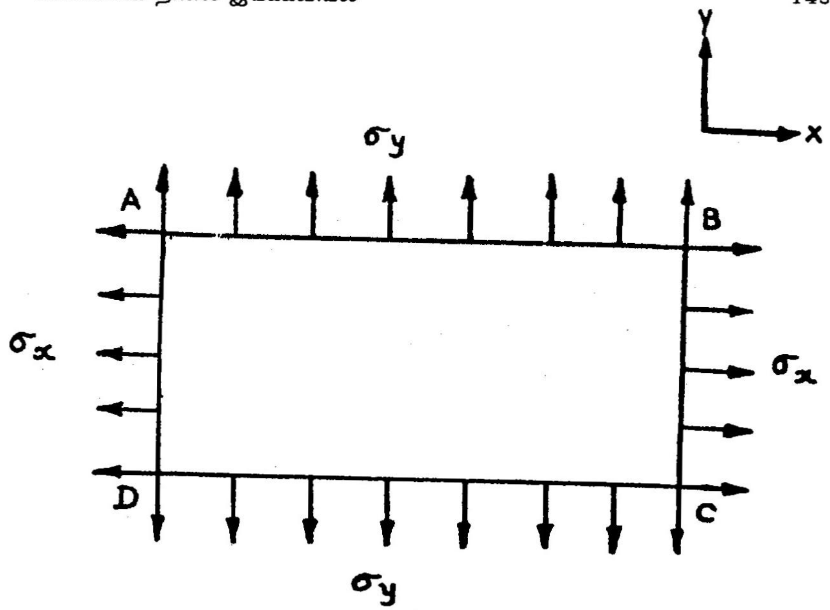
$$\frac{\text{அகலத்தில் விளையும் விகலம்}}{\text{அச்சு விகலம்}} = \mu = 0.3$$

ie அகலத்தில் விளையும் விகலம் $= 0.3 \times 0.0005 = 0.00015$

$\therefore$ அகல வாட்டத்தில் விளையும் குறுக்கம் δb
$= 0.00015 \times 2 = 0.0003\ cm.$

இதேபோல் தடிப்பில் விளையும் குறுக்கம் (δt)
$= 0.00015 \times 1 = 0.00015\ cm.$

16. இரு செங்குத்தான திசைகளில் இழுவிசை அல்லது அமுக்க விசை செயல்படுவதால் விளையும் விகலம்
(Strain in the case of tension or compression in two perpendicular drection)



படம் 2-25

படம் 2-25 இல் செவ்வக இணையகத் திண்மம் (Rectangular paralleelopiped) ஒன்று காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது. படத்திற்குச் செங்குத்தாக அலகு தடிப்பு (Unit thickness) இருப்பதாகக் கருதுவோம். செங்குத்தான இரு திசைகளில் x,y திசைகளில் P_x, P_y என்னும் இரு இழுவிசைகள் செயல்படுவதாகக் கொள்வோம். இவற்றினால் வெட்டு முகங்கள் BC மற்றும் AB இவற்றில் முறையே σ_x, σ_y ஆகிய தகைவுகள் விளைவதாகக் கொள்வோம்.

அதாவது $\sigma_x = \dfrac{P_x}{BC \times 1}$ மற்றும் $\sigma_y = \dfrac{P_y}{AB \times 1}$

இப்பொழுது செவ்வக இணையகத் திண்மத்தில் ஏற்படும் விகலங்களைக் காண்போம். இழுதகைவு σ_x இனால், அச்சு x-இன் திசையில் விளையும் அலகு நீட்சி (விகலம்)

$$= \frac{\sigma_x}{E} \qquad \text{....(a)}$$

இழுதகைவு σy -யினால், அச்சு x இல் திசையில் விளையும் அலகுக் குறுக்கம் (விகலம்)

$$= \frac{\mu \, \sigma y}{E} \qquad \text{....(b)}$$

பிறகு ஒரே நேரத்தில் σx, σy ஆகிய இரு தகைவுகளும் செயல் பட்டால்,

அச்சு X இன் திசையில் விளையும் அலகு நீட்சி,

$$\varepsilon x = \frac{\sigma x}{E} - \frac{\mu \, \sigma y}{E} \qquad \text{....(41)}$$

இதே போல், அச்சு Y திசையில் விளையும் அலகு நீட்சி,

$$\varepsilon y = \frac{\sigma y}{E} - \frac{\mu \, \sigma x}{E} \qquad \text{....(42)}$$

சமன்பாடுகள் *(41)* மற்றும் *(42)* இவற்றிலிருந்து σx, σy இவற்றை $E x$ மற்றும் $E y$ மொழியில் (in terms of) அறியலாம்:

$$\sigma x = \frac{(\varepsilon x + \mu \, \varepsilon y) \, . \, E}{1 - \mu^2}, \quad \sigma y = \frac{(\varepsilon y + \mu \, \varepsilon x)}{1 - \mu^2} \qquad \text{....(43)}$$

விக்லமானிகளின் (Strain gauge) உதவியால் இரு செங்குத்தான திசைகளில் விளையும் விகலங்களை εx, εy இவற்றை அறிந்து கொண்டு, சமன்பாடு *43* -ஐப் பயன்படுத்திக் தகைவுகள் σx, σy இவற்றைக் கணக்கிடலாம்.

கருதப்பட்டுள்ள செவ்வக இணையகத் திண்மத்தின் ஒன்றுக் கொன்று செங்குத்தான (Matually perpendicular) மூன்று திசைகளிலும் -x,y மற்றும் z திசைகளிலும் - ஒரேநேரத்தில் முறையே P_x, P_y, மற்றும் P_z ஆகிய இழுவிசைகள் செயல்படுவதால் விளையும் விகலங்களைக் கீழ்க்காணும் சமன்பாடுகளைக் கொண்டு அறியலாம்.

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\mu}{E}(\sigma_y + \sigma_z) \quad ....(44)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\mu}{E}(\sigma_z + \sigma_x) \quad ....(45)$$

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} - \frac{\mu}{E}(\sigma_x + \sigma_y) \quad ....(46)$$

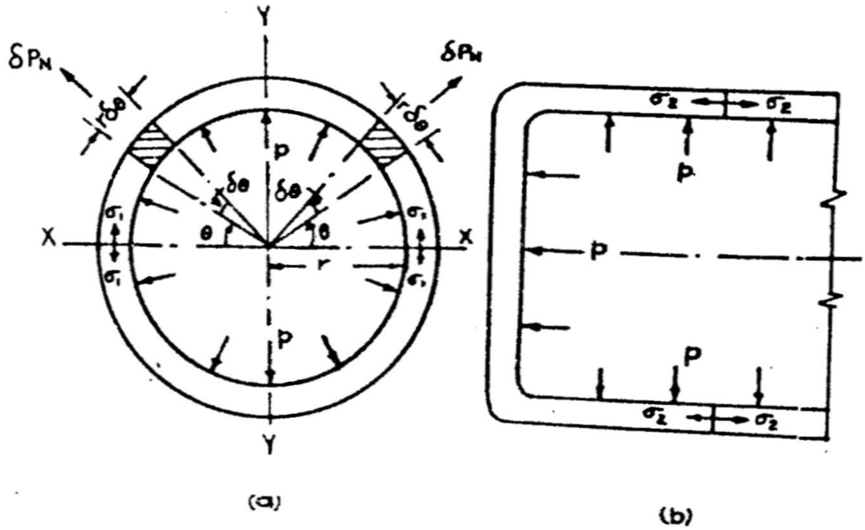
17. மெலிந்த உருளைகள் அல்லது தடிப்பற்ற மென் உருளைகள் (Thin cylinders)

கொதிகலன்களின் அமைப்பாண்மைக்கு அடிப்படையாக விளங்குவது மெலிந்த உருளைகளைப் பற்றிய பகுப்பாய்வே. (Analysis). பின்வரும் கருதுகோள்கள் மெலிந்த உருளைகளின் பகுப்பாய்விற்குப் பெரிதும் பயன்படுகின்றன.

கருதுகோள்கள் (Assumptions):

1. $\frac{\text{உருளையின் விட்டம் (d)}}{\text{உருளையின் சுவர்த் தடிப்பு (t)}} > 20$
2. சுவரின் தடிப்பு முழுவதும் பரிதித்தகைவு (Hoopstress) சீராக உள்ளது.
3. சுவரின் தடிப்பு முழுவதும் நெட்டாங்குத் தகைவு (Longitud nalstress) சீராக உள்ளது.
4. பரிதித்தகைவு, நெட்டாங்குத் தகைவு ஆகியவற்றுடன் ஒப்பிடுகையில், ஆரைத்தகைவு (Radial stress) சிறியது. எனவே அதனைப் புறக்கணிக்கலாம் (Neglected)
5. உருளையின் அச்சுக்குச் செங்குத்தாக உள்ள வெட்டு முகங்கள் அழுத்தம் (Pressure) செயல்படுவதற்கு முன்பும், பின்பும் சமதளமாக உள்ளன (Plane). அதாவது சுவர்த் தடிப்பில் உள்ள எந்த ஒரு புள்ளியிலும் விளையும் நெட்டாங்கு விகலம் (Longitdinal strain) ஒரு மாறிலி. இஃது எடுத்துக் கொள்ளப்பட்டுள்ள புள்ளியின் நிலையைச் (Position) சார்ந்தது அல்ல.

படம் 2·26 இல் மெலிந்த உருளையின் குறுக்கு வெட்டுத் தோற்றமும், நெட்டாங்கு வெட்டுத்தோற்றமும் காண்பிக்கப் பட்டுள்ளன.



படம் 2-26. மெலிந்த உருளையின் குறுக்கு மற்றும் நெட்டாங்கு வெட்டுத் தோற்றம்

உருளை வெட்டுமுகத் தோற்றத்தின் படம் 2-26 (a) மையத்தில் Y அச்சுக்குச் சமச்சீராக (Symmetrical), X அச்சுக்கு θ° கோணத்தில் இரு மிகச் சிறிய துண்டுகளைக் கருதுவோம். இவ்விரு சிறு துண்டுகளும் (segments) மையத்தில் δθ° கோணங்களை உண்டாக்குவதாக எடுத்துக் கொள்வோம்.

இங்கு மெல்லிய உருளையின் உட்புறம் செயல்படும்

அழுத்தம் = p

உருளையின் ஆரம் (Radius) = r

உருளையின் நீளம் = l

உருளைச்சுவர்களின் தடிப்பு = t

என எடுத்துக் கொள்வோம். X அச்சுக்கு மேல்புறம் செயல்படும் விசை களைக் காண்போம்.

சிறுதுண்டுகளின் மேல், ஆரைத் திசையில் செயல்படும் விசை $= \delta P_n = P r d\theta . l$ ....(a)

இச்சிறு துண்டுகள் இரண்டும், Y அச்சுக்குச் சமச்சீராக இருப்பதனால், விசையின் கிடைக்கூறுகள் (Horizontal components) குறிக்கூட்டுத் தொகை பூஜ்ஜியமாகும் (Algebraic sum = 0).

இப்பொழுது குத்துக் கூற்றினைக் (Verticalcomponent) காண்போம்.

துண்டுகளில் செயல்படும் விசையின் குத்துக் கூறு

$$= \delta P = 2\,\delta P_n \,Sin\,\theta = 2\,prd\,\theta\, l \sin\theta \quad ....(b)$$

எனவே,

$$P = \sum \delta P = \int_0^{\pi/2} 2\,P r l \sin\theta\, d\theta$$

$$= 2\,P r l \int_0^{\pi/2} Sin\,\theta\, d\theta$$

$$= 2\,P r l = P\,d\,l \quad ....(47)$$

ie வெடிப்பை விளைவிக்கும் விசை (Bursting force) பாய்ம அமுத்தம் x எறியப்பரப்பு (Fluid pressure x projected area)

அச்சு XX குறுக்காக, சுவரின் தடிப்பில் விளையும் சீரான தகைவு $= \sigma_1$ என இருக்கட்டும். இத்தகைவு செயல்படும் பரப்பு $= 2 \times l \times t$

எனவே, வெடிப்பு விசையைத் தடைசெய்யும் எதிர்விசை

$$= \sigma_1 \times 2 \times l \times t \quad ....(48)$$

சமன்பாடுகள் (47) மற்றும் (48) இவற்றைச் சமன்படுத்த,

$$2\,\sigma_1\, l t = p\,d\,l$$

எனவே,

$$\sigma_1 = \frac{pd}{2t} \qquad ....(49)$$

தகைவு σ_1 முழுக்க முழுக்க XX குறுக்காகச் செயல்படும் இழு தகைவு ஆகும். இதனைப் பரிதித் தகைவு (Hoop stress or circumferential stress) என்பர்.

இப்பொழுது படம் 2-26 இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ள நெட்டாங்கு வெட்டுத் தோற்றத்தைக் காண்போம். உருளையின் இரு முனைகளிலுமுள்ள ஆரையுள்ள வட்டத்தகட்டில், பாய்ம அழுத்தம் (Fluid pressure) 'p' செயல்படுகின்றது. எனவே, நெட்டாங்குத் திசையில் செயல்படும் வெடிப்பு விசை

$$P = p \times \frac{\pi}{4} \times d^2 \qquad ....(50)$$

நெட்டாங்குத் திசையில், உருளையின் சுவர்த்தடிப்பில் விளையும் தகைவு = σ_2 என இருக்கட்டும். இத்தகைவு செயல்படும் பரப்பு = πdt (மெலிந்த சுவர் என்பதால்). எனவே, நெட்டாங்கு வெடிப்பு விசையைத் தடைசெய்யும் எதிர்விசை = $\sigma_2 \times dt$ ....(51)

சமன்பாடுகள் (50) மற்றும் (51) ஆகியவற்றைச் சமன்படுத்த

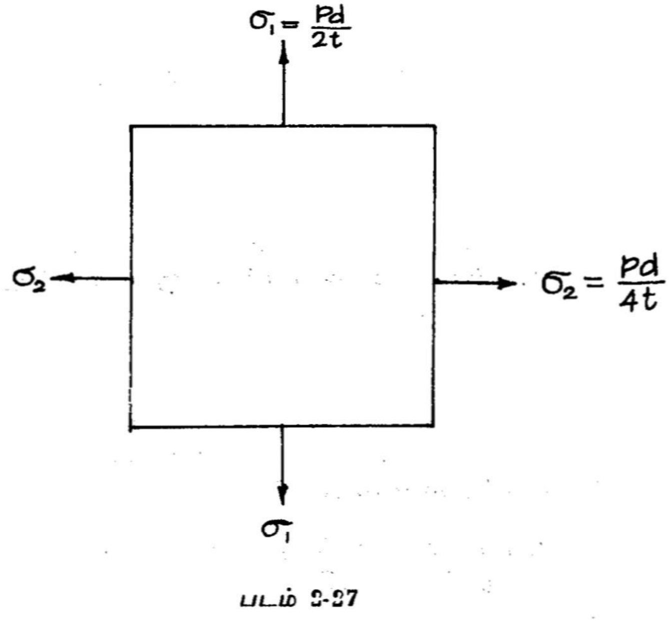
$$\sigma_2 \pi dt = P \times \frac{\pi}{4} d^2$$

எனவே, $\sigma_2 = \frac{pd}{4t}$ ....(52)

இத்தகைவு நெட்டாங்குத் திசையில் செயல்படும், முழுக்க முழுக்க ஒரு இழுதகைவு ஆகும். இதனை நெட்டாங்குத் தகைவு (Longitudinal stress) என்பர். நெட்டாங்கு தகைவு பரிதித் தகைவில் பாதியாகும். ie $\sigma_2 = \sigma_1/2$ தவிரவும் இரு தகைவுகளும் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான திசைகளில் செயல்படுகின்றன.

மெல்லிய உருளையில் பாய்ம அழுத்தத்தினால் விளையும் விகலங்களைப் பற்றி இனிக் காண்போம். படம் 2-27 இல், உருளையின் சுவர்த்தடிப்பில் உள்ள துகள் ஒன்றில் (Particle) செயல் படும் பரிதித்தகைவும் (σ_1) நெட்டாங்குத் தகைவும் (σ_2) காண்பிக்கப் பட்டுள்ளன.

σ_1 திசையில் விளையும் பரிதி விகலத்தினை ε_1 (Circumferentialstrain) எனவும் σ_2திசையில் விளையும் நெட்டாங்கு விகலத்தினை (Longitudinal strain) ε_2 எனவும் குறிப்பிடலாம்.



படம் 2-27

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} - \mu\,\frac{\sigma_2}{E}$$

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E}\left(1 - \frac{\mu}{2}\right)$$

$$-\frac{pd}{2tE}\left\{1-\frac{\mu}{2}\right\} \quad ....(53)$$

இதேபோல், நெட்டாங்கு விகலம்,

$$\varepsilon_2 = \frac{\sigma_2}{E} - \mu\frac{\sigma_1}{E}$$

$$\frac{\sigma_1}{E}\left\{\frac{1}{2}-\mu\right\}$$

$$\varepsilon_2 = \frac{pd}{2tE}\left\{\frac{1}{2}-\mu\right\} \quad ....(54)$$

$$\text{பரிதி விகலம்} = \frac{\text{பரிதியில் விளையும் மாற்றம்}}{\text{ஆதிப்பரிதி}} = \varepsilon_1$$

$$= \frac{\pi \times \delta d}{\pi \times d} = \frac{\delta d}{d} = \varepsilon_1 \quad ....(55)$$

சமன்பாடு **(55)** இலிருந்து விட்டத்தில் (diameter) விளையும் மாற்றத்தினைக் (δd) கணக்கிடலாம். இதேபோல், நெட்டாங்கு விகலம்

$$\varepsilon_2 = \frac{\delta l}{l} \quad ....(56)$$

என்னும் சமன்பாட்டிலிருந்து, உருளையின் நீளத்தில் விளையும் மாற்றத்தினைக் (δl) கணக்கிடலாம்.

கொள்அளவில் (அல்லது) கனஅளவில் விளையும் மாற்றத்தி னை இனிக் காண்போம்.

உருளையின் ஆதிக் கன அளவு $= V = \frac{\pi}{4} d^2 l$

களஅளவு மாற்றம், $\delta V = \frac{\pi}{4} d^2 \delta l + \frac{\pi}{4} . l . 2 d . \delta d$

கனஅளவின் விகலம் (Volumetric strain) $= \frac{\delta V}{V} = \frac{\delta l}{l} + 2\frac{(\delta d)}{d}$

சமன்பாடுகள் **(55)** மற்றும் **(56)** ஆகியவற்றைப் பயன்படுத்தினால்

$$\frac{\delta V}{V} = \varepsilon_2 + 2\varepsilon_1 \qquad ....(57)$$

அதாவது கன அளவின் விகலம் = 2 (பரிதி விகலம்) + நெட்டாங்கு விகலம்

மாதிரி 27

3m நீளமும், 1000 mm, விட்டமும் கொண்ட மெல்லிய உருளை ஒன்றின் சுவர்த் தடிப்பு = 12 mm. இதில் 15 kg/cm^2 அழுத்தத்தில் பாய்மம் (Fluid) ஒன்று உள் செலுத்தப்படுகிறது. உருளையின் பரிமாணங்களில் விளையும் மாற்றத்தினையும் கன அளவில் விளையும் மாற்றத்தினையும் கணக்கிடுக.

$E = 2 \times 10^6\ kg/cm^2$ எனவும் பாய்ஸான் விகிதம் $\mu = 0.3$ எனவும் எடுத்துக் கொள்க.

பரிதித் தகைவு $\sigma_1 = \frac{pd}{2t} = \frac{15 \times 100}{2 \times 1.2} = 625\ kg/cm^2$

நெட்டாங்குத் தகைவு $\sigma_2 = \frac{pd}{4t} = \frac{15 \times 100}{4 \times 1.2} = 312.5\ kg/cm^2$

பரிதி விகலம் $\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E}\left\{1 - \frac{\mu}{2}\right\}$

$$= \frac{625}{E}\left\{1 - \frac{0.3}{2}\right\} = \frac{531.25}{E}$$

நெட்டாங்கு விகலம் $\varepsilon_2 = \frac{\sigma_1}{E}\left\{\frac{1}{2} - \mu\right\} = \frac{625}{E}\ (.5 - .3)$

$$= \frac{125}{E}$$

விட்டத்தின் விளையும் நீட்சி

$$= \delta d = \varepsilon_1 . d = \frac{531.25}{2 \times 10^6} \times 100 = -\ 0.0266\ cm.$$

நீளத்தில் விளையும் மாற்றம் $\delta l = \varepsilon_2 . l = \frac{125}{2 \times 10^6} \times 300 = 0.0188\ cm.$

கன அளவின மாற்றம் $\delta V = (\varepsilon_2 + 2\varepsilon_1)\ V = \frac{(125 + 2 \times 531.25) \times V)}{2 \times 10^6}$

$= 0.000594 \times V$

ஆனால், உருளையின் ஆதிக் கன அளவு

$$= V = \frac{\pi}{4} \times 100^2 \times 300 = 2356200\ cm^3$$

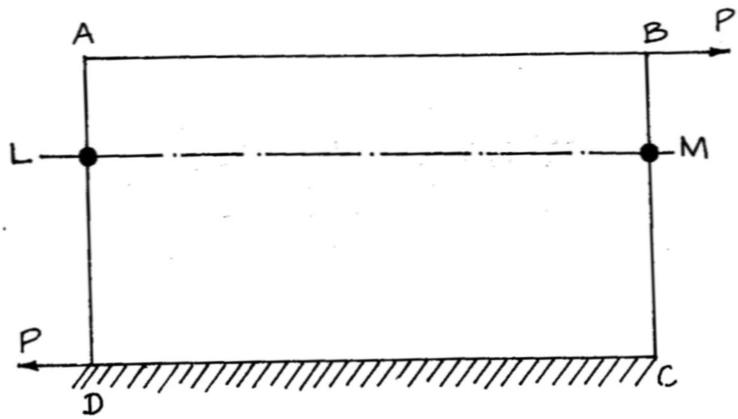
எனவே $\delta V = 0.000594 \times 2356200 = 1400\ cm^3$

அதாவது, உருளையின் கன அளவு 1400 cm^3 அதிகரித்துள்ளது.

18 கத்தரிப்பு விசை (Shear Force):

படம் 2-28 இல் செவ்வக இணையகத் திண்மம் ஒன்று காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது. அதன் அடிப்பரப்பு தரையில் நன்கு ஒட்டப்பட்டுள்ளது (glued) எனக் கருதுவோம். அதன் மேல்பரப்பில், பரப்பிற்கு இணையாக P என்னும் விசை செயல்படுகின்றது. இதற்கு எதிர்வினையாக (Reaction) திண்மத்தின் (Solid) அடிப் பரப்பில் P என்னும் விசை படத்தில் காண்பிக்கப்பட்டுள்ள வாறு செயல்படும். படத்திற்குச் செங்குத்தான திசையில் அலகு தடிப்பு (Unit thickness) உள்ளதாக எடுத்துக் கொள்வோம். பரப்பு AB க்கு இணையாக, இத்திண்மத்தில் LM போன்ற யாதேனும் ஒரு வெட்டுமுகத்தில், பகுதி ABML -பகுதி LMCD யின் மீது சறுக்க (slide) முயலும். விசை P க்கு இணையான திசையில் வெட்டுமுகத்தின் பரப்பு $= A = LM \times 1$ ஆகும். எனவே வெட்டுமுகம் LM இன் மீது செயல்படும் தகைவு

$\tau = \dfrac{P}{LM \times 1}$ இத்தகைவு கத்தரிப்புத் தகைவு (Shear stress) என அழைக்கப்படுகிறது. இதனை நறுக்குத் தகைவு எனவும் கூறலாம். கத்தரிப்புத் தகைவு மாறுபடும் இயல்புடையதாயின், இந்நிகழ்வுக் கூற்றில் புள்ளி ஒன்றில் விளையும் கத்தரிப்புத் தகைவு, $T = \dfrac{\delta P}{\delta A}$.

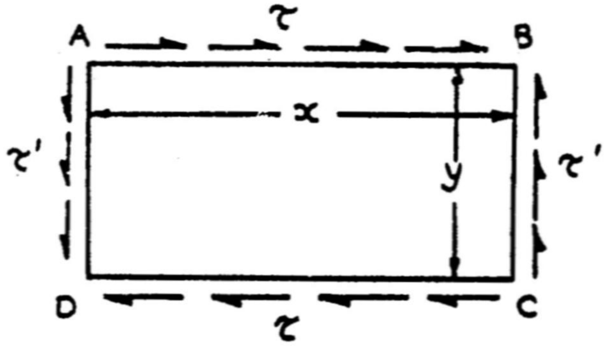


படம் 2-28 கத்தரிப்பு விசை

கத்தரிப்புத் தகைவு அது செயல்படும் பரப்பிற்குத் தொடு கோட்டுத்திசையில் (Tangential direction) உள்ளது. சான்று தரையாணி இணைப்புகள்.

19 நிரப்புக் கத்தரிப்புத் தகைவு (Complementary shear stress):

முன்பு கண்ட அதே செவ்வக இணையகத் திண்மத்தினை எடுத்துக் கொள்வோம். கத்தரிப்புத் தகைவு AB, DC தளங்களில் செயல்படுவதாகக் கொள்வோம்.



படம்: 2-29 கத்தரிப்புத் தகைவு

இத்தகைவுகள் ஒரு சுழலிணையை (Couple) உருவாக்குகின்றன. இதன் மதிப்பு =

$$= \tau \times (X \times 1) \times y \qquad ....(a)$$

இச்சுழலிணையைச் சமன் செய்ய மற்றொரு சுழலிணையால்தான் முடியும். தளங்கள் BC, AD ஆகியவற்றில் செயல்படும் கத்தரிப்புத் தகைவுகள் இச்சமன் செய்யும் (Balancing) சுழலிணையை உருவாக்குகின்றன. தளங்கள BC.AD இவற்றில் செயல்படும் கத்தரிப்புத் தகைவுகளை τ^1 எனக் குறிக்கலாம். இத்தகைவுகளால் உருவாக்கப்படும் சுழலிணையின் மதிப்பு =

$$\tau' \times (y \times 1) \times X \qquad ....(b)$$

சமன்பாடுகள் (a) மற்றும் (b) சமம். எனவே

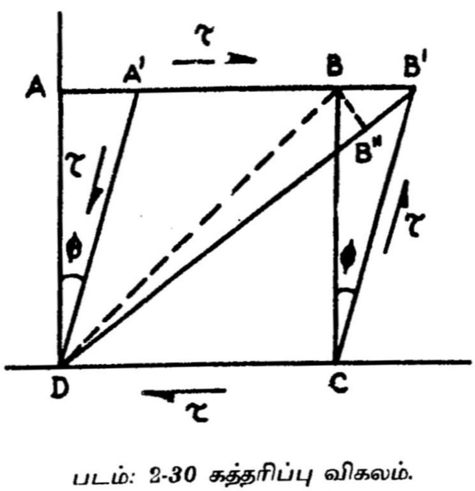
$$\tau' \times (X \times 1) \times y = \tau' \times (y \times 1) \times X$$

ie $\tau = \tau'$ ....(58)

தகைவு τ' நிரப்புக் கத்தரிப்புத் தகைவு (Complementary shear stress) என அழைக்கப்படுகிறது. "ஒவ்வொரு கத்தரிப்பத்தகைவுடனும், அதற்குச் சமமான நிரப்புக் கத்தரிப்புத் தகைவும் செயல் படுகின்றது. இரண்டும் பரஸ்பரம் செங்குத்தான தளங்களில் (mutually perpendicular planes) செயல்படுகின்றன" என்பது சமன்பாடு 58 இலிருந்து பெறப்படுகிறது.

20 கத்தரிப்பு விகலம்:

இப்பொழுது கத்தரிப்புத் தகைவுகளால், மிகச்சிறிய திண்மத்தின் (elementary solid) மேல் விளையும் விகலத்தினைப் பற்றிக் காண்போம். படம் 2-30 இல் மிகச்சிறிய திண்மத்தின் மேல் செயல்படும் கத்தரிப்புத் தகைவும் அதனால் அத்திண்மத்தில் விளையும் உருமாற்றமும் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது.



படம்: 2-30 கத்தரிப்பு விகலம்.

கத்தரிப்புத் தகைவு செயல்படுவதால், செங்கோணத்தில் விளையும் மாற்றம் கத்தரிப்பு விகலம் (shear strain) எனப்படுகிறது. படத்தில் கத்தரிப்பு விகலம் = ϕ. இதனை ஆரைக்கோணத்தில் (Radians) அளப்பது வழக்கம். இதற்குப் பரிமாணம் ஏதுமில்லை. இஃது வெறும் எண். கோணம் சிறியதாக இருப்பதால் $\phi = \frac{AA'}{AD}$ எனக் கொள்ளலாம்.

21. விறைமைக் குணகம் (Madulus of Rigidity)

'மீட்சி எல்லைக்குள் கத்தரிப்புத் தகைவும் அதனால் விளையும் விசலமும் நேர் விகிதத்தில் உள்ளன. எனவே

$$\frac{\text{கத்தரிப்புத் தகைவு}}{\text{கத்தரிப்பு விகலம்}} = \frac{\tau}{\phi} = G \quad (\text{அல்லது}) \quad N$$

$$ie \ \frac{T}{\phi} = G \qquad \text{....(59)}$$

இங்கு 'G' ஒரு மாறிலி. இஃது பொருளின் குணங்களைப் பொறுததுள்ளது. சமன்பாடு (59) ஐச் சமன்பாடு (5) உடன் ஒப்பு நோக்கினால், இரண்டிற்கும் உள்ள ஒற்றுமை புலனாகும். மாறிலி 'G' கத்தரிப்பில் மீட்சிக்குணகம் (Modulus of elasticity in shear) அல்லது 'விறைமைக் குணகம் (Modulus of Rigidity) எனப்படுகிறது.

22. மூலைவிட்டத்தின் விகலம் (Linear strain of the diagonal):

படம் 2-30 ஐ மீண்டும் கவனிப்போம். மூலைவிட்டத்தின் ஆதி நீளம் = BD. கத்தரிப்புத் தகைவின் செயலால், மூலைவிட்டம் B'யாக நீட்சியடைகிறது. கருதப்பட்டுள்ள திண்மத்தை ஒரு கனசதுரம் (cube) என எடுத்துக் கொள்வோம்.

மூலைவிட்டம் BD அடையும் நீட்சி (δl) = B' D - BD

$$\text{அதன் விகலம்} = \frac{B'D - BD}{BD} = \frac{B'D - B''D}{BD}$$

$$= \frac{B'B''}{BD} = \frac{BB' \, Cos\, 45^{\circ}}{BC\,\sqrt{2}}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot BB\frac{'}{BC}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \phi \quad ie \ \frac{\tau}{2\Gamma} \qquad ....(60)$$

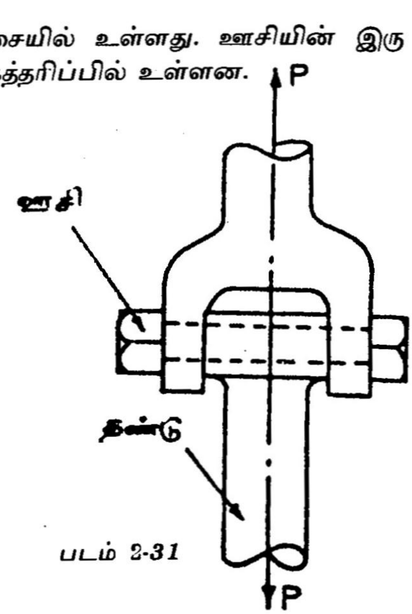
BD யின் விகலம் (நீட்சியில்) = $\frac{1}{2}$ x கத்தரிப்பு விகலம்

இதே போல், AC யின் விகலம் (குறுக்கத்தில்) = $\frac{1}{2}$ x கத்தரிப்பு விகலம்

மாதிரி 28:

படம் 2-31 இல் இழுவிசைத் தண்டு (Tension Rod) ஒன்று காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது. இத்தண்டு 8400 kg. பளுவை (P) த் தாங்குமாறு அமைப்பாண்மை (Design) செய்யப்பட்டுள்ளது. தண்டு மற்றும் ஊசி (pin) இவற்றில் அனுமதிக்கத்தக்க இழுதகைவு, கத்தரிப்புத் தகைவு ஆகியவை முறையே 1400kg/cm2,1050kg/cm2 எனில், அவற்றின் விட்டங்களைக் கண்டுபிடி.

தண்டு இழுவிசையில் உள்ளது. ஊசியின் இரு குறுக்கு வெட்டுப் பரப்புகள் கத்தரிப்பில் உள்ளன.



படம் 2-31

தண்டு:

தண்டின் பரப்பு (A_R) x அனுமதிக்கத்தக்க இழுதகைவு (σ_{all}) = P

ie $A_R \times \sigma_{all} = 8400$

$$A_R = \frac{8400}{1400} = 6\ cm^2$$

தண்டின் விட்டம் = 2.76 cm

ஊசி:

ஊசியின் இரு குறுக்கு வெட்டுப் பரப்புகள் கத்தரிப்பில் உள்ளதால்,

$2 \times A_P \times \tau_{all} = 8400$

ie $2 \times A_P \times 1050 = 8400$

$$A_P = \frac{8400}{2100} = 4$$

ஊசியின் விட்டம் = 2.26 cm

மாதிரி 29:

8 cm x 8 cm குறுக்கு வெட்டுப் பரப்பும் 30 cm. உயரமும் உள்ள திண்மத்தின் அடிப்பரப்பு நன்கு பொருத்தப்பட்டுள்ளது. அதன் மேல் பரப்பில் கிடையாக 64 T விசை செயல்படுகிறது. $G = 8.4 \times 10^5\ kg/cm^2$ எனில் கத்தரிப்புத் தகைவு, கத்தரிப்பு விகலம் இவற்றைக் கணக்கிடு.

$$\text{கத்தரிப்புத் தகைவு} = \frac{64000}{8 \times 8} = 1000\ kg/cm^2$$

$$\text{கத்தரிப்பு விகலம்} = \frac{1000}{8.4 \times 10^5} = 0.119 \times 10^{-2}$$

கத்தரிப்பு உருமாற்றம் (Shear deformation) $= 0.119 \times 10^{-2} \times 30$

$= 0.0357$ cm.

மாதிரி 30:

எஃகுத் தமரிடுகருவி ஒன்றில் (Punching Machine), 8000 kg/cm^2 அமுக்கத்தகைவு வரையிலும் வேலை செய்ய இயலும். இக்கருவி கொண்டு, 25 mm, தடிப்புள்ள எஃகுத் தகடு ஒன்றில் தமரிடக்கூடிய துளையின் விட்டம் என்ன? ஈற்றுக்கத்தரிப்புத் தகைவு = 3000 kg/cm^2

தமரிடக்கூடிய துளையின் விட்டம் = d

தமரிடத் தேவைப்படும் அமுக்க விசை = $\frac{\pi}{4} \times d^2 \times 8000$ ....(a)

தமரிடப்படும் துளையின் சுவர்களில் கத்தரிப்புத் தகைவு செயல்படுகிறது.

கத்தரிப்புத் தகைவு செயல்படும் பரப்பு = $\pi\ d t$

$= \pi\ d \times 2.5$

கிடைக்கும் பெரும கத்தரிப்புவிசை = $2.5 \times \pi d \times 3000 kg.$ ....(b)

சமன்பாடுகள் (a) மற்றும் (b) ஆகியவற்றைச் சமன் செய்ய

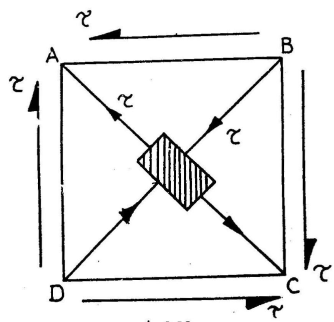
$$2000\ \pi\ d^2 = 7500\ \pi\ d$$

$$d = 3.75\ cm.$$

இக்கருவிகொண்டு தமரிட இயலும் துளையின் பெரும விட்டம் = 3.75 cm.

23. மீட்சிக்குணகம் (E), விறைமைக்குணகம் (G) -இவை இரண்டிற்குமுள்ள தொடர்பு

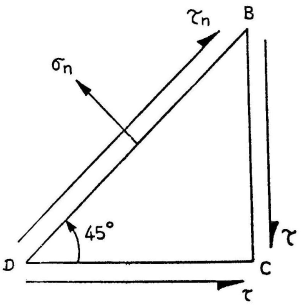
முதலில் தூய கத்தரிப்புத் தகைவுக்கு உட்பட்ட ஒரு சிறு கன சதுரத்தைக் காண்போம். (படம் 2-32). இச்சிறு கனசதுரத் திண்மத்தின் முகங்களில் (Faces) நேர்த்தகைவுகள் (direct stress) ஏதும் செயல்படவில்லை. தூய கத்தரிப்புத் தகைவுகள் மட்டிலும் உள்ளன. இக்கத்தரிப்புத்தகைவினால், மூலைவிட்டங்கள் BD மற்றும் AC இவற்றில் விளையும் தகைவுகளைக் காண்போம்.



படம்: 2-32

மூலைவிட்டம் BD:

படம் 2-33 இல், சிறுகனசதுரத்தின் பகுதி BCD தனியே காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது. படத்திற்குச் செங்குத்தான திசையில் அலகு தடிப்புள்ளதாகக் கருதுவோம். பகுதி BCD யின் மேல் செயல்படும் எல்லா விசைகளையும், பக்கம் BD க்குச் செங்குத்தான திசையிலும், BDக்கு இணையான திசையிலும் திசைப்பிரிவு (Resolving) செய்யலாம்.



படம்: 2-33

BD க்குச் செங்குத்தான திசை

இத்திசையில் செயல்படும் அனைத்துவிசைகளின் குறிக் கூட்டுத் தொகை = *0*. பக்கம் BD யின் மேல் செயல்படும் தகைவு σ_n என இருக்கட்டும். இதனை இழுதகைவு எனக் கருதுவோம். பின்னர்

$$\sigma_n \times BD \times 1 - BC \times 1 \times \tau \times Sin\ 45^\circ - BC \times 1 \times \tau \times Sin\ 45^\circ = 0. \quad ....(a)$$

$$\sigma = \tau \left\{\frac{BC}{BD} \times \sin 45^\circ + \frac{DC}{BD} \times \sin 45^\circ\right\}$$

$$= \tau \left\{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right\} = \tau$$

BD க்குச் செங்குத்தான திசையில், அதாவது AC யின் திசையில் இழுவிசை செயல்படுகின்றது. அதன் மதிப்பு `τ'

BD யின் திசையில்:

BD யின் திசையில் செயல்படும் தகைவு 'τ_n' என இருக்கட்டும். இத்திசையில் செயல்படும் அனைத்து விசைகளின் குறிக்கூட்டுத் தொகை = *0*.

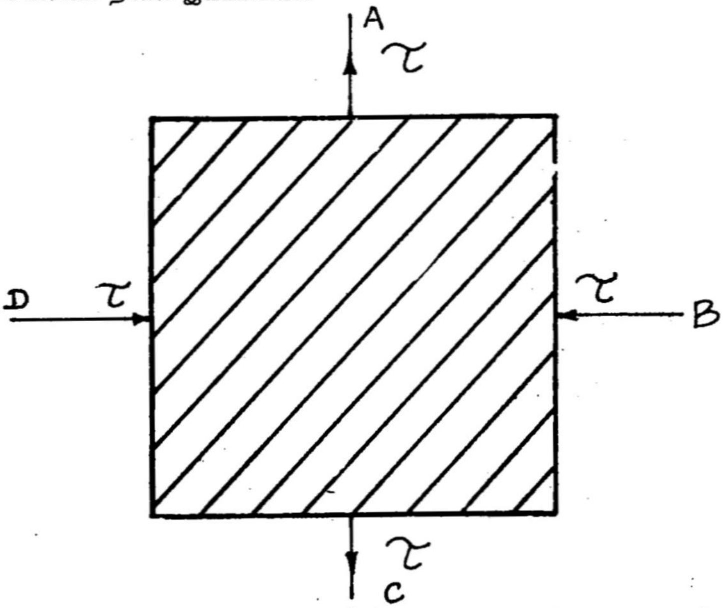
பின்னர் $\tau_n \times BD \times 1 - \tau \times BC \times 1 \times \cos 45^\circ + \tau \times DC \times 1 \times \cos 45^\circ = 0$

$$ie\ \tau_n = T\left\{\frac{BC}{BD}\cos 45^\circ - \frac{DC}{BD}\cos 45^\circ\right\} = 0$$

அதாவது BD யின் திசையில் செயல்படும் தகைவு (கத்தரிப்புத் தகைவு) = *0*. எனவே BD யின் மேல் செயல்படும் இழுதகைவு = τ இத்தளத்தின் மேல் கத்தரிப்புத்தகைவு ஏதும் செயல்படவில்லை. தளம் BD ஒரு 'முதனிலைத்தளம் (Principal plane) ஆகும். இத்தளத்தின் மேல் செயல்படும் தகைவு 'முதனிலைத் தகைவு' (Principal stress) ஆகும்.

இதேபோல் மூலைவிட்டம் AC மற்றொரு முதனிலைத் தளமாகும். இத்தளத்தின் மேல் செயல்படும் மற்றொரு முதனிலைத் தகைவின் மதிப்பு = τ இஃது ஒரு அமுக்கத்தகைவு ஆகும்.

அதாவது தூய கத்தரிப்புத் தகைவு பொருள் ஒன்றின் மேல் செயல்படும்போது, அதன் மூலைவிட்டத்திசைகளில் (ஒன்றுக் கொன்று செங்குத்தானவை) இழுதகைவு அமுக்கத்தகைவு ஆகியவை விளைகின்றன. இத்ததகைவின் மதிப்பு செயல்படும் கத்தரிப்புத் தகைவின் மதிப்புக்குச் சமம். படம் **2-32** இல், நிழலிட்ட பகுதி படம் **2-34** இல், பெரியதாகக் காண்பிக்கப் பட்டுள்ளது.



படம் 2·34

மூலைவிட்டம் AC யில் விளையும் விகலம் $= \frac{\tau}{E} - (-\frac{\mu\tau}{E})$

$$= \frac{\tau}{E}(1+\mu) \qquad ....(a)$$

ஆனால் மூலை விட்டம் ACயின் விகலம் $= \frac{\tau}{2G}$

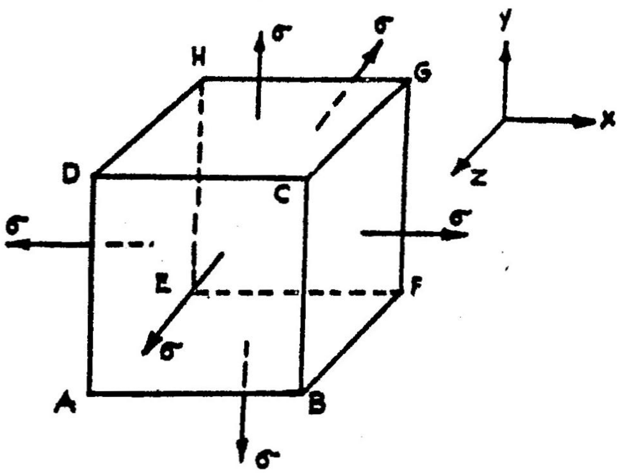
எனவே $\frac{\tau}{2G} = \frac{\tau}{E}(1+\mu)$

$$E = 2G(1+\mu) \qquad ....(61)$$

24. பருத்தலின் மீட்சிக்குணகம் (Blulk MKodulus of Elasticity):

பொருள் ஒன்றின் மேல் செயல்படும் நேர்த்தகைவு (Direct stress) அதனால், இப்பொருளின் கன அளவில் விளையும் விகலம் - ஆகிய இரண்டிற்குமுள்ள விகிதம் 'பருத்தலின் குணகம் 'K' (Bulk modulues)என வரையறை செய்யப்படுகிறது.

படம் 2-35 இல் மூன்று முதனிலைத் திசைகளிலும் (Principal directions) நேர்த்தகைவிற்கு உட்பட்ட பொருள் ஒன்று காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது.



படம் 2-35

கனசதுரத்தில், 'σ' தகைவால் விளையும் விகலத்தைப் பற்றிக் காண்போம்.

பக்கம் ABCD

$$\varepsilon x = \frac{\sigma}{E} - \frac{\sigma}{E}\{\mu + \mu\}$$

$$= \frac{\sigma}{E}(1 - 2\mu) \quad \text{....(a)}$$

இதே போல் $\varepsilon y = \varepsilon z = \frac{\sigma}{E}(1 - 2\mu)$ ....(b)

கனசதுரத்தின் விளிம்பு 'a' எனில் அதன் கன அளவு

$$V = a^3$$
$$\delta V = 3\,a^2\,\delta a$$

கன அளவில் விளையும் விகலம் $= \dfrac{\delta V}{V} = -\,3 \times \dfrac{\delta a}{a}$

$= 3 \times$ (விளிம்பு ஒன்றின் விகலம்) ....(c)

சமன்பாடு (b) யைப் பிரதியிட,

$$\frac{\delta V}{V} = 3 \times \frac{\sigma}{E}\,(1-2\mu) \qquad ....(d)$$

வரையறையின்படி

பருத்தலின் குணகம், $K = \dfrac{\sigma}{\dfrac{\delta V}{V}} = \dfrac{\sigma}{3\,\dfrac{\sigma}{E}\,(1-2\,\mu)}$ ....(e)

எனவே, $K = \dfrac{E}{3\,(1-2\,\mu)}$

$$E = 3K\,(1-2\,\mu) \qquad ....(62)$$

சமன்பாடுகள் (61) மற்றும் (62) ஆகியவற்றிலிருந்து

$$\text{``}\; E = 2\,G\,(1+\mu) = 3\,K\,(1-2\,\mu) \qquad ....(63)$$

என்னும் சமன்பாடு கிடைக்கின்றது.

மாதிரி 31:

பொருள் ஒன்றின் விறைமைக் குணகம் 4×10^{-5} kg/cm2. இப் பொருளினால் செய்யப்பட்ட, 10 mm விட்டமுள்ள தண்டு ஒன்று 500 kg. இழுவிசைக்கு உட்படுத்தப்படுகிறது. அதன் விட்டத்தில் தோன்றும் மாற்றம் =0.00195 mm. எனில், பாய்ஸான் விகிதம், யெங்குணகம் ஆகியவற்றைக் கண்டுபிடி.

தண்டின் பரப்பு, $A = \dfrac{\pi}{4} \times 1.0^2 = 0.785\ cm^2$

அதில் விளையும் தகைவு $\sigma = \frac{500}{0.785} = 636.6\, kg/cm^2$

பக்கவாட்ட விகலம் $= \frac{\delta d}{d} = \frac{0.00195}{10} = 0.000195.$

ஆனால், 0.000195 = அச்சுத் திசையில் விளையும் விகலம் xμ

அதாவது $\frac{\sigma}{E}\mu = 0.000195$ ....(a)

எனவே $\frac{E}{\mu} = \frac{\sigma}{0.000195} = \frac{636.6}{0.000195} = 3265000$ ...(b)

தவிரவும் $E = 2G(1+\mu)$ ..(61)

$$ie \; \frac{E}{\mu} = 2G\left(1 + \frac{1}{\mu}\right) \quad ....(C)$$

$$\left(1 + \frac{1}{\mu}\right) = \frac{1}{2G}\left[\frac{E}{\mu}\right] = \frac{3265000}{2 \times 4 \times 10^5}$$

$$\left(1 + \frac{1}{\mu}\right) = 4.08$$

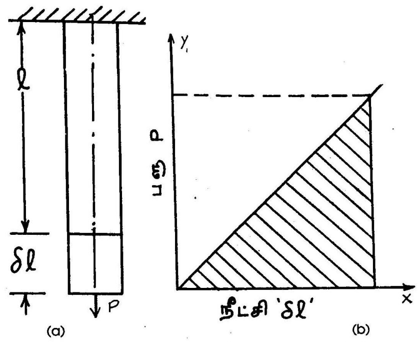
$$\frac{1}{\mu} = 4.08 - 1 = 3.08$$

$$\mu = 0.325$$

சமன்பாடு (b) யிலிருந்து $E = 1.06 \times 10^{o}\, kg/cm^2$

25 விகல ஆற்றல் (Strain Energy)

பொருள் ஒன்று விகலமடையும் போது, அதற்குக் காரணமாக உள்ள பளு 'வேலை' (work) செய்கின்றது. இவ்வேலை, ஆற்றலாக மாறுதல் அடைந்து, அப்பொருளில் சேமித்து வைக்கப்படுகிறது. இதனை 'விகல ஆற்றல்' (U) என்பர். உடன் வெளிப்படும் வெப்பம் புறக்கணிக்கப் பட்டால், பளு செய்யும் வேலை சேமித்து வைக்கப்பட்டுள்ள ஆற்றல் ஆகும். முதலில் நேர் விசையால் விளையும் விகல ஆற்றலைப் பற்றிக் காண்போம்.



படம் 2-36. நேர்ப்பளுவால் விளையும் விகல ஆற்றல்.
நிகழ்வுக்கூறு -படிப்படியாகச் (gradual) செலுத்தப்படும் விசை

படம் 2-36 இல், நேர்ப்பளுவிற்கு உட்பட்டுள்ள தண்டு ஒன்று காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது. பளு P படிப்படியாக (gradually) மையத் தண்டில் செலுத்தப்படுகிறது. அதாவது பளு துவக்கத்தில் O மதிப்பிலிருந்து பின்னர் P யாக அதிகரிக்கின்றது. இவ்விதம் பளு மெல்ல அதிகரிக்கும்போது அதனால் தகைவும் மெல்ல அதிகரிக்கின்றது. பளு, அதனால் விளையும் நீட்சி இவற்றைப் படம் (b) விவரிக்கின்றது.

தண்டில் செயல்படும் சாராசரி (Average)ப் பளு =

$$= \frac{0 + P}{2} = \frac{P}{2} \qquad \text{....(a)}$$

பளு நகரும் தூரம் = 'δl'

எனவே பளு செய்யும் வேலை $= \frac{1}{2} P\, \delta l$ ....(64)

உடன் வெளிப்படும் வெப்பம் புறக்கணிக்கப்பட்டால்

விகல ஆற்றல் $(U) = \frac{1}{2} P \delta l$

படம் 2-36 (b) யில், நிழலிட்டபகுதியின் பரப்பு = $\frac{1}{2} P \delta l$. எனவே பளு நீட்சி படத்திலிருந்து விகல ஆற்றலைக் கணக்கிடலாம். இவ்விகல ஆற்றலைத் தகைவு தண்டின் பரிமாணங்கள் - இவற்றின் மொழியில் கூறலாம்.

மீள் எல்லைக்குள் தண்டு உள்ளதாக எடுத்துக் கொள்வோம்.

பின்னர்

$$P = \sigma A \qquad ....(a)$$

$$\delta l = \frac{Pl}{AE} = \frac{\sigma l}{E} \qquad ....(b)$$

எனவே

$$U = \frac{1}{2}(\sigma A) \times \frac{\sigma l}{E} = \left(\frac{\sigma^2}{2E}\right) A \times l \qquad ....(c)$$

$$= \left(\frac{\sigma^2}{2E}\right) \times V \qquad ....(66)$$

இங்கு

σ = தண்டில் விளையும் தகைவு

A = தண்டின் குறுக்கு வெட்டுப் பரப்பு

l = தண்டின் நீளம்

δ l = தண்டின் நீட்சி

V = தண்டின் கன அளவு = A x l

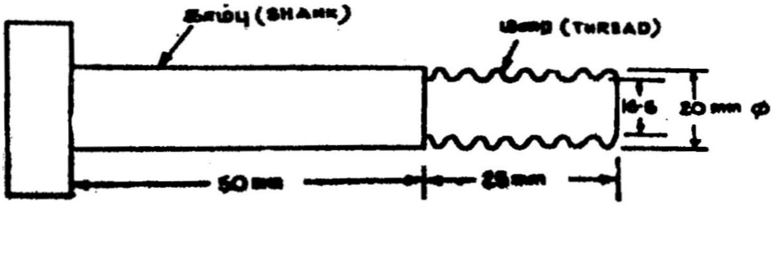
எனவே, விகல ஆற்றல் அலகு/கனஅளவு $= \frac{\sigma^2}{2E}$ ....(67)

விகல ஆற்றல்/அலகு கன அளவு என்பதை 'வில்லுமை' (Resilience) அல்லது 'வில்லுமைக் குணகம்' எனக்கூறுவர். மீள் எல்லையில் பொருளின் வில்லுமை 'எல்லை வில்லுமை' (Proof resilience) எனப்படுகிறது. வில்லுமை எப்போதும் ஒரு நேர்மறைக் கணியமாகும். (Positive Quantity). கட்டுமான எஃகின் எல்லை வில்லுமை 1cm kg/cm3., அழிப்பானின் எல்லை வில்லுமை 20 cm kg/cm3 அதாவது ஒரு கனசெண்டிமீட்டரில் அழிப்பானில் சேமித்து வைக்கக்கூடிய ஆற்றல் அதே கனஅளவு எஃகில் சேமித்து வைக்கக்கூடிய ஆற்றலைக் காட்டிலும் சுமார் 20 மடங்கு ஆகும்.

மாதிரி 32

படம் 2-37 இல் மரையாணி (Bolt) ஒன்று காண்பிக்கப் பட்டுள்ளது. அதில் 10 KN இழுவிசை செயல்படுகிறது எனில், அந்த மரையாணியில் உள்ள விகல ஆற்றல் எவ்வளவு?

மரையாணியின் காம்பினை (Shank) மூல விட்ட அளவிற்குக் (Root Diameter) குறைக்கும்போது, அதே பெருமத் தகைவில் (Maximum stress) அம்மரையாணியின் விகல ஆற்றல் அதிகரித்துள்ளது என்று காண்பி E = 2.05 x 10^5 N/mm2



படம் 2-37

மரையின் உள்விட்டம் (Core diameter)	= 16.6 mm
பரப்பு	= 217 mm^2
கனஅளவு (V_1)	= (217 x 25) mm^3
காம்பின் விட்டம்	= 20 mm
பரப்பு	= 314 mm^2
கனஅளவு (V_2)	= (314x50) mm^3

மரையின் உள்பரப்பில் தகைவு $\sigma_1 = 10{,}000/217 = 46\ N/mm^2$

காம்பின் தகைவு $\sigma_2 = 10{,}000/314 = 31.8\ N/mm^2$

மொத்த விகல ஆற்றல் $= \frac{1}{2} E \left\{\sigma_1^2 V_1 + \sigma_2^2 V_2\right\}$

$$= \frac{1}{2 \times 2.5 \times 10^5} \left\{46^2 \times 217 \times 25 + 31.8^2 \times 314 \times 50\right\}$$

$= 67$ mm, N.

இப்பொழுது காம்பு முழுமையும் மரை திருகப்பட்டால் (16.6mm ϕ) மரையாணி முழுவதும் தோன்றும் தகைவு= 4 GN / mm^2 கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. மரையாணியின் தற்போதைய கன அளவு V = (217 x 75) m^3

எனவே இப்பொழுது விளையக்கூடிய மொத்த விகல ஆற்றல்

$$= \frac{1}{2} E \left\{\sigma_1^2 V\right\}$$

$$= \frac{1}{2 \times 2.05 \times 10^5} \left\{46^2 \times 217 \times 75\right\} = 84\ mm\ N.$$

எனவே மரையாணி முழுவதும் மரைதிருகியபின்னர், சேமித்து வைக்கக்கூடிய விகல ஆற்றல் அதிகரித்து உள்ளது.

நிகழ்வுக்கூறு 2 திடீரெனச் செயல்படும் பளு (Suddenly applied load):

திடீரெனச் செயல்படும் பளு = W என இருக்கட்டும்

பளு W தண்டு விகலமடையும் சமயம் முதலிலிருந்து இறுதிவரை செயல்படுவதால்,

தண்டின் மீது பளு W செய்யும் வேலை = W×δl....(a) 'P_e' என்னும் பளு படிப்படியாகச் செயல்படும் சமமாற்று (equivalent) விசையாக இருக்கட்டும். அதாவது 'P_e' யினால் விளையும் நீட்சி δl ஆகும். தண்டில் சேமித்து வைக்கப்படும் விகல ஆற்றல்

$$= \frac{1}{2} P_e \, \delta l \qquad ...(b)$$

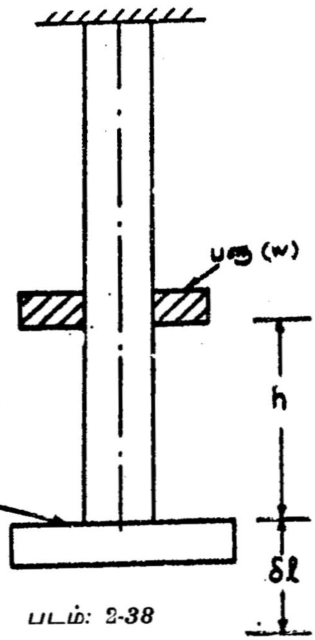
சமன்பாடுகள் (a) மற்றும் (b) ஆகியவற்றைச் சமனபடுத்த

$$P_e = 2\,W \qquad ....(68)$$

என்னும் சமன்பாடு கிடைக்கின்றது. அதாவது 'W' என்பது திடீரெனச் செயல்படும் பளு எனில், அதே விளைவுகளைத் தண்டில் ஏற்படுத்தக்கூடிய படிப்படியாகச் செயல்படும் சமமாற்றுப் பளுவின் மதிப்பு 2W ஆகும். 'திடீரெனச் செயல்படும் பளுவினால் விளையும் தகைவு, படிப்படியாகச் செயல்படும் பளுவினால் விளையும் தகைவினைக் காட்டிலும் இரு மடங்காகும்' (Twice) என்பதைச் சமன்பாடு (68) லிருந்து பெறலாம்.

நிகழ்பவுக்கூறு 3. மோதுகைப்பளு (Impact load):

படம் 2.38 இல் ஒருமுனையில் பட்டிகை (Collar) ஒன்று இணைக்கப்பட்டுள்ள தண்டு ஒன்று காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது. அதன் மறுமுனை நன்கு பொருத்துப்பட்டுள்ளது. (Fixed) 'W' மதிப்புள்ள எடை ஒன்று 'h' உயரத்திலிருந்து விழுவதாக் கொள்வோம். இவ்வுயரத் திலிருந்து பளு விழுவதால் தண்டு நீட்சியடைகிறது. இந்நீட்சி, படிப் படியாகப் பளு செயல்படுவதால் தண்டில் விளையும் நீட்சியைக் காட்டிலும் அதிகமாக இருக்கும்.



படம்: 2-38

தண்டில் மோதுகைப் பளு விழுவதால் தண்டு அடையும் பெரும நீட்சி 'δl' எனவும் அப்பொழுது தண்டில் விளையும் தகைவு 'σ' எனவும் இருக்கட்டும். Pe என்னும் பளு படிப்படியாகச செயல்படும் சமமாற்று விசையாக இருக்கட்டும். இதனால் தண்டில் விளையும் நீட்சி 'δl' ஆகும். தண்டில் பெரும நீட்சி தோன்றும் போது, அதன் விகல ஆற்றல் = $\frac{1}{2} P_e \, \delta l$ ...(a) மோதுகையின் போது ஏற்படக்கூடிய ஆற்றல் இழப்பைப் (Energyloss) புறக்கணித்தால்,

நிலையாற்றலில் தோன்றும் இழப்பு = விகல ஆற்றலில் தோன்றும் பெருக்கம் (அல்லது) (Loss in potential energy) ஆதாயம் (Gain)

$$W(h + \delta l) = \frac{1}{2}\left(\frac{P_e^2 \, l}{A E}\right) \qquad \text{....(b)}$$

சமன்பாடு (ப) முழுமையும் 2 AE/l ஆல் பெருக்கி, ஒழுங்குபடுத்தினால் (Rearranging)

$$P_e^2 - 2\,w\,P_e - 2\,wh\,AE/l = 0 \qquad \text{....(c)}$$

$$P_e = 2w \pm \frac{\sqrt{4w^2 + 8\,wh\,AE/l}}{2}$$

$$P_e = W + \sqrt{w^2 + 2wh\,{}^{AE}/_{l}}$$

$$P_e = W\,(1 + \sqrt{1 + 2h\,{}^{AE}/_{wl}} \qquad \text{....(69)}$$

சமன்பாடு **(69)** இலிருந்து Peயை அறிவதன் மூலம், $\delta l\ (= \frac{P_e l}{AE})$ மற்றும்

$\sigma = \frac{P_e}{A}$ ஆகியவற்றைக் கணக்கிடலாம்.

மாதிரி 33:

நிலைக்குத்தாக (Vertical) உள்ள தண்டு ஒன்றின் பட்டிகையின் மேல் 20kg எடையொன்று 10 cm. உயரத்திலிருந்து விழுகிறது. தண்டின் நீளம் 200 cm. பரப்பு πcm^2. அத்தண்டில், பளு மோது கையின்போது விளையும் பெரும நீட்சியையும் தகைவையும் கண்டுபிடி $E = 2 \times 10^6\ kg/cm^2$.

$$P_e = w\left(1 + \sqrt{1 + 2h\,AE\,E/wl}\right)$$

$$P_e = 20\left(1 + \sqrt{1 + \frac{2 \times 10 \times \pi \times 2 \times 10^6}{20 \times 200}}\right)$$

குறிப்பு:

h = 0 எனில், நிகழ்வுக்கூறுகள் **(3)** உம் (2)உம் ஒன்றே, அதாவது மோதுகைப்பளு, திடீர்ப்பளுவாகச் செயல்படுகிறது.

h = o என்பதைச் சமன்பாடு **(69)** இல் பிரதியிட Pe = 2w ....(70) என்ற சமன்பாடு கிடைக்கின்றது. சமன்பாடு **(68)** உம் சமன்பாடு **(70)** உம் ஒன்றன்றோ!

= 20 (1 + 177.2)
= 3564.06 kg.

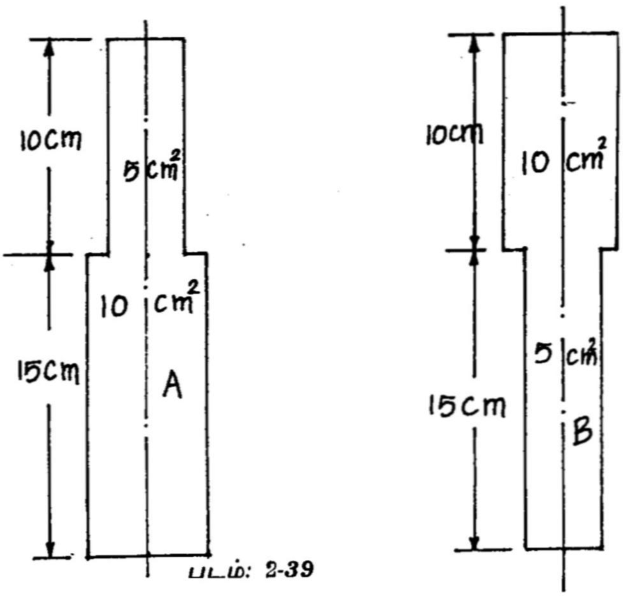
தண்டில் விளையும் தகைவு $\sigma = P_e = \frac{3564.06}{\pi} = 1135.05\ kg/cm^2$

விகலம், $\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = 0.000567\ cm.$

நீட்சி, $\delta l = \varepsilon l = 0.000567 \times 200 = 0.1135\ cm.$

மாதிரி 34

A,B என்னும் வட்டமான குறுக்கு வெட்டுள்ள, ஒரே பொருளினால் ஆன இருதண்டுகள் உள்ளன. ஒவ்வொன்றின் நீளமும் 25 cm ஆகும். தண்டு Aயில் 10 cm நீளத்திற்குக் குறுக்கு வெட்டுப்பரப்பு 5 cm^2 மீதி நீளத்திற்குக் குறுக்கு வெட்டுப்பரப்பு 10 cm^2 ம் ஆகும். தண்டு B யில் 1.0 cm நீளத்திற்கு, குறுக்கு வெட்டுப்பரப்பு 10 cm^2-ம் மீதி நீளத்திற்குக் குறுக்கு வெட்டுப் பரப்பு 5 cm^2-ம் ஆகும். தண்டு A யின் அச்சினூடே, அடியொன்று கொடுக்கப் படுகின்றது. அந்த நேரத்தில், தண்டில் விளையும் கணநேரத் தகைவு (Instantaneous stress) 1000 kg/cm2 ஆகும். அதே அடி தண்டு B யின் மீது கொடுக்கப்பட்டால், அதில் விளையும் கணநேரத் தகைவு எவ்வளவு? ஒவ்வொரு தண்டும் மீள் எல்லைவரை தகைவிற்கு உட்படுத்தப்பட்டால் எல்லைத் தகைவின் (Proof stress) போது தண்டுகள் B மற்றும் A இவற்றில் சேமித்து வைக்கப்படும் விகல ஆற்றலின் விகிதத்தைக் கண்டுபிடி. தண்டுகளின் வில்லுமை விகிதத்தினையும் அறிக.



படம்: 2-39

இரு தண்டுகளிலும் கொடுக்கப்படும் அடிகளின் (Blows) ஆற்றலும் ஒன்றே. தண்டு A யில் சேமித்துவைக்கப்படும் விகல ஆற்றல் U_A எனவும், தண்டு B யில் சேமித்துவைக்கப்படும் விகல ஆற்றல் U_B எனவும் இருக்கட்டும். அப்பொழுது தண்டுகள் A,B ஆகியவற்றில் விளையும் தகைவுகள் முறையே σ_A மற்றும் σ_B என இருக்கட்டும்.

5cm² குறுக்கவெட்டுப் பரப்பில் விளையும் தகைவு σ எனில் 10cm² குறுக்குவெட்டுப்பரப்பில் விளையும் தகைவு $\sigma/2$ ஆக இருக்கும்.

$$U_A = \frac{\sigma_A^2}{2E}\{5 \times 10\} + \left\{\frac{\left(\frac{1}{2} \times \sigma_A\right)^2}{2E}\{15 \times 10\}\right\}$$

$$= \frac{\sigma_A^2}{2E} \left\{ 50 + \frac{150}{4} \right\}$$

$$= \frac{350}{8E} \sigma_A^2 \qquad \text{....(a)}$$

$$U_B = \frac{B^2}{2E} (5 \times 15) + \frac{(\frac{1}{2}\sigma_B)^2}{2E} \left\{ 10 \times 10 \right\}$$

$$= \frac{B^2}{2E} 75 \times \frac{100}{4} = \frac{400\, \sigma_B^2}{8E} \qquad \text{....(b)}$$

இரு தண்டுகளிலும் ஒரே ஆற்றலுள்ள அடி கொடுக்கப்படுவதால்

$$U_A = U_B \qquad \text{....(c)}$$

$$\frac{350}{8E} \sigma_A^2 = \frac{400}{8E} \sigma_B^2 \qquad \text{....(d)}$$

$$ie \ \sigma_B^2 = \frac{350}{400} \sigma_A^2$$

$$= \frac{350}{400} \times (1000)^2$$

$$ie \ \sigma_B = 935.4 \ kg \, cm^2$$

அதாவது தண்டு B யில் விளையும் ($5cm^2$ பரப்பில்) தகைவு

$$= 935.4 \ kg/cm^2$$

(b) இரு தண்டுகளிலும் விளையும் எல்லைத் தகைவு 'f' என இருக்கட்டும்.

$$ie \ \sigma_A = \sigma_B = f.$$

எனவே

$$U_A = \frac{350}{8E} f^2$$ மேலும்

$$U_B = \frac{400}{8E} f^2$$

$$\frac{U_B}{U_A} = \frac{400}{350} = 1.14$$

எனவே தண்டு B தண்டு A யை காட்டிலும் ***14%*** அதிக ஆற்றலை, தகைவு ஒன்றாக உள்ளபோது சேமித்து வைக்கின்றது.

(c) தண்டு B யின் கனஅளவு V_B என இருக்கட்டும்

$$V_B = 10 \times 10 + 5 \times 15 = 175\ cm^3$$

எனவே, தண்டு B யின் வில்லுமை

$$= \frac{400}{8E} \times \sigma_B^2 \times \frac{1}{175} = \frac{10}{35E} \sigma B^2 \quad ....(g)$$

தண்டு A யின் கனஅளவு V_A என இருக்கட்டும்

$$V_A = 5 \times 10 + 10 \times 15 = 200\ cm^3$$

எனவே, தண்டு A யின் வில்லுமை

$$= \frac{350}{8\,E} \times \sigma_A^2 \times \frac{1}{200} = \frac{7}{32\,E} \sigma_A^2 \quad ....(h)$$

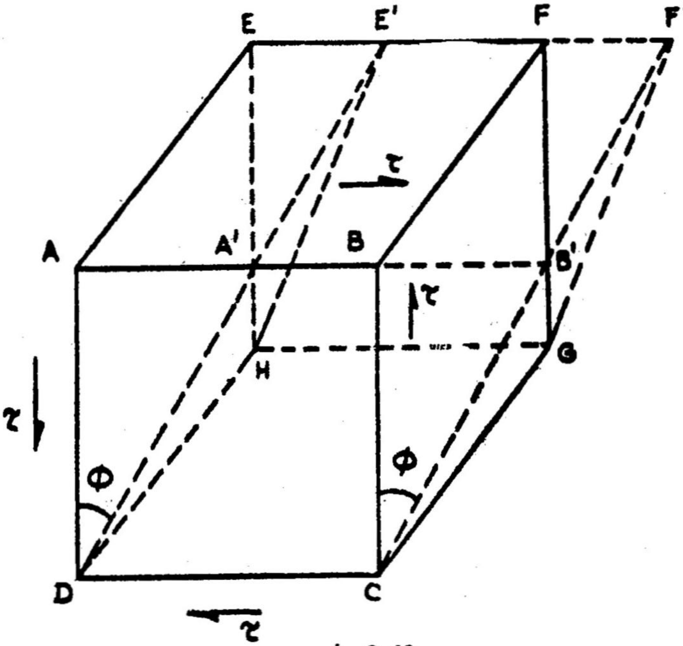
ஒரே தகைவின்போது, வில்லுமைகளின் (விகல ஆற்றல் / அலகு . கன அளவு)

$$\text{விகிதம்} = \frac{10}{35\,E} - \frac{7}{32\,E} = 1.3$$

ஒரே தகைவின்போது, தண்டு B யின் வில்லுமை தண்டு Aயின் வில்லு மையைக் காட்டிலும் ***30%*** அதிகமாகும்.

26. கத்தரிப்பில் விகல ஆற்றல் (Strain Energy due to shear):

படம் 2-40 இல் கத்தரிப்புக்கு உட்படும் கனசதுரம ஒன்று காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது. கத்தரிப்பு விசையால் செய்யப்படும் வேலை = சேமித்து வைக்கப்படும் கத்தரிப்பு விகல ஆற்றல். (இழப்புகள் புறக்கணிக்கப்படுகின்றன).



படம்: 2-40

கத்தரிப்பு விசையால் செய்யப்படும் வேலை = 1/2 x இறுதி இணைச் சுழலி (Final couple) கோணம் திரும்பும் அளவு (Angle turned through)

$$= \frac{1}{2} \times (\tau \times AB \times BF) \times BC \times \phi$$

$$= \frac{1}{2} \times \tau \times (AB \times BF \times BC) \times T/G$$

$$= \frac{1}{2} \frac{\tau^2}{G} \times (V) \qquad \text{....(70)}$$

இங்கு V= கனஅளவு. சமன்பாடு (70)-ஐச் சமன்பாடு (66)-உடன் ஒப்புநோக்குக. கத்தரிப்பு வில்லுமை (Shear resiliance) = கத்தரிப்பின் ஆற்றல் / கன அளவு

$$\frac{\tau^2}{2G} \qquad ....(71)$$

சமன்பாடு (71)-ஐச் சமன்பாடு (67) உடன் ஒப்பு நோக்குக.

மாதிரி 35

புள்ளி ஒன்றில், கத்தரிப்புத் தகைவு 80 N/mm2 எனில், அப்புள்ளி யில் விளையும் விகல ஆற்றல் எவ்வளவு? = G = 28 x 10^3 N/mm^2

புள்ளியில், கத்தரிப்புத் தகைவால் விளையும் விகல ஆற்றல் கனஅளவு $= \frac{\tau^2}{2G}$

$$= \frac{(80)^2}{2 \times 28 \times 10^3}$$

$$= 0.1143 \text{ N mm/mm}^3$$

குறிப்பு

பொதுவாக, கத்தரிப்புத் தகைவு சீரான பரவலில் செயல்படுவதில்லை. எனவே, வெட்டுமுகப்பரப்பு முழுமைக்கும் எடுத்துக்கொள்ளாமல், ஒரு உள்ளிடத்தில் (local) மட்டும் கத்தரிப்பு விகல ஆற்றலைக் கணக்கிடல் வழக்கம்.

பயிற்சி –2

வினா 1

ஒரு சீரான வெட்டு முகப்பரப்பினை உடைய தண்டு ஒன்று அச்சினூடே செயல்படும் இழுவிசைக்கு ஆட்படுகிறது. தண்டின் குறுக்கு வெட்டுப்பரப்பு 5 cm^2. அதன் நீளம் 200 cm. தண்டின் மொத்த நீட்சி 0.25 cm. அதில் செயல்படும் இழுவிசை = 12500 kg. தண்டு செய்யப்பட்டுள்ள பொருளின் மீட்சிக் குணகத்தைக் கண்டுபிடி.

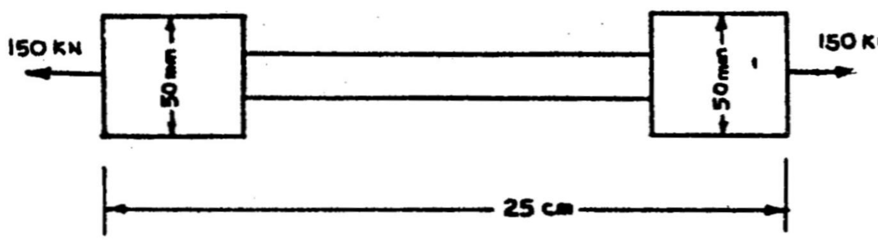
வினா 2

600cm நீளமும், 75mm அகலமும் 100mm தடிப்பும் கொண்ட மரக்கட்டை ஒன்று 4500 kg. அமுக்க விசைக்கு உட்படுகின்றது. இதனால் அம்மரக்கட்டை அடையும் குறுக்கம் 3.85 mm இம்மரத்தின் யெங்குணகத்தைக் கண்டுபிடி.

வினா 3

படத்தில் வட்டமான குறுக்கு வெட்டுமுகம் உள்ள தண்டு காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது. இத்தண்டு 150 KN இழுவிசைக்கு உட்படுத்தப் படுகிறது. இடைப்பகுதியில் தகைவு 215 N/mm^2 எனில், அப்பகுதியில் தண்டின் விட்டம் எவ்வளவு இருக்க வேண்டும்?

கொடுக்கப்பட்டுள்ள விசை தண்டின் மேல் செயல்படும் போது தண்டில் விளையும் மொத்த நீட்சி = 0.2 mm எனில் தண்டின் இடைப்பகுதியின் நீளம் எவ்வளவு? E = 206 KN/mm^2 என எடுத்துக் கொள்ளவும்.



வினா (படம் 2-3)

வினா 4

250 mm நீளமும், 22.5 mm விட்டமும் உள்ள தண்டு ஒன்றில் நீட்சிச் சோதனை நடத்தப்படுகிறது. கீழ்வரும் விபரங்கள் அதிலிருந்து கிடைத்துள்ளன.

பளு KN	0	30	60	90	100	105	110	115	118	119	120
நீட்சி (mm)	0	0.094	0.19	0.284	0.317	0.333	0.356	0.419	0.53	0.89	1.75

வரைபடத்தின் மூலம், யெங்குணகம், மீள் எல்லை, நெகிழ்வுத் தகைவு இவற்றைக் கண்டுபிடி.

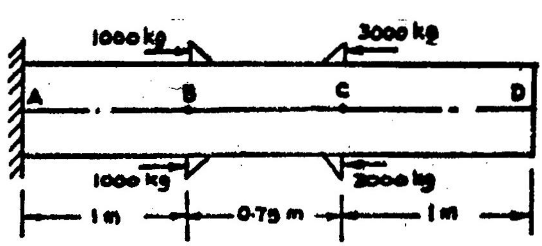
எல்லை விகல ஆற்றல் எவ்வளவு என்பதை வரைபடத்திலிருந்து கண்டுபிடி.

வினா 5

சீராக மாறும் வட்ட வெட்டுமுகப்பரப்புக் கொண்ட தண்டின் நீளம் = L; ஒரு முனையில் தண்டின் ஆரை r_1; மற்றொரு முனையில் ஆரை r_2 அதன் அச்சினூடே 'P' மதிப்புள்ள இழுவிசை செயல்படும் பொழுது விளையும் நீட்சி = $\frac{PL}{\pi E r_1 r_2}$ என நிரூபிக்கவும். $r_2 = 2r_1$ எனில், இத்தண்டில் விளையும் நீட்சியினையும் அத் தண்டின் சராசரி (mean) ஆரை அளவு ஆரையுள்ள சீரான உருளைவடிவத் தண்டின் நீட்சியினையும் ஒப்பிடுக.

வினா 6

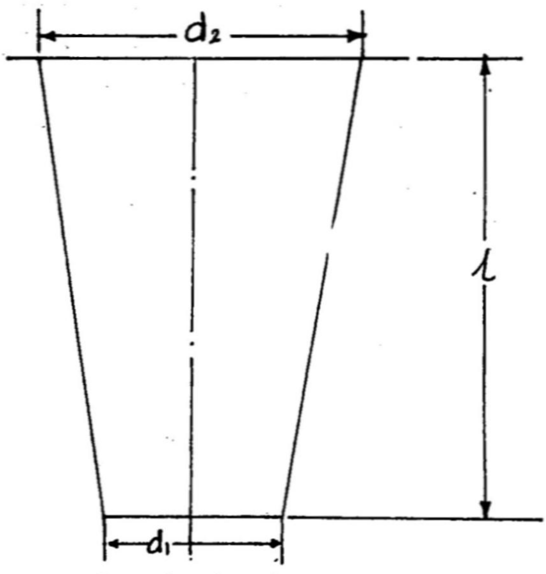
படத்தில் AD என்னும், சீரான குறுக்கு வெட்டுப்பரப்புள்ள துவக்கத்தில் நேரான, ஒரு முனை பொருத்தப்பட்டுள்ள தண்டு ஒன்று காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது. துவக்கத்தில் தண்டில் ஏதும் தகைவுகள் இல்லை. படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு, சமச்சீராகப் பளுக்கள் செயல்படுகின்றன. பகுதிகள் AB, BC மற்றும் CD ஆகியவற்றில் விளையும் தகைவுகளையும், புள்ளிகள் B மற்றும் C ஆகியவை நகரும் தூரங்களையும் கண்டுபிடி. தண்டின் குறுக்கு வெட்டுப்பரப்பு = 5 cm^2. E = 2 x 10^6 kg/cm^2.



வினா (படம் 2-6)

வினா 7

படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு சீராக மாறும் வட்ட வெட்டு முகம் கொண்ட தண்டு ஒன்று படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு பொருத்தப்பட்டுள்ளது. அதன் பெரிய முனையின் விட்டம் d_2, சிறிய முனையின் விட்டம் d_1. அதன் நீளம் 'l' எனில் அதன் சுய எடையால் விளையும் நீட்சியைக் கண்டுபிடி. இதிலிருந்து 'd' விட்டமுள்ள சீரான வெட்டு முகம் கொண்ட உருளை, தன் சுய எடையால் அடையும் நீட்சியை வரவழைக்கவும் (deduce).



வினா (படம் 2-7)

வினா 8

படத்தில் கூட்டுத் தண்டு ஒன்று காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது. முதல் 230 mm. நீளத்திற்கு அதன் விட்டம் 20 mm, எஞ்சிய 100 mm. நீளத்திற்கு அதன் விட்டம் 16 mm. அதன் இரு முனைகளும் இரு தாங்கிகளுக்கு இடையே நன்கு பொருத்தப்பட்டுள்ளன. கீழ்க்

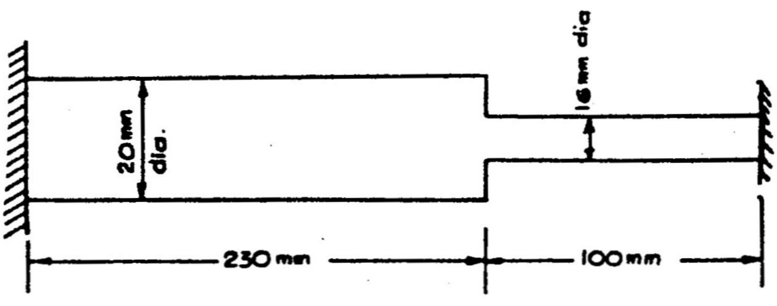
காணும் இரு வேறுபட்ட தனித்தனியான நிலைகளில், அத் தண்டின் இருபாகங்களிலும் விளையும் தகைவுகளைக் கண்டுபிடி.

(a) இருதாங்கிகளுக்கு இடையே உள்ள தூரம் 0.1 mm குறைக்கப்படுகின்றது

(b) தண்டின் வெப்பநிலை 50°c உயருகிறது.

$E = 2.07 \times 10^5 N/mm^2$. $\alpha = 1.2 \times 10^{-5} / {}^oC$ என எடுத்துக் கொள்ளவும்

(இலண்டன் பல்கலைக் கழகம்)



வினா (படம் 2-8)

வினா 9

படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு இருகம்பிகள், நிலைக்குத்தாக 500 mm இடைவெளியில் தொங்கவிடப்பட்டுள்ளன. அவற்றின் மேல் முனைகள் நன்கு பொருத்தப்பட்டுள்ளன. கீழ்முனைகள் கிடையான தண்டு ஒன்றுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. இக்கிடையான தண்டில் W எடை தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது.

இடது புறமுள்ள தாமிரக் கம்பி 2mm விட்டமுடையது. வலது புறமுள்ள எஃகுக்கம்பி 1mm விட்டமுடையது. இருகம்பிகளும் துவக்கத்தில் 5m நீளமுடையவை.

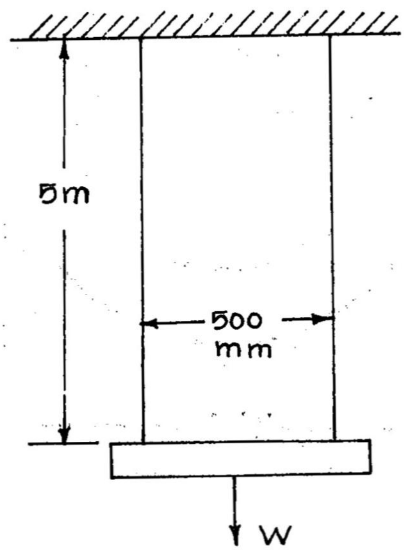
(a) இருகம்பிகளும் w எடையினால் ஒரே அளவு நீட்சியடையுமானால், பளு w செயல்படும் கோட்டின் (Line of action) நிலையைக் (Position) கண்டுபிடி.

(b) w = 200 N எனில், ஒவ்வொரு கம்பியும் எடுத்துக் கொள்ளும் பளு, விளையும் தகைவு மற்றும் அடையும் நீட்சி ஆகியவற்றை அறிக.

தண்டின் எடையைப் புறக்கணிக்கவும்.

$E_s = 2.07 \times 10^5 \; N/mm^2 \; ; \; E_C = 1.07 \times 10^5 \; N/mm^2$

(இலண்டன் பல்கலைக்கழகம்)

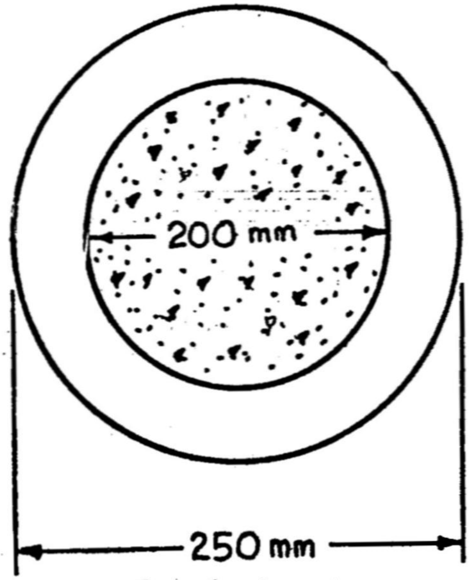


வினா (படம் 2-9)

வினா 10

250mm. வெளிவிட்டமும், 200mm உள்விட்டமும் கொண்ட, உள்ளீடற்ற (Hollow) குட்டையான (Short) வார்ப்பு இரும்புத்தூண் ஒன்று படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு கற்காரையால் நிரப்பப் பட்டுள்ளது. தூண் தாங்கும் மொத்த எடை 31000 kg. வார்ப்பு இரும்பின் யெங்குணகம், கற்காரையின் யெங்குணகத்தைப் போல் ஆறு மடங்கு (six times) அதிகமெனில் வார்ப்பு இரும்பு, கற்காரை இவற்றில் விளையும் தகைவுகளைக் கணக்கிடு.

தகைவுகளும் வெளிவிட்டமும் மாறாமலிருக்கும்போது, இத் தூண் 40000 kg. பளுவைத் தாங்க வேண்டுமானால், அதன் உள்விட்டம் எவ்வளவாக இருக்க வேண்டும்?



வினா (படம் 2-10)

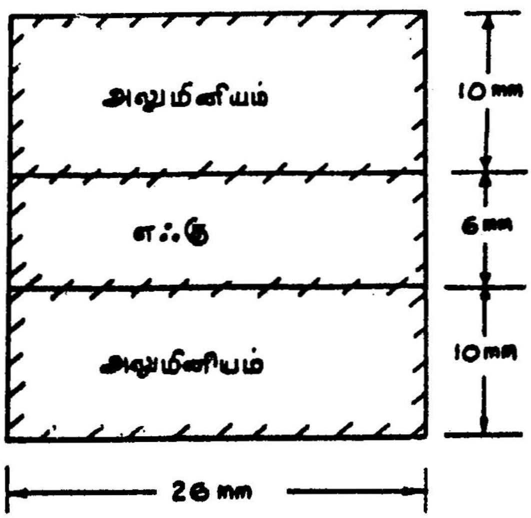
வினா 11:

26mm அகலமும் 10mm தடிப்பும் உள்ள இரு அலுமினியத் தகடுகளுக்கு இடையே 26mm அகலமும் 6mm தடிப்பும் உள்ள ஒரு

எஃகுத் தகடு ஒன்று பொருத்தப்பட்டு, படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு ஒரு கூட்டுத் தண்டு உருவாக்கப்படுகின்றது. இம்மூன்று தண்டுகளின் முனைகளும், கூட்டுத் தண்டு 10°C வெப்பநிலையில் உள்ளபோது நன்கு இணைக்கப்படுகின்றன (Fastened). இக்கூட்டுத்தண்டின் வெப்பநிலை 50°C க்கு உயர்த்தப்படும்போது, தண்டுகள், ஒவ்வொன்றிலும் விளையும் தகைவுகளைக் கண்டுபிடி. இப்புது வெப்பநிலையில் கூட்டுத் தண்டின் மீது 2000 kg. இழுவிசை செயல்பட்டால், எஃகிலும், அலுமினியத்திலும் விளையும் இறுதித் தகைவுகள் எவ்வளவு?

$E_s = 2.06 \times 10^6\ kg/cm^2 \quad \alpha_s = 11.5 \times 10^{-6}/°C$

$E_A = 0.069 \times 10^6\ kg/cm^2 \quad \alpha_A = 23 \times 10^{-6}/°C$



வினா (படம் 2-11)

வினா 12

வினா 11 இல் 2000 kg. பளு செயல்படும்போது கூட்டுத் தண்டின் வெப்பநிலை மேலும் அதிகரிக்கின்றது என்றால்,

அலுமினியத்தில் தகைவு ஏதும் தோன்றாதபோது கூட்டுத்தண்டு அடையும் வெப்பநிலையைக் கண்டுபிடி.

வினா 13

பாய்ஸான் விகிதத்தை (Poison's Ratio) வரையறை செய். 20 mm விட்டமும், 300cm நீளமும் உள்ள எஃகுத்தண்டு 6000 kg இழுவிசைக்கு உட்படுகின்றது. $E = 2 \times 10^6$ kg/cm^2 மற்றும் $\mu = 0.25$ எனில் (a) நீளம் (b) விட்டம் மற்றும் (e) கனஅளவு இவற்றில் நேரிடும் மாறுதல்களைக் கணக்கிடு. தண்டு நீள்வதற்குச் செய்யப்படும் வேலை எவ்வளவு?

வினா 14:

உள்ளீடற்ற உருளை ஒன்றில் 'P' அழுத்தத்துடன் பாய்மம் (Fluid) ஒன்று செலுத்தப்படுகிறது. இம்மெல்லிய உருளையின் விட்டம் 'd' எனவும் சுவர்த்தடிப்பு 't' எனவும் நீளம் 'l' எனவும் எடுத்துக் கொண்டால், அதில் விளையும் கனஅளவு மாற்றம்

$\delta V = \frac{pd}{Et} V$ என நிரூபணம் செய். இங்கு $\mu = 2.5$ என எடுத்துக் கொள்.

(சென்னைப் பல்கைலக் கழகம்)

வினா 15:

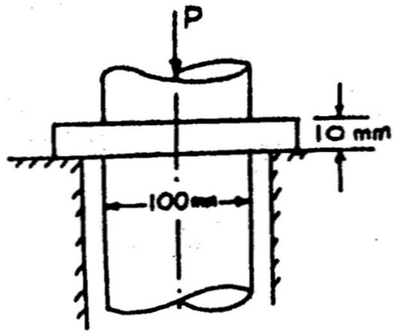
15cm விட்டமும் (Diameter) 6 mm சுவர்த்தடிப்பும் 100 cm நீளமுள்ள மெல்லிய உருளை, காற்று மண்டல அழுத்தத்தில் உள்ள பாய்மத்தால் நிரப்பப் படுகின்றது. இப்பொழுது மேலும் 20cm^3 கன அளவு பாய்மம் இவ்வுருளைக்குள் செலுத்தப்பட்டால், உருளையின் சுவர்களில் பாய்மத்தினால் விளையும் அழுத்தம் எவ்வளவு? பரிதித் தகைவு எவ்வளவு?

$E = 2 \times 10^6\ kg/cm^2 \quad \mu = 0.3$

வினா 16

வட்டமான திண்மத் தண்டு (Solid circular shaft) ஒன்று பட்டிகை ஒன்றுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. (படம்) அனுமதிக்கக்

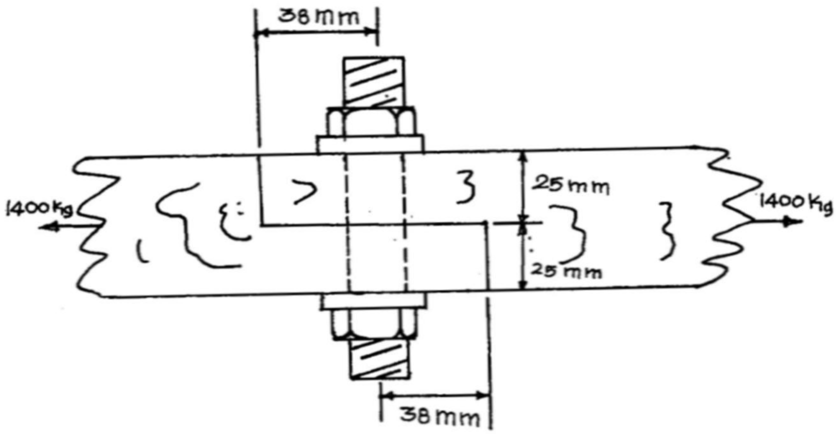
கூடிய பெருமக் கத்தரிப்புத் தகைவு 500 kg/cm² எனில், தண்டின் மேல் செயல்படும் 'P' யின் பெரும மதிப்பு எவ்வளவு? இப்பொழுது தண்டில் விளையும் அமுக்கத்தகைவு எவ்வளவு?



வினா (படம் 2-16)

வினா 17

படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு இரு மரத்துண்டுகள், 25 m விட்டமுள்ள சரியாகப் பொருந்தும் (Close fitting) மரையாணி ஒன்றினுள் இணைக்கப் பட்டுள்ளன. 1400 kg. இழுவிசை செயல்படும்போது மரத்திலும், மரையாணியிலும் விளையும் சராசரி கத்தரிப்புத் தகைவுகளைக் கண்டுபிடி.



வினா (படம் 3-17)

வினா 18

12 mm. விட்டமும், 150 cm. நீளமுள்ள மென் எஃகுத்தண்டு ஒன்றில், 30 mm. உயரத்திலிருந்து 14kg பளு விழுவதால் தகைவுகள் விளைகின்றன. தண்டில் விளையும் கணநேரத்தகைவையும் அத் தண்டில் விளையும் நீட்சியையும் கணக்கிடு $E = 2 \times 10^6 kg/cm^2$

வினா 19

இரு தண்டுகள், சமமான, படிப்படியாகச் செயல்படும் இழு விசைக்கு உட்படுகின்றன. ஒரு தண்டு அதன் முழு நீளத்திற்கும் 4cm விட்டம் உடையது அதே நீளமுள்ள மற்றொரு தண்டு அதன் இடைப்பகுதியில், மூன்றிலொரு நீளத்திற்கு 2cm விட்டமும், மீதி நீளத்திற்கு 4cm விட்டமும் உடையது. இரு தண்டுகளும் ஒரே பொருளினால் ஆனவை என்றால், இவற்றின் விகல ஆற்றலை ஒப்பிடுக.

மீள் எல்லைக்குள் இவ்விருதண்டுகளும் உள்ளபோது, குறிப்பிட்டதொரு தகைவில், அவ்விரு தண்டுகளின் விகல ஆற்றலை ஒப்பிடுக. இவற்றின் வில்லுமைகளையும் ஒப்பிடுக.

வினா 20

பொருள் ஒன்றின் ஒரு புள்ளியில் σ_1, σ_2 என்னும் இரு, ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான இழுதகைவுகள் செயல்படுவதனால் விளையும் பொருளின் (விகல ஆற்றல் / கனஅளவு) வில்லுமையை σ_1, σ_2, μ மற்றும் E இவற்றின் மொழிகளில் கூறு.

விடை: $U = \frac{1}{2E}(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\mu\sigma_1\sigma_2)$

அதிகாரம் – 3

தரையாணி இணைப்புகள்

(Riveted Joints)

1. தோற்றுவாய்

கட்டுமானப் பணிகளுக்குப் பயன்படுத்தப்படும் உறுப்புகளை (Members) ஒன்றுடன் ஒன்றை இணைப்பதற்குப் பலவிதமான இணைப்புகளைப் பயன்படுத்துகின்றனர். ஆணி இணைப்புகள் (Nailed Joints), மரை ஆணி இணைப்புகள் (Bolted Joints) தரை ஆணி இணைப்புகள் (Riveted Joints) மற்றும் உருக்கு இணைப்புகள் (Welded Joints) ஆகியவை அவற்றுள் சில. ஆணி இணைப்புகள் பெரும்பாலும் சட்டங்கள் போன்ற மர உறுப்புகளை இணைக்கப் பயன்படுகின்றன. மரை ஆணி இணைப்புகள் தற்காலிக இணைப்புகளுக்குப் (Temporary Joints) பெரும்பாலும் பயன்படுகின்றன. தரை ஆணி இணைப்புகள் ஓரளவு நிரந்தரமான இணைப்புகளுக்குப் (Permanent Joints) பயன்படுகின்றன. இவ்வதிகாரத்தில் தரையாணி இணைப்புகளைப் பற்றிச் சற்று விரிவாகக் காணலாம்.

2. தரையாணிகளை வெப்ப நிலையிலோ அல்லது குளிர்நிலையிலோ உறுப்புகளை இணைக்கப் பயன்படுத்தலாம். அதற்கேற்ப அவற்றினை வெப்ப நிலையில் செலுத்தப்படும்

தரையாணிகள் (Hot Driven Rivets) மற்றும் குளிர்நிலையில் செலுத்தப்படும் தரையாணிகள் (Cold Driven Rivets) என அழைக்கின்றனர்.

வெப்ப நிலையில் செலுத்தப்படும் தரையாணிகளை, செலுத்தப்படும் முறைக்கேற்ப,

விசையால் செலுத்தப்படும் பட்டறைத் தரையாணிகள் (Power driven shop Rivets) விசையால் செலுத்தப்படும் புலன் தரையாணிகள் (Power dirven field rivets) கைகளால் செலுத்தப்படும் தரையாணிகள் (Hand driven rivets) என மூன்று வகைப்படும்.

சாதாரணமாக இவ்வகைத் தரையாணிகளின் விட்டம் 16 mm., 18 mm., 20 mm., மற்றும் 22 mm. ஆக இருக்கும்.

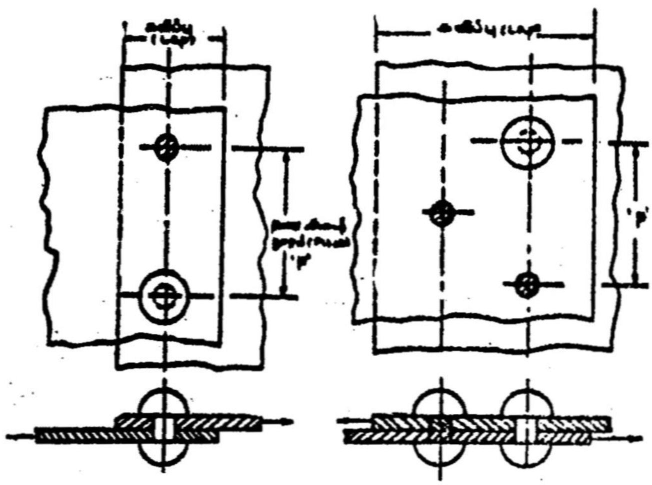
குளிர்நிலையில் செலுத்தப்படும் தரையாணிகள் காற்று மண்டல வெப்பநிலையில் (Atmospheric Temperature) செலுத்தப் படுகின்றன. இவை 12 mm. முதல் 22 mm. ஈறாக, 2mm. இடைவெளியில் உள்ள அளவுகளை உடைய விட்டங்களில் கிடைக்கும்.

தரையாணிகளில் அனுமதிக்கத்தக்க தகைவுகளைக் கீழ்வரும் அட்டவணை தருகின்றது (Is 800 - 1971)

வரிசை எண்	தகைவுகளின் இயல்பு (Nature of Stresses)	அனுமதிக்கத்தக்க தகைவின் அளவு (Allowable stress)
I	**இழுதகைவு** (Tensile Stress)	
	அச்சுத் தகைவு (Axial stess)	
	(i) விசையால் செலுத்தப்படும் பட்டறைத் தரையாணிகள் (PDSR)	785 kg/cm^2
	(ii) விசையால் செலுத்தப்படும் புலன் தரையாணிகள் (PDFR)	630 kg/cm2

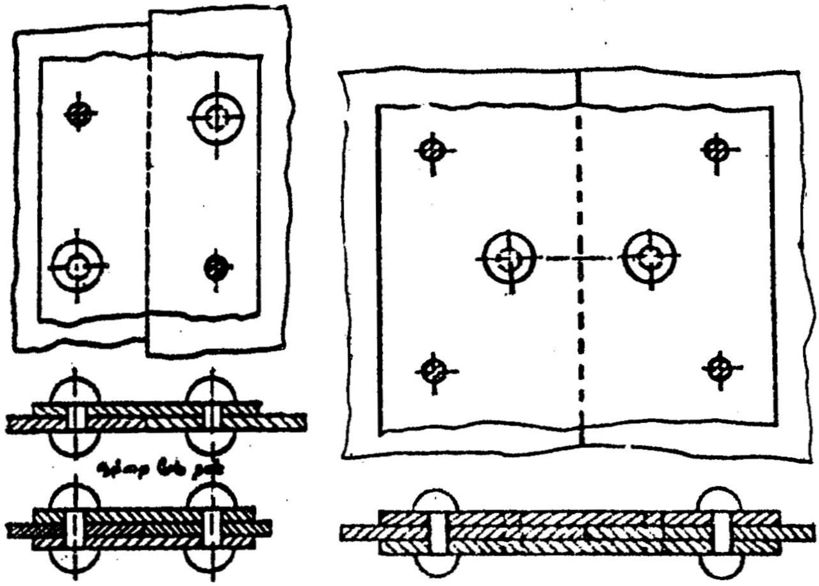
II	**கத்தரிப்புத் தகைவு** (Shear Stress)	
	(i) விசையால் செலுத்தப்படும் பட்டறைத் தரையாணிகள் (PDSR)	**1025 kg/cm^2**
	(ii) விசையால் செலுத்தப்படும் புலன் தரையாணிகள் (PDFR)	**945 kg/cm^2**
	(iii) கைகளால் செலுத்தப்படும் தரையாணிகள் (HDR)	**785 kg/cm^2**
III	**தாங்கு தகைவுகள்** (Bearing Stress)	
	(i) விசையால் செலுத்தப்படும் பட்டறைத் தரையாணிகள் (PDSR)	**2360 kg/cm^2**
	(ii) விசையால் செலுத்தப்படும் புலன் தரையாணிகள் (PDFR)	**2125 kg/cm^2**
	(iii) கைகளால் செலுத்தப்படும் தரையாணிகள் (HDR)	**1575 kg/cm^2**

3. ***படம் 3.1 இல் பெரும்பாலும் பயன்படுத்தப்படும் தரையாணி இணைப்புகளின் அமைப்புகள் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளன. படம் `a' மற்றும் `b'யில் இணைக்கப்பட வேண்டிய தகடுகளுள் ஒன்று, மற்றொன்றின் மேல் மேற்கவிந்து (Lap) உள்ளது. இத்தகடுகள் தரையாணிகள் மூலம் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. இவ்விதமான தரையாணி இணைப்புகளை மேற்கவிந்த இணைப்புகள் (Lap Joint) அல்லது சுருக்கமாகக் 'கவிப்பு இணைப்புகள்' எனலாம்.***



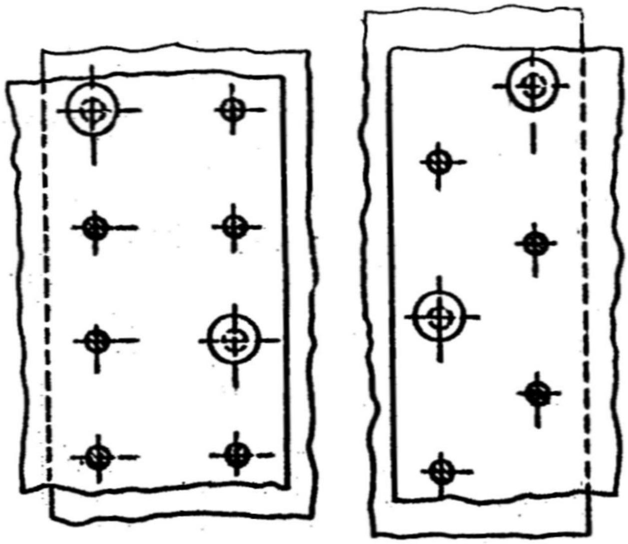
படம் 3.1 (a) மற்றும் (b) கவிப்பு இணைப்புகள்

படம் 'c' மற்றும் (d)யில், இணைக்கப்பட வேண்டிய தகடுகள் ஒன்றுடன் ஒன்று முட்டிக் கொண்டு (Butting) உள்ளன. அவற்றின் ஒரு புறத்திலோ அல்லது இருபுறங்களிலோ தகடுகளைக் கொண்டு படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு இணைப்பார்கள். இத்தகடுகளை மூடு தகடுகள் (Cover plates) என்பர். ஒரு புறத்தில் மட்டும் மூடு தகட்டினைக் கொண்டு இணைக்கப்படும் இணைப்பினை 'ஒற்றை மூடு தகட்டு முட்டிணைப்பு' (Single Cover Butt Joint) என்றும், இரு புறங்களிலும் பக்கத்திற்கு ஒன்றாக இருமூடு தகடுகளைக் கொண்டு இணைக்கப்படும் இணைப்பிணை 'இரட்டை மூடு தகட்டு முட்டிணைப்பு' (Double Cover Butt Joint) என்றும் அழைக்கின்றனர்.



படம் *3.1* (c) மற்றும் (d) முட்டிணைப்பு (Butt Joint)

படம் 3.1 (e) யில் சங்கிலித் தரையாணி இணைப்பு (Chain - Riveting) காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது. படம் 3-1 (f) - ல் குறுக்கு-நெடுக்கான (Zig-Zag) தரையாணி இணைப்பு காண்பிக்கப் பட்டுள்ளது.



படம் 3-1 (e) மற்றும் (f). சங்கிலித் தரையாணி இணைப்பு
மற்றும் குறுக்கு-நெடுக்கான தரையாணி இணைப்பு.

குறுக்கு நெடுக்கான தரையாணி இணைப்பில், தரையாணிகளுக்கு இடையே உள்ள இடைவெளி தடுமாற்ற நிலையில் (staggering). படம் 3-1(f) இல் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளவாறு அமைந்துள்ளது.

4. தரையிடைத் தூரம் (Pitch of Rivets);

வரிசை ஒன்றில், அடுத்து, அடுத்து அமைந்துள்ள இரு தரையாணிகளின் மையங்களுக்கு இடையே உள்ள தூரத்தினை 'தரையிடைத் தூரம்' (Pitch) என அழைக்கின்றனர். இஃது வரிசையின் திசையில் அளக்கப்படுகிறது. தரையிடைத் தூரத்தை 'p' எனக் குறிப்பிடலாம்.

5. ஒற்றை மற்றும் இரட்டைக் கத்தரிப்பு (Single and Double Shear)

இணைக்கப்பட்டுள்ள தகடுகள் இழுவிசையில் (TensileForce) உள்ளபோது, தரையாணி ஒன்றின் வெட்டுமுகம் கத்தரிப்பு விசைக்கு உட்படுகிறது. தகடுகளின் இழுப்புக்கு எதிரான கத்தரிப்புத் தகைவுகளை அவ்வெட்டுமுகம் விளைவிக்கின்றது. படம் 3-1(a),(b) மற்றும் ஒற்றை மூடு தகட்டு முட்டிணைப்புப்பற்றி விளக்கப்பட்டுள்ள (c) ஆகியவற்றில் தரையாணியின் ஒரு வெட்டுமுகம் மட்டுமே தகடுகளின் இழுப்புவிசையைத் தடை செய்கின்றது. எனவே அத்தரையாணி ஒற்றைக் கத்தரிப்பில் உள்ளது. ஆனால், இரட்டை மூடு தகட்டு முட்டிணைப்பு விளக்கப் பட்டுள்ள (c) மற்றும் 3 - 1 (d) ஆகியவற்றில் தரையாணி இரு வெட்டு முகங்கள் தகடுகளின் இழுப்பு விசையைத் தடை செய்கின்றன. எனவே, ஒவ்வொரு தரையாணியும் இரட்டைக் கத்தரிப்பில் உள்ளன.

6. மூடு தகடுகளின் தடிப்பு (Thickness of Cover Plates)

முட்டிணைப்பினால் (Butt Joint) இணைக்கப்பட வேண்டிய தடிப்பு 't' என எடுத்துக் கொள்வோம். ஒற்றை மூடு தகட்டு முட்டிணைப்பினால் இத்தகடுகள் இணைக்கப்பட்டால் அந்த மூடுதகட்டின் தடிப்பு குறைந்தது 't', யாகவாவது இருக்க வேண்டும். அப்படியில்லாமல் இரட்டை மூடு தகட்டு முட்டிணைப்பினால் அத்தகடுகள் இணைக்கப்பட்டால், இவ்விரு மூடு தகடுகளின் மொத்தத் தடிப்பும் குறைந்தது 't'- யாவது இருக்க வேண்டும். மூடு தகடுகள் நொடிந்து போவதை (failure) அல்லது சிதைவுறுவதைத் தடுக்க, நடைமுறையில் மூடு தகடுகளின் தடிப்பு மேற்கண்டவைகளைக் காட்டிலும் சற்று அதிகமாக இருக்க வேண்டும். ஒற்றை மூடு தகட்டு இணைப்பாயின் தகட்டின் தடிப்பு $1\frac{1}{8}t$ ஆகவும், இரட்டை மூடு தகட்டு இணைப்பாயின் தகடுகளின் மொத்தத்தடிப்பு $1\frac{1}{4}t$ (இரு தகடுகளும் ஒரே தடிப்பு உள்ளவையாயின், ஒன்றின் தடிப்பு $\frac{5}{8}t$) ஆகவும் இருக்குமாறு

அமைப்பாண்மை (Design) செய்யும்போது கவனித்துக் கொள்ள வேண்டும்.

7. தரையாணி விட்டம் மற்றும் தரையாணித்துளையின் விட்டம் (Diameter of the Rivet and the Diameter of the Rivet Hole)

தரையாணியின் விட்டத்தைக் காட்டிலும், தரையாணித்துளையின் விட்டம் சற்றுப் பெரியதாக இருக்கும். தரையாணியின் விட்டத்திலிருந்து தரையாணித் துளையின் விட்டத்தைக் கீழ்க்காணும் முறையில் அறியலாம்.

(a) 25 mm. வரை விட்டம் உள்ள தரையாணிகள்

$$d = \phi + 1.5 \text{ mm.} \quad \text{....(1)}$$

(b) 25 mm. க்கு மேல் விட்டம் உள்ள தரையாணிகள்

$$d = \phi + 2 \text{ mm.} \quad \text{....(2)}$$

இங்கு d = தரையாணித் துளையின் விட்டம்

ϕ = தரையாணியின் விட்டம்

8. கருதுகோள்கள் (Assumptions)

(i) மொத்த நேர் விசையும் (Direct Load) தரையாணிகள் கூட்ட மொன்றில் (Group of Rivets) உள்ள தரையாணிகளில் சீராகப் (Uniformly) பரவல் அடைகிறது (Distributed)

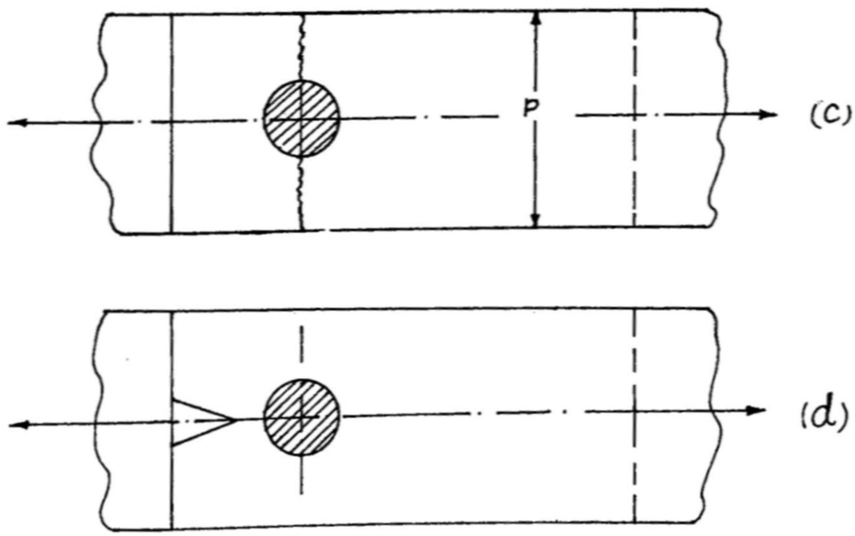
(ii) தரையாணி ஒன்றில் செயல்படும் கத்தரிப்பு விசை அதன் குறுக்கு வெட்டு முகத்தில் சீராகப் பரவல் அடைகிறது.

(iii) தரையாணித் துளையை முழுமையாகத் தரையாணி நிரப்புகிறது.

(iv) தரையாணிக்கும், தகட்டுக்கும் இடையே உள்ள உராய்வு புறக்கணிக்கப்படுகிறது.

9. தரையாணி இணைப்பு ஒன்று சிதைவுறுதலுக்கான (Failure) சாத்தியக் கூறுகள்

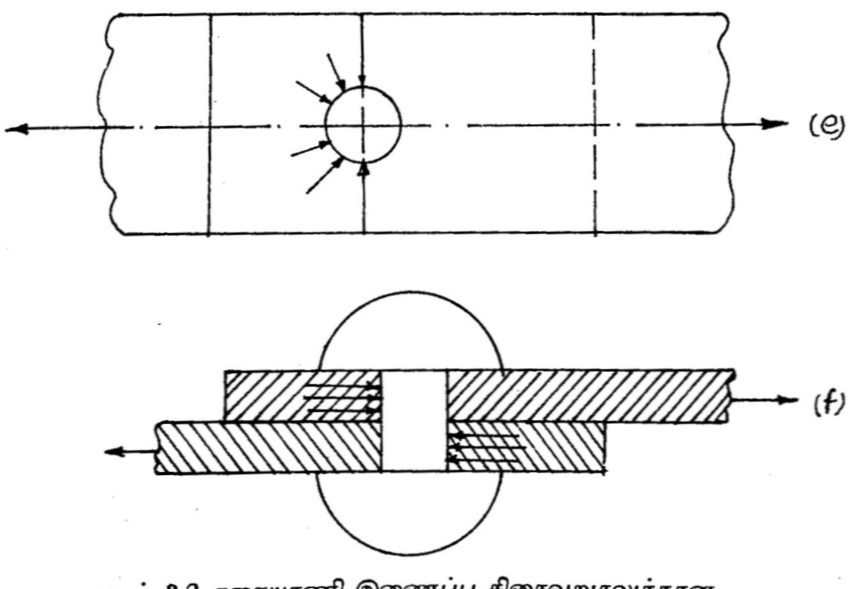
ஒற்றைத்தரையாணி கவிப்பு இணைப்பு ஒன்றைத் தற்போது கருதுவோம். தகடு சிதைவுற்றாலும் அல்லது தரையாணி சிதைவுற்றாலும் இணைப்புச் சிதைவுற்றதாகக் கொள்ளலாம். 'தரை இடைத்துாரத்தைக் (Pitch) கவனிப்போம். (படம் 3-2a). படம் 3-2-c யில்காண்பிக்கப்பட்டுள்ளவாறு தரை இடைத் தூரத்திலேயே தகடு கிழியக்கூடும். தகட்டின் விளிம்பிலிருந்து தரையாணித் துளை போதிய தூரத்தில் இல்லாவிடினும் படம் 3-2-d யில் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளவாறு தகடு விளிம்பில் கிழியககூடும். இவ்விதமான சிதைவுறுதலை மிக எளிதில் தவிர்க்கலாம். தகட்டின் விளிம்பிலிருந்து தரையாணித் துளையின் மையம் குறைந்தது $1\frac{1}{2}d$ ஆகாவாவது இருக்க வேண்டும். இங்கு d என்பது தரையாணித் துளையின் விட்டமாகும்.



படம் 3-2 தரையாணி இணைப்பு சிதைவுறுதலுக்கான சாத்தியக்கூறுகள் - தகடுகள் சிதைவுறுதல்

தரையாணி இருவழிகளில் சிதைவுறக்கூடும்.

1. இணைக்கப்பட்டுள்ள இரு தகடுகளில் செயல்படும் இழுவிசையால், தரையாணி கத்தரிக்கப்படக்கூடும். (Sheared off)
2. இணைக்கப்பட்டுள்ள தகடுகளில் செயல்படும் இழுவிசையால், தரையாணி நொறுங்கக்கூடும் (Crushed). தகடுகளில் உள்ள இழுவிசை, படம் 3-2 (e)-ல் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளவாறு தகடுகளின் தடிப்பின் குறுக்காக ஆரை வழியே அழுத்தமாகச் (Pressure) செயல் படுகிறது. இந்த ஆரை அழுத்தம் (Radial Pressure), தரையாணியின் மீது அமுக்கமாகச் (Compression) செயல்படுகிறது. (படம் 3-2- f). தரையாணியால் இவ்வமுக்க விசையைத் தாங்க இயலாவிட்டால், தரையாணி சிதைவுறக்கூடும். இதனை 'நொறுங்குவதால் விளையும் சிதைவுறுதல்' என்பர்.



படம் 3-2 தரையாணி இணைப்பு சிதைவுறுதலுக்கான சாத்தியக் கூறுகள்- தரையாணி சிதைவுறுதல்

தரையாணி இணைப்பு ஒன்றின் வலிமை (Strength of a Riveted Joint)

தரையாணி இணைப்பு ஒன்று கீழ்வரும் காரணங்களினால் சிதைவுறக்கூடும்.

I தகடு சிதைவுறுதல்

(a) தரை இடைத்தூரத்தில் குறுக்காகத் தகடு கிழிவதன் மூலம்
(b) தட்டின் விளிம்புக்கும், தரையாணித் துளையின் மையத்துக்கும் போதிய தூரம் இல்லாமலிருப்பதன் மூலம்.

II தரையாணி சிதைவுறுதல்

(a) கத்தரிப்பு விசை மூலம்

(b) நொறுக்கு விசை மூலம்.

இந்நான்கு காரணங்களில், இரண்டாவது காரணமான I-(b)- ஐ, போதிய விளிம்புத்தூரம்(Edge Distance) விடுவதன் மூலம் ($1\frac{1}{2}$ d) எளிதில் தவிர்க்கலாம். எனவே, எஞ்சிய மூன்றினைப்பற்றி இப்போது காணலாம்.

இணைப்பு ஒன்று சிதைவுறும்போது, அவ்விணைப்பில் செயல்படும் இழுவிசையை எளிதில் மதிப்பீடு செய்யலாம். தகடு, தரையாணி ஆகியவற்றின் வலிமை தெரிந்தால், அதிலிருந்து, தரையாணி இணைப்பு சிதைவுறும் விதத்தை அறிந்து கொள்ளலாம். சான்றாக,

தகடு செய்யப்பட்ட பொருளின் ஈற்று இழுதகைவு
(ultimate tensile stress) = * f_t

தரையாணி செய்யப்பட்ட பொருளின் ஈற்றுக் கத்தரிப்புத் தகைவு
(ultimate shear stess) = * fs

தரையாணி செய்யப்பட்ட பொருளின் ஈற்று நொறுக்குத் தகைவு
(ultimate crushing stress) = * f_b

குறிப்பு:

மாறாக, f_t, f_s மற்றும் f_b ஆகியவை அனுமதிக்கத்தக்க தகைவுகள் (Permissible stresses) எனக் கொண்டால், அனுமதிக்கக் கூடிய இழுவிசை கிடைக்கும்.

எனவும் கொண்டால், கீழ்வரும் நிகழ்வுக்கூறுகளில் (cases) தகடுகளின் மேல் செயல்படும் ஈற்று விசையை மதிப்பீடு (estimate) செய்யலாம்.

(i) தகடு கிழிவதற்குத் (Tear) தேவைப்படும் இழுவிசை.

(ii) தரையாணியைக் கத்தரிப்பதற்குத் தேவைப்படும் இழுவிசை.

(iii) தரையாணியை நொறுக்குவதற்குத் தேவைப்படும் இழுவிசை. தரையிடைத்தூரம் 'p' நீளத்தினை இப்போது கருதுவோம்.

(i) தகடு கிழிவதற்கு தேவைப்படும் இழுவிசை:

$P_t = f_t \times$ கிழிவதைத் தடை செய்யும், குறுக்கு வெட்டுப் பரப்பு

$$= f_t \times (p-d) \times t \quad \text{...(3)}$$

இங்கு d = தரையாணித் துளையின் விட்டம். (சமன்பாடுகள் (1) மற்றும் (2) ஆகியவற்றைக் காண்க.)

t = தகட்டின் தடிப்பு.

(ii) தரையாணியைக் கத்தரிப்பதற்குத் தேவைப்படும் இழுவிசை:

$$P_s = f_s \times \frac{\pi}{4} d^2 \quad \text{....(4)}$$

இங்கு தரையாணி ஒற்றை கத்தரிப்பில் உள்ளது.

$$P_s = f_s \times 2 \times \frac{\pi}{4} d^2 \quad \text{....(5)}$$

இங்கு தரையாணி இரட்டைக் கத்தரிப்பில் உள்ளது.

(iii) தரையாணியை நொறுக்குவதற்குத் தேவைப்படும் இழுவிசை:

P_b = ஆரை அழுக்கம் எறியப் பரப்பு (Projected Area).

$$= f_b \times d \times t \quad \text{....(6)}$$

மேற்கண்ட p_t, p_s மற்றும் p_b ஆகிய மூன்றினுள் மிகச்சிறிய இழுவிசையினால் சிதைவுறுதல் நிகழ்கின்றது. ஏனெனில், மிகச் சிறிய இழு விசையைக் காட்டிலும் அதிகமான எந்த ஒரு இழுவிசை செயல்படுவதற்கும் முன்னரே சிதைவுறுதல் நிகழ்ந்திருக்கும். எனவே, இந்த இணைப்பின் வலிமை, p_t, p_s மற்றும் p_b ஆகிய மூன்றில் மிகச் சிறிய இழுவிசைக்குச் சமமாகும். இணைப்பு ஒன்றின் வலிமை, இணைப்பு இல்லாத தகடு ஒன்றின் வலிமை ஆகிய இரண்டிற்கும் உள்ள விகிதமே அவ்விணைப்பின் பயனுறு திறன் (Efficiency) 'h' ஆகும். தரை இடைத்துாரம் 'p' நீளமுள்ள தகடு ஒன்றினைக் கிழிப்பதற்குத் தேவைப்படும் இழுவிசை, $P = f_t \times p \times t$ ஆகும். எனவே, இவ்விணைப்பின் பயனுறுதிறன்

$$\eta = \frac{P_t, P_s \text{ மற்றும் } P_b \text{ ஆகியவற்றுள் மிகச் சிறிய ஒன்று}}{P} \qquad ...(7)$$

படம் 3-1 (b) மற்றும் (d)- ஆகியவற்றில் உள்ளது போல் இரட்டைத் தரையாணி இணைப்பாக இருந்தால், தரை இடைத் துாரம் 'p' நீளத்தின் பாதுகாப்பிற்கு இருதரையாணிகள் பொறுப்பாகும். இந்நிலையில் கீழ்வரும் சமன்பாடுகளைப் பயன்படுத்த வேண்டும்.

'p' நீளத்தைக் கருதலாம்.

$$p_t = (p-d)\, t \times f_t \qquad ....(8)$$

எந்த ஒரு தரையாணி வரிசையிலும் சிதைவுறுதல் நிகழும்.

$$P_S = 2 \times \frac{\pi}{4} \times d^2 \times f_S \qquad ....(9)$$

ஒற்றைக் கத்தரிப்பில் உள்ள தரையாணிகளுக்கு இது பொருந்தும். (படம் 3-1 (b))

$$P_s = 2 \times 2 \times \frac{\pi}{4} \times d^2 \times f_S \qquad ....(10)$$

இது இரட்டைக் கத்தரிப்பில் உள்ள தரையாணிகளுக்குப் பொருந்தும். படம் 3-1(d). தவிரவும்,

$$P_b = 2 \times d \times t \times f_b \qquad ....(11)$$

இதேபோன்று தரை இடைத்தூரம் `p' நீளத்தில், n வரிசை (rows) தரையாணிகள் இருந்தால், பின்வரும் சமன்பாடுகள் பயனுடையன:

`p' நீளத்தைக் கருதலாம்:

$$P_t = (p-d)\, t \times f_t \qquad ....(12)$$

எந்த ஒரு தரையாணி வரிசையிலும் சிதைவுறுதல் நிகழும்.

$$P_s = n \times \frac{\pi}{4} \times d^2 \times f_s \qquad ....(13)$$

(ஒற்றைக் கத்தரிப்பின் உள்ள- தரையாணிகளுக்கு).

$$P_s = 2\, n \times \frac{\pi}{4} \times d^2 \times f_s \qquad ....(14)$$

(இரட்டை கத்தரிப்பின் உள்ள தரையாணிகளுக்கு).

தவிரவும்,

$$P_b = n \times d \times t \times f_b \qquad ....(15)$$

மாதிரி 1

ஒரு ஒற்றைத் தரையாணி கவிப்பு இணைப்பில், 10 mm தடிப்புள்ள தகடுகள் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. இவ்விணைப்பில் 20mm விட்டமுள்ள தரையாணிகள் 55mm தரை இடைத்தூரத்தில் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளன. இவ்விணைப்பின் வலிமை, பயனுறு திறன் ஆகியவற்றினை அறிக.

அனுமதிக்கத்தக்க தகைவுகள் வருமாறு:

(i) கத்தரிப்பில் (in shear) = 945kg/cm2

(ii) தாங்குதல் (in bearing) = 2125 kg/cm2

(iii) கிழிவதில் (in tearing) = 1500 kg/cm2

தரையாணிகள் விட்டம் = 20mm

தரையாணி துளையின் விட்டம் = 20 + 1.5 = 21.5 mm.

ஒற்றைக் கத்தரிப்பில் தரையாணியின் வலிமை

$$= \frac{\pi}{4} x 2.15^2 x 945$$

$P_s = 3425\ kg.$

தாங்குதலில், தரையாணியின் வலிமை = 2.15 x 1.0 x 2125

ie $P_b = 4575 kg.$

இழுவிசையில் தகட்டின் வலிமை / தரை இடைத்தூரம் $= (p - d)\ t\ f_t$

$= (5.5 - 2.15) \times 1 \times 1500$

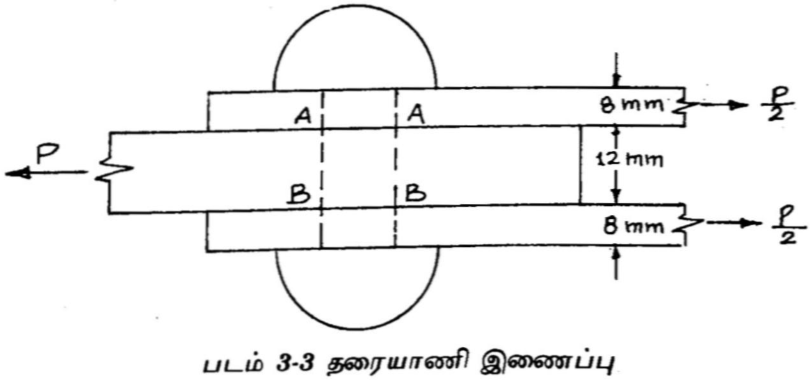
$p_t = 5025$ kg.

எனவே, இவ்விணைப்பின் வலிமை = 3425 kg.

பயனுறு திறன், $\eta = \frac{3425}{5.5 \times 1 \times 1500} \times 100 = 41.6\%$

மாதிரி 2

படம் 3-3 இல் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளவாறு, ஒரு 12 mm தகட்டின் இருபுறங்களிலும் 8 mm தகடுகள், தரையாணி ஒன்றி னால் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. தரையாணியின் விட்டம் 18 mm. தரையாணியின் மதிப்பு (Rivet value) எவ்வளவு? $f_S = 945\ kg/cm^2$, $f_b = 1890\ kg/cm^2$.



படம் 3-3 தரையாணி இணைப்பு

தரையாணியின் இரு வெட்டுமுகங்கள் – AA, BB ஆகியவை கத்தரிப்பில் உள்ளன. எனவே, தரையாணி இரட்டைக் கத்தரிப்பில் உள்ளது. ஒரு 12mm தகடு, தரையாணியின் இடைப்பகுதியிலும், இரு 8mm தகடுகள் தரையாணியின் மேல் கீழப் பகுதிகளிலும் இருக்கின்றன. நொறுக்குதலில், தரையாணியின் வலிமையை அறிய, ஒரு 12mm தடிப்பு அல்லது இரு 8mm தடிப்பு- இவற்றுள் குறைந்த அளவை எடுத்தக் கொள்ளவேண்டும்.

அதாவது, t = 12 mm அல்லது t = 2 x 8 = 16 mm. இவற்றுள் குறைந்த அளவான t = 12 mm. என்பதனையே தடிப்பாக எடுத்துக் கொள்ள வேண்டும்.

தரையாணியின் விட்டம் = 18 mm.

தரையாணித் துளையின் விட்டம் = 18mm.+1.5=19.5mm.=1.95cm

பரப்பு $= \pi / 4 \times 1.95^2 = 2.985 \text{ cm}^2$

இரட்டைக்கத்தரிப்பில் தரையாணியின் வலிமை

$P_S = 2 \times 2.985 \times 945 = 5650\text{kg}.$

தாக்குதலில் தரையாணியின் வலிமை = 1.95x1.2 x 1890 = 4420kg

தரையாணியின் மதிப்பு (Rivet Value) = 4420 kg.

மாதிரி 3

6 mm. தடிப்புள்ள தகடு ஒன்று 5000 kg. எடையைத் தூக்க வேண்டியுள்ளது. இத்தகடு கவிப்பு இணைப்பினால், 10 mm. தடிப்புள்ள பிறிதொரு தகட்டுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. 16mm. விட்டமுள்ள தரையாணிகள், இவ்விணைப்பிற்கு எவ்வளவு தேவை? $f_s = 785 \text{ kg/cm}^2$,

$f_b = 1575 \text{ kg/cm}^2$.

தரையாணியின் மொத்த விட்டம் (Gross diameter) = 16+1.5 = 17.5mm = 1.75cm.

ஒற்றைக் கத்தரிப்பில்,தரையாணியின் வலிமை

$$P_S = \frac{\pi}{4} \times 1.75^2 \times 785 = 1852 \text{ kg}.$$

இருதகடுகளில், மெலிந்த 6 mm. தகட்டின் தடிப்பையே கருத வேண்டும்.

தாங்குதலில், தரையாணியின் வலிமை = 1.75 x .6 x 1575 = 1622 kg.

எனவே, தரையாணியின் மதிப்பு = 1622 kg.

தேவைப்படும் தரையாணிகளின் எண்ணிக்கை = $\frac{5000}{1622}$ = 3.08

எனவே 4 தரையாணிகள் தேவைப்படும்.

மாதிரி 4

இரட்டை மூடு தகடு - இரட்டைத் தரையாணி முட்டிணைப்பு ஒன்றில் 16mm தடிப்புள்ள தகடுகள், 10cm தரை இடைத்தூரத்தில் அமைக்கப்பட்டுள்ள 25mm விட்டம் உள்ள தரையாணிகளால் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. ஈற்று இழுவிசை = 4500 kg/cm^2., ஈற்றுக் கத்தரிப்பு விசை = 3200 kg/cm^2 மற்றும் ஈற்றுத் தாங்குவிசை 6300 kg/cm^2 எனில் இவ்விணைப்பு சிதைவுறுகையில் தரையிடைத் தூரத்தில், தகடுகளில் செயல்படும் இழுவிசையைக் கணக்கிடுக. இவ்விணைப்பின் பயனுறுதிறனை அறிக.

தரையாணித்துளையின் விட்டம், d = 25 + 1.5 =26.5 mm.

$p_t = (p-d)\, t\, f_t$

= (10-2.65) x 1.6 x 4500 = 52920 kg.

தரைஇடைத்தூர நீளத்தில் இரு தரையாணிகள் இருப்பதால் (இரட்டைக் கத்தரிப்பில் உள்ளன).

$$P_S = 2 \times 2\, \frac{\pi}{4} \times d^2 \times f_S = 4 \times .785 \times 7.0225 \times 3200 = 70562\, kg.$$

மற்றும் $P_b = 2 \times d \times t \times f_b = 2 \times 2.65 \times 1.6 \times 6300 = 53424$ kg.

எனவே, மூன்றனுள் குறைந்த மதிப்புள்ள 52,900kg. இழுவிசையில் இணைப்பு சிதைவுறும்.

இணைப்பில்லாத தகட்டின் வலிமை

$P = p\, t\, f_t = 10 \times 1.6 \times 4500 = 72000\; kg.$

எனவே இணைப்பின் பயனுறு திறன் = $\frac{52900}{72000} \times 100 = 73.5\%$

மாதிரி 5.

12mm தடிப்புள்ள தகடுகளை இணைக்க இருவேறு ஒற்றைத் தரையாணிக் கவிப்பு இணைப்புகளைப் பயன்படுத்த லாம் என எண்ணியுள்ளனர்,

(i) 22 mm. விட்டமுள்ள தரையாணிகளை 60 mm. தரை இடைத்தூரத்தில் பயன்படுத்தல்.

(ii) 28mm விட்டமுள்ள தரையாணிகளை 75 mm. தரை இடைத்தூரத்தில் பயன்படுத்தல்.

இவ்விரு இணைப்புகளில் எதனை நீ தேர்ந்தெடுப்பாய்? அனுமதிக்கத்தக்க தகைவுகள்:

(i) இழுதகைவு 1200 kg/cm^2 (ii) கத்தரிப்புத் தகைவு 900 kg/cm^2 மற்றும்

(iii) நொறுக்குத் தகைவு 1500 kg/cm^2

முதல் இணைப்பு

தரை இடைத்தூரம் 60 mm நீளத்தில்,

$P_t = (p-d)\, t\, f_t = (6-2.35) \times 1.2 \times 1200 = 5256\ kg.$

$P_S = \frac{\pi}{4} d^2 \times f_S = \frac{\pi}{4} \times 2.35^2 \times 900 = 3901.6\ kg.$

$P_b = dt \times f_b = 2.35 \times 1.2 \times 1500 = 4230\ kg.$

இவ்விணைப்பில் செயல்படக்கூடிய பெரும இழுவிசை = 3901.6 kg.

இணைப்பில்லாத தகட்டின் வலிமை = $P = pt\, f_t = 6 \times 1.2 \times 1200 = 8640$ kg.

$$\text{பயனுறு திறன்} = \eta 1 = \frac{P_s}{P} = \frac{3901.6}{86.40} = 45.2\%$$

இரண்டாம் இணைப்பு

தரை இதைத்தூரம் 75 mm. நீளத்தில்

$p_t = (p-d)\, t\, f_t = (7.5-3.0)\ 1.2 \times 1200 = 6480$ kg.

$P_S = \frac{\pi}{4} d^2\ f_S = \frac{\pi}{4} 3.0^2 \times 900 = 6358.5\ kg.$

$P_b = dt\ f_b = 3.0 \times 1.2 \times 1500 = 5400\ kg.$

இவ்விணைப்பில் செயல்படக் கூடிய பெரும இழுவிசை = 5400kg

இணைப்பற்ற தகட்டின் பாதுகாப்பான இழுவிசை = $P = p_t f_t$

$P = 7.5 \times 1.2 \times 1200$

$= 10800$ kg.

பயனுறு திறன், $\eta_2 = \frac{5400}{10800} = 50\%$

எனவே, இவ்விரு இணைப்புகளுள் இரண்டாம் இணைப்பு அதிகப் பயனுறுதிறன் கொண்டுள்ளது. அதிக இழுவிசை தாங்க வல்லது. எனவே இரண்டாம் இணைப்பு சிறந்தது.

10. தரையாணி இணைப்பின் அமைப்பாண்மை (Design of a riveted Joint)

தரையாணித் துளைகளின் ஊடே செல்லும் வெட்டுமுகத்தில் தோன்றும் இழுதகைவுகள் அனுமதிக்கத்தக்க தகைவுகளை மிகாதவாறு, இணைக்கப்பட வேண்டிய தகடுகள் அமைப்பாண்மை செய்யப்படுகின்றன. எனவே,தரையாணிகள் விட்டம், தரை இடைத்தூரம் ஆகியவற்றைத் தேர்ந்தெடுத்தலே அமைப்பாண்மையில் அடங்குகிறது.

தரையாணித் துளையின் விட்டம் 'd' எனவும், தரை இடைத்தூரம் 'p' எனவும் இருக்கட்டும். சிறுமத்தரையிடைத் தூரம், $P_{min} < 2.5\,d$ ஆகவும், தள்ளுவிசை செயல்பட்டால், பெருமத்தரையிடைத்தூரம் $P_{max} > 12\,t$ அல்லது, 200 mm. இவற்றுள் சிறயது- ஆகவும், இழுவிசையில் பெருமத் தரையிடைத் தூரம், $P_{max} \not> 16\,t$ அல்லது 200 mm இவற்றுள் சிறியது ஆகவும் இருக்குமாறு, தரையாணி இணைப்பு ஒன்றினை அமைப்பாண்மை செய்யும்போது கவனித்துக்கொள்ள வேண்டும்.

சாதாரணமாக, தகடுகளின் தடிப்பினை முன்னரே தீர்மானித்திருப்பர். இணைக்கப்படவேண்டிய தகட்டின் தடிப்பு 't' என இருக்கட்டும். தகட்டின் தடிப்பிலிருந்து (t) தரையாணியின்

விட்டத்தைத் தோராயமாக (Approximate) அறியப்பலவகையான செயலறிவு (Empirical) வாய்பாடுகள் (Formula) வழக்கத்தில் உள்ளன.

1. அன்வின்ஸ் வாய்பாடு (Unwins Formula)

$d = 1.2\sqrt{t}$ ....(16)

இங்கு விட்டம் 'd', தடிப்பு 't' ஆகியவை அங்குல அலகில் (Inch Units) உள்ளன.

2. பிரன்ச் வாய்பாடு (French Formula)

$d = 1.5\,t + 4$ mm. ....(17)

இங்கு விட்டம் 'd', தடிப்பு 't' ஆகியவை மில்லிமீட்டரில் உள்ளன.

3. ஜெர்மன் வாய்பாடு (German formula)

$d = \sqrt{5 \times t} - 0.2$ ....(18)

இங்கு விட்டம் 'd' தடிப்பு 't' ஆகியவை செண்டிமீட்டரில் உள்ளன. இவை மூன்று வாய்பாடுகளும் ஏறத்தாழ ஒரே முடிவினைத் (Results) தரும். சான்றாக, 10 mm. தடிப்புள்ள தகட்டிற்கு,

அன்வின்ஸ் வாய்பாட்டின் மூலம் 19mm விட்டமும், பிரன்ச் வாய்பாட்டின் மூலம் 19mm விட்டமும் மற்றும் ஜெர்மன் வாய் பாட்டின் மூலம் 20mm விட்டமும் கிடைக்கின்றன.

விட்டத்தைத் தோராயமாக நிர்ணயித்த பின்னர், கீழ்க்காணும் முறையைப் பின்பற்றித் தரை இடைத்தூரத்தைக் கணக்கிடலாம்.

தரை இடைத்தூரம் 'p' நீளத்தில், தகடு தாங்கக் கூடிய இழுவிசை, $P_t = (p - d)\,t\,f_t$ ...(19)

இவ்விசை செயல்படும்போது தரையாணியில் விளையும் கத்தரிப்பு மற்றும் தாங்கு தகைவுகள் அனுமதிக்கக்கூடிய தகைவுகளுக்கு மிகாமல் இருக்க வேண்டும்.

ஒற்றைக் கத்தரிப்பின் போது, ஒற்றைத் தரையாணி இணைப்பு ஒன்றில் செயல்படக் கூடிய பெரும இழுவிசை,

$$P_S = \frac{\pi}{4} d^2 f_S \qquad ....(20)$$

இரட்டைக்கத்தரிப்பில், $P_S = 2 \times \frac{\pi}{4} d^2 f_S$ ...(21)

இதேபோல்,தகடுகளில் இழுவிசை செயல்படும்போது, தரையாணியில் விளையும் தாங்குதகைவுகள் மிகாமல் இருக்க

$$P_b = dt\, f_b \qquad ....(22)$$

f_s மற்றும் f_b ஆகிய இரண்டனுள் எந்தவொரு தகைவும், அனுமதிக்கத்தக்க மதிப்புகளை மீறாமல் இருக்க, தகடுகளில் அனுமதிக்கத்தக்க பெரும இழுவிசை P_S அல்லது P_b ஆகிய இரண்டனுள் சிறிய இழுவிசைக்குச் ,சமமாக இருக்கவேண்டும்.

எனவே, இழுவிசை $p_t = (p-d)\ t\ f_t$, தரையாணி மதிப்பை (Value of the rivet) மீறாமல் இருக்க வேண்டும்.

ie $P_t \leq$ தரையாணி மதிப்பு.

அல்லது $(P-d)\, t\, f_t \leq$ தரையாணி மதிப்பு

$\leq P_s$ அல்லது P_b இவற்றுள் சிறியது.

அதாவது இணைப்பில் உள்ள தகடு, தரையாணி இவை இரண்டனுள், தரையாணி வலிமையுள்ளது. இணைக்கப்பட்டுள்ள பகுதியில் உள்ள தகட்டின் பெரும வலிமை, P_s அல்லது P_b இவற்றுள் சிறிய மதிப்புள்ள இழுவிசைக்குச் சமமாக இருக்கும்படி அமைப்பாண்மை செய்வது வழக்கம்.

எனவே இணைப்பின் வலிமை = P_t

இணைப்பின் பயனுறு திறன் $= \frac{P_t}{P} = \frac{(p-d)t\, f_t}{pt\, f_t} = \frac{p-d}{p}$ ....(23)

மாதிரி 6

ஒற்றைத் தரையாணிக் கவிப்பு இணைப்பு ஒன்றில், 10mm தடிப்புள்ள தகடுகள் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. அனுமதிக்கக்கூடிய தகைவுகள்

$f_t = 1000\ kg/cm^2,\ f_s = 800\ kg/cm^2$ மற்றும் $f_b = 1600\ kg/cm^2$

எனில், இவ்விணைப்பை அமைப்பாண்மை செய்க.

பிரன்ச் வாய்ப்பாட்டிலிருந்து

$$d = 1.5t + 4 = 1.5 \times 10 + 4 = 19mm.$$
$$= 20\ mm.$$ *(நடைமுறையில்)*

தரையாணி ஒற்றைக் கத்தரிப்பில் உள்ளது.

எனவே, தரையாணியின் வலிமை (கத்தரிப்பில்) $P_s = \frac{\pi}{4} \times d^2 \times f_s$

$$= \frac{\pi}{4} \times 2.15^2 \times 800 = 2904\ kg.$$

தாங்குதலில், தரையாணியின் வலிமை $= P_b = dt\ f_b$

$$= 2.15 \times 1.0 \times 1600$$

$$= 3440\ kg.$$

எனவே, தரையாணியின் மதிப்பு = 2904 kg.

$$P_t = (p-d)t\ f_t = (p-2) \times 1 \times 1000 = 1000\ (p-2)\ kg.$$

தரையாணியின் மதிப்பைக் காட்டிலும், p_t*-யின் மதிப்பு குறைந்தோ அல்லது அதற்குச் சமமாகவோ இருக்கலாம். அதாவது*

$1000\ (p-2) \leq 2904$

ie $p \leq 2.904 + 2$

≤ 4.904

எனவே p = 4.5 cm. *என இருக்கட்டும்.*

இணைப்பின் பயனுறு திறன் $= \frac{p-d}{p} = \frac{4.5-2}{4.5} = \frac{2.5}{4.5} \times 100 = 55.5\%$

மாதிரி 7

இரட்டைத் தரையாணி, இரட்டைமூடு தகட்டு முட்டிணைப்பு ஒன்றில் 22mm விட்டமுள்ள தரையாணிகள், 12mm தடிப்புள்ள தகடுகளை இணைக்கப் பயன்படுகின்றன. தகடுகளின் இழுதகைவு (அனுமதிக்கக் கூடியது), f_t=1000kg/cm2.தரையாணிகளில் அனுமதிக்கக் கூடிய தகைவுகள்: கத்தரிப்பில் f_s=800kg/cm^2 மற்றும் தாங்குதலில் f_b = 1600 kg/cm^2 என்றால், தரையி டைத்தூரத்தைக் கணக்கிடுக.

தரையிடைத்தூரத்தை `p' எனக் கொள்ளலாம்.

$$P_t = (p\text{-}d)t\ f_t = (p\text{-}2.35) \times 1.2 \times 1000 = 1200\ (p\text{-}2.35)\ kg.$$

தரையாணிகள் இரட்டைக் கத்தரிப்பில் உள்ளன. இரட்டைத் தரையாணி இணைப்பு என்பதால்,

$$P_s = 2 \times 2 \times \frac{\pi}{4} \times 2.35^2 \times 800 = 13872.5\ kg.$$

$$P_b = 2 \times 2.35 \times 1.2 \times 1600 = 9024\ kg.$$

எனவே,

$P_t \leq 9024\ kg.$

ie $1200\ (p-2.35) \leq 9024$

ie $(p-2.35) \leq 7.52$

ie $p \leq 9.87\ cm.$

எனவே p = 9.5 cm. என எடுத்துக் கொள்ளலாம்.

மூடு தகடுகளின் மொத்தத் தடிப்பு $= 1\frac{1}{4}t$

$= 1.25 \times 12 = 12 = 15.0$ mm.

மூடு தகடு ஒன்றின் தடிப்பு 15.0/2 = 7.5 mm.

(8mm நடைமுறையில்)

இணைப்பின் பயனுறுதிறன் $= \frac{p-d}{p} = \frac{9.5 - 2.35}{9.5} \times 100 = 75.3\%$

11. கொதிகலன்களில் தரையாணி இணைப்புகள்

(Riveted Joints in Boilder Shells)

கொதிகலன்களில் பயன்படுத்தப்படும் தகடுகளை இணைக்கத் தரையாணி இணைப்புகள். உருக்கு இணைப்புகள் (Welding) போன்றவை பயன்படுத்தப்படுகின்றன. தற்போது இணைப்பற்ற கொதிகலன்களும் உற்பத்தி செய்யப்படுகின்றன (Seamless Boilers). உருளை வடிவக் கொதிகலன் ஒன்றில், விளையும் தகைவுகள் வருமாறு.

* பரிதித் தகைவு (Circumferential stress or hoop stress) :

$$f_1 = \frac{pd}{2t} \quad ....(24)$$

* நெட்டாங்குத் தகைவு (Longitudinal stress) :

$$f_2 = \frac{pd}{4t} \quad ....(25)$$

இங்கு p = அகஅழுத்தம் (Internal Pressure)

d = உருளையின் உள் விட்டம்

t = கொதிகலத் தகட்டின் தடிப்பு.

சமன்பாடுகள் (24) மற்றும் (25) – இவையிரண்டும் மெலிந்த, உருளை வடிவ, அழுத்தம் தாங்கும் கலன்களுக்கே (Thin cylindrical pressure vessals) உரியன.

சமன்பாடுகள் (24) மற்றும் (25) ஆகியவற்றிலிருந்து பரிதித் தகைவு நெட்டாங்குத் தகைவினைவிட அதிக மதிப்பு உடையது என அறியலாம். எனவே, அமைப்பாண்மை செய்யும் போது பரிதித் தகைவையே நாம் கருத வேண்டும். எனவே, இலட்சிய நிலைமையில்

$$t = \frac{pd}{2 f_1} \quad ....(26) \text{ (சமன்பாடு 24இலிருந்து)}$$

---

* பிறிதொரு அதிகாரத்தில் விபரமாகக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

இணைப்புள்ள பகுதியில், சாதாரணமாக வலிவு குன்றி இருக்கும் என்று முன்னரே கண்டோம். எனவே இக்கொதிகலனில் பயன் படுத்தப்படும் தரையாணி இணைப்பின் பயனுறு திறன் `η' எனில்,

$$t \geq \frac{pd}{2 f_1 \eta}$$ ....(27) என்னும் சமன்பாடு கிடைக்கின்றது.

சமன்பாடு (27) இலிருந்து, மெலிந்த உருளை வடிவக் கொதி கலனில் பயன்படுத்தப்படும் தகட்டின் தடிப்பினை அறியலாம்.

அமைப்பாண்மையின் துவக்கத்தில் பயனுறுதிறன் (η) மதிப்பை -சுமார் 70% முதல் 75% வரையிலுமாக எடுத்துக் கொண்டு, தகட்டின் தடிட்பைக் கணக்கிடுவர். பின்னர், அந்த நெட்டாங்கு இணைப்பைத் தேவைக்கேற்ப அமைப்பாண்மை செய்வர், அதன் பயனுறு திறனைக் கணக்கிடுவர். இவ்வாறு கிடைக்கும், பயன்படுத்தவிருக்கும், இணைப்பின் பயனுறு திறன், முதலில் எடுத்துக் கொள்ளப்பட்ட பயனுறு திறனைக் காட்டிலும் அதிகமாக இருந்தால், அமைப்பாண்மை செவ்வனே இருப்பதாகக் கருதலாம்.

மாதிரி 8.

கொதிகலன் ஒன்றின் விட்டம் 1800 mm. அது 12.5 kg/cm2 நீராவி அழுத்தத்தைக் தாங்க வேண்டியுள்ளது. தகட்டில் அனுமதிக்கக்கூடிய இழுதகைவு 1000 kg/cm2 எனில், கொதிகலத்தகட்டின் தடிப்பை அமைப்பாண்மை செய்க. நெட்டாங்கு இணைப்பின் பயனுறு திறன் 70% என எடுத்துக் கொள்ளவும்.

இரட்டை மூடு தகடு, இரட்டைத் தரையாணி இணைப்பையும், 25mm தரையாணிகளையும் பயன்படுத்தினால், தரை இடைத்தூரத்தைக் கணக்கிடுக. தரையாணிகளின் அனுமதிக்கத்தக்க தகைவுகள் வருமாறு, கத்தரிப்பில், 800 kg/cm2; தாங்குதலில் 1600 kg/cm2. இணைப்பின் பயனுறு திறனைச் சரிபார்.

தகட்டின் சிறுமத்தடிப்பு $t = \frac{pd}{2f_1}\eta = \frac{12.5 \times 180}{2 \times 1000 \times .7} = \frac{1125}{700}$

= 1.607 cm.

= 16 mm. (நடைமுறையில்)

`p' தரை இடைத்தூரமாக இருக்கட்டும்.

$$P_t = (p-d)t\,f_t = (p-2.65) \times 1.5 \times 1000 = 1600(p-2.65)$$

இரட்டைக் கத்தரிப்பில் தரையாணி ஒன்றின் வலிமை

$$P_s = 2 \times \frac{\pi}{4} \times 2.65^2 \times 800 = 8820.5\ kg.$$

தாங்குதலின் அதன் வலிமை

$$P_b = 2.65 \times 1.6 \times 1600 = 6784\ kg.$$

எனவே இரு தரையாணிகளின் வலிமை 6784 x 2 = 13,568 kg.

$$P_t = 1600\ (p-2.65) \leq 13568$$

ie $p-2.65 \leq 8.48$

ie $p \leq 11.13$

P = 10.0 cm. என இருக்கட்டும்.

நடைமுறையில் உள்ள இணைப்பின் பயனுறு திறன்

$$= \frac{10-2.65}{10} = 73.5\%$$

துவக்கத்தில் எடுத்துக் கொள்ளப்பட்ட பயனுறு திறன் = 70% அமைப்பாண்மை செவ்வனே உள்ளது

மாதிரி 9

12 mm. தடிப்புள்ள தகடுகளால் ஆன கொதிகலன் ஒன்றின் விட்டம் 1500 mm. அதன் பரிதி இணைப்பு (Circumferential Joint) ஒற்றைத் தரையாணிக் கவிப்பு இணைப்பால் ஆனது. இப்பரிதி இணைப்பில் 50 mm. தரை இடைத்தூரத்தில் 22 mm. விட்டமுள்ள தரையாணிகள் உள்ளன. தகடுகளில் ஈற்று இழுதகைவு 4500 kg/cm^2, தரையாணிகளில் ஈற்றுக் கத்தரிப்புத் தகைவு 3000kg/cm^2 மற்றும் ஈற்றுத் தாங்கு தகைவு 6000kg/cm^2 என்றால் இணைப்பின்

பயனுறு திறன் எவ்வளவு? கொதிகலனில் நீராவி அழுத்தம் 10 kg/cm^2 எனில் பரிதி இணைப்பின் காப்பு எண் (Factor of safety) எவ்வளவு?

தகடு கிழிவதைக் கருதினால்

$$P_t = (5-2.35) \times 1.2 \times 4500 = 14310\ kg.$$

தரையாணியின் கத்தரிப்பைக் கருதினால்

$$P_s = \frac{\pi}{4} d^2 f_s$$ (ஒற்றைக் கத்தரிப்பு, ஒற்றைத்தலரயாணி)

$$= \frac{\pi}{4} \times 2.35^2 \times 3000$$

$$= 13{,}013.8\ kg.$$

தரையாணியின் தாங்குதலைக் கருதினால்

$$P_b = dt f_b = 2.35 \times 1.2 \times 6000 = 16{,}920\ kg.$$

எனவே இணைப்பின ஈற்று வலிமை =13013.8 kg.

தகட்டின் வலிமை $= p \times t \times f_t$

$$= 5 \times 1.2 \times 4500 = 27{,}000\ kg.$$

எனவே இப்பரிதி இணைப்பின் பயனுறு திறன்

$$\eta = \frac{13013.8}{27000} = 48.2\%$$

(b) நீராவி அழுத்தம், $p = 10 kg/cm^2$. இவ்வழுத்தத்தால் கொதி கலனில் விளையும் நெட்டாங்குத் தகைவு $f_2 = \frac{pd}{4t}$

$$= \frac{10 \times 150}{4 \times 1.2}$$

$$= 312.5\ kg/cm^2$$

தரை இடைத்துாரத்தில் செயல்படும் இழுவிசை

$= 312.5 \times 5 \times 1.2 = 1875$ kg.

இணைப்பின் ஈற்று வலிமை =13013.8 kg.

எனவே, காப்பு எண் $= \frac{13013.8}{1875} = 6.9$

12. கட்டுமானப் பணிகளில் பயன்படுத்தப்படும் எஃகு இணைப்புகளில் தரையாணிகளின் அமைப்பாண்மை

கூரைச் சட்டகங்களிலும் (Roof Trusses), பாலங்களில் பயன்படும் சட்டகங்களிலும் இதரக் கட்டுமானப் பணிகளில் பயன்படும் சட்டகங்களிலும், தரையாணி இணைப்புகள் உபயோகத்தில் உள்ளன. கொடுக்கப்பட்டுள்ள எடை அல்லது பளுக்களினால், சட்டக உறுப்புகளில் (Members) விளையும் இழுவிசை அல்லது தள்ளுவிசை ஆகியவற்றைத் தீர்மானிக்கலாம். உறுப்பு ஒன்றில் செயல்படும் விசையிலிருந்து அவ்வுறுப்பின் வெட்டுமுகத்தின் பரிமாணங்களைக் கணக் கிடலாம். அதே போல், தேவைப்படும் தரையாணிகளின் எண்ணிக்கையிணையும் செயல்படும் விசையிலிருந்து அறியலாம்.

கருதப்பட்ட உறுப்பின் செயல்படும் விசை = P

தேவைப்படும் தரையாணிகளின் எண்ணிக்கை

$$= \frac{P}{\text{தரையாணியின் மதிப்பு}}$$

நடைமுறையில், தேவைப்படும் தரையாணிகளின் எண்ணிக்கையை விடச் சற்றுக் கூடுதலான தரையாணிகளைப் பயன்படுத்துவர்.

உறுப்பின் குறுக்கு வெட்டுமுகத்தின் பரிமானங்களைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணக்கிடலாம். உறுப்பில் அனுமதிக்கத்தக்க இழுதகைவு 'f' எனவும், அவ்வுறுப்பில் செயல்படும் இழு விசையை P எனவும் கொண்டால்

$$P = f\,A \qquad \text{....(28)}$$

இங்கு A என்பது, தரையாணித்துளைகளின் எறியப் பரப்புகளை உறுப்பின் மொத்த வெட்டுமுகப் பரப்பிலிருந்து கழித்தபின் கிடைக்கும் நிகரப் பரப்பாகும் (Net area).

சாதாரணமாக, கூரைச்சட்டகங்களில் குறைந்த எண்ணிக்கையில் தரையாணிகள் தேவைப்படுவதால், இழுவிசை செயல்படும் உறுப்புகளின் வெட்டுமுகப் பரப்பில் ஒரு தரை யாணித்துளை எறியப்பரப்பு மட்டுமே கழிக்க வேண்டியிருக்கும், ஆனால் பாலங்களில் பயன்படும் சட்டகங்களில் அதிக எண்ணிக்கையில் தரையாணிகளைப் பயன்படுத்த வேண்டியிருக்கும். இம்மாதிரியான சூழ்நிலைகளில், படம் 3-5ல் காண்பிக்கப் பட்டுள்ளதைப் போன்ற சய்சதுர தரையாணி இணைப்பைப் (Diamond Riveting) பயன்படுத்தலாம். இவ்வகைச் சாய்சதுரத் தரையாணி, இணைப்பில் முதல் தரையாணித்துளை வழியே செல்லும் வெட்டுமுகமே, சாதாரணமாக வலிமை மிகக் குறைந்த (Weakest) வெட்டுமுகமாக இருக்கும்.

மாதிரி 10

10,000 kg. இழுவிசையைக் கொண்டு செல்லும் உறுப்பு ஒன்று கொண்டித்தட்டுடன் (Gusset Plate), படம் 3-4 இல் காண்பிக்கப் பட்டுள்ளவாறு இணைக்கப்பட உள்ளது. அனுமதிக்கத்தக்க தகைவுகள் வருமாறு:

$$f_t = 1500\ kg./cm^2,\ f_s = 945/cm^2 \text{ மற்றும் } f_b = 2125\ kg/cm^2.$$

16mm தரையாணிகள் பயன்படுத்த உள்ளனர் எனில், உறுப்பினை அமைப்பாண்மை செய்க. இணைப்பிணையும் அமைப்பாண்மை செய்க.

$$d = 16 + 1.5 = 17.5 \text{ mm} = 1.75 \text{ cm}.$$

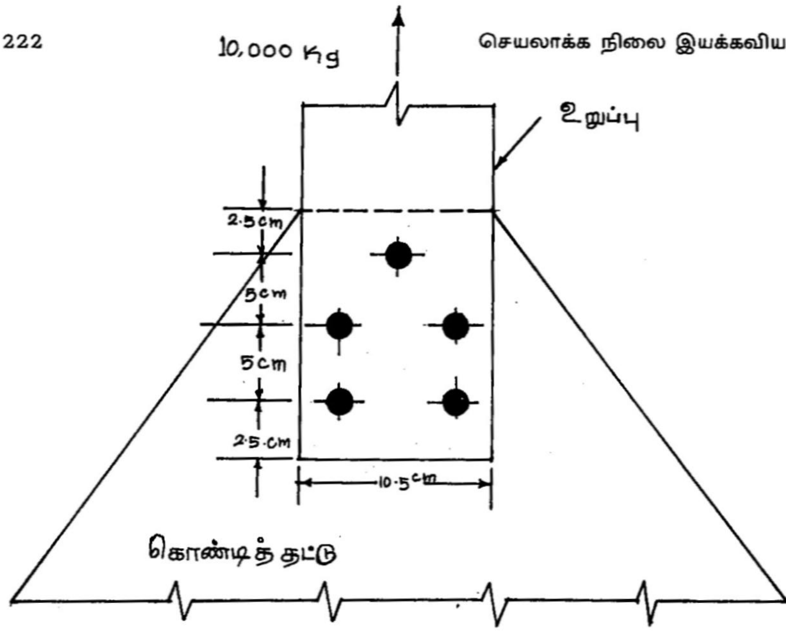
உறுப்பின் தடிப்பு 't' என இருக்கட்டும். தரையாணிகள் ஒற்றைக் கத்தரிப்பில் உள்ளன. ஒற்றைக் கத்தரிப்பில் தரையாணியின் வலிமை

$$P_s = \frac{\pi}{4} \times 1.75^2 \times 945 = 2275\ kg.$$

தாங்குதலில், தரையாணியின் வலிமை

$$P_b = 1.75 \times t \times 2125$$

$$= 3718.6\,t$$



படம் 3-4 சட்டகம் ஒன்றில் தரையாணி இணைப்பு

தரையாணியின் வலிமை உகந்த நிலையில் (Optimum) இருக்க

$P_s = P_b$

ie 3718 t = 2273 kg.

எனவே $t = \frac{2273}{3718.8} = 0.61\ cm.$

நடைமுறையில், 8 mm. தடிப்புள்ள உறுப்பினைப் பயன்படுத்தலாம். கொண்டித் தட்டின் தடிப்பும் 8 mm. ஆக இருக்கலாம்.

தேவைப்படும் தரையாணிகளின் எண்ணிக்கை $= \frac{10,000}{2273} = 4.4$

= **5** (நடைமுறையில்)

இவ்வைந்து தரையாணிகளையும் படம் **3-4**இல் காண்பிக்கப் பட்டுள்ளவாறு அமைக்கலாம். உறுப்பின் அகலம் 'b' ஆக இருக்கட்டும்.

இழுவிசையில் தட்டின் வலிமை = (b-d) x 1500 x 0.8 = 10,000 kg.

ie 1200 (b-d) = 10,000

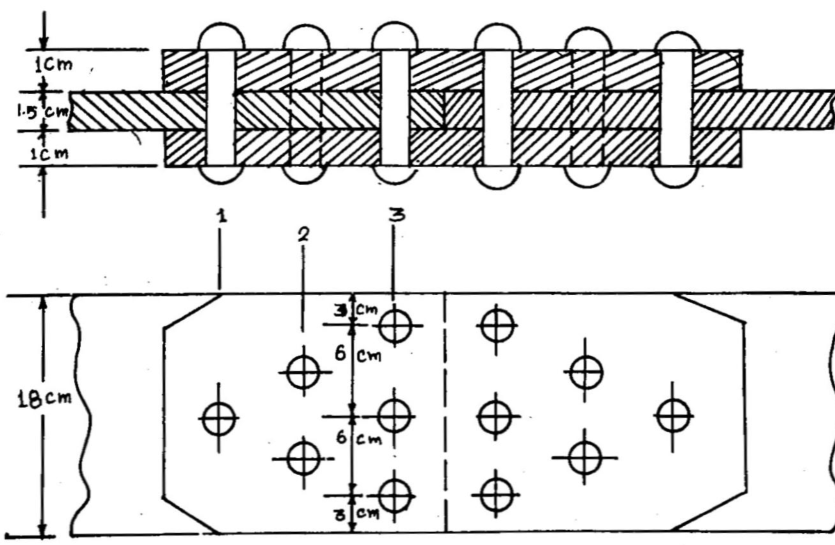
$$b-d = \frac{10,000}{1200} = 8.33$$

எனவே b = 8.33 + d = 8.33 + 1.75 = 10.08 cm.

ie 10.5 cm. அகலமுள்ள உறுப்பிணைப் பயன்படுத்தலாம்.

மாதிரி 11

படம் 3- 5இல் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளவாறு, இரட்டை மூடு தகட்டு இணைப்பின் வழியே செயல்படக்கூடிய பெரும இழுவிசையைக் கணக்கிடுக. தரையாணிகளின் விட்டம் =20mm. f_s = 945 kg/cm2; f_b = 2125 kg/cm2 மற்றும் f_t = 1500 kg/cm2 எனில், இவ்விணைப்பின் பயனுறு திறன் எவ்வளவு?



படம் 3-5 சாய்சதுரத் தரையாணி முட்டு இணைப்பு

இழுவிசையைத் தாங்கும் தகட்டில் வெட்டுமுகம் 1- 1 சிதைவுற்ற பின்னரே வெட்டுமுகம் 2-2 சிதைவடையும்.

எனவே, வெட்டுமுகம் 2-2இல், தகட்டின் வலிமை = வெட்டுமுகம் 2-2இன் வலிமை + ஒரு தரையாணியின் வலிமை.

இரட்டைக் கத்தரிப்பின் தரையாணி ஒன்றின் வலிமை

$$= 2 \times \frac{\pi}{4} \times (2.15)^2 \times 945 = 6860\ kg.$$

தாங்குதலில், தரையாணி ஒன்றின் வலிமை = 2.15 x 1.5 x 2125.

= 6853 kg.

(இருமூடு தகடுகளின் மொத்தத் தடிப்பு, இழுவிசை தாங்கும் முக்கியத் தகட்டின் தடிப்பு இவற்றில் சிறியதைக் கருத வேண்டும்)

எனவே தரையாணியின் மதிப்பு = 6853 kg.

1. வெட்டுமுகம் 1-1 இல் வலிமை:
   (18-2 .15) 1.5 x 1500 = 35662.5 kg.

2. வெட்டுமுகம் 2-2இல் வலிமை:
   (18-2 x 2.15) 1.5 x 1500 + 6853 = 37678 kg.

3. மொத்த தரையாணிகளின் வலிமை
   = 6 x 6853 = 41118 kg. (முட்டு இணைப்பின் ஒரு புறமுள்ள தரையாணிகள் மட்டுமே எடுத்துக் கொள்ளப்படவேண்டும்)

4. மூடுதகட்டினைப் பொறுத்த வரையில், வெட்டுமுகம் 3-3 வலிமை மிகக் குறைந்ததாகும். எனவே வெட்டுமுகம் 3- 3 இல், மூடுதகட்டின் வலிமை
   = (18-3 x 2.15) x 2 x 1500
   = 34,650 kg.

எனவே, இவ்விணைப்பில் செயல்படக்கூடிய பெரும இழுவிசை
= 34650 kg.

இணைப்பற்ற தகட்டின் வலிமை = 18 x 1.5 x 1500 = 40500 kg.

பயனுறு திறன், $\eta = \frac{34650}{40500} \times 100 = 85.6\%$

பயிற்சி - 3

வினா 1

இரட்டைத் தரையாணிக் கவிப்பு இணைப்பு ஒன்றில் 10mm தடிப்புள்ள தகடுகள், 75mm தரையிடைத்தூரத்தில் அமைக்கப் பட்டுள்ள 20mm விட்டமுள்ள தரையாணிகளால் இணைக்கப் பட்டுள்ளன. தகடுகளில் ஈற்று இழுதகைவு = 5000 kg/cm^2 ஆகவும், தரையாணிகளில் ஈற்றுக் கத்தரிப்புத் தகைவு = 3000kg/cm^2 ஆகவும், ஈற்றுத் தாங்கு தகைவு =6000kg/cm^2 ஆகவும் உள்ளதெனில், இவ் விணைப்பு சிதைவுறக்கூடிய விதத்தினையும், அதன் பயனுறு திறனையும் மதிப்பிடுக.

வினா 2

இரட்டைத் தரையாணி, இரட்டை மூடு தகட்டு முட்டிணைப்பு ஒன்றில், 12mm தடிப்புள்ள தகடுகளை, 20mm விட்டமுள்ள தரையாணிகளைக் கொண்டு இணைத்தால், அவற்றிற்கிடையே உள்ள தரையிடைத்தூரத்தை மதிப்பிடுக. அனுமதிக்கத்தக்க தகைவுகள் வருமாறு:

இழுவிசையில், தகடுகளில் தகைவு = 1000 kg/cm^2,
கத்தரிப்பில், தரையாணிகளில் தகைவு = 800 kg/cm^2
தாங்குதலில், தரையாணிகளில் தகைவு = 1600 kg/cm^2.

இவ்விணைப்பின் பயனுறுதிறன் எவ்வளவு?

வினா 3

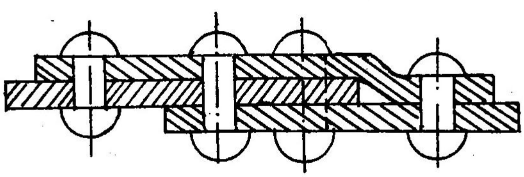
இரட்டைத் தரையாணிக் கவிப்பு இணைப்பு ஒன்றில், 12 mm. தகடுகள், 20 mm. விட்டமுள்ள தரையாணிகளினால் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. தரைஇடைத்தூரம் 60mm. தகடுகளில் ஈற்று இழு தகைவு = 5000kg/cm^2 ஆகவும், தரையாணிகளில் ஈற்றுக் கத்தரிப்புத் தகைவு = 4000kg/cm^2 ஆகவும், ஈற்றுத் தாங்குதகைவு = 6500kg/cm^2 ஆகவும் உள்ளதெனில், இவ்வீணைப்பு சிதைவுறக்கூடிய விதத்தினையும், அதன் பயனுறு

திறனையும் மதிப்பிடுக. படம் 3-6இல் காட்டியுள்ளவாறு, மூடுதகடு ஒன்றினைக் கொண்டு இவ்விணைப்பு வலிமை செய்யப்பட்டால், இவ்வலிமை செய்யப்பட்ட இணைப்பின் பயனுறு திறனைக் கீழே கொடுக்கப் பட்டுள்ள தகவல்களைக் கொண்டு கணக்கிடுக.

வெளிவரிசையிலுள்ள தரையாணிகளின் விட்டம் = 20 mm.

இவற்றின் தரை இடைத்தூரம் = 120 mm.

இப்போது, இவ்விணைப்பு சிதைவுறக்கூடிய விதத்தினைக் காண்க.



வினா (படம் 3-3)

வினா 4

கொதிகலன் ஒன்றின் உள்விட்டம் 2000mm. அது 15kg/cm^2 அக அழுத்தத்தைத் தாங்க வேண்டியுள்ளது. தகட்டில் அனுமதிக்கத்தக்க இழுதகைவு 1000 kg/cm^2 எனில் கொதிகலன் தகட்டின் தடிப்பைக் கண்டுபிடி. பயனுறு திறனை 75% என எடுத்துக் கொள்ளவும். நெட்டாங்கு இணைப்பு ஒன்று இரட்டை.

மூடுதகடு இரட்டைத் தரையாணிகளால், (சங்கிலித் தொடராக) அமைக்கப்பட்டிருந்தால், தரையாணியின் விட்டத்தை 24mm. என எடுத்துக் கொண்டு, தரை இடைத்தூரத்தை அறிக.

வினா 5

மாதிரி- 9 இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ள கொதிகலனில், நெட்டாங்கு இணைப்பு ஒன்று இரட்டை மூடு தகடு, இரட்டைத் தரையாணிகளால் ஆனதாக இருந்தால், 22 mm. விட்டமுள்ள தரையாணிகள் 75mm. தரை இடைத்தூரத்தில் அமைக்கப்பட்டிருப்ப தாகக் கொண்டு அந்த இணைப்பின் பயனுறு திறனைக் கணக்கிடுக. காப்பு எண் 4 என எடுத்துக் கொண்டு கொதிகலனில் அனுமதிக்கத் தக்க நீராவி அழுத்தத்தைக் காண்க. மாதிரி-9ல் பயன்படுத்திய தகைவுகளைத் தற்போதும் உபயோகிக்கவும்.

வினா 6

பாலச்சட்டகம் (Bridge Truss) ஒன்றின் உறுப்பின் அகலம் = 180 mm., தடிப்பு = 16 mm. இவ்வுறுப்பு இதே தடிப்புள்ள (16mm) கொண்டித் தட்டு (Gusset Plate) ஒன்றுடன், இரட்டை மூடுதகட்டு முட்டிணைப்பால் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. அனுமதிக்கத்தக்க தகைவுகள்:

இழுதகைவு (உறுப்பில்) = 1100 kg/cm^2
கத்தரிப்புத் தகைவு (தரையாணியில்) = 800 kg/cm^2
தாங்குதகைவு (தரையாணியில்) = 1600 kg/cm^2

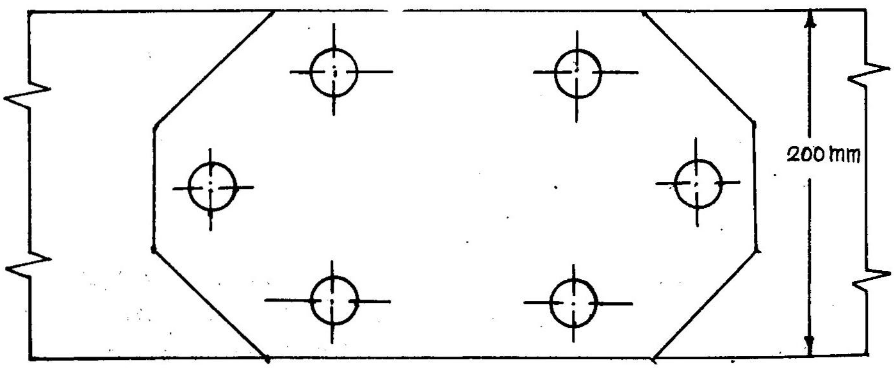
பயன்படுத்தப்படவேண்டிய தரையாணிகளின் விட்டம் = 16mm. எனில், சிக்கனமான (Economical) இணைப்பு ஒன்றினை அமைப்பாண்மை செய்க.

வினா 7

200 mm. அகலமும் 20 mm. தடிப்புக் கொண்ட இழுவிசை செயல்படும் உறுப்பு ஒன்று படம் வினா 3- 7இல் காண்பித்துள் ளவாறு கவிப்பு இணைப்பால் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. தரையாணிகளின் விட்டம் 22 mm. ஈற்றுத் தகைவுகள் வருமாறு:

$f_t = 4500\ kg/cm^2$; $f_s = 3000\ kg/cm^2$ மற்றும் $f_b = 6000\ kg/cm^2$.

இவ்விணைப்புச் சிதைவுறும்போது, அதன் மேல் செயல்படும் இழுவிசை எவ்வளவு? எவ்விதம் சிதைவுறக்கூடும்? இவ்விணைப் பின் பயனுறு திறன் எவ்வளவு?



வினா (படம் 3-7)

அதிகாரம் - 4

எளிய இயந்திரங்கள்

(Simple Machines)

எளிய இயந்திரங்களை மனிதன் பண்டைக் காலத்திலிருந்தே பயன்படுத்தி வந்திருக்கின்றான். சுமார் 80 டன் எடையுள்ள ஒரே கல்லால் ஆன தஞ்சைப் பெரிய கோயில் விமானத்தை அக்கோயிலின் கோபுரத்தின் மேல் ஏற்றுவதற்கும், எகிப்தில் உள்ள பிரமிடுகளைக் (Pyramid) கட்டுவதற்கும் அவன் சாய்தளம் (Inclined Plane) என்னும் அமைப்பினைப் பயன்படுத்தியிருக்கக் கூடும் என்பதை உய்த்துணரலாம். நெம்புகோல் (Lever) சாய்தளம் (Inclined Plane) மற்றும் திருகு (Screws) ஆகியவற்றை நாம் இன்றும் பயன்படுத்துகின்றோம். மேற்கண்ட யாவும் 'எளிய இயந்திரங்கள்' என்னும் இயந்திர வகையினைச் சார்ந்தவையாகும்.

1. இயந்திரங்கள்

ஒரு குறிப்பிட்ட புள்ளியில் அல்லது பகுதியில் ஒரு குறிப்பிட்ட திசையில் செயல்படும் ஒரு விசையை, அதன் மதிப்பையோ அல்லது திசையையோ அல்லது இரண்டையுமோ மாற்றி, வேறொரு புள்ளியில் (பகுதியில்) கிடைக்குமாறு செய்கின்ற அமைப்பினை எளிய இயந்திரம் (Simple Machine) என்கிறோம். நெம்புகோல், கப்பி (Pulley), சக்கரம் - அச்சு (Wheel and Axle), சாய்தளம் முதலியவை எளிய இயந்திரங்களுக்கான

எடுத்துக்காட்டுகளாகும். இது போன்ற பல எளிய இயந்திரங்களைக் கொண்டதே ஒரு கூட்டு இயந்திரமாகும். (Compound Machine).

இயந்திரத்தின்மீது செலுத்தப்படும் விசையைத் 'திறன் விசை' அல்லது 'முயற்சி' என்றும், இயந்திரத்தால் வெற்றி கொள்ளப்படும் விசையை, எடை அல்லது பளு என்றும் குறிப்பிடுகின்றனர்.

2. எளிய இயந்திரங்களை மூன்று இனங்களாகப் பிரிக்கலாம். அவையாவன.

1. சக்கரம் - அச்சு இனம் (Wheel and Axle Family)
2. கப்பி இனம் (Pulley Family)
3. ஜாக்கி (தூக்கி) இனம் (Jack Family)

ஒவ்வொரு இனத்திலுமுள்ள பலவகையான எளிய இயந்திரங்களை எதிரில் உள்ள விளக்கப்படம் (படம் 4-1) விவரிக்கின்றது.

இனி இவ்வெளிய இயந்திரங்களைப் பற்றி விரிவாகக் காண்போம்.

3. சில வரையறைகள்

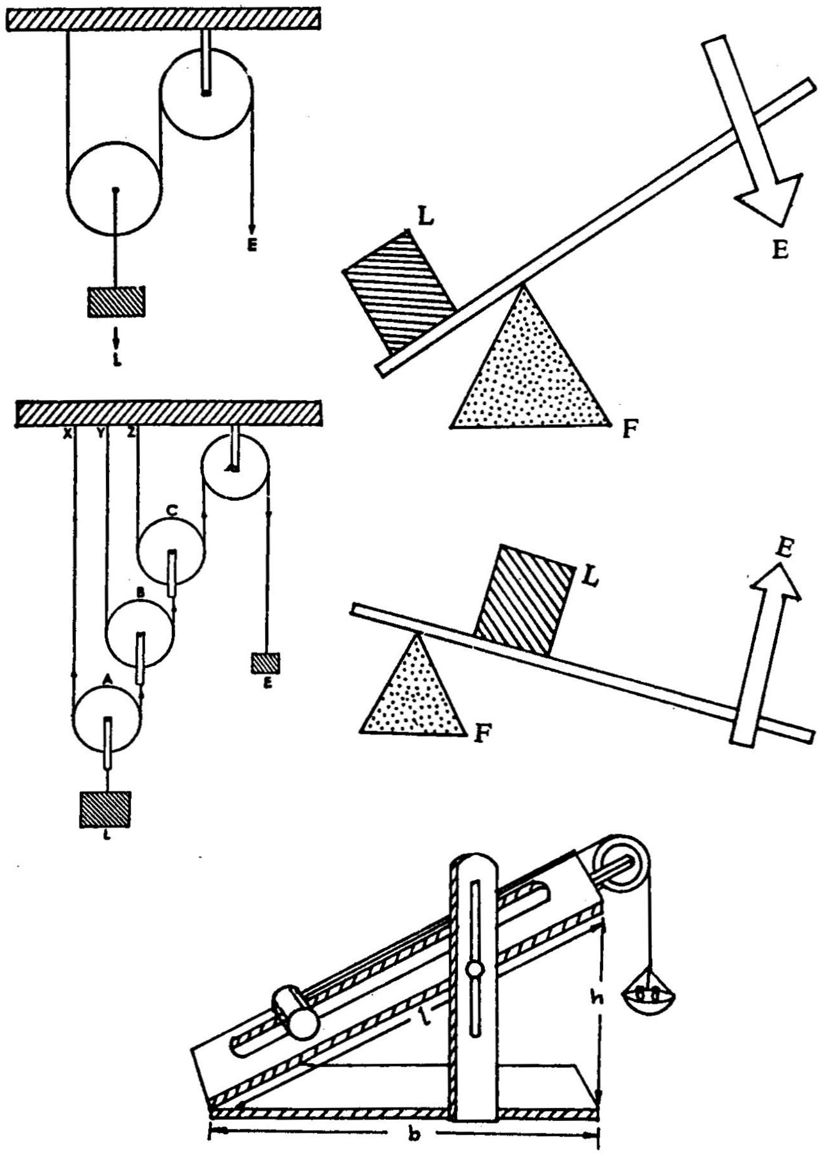
(I) இயந்திர லாபம் (Mechanical Advantage (M.A))

ஓர் எளிய இயந்திரத்தில் P- என்ற திறன்விசை W - என்ற எடையைச் சரியாக மேற்கொள்ளும்போது, அந்த எடைக்கும், திறன்விசைக்கும் உள்ள விகிதம் இயந்திரலாபம் (Machinical Advantage) எனப்படும். அதாவது,

$$\text{இயந்திர லாபம் (M.A)} = \frac{\text{எடை}}{\text{திறன் விசை}} = \frac{W}{P} \qquad .....(1)$$

(II) திசை வேக விகிதம் (Velocity Ratio (V.R.))

ஓர் எளிய இயந்திரத்தில் திசை வேக விகிதம் என்பது ஒரே நேரத்தில் திறன்விசை நகர்கின்ற தூரத்திற்கும் (b), எடை நகர்கின்ற தூரத்திற்கும் (a) உள்ள விகிதம் ஆகும். அதாவது,



படம் 4-1

திசை வேக விகிதம் (V.R.) $\frac{b}{a}$ ......(2)

கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஒரு இயந்திரத்திற்குத் திசைவேகம் ஒரு மாறிலியாக இருக்குமாறு அதனை அமைப்பாண்மை (Design) செய்வர்.

(iii) செலவளவு (Input)

இயந்திரத்தின் மீது செய்யப்படும் அல்லது செலவிடப்படும் வேலை (work) யின் அளவு செலவளவு (input) எனப்படும். இது திறன்விசை (P), அது நகர்கின்ற தூரம் (b) இவற்றின் பெருக்குத் தொகைக்குச் சமம் ஆகும். அதாவது செலவளவு (input)=Pxb.......(3)

(iv) விளைவளவு (Output)

இஃது இயந்திரம் செய்யும் பயனுள்ள வேலை ஆகும். எடை (W) அது நகர்கின்ற தூரம் (a) ஆகியவற்றின் பெருக்குத் தொகையே விளைவளவு (output) ஆகும். அதாவது, விளைவளவு (output) = W x a .....(4)

(v) பயனுறு திறன் (efficiency)

இஃது விளைவளவு- செலவளவு ஆகியவற்றின் விகிதமாகும். இதனைச் சதவீதமாகக் (percentage) கூறுவது வழக்கம்.

அதாவது பயனுறுதிறன் (efficiency) $\frac{\text{விளைவளவு}}{\text{செலவளவு}} \times 100$ .....(5)

சமன்பாடுகள் (3), (4) ஆகியவற்றைச் சமன்பாடு (5)ல் பிரதியிட

பயனுறுதிறன் (η) $\frac{W.a}{P.b}$ என்னும் ......(6)

சமன்பாடு கிடைக்கின்றது.

அதாவது, $\eta = {}^{W}/_{P} \; / \; {}^{b}/_{a}$

ie $\eta = \frac{\text{இயந்திர லாபம்}}{\text{திசைவேக விகிதம்}}$

ஓர் இலட்சிய இயந்திரத்தில் (Ideal Machine) இழப்பு (Loss) ஏதும் இல்லாமலிருக்கும். ஆதலால் அதன் மீது செய்யப்படும் வேலை முழுவதும், இயந்திரத்தால் பயனுள்ள வேலையாக மாற்றப்பட்டுத் திரும்பக் கிடைக்கும். எனவே அத்தகைய இயந்திரத்தின் பயனுறு திறன் 100% ஆகும். இந்நிலையில்

இயந்திரலாபம் (M.A.) = திசைவேக விகிதம் (V.R.) .....(9)

நடைமுறையில், இயந்திரத்தில் எப்பொழுதும் ஒரு குறிப்பிட்ட அளவு, உராய்வு (Friction) போன்றவற்றால் இழப்பு இருந்து கொண்டேயிருக்கும். ஆதலால், இயந்திரத்திலிருந்து கிடைக்கும் பயனுள்ள வேலை, இயந்திரத்தின் மீது செய்யப்பட்ட வேலையைவிடக் குறைவானதாகவே இருக்கும்.

ie விளைவளவு < செலவளவு ஆகும். எனவே, இயந்திரத்தின் பயனுறு திறன் எப்பொழுதும் 100%ஐ விடக் குறைவானதாகவே இருக்கும். அதாவது இயந்திரலாபம் திசைவேகத்தைவிட எப்பொழுதும் குறைவானதாகவே இருக்கும்.

உராய்வு போன்றவற்றை வெற்றி கொள்வதற்குச் செய்யப் படும் வேலை

$= P \times b - W \times a$ ......(10)

மாதிரி - 1. எளிய இயந்திரம் ஒன்றில், 25kg. திறன்விசை, 1000kg. எடையைத் தூக்குகின்றது. திறன்விசை 1000cm. தூரத்திற்கு நகரும்பொழுது, எடை 10cm. தூரம் நகர்கின்றதென்றால், கீழ்வருவனவற்றைக் கண்டுபிடி:

1. இயந்திரலாபம் 2. திசைவேக விகிதம் 3. இயந்திரத்தின் பயனுறு திறன் மற்றும் 4 இயந்திரத்தின் இழப்பு.

தீர்வு

தூக்கப்படும் எடை W = 1000kg.
தேவையான திறன் விசை P = 25kg.

(i) இயந்திரலாபம் M.A. = W/P = 1000/25 = 40
எடை நகரும் தூரம் = 10 cm.
திறன் விசை நகரும் தூரம் = 1000 cm

(ii) திசைவேக விகிதம், $V.R. = \frac{b}{a} = \frac{1000}{10} = 100$

(iii) பயனுறு திறன், η:

செலவளவு = $P \times b = 25 \times 1000 = 25000$ kg cm

விளைவளவு = $W \times a = 1000 \times 10 = 10000$ kg cm

$$\text{பயனுறு திறன்} = \frac{\text{விளைவளவு}}{\text{செலவளவு}} = \frac{10000}{25000} \times 100 = 40\%$$

இதனையே மற்றொரு முறையிலும் கணக்கிடலாம்.

$$\text{பயனுறு திறன்}, \eta = \frac{M.A.}{V.R.} = \frac{40}{100} \times 100 = 40\%$$

(iv) இயந்திரத்தின் இழப்புக்கு ஈடுகட்டச் செய்யப்படும் வேலை
= செலவளவு – விளைவளவு

= 25000 - 10,000

= 15,000 kg cm

4. இயந்திரத்தின் மறுதலைப்பு (Reversibility of a Machine)

சில சமயங்களில், இயந்திரம் ஒன்றில், திறன் விசை நீக்கப் பட்ட பின்னர் அவ்வியந்திரம் மறுதலை திசையில் (Reversed Direction) சிறிது வேலை செய்யக்கூடும். இவ்விதமான இயந்திரம் "மறுதலை இயந்திரம்" (Reversible Machine) என அழைக்கப் படுகிறது. இயந்திரத்தின் இச்செயலை 'இயந்திரத்தின் மறுதலைப்பு' (Reversibility of the Machine) எனலாம்.

இயந்திரத்தின் மறுதலைப்புக்கான நிபந்தனை (Condition for the Reversibility of a Machine):

மறுதலை இயந்திரம் ஒன்றை எடுத்துக் கொள்வோம்.

W= இயந்திரத்தால் தூக்கப்படும் எடை

P = எடையைத் தூக்குவதற்குத் தேவைப்படும் திறன்

a = எடை நகர்கின்ற தூரம்

b = திறன் நகர்கின்ற தூரம் என இருக்கட்டும்

இயந்திரத்தின் செலவளவு (input) = Pb ......(11)

இயந்திரத்தின் விளைவளவு (Output) = Wa ....(12)

இயந்திரத்தின் இழப்பு = செலவளவு - விளைவளவு

= Pb - Wa .....(13)

மறுதலை இயந்திரம் ஒன்றில், திறன், P=Oவாக இருக்கும்போது, அவ்வியந்திரத்தின் விளைவளவு அதில் தோன்றும் இழப்புகளைவிட அதிகமாக இருக்க வேண்டும்.

ie $Wa > Pb - Wa$

ie $2Wa > Pb$

ie $\frac{Wa}{Pb} > ½$

அல்லது $\frac{W/p}{b.a} > ½$

அல்லது $\frac{M.A.}{V.R.} > ½$ .....(14)

அல்லது, η, (பயனுறுதிறன்) > 1/2 அல்லது 50%

எனவே, இயந்திரம் ஒன்று மறுதலை இயந்திரமாக இருக்க வேண்டுமானால், அதன் பயனுறு திறன் 50% -ற்கும் அதிகமாக இருக்கவேண்டும்.

மாதிரி -2: திசை வேக விகிதம் 50 உள்ள ஒரு எளிய இயந்திரத்தில் 400N எடையைத் தூக்குவதற்கு 10N திறன் தேவைப்படுகிறது. இவ்வியந்திரம் மறுதலை இயந்திரமா? அவ்விதம் மறுதலை இயந்திர மாக இருந்தால், மறுதலைத் திசையில் திரும்புகையில், தேவைப் படும் திறன்விசை எவ்வளவு? (ராஞ்சி பல்கலைக் கழகம் 1975)

குறிப்பு: இயந்திரம் ஒன்றின் பயனுறு திறன் 50%-ற்குக் குறைவாக இருந்தால் திறன்விசையை எடுத்தபின்னர் மறுதலைத் திசையில் (Reversed Direction) அவ்வியந்திரத்தால் வேலை ஏதும் செய்ய இயலாது. அவ்விதமான இயந்திரம் 'சுய-தாழ் (Self-locking) அல்லது 'சுய-பூட்டு' இயந்திரம் என அழைக்கப்படுகிறது.

தீர்வு

$$M.A. = \frac{W}{P} = \frac{400}{10} = 40$$

$$\eta = \frac{M.A.}{V.R.} = \frac{40}{50} = 0.8 = 80\%$$

இயந்திரத்தின் பயனுறு திறன் 50%-ஐக்காட்டிலும் அதிகமாக இருப்பதால், இவ்வியந்திரம் மறுதலை இயந்திரமாகும்.

(b) தேவைப்படும் திறன் விசை

இயந்திரத்தின் பயனுறுதிறன் 50% ஆக இருக்கும்போது, இயந்திரம் மறுதலைத் திசையில் இயங்கத் துவங்கும்.

அதாவது, இந்நிலையில்

$$\frac{M.A.}{V.R.} = 50\% = 0.5$$

$$ie.\ M.A. = 50 \times 0.5 = 25$$

$$ie\ \frac{W}{P} = 25$$

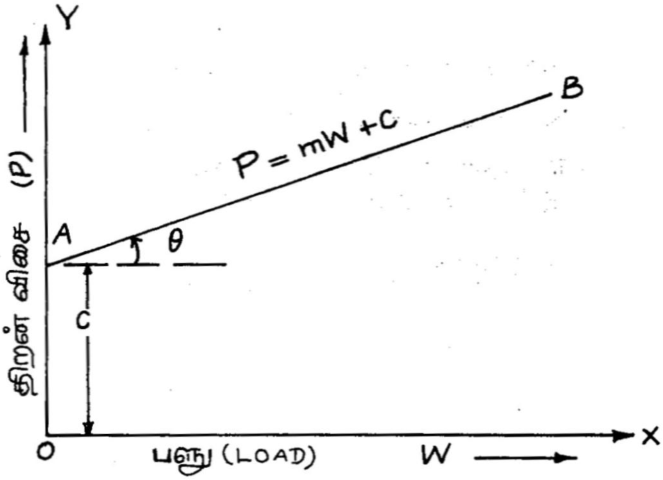
$$ie\ \frac{400}{P} = 25$$

$$P = \frac{400}{25} = 16N$$

அதாவது, இயந்திரம் மறுதலைத் திசையில் இயங்கும்போது தேவைப்படும் திறன்விசை 16N ஆகும்.

5. இயந்திரத்தின் விதி

இயந்திரம் ஒன்றினால் தூக்கப்படும் எடைக்கும் அதற்கெனப் பயன்படுத்தப்படும் திறன்விசைக்கும் உள்ள தொடர்பினை 'இயந்திரத்தின் விதி' என்பர். எளிய இயந்திரங்களுக்கு இத் தொடர்பு (Relation) நேர்கோட்டு விதிப்படி (Linear Law) அமைந்துள்ளது. அதாவது திறன்விசை, அதனால் மேற் கொள்ளப்படும் எடை, ஆகியவற்றை வரைபடத்தில் (graph) வரைந்தால் நேர்கோடு ஒன்று கிடைக்கும் (படம் 4 - 3.)



படம் 4-3. இயந்திரத்தின் விதி

இயந்திரத்தின் விதியைக் கீழ்வரும் சமன்பாட்டினால் குறிக்கலாம்.

$P = m.W. + C$ ....(15)

இங்கு,

P = எடையினைத் தூக்குவதற்குத் தேவைப்படும் திறன் விசை

m = ஒரு மாறிலி (constant). இதனை உராய்வு எண் (cofficien of friction) என்பர். இஃது நேர்கோடு ABயின் சாய்வு (Slope) ஆகும். ie $m = \tan\theta$ ஆகும்.

W = தூக்கப்படும் எடை, மற்றும்

C = மற்றொரு மாறிலி. வரைபடத்தில் இஃது தூரம் OAயினைக் குறிக்கின்றது. இடைவெட்டுத்துண்டு (Intercept) இயந்திரத்தில் உள்ள உராய்வின் அளவைக் குறிக்கின்றது. அதாவது, எடை ஏதும் தூக்கப்படுவதற்கு முன்னர், இயந்திரத்தில் உள் உராய்வினை

வெற்றி கொள்வதற்குத் தேவைப்படும் திறன்விசையை இடை வெட்டுத் துண்டு C (தூரம் OA) குறிக்கின்றது.

6. எளிய இயந்திரத்தின் பெரும இயந்திரலாபம்

எளிய இயந்திரம் ஒன்றின் இயந்திலாபம் (M.A.) $= \frac{W}{P}$ எனச் சமன்பாடு **(1)**இல் கண்டோம். ஆனால், P = m.W+C எனச் சமன்பாடு **(15)**இல் கண்டோம். எனவே,

$$\text{இயந்திரலாபம் (M.A.)} = \frac{W}{mW + C} \qquad \text{....(16)}$$

$$= \frac{1}{m + \frac{C}{W}} \qquad \text{....(16a)}$$

தூக்கப்படும் எடையின் (W) அளவு அதிகரிக்கையில், $\frac{C}{W}$ யின் மதிப்பு குறைகின்றது. மிக அதிக எடை தூக்கப்படும்போது $\frac{C}{W}$ மிகவும் குறைந்து விடுகின்றது. எனவே $\frac{C}{W}$ வைப் புறக்கணிக்கலாம் (Neglected). எனவே,

$$\text{பெரும இயந்திர லாபம் (M.A}_{\text{பெருமம்}}) = \frac{1}{m} \qquad \text{....(17)}$$

மறுவழி (Alternate Method)

சமன்பாடு **(16)**- ஐ Wவிற்கு நுண் வகையிட்டால் (Differentiating with respect tp w)

$$\frac{d(M.A.)}{dW} = \frac{(mW + C).1 - (w)\ x\ m}{(m\,W + C)^2} \qquad \text{....(16b)}$$

குறிப்பு: வெவ்வேறு இயந்திரங்களுக்கு மாறிலிகள் m மற்றும் C ஆகியவற்றின் மதிப்பு வேறுபடும். ஆனாலும் இயந்திரங்களின் அடிப்படை இயந்திரவிதியில் (ie P = mW+C) மாற்றம் ஏதும் இல்லை.

சமன்பாடு (16 b) யினைப் பூஜ்ஜியத்திற்குச் சமன் செய்தால்,

$(mW + C) - mW = 0$

ie $C = 0$

அதாவது, இயந்திரத்தின் உராய்வு அளவு பூஜ்ஜியமாக இருந்தால் அதன் இயந்திரலாபம் பெருமமாக (maximum) இருக்கும். இதனையே உய்த்தும் உணரலாம் அல்லவா?

C=O என்பதைச் சமன்பாடு 16 (a)வில் பிரதியிட்டால்

M.A. பெருமம் = $1/m$ .....(17) கிடைக்கின்றது.

அதாவது, இயந்திரத்தில் உராய்வு ஏதுமில்லையென்றால் (C=O), நேர்கோடு AB (படம் 4-2) ஆதி (Origin) வழியே செல்லும். இவ்விதமான இயந்திரத்தினை 'உராய்வற்ற இயந்திரம்' எனலாம். ஓர் இலட்சிய இயந்திரத்தின் (Ideal Machine) இயந்திரலாபம் பெருமமாக (maximum) இருக்கும். தவிரவும், இயந்திரம் ஒன்று மிகக் கனமான எடையினைத் தூக்கும்போதும், அதன் இயந்திர லாபம் மிக அதிகமாக இருக்கும்.

7. எளிய இயந்திரத்தின் பெருமப்பயனுறு திறன்:

இயந்திரம் ஒன்றின் பயனுறு திறன்,

$$\eta = \frac{\text{இயந்திரலாபம்.}}{\text{திசை வேகவிகிதம்}}$$

$$= \frac{W/P}{V.R.} \quad (8)$$

$$\text{ie } \eta = \frac{W}{P \times V.R.} \qquad ....(8)$$

$$= \frac{W}{(m W + C) \times V.R.} \qquad ....(18) \quad (\because P = mW + C)$$

$$= \frac{1}{(M + \frac{C}{W}) \times V.R.} \qquad ....(18a)$$

எடையின் அளவு மிக அதிகமாக இருக்கும்போது $\frac{C}{W}$ மிகவும் குறைந்து விடுகிறது. எனவே, $\frac{C}{W}$ வினைப் புறக்கணிக்கலாம். எனவே,

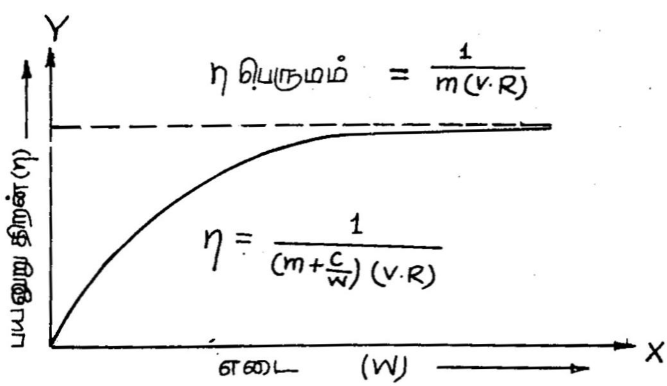
$$\eta \text{ பெருமம்} = \frac{1}{m \times V.R.} \quad .....(19)$$

மறுவழி

$$\eta = \frac{M.A.}{V.R.} \quad ......(8)$$

இயந்திரலாபம் (M.A.) பெருமத்தில் இருக்கும்போது, ηவும் பெருமத்தில் இருக்கும் என்பது கண்கூடு. M.A. (பெருமம்) = $\frac{1}{m}$ என்பதைச் சமன்பாடு **(17)**இல் கண்டோம்.

எனவே, η பெருமம் = $\frac{1}{m \times V.R.}$ **(19)** என்னும் சமன்பாடு கிடைக்கின்றது. படம் *4-3* இதனை விளக்குகின்றது.



படம் *4- 3* இயந்திரத்தின் பெருமப்பயனுறு திறன்

குறிப்பு: நேர்கோடு η பெருமம் = $\frac{1}{m(V.R.)}$

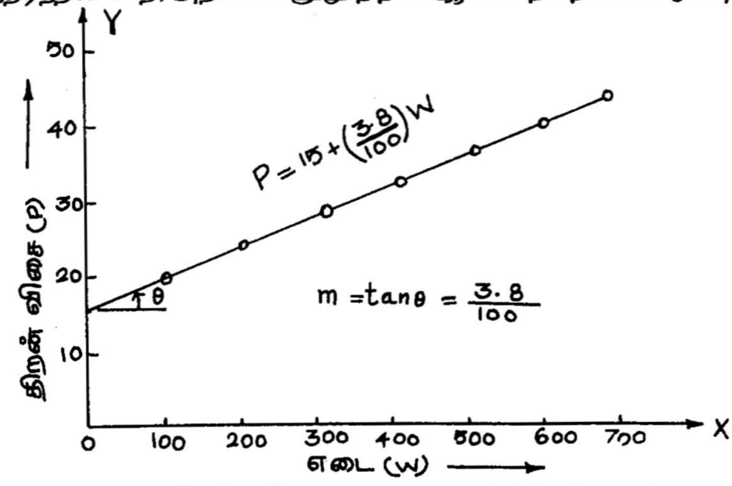
பயனுறு திறன், அது மேற்கொள்ளும் எடை ஆகிய இரண்டிற்கும் இடையே உள்ள தொடர்பை (படம் 4 - 3)க் காணலாம். பயனுறுதிறன் (η) வரைபடம் ஒரு அதிபரவளைவு (Hyperbola) ஆகும். எடை மிகவும் அதிகமாக இருக்கும்போது, பயனுறு திறன் வளைவு, η பெருமம் $= \frac{1}{m(V.R.)}$ என்னும் நேர்க் கோட்டிற்குத் தொலைத் தொடுகோடாக (Asymptote) ஆகின்றது.

அச்சுக்கு இணையாக உள்ளது என்பதைக் கவனி.

மாதிரி-3 இயந்திரம் ஒன்றின் இயந்திரவிதி, பயனுறு திறன் ஆகியவற்றைக் கண்டறியச் சோதனை ஒன்று நடத்தப்படுகின்றது. இவ்வியந்திரத்தின் திசைவேக விகிதம் 3ப. திறன் விசை, அதனால் மேற்கொள்ளப்படும் எடை ஆகியவை கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

W (kg)	0	100	200	300	400	500	600	700
P (kg)	15	18	23	26	29	34	38	41

திறன் விசை, எடை இவற்றினை வரைபடத்தில் குறிப்பிடு. இயந்திரத்தின் விதி, அதன் பயனுறு திறன் ஆகியவற்றைக் கண்டுபிடி.



படம் 4 - 4. திறன் விசை, எடை இவற்றின் தொடர்பு

கொடுக்கப்பட்டுள்ள திறன்விசை, எடை ஆகியவை படம் 4-4இல் குறிக்கப்பட்டுள்ளன. கிடைக்கும் புள்ளிகள் வழியே ஒரு சராசரிக்கு கோடு (mean Line) வரையலாம். இவ்வரைபடத்தில் C = 15 என்னும் $m = \tan\theta = \frac{3.8}{100} = 0.038$ என்றும் கிடைக்கின்றது. எனவே இந்நேர்கோட்டின் சமன்பாடு P = 15 + 0.038 W ....(20) ஆகும்.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள இயந்திரத்தின் விதி = P = 15 + 0.038 W...(20)

(b) பயனுறு திறன் (η)

திசைவேக விகிதம் = 30 (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

எனவே, பயனுறு திறன்,

$$\eta = \frac{1}{(.038 + \frac{15}{W}) \times 30} \qquad ....(21)$$

சமன்பாடு (21) இலிருந்து கொடுக்கப்பட்டுள்ள எடைக்கு ஒத்த பயனுறு திறனை அறியலாம். சான்றாக, W =100kg. எனில், அதற்கு ஒத்த (corresponding)

$$\eta = \frac{1}{(0.038 + .15) \times 30} = 0.21 = 18\%$$

அதேபோல், W = 700 kg. எனில், அதற்கு ஒத்த

$$\eta = \frac{1}{(0.038 + 0.021)\, 30} = .57 = 57\%$$

மேலும்

$$\eta_{\text{பெருமம்}} = \frac{1}{.038 \times 30} \times 100\% = 87\%$$

மாதிரி-4. இயந்திரம் ஒன்றின் திசைவேக விகிதம் = 20. அவ்வியந்திரத்தினால் 15kg. திறன் விசையைக் கொண்டு 200kg. எடையையும் 35kg. திறன்விசையைக் கொண்டு 600kg. எடையையும் தூக்க இயலும்.

(i) இவ்வியந்திரத்தின் விதி (ii) 40 திறன் விசை செயல்படும்போது, அவ்வியந்திரத்தின் இயந்திரலாபம் (M.A.);

பயனுறுதிறன் (η) (iii) 600kg. எடையைத் தூக்கும்போது, உராய்வினால் வீணாகும் திறன் விசை (iv) பெரும இயந்திர லாபம் (v) பெருமப் பயனுறு திறன் ஆகியவற்றைக் கணக்கிடு.

(i) இட ந்திரத்தின் விதியை P=m.W+C .... (15) எனக் கொள்வோம்.

W= 200kg ஆக இருக்கையில் P = 15kg.
W = 600kg. ஆக இருக்கையில் P= 35kg
ie 15 = m x 200 + C ....(i)
35 = m x 600 +C ...(ii)

(ii) - (i) இலிருந்து

20 = 400m கிடைக்கின்றது.
ie m=20/400 = 0.05

m=0.05 என்னும் இம்மதிப்பைச் சமன்பாடு (i)ல் பிரதியிட

15 = 0.05 x 200 +C, அல்லது C = 5 என்னும் மதிப்பு கிடைக்கின்றது.

∴ எனவே இவ்வியந்திரத்தின் விதி வருமாறு:

P = 0.05 W+5 ...(22)

(ii) திறன் விசை 40kg. ஆக இருக்கும்போது, அதற்கு ஒத்த எடை:

40= 0.05 W+5

அல்லது W = 700kg. ஆகும்.

எனவே, இந்த எடையின்போது கிடைக்கும்

இயந்திரலாபம் (M.A.) = $\frac{700}{40}$ = 17.5

திசை வேக விகிதம் (V.R.) = 20 (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

$$\therefore \eta = \frac{M.A.}{V.R.} = \frac{17.5}{20} = 0.875 = 87.5\%$$

(ii) எடை 600kg. ஆக இருக்கும்போது,

திறன் விசை (P) = 0.5 x 600 + 5
= 35kg.

இலட்சியத் திறன் விசை (Ideal effort)

$$= \frac{W}{V.R.} = \frac{600}{20} = 30kg.$$

600kg. எடை செயல்படும்போது உராய்வினால் வீணாகும் திறன்விசை

$$= 35 - 30 = 5kg.$$

(iv) பெரும இயந்திரலாபம் ($M.A_{பெருமம்}$)

$$= \frac{1}{m} = \frac{1}{.05} = 20$$

(v) பெருமப் பயனுறு திறன் (η பெருமம்)

$$= \frac{1}{m \times V.R.} = \frac{20}{20} = 1 = 100\%$$

II சில எளிய இயந்திரங்கள்

படம் *4-1*இல் எளிய இயந்திரங்களின் இனங்கள் குறிக்கப்பட்டுள்ளது. அவற்றுள் சில இன்றியமையாத எளிய இயந்திரங்களைப் பற்றித் தற்போது காணலாம்.

II-A கப்பி இனம் (Pulleys)

8. ஒற்றை நிலைக்கப்பி (Single fixed pulley):

ஒரு கப்பி (Pulley) என்பது, உலோகத்தால் (Metal) அல்லது மரத்தால் செய்யப்பட்ட ஒரு சிறிய சக்கரம் (Wheel) அல்லது தட்டு (Disc) ஆகும். அதன் தளத்துக்குச் செங்குத்தாக, அதன் மையத்தின் வழியே செல்கின்ற ஓர் அச்சைப்பற்றி (about an axis) தடையின்றிச் சுழலும் இயந்திரத்தைக் கப்பி எனலாம். இதன் விளிம்பில் ஒரு கயிறு அல்லது சங்கிலி (Chain) செல்லத்தக்கவாறு வரிப்பள்ளம் (groove) இருக்கும். கப்பியின் அச்சு, உலோகம் அல்லது மரத்தால் செய்யப்பட்டள்ள 'கப்பிச்சட்டம்' (Block) என்னும் அமைப்பில்

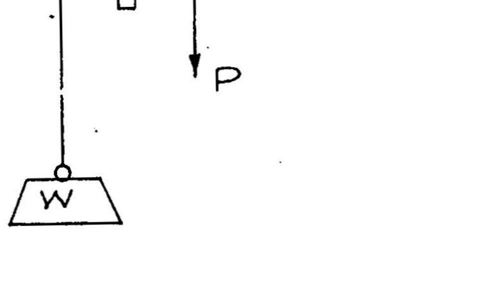
குறிப்பு: இவ்வியந்திரம் ஓர் (a) இலட்சிய இயந்திரமா (Ideal Machine)? இல்லையெனில் காரணம் கூறு (b) மறுதலை இயந்திரமா? (Reversible Machine)? விளக்குக.

பொருத்தப்பட்டிருக்கும். இக்கப்பிச்சட்டம் ஒரு நிலையான புள்ளியுடன் இணைக்கப்பட்டிருந்தால், அக்கப்பி நிலைக்கப்பி (Fixed Pulley) எனப்படும். அவ்வாறு இல்லாமல், கப்பிச்சட்டம் நகருமாறு இருந்தால் அக்கப்பி இயங்கு கப்பி (Movable Pulley) எனப்படும்.

ஒற்றை நிலைக்கப்பி

இதிலுள்ள கப்பிச்சட்டம் ஒரு நிலையான கூரை அல்லது மற்றொரு மரச்சட்டம் போன்ற அமைப்புகளில் இணைக்கப்பட்டிருக்கும். படம் 4-5 இதனை விளக்குகின்றது.

இவ்வகைக்கப்பி எடைகளை உயரத்தூக்குவதற்குப் பயன்படும். கப்பியின் விளிம்பில் உள்ள வரிப்பள்ளத்தின் வழியே செல்லும் நூலின் ஒரு முனையில் எடை இணைக்கப்படும். மற்றொரு முனை வழியே திறன் விசை செயல்படும். உராய்வு புறக்கணிக்கத் தக்கதாக இருந்தால், ஒரு சிறிய நிலைக்கப்பியின் இயந்திரலாபம், மற்றும் திசைவேக விகிதம் ஆகிய இரண்டுமே 1 ஆகும். இவ்வகை ஒற்றை நிலைக்கப்பி திறன் விசையை வசதியான திசையில் செலுத்துவதற்குப் பயன்படுத்தப்படுகிறது.

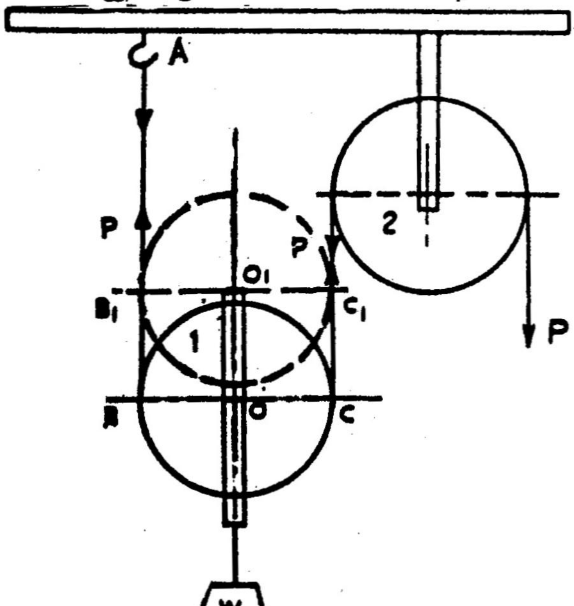


படம் 4-5 ஒற்றை நிலைக் கப்பி

9. ஒற்றை இயங்கு கப்பி (Single Movable Pulley):

இவ்வமைப்பில் இயங்கு கப்பி -1ஐச் சுற்றிச் செல்லும் நூலின் ஒரு முனை ஒரு நிலையான புள்ளியில் (A) இணைக்கப்பட்டிருக்கும். நிலைக்கப்பி - 2 ஐச்சுற்றிச் செல்லும் நூலின் மறு முனையில், திறன் விசை P செயல்படும். எடை W இயங்கு கப்பியின் சட்டத்தில் தொங்க விடப்பட்டிருக்கும். உராய்வு இல்லையெனக் கொண்டோமானால், நூலின் எல்லாப் பகுதிகளிலும் இழுவிசை (Tension) ஒரே அளவுடையதாக இருக்கும். படம் 4-6 இல் இவை விளக்கப்பட்டுள்ளன.

புள்ளி A: நிலையான புள்ளி (Fixed Point)
கப்பி 1: இயங்கு கப்பி கப்பி 2: நிலைக்கப்பி



படம் 4- 6 ஒற்றை இயங்கு கப்பி

நூலின் பகுதிகள் ஒரே நிலைக்குத்துத் தளத்தில் (Vertical Plane) உள்ளபோது இயங்கு கப்பியின் மேல் (கப்பி - 1)

செயல்படும் அனைத்து விசைகள் (கப்பியின் எடையைப் புறக்கணித்தால்)

$$\uparrow P + \uparrow P - W\downarrow = 0$$

அதாவது 2 P = W அல்லது P = W / 2 .....(23)

எனவே ஒற்றை இயங்கு கப்பியின் இயந்திர லாபம்

$$= \frac{W}{P} = \frac{W}{W/2} = 2 \text{ ஆகும்.}$$

திசை வேக விகிதம்: இயங்கு கப்பி நகரும் தூரம் (எடை நகரும் தூரம்) = OO_1. தூரம் OO_1 -ஐ 'a' எனக் கொள்வோம். திறன் விசை நகரும் தூரம் = $BB_1 + CC_1$.

அதாவது திறன் விசை நகரும் தூரம் =2a ஆகும்.

∴ ஒற்றை இயங்கு கப்பியின் திசை வேக விகிதம்

$$= \frac{\text{திறன் விசை நகரும் தூரம்}}{\text{எடை நகரும் தூரம்}}$$

$$= \frac{2a}{a} = 2$$

ஒற்றை இயங்கு கப்பியின் பயனுறு திறன்

$$\eta = \frac{M.A.}{V.R.} = \frac{2}{2} = 1 = 100\%$$

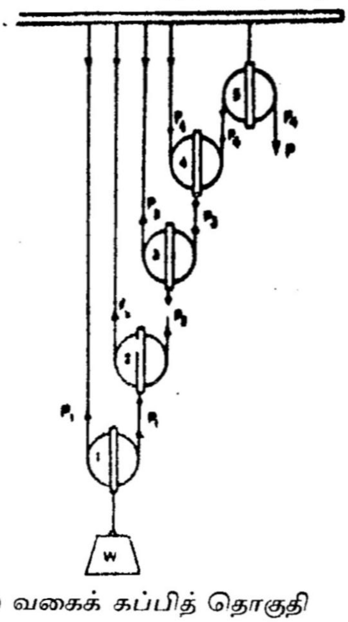
நடைமுறையில், இவ்வகைக் கப்பியின் பயனுறு திறன் 1-ஐவிடக் குறைந்தே காணப்படும்.

கப்பியின் எண்ணிக்கையை அதிகரிப்பதன் மூலம் , இயந்திர லாபத்தை அதிகரிக்கச் செய்யலாம். ஒன்றிற்கு மேற்பட்ட இயங்கு கப்பிகளின் அமைப்பிற்குக் கப்பித் தொகுதி (System of Pulley) என்று பெயர். முதல் வகைக் கப்பித் தொகுதி (First system of Pulley) இரண்டாம் வகைக் கப்பித் தொகுதி (second system of pulley) மற்றும் மூன்றாம் வகைக் கப்பித் தொகுதி (Third system of pulley) ஆகிய மூன்று வகைக் கப்பித் தொகுதிகள் வழக்கத்தில் உள்ளன. அவற்றைப் பற்றித் தற்போது காண்போம்.

10. முதல் வகைக் கப்பித் தொகுதி (First system of pulley):

முதல் வகைக் கப்பித் தொகுதியினைப் படம் 4-7இல் காணலாம். இத்தொகுதியில் ஒவ்வொரு இயங்கு கப்பியின் வரிப் பள்ளத்தின் வழியேயும் ஒவ்வொரு தனித்தனி நூல் செல்கிறது. ஒவ்வொரு நூலும் அதன் ஒரு முனை ஒரு நிலையான ஆதாரப் புள்ளியுடனும், மற்றொரு முனை அடுத்த இயங்கு கப்பியின் சட்டத்துடனும் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. எல்லாவற்றிற்கும் கீழே உள்ள இயங்கு கப்பியின் சட்டத்தில் எடை தொங்கவிடப் பட்டிருக்கும். எல்லாவற்றிற்கும் உயரே உள்ள இயங்கு கப்பியின் வழியே செல்லும் நூலின் இணைக்கப்படாத முனை வழியாகத் திறன் விசை செயல்படும். இத்திறன் விசையை வசதியாகச் செலுத்துவதற்கேற்றவாறு, அதன் திசையை மாற்றுவதற்கு, இந்நூலின் முனையை ஒரு நிலைக் கப்பியினைச் சுற்றிச் செலுத்திப் பின்னர் திறன் விசை Pயைச் செலுத்து கிறோம்.

இவ்வகைக் கப்பித் தொகுதியில் பயன்படுத்தப்படும் இயங்கு கப்பிகளின் எண்ணிக்கையும், பயன்படுத்தப்படும் நூல்களின் எண்ணிக்கையும் ஒன்றே.



படம் 4-7 முதல் வகைக் கப்பித் தொகுதி

முதல் நூலின் இழுவிசை P - ஆக இருக்கட்டும். மற்ற இரு நூல்களின் இழுவிசைகள் முறையே P_2, P_1 என இருக்கட்டும். எல்லா நூல்களும் ஒரே நிலைக் குத்துத்தளத்தில் (Vertical plane) உள்ளபோது, எல்லாவற்றிற்கும் கீழே உள்ள கப்பியின் (கப்பி எண் *1*) சமநிலையைக் கருதினால், $W = 2P_1$..... (24) ஆகும். இங்கு கப்பியின் எடையைப் புறக்கணிக்கிறோம்.

அடுத்த இயங்கு கப்பியின் சமநிலையைக் கருதும் போது (கப்பி எண்-2)

$P_1 = 2P_2$ ....(25)

இதேபோல் $P_2 = 2P$ ....(26)

எனவே $W = 2P_1 = 2(2P_2) = 2(2)(2P) = 8P$

அதாவது இயந்திர லாபம் $= \frac{W}{P} = 8 = 2^3$

கருதப்பட்டுள்ள கப்பித் தொகுதியில், *3* இயங்கு கப்பிகள் உள்ளன. எனவே, *3* இயங்கு கப்பிகள் கொண்ட தொகுதியில், கிடைக்கும் இயந்திரலாபம் $= 2^3$ ஆகும். 'n' இயங்கு கப்பிகள் இருந்தால், இயந்திரலாபம் (M.A.) $= \frac{W}{P} = 2^n$ ஆகும் ....(27)

திசை வேக விகிதம்:

எடை W மேல் நோக்கி நகரும் தூரத்தை (கப்பி எண் *1*) 'a' எனக் கொள்வோம். நூலில் தளர்வு (Slackness) ஏற்படாமல் இருக்கும்போது, அடுத்து மேல் உள்ள கப்பி (கப்பி எண் 2) நகரும் தூரம் = 2a ஆகும். இதேபோல் மூன்றாவது இயங்கு கப்பி (கப்பி எண் *3*) மேல் நோக்கி நகரும் தூரம் = 2 x 2a = 4a ஆகும். திறன் விசை நகரும் தூரம் = 2 x 4a = 8a ஆகும். அதாவது 2^3a ஆகும்.

எனவே, மூன்று இயங்கு கப்பிகள் கொண்ட முதல் வகைக் கப்பித் தொகுதியில் திசை வேக விகிதம் $= \frac{2^3 a}{a} = 2^3$

'n' இயங்கு கப்பிகள் கொண்ட கப்பித் தொகுதியில், திசைவேக விகிதம் (V.R.) = 2^n ஆகும் ....(28)

$$\therefore \text{ பயனுறு திறன் } = \frac{M.A.}{V.R.} = \frac{2^n}{2^n} = 1 = 100\%$$

மாதிரி 5:

*முதல் வகைக் கப்பித் தொகுதி ஒன்றில் **3** கப்பிகள் (இயங்கு கப்பிகள்) உள்ளன. 32kg எடையை, 5kg. திறன் விசையால் மேல் நோக்கி நகரச் செய்ய இயலுமென்றால், அக்கப்பித் தொகுதியின் பயனுறு திறன், உராய்வு இழப்பு ஆகியவற்றை அறிக.*

*(உஸ்மானியா பல்கலைக் கழகம், **1973**)*

$$\text{இயந்திரலாபம், } M.A. = \frac{32}{5} = 6.4$$

$$\text{திசை வேக விகிதம், } V.R. = 2^n = 2^3 = 8$$

$$\text{பயனுறு திறன் } = \frac{M.A.}{V.R.} = \frac{6.4}{8} = 0.8 = 80\%$$

உராய்வு இழப்பு

(a) **எடையின் மொழியில்** (On Load Side)

செலவளவு (Input) = P x V.R

(ie) 5kg திறன் விசையால் தூக்க இயலும் எடை = 5 x 8 = 40kg

விளைவளவு (output) = 32kg.

(ie) 5 kg. திறன் விசையால் தூக்கப்பட்ட எடை

∴ உராய்வினால் ஏற்படும் எடை இழப்பு, $F_{\text{எடை}}$ (F_{load})

= 40 - 32 = 8kg.

அதாவது 8 kg. எடை உராய்வினால் வீணாகிறது.

(b) **திறன் விசை மொழியில்** (On effort side)

செலுத்தப்படும் திறன் விசை = 5 kg.

தூக்கப்படும் எடை = 32 kg.

மேற்கண்ட எடையைத் தூக்கத் தேவைப்படும் திறன் விசை

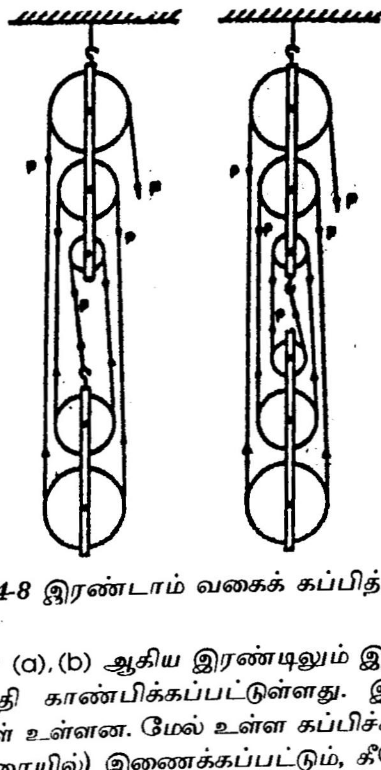
$$= \frac{32}{V.R.} = \frac{32}{8} = 4kg.$$

உராய்வினால் வீணாகும் திறன் விசை F_{effort} திறன்விசை (F_{effort})

$$= 5 - 4 = 1kg.$$

அதாவது 8kg. எடை அல்லது 1kg. திறன் விசை உராய்வினால் வீணாகிறது.

11. இரண்டாம் வகைக்கப்பித் தொகுதி (Second system of pulleys)



படம் 4-8 இரண்டாம் வகைக் கப்பித் தொகுதி

படம் 4-8 (a), (b) ஆகிய இரண்டிலும் இரண்டாம் வகைக் கப்பித் தொகுதி காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது. இரண்டிலும், இரு கப்பிச்சட்டங்கள் உள்ளன. மேல் உள்ள கப்பிச்சட்டம் நிலையான புள்ளியில் (கூரையில்) இணைக்கப்பட்டும், கீழே உள்ள கப்பிச் சட்டம் இயங்கும் வண்ணமும் அமைக்கப்பட்டு உள்ளன.

இரண்டிலும், எடை, கீழே உள்ள கப்பிச் சட்டத்தில் இணைக்கப் பட்டுள்ளது. ஒரே நூல், படத்தில் காட்டியுள்ளது போல், எல்லாக் கப்பிகளையும் வரிசையாகச் சுற்றிச் செல்கிறது. திறன் விசை நூலின் இணைக்கப்படாத முனையின் வழியே செயல்படுகிறது.

W என்ற எடையை P என்ற திறன் விசை சரியாகச் சற்றே சமநிலைப்படுத்தும் போது, நூலின் எல்லாப் பகுதிகளிலும் இழுவிசை P க்குச் சமமாக இருக்கும் (கீழ்க் கப்பிச் சட்டத்திலுள்ள கப்பிகளின் எடையைப் புறக்கணிக்கிறோம்), எடையின் சமநிலையைக் கருதும்போது,

$W = n P$ ஆகும்.

இங்கு n : இவ்வகைக் கப்பித் தொகுதியிலுள்ள கப்பிகளின் மொத்த எண்ணிக்கை.
(அதாவது மொத்த நூல் பகுதிகளின் எண்ணிக்கை)

சான்றாக,

படம் 4-8 (a) யில், n = 5
படம் 4-8 (b) யில், n = 6

எனவே இயந்திரலாபம், M.A. = W/P = n ஆகும் .....(29)

இதேபோல், திசை வேக விகிதம் V.R. = n ஆகும் .....(30)

எனவே, உராய்வு, கப்பிகளின் தன் எடை (Self weight) ஆகியவற்றைப் புறக்கணித்தால்,

$$\text{பயனுறு திறன்,}\quad \eta = \frac{M.A.}{V.R.} = 1 = 100\% \quad \text{ஆகும்.}$$

மாதிரி 6:

இரண்டாம் வகைக் கப்பித் தொகுதி ஒன்றில், ஒவ்வொரு கப்பிச் சட்டத்திலும் 5 கப்பிகள் உள்ளன. இத்தொகுதியில் 12.5kg. திறன்விசை 100kg. எடையைத் தூக்குகிறது. இத்தொகுதியின் பயனுறு திறன் எவ்வளவு? உராய்வினால் தோன்றும் இழப்பை எடையின் மொழியிலும், திறன் விசையின் மொழியிலும் கூறு.

(ஆக்ரா பல்கலைக் கழகம், 1974)

இரண்டாம் வகைக் கப்பித் தொகுதியின், திசை வேக விகிதம்,

V.R = n

ie 2 x 5 = 10

(ஒரு கப்பிச் சட்டத்திற்கு 5 கப்பிகள் உள்ளன)

இயந்திரலாபம் (M.A.) $= \frac{W}{P} = \frac{100}{12.5} = 8$

∴ பயனுறு திறன் $\eta = \frac{M.A.}{V.R.} = \frac{8}{10} = 0.8 = 80\%$

உராய்வு இழப்பு:

(a) **எடையின் மொழியில்** (On Load side)

12.5kg. திறன் விசையால் தூக்க இயலும் எடை

= 12.5 x10 = 125 kg

ஆனால் 12.5kg. திறன் விசையால் தூக்கப்பட்ட எடை

= 100kg.

உராய்வினால் ஏற்படும் இழப்பு, F_{Load}

= 125 - 100 = 25 kg.

(b) **திறன் விசை மொழியில்** (On effort side)

100 kg. எடையைத் தூக்குவதற்கு தேவைப்படும் திறன் விசை

= 100/10 = 10kg.

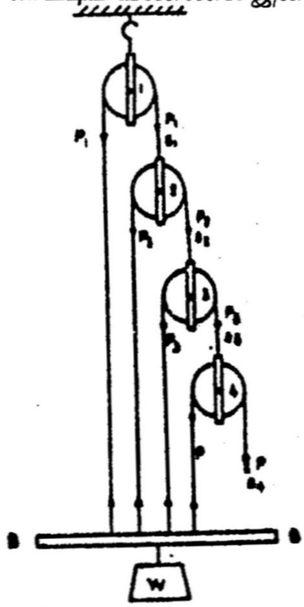
ஆனால் செலுத்தப்பட்ட திறன் விசை = 12.5 kg.

உராய்வினால் ஏற்படும் இழப்பு F_{effort} = 12.5-10 = 2.5kg.

அதாவது உராய்வினால் ஏற்படும் இழப்பு 25kg எடைக்கோ அல்லது 2.5 kg. திறன் விசைக்கோ ஈடாகும் (Equivalent).

12. மூன்றாம் வகைச் கப்பித் தொகுதி (Third System of Pulleys):

படம் 4-9 இல் மூன்றாம் வகைக் கப்பித் தொகுதி ஒன்று காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது. இவ்வகைக் கப்பித் தொகுதியில், பயன்படுத்தப்படும் கப்பிகளின் எண்ணிக்கையும், நூல்களின் எண்ணிக்கையும் ஒன்றே. ஒவ்வொரு நூலின் இரு முனைகளில் ஒன்று, எடை W வைத் தாங்கும் B-B என்ற சட்டத்துடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. மற்றொரு முனை கப்பியின் சுற்றளவின் மேல் பகுதியைச் சுற்றிக் கொண்டு, அடுத்துக் கீழ் உள்ள கப்பியுடன் படத்தில் காட்டிய வண்ணம் இணைக்கப்பட்டுள்ளது.



படம் 4-9 மூன்றாம் வகைக் கப்பித் தொகுதி

இயந்திரலாபம் (M.A): W என்ற எடையை P என்ற திறன் விசை சற்றே வெற்றி கொள்வதாகக் கொள்வோம். கடைசி நூலில் இழுவிசை P ஆகும். மற்ற நூல்களில் இழுவிசை முறையே P_3, P_2 மற்றும் P_1 எனக் கொள்வோம். எல்லா

நூல்களும் ஒரே நிலைக்குத்துத் தளத்தில் (Vertical plane) இருக்கும்போது, மிகக் கீழே உள்ள கப்பியின் (கப்பி எண் - 4) சமநிலையைக் கருதினால்.

$P_3 = 2P$ ...(31) ஆகும்

அதேபோல், $P_2 = 2P_3$ ...(32)

$P_1 = 2P_3$ ...(33)

அதாவது $P_3 = 2P; P_2 = 4P$ மற்றும் $P_1 = 8P$ ....(34)

ஆகிய சமன்பாடுகள் கிடைக்கின்றன (a,b,c)

W என்ற எடையின் சமநிலையைக் கருதுகையில்.

$w = P + P_3 + P_2 + P_1$ .....(35) ஆகும்.

சமன்பாடுகள் (34 a,b,c) ஆகியவற்றைச் சமன்பாடு **35** இல் பிரதியிட

$w = 15 P$.. ......(36) கிடைக்கின்றது.

$= (2^4 - 1) P$.

எனவே, இந்திரலாபம், M.A. = $W/P = (2^4 - 1)$ ....(36)

கப்பிகளின் மொத்த எண்ணிக்கை n எனில், இவ்வகை அமைப்பில் இயந்திரலாபம்

$= (2^n - 1)$ ....(37) ஆகும். இதிலும் கப்பிகளின் எடையைப் புறக்கணிக்கிறோம்.

திசை வேக விகிதம்.

எடை W (சட்டம் BB) மேல் நோக்கி நகரும் தூரத்தை `a' எனக் கொள்வோம். எல்லா நூல்களும் எடையுடன் இணைக்கப் பட்டிருப்பதால், எல்லா நூல்களும் `a' அளவிற்குத் தளர்கின்றன.

இப்பொழுது, கப்பி *-1* ஐக் கருதுவோம். இக்கப்பி ஒரு நிலைக்கப்பி. எனவே நூல் S_1 இன் தளர்வை, கப்பி-2 ஈடு செய்ய நேரிடும். எனவே கப்பி-2 கீழ்நோக்கி `a' தூரம் நகர்கின்றது. இப்போது கப்பி *3*-ஐக் கருதுவோம். கப்பி-2 கீழ்நோக்கி நகர்வதால் 2 `a' தூரமும், நூல் S_2 தளர்வதால் (எடை W மேல் நோக்கி `a'

தூரம் நகர்வதால் S_2 தளர்கின்றது). `a' தூரமும் கீழ்நோக்கி நகர்கின்றது. அதாவது,கப்பி-3கீழ் நோக்கி நகரும் தூரம் = 2 x a + a = 3a

$$= (2^2 - 1)\,a \qquad .....(38)$$

இதேபோல், கப்பி-4 கீழ்நோக்கி நகரும் தூரம் 2 x 3a + a =7a

$$= (2^3 - 1)\,a \qquad .....(39)$$

திறன் விசை P கீழ்நோக்கி நகரும் தூரம் =2 x 7a + a = 15a

$$= (2^4 - 1)\,a \qquad .....(40)$$

`n' கப்பிகள் இக்கப்பித் தொகுதியில் இருந்தால்.

திறன் விசை P நகரும் தூரம் $= (2^n - 1)\,a$ ....(41)

எனவே, திசை வேக விகிதம் $= \dfrac{(2^n - 1)\,a}{a} = (2^n - 1)$ ....(42)

பயனுறுதிறன் $= \dfrac{M.A.}{V.R.} = \dfrac{(2^n - 1)}{(2^n - 1)} = 1 = 100\%$

இதிலும் கப்பிகளின் எடையையும், உராய்வினால் ஏற்படும் இழப்பையும் புறக்கணித்துள்ளோம். இவற்றினையும் சேர்த்துக் கொண்டால், பயனுறுதிறன் 100%-ஐக் காட்டிலும் குறைந்துவிடும்.

மாதிரி 7.

மூன்று கப்பிகள் ஒரு மூன்றாம் வகைக் கப்பித் தொகுதியில் உள்ளன. இக்கப்பித் தொகுதியின் பயனுறு திறன் 80% எனில். 400 N எடையைத் தூக்குவதற்குத் தேவைப்படும் திறன் விசை எவ்வளவு?

(ஆக்ஸ்ஃபோர்ட் பல்கலைக்கழகம்)

இக்கப்பித் தொகுதியின் திசை வேக விகிதம், V.R. $= 2^3 - 1 = 7$.

பயனுறு திறன், $\eta = \dfrac{W/P}{V.R.} = 0.8$

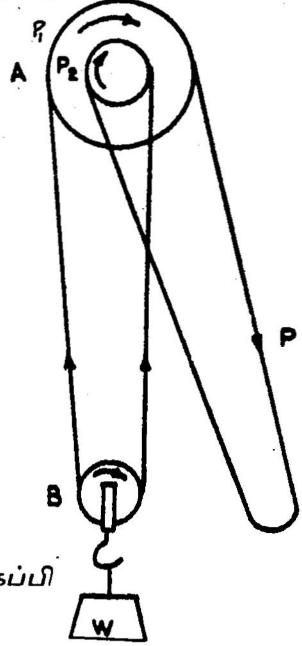
∴ இயந்திரலாபம் $M.A. = \frac{W}{P} = .8 \times 7 = 5.6$ ......(29)

எனவே,தேவைப்படும் திறன் விசை $P = \frac{W}{5.6} = \frac{400}{5.6} = 71.4N$

13. வேறுபாட்டு வெஸ்டன் கப்பி (Differential Westion's Pulley):

படம்4-10 இல் வேறுபாட்டு வெஸ்டன் கப்பி காண்பிக்கப் பட்டுள்ளது. இதில் A,B என்னும் இரு கப்பிச் சட்டங்கள் உள்ளன. மேலே உள்ள சட்டம் Aயில் இரு கப்பிகள் (P_1 மற்றும் P_2) உள்ளன. கப்பி P_1 இன் விட்டம் கப்பி P_2 இன் விட்டத்தைக் காட்டிலும் சற்றுப் பெரியது. இவ்விரு கப்பிகளும் ஒன்று போல் இயங்க வல்லன. கீழே உள்ள கப்பிச் சட்டதில் கப்பி ஒன்றும், அத்துடன் எடை, Wவும் இணைக்கப்பட்டுள்ளன.

தொடர் சங்கிலி ஒன்று (Continuous Chain) படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு எல்லாக் கப்பிகளையும் சுற்றிச் செல்கிறது. திறன் விசை P கப்பி P_1 வழியே செல்லும் சங்கிலிப் பகுதியில் செயல் படுகின்றது.



படம் 4-10
வேறுபாட்டு வெஸ்டன் கப்பி

இங்கு,

D: கப்பி P_1 இன் விட்டம் (Diameter)

d : கப்பி P_2 இன் விட்டம்

W : தூக்கப்படும் எடை மற்றும்

P: செயல்படும் திறன் விசை

என்று இருக்கட்டும்.

சட்டம் A யில் உள்ள நிலைக்கப்பித் தொகுதி ஒரு முறை சுற்றினால், திறன் விசை நகரும் தூரம்

$$= \pi D \quad \text{..... (43)}$$

இதுவே, அக்கப்பித் தொகுதியில் உள்ள பெரிய கப்பி P_1 மேல்செல்லும் சங்கிலித் தொடர் நகரும் தூரமாகும். கப்பி P_2 வும் உடன் சுற்றுவதால், கப்பி P_2 விலிருந்து விடுபடும் (Release) சங்கிலித் தொடரின் நீளம் = πd ..... (44)

எனவே, இரு கப்பி சட்டங்களுக்கிடையே உள்ள சங்கிலிப் பகுதியின் நிகர (net) நீளம் $= \pi (D - d)$ .... (45)

எடை மேல் நோக்கி நகரும் தூரம் $= \frac{\pi}{2}(D-d)$ ....(46)

திறன் விசை நகரும் தூரம் $= \pi D$ ....(47)

எனவே, திசை வேக விகிதம் (V.R.) $= \dfrac{\pi D}{\frac{\pi}{2}(D-d)}$

$$= \frac{2D}{(D-d)} \quad \text{....(48)}$$

இயந்திர லாபம், M.A. = W/P ....(49)

பயனுறு திறன், $\eta = \dfrac{M.A.}{V.R.}$ ....(50)

சில சமயங்களில், மேலே உள்ள கப்பிகளின் விட்டங் களுக்குப் பதில், அவற்றில் அமைக்கப்பட்டிருக்கும் பற்களின் எண்ணிக்கை தரப்பட்டிருக்கும். சான்றாக,

T_1 = பெரிய கப்பியில் உள்ள பற்கள் (Teeth)

T_2 = சிறிய கப்பிகளில் உள்ள பற்கள் என்றால்

$$V.R. = \frac{2T_1}{T_1 - T_2} \quad ....(51) \text{ ஆகும்.}$$

மாதிரி - 8.

வெஸ்டன் கப்பித் தொகுதி ஒன்றில், சிறிய கப்பியின் ஆரம் பெரிய கப்பியின் ஆரத்தில் **9/10** பங்கு உள்ளது. இக்கப்பித் தொகுதியில், 20kg. திறன் விசையால் தூக்க இயலும் எடை எவ்வளவு? $\eta = 50\%$

d = 9/10 D (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

$$\text{எனவே, திசை வேக விகிதம் } V.R. = \frac{2 \times D}{(D - (9/10)\ D)}$$

$$= \frac{2D}{(1/10)\ D} = 20$$

பயனுறு திறன் $\eta = 50\%$ (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

$$\text{ie } \frac{M.A.}{V.R.} = 0.5$$

ie M.A. = 0.5 x V.R. = 0.5 x 20

= 10 ஆகும்.

$$\text{ஆனால், இயந்திர லாபம் } M.A. = \frac{W}{P}$$

எனவே W/P = 10

அல்லது W = 10 P

= 10 x 20

= 200kg.

மாதிரி - 9.

வேறுபாட்டு வெஸ்டன் கப்பித் தொகுதி ஒன்றில், இரு கப்பிகளின் மேல் அமைக்கப்பட்டிருக்கும் பற்களின் வேறுபாடு

3. *இத்தொகுதியின் பயனுறு திறன் 60% 100N திறன் விசையைக் கொண்டு 1000N எடையைத் தூக்க இயலும் எனில், அவ்விரு கப்பிகளிலும் அமைக்கப்பட்டிருக்கும் பற்களின் எண்ணிக்கை என்ன?*

(பஞ்சாப் பல்கலைக் கழகம்)

பெரிய கப்பியில் உள்ள பற்களின் எண்ணிக்கை = T_1

சிறிய கப்பியில் உள்ள பற்களின் எண்ணிக்கை = T_2

எனக் கொள்வோம்

$T_1 - T_2 = 3$ (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

திசை வேக விகிதம், $V.R. = \dfrac{2T_1}{T_1 - T_2} = \dfrac{2T_1}{3}$

இயந்திரலாபம் = $M.A. = \dfrac{W}{P} = \dfrac{1000N}{100N} = 10$

பயனுறு திறன், $\eta = \dfrac{M.A.}{V.R.} = \dfrac{10}{2\ T_1/3} = 0.6$

எனவே $2T_1 = \dfrac{30}{0.6} = 50$

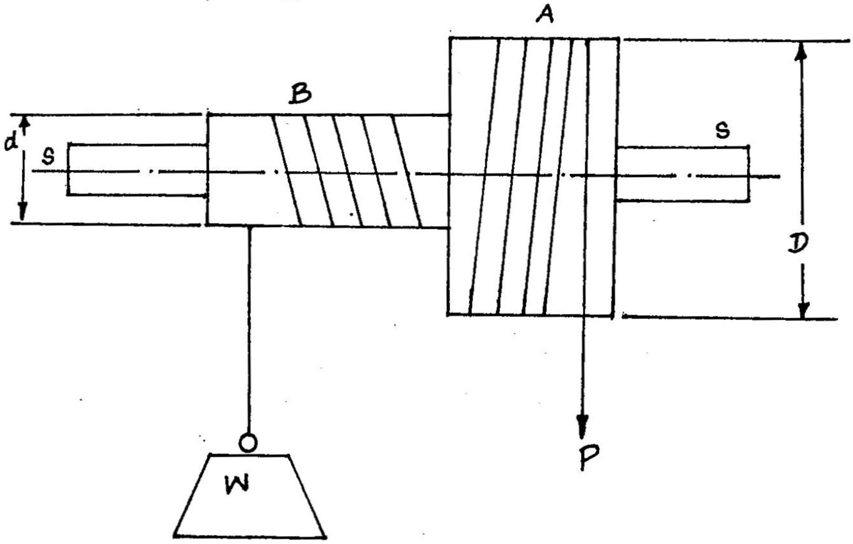
∴ $T_1 = 25$., $T_2 = 22$ ஆகும்.

சுரைப்பல்பொறிக்கப்பித் தொகுதியைப் பற்றி (Worm geared pulley block) பிறகு காண்போம்.

II-B சக்கரம் - அச்சு இனம் (Wheel & Axle Family)

14. சாதாரணச் சக்கர - அச்சு (Ordinary wheel - Axle)

படம் 4-11ல் சாதாரணச் சக்கர - அச்சு காண்பிக்கப் பட்டுள்ளது. சக்கரம் Aயும், B யும் 'S' என்னும் ஒரே தண்டில் (Shaft) இணைக்கப்பட்டுள்ளன. அச்சு Bயைச் சுற்றி நூல் ஒன்று வரிந்து சுற்றப்படுகிறது (Wound). இந்நூலின் மறுமுனையில் எடை W செயல்படுகின்றது. மற்றொரு நூல் சக்கரம் Aயைச் சுற்றி எதிர்த்திசையில் வரிந்து சுற்றப்படுகிறது. இந்நூலின் மறுமுனையில் திறன் விசை P செயல்படுகின்றது.



படம் 4-11 சாதாரணச் சக்கரம்-அச்சு

இங்கு,

D = திறன் விசை செயல்படும் சக்கரத்தின் விட்டம்

d = எடை செயல்படும் அச்சின் விட்டம்

W = தூக்கப்படும் எடை மற்றும்

P = செயல்படும் திறன் எனக் கொள்வோம்.

சக்கரம், அச்சு ஆகிய இரண்டும் ஒரே தண்டுடன் (Shaft) இணைக்கப்பட்டிருப்பதால், சக்கரம் ஒருமுறை சுற்றும்பொழுது, அச்சும் ஒரு முறைச் சுற்றுகிறது. எனவே திறன்விசைச் சக்கரம் ஒரு முறை சுற்றுகையில், திறன் விசை நகரும் தூரம் = πD

எடை நகரும் தூரம் = πd

திசை வேக விகிதம், $V.R. = \frac{\pi D}{\pi d} = \frac{D}{d}$ ....(52)

இயந்திரலாபம், $M.A. = W/P$ .....(53)

மற்றும் பயனுறு திறன் $\eta = \frac{M.A.}{V.R.}$ ....(54)

மாதிரி -10.

சாதாரணச் சக்கரம் - அச்சு இயந்திரம் ஒன்றில், சக்கரத்தின் விட்டம் = 50cm அச்சின் விட்டம் 15cm. 150 kg எடை ஒன்றை 10m / நிமிடம் வீதம் தூக்குகையில் இயந்திரத்தின் பயனுறு திறன் 75% எனில், அவ்வியந்திரத்தில் எவ்வளவு HP செயல்பட வேண்டும்?

திசை வேக விகிதம் $V.R. = \frac{50}{15} = 3.33$

தூக்கப்படும் எடை W = 150 kg.

இயந்திரத்தால் செய்யப்படும் வேலை (விளைவளவு)

$$= 150 \times \frac{10}{60} = 25 mkg.$$

பயனுறு திறன் = 0.75

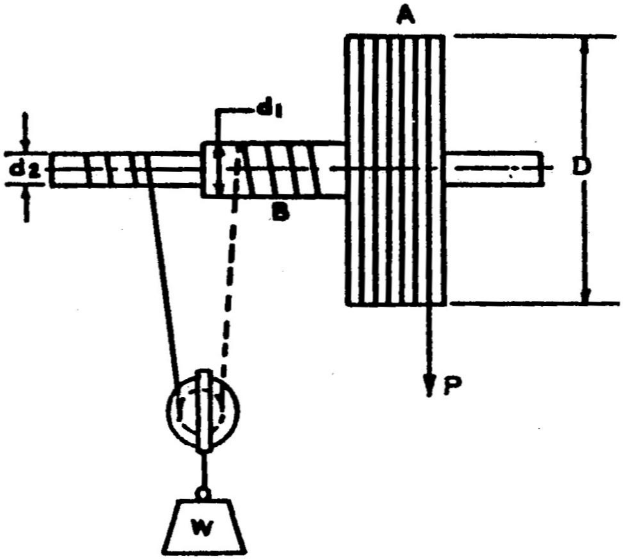
இயந்திரத்தின் மீது செய்யப்படும் வேலை (செலவளவு)

$$= \frac{25}{0.75} = 33.33 mkg.$$

அல்லது $\frac{33.33}{75} = .44\ HP$

15. வேறுபாட்டுச் சக்கரம்-அச்சு (Differential Wheel and Ax/le)

படம் 4-12 இல் வேறுபாட்டுச் சக்கரம்-அச்சு இயந்திரம் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது. இவ்வியந்திரத்தில், எடை அச்சு BC வெவ்வேறு விட்டங்கள் கொண்ட இரு பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளது.



படம் 4-12 வேறுபாட்டு சக்கரம் - அச்சு இயந்திரம்

சக்கரம் A, அச்சுகள் B மற்றும் C ஆகியவை ஒரே தண்டுடன் இணைக்கப்பட்டிருக்கும். திறன்விசை செயல்படும் நூல் சக்கரம் Aயைச் சுற்றி வரிந்து சுற்றப்பட்டுள்ளது. மற்றொரு நூல் அச்சு B யைச் சுற்றி வரிந்து சுற்றப்பட்ட பின்னர் அச்சு C யைச் சுற்றி, அச்சு Bயில் சுற்றப்பட்ட திசைக்கு எதிர்த்திசையில், வரிந்து சுற்றப்பட்டுள்ளது. (படம் 4 - 12). சக்கரம் A, அச்சு C ஆகிய இரண்டிலும் ஒரே திசையிலும், அச்சு B யில் எதிர்த் திசையிலும் நூல் வரிந்து சுற்றப்பட வேண்டும். எடை W கப்பி ஒன்றின் மூலமாக அச்சுகள் A,B,C ஆகியவற்றிற்கு இடையே உள்ள நூல்பகுதியில் படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு இணைக்கப் பட்டிருக்கும். இதனால், சக்கரம் Aயிலிருந்து திறன் விசை செயல் படும் நூல் கழன்றுவரும்போது (Unwind), அச்சு Cயிலிருந்தும் எடை செயல்படும் நூல் கழன்று வரும். ஆனால் எடை செயல்படும் நூல் அச்சு Bயில் சுற்றிக் கொள்ளும். (படம் 4-12).

இங்கு,

D = சக்கரம் A வின் விட்டம்

d_1 = அச்சு Bயின் விட்டம்

d_2 = அச்சு Cயின் விட்டம்

w = இயந்திரத்தால் தூக்கப்படும் எடை

P = செயல்படும் விசை என இருக்கட்டும்.

திறன் விசை செயல்படும் சக்கரம் A ஒரு முறை சுற்றும்பொழுது, திறன் விசை நகரும் தூரம் $= \pi D$

ஒரு சுற்றில், அச்சு Bயில் சுற்றிக் கொள்ளும் நூலின் நீளம் $= \pi d_1$

ஒரு சுற்றில், அச்சு Cயில் கழன்று கொள்ளும் நூலின் நீளம் $= \pi d_2$

∴ ஒரு சுற்றில், சுற்றிக்கொள்ளப்படும் நூலின் நீளம் $= \pi (d_1 - d_2)$

எடை மேல் நோக்கி நகரும் தூரம் $= \frac{1}{2} \pi (d_1 - d_2)$

திசை வேக விகிதம், $V.R. = \dfrac{\pi D}{\frac{1}{2} \pi (d_1 - d_2)} = \dfrac{2D}{(d_1 - d_2)}$ ....(55)

இயந்திரலாபம், பயனுறு திறன் - இவற்றை வழக்கம்போல் கண்டுபிடிக்கலாம்.

மாதிரி -11.

வேறுபாட்டுச் சக்கரம்-அச்சு இயந்திரம் ஒன்றில், சக்கரத்தின் விட்டம் = 40cm. அச்சுகளின் விட்டங்கள் முறையே 15cm மற்றும் 10cm. எடையைத் தூக்குவதற்குப் பயன்படுத்தப் படும் கயிற்றின் விட்டம் 1cm.

இவ்வியந்திரத்தின் பயனுறு திறன் 75% எனில், 20kg திறன்விசையால் தூக்க இயலும் எடையைக் கண்டுபிடி (கேரளா பல்கலைக் கழகம்)

கயிற்றின் விட்டம் = 1cm

எனவே, சக்கரத்தின் விட்டம், D = 40 +1 = 41cm

பெரிய அச்சின் விட்டம், d_1 = 15+1 = 16cm

சிறிய அச்சின் விட்டம், d_2 = 10+1 = 11cm

எனவே, திசை வேக விகிதம், $V.R. = \frac{2D}{d_1 - d_2} = \frac{2 \times 41}{16 - 11} = \frac{82}{5}$

பயனுறு திறன் $= 0.75 = \frac{M.A.}{V.R}$ (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

எனவே, M.A. = 0.75 xV.R.

= 0.75 x 82/5

ஆனால் $M.A. = \frac{W}{P} = \frac{W}{20}$

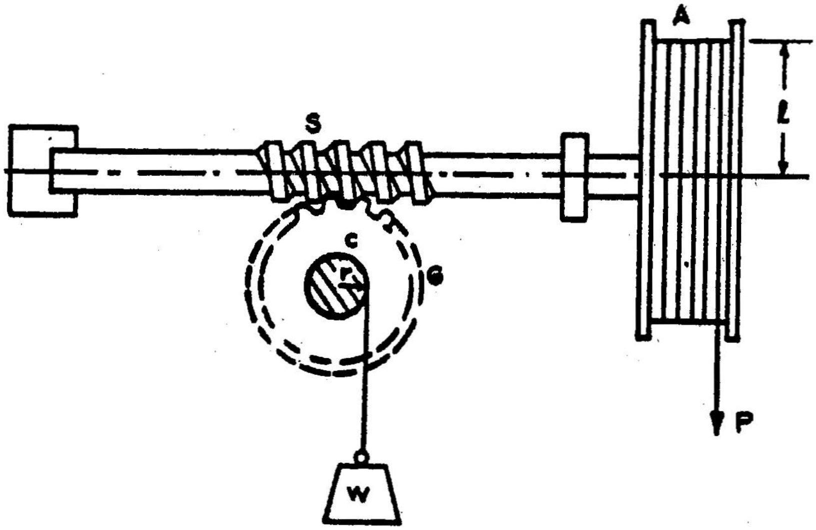
$$\frac{W}{20} = 0.75 \times \frac{82}{5}$$

W = 15 x 82/5 = 246kg.

தூக்க இயலும் எடை = 246 kg.

16. சுரை- சுரைச் சக்கரம் (Worm and worm wheel)

இவ்வமைப்பில் சதுர மரை கொண்ட திருகு S ஒன்றும் (Square Threaded Screw) (இதனைச் சுரை என்பர்) பற்கள் அமைக்கப்பட்டுள்ள சக்கரம் ஒன்றும் (G) (Toothed Wheel) (இதனைச் சுரைச் சக்கரம் என்பர்) ஒன்றுடன் ஒன்று படம் 4-13இல் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளவாறு பல்லிணைப்பால் (gear) பொருத்தப்பட்டிருக்கும். சுரையுடன் 'A' என்ற சக்கரம் ஒன்றும் இணைக்கப்பட்டிருக்கும். படத்தில் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளவாறு, சக்கரம் Aயின் மேல் கயிறு ஒன்று சுற்றிச் செல்கிறது. சில சமயங்களில் சக்கரத்திற்குப் பதிலாகக் கைப்பிடி (Handle) ஒன்று இணைக்கப்பட்டு இருக்கும்.



படம் 4-13 சுரை – சுரைச் சக்கரம்

எடை உருளை ஒன்று C (Load Drum) சுரைச் சுக்கரம் G யுடன் படத்தில் காண்பித்துள்ளவாறு உறுதியாக இணைக்கப் பட்டுள்ளது.

இங்கு

l = திறன் விசைச் சக்கரத்தின் ஆரை அல்லது
கைப்படியின் நீளம்

r = எடை உருளையின் ஆரை

W = தூக்கப்படும் எடை

P = செயல்படும் திறன்விசை, மற்றும்

T = சுரைச் சக்கரத்திலுள்ள பற்களின் எண்ணிக்கை என இருக்கட்டும்.

திறன்விசைச் சக்கரம் A ஒரு முறை சுற்றுகையில், திருகு S சுரைச்சக்கரத்தை ஒரு பல் வரை நகர்த்தினால் அதனை ஒற்றை

மரைச் சுரை (Single threaded worm) என்றும், இரு பல் வரை நகர்த்தினால் அதனை இரட்டை மரைச் சுரை (Double threaded worm) என்றும் அழைக்கின்றனர்.

இப்பொழுது ஒற்றை மரைச் சுரை அமைப்பைப் பற்றிக் காண்போம். திறன் விசைச் சக்கரம் ஒரு முறை சுற்றும்பொழுது, திறன் விசை நகரும் தூரம் = $2\pi l$. இதே சமயத்தில் சுரைச் சக்கரம் ஒரு பல் வரை நகர்த்தப்படுகிறது. அதாவது சுரைச் சக்கரம் சுற்றும் தூரம் = $1/T$ ஆகும்.

எனவே, எடை உருளை, சுற்றும் தூரம் = $\frac{2\pi r}{T}$

ஃ திசை வேக விகிதம், $V.R. \frac{2\pi l}{2\pi r/T} = \frac{lT}{r}$ ....(56)

வழக்கம் போல இயந்திரலாபம், $M.A. = \frac{W}{P}$

பயனுறு திறன் $\eta = \frac{M.A.}{V.R.}$

குறிப்பு:

(i) இரட்டை மரைச் சுரை ஒன்றில், திசை வேக விகிதம்,

$V.R. = \frac{lT}{2r}$

(ii) 'n' மரைச் சுரை ஒன்றில் திசை வேக விகிதம்

$V.R. = \frac{lT}{nr}$

பயிற்சி -12.

இரட்டை மரைச் சுரை ஒன்றில், சுரைச் சக்கரத்தின் மீதுள்ள பற்கள் **50**. திறன் விசைச் சக்கரத்தின் விட்டம் 200mm. எடை உருளையின் விட்டம் 100mm. திசை வேக விகிதத்தைக் கண்டுபிடி. இவ்வியந்திரத்தின் பயனுறு திறன் 20% எனில், **30**N எடையைத் தூக்குவதற்குத் தேவைப்படும் திறன் விசை எவ்வளவு? (ஆக்ஸ்போர்ட் பல்கலைக் கழகம்)

திறன் விசைச் சக்கரத்தின் ஆரம் $= \frac{200}{2} = 100mm = 10cm.$

எடை உருளையின் ஆரம் $= \frac{100}{2} = 50\ mm. = 5cm.$

பயனுறு திறன் η $= 0.2$

திசை வேக விகிதம், $V.R. = \frac{l}{2r} = \frac{10 \times 50}{2 \times 5} = 50$

பயனுறு திறன் η $= 0.2 = \frac{M.A.}{V.R}$

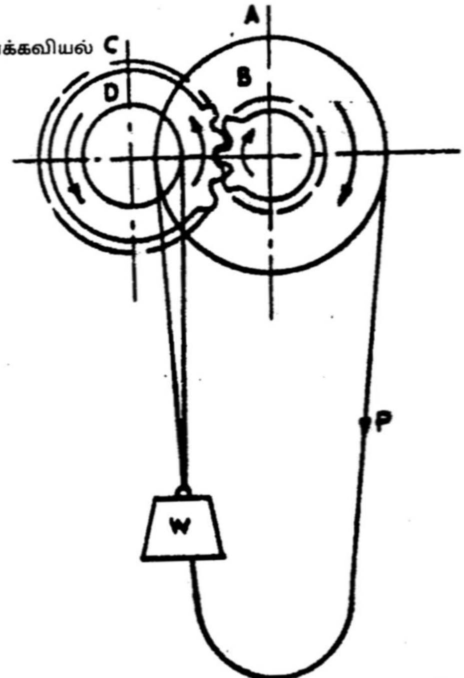
இயந்திரலாபம், M.A. $= 0.2 \times V.R. = 10$

ie $\frac{30}{P} = 10.$

தேவைப்படும் திறன் விசை, $P = \frac{30}{10} = 3N$

17. பல்லிணைப்புக் கப்பித் தொகுதி (Geared Pulley Block)

படம் 4-14இல் பல்லிணைப்புக் கப்பித் தொகுதி காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது. இதில், பல்சக்கரம் (Cogwheel) Aயைச் சுற்றித் தொடர் சங்கிலி ஒன்று செல்கின்றது. பல் சக்கரம் A இணைக்கப்பட்டுள்ள அதே தண்டுடன், மற்றொரு சிறிய பல்லிணைப்புச்சக்கரம், B (இதனைப்பினியன் (Pinion) என்பர்) பொருத்தப்பட்டுள்ளது. பினியன் சக்கரம் B, மற்றொரு பெரிய பல்லிணைப்புச் சக்கரத்துடன், (சக்கரம் C உடன்) (இதனை ஸ்பர் பல்லினை (Spurwheel) என்பர்) பொருத்தப்பட்டு உள்ளது. ஸ்பர் சக்கரம் C இணைக்கப்பட்டுள்ள அதே தண்டுடன் மற்றொரு பல்சக்கரம் D இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இப்பல் சக்கரம் D யைச் சுற்றிச் செல்லும் பிறிதொரு சங்கிலியில் எடை செயல் படுகின்றது.



படம் 4.14. பல்லிணைப்புக் கப்பித் தொகுதி

இங்கு,

T_1 = சக்கரம் Aயில் உள்ள பற்களின் (Cogs) எண்ணிக்கை

T_2 = சக்கரம் Bயில் உள்ள பற்கள் (Teeth)

T_3 = சக்கரம் Cயில் உள்ள பற்கள் மற்றும்

T_4 = சக்கரம் Dயில் உள்ள பற்கள் (cogs) என இருக்கட்டும்

சக்கரம் A ஒரு முறை சுற்றுகையில் திறன் விசை நகரும் தூரம் $= T_1$

பினியன் சக்கரம் B சுற்றும் சுற்றுகள் = 1.

(ie சுற்றும் தூரம் $= T_2$)

ஃ ஸ்பர் சக்கரம் C சுற்றும் சுற்றுகள் $= \frac{T_2}{T_3}$

எனவே, பல்சக்கரம் Dயில் சுற்றுகள் $= \frac{T_2}{T_3}$

எடை நகரும் தூரம் = $\frac{T_2}{T_3} \times T_4$

∴ திசை வேக விகிதம், $V.R. = \dfrac{T_1}{\frac{T_2}{T_3} \times T_4}$

ie. $V.R. = \dfrac{T_1 \times T_3}{T_2 \times T_4}$ ....(57)

மாதிரி 13.

பல்லிணைப்புக் கப்பித் தொகுதி ஒன்றின் விபரங்கள் வருமாறு:

திறன் விசைச் சக்கரத்திலுள்ள பற்களின் எண்ணிக்கை	**= 90**
எடைச் சக்கரத்திலுள்ள பற்களின் எண்ணிக்கை	**= 8**
பினியனில் உள்ள பற்கள்	**= 25**
ஸ்பர் சக்கரத்தில் உள்ள பற்கள்	**= 40**

இவ்வியந்திரத்தினைக் கொண்டு செலுத்தக் கூடிய பெருமத்திறன் விசை 50kg. எனில், தூக்கக்கூடிய பெரும எடை எவ்வளவு? இவ்வியந்திரத்தின் பயனுறு திறனை 75% என எடுத்துக் கொள்ளவும். (சென்னைப் பல்கலைக் கழகம், 1975)

திசை வேக விகிதம், $V.R. = \dfrac{T_1\ T_3}{T_2\ T_4} = \dfrac{90 \times 40}{25 \times 8} = 18$

பயனுறு திறன், $\eta = 0.75$ (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

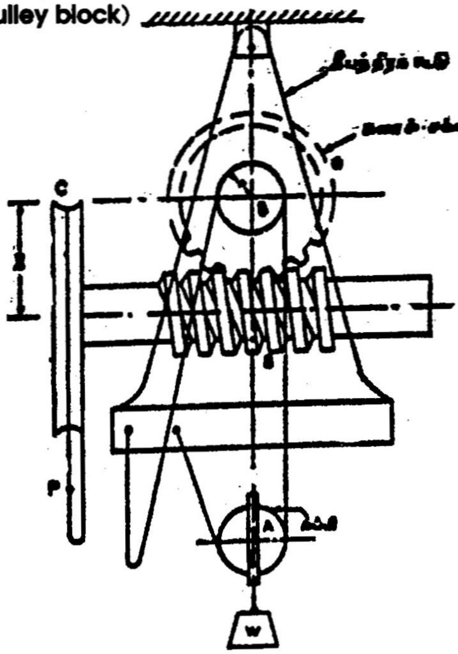
எனவே $\dfrac{M.A.}{V.R.} = 0.75$

ie $M.A. = 0.75 \times V.R. = 0.75 \times 18 = 13.5$

ie $\dfrac{W}{P} = 13.5$

∴ $W = 13.5 \times P = 13.5 \times 50 = 675$ kg.

18. சுரை- பல்லிணைப்புக் கப்பித் தொகுதி (Worm geared pulley block)



படம் 4-15 சுரை - பல்லிணைப்புக் கப்பித் தொகுதி

சுரை சுரைச்சக்கரம் இயந்திர்த்தினைக் காட்டிலும் சில முன்னேற்றங்கள், சுரை- பல்லிணைப்புக் கப்பித் தொகுதியில் செய்யப்பட்டுள்ளன. கப்பித் தொகுதி ஒன்றின் உதவியால் சுரை-பல்லிணைப்புக் கப்பித் தொகுதியின் திசை வேக விகிதம் அதிகரிக்கப்படுகின்றது. இவ்வியந்திரத்தில் சதுர மரை கொண்ட திருகு S ஒன்றும், சுரைச் சக்கரம் G ஒன்றும் பல்லிணைப்பால் பொருத்தப்பட்டுள்ளன. கயிற்றின் ஒரு முனை, இயந்திரத்தின் கூட்டுடன் (Frame) இணைக்கப்பட்டுள்ளது. எடை உருளை Bயைச் சுற்றிக் கொண்டு, பின்னர் கப்பி A வழியே அதனைச் சுற்றிக் கொண்டு, கயிற்றின் மறுமுனையும் இயந்திரத்தின் கூட்டுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. (படம் 4-15) சக்கரம் Cயில் திறன் விசை செயல்படுகின்றது.

இங்கு

P= திறன் விசைச் சக்கரத்தின் ஆரை அல்லது கைப்பிடியின் நீளம்

r = எடை உருளை B யின் ஆரை

W= தூக்கப்படும் எடை

P = செயல்படும் திறன் விசை, மற்றும்

T = சுரைச்சக்கரம் G யின் மீதுள்ள பற்களின் எண்ணிக்கை.

முதலில் ஒற்றை மரைச் சுரையைப் பற்றிக் காண்போம்:

திறன் விசைச் சக்கரம் ஒரு முறை சுற்றுகையில், திறன் விசை நகரும் தூரம் $= 2\pi l$

சுரைச்சக்கரம் G மற்றும் எடை உருளை ஆகிய இரண்டும் $\frac{1}{T}$ சுற்று நகரும்

எனவே, எடை மேல் நோக்கி நகரும் தூரம்

$$= \frac{1}{2} \times \frac{2\pi r}{T} = \frac{\pi r}{T}$$

திசை வேக விகிதம், $V.R. = \frac{2\pi l}{\pi r/T} = \frac{2lT}{r}$ ...(58)

'n' மரைச் சுரை அமைப்பில், $V.R. = \frac{2lT}{nr}$ ...(59)

மாதிரி 14.

சுரைப் பல்லிணைப்புக் கப்பித் தொகுதி ஒன்றில், திறன் விசைச் சக்கரத்தின் விளைவுறு விட்டம் (Effective Diameter) 20 cm. ஒற்றை மரைச் சுரை அமைப்புள்ள அவ்வியந்திரத்தில், சுரைச் சக்கரத்தின் மேலுள்ள பற்கள் **60**. எடை உருளையின் விளையுறு விட்டம் 9 cm. 1600 kg. எடையைத் தூக்குவதற்கு 15 kg. திறன் விசை தேவையென்றால், அவ்வியந்திரத்தின் பயனுறு திறன் எவ்வளவு? (ஜோத்பூர் பல்கலைக் கழகம், **1969**)

திறன் விசைச் சக்கரத்தின் விளைவுறு விட்டம்

$2l = 20$cm (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

சுரைச்சக்கரத்தின் மீது உள்ள பற்கள், T = 60

எடை உருளையின் விளைவுறு விட்டம், 2r = 9cm

எனவே, l = 10cm

r = 4.5 cm

T = 60

ஆகிய மதிப்புகளைச் சமன்பாடு (58) இல் பிரதியிடத்

திசை வேக விகிதம், $V.R. = \frac{2lT}{r}$

$$\text{ie } V.R. = \frac{2 \times 10 \times 60}{4.5} = \frac{800}{3}$$

இயந்திரலாபம், $M.A. = \frac{W}{P} = \frac{1600}{15}$

$$\text{எனவே பயனுறுதிறன்} = \frac{\frac{1600}{15}}{\frac{800}{3}} = 0.4$$

$$= 40\%$$

19. கையடக்கமான வின்ச் வகைகள் (Crab winches)

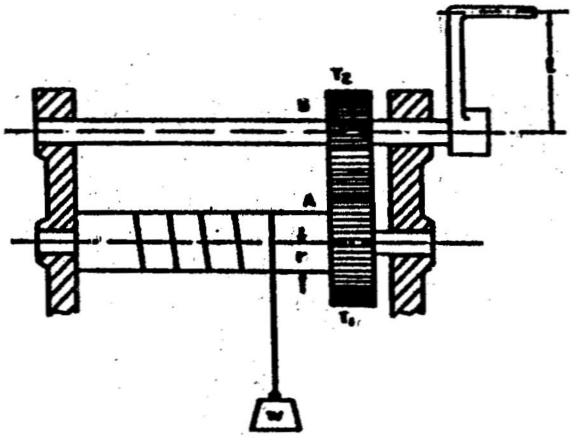
(i) ஒற்றை ஆதாய வின்ச் (Single Purchase Winch)

இவ்வியந்திரத்தில், ஸ்பர் சக்கரம் A பினியன் சக்கரம் B ஆகிய இரு பல்லிணைப்புச் சக்கரங்கள் உள்ளன. ஸ்பர் சக்கரம் A எடை உருளையின் அச்சுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. பினியன் சக்கரம் Bயின் அச்சோடு, திறன் விசைச் செயல்படும் கைப்பிடி இணைக்கப்பட்டுள்ளது (படம் 4 - 16)

இங்கு

T_1 = ஸ்பர் சக்கரம் Aயில் உள்ள பற்களின் எண்ணிக்கை

T_2 = பினியன் சக்கரம் Bயில் உள்ள பற்களின் எண்ணிக்கை



படம் 4-16 ஒற்றை ஆதாய வின்ச்

l = கைப்பிடியின் நீளம்

r = எடை உருளையின் ஆரை

W = தூக்கப்படும் எடை

P = செயல்படும் திறன் விசை

கைப்பிடி ஒருமுறை சுற்றுகையில், திறன் விசை நகரும் தூரம் $= 2\pi l$

பினியன் சக்கரம் B சுற்றும் சுற்றுக்களின் எண்ணிக்கை = 1

ஸ்பர் சக்கரம் A சுற்றும் சுற்றுகளின் எண்ணிக்கை $= \frac{T_2}{T_1}$

எனவே, எடை உருளை சுற்றும் சுற்றுக்களின் எண்ணிக்கை $= \frac{T_2}{T_1}$

எடை மேல் நோக்கி நகரும் தூரம் = $2\pi r \frac{T_2}{T_1}$

திசை வேக விகிதம் $V.R = \frac{2\pi l}{2\pi r\ T_2/T_1} = \frac{l}{r} \times \frac{T_1}{T_2}$

$$ie\ V.R. = \frac{l\,T_1}{r\,T_2}$$

அதாவது திசை வேக விகிதம்,

$$V.R. = \frac{l}{r} \times \frac{\text{ஸ்பர் சக்கரத்தில் உள்ள பற்கள்}}{\text{பினியன் சக்கரத்தில் உள்ள பற்கள்}} \quad ....(61)$$

மாதிரி 15.

ஒற்றை ஆதாய வின்ச் ஒன்றின் கைப்பிடி நீளம் = 30cm; எடை உருளையின் விட்டம் = 12 cm; எடை தூக்கும் கயிற்றின் விட்டம் =1cm. பினியன் சக்கரத்தில் உள்ள பற்கள் =25 மற்றும் ஸ்பர் சக்கரத்தில் உள்ள பற்கள் = 130. இவ்வியந்திரத்தின் திசை வேக விகிதம் என்ன? 20kg திறன் விசை 192kg எடையைத் தூக்கினால் இயந்திரலாபம் எவ்வளவு? பயனுறு திறன் எவ்வளவு? (பூனா பல்கலைக் கழகம்)

கைப்பிடியின் நீளம், l = 30cm.

எடை உருளையின் விளைவுறு ஆரை, = $\frac{12+1}{2}$ = 6.5 cm.

$T_1 = 130$; மற்றும் $T_2 = 25$

திசைவேக விகிதம், $V.R. = \frac{30}{6.5} \times \frac{130}{25} = 24$

இயந்திரலாபம், $M.A. = \frac{192}{20} = 9.6$

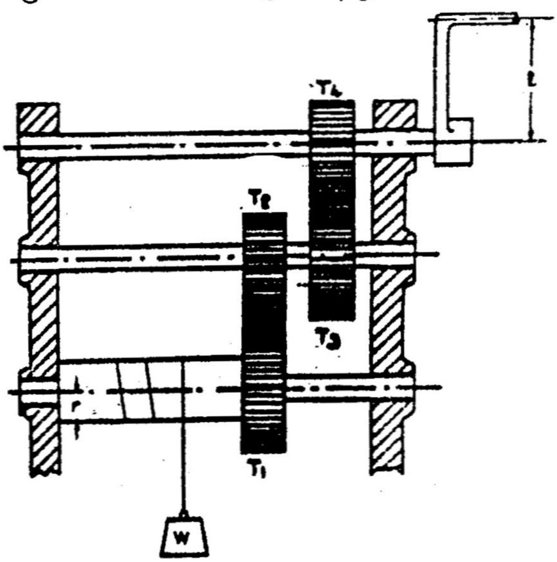
பயனுறு திறன், $\eta = \frac{9.6}{24} = 0.4$

$= 40\%$

(ii) இரட்டை ஆதாய வின்ச் (Double Purchase winch)

படம் 4-17இல் இரட்டை ஆதாய வின்ச் காண்பிக்கப் பட்டுள்ளது. ஒற்றை ஆதாய வின்ச்சைக் காட்டிலும் இரட்டை ஆதாய வின்ச்சில் திசை வேக விகிதம் அதிகம் கிடைக்குமாறு இவ்வியந்திரத்தை அமைப்பான்மை (Design) செய்துள்ளனர்.

இரட்டை ஆதாய வின்ச் ஒன்றில், இரு ஸ்பர் சக்கரங்களும், இரு பினியன் சக்கரங்களும் உள்ளன. திறன் விசை கைப்பிடி ஒன்றின் மூலமாகச் செயல்படுகின்றது.



படம் 4-17 இரட்டை ஆதாய வின்ச்

இங்கு,

T_1 மற்றும் T_2 ஸ்பர் சக்கரங்களிலுள்ள பற்களின் எண்ணிக்கை

T_2 மற்றும் T_4 பினியன் சக்கரங்களிலுள்ள பற்களின் எண்ணிக்கை

l = கைப்பிடி நீளம்

r = எடை உருளையின் ஆரை

W = தூக்கப்படும் எடை

P = செயல்படும் திறன் விசை

திறன் விசை செயல்படும் கைப்பிடி ஒரு முறை சுற்றும்பொழுது திறன் விசை நகரும் தூரம் $= 2\pi l$.

பினியன் சக்கரம் 4 - சுற்றும் சுற்றுகளின் எண்ணிக்கை = 1

எனவே,

ஸ்பர் சக்கரம் 3 - சுற்றும் சுற்றுகளின் எண்ணிக்கை $= \frac{T_4}{T_3}$

எனவே,

பினியன் சக்கரம் 2 - சுற்றும் சுற்றுகளின் எண்ணிக்கை $= \frac{T_4}{T_3}$

ஸ்பர் சக்கரம் 1 - சுற்றும் சுற்றுகள் $= \frac{T_2}{T_1} \times \frac{T_4}{T_3}$

எடை மேல் நோக்கி நகரும் தூரம் $= 2\pi r \times \frac{T_2\ T_4}{T_1\ T_3}$

∴ திசை வேக விகிதம், $V.R. = \frac{2\pi l}{2\pi r\ T_2\ T_4/T_1\ T_3}$

$$= \frac{l}{r} \times \frac{T_1}{T_2} \times \frac{T_3}{T_4}$$

$$V.R. = \frac{l}{r}\left\{\frac{T_1 \times T_3}{T_2 \times T_4}\right\} \quad ....(62)$$

அதாவது திசை வேக விகிதம்

$$= \frac{l}{r} \times \frac{\text{ஸ்பர் சக்கரங்களில் உள்ள பற்களின் பெருக்கல் பலன்}}{\text{பினியன் சக்கரங்களில் உள்ள பற்களின் பெருக்கல் பலன்}}$$

மாதிரி 16.

இரட்டை ஆதாய வின்ச் ஒன்றின் விபரங்கள் வருமாறு:

எடை உருளையின் விளைவுறு விட்டம்	= 16 cm.
கைப்பிடியின் நீளம்	= 36 cm.
பினியன் சக்கரங்களில் உள்ள பற்கள்	= 20 மற்றும் 30
ஸ்பர் சக்கரங்களில் உள்ள பற்கள்	= 75 மற்றும் 90

சோதனையின் போது, 9kg திறன் விசை 180kg எடையையும் 13.5 kg திறன் விசை 315kg. எடையையும் தூக்குகின்றன எனத் தெரிய வருகிறது.

இவ்வியந்திரத்தின் (I) இயந்திரத்தின் விதி (II) 450 kg. எடையைத் தூக்கத் தேவைப்படும் தோராயமான திறன் விசை (III) மேற்கண்ட நிகழ்வுக்கூற்றில், இயந்திரத்தின் பயனுறு திறன் மற்றும் (IV) பெருமப்பயனுறு திறன் ஆகியவற்றைக் கண்டுபிடி.

(கேம்பிரிட்ஜ் பல்கலைக் கழகம்)

(I) இயந்திரத்தின் விதி

$P = mW + C$

ie $9 = m \times 180 + C$ .....(I)

ie $13.5 = m \times 315 + C$ ....(II)

சமன்பாடு (II) சமன்பாடு (I) லிருந்து

$4.5 = 135\,m.$

அல்லது $m = \frac{1}{30}$ ஆகும்

சமன்பாடு (I)இல் பிரதியிட்டால்

$$9 = \frac{1}{30} \times 180 + C = 6 + C$$

$\therefore C = 3.$

எனவே இயந்திரத்தின் விதி,

$$P = \frac{1}{30} W + 3 \text{ ஆகும்.}$$

(ii) 450kg. எடையைத் தூக்கத் தேவைப்படும் திறன் விசை

$$P = \frac{1}{30} \times 450 + 3 = 18kg. \text{ ஆகும்.}$$

(iii) திசை வேக விகிதம் $= \frac{l}{r} \left\{\frac{T_1 \times T_3}{T_2 \times T_4}\right\}$

$$= \frac{36}{8} \left\{\frac{75 \times 90}{20 \times 30}\right\} = 50.6$$

இயந்திரலாபம் $= \frac{W}{P} = \frac{`450}{18} = 25$

பயனுறுதிறன், $\eta = \frac{25}{50.6} = 0.49 = `49\%$

(iv) பெருமப் பயனுறு திறன், $\eta_{\text{பெருமம்}} = \frac{1}{m} \times \frac{1}{V.R.}$

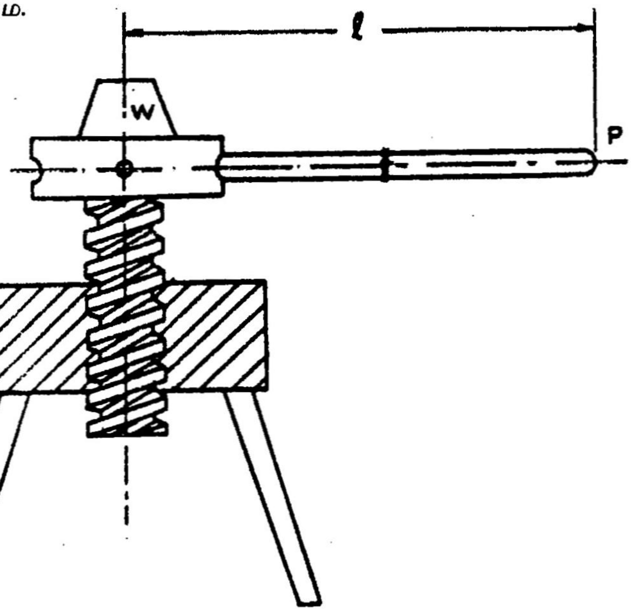
$$= \frac{1}{\frac{1}{30} \times 50.6} = \frac{30}{50.6} = 59.3\%$$

II C ஜாக்கி இனம் (Jack Family)

20. எளிய திருகு ஜாக்கி (Sample Screw Jack)

படம் *4–18*இல் எளிய திருகு ஜாக்கி ஒன்று விளக்கப் பட்டுள்ளது. திருகு ஜாக்கி, சாய்தளத்தின் அடிப்படையில் வேலை செய்கின்றது. திருகுடன் பொருத்தப்பட்டுள்ள கைப்பிடியைத் திருப்புவதன் மூலம், எடை ஒன்றை இத்திருகு ஜாக்கிகள் உதவி கொண்டு தூக்கலாம்.

ஒற்றை மரை கொண்ட எளிய ஜாக்கி ஒன்றைத் தற்போது கருதுவோம்.



படம் 4-18 எளிய திருகு ஜாக்கி.

இங்கு

l = திறன் விசைக் கரத்தின் (effort arm) நீளம்

P = திருகின் புரியிடைத் தூரம்

W = தூக்கப்படும் எடை

P = செயல்படும் திறன் விசை

திருகு ஒருமுறை சுற்றும்போது, திறன் விசை நகரும் தூரம்

$= 2\pi l$

எடை மேல் நோக்கி நகரும் தூரம் $= p$

திசை வேக விகிதம் $V.R. = \frac{2\pi l}{p}$ ....(63)

மாதிரி 17.

எளிய திருகு ஜாக்கி ஒன்றின் புரியிடைத்தூரம் 1cm. கைப்பிடியின் நீளம் 40cm இவ்வியந்திரத்தைக் கொண்டு 500kg எடையைத் தூக்கத் வேைப்படும் திறன் விசை எவ்வளவு? உராய் வைப் புறக்கணிக்கவும் (பம்பாய் பல்கலைக் கழகம்)

திசை வேக விகிதம், $V.R. = \frac{2\pi \times 40}{1} = 251.3$

பயனுறு திறன் = 1 (உராய்வு புறக்கணிக்கப்படுவதால்)

எனவே, $M.A. = \frac{W}{P} = 251.3$

திறன் விசை, $P = \frac{500}{251.3} = 2kg.$

21. வேறுபாட்டுத்திருகு ஜாக்கி (Differential screw Jack)

படம் 4-19இல் வேறுபாட்டுத்திருகு ஜாக்கி ஒன்று விளக்கப் பட்டுள்ளது. இதில், வேறுபாட்டுத்திருகில் A,B என்னும் இரு பகுதிகள் உள்ளன. பகுதி A யின் வெளிப்புறம், உட்புறம் ஆகிய இரு புறங்களிலும் மரைகள் உள்ளன. ஆனால் பகுதி Bயின் வெளிப்புறம் மட்டுமே மரைகளால் அமைந்துள்ளது. பகுதி Aயின் வெளிப்புற மரைகள், பகுதி Cயினுடன் பல்லிணைப்பால் பொருத்தப் பட்டுள்ளன. பகுதி A யின் உள்புறமரைகள், பகுதி Bயின் வெளிப்புற மரைகளுடன் பல்லிணைப்பால் பொருத்தப்பட்டுள்ளன.

திருகு B சுற்றுவதில்லை, ஆனால் நிலைக் குத்துத் திசையில் நகரவல்லது. எடை W இதன் மேல் செயல்புரிகின்றது. திறன் விசை செயல்படும்போது திருகு A மேல் நோக்கியும், திருகு B கீழ் நோக்கியும் ஒரே சமயத்தில் நகர்கின்றன. எனவே எடை தூக்கப்படும் (அல்லது நகரும்) தூரம், திருகு A,B ஆகியவற்றின் இயக்கங்களின் குறிக்கூட்டுத்தொகையாகும். (Aigetraic cum)

இங்கு,

p_1 = திருகு A வின் புரியிடைத் தூரம்
p_2 = திருகு Bயின் புரியிடைத் தூரம்
l = திறன் விசைக் கரத்தின் நீளம்

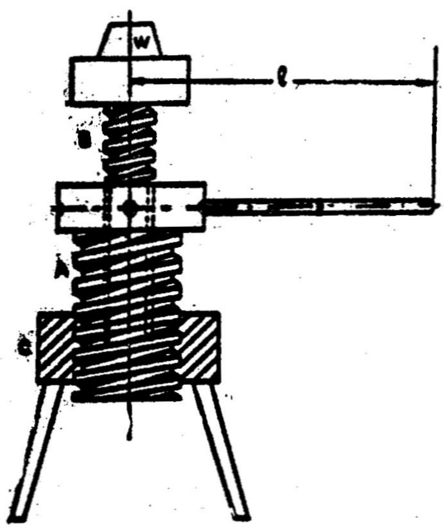
திறன் விசைக் கரம் ஒரு முறை சுற்றும்போது, திறன் விசை நகரும் தூரம் $= 2\pi l$

திருகு A மேல் நோக்கி நகரும் தூரம் $= p_1$

திருகு B கீழ்நோக்கி நகரும் தூரம் $= p_2$

எனவே, எடை நகரும் நிகர தூரம் (Net distance) $= p_1 - p_2$

$$\text{திசை வேக விகிதம்} = \frac{2\pi l}{p_1 - p_2} \quad ....(64)$$



படம் 4-19 வேறுபாட்டுத் திருகு ஜாக்கி

மாதிரி 18.

வேறுபாட்டு ஜாக்கி ஒன்றின் இரு திருகுகளின் புரியிடைத் தூரங்கள் முறையே 10mm. மற்றும் 7mm. இவ்வியந்திரத்தின் பயனுறு திறன் 28%. 5KN எடையைத்தூக்குவதற்கு 360mm. நீளமுள்ள திறன் விசைச் சக்கரத்தில் செயல்பட வேண்டிய திறன் திசை எவ்வளவு? (லண்டன் பல்கலைக் கழகம்)

திசை வேக விகிதம் $V.R. = \frac{2\pi l}{p_1 - p_2} = \frac{2 \times \pi \times 36}{1-0.7} = 753.9$

∴ பயனுறு திறன், $\eta = \frac{M.A.}{V.R.} = \frac{W/P}{753.9} = 0.28$

$W/P = 0.28 \times 753.9$

ie $\frac{5000}{P} = 211$

$P = \frac{5000}{211} = 23.69\ N$

22. சுரைப்பல்லிணைப்பு ஜாக்கி (Worm geared Jack) அல்லது கூட்டுத் திருகு ஜாக்கி (Compound screw Jack)

படம் 4-20இல் சுரை - பல்லிணைப்பு ஜாக்கி ஒன்று விளக்கப்பட்டுள்ளது. சுரை - சுரைச் சக்கரத்தின் தத்துவத்தின் (Principle) அடிப்படையில் இவ்வியந்திரம் அமைந்துள்ளது. ஒற்றை மரைச் சுரை அமைந்துள்ள இயந்திரத்தைக் காணலாம்.

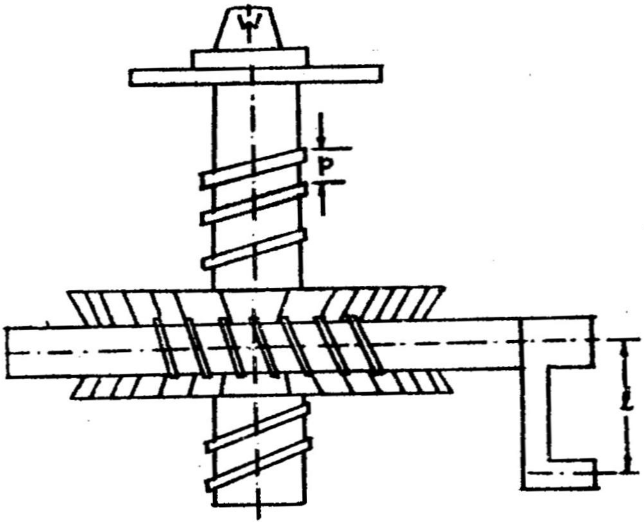
இங்கு,

T = சுரைச் சக்கரத்திலுள்ள பற்களின் எண்ணிக்கை

p = திருகின் புரியிடைத்தூரம் .

W = தூக்கப்படும் எடை

P = திறன் விசை



படம் 4-30 சுரை - பல்லிணைப்பு ஜாக்கி

திறன் விசைக் கைப்பிடி ஒரு முறை சுற்றும்போது, திறன் விசை நகரும் தூரம் $2\pi l$

சுரை இப்பொழுது ஒரு முறை சுற்றும். ஒற்றை மரைச் சுரை, சுரைச் சக்கரத்தை ஒரு பல் தூரம் நகர்த்துகிறது. அதாவது, சுரைச்சக்கரம் சுற்றும் சுற்றுகள் $= \frac{1}{T}$ திருகு ஜாக்கி சுற்றும் சுற்றுள் $= \frac{1}{T}$

எடை மேல் நோக்கி நகரும் தூரம் $= \left(\frac{1}{T}\right) p$

எனவே திசை வேக விகிதம் $= \frac{2\pi l}{p}/T = \frac{2\pi l T}{p}$ ....(65)

'n' மரைச் சுரை அமைப்பில், திசை வேக விகிதம்,

$$V.R. = \frac{2\pi l T}{n.p.} \quad ....(66)$$

மாதிரி 19

பல்லிணைப்புத் திருகு ஜாக்கி ஒன்றின் தகவல்கள் வருமாறு:

திறன் விசைக் கைப்பிடியின் நீளம் = 350 mm.

சுரைச் சக்கரத்திலுள்ள பற்களின் எண்ணிக்கை = 80

புரியிடைத் தூரம் = 10 mm.

திறன் விசை, P = 20 kg.

பயனுறு திறன், η = 25%

திசை வேக விகிதம், இயந்திரலாபம் இவற்றை அறிக. இத்திறன் விசையால் தூக்க இயலும் எடை எவ்வளவு?

திசை வேக விகிதம் $V.R. = \frac{2\pi lT}{p}$

$$= \frac{2\pi \times 35 \times 80}{1} = 16,800$$

பயனுறுதிறன், $\eta = \frac{M.A.}{V.R.}$

ie $0.25 = \frac{M.A.}{V.R.}$

இயந்திரலாபம் = 0.25 x 16800 = 4200

தூக்கப்படும் எடை, W = 4200 x 20 = 84000 kg.

= 84 T

பயிற்சி 4

வினா 1

இயந்திரம் ஒன்றின் 'இயந்திரத்தின் விதி' பயனுறு திறன் ஆகியவற்றினை அறியச் சோதனை ஒன்று நடத்தப்படுகிறது. இயநதிரத்தின் திசை வேக விகிதம் = 20. திறன் விசை, அதனால் தூக்கப்படும் எடை ஆகியவை வருமாறு:

W	30	40	50	60	70	80	90	100
P	7	8.5	10	11.5	13.5	14.5	16	17.5

எடை, திறன் விசை ஆகியவற்றின் தொடர்பை வரைபடம் மூலம் அறிக. (மைசூர் பல்கலைக்கழகம்)

வினா 2

எடை தூக்கும் இயந்திரம் ஒன்றின் திசை வேகம் = 20' 125 kg. எடையைத் தூக்க 10kg. திறன் விசை தேவைப்படுகிறது. திறன் விசை நீக்கப்பட்டால், அவ்வியந்திரம் மறுதலைத் திசையிலும் வேலை செய்யும் என்று காண்பி.

(ஆக்ரா பல்கலைக்கழகம்)

வினா 3

முதல் வகைக் கப்பித் தொகுதி ஒன்றில், 5 இயங்கு கப்பிகள் உள்ளன. இவ்வியந்திரத்தின் பயனுறு திறன் 80% என்றால், 1200kg. எடையைத் தூக்கத் தேவைப்படும் திறன் விசை எவ்வளவு?

(ரூர்க்கி பல்கலைக்கழகம்)

வினா 4

இரண்டாம் வகைக் கப்பித் தொகுதி ஒன்றில், மேல் கப்பிச் சட்டத்தில் மூன்றும், கீழ்க் கப்பிச் சட்டத்தில் மூன்றுமாக ஆறு கப்பிகள் உள்ளன. 30kg. எடை ஒன்றைத் தூக்க 120 N திறன் விசை தேவைப்படுகிறது என்றால், அவ்வியந்திரத்தின் பயனுறு திறனைக் கண்டுபிடி.

வினா 5

மூன்றாம் வகைக் கப்பித் தொகுதி ஒன்றில், 4 கப்பிகள் உள்ளன. மிகக் கீழே உள்ள கப்பியிலிருந்து, 4 கபபிகளின் எடைகளும் வருமாறு: 4,5,6 மற்றும் 7kg. 112 kg. எடையைத் தூக்கத் தேவைப்படும் திறன் விசையைக் கண்டுபிடி.

வினா 6

(a) வெஸ்டன் வேறுபாட்டுக் கப்பித் தொகுதி வேலை செய்யும் விதத்தை விவரி. (b) வெஸ்டன் வேறுபாட்டுக் கப்பி ஒன்றின் பெரிய கப்பியில் 10 உள்காடிகளும் (Recesses) சிறிய கப்பியில் 9 உள்காடிகளும் உள்ளன. 1000 kg. எடையைத் தூக்குவதற்கு 100kg. திறன் விசை தேவைப்படுகிறது எனில், இவ்வியந்திரத்தின் பயனுறுதிறன் எவ்வளவு?

வினா 7.

எளிய சக்கரம்-அச்சு இயந்திரம் ஒன்றில், திறன் விசைச் சக்கரத்தின் ஆரை 24 cm., அச்சின் ஆரை 4cm. 60 kg. திறன் விசையால் 300 kg. எடையைத் தூக்க இயலுமென்றால், இவ்வியந்திரத்தின் பயனுறுதிறன் எவ்வளவு?

(மதுரைப் பல்கலைக்கழகம்)

வினா 8

வேறுபாட்டுச் சக்கரம்-அச்சு இயந்திரம் ஒன்றின், திசை வேக விகிதம் 12. கப்பியின் உராய்வு எண் 0.1 எனில், 20N எடையைத் தூக்கத் தேவைப்படும் திறன் விசை எவ்வளவு?

(குஜராத் பல்கலைக்கழகம்)

வினா 9

மூன்று மரைச் சுரை-சுரைச் சக்கர இயந்திரம் ஒன்றில், 200 kg. எடையைத் தூக்க 20cm., நீளமுள்ள கைப்பிடி ஒன்றின் மூலம் 10 kg. திறன்விசை செயல்பட வேண்டியுள்ளது. எடை உருளையின் ஆரை 4cm. சுரைச் சக்கரத்திலுள்ள பற்களின் எண்ணிக்கை 48. இவ்வியந்திரத்தின் திசை வேக விகிதம், பயனுறுதிறன் ஆகியவற்றைக் கண்டுபிடி.

வினா 10.

சுரை பல்லிணைப்புக் கப்பித் தொகுதி ஒன்றிலுள்ள திறன் விசைச் சக்கரத்தின் விட்டம் 250 mm. 'இரட்டை மரை' கொண்ட அச்சுரை இயந்திரத்தில், சுரைச் சக்கரத்திலுள்ள பற்களின் எண்ணிக்கை = 50. எடை உருளையின் விட்டம் = 100 mm. இவ்வியந்திரத்தின் பயனுறுதிறன் 40% எனில், 1 டன் எடையைத் தூக்குவதற்குத் தேவைப்படும் திறன் விசை எவ்வளவு?

வினா 11

பல்லிணைபபு கப்பித் தொகுதி ஒன்றின் தகவல்கள் வருமாறு:

திறன் விசைச் சக்கரத்திலுள்ள பற்களின் எண்ணிக்கை = 100

எடைச் சக்கரத்திலுள்ள பற்களின் எண்ணிக்கை = 20

பினியன் சக்கரத்திலுள்ள பற்களின் எண்ணிக்கை = 10

ஸ்பர் சக்கரத்திலுள்ள பற்களின் எண்ணிக்கை = 60

பயனுறு திறன் 60% என்றால், 20 kg. திறன் விசையால் தூக்க இயலும் எடை எவ்வளவு?

(பம்பாய் பல்கலைக்கழகம்)

வினா 12.

ஒற்றை ஆதாய வின்ச் ஒன்றின் கைப்பிடி நீளம் = 50 cm; எடை உருளையின் விட்டம் = 30 cm., பினியன் சக்கரத்திலுள்ள பற்களின் எண்ணிக்கை 25; ஸ்பர் சக்கரத்திலுள்ள பற்களின் எண்ணிக்கை = 175. இவ்வியந்திரத்தின் பயனுறுதிறன் 80%. இவ்வியந்திரத்தைக் கொண்டு செயல்படுத்தக் கூடிய பெருமத்திறன் விசை = 40 kg. எனில், இவ்விசையால் தூக்க இயலும் பெரும எடை எவ்வளளவு?

வினா 13.

இரட்டை ஆதாய வின்ச் ஒன்றில், பினியன் சக்கரங்களில் உள்ள பற்களின் எண்ணிக்கை 20, 25; ஸ்பர் சக்கரங்களில் உள்ள பற்களின் எண்ணிக்கை 50 மற்றும் 60. திறன் விசைக்

கைப்பிடியின் நீளம் = 600 mm. எடை உருளையின் விளைவுறு விட்டம் = 150 mm. திசை வேக விகிதம் என்ன?

இவ்வியந்திரத்தின் பயனுறு திறன் 60% எனில், திறன் விசை 25 நியூட்டனால் (25 N) தூக்க இயலும் எடை எவ்வளவு?

(ஆக்ரா பல்கலைக்கழகம்)

வினா 14

எளிய திருகு ஜாக்கி ஒன்றில், புரியிடைத் தூரம் 1.5 cm. உள்ள திருகு உள்ளது. 5000kg எடையைத் தூக்குவதற்கு, 50cm நீளமுள்ள கைப்பிடியின் முனையில் செயல்பட வேண்டிய திறன் விசை எவ்வளவு? பயனுறு திறன் 50% எனக் கொள்ளவும்.

வினா 15

வேறுபாட்டுத்திருகு ஜாக்கி ஒன்று எடையைத் தூக்குவதற்குப் பயன்படுத்தப்படுகிறது. இதிலுள்ள திருகுகளின் புரியிடைத்தூரங்கள் முறையே 10mm மற்றும் 6mm. 2500 N. எடையைத் தூக்குவதற்கு, 400mm நீளமுள்ள கைப்பிடியின் முனையில் செயல்பட வேண்டிய திறன் விசை எவ்வளவு? பயனுறு திறன் 28% எனக் கொள்ளவும்

(சென்னைப் பல்கலைக்கழகம்)

வினா 16

சுரைப்பல்லிணைப்புக் கூட்டுத் திருகு ஜாக்கி ஒன்றினைப் பற்றிய தகவல்கள் வருமாறு

திறன் விசைக்கைப்பிடியின் நீளம்	= 20mm
சுரைச் சக்கரத்திலுள்ள பற்களின் எண்ணிக்கை	= 54
திருகு ஜாக்கியின் புரியிடைத்தூரம்	= 10mm
செயல்படும் திறன் விசை	= 20kg

சுரை ஒரு 'இரட்டை மரை' அமைப்பினையும், திருகு ஒரு ' ஒற்றைப் புரியிடைத்தூரம் (Single start) அமைப்பினையும் உடையன. இவ்வியந்திரத்தின் பயனுறு திறன் 25% எனில், கொடுக்கப்பட்டுள்ள திறன் விசையால் தூக்க இயலும் எடை எவ்வளவு?

அதிகாரம்- 5

வெட்டுமுகங்களின் குணங்கள்

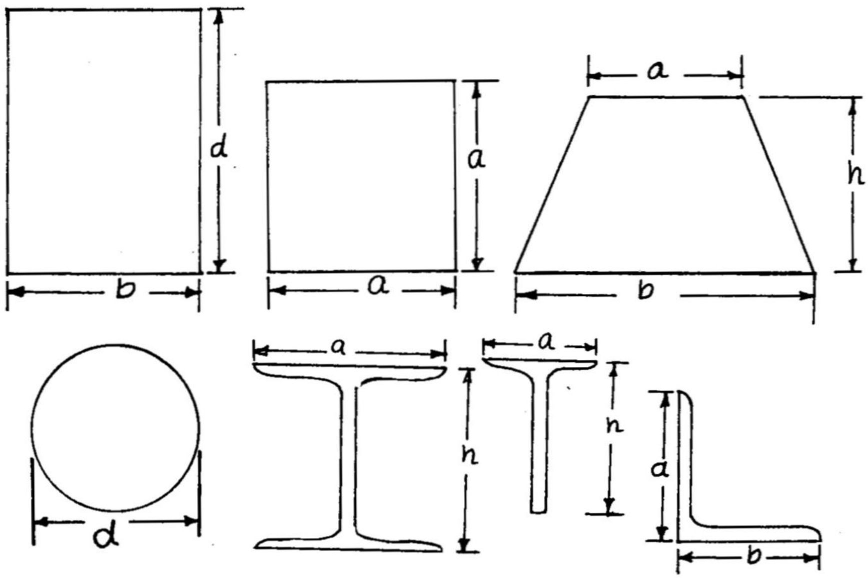
(Properties of Sections)

1. பலவகை வெட்டுமுக வடிவங்கள்:

இழுவிசை (Tensile Force), அமுக்க விசை (Compressive Force) போன்ற நேர்விசைகளைத் (Direct Forces) தடுப்பதற்கும் (Resist),* கத்தரிப்பு விசைப் (Shear Force) போன்ற குறுக்குவாட்ட விசைகளைத் (Transverse Force) தடுப்பதற்கும் பலவகை வெட்டுமுக வடிவங்கள் (Cross Sections) கொண்ட உறுப்புகள் (Member) பயன்படுத்தப்படுகின்றன. தவிரவும் * வளைமைத் திருப்புமையைத் (Bending Moment) தடுப்பதற்கு எனத் தடுப்புத் திருப்புமையைத் (Resisting Moment)* தோற்றுவிக்கவும் முறுக்கு மையைத் (Torque) தடுப்பதற்காக * தடுப்பு முறுக்குமையைத் (Resisting Torque) தோற்றுவிக்கவும் இவ்வுறுப்புகள் பயன்படுத்தப் படுகின்றன. வழக்கத் திலுள்ள பலவகை வெட்டு முகங்களுள், சிலவற்றைப் படம் 5 -1இல் காணலாம்.

---

* இவற்றினைப் பின்வரும் அதிகாரங்களில் காணலாம்.



படம் *5-1* பல வகையான வெட்டு முக வடிவங்கள்:

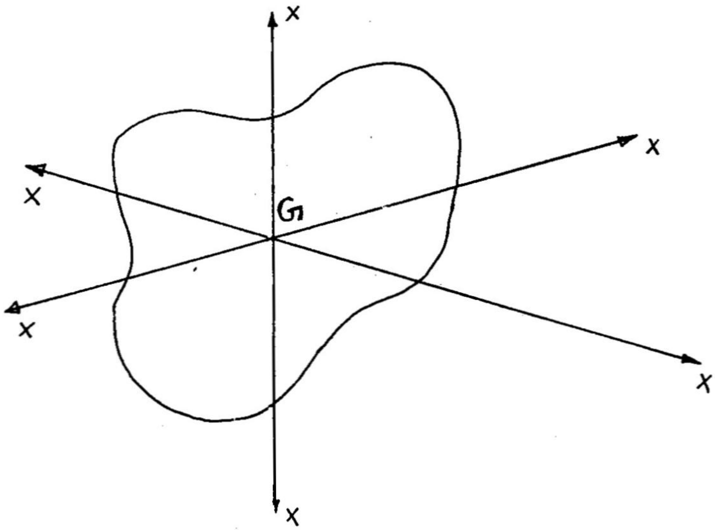
நேர் விசைகளினால், உறுப்புகளின் வெட்டுமுகங்களில் விளையும் தகைவுகள் சீரானவை (Uniform) என முன் அதிகாரங்களில் கண்டோம். நேர்விசைகளினால் தோன்றும் தகைவுகளை அறிய வெட்டு முகத்தின் அடிப்படைக் குணங்களுள் ஒன்றான 'பரப்பினைப்' (Area) பயன்படுத்தினோம்.

இதேபோல், வளைமைத் திருப்புமை, முறுக்குமை (Torque) ஆகியவற்றினால் உறுப்புகளின் வெட்டுமுகங்களில் விளையும் தகைவுகளை அறிய, வெட்டு முகங்களில் பிற குணங்களும் தேவைப்படுவதால், அவற்றினைப்பற்றித் தற்போது காணலாம்.

2. பரப்பு மையம் (Centroid)

பரப்பு ஒன்றின் சமதளத்தில் (Plane) அமைந்துள்ள 'G' என்னும் புள்ளி வழியே செல்லும் எந்த ஒரு XX என்னும் கோட்டினாலும் (படம் 5-2) அப்பரப்பு இரு சம பாகங்களாகப்

பிரிக்கப்பட்டால், G என்னும் அப்புள்ளியே கொடுக்கப்பட்டுள்ள சமதளப் பரப்பின் (Plane area) பரப்பு மையமாகும் (Centroid).



படம் 5-2 சமதளப் பரப்பின் பரப்பு மையம்.

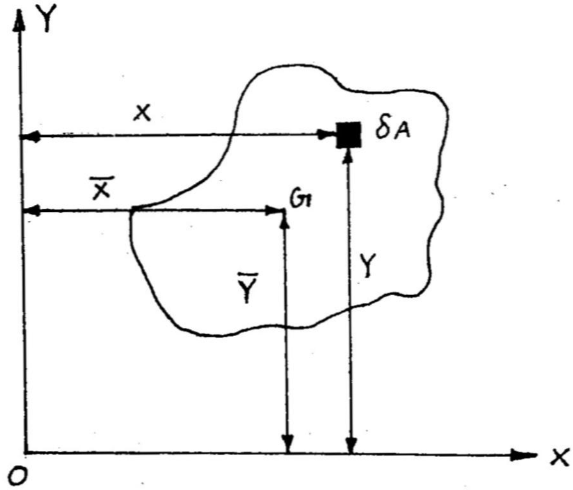
இதனையே வேறு விதமாகவும் கூறலாம். 'சமதளப் பரப்பு ஒன்றில் அமைந்துள்ள அனைத்துப் பரப்புக் கூறுகளின் (elements of area) மையம் அல்லது சராசரி நிலையே (mean position) 'பரப்பு மையம்' எனப்படுகிறது. அதாவது பரப்புமையத்தில் மொத்தப் பரப்பும் மையம் கொண்டுள்ளதாகக் (Concentrated) கருதலாம்.

3. ஈர்ப்பு மையம் (Centre of Gravity)

இவ்விதமே திண்மைப் பொருள் (Solid) ஒன்றில் அமைந்துள்ள அனைத்துப் பொருண்மைக் கூறுகளின் (elements of mass) மையம் அல்லது சராசரி நிலையே (mean position) ''ஈர்ப்பு மையம் '' (Centre of Gravity) எனப்படுகிறது.

4. பரப்புமையத்தினைக் கண்டறிதல்

படம் 5-3 இல் ஒழுங்கற்ற (irregular) வடிவம் ஒன்று ox-oy ஆகிய அச்சுகளைப் பொறுத்து அமைந்துள்ள நிலையினைக் காணலாம்.



படம் 5-3 பரப்பு மையம்

இங்கு

A = வடிவத்தின் மொத்தப் பரப்பு

δA = கருதப்பட்டுள்ள பரப்புக் கூற்றின் பரப்பு

x = OY இலிருந்து கருதப்பட்டுள்ள பரப்புக் கூற்றின் தூரம்

y = OX இலிருந்து கருதப்பட்டுள்ள பரப்புக் கூற்றின் தூரம்

$\bar{x}$ = OY இலிருந்து, வடிவத்தின் பரப்பு மையம் அமைந்துள்ள தூரம்

$\bar{y}$ = OX இலிருந்து, வடிவத்தின் பரப்பு மையம் அமைந்துள்ள தூரம், ஆகும்.

OY - பற்றிப் பரப்புக்கூறு δA இன் திருப்புமை (Moment)
= $x \,.\, \delta A$ (முதல் திருப்புமை என்பர்)

OX - பற்றிப் பரப்புக் கூறு δA இன் திருப்புமை
= $y.\delta A$ (முதல் திருப்புமை என்பர்)

ஏதேனும் ஒரு அச்சினைப் பற்றி (About any axis) பரப்பு மையத்தில் மையம் கொண்டுள்ள மொத்தப் பரப்பின் திருப்புமையும், அதே அச்சினைப் பற்றி அவ்வடிவத்தில் உள்ள அனைத்துப் பரப்புக் கூறுகளின் திருப்புமைகளின் கூட்டுத் தொகையும் சமமாகும்.

தற்போது OY அச்சினைக் கருலாம்.

G இல் மையம் கொண்டுள்ள மொத்தப்பரப்பின் OY பற்றி விளையும் திருப்புமை = $A\bar{x}$ ....(1)

பரப்புக் கூறுகளின் OY பற்றி விளையும் திருப்புமைகளின் கூட்டுத் தொகை = $\Sigma x \delta A$ ....(2)

(1), (2) ஆகிய சமன்பாடுகளைச் சமன் செய்ய

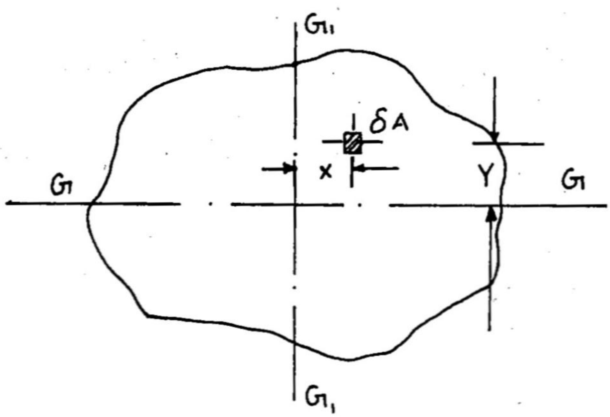
$$\bar{x} A = \Sigma x \delta A \quad ....(3)$$

$$\text{ie } \bar{x} = \frac{\sum x \delta A}{A} \quad ....(4)$$

இதே போன்று $\bar{y} = \dfrac{\sum y \delta A}{A}$ ....(5)

சிறப்பு நிகழ்வுக் கூறு (Special Case)

$\bar{X}$ ன் மதிப்பு, O மதிப்பிற்குச் சமமாக இருந்தால், கருதப் பட்டுள்ள OY அச்சு, பரப்பின் மையத்தின் ஊடே செல்கின்றது என அறியலாம். (படம் 5-4இல்- அச்சு $G_1 G_1$)



படம் 5-4. $\Sigma x \delta A = 0; \Sigma y \delta A = 0$

இவ்வாறே, $\bar{y}$ மதிப்பு O –விற்குச் சமமாக இருந்தால், கருதப்பட்டுள்ள OX அச்சு, பரப்பின் பரப்பு மையத்தின் ஊடே செல்கின்றது எனவும் அறியலாம். (படம் 5-4 இல் அச்சு GG)

தவிரவும் $\bar{y} = O$ எனில்

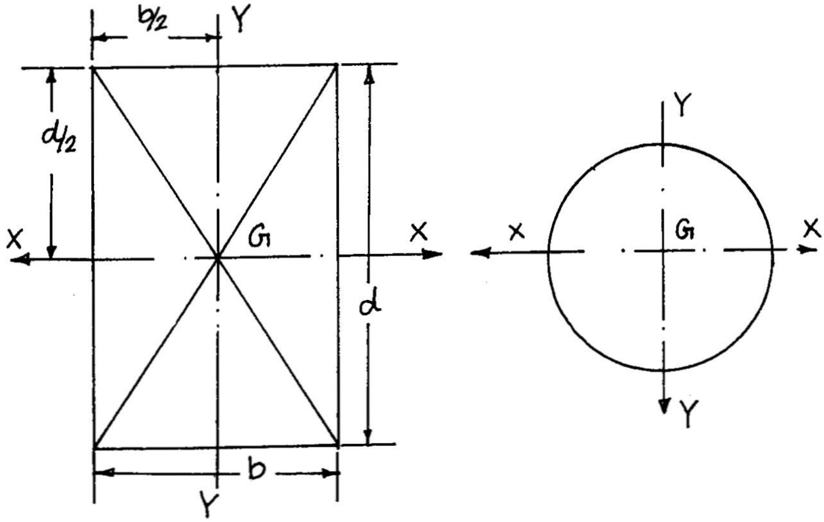
$$\sum \frac{y \delta A}{A} = 0$$ என்றாகிறது.

$A \neq 0$. எனவே $\Sigma y \delta A = O$ என்றாகிறது.

மறுதலையாக, $\Sigma\ y\ \ \delta A = 0$ என்று, கணக்கிடும்போது கிடைத்தால், எந்த அச்சினைப் பற்றி அத்திருப்புமைகள் கணக்கிடப்பட்டனவோ, அந்த அச்சு, பரப்பு மையத்தின் வழியே செல்கின்றது என்று முடிவு செய்யலாம். இக்கூற்று, $\Sigma x \delta A = O$ என்னும் சமன்பாட்டிற்கும் ஏற்றுக் கொள்ளத் தக்கதாகும்.

நிகழ்வுக் கூறு 2

XX, YY அச்சுகள் பற்றி, வெட்டு முகம் ஒன்று சமச்சீராக அமைந்திருந்தால் (Symmetric). அவ்வெட்டுமுகத்தின் பரப்பு மையமும், வடிவமையமும் (Geometric Centre) மேவியிருக்கும் (Coincide). படம் **5-5** இதனை விளக்குகின்றது.



படம் **5-5** சமச்சீர் வெட்டு முகங்களின் பரப்பு மையம்

முக்கியமான வெட்டு முகங்களின் பரப்பு மையங்களைத் தற்போது காணலாம்.

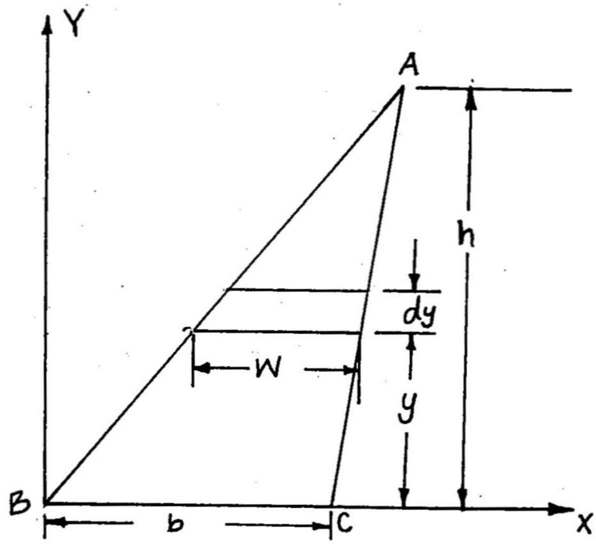
மாதிரி -1 :

முக்கோணப்பரப்பு ஒன்றின் பரப்பு மையத்தை அறிக.

முக்கோணம் ABC யின் பரப்பு மையத்தின்ள் y ஆயத் தூரத்தை (y co-ordinates) அறிய

$$\bar{y} = \frac{\sum y\,da}{A} \qquad ...(6)$$

என்னும் சமன்பாட்டைப் பயன் படுத்துவோம்.



படம் 5-6 முக்கோணத்தின் பரப்பு மையம்.

X அச்சிலிருந்து y உயரத்தில், dy உயரமும், w அகலமும் கொண்ட, X அச்சுக்கு இணையாக அமைந்துள்ள பட்டை ஒன்றை எடுத்துக் கொள்வோம்.

$$A = \sum da = \sum_{y=0}^{y=h} w\,dy \qquad ....(7)$$

w வை, b யின் மொழியில் (in terms of b) கூறினால்,

$\frac{b}{h} = \frac{w}{h-y}$ என்றாகிறது. அதாவது,

$$w = \frac{h-y}{h} \cdot b \qquad \text{....(8)}$$

எனவே, w வின் மதிப்பைச் சமன்பாடு(7) இல் பிரதியிட,

$$A = \sum_{y=0}^{y=h} w dy = \int_{y=0}^{h} \frac{h-y}{h} b \, . dy \qquad \text{.....(9)}$$

$$= \frac{b}{h} \int_{y=0}^{h} (h-y) \, dy = \frac{b}{h} \left[- \frac{(h-y)^2}{2} \right]_o^h = - \frac{b}{h} \left[o - \frac{h^2}{2} \right]$$

$$\text{ie } A = \frac{1}{2} bh \text{ (இதை நாம் முன்னரே அறிவோம்)} \qquad \text{....(10)}$$

$$\text{மேலும்} \quad \sum_{y=0}^{h} y.da = \sum_{y=0}^{h} y.w.dy$$

$$= \int_0^h \frac{b}{h} (h-y) \, y.dy$$

$$= \frac{b}{h} \left[\frac{hy^2}{2} - \frac{y^3}{3} \right]_o^h = \frac{b}{h} \left[\frac{h^3}{2} - \frac{h^3}{3} \right]$$

$$= \frac{b}{h} \left[\frac{h^3}{6} \right] = \frac{bh^2}{6} \qquad \text{......(11)}$$

எனவே சமன்பாடுகள் (10) மற்றும் (11) ஆகியவற்றைச் சமன்பாடு (6) இல் பிரதியிட

$$\bar{y} = \frac{bh^2/6}{bh/2} = \frac{h}{3} \text{ கிடைக்கின்றது.}$$

குறிப்பு: முக்கோணத்தின் குத்துயரம் (Altitude) முக்கோணத்தின் அடிக்கு (Base)ச் செங்குத்தாக அளக்கப்படுகிறது.

மாதிரி -2:

வட்டத் துண்டு (Segment) ஒன்றின் பரப்பு மையத்தை அறிக.

அச்சு OX உடன் θ கோணத்தில் உள்ள வட்டத்துண்டுக் கூற்றின் பரப்பளவு

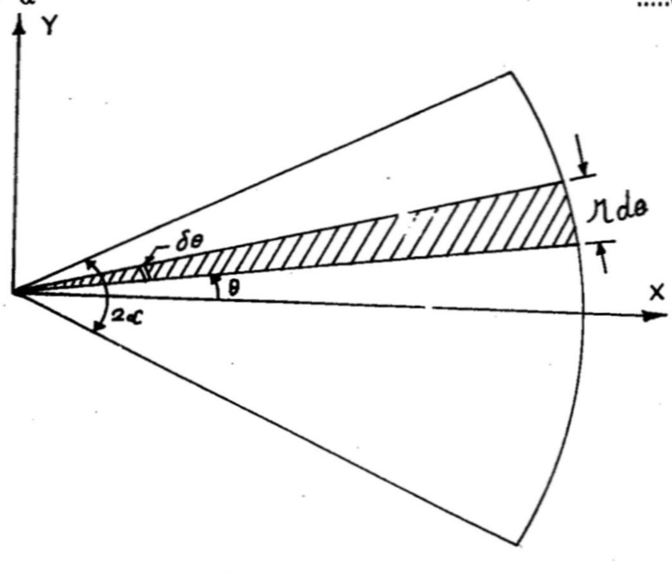
$$\delta a = \frac{1}{2} r^2 d\theta \qquad .....(12)$$

வட்டத் துண்டின் முழுப் பரப்பு

$$A = \int_{\theta=-\alpha}^{\theta=+\alpha} \frac{1}{2} r^2 \, d\theta$$

$$= \frac{1}{2} r^2 \left(\theta\right)_{-\alpha}^{+\alpha} = \frac{1}{2} r^2 .2\alpha$$

$$= r^2 \alpha \qquad .....(13)$$



படம் 5-7 வட்டத் துண்டின் பரப்பு மையம்

தவிரவும், $\sum x\, da = \int_{\theta=-\alpha}^{+\alpha} \frac{1}{2} r^2\, d\theta \,.\, \frac{2}{3} r \cos\theta$

$$= \frac{r^3}{3} \int_{-\alpha}^{+\alpha} \cos\theta\, d\theta = \frac{r^3}{3} \left[\sin\theta \right]_{-\alpha}^{+\alpha} = \frac{r^3}{3} \left[2 \sin\alpha \right]$$

$$= \frac{r^3}{3} \left[2 \sin\alpha \right] = \frac{2}{3} r^3 \sin\alpha \qquad \ldots(14)$$

எனவே, $\bar{x} = \frac{2}{3} r^3 \sin\alpha / r^2 \alpha = \frac{2}{3} \frac{r \sin\alpha}{\alpha}$ ....(15)

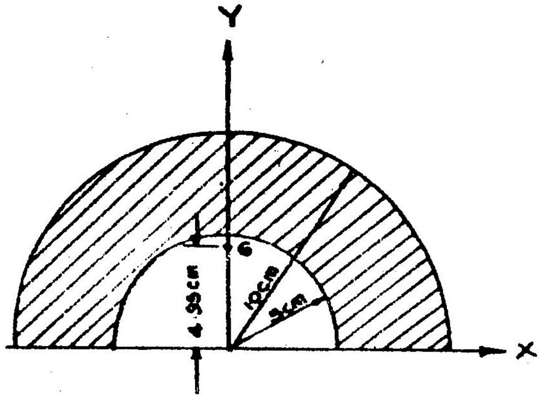
அரை வட்டப் பரப்பின் பரப்பு மையம் கண்டறிய $\alpha = \frac{\pi}{2}$ எனப் பிரதியிட

$$\bar{x} = \frac{2}{3} r \frac{\sin \pi/2}{\pi/2} = \frac{4}{3} \frac{r}{\pi} \qquad \ldots(16)$$

மாதிரி-3:

10cm ஆரையுள்ள அரை வட்டம் ஒன்றிலிருந்து 5 cm ஆரையுள்ள அரை வட்டம் ஒன்று வெட்டி எடுக்கப்பட்ட பின்னர் மீதமுள்ள வட்ட வளையத்தின் பரப்பு மையத்தினைக் காண். (படம் 5-8 இல் நிழலீடு (Shaded) செய்யப்பட்டுள்ளது)

இந்நிகழ்வுக் கூற்றில், நுண் தொகையிட (Integrate) வேண்டிய தில்லை. 10cm. ஆரையுள்ள அரை வட்டப் பரப்பிற்கும் 5cm. ஆரையுள்ள வட்டப் பரப்பிற்கும் உள்ள பரப்பு வேறுபாடு, நிழலீடு செய்யப்பட்ட அரைவட்ட வளையத்தின் பரப்பிற்குச் சமம் எனக் கருதலாம்.



படம் 5-8 அரைவட்ட வளையத்தின் பரப்பு மையம்

அரைவட்ட வளையத்தின் பரப்பு மையத்தின் Y- ஆயத் தூரம்

$$\bar{y} = \int Y\,da/A \qquad .....(17)$$

10cm ஆரையுள்ள மொத்த அரைவட்டத்தின் முதல் திருப்புமை (First moment) யிலிருந்து, 5cm ஆரையுள்ள அரைவட்டத்தின் முதல் திருப்புமையைக் கழித்தால், அரைவட்ட வளையப் பரப்பின் முதல் திருப்புமை கிடைக்கிறது. அதாவது,

$$\int y\,da = \frac{1}{2} \times \pi \times 10^2 \times \frac{4}{3} \times \frac{10}{\pi} - \frac{1}{2} \times \pi \times 5^2 \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{\pi}$$

$$= 2000/3 - 250/3 = 1750/3.$$

தவிரவும் நிழலீடு செய்யயப்பட்ட அரைவட்ட வளையத்தின் பரப்பு

$$A = \frac{1}{2} \times \pi \times 10^2 - \frac{1}{2} \times \pi \times 5^2$$

$$= \frac{1}{2} \times \pi \times 75$$

எனவே, $\bar{y} = \frac{\int y da}{A} = \frac{1750/3}{75\pi/2} = 4.95cm.$

அரைவட்ட வளையம் சமச்சீராக இருப்பதினால், பரப்பு மையம் Y அச்சில், X அச்சிலிருந்து 4.95 cm தூரத்தில் உள்ளது. படம் **5-8** இல் பரப்பு மையம் G என்று குறிக்கப்பட்டுள்ளது.

மாதிரி -4.

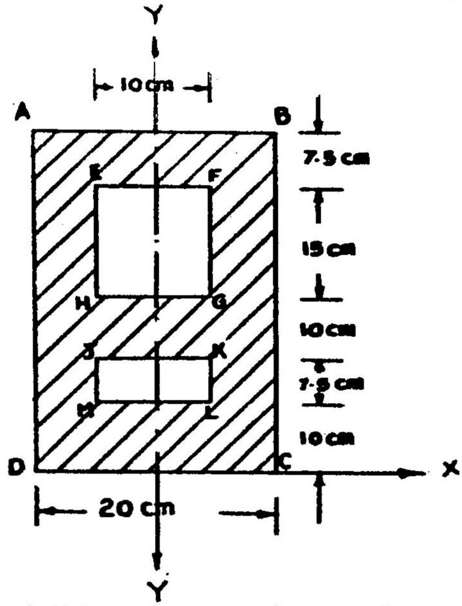
20cm அகலமும், 50cm நீளமும் கொண்ட நீண்ட சதுரம் ஒன்றிலிருந்து, 10cm அகலமும் 15cm நீளமும் கொண்ட ஒரு நீண்ட சதுரமும், 10cm அகலமும், 7.5cm நீளமும் கொண்ட மற்றொரு நீண்ட சதுரமும் படம் **5-9**இல் காண்பித்துள்ளவாறு வெட்டி எடுக்கப்பட்ட பின்னர், மீதமுள்ள நிழலீடிட்ட பகுதியின் பரப்பு மையத்தைக் காண்.

இந்நிகழ்வுக் கூற்றில், நுண் தொகையிட வேண்டியதில்லை.

Y அச்சு செங்குத்துச் சமச்சீர் அச்சாகத் தேர்ந்தெடுக்கப் பட்டுள்ளது.

X அச்சு நீண்ட சதுரத்தின் அடிப் பகுதியில் இருக்குமாறு தேர்ந் தெடுக்கப்பட்டுள்ளது.

குறிப்பு: பரப்பு மையம் அரைவட்ட வளையப்பகுதியினுள் இல்லை என்பதைக் கவனி. எனவே இவ்வகை வடிவங்களின் பரப்பு மையம் வடிவத்தின் பரப்பிற்குள் அமைய வேண்டியது அவசியமில்லை என்றாகிறது.



படம் 5-9 பரப்பு மையம் காணல்

பரப்பு மையத்தின் Y ஆயத்தூரம் $\bar{y}$ எனக் கொண்டால்,

$$\bar{y} = \frac{\int y\,da}{A} \qquad .....(18)$$

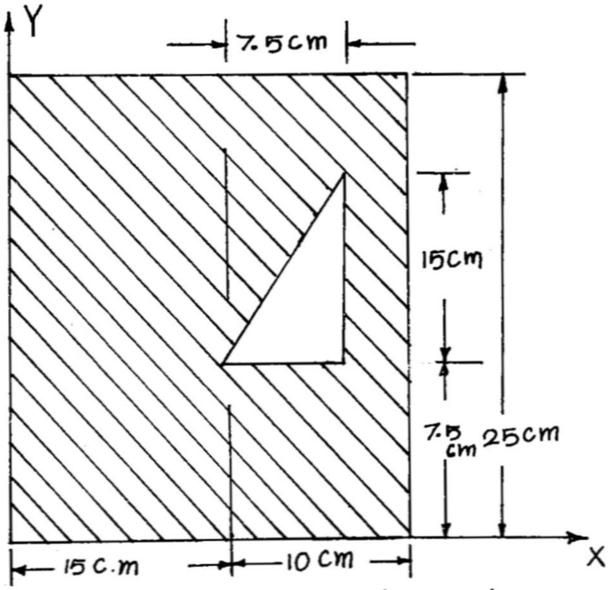
தவிரவும் நிழலீடிட்ட பகுதி Y அச்சு பற்றிச் சமச்சீராக விளங்குவதால் $x = 0$

$$\text{எனவே, } \bar{y} = \frac{(20 \times 50 \times 25) - [(10 \times 15 \times 35) + (10 \times 7.5 \times 13.75)]}{(20 \times 50) - [(10 \times 15) + (10 \times 7.5)]}$$

$$= \frac{25000 - (5250 + 1031.25)}{(1000 - (150 + 75))} = \frac{18718.75}{775} = 24.15\,cm.$$

மாதிரி :

படம் **5-10** இல் காண்பிக்கப்பட்டுள்ள, நிழலீடிட்ட பகுதியின் பரப்பு மையத்தைக் காண்.



படம் **5-10** பரப்பு மையம் காணல்.

இப்படத்தில் சமச்சீர் அச்சு ஏதுமில்லை. எனவே, படத்தில் காண்பித்துள்ளவாறு OX,OY அச்சுகளைத் தேர்ந்தெடுக்கலாம். $\bar{x}$, $\bar{y}$ ஆகியவற்றினைக் கீழ்க்காணும் வண்ணம் பட்டியலிட்டு, கண்டறிதல் எளிது; பிழை நேர வாய்ப்புகள் குறைவு.

எளிய வடிவ உருவங்கள்	பரப்பு ΔA	ஆயத்தூரங்கள்		xΔA	yΔA
		x	y		
முழுச்சதுரம்	625	12.5	12.5	7812.5	7812.5
முக்கோணம்	- 56.25	20	12.5	-1125.0	-703.125
$A = \sum \Delta A = 568.75$		$\sum x \Delta A = 6687.5$		$\sum y \Delta A = 7109.315$	

$$\bar{x} = \frac{\sum x\,da}{A} = \frac{6687.5}{568.75} = 11.76\ cm.$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y da}{A} = \frac{7109.375}{568.75} = 12.5\ cm.$$

5. பரப்பின் இரண்டாவது திருப்புமை (Second moment of Area)

பரப்பு δA யினை, Y அச்சிலிருந்து அதன் தூரமான x ஆல் பெருக்கினால் பரப்பு δA யின், Y அச்சு பற்றி முதல் திருப்புமை யான, $x\delta A$ கிடைக்கின்றது. இப்பெருக்குத் தொகையைத் திரும்பவும் x ஆல் பெருக்கினால், பரப்பு δA யின், Y அச்சு பற்றி இரண்டாவது திருப்புமையான, $x^2\ \delta A$ கிடைக்கின்றது. இவ்விரண்டாவது திருப்புமையினை I என்னும் எழுத்தால் குறிப்பது வழக்கம். சான்றாக

$$I_{oy} = \sum x^2\,\delta A \qquad ....(19)$$

$$I_{ox} = \sum Y^2\,\delta A \qquad .....(20)$$

எனில் I_{oy}, I_{ox} என்பதை முறையே பரப்பு δAயின், Y அச்சு பற்றிய இரண்டாவது திருப்புமையையும், X அச்சு பற்றிய இரண்டாவது திருப்புமையையும் குறிக்கும்.

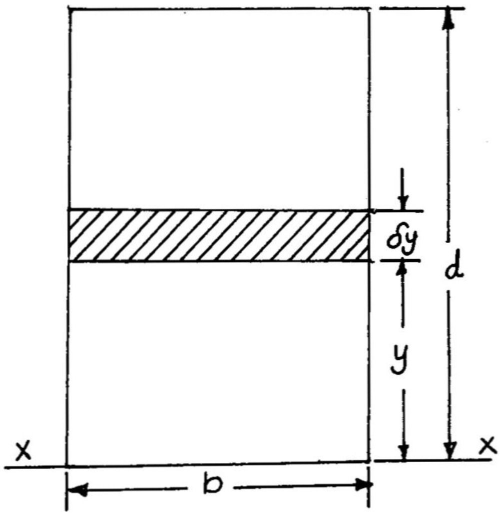
எளிய நிகழ்வுக் கூறுகள்

நீண்ட சதுரப் பரப்பு ஒன்றின் இரண்டாவது திருப்புமை அறிதல்.

(i) நீண்ட சதுரத்தின் அடி (base) வழியே செல்லும் அச்சு பற்றி (X X), அதன் இரண்டாவது திருப்புமை

இங்கு b = நீண்ட சதுரத்தின் அகலத்தினையும்

d = அதன் ஆழத்தினையும் குறிக்கின்றது.



படம் 5-11 நீண்ட சதுரத்தின் அதன் அடிப்பகுதிபற்றிய இரண்டாவது திருப்புமை

அச்சு XX யிலிருந்து y தூரத்திலுள்ள, δy தடிப்புக் கொண்ட சிறிய பட்டை ஒன்றைக் கருதுவோம்.

அச்சிறிய பட்டையின் பரப்பு $= b\delta y$

அச்சு XX பற்றி இச்சிறிய பட்டையின் முதல் திருப்புமை $= b\,\delta y \cdot y$

அச்சு பற்றி இச்சிறிய பட்டையின் இரண்டாவது திருப்புமை $= b.\,\delta y\; y^2$

மொத்த நீண்ட சதுரத்தின் XX பற்றி இரண்டாவது திருப்புமை

$$= \int_o^d by^2 \,.\, dx$$

$$I_{xx} = b\left[\frac{y^3}{3}\right]_o^d = \frac{bd^3}{3}$$

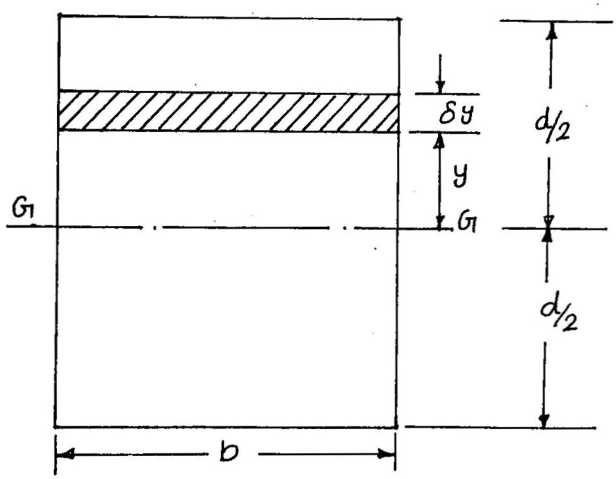
எனவே நீண்ட சதுரம் ஒன்றின், அதன் அடி வழியே செல்லும் அச்சு பற்றிய இரண்டாவது திருப்புமை = $\frac{1}{3}\,bd^3$

(b) நீண்ட சதுரத்தின் பரப்பு மையத்தின் வழியே செல்லும் அச்சுப்பற்றிய அதன் இரண்டாவது திருப்புமை.

இங்கு

b நீண்ட சதுரத்தின் அகலத்தினையும்,

d நீண்ட சதுரத்தின் ஆழத்தினையும் குறிக்கட்டும்



படம் 5-12 நீண்ட சதுரத்தின் அதன் பரப்பு மைய அச்சு பற்றிய இரண்டாவது திருப்புமை.

நீண்ட சதுரத்தின் பரப்பு மையம் வழியே செல்லும் அச்சு (GG) யிலிருந்து, y தூரத்திலுள்ள, δ y தடிப்புக் கொண்ட சிறிய பட்டையி னைக் கருதுவோம்.

சிறிய பட்டையின் பரப்பு = $b\,\delta y$

இச்சிறிய பட்டையின் அச்சு GG பற்றிய இரண்டாவது திருப்புமை

$= b\,y^2 . \delta y$

நீண்ட சதுரத்தின், அச்சு GG பற்றிய மொத்த இரண்டாவது

திருப்புமை $= \int_{-d/2}^{+d/2} by^2 . dy$

$= b \left[\frac{y^3}{3} \right]_{-d/2}^{+d/2}$

$= 2\,b \left[\frac{y^3}{3} \right]_0^{d/2} = \frac{2b}{3} \left[\frac{d^3}{8} \right]$

$= \frac{bd^3}{12}$

எனவே, நீண்ட சதுரம் ஒன்றின், அதன் பரப்பு மைய அச்சு பற்றிய இரண்டாவ்து திருப்புமை $= \frac{bd^3}{12}$

குறிப்பு: நீண்ட சதுரம் ஒன்றின், அதன் பரப்பு மைய அச்சு பற்றிய இரண்டாவது திருப்புமை அதன் அடி வழியே செல்லும் அச்சு பற்றிய இரண்டாவது திருப்புமையைக் காட்டிலும் குறைவே. உண்மையில், எந்த ஒரு பரப்பிற்கும் அதன் பரப்புமைய அச்சு பற்றி இரண்டாவது திருப்புமை, அதே பரப்புமைய அச்சுக்கு இணையாக உள்ள எந்த ஒரு அச்சு பற்றிய இரண்டாவது திருப்புமையைக் காட்டிலும் குறைந்தே காணப்படும்.

6. பரப்பின் இரண்டாவது திருப்புமையை * ச் சார்ந்த சில இன்றியமையாத தேற்றங்கள்:

(a) இணை அச்சுகள் தேற்றம் (Theorm of Parallel axes)

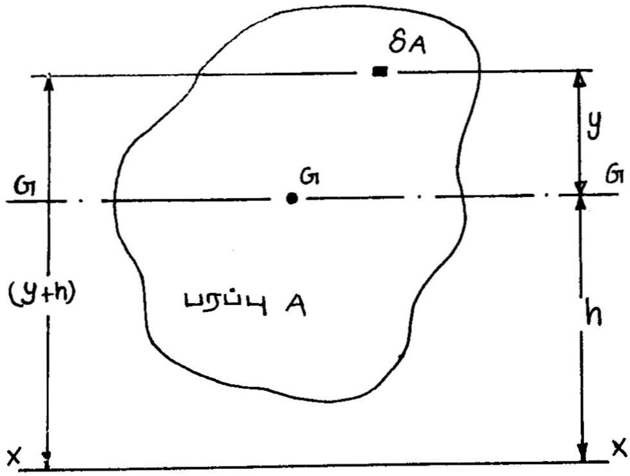
நீண்ட சதுரத்தின் பரப்பு மைய அச்சினைப் பற்றிய இரண்டாவது திருப்புமையும், அதன் அடிவழியே செல்லும் அச்சினைப் பற்றிய இரண்டாவது திருப்புமையும் வேறானவை என முந்தைய நிகழ்வுக் கூறுகளில் கண்டோம். இவ்விரு அச்சுகளும் இணையானவை.

பரப்பு ஒன்றின், அதன் பரப்புமைய அச்சு பற்றிய, இரண்டாவது திருப்புமையிலிருந்து, கருதப்பட்டுள்ள பரப்புமைய அச்சுக்கு இணையாக அமைந்துள்ள எந்த ஒரு அச்சினைப் பற்றிய இரண்டாவது திருப்புமையையும்,' இணை அச்சுகள் தேற்றத்தின் மூலம் அறிந்து கொள்ளலாம். உண்மையில், இணை அச்சுகள் தேற்றத்தினைப் பயன்படுத்தி ஒரு அச்சினைப் பற்றிய இரண்டாவது திருப்புமையிலிருந்து மற்றொரு அச்சினைப் பற்றிய இரண்டாவது திருப்புமையைக் கணக்கிடலாம்.

படம் 5-13இல் வெட்டு முகம் ஒன்றின் பரப்பு மையத்தின் வழியாகச் செல்லும் 'GG' என்னும் அச்சு குறிக்கப்பட்டுள்ளது. வெட்டு முகத்தின் பரப்பு 'A' என்னும் 'GG' பற்றிய அதன் இரண்டாவது திருப்புமையை I_{GG} என்றும் கொள்வோம்.

---

* குறிப்பு: பொருண்மைப் பொருள்களின் சடத்திருப்புமை (Moment of Inertia) கண்டறிவதற்குப் பயன்படும் கணித முறையும், பரப்புகளின் இரண்டாவது திருப்புமையைக் கண்டறிவதற்குப் பயன்படும். கணித முறையும் முற்றிலும் ஒன்றுபோல் இருப்பதால் இரண்டாவது திருப்பு மையைச் சடத்திருப்புமை எனக் குறிப்பதும் வழக்கத்திலுள்ளது. சடத் திருப்புமைக்கான அடிப்படை அலகு (Basic unit) kgm2; ஆனால் பரப்பின் இரண்டாவது திருப்புமையின் அடிப்படை அலகு m4. வழக்கில் இரண்டும் ஒன்றுபோல் பயன்படுத்தப்பட்டாலும் அவற்றின் வேறுபாடுகளை உணர்தல் வேண்டும்.



படம் 5-13 இணை அச்சுகள் தேற்றம்

படத்தில் XX அச்சு, பரப்பு மைய அச்சு GG க்கு இணையாக 'h' தூரத்தில் உள்ளது. அச்சு 'GG' யிலிருந்து y தூரத்தில், மிகச் சிறிய பரப்பான δA வை எடுத்துக்கொள்வோம். இப்பரப்புக் கூறு அச்சு XX லிருந்து (y + h) தூரத்தில் உள்ளது. δA –வின் பரப்புள்ள இப்பரப்புக் கூற்றின் அச்சு XX பற்றிய இரண்டாவது திருப்புமை $I_{XX} = (y+h)^2\ \delta A$

எனவே முழுப்பரப்பின் அச்சு XX பற்றிய இரண்டாவது திருப்புமை

$$I_{XX} = \sum (y+h)^2\ \delta A$$

$$= \sum (y^2 + 2yh + h^{2)}\ \delta A$$

$$= \sum y^2\,\delta A + h^2 \sum \delta A + 2h \sum y\,\delta A$$

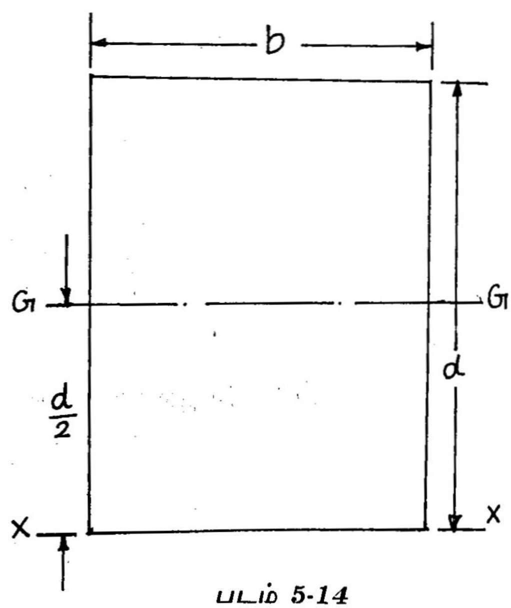
$$= I_{GG} + A\,.\,h^2 + 2\,.\,h\,.\,o.$$

[∵ $\Sigma Y \Delta A$ = பரப்பின், அதன் பரப்புமையம் பற்றிய முதல் திருப்புமை. ஏற்கனவே இம்மதிப்பு O எனக் கண்டோம்.]

எனவே, $I_{XX} = I_{GG} + A \cdot h^2$ ....(21)

அதாவது "ஏதேனும் ஒரு அச்சு பற்றிய பரப்பு ஒன்றின் இரண்டாவது திருப்புமை (Ixx), அவ்வச்சுக்கு இணையாகப் பரப்புமையம் வழியே செல்லும் அச்சு பற்றிய பரப்பின் இரண்டாவது திருப்புமையுடன், (I_{GG}), பரப்பு (A), அவ்விரு அச்சுகளின் இடையே உள்ள செங்குத்துத் தூரத்தின் வர்க்கம் (h^2) ஆகியவற்றின் பெருக்குத் தொகையினைக் கூட்டினால் கிடைக்கும் கூட்டல் பலனுக்குச் சமமாகும்."

இத்தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி நீண்ட சதுரப் பரப்பின் அதன் அடி பற்றிய இரண்டாவது திருப்புமையைக் காண்போம்.



படம் 5-14

நீண்ட சதுரத்தின் பரப்பு = bd

GG –அச்சு பற்றிய பரப்பின் இரண்டாவது திருப்புமை = $\frac{1}{12} bd^3$

$I_{xx} = I_{GG} + Ah^2$ (சமன்பாடு 21)

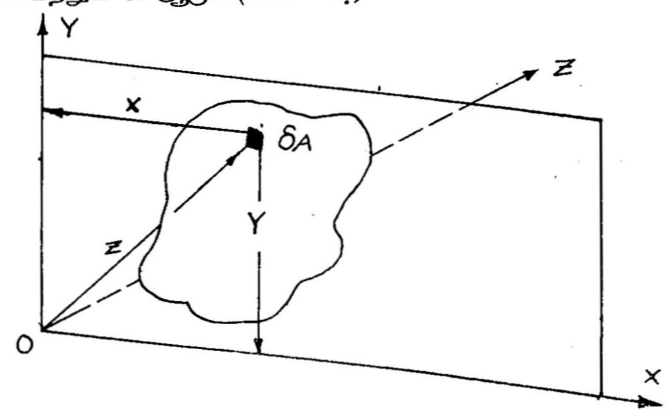
$$= \frac{1}{12} bd^3 + bd \times \left(\frac{d}{2}\right)^2$$

$$= \frac{1}{12} bd^3 + bd \cdot \frac{d^2}{4}$$

$$= \frac{1}{3} bd^3$$ (முன்னரே கிடைத்த மதிப்புடன் ஒப்பிடுக)

(b) ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்து அச்சுகள் தேற்றம் (Matually pependicular axes theorm)

OX, OY மற்றும் OZ ஆகிய மூன்று அச்சுகளையும் தற்போது காண் போம். அவை ஒன்றுக்கு ஒன்று செங்குத்தாக உள்ளன. எந்த இரு அச்சுகளை எடுத்துக் கொண்டாலும் அவை ஒரு சமதளத்தில் அமையும். பெட்டி ஒன்றின் மூலை (Corner) யில் ஒன்று சேரும் மூன்று விளிம்பு களைப் போன்றவை அச்சுகள் OX, OY மற்றும் OZ ஆகும் (படம் 5-15).



படம் 5-15 மூன்று அச்சுகள் தோற்றம்

அச்சுகள் OX,OY ஆகியவற்றை விளிம்புகளாகக் கொண்ட, செங்குத்தான சமதளம் ஒன்றைக் காண்போம். இச்சமதளத்தில் அமைந்துள்ள வெட்டு முகம் ஒன்றிலிருக்கும், பரப்புக்கூறு δA வை எடுத்துக்கொள்வோம். இப்பரப்புக்கூறு

அச்சு OX யிலிருந்து y தூரத்திலும்,

அச்ச OY யிலிருந்து x தூரத்திலும், மற்றும்

அச்சு OZ யிலிருந்து z துரத்திலும் உள்ளது.

பரப்புக் கூற்றின், OZ பற்றிய இரண்டாவது திருப்புமை

$= z^2 \delta A$

$= (x^2 + y^2)\ \delta A$

$= x^2 \delta A + y^2 \delta A$

மொத்தப் பரப்பின் OZ பற்றிய இரண்டாவது திருப்புமை

$= \sum x^2 \delta A + \sum y^2 \delta A$

ie $I_{OZ} = I_{OY} + I_{OX}$. ...(22)

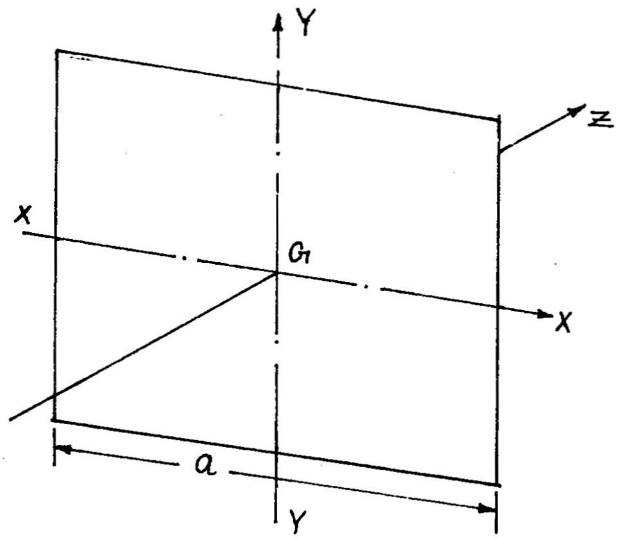
அதாவது ''வெட்டு முகம் ஒன்றின் சமதளத்தில் அமைந்துள்ள இரு செங்குத்தான அச்சுகளுக்குச் செங்குத்தான மூன்றாவது ஒரு அச்சு பற்றிய பரப்பின் இரண்டாவது திருப்புமை (I_{OZ}) அப்பரப்பின் தளத்தில் அமைந்துள்ள முதலிரண்டு அச்சுகள் பற்றிய அப்பரப்பின் இரண்டாவது திருப்புமைகளின் (I_{OY} மற்றும் I_{OX}) கூட்டுத் தொகைக்குச் சமமாகும்.'' வெட்டு முகத்தின் தளத்திற்குச் செங்குத்தாக, பரப்புமையம் வழியாகச் செல்லும் அச்சு பற்றிய வெட்டு முகத்தின் இரண்டாவது திருப்புமை பரப்பின் 'துருவ இரண்டாவது திருப்புமை' (Polar Second Moment of Area) என்பர். பொருண்மைப் பொருள்களுக்குத் 'துருவச்சடத் திருப்புமை' (Polar Moment of Inertia) என்பர்.

எடுத்துக் காட்டாக 'a' பக்க அளவுள்ள சதுர வடிவ வெட்டு முகம் ஒன்றின் துருவ இரண்டாம் திருப்புமையை அறியலாம்

'a' என்பது சதுரத்தின பக்கமாக இருக்கட்டும்.

$$I_{zz} = I_{xx} + I_{yy}$$

$$= \frac{1}{12}a^4 + \frac{1}{12}a^4 = \frac{a^4}{6}$$



படம் 5-16 சதுரத்தின் துருவ இரண்டாம் திருப்புமை

7. சுழல் ஆரை (Radius of Gyration)

வெட்டு முகம் ஒன்றின் பரப்பு A எனக் கொள்வோம். அதன் ஏதேனும் ஒரு அச்சு பற்றிய இரண்டாவது திருப்புமையை I எனக் கொள்வோம். அந்த அச்சிலிருந்து 'k' தூரத்தில், பரப்பு A முழுவதும் மையம் கொண்டிருப்பதாகக் கொள்வோம். இந்நிலையிலும், சிறுபரப்பில் மையம் கொண்டுள்ள பரப்பு A யின் அதே அச்சுபற்றிய இரண்டாம் திருப்புமை I எனில், தூரம் 'k' சுழல் ஆரை (Radius of Gyration) என வரையறை செய்யப்படுகிறது.

அதாவது, பரப்பு x (சுழல் ஆரை)^2 = இரண்டாம் திருப்புமை

ie $A \times k^2 = I$

எனவே, சுழல் ஆரை, $k = \sqrt{\frac{I}{A}}$

(a) எடுத்துக் காட்டாக, 'b' அலகமும், 'd' ஆழமும் கொண்ட நீண்ட சதுரம் ஒன்றின் சுழல் ஆரையை இப்பொழுது காண்போம். (படம் 5-17)

பரப்புமையம் வழியே செல்லும் அச்சுபற்றிய, நீண்ட

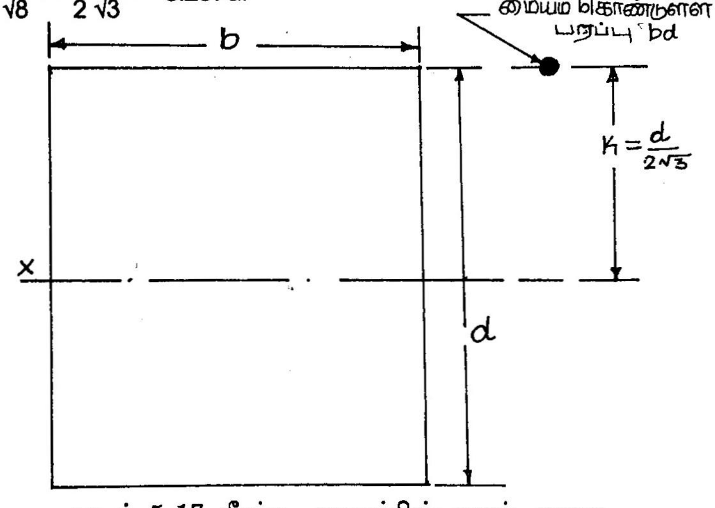
சதுரம் ஒன்றின் இரண்டாம் திருப்புமை = $\frac{bd^3}{12}$

நீண்ட சதுரத்தின் பரப்பு = bd

பரப்பு மையம் வழியே செல்லும்அச்சு பற்றிய சுழல் ஆரை

$$= \sqrt{\frac{bd^3/12}{bd}}$$

$$= \frac{d}{\sqrt{8}} = \frac{d}{2\sqrt{3}} = 0.289d.$$



படம் 5-17 நீண்ட சதுரத்தின் சுழல் ஆரை

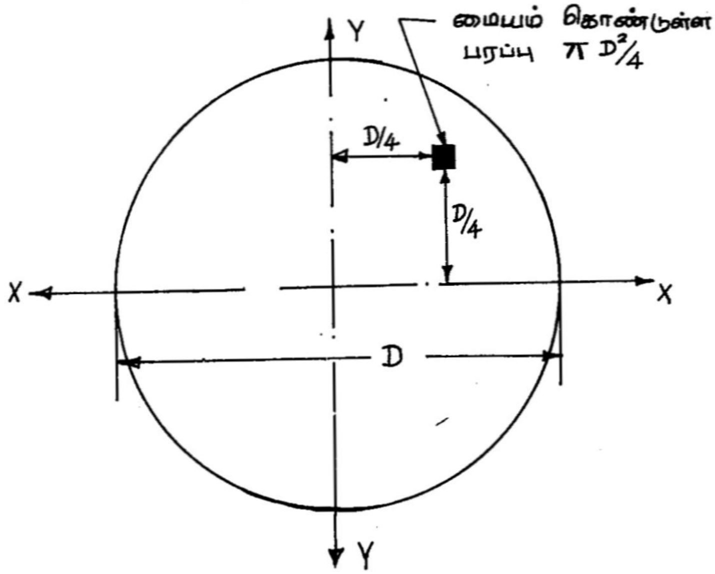
(b) வட்டத்தின் சுழல் ஆரையைக் காணல்:

$$I_{xx} = \frac{\pi D^4}{64}$$ (நிரூபணம் மாணவர்களுக்கு விடப்பட்டது)

$$A = \frac{\pi D^2}{4}$$

$$k_{xx} = \sqrt{\frac{\pi D^4/64}{\pi D^2/4}} = \frac{D}{4}$$

இதே போன்று $k_{yy} = D/4$.



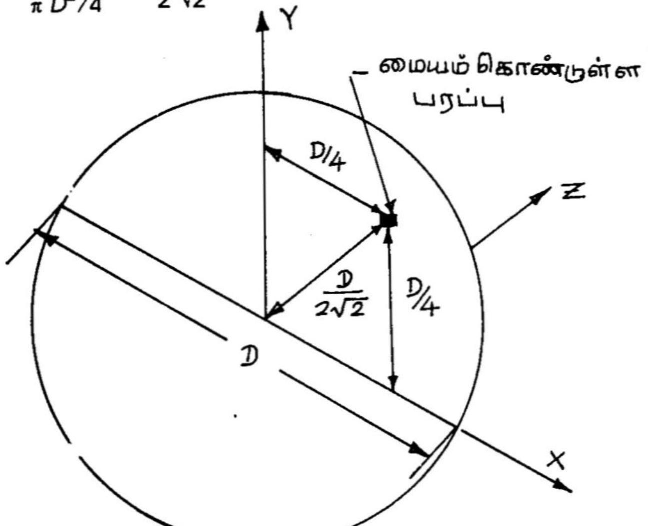
படம் 5-18 வட்டத்தின் சுழல் ஆரை

(c) வட்டத்தின் துருவ அச்சு பற்றிய சுழல் ஆரையைக் காணல்

$I_{zz} = \pi D^4/32$ (நிரூபணம் மாணவர்களுக்கு விடப்பட்டது)

$A = \pi D^2/4$

$$k_{zz} = \sqrt{\frac{\pi D^4/32}{\pi D^2/4}} = \frac{D}{2\sqrt{2}}$$



படம் 5-19 வட்டத்தின் துருவ அச்சு பற்றிய சுழல் ஆரை.

இணை அச்சுத் தேற்றத்தைச் சுழல் ஆரைக்கும் பயன்படுத்தலாம்.

$$I_{GG} = A\ k_{GG}^2 \quad ....(23)$$

மற்றும் $I_{XX} = A\ k_{XX}^2$ ....(24)

மேலும் $I_{XX} = I_{GG} + A h^2$ .... சமன்பாடு (21)

சமன்பாடுகள் (23) மற்றும் (24) இவற்றைச் சமன்பாடு (21) இல் பிரதியிட

$$k_{XX}^2 = k_{GG}^2 + h^2 \quad ....(25)$$

இங்கு 'h' என்பது இரு அச்சுகளுக்கும் இடையே உள்ள தூரம்.

வெட்டு முகக் குணகம் (Section Modulus (Z))

'வெட்டு முகக் குணகம்' பெரும்பாலும் பொருள்களின் வலிமையைக் (Strength of Materials) காண்பதில் பயன்படுத்தப் படுகின்றது. இதனைப் பற்றி விரிவாக அதிகாரம் 7 இல் காணலாம். இப்பொழுது சுருக்கமாக வெட்டு முகக் குணகத்தைப் பற்றிக் காண்போம்.

வெட்டுமுகக் குணகம்

$$= \frac{\text{பரப்பின் இரண்டாவது திருப்புமை}}{\text{அச்சிலிருந்து, பெருமத்தூரத்தில் உள்ள வெட்டு முகத்தின் பகுதி}}$$

$$= \frac{I_{xx}}{y_{max}} \text{ அல்லது } \frac{I_{yy}}{x_{max}} \text{ அல்லது } \frac{I_{zz}}{z_{max}}$$

(அ) நீண்ட சதுரத்தின் வெட்டு முகக் குணகம் காணல்.

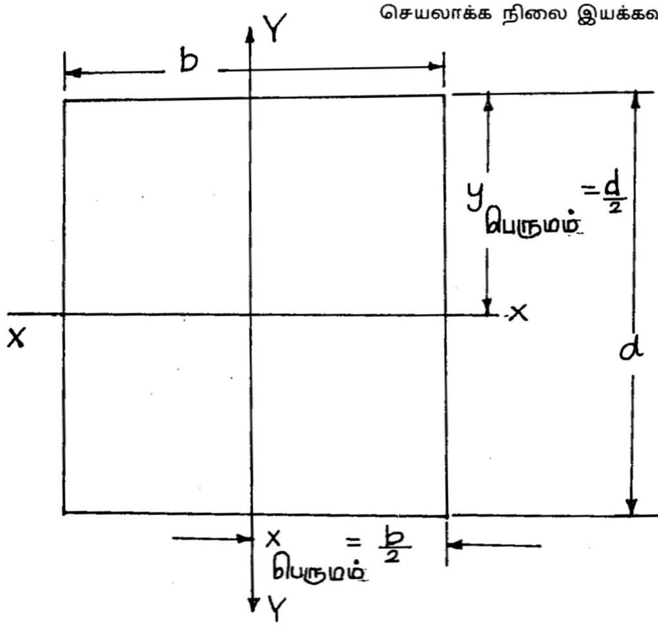
$$Z_{xx} = \frac{I_{xx}}{y_{\text{பெருமம்}}} = \frac{\frac{1}{12} bd^3}{d/2}$$

$$= \frac{1}{6} bd^2$$

$$Z_{yy} = \frac{I_{yy}}{x_{\text{பெருமம்}}} = \frac{\frac{1}{12} db^3}{b/2}$$

$$= \frac{1}{6} db^2$$

$$Z_{xx} = \frac{I_{zz}}{Z_{\text{பெருமம்}}} = \frac{\frac{1}{12}\left\{bd^3 + db^3\right\}}{\sqrt{(b/2)^2 + (d/2)^2}}$$



படம் 5-20 நீண்ட சதுரத்தின் வெட்டு முகக்குணகம்

$$Z_{zz} = \frac{\frac{1}{6}\, bd\, \{b^2 + d^2\}}{\sqrt{b^2+d^2}}$$

$$= \frac{1}{6}\, bd\, \{\sqrt{b^2 + d^2}\}$$

(b) சதுரமான பரப்பின் வெட்டு முகக் குணகம் காணல்

$$Z_{xx} = \frac{I_{xx}}{y}$$

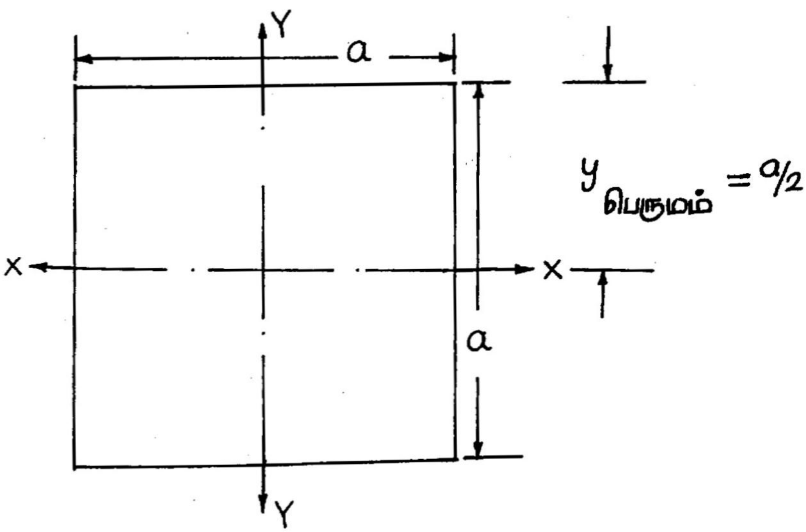
$$= \frac{\frac{1}{12}\, a^4}{\frac{1}{2}\, a} = \frac{1}{6}\, a^3$$

$$Z_{yy} = \frac{I_{yy}}{x_{\text{பெருமம்}}}$$

$$= \frac{\frac{1}{12}a^4}{1/2\,a} = \frac{1}{6}a^3$$

$$Z_{xx} = \frac{I_{zz}}{z_{\text{பெருமம்}}}$$

$$= \frac{\frac{1}{6}a^4}{a/\sqrt{2}} = \frac{1}{3\sqrt{2}}a^3$$



படம் 5-21 சதுரத்தின வெட்டு முகக் குணகம்

(c) வட்டமான வெட்டு முகம் ஒன்றின், துருவ அச்சுபற்றிய வெட்டு முகக் குணகம் காணல்

'D' விட்டமுள்ள வட்டப்பரப்பின் வெட்டுமுகக் குணகம்,

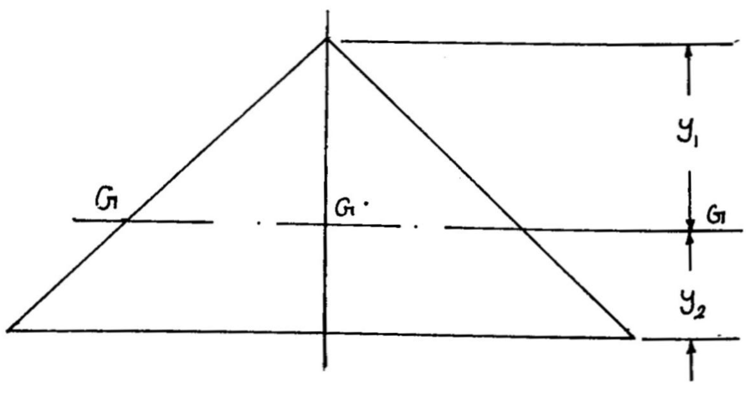
$$Z_{zz} = \frac{I_{zz}}{z_{\text{பெருமம்}}}$$

$$= \frac{\pi/32\ D^4}{D/2} \quad ie \quad Z_{zz} = \frac{\pi D^3}{16}$$

முறுக்குமையில் வெட்டுமுகக் குணகம், $Z_{ZZ} = \frac{\pi D^3}{16}$

துருவ அச்சு பற்றிய இரண்டாவது திருப்புமையான I_{ZZ} என்னும் எழுத்தால் குறிப்பர். அதாவது வட்டத்திற்கு, $J = \pi D^4/32$ எனலாம். இம்மதிப்பு, 'முறுக்குமை' அதிகாரத்தில் (Torsion) பெரிதும் பயன்படும்.

2. அசமச்சீர் (assymetrical) பரப்புகளுக்கு, சாதாரணமாக எந்த ஒரு பரப்புமைய அச்சு பற்றியும் இரு வெட்டு முகக் குணகங்கள் இருக்கும். ஏனென்றால், அவ்வச்சுக்கு மேல் உள்ள பகுதியில் காணும் பெருமத் தூரமும், கீழே உள்ள பகுதியில் காணும் பெருமத் தூரமும் ஒன்றாக இருப்பதில்லை. (படம் 5-22)



படம் 5-22 அசமச்சீர் முக்கோணம் ஒன்றின் இரு வேறான வெட்டு முகக் குணங்கள்

குறிப்பு: 1. பரப்பு மையத்தின் வழியே செல்லும் அச்சுகள் பற்றியே (துருவ அச்சுகள் உட்பட) வெட்டுமுகக் குணகத்தைக் கூறுவர்.

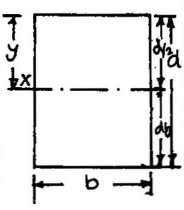
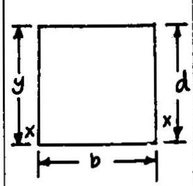
$$Z_1 = \frac{I_{xx}}{y_1} \text{ மற்றும்}$$

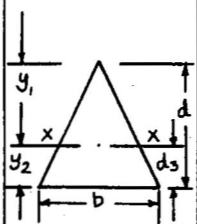
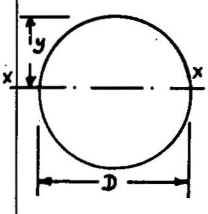
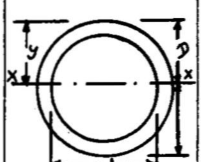
$$Z_2 = \frac{I_{xx}}{y_2} \text{ அன்றோ!}$$

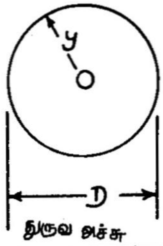
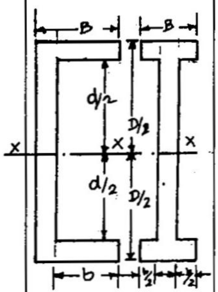
சில முக்கியமான வெட்டு முகங்களின் இன்றியமையாத குணங்கள் அட்டவணை 5-1இல் தரப்பட்டுள்ளது.

அட்டவணை 5 - 1

வெட்டு முகங்கள் சிலவற்றின் இன்றியமையாத குணங்கள்

வரிசை எண்	வெட்டு முகம்	பரப்பின் இரண்டாவது திருப்புமை I_{xx}	சுழல் ஆரை $k_{xx} = \frac{\sqrt{I_{xx}}}{A}$	வெட்டுமுகக் குணம் $Z_{xx} = \frac{I_{xx}}{y}$
1.		$\frac{bd^3}{12}$	$\frac{d}{\sqrt{12}}$	$\frac{bd^2}{6}$
2.		$\frac{bd^3}{3}$	$\frac{d}{\sqrt{3}}$	$\frac{bd^2}{3}$

வரிசை எண்	வெட்டு முகம்	பரப்பின் இரண்டாவது திருப்புமை I_{xx}	சுழல் ஆரை $k_{xx}=\frac{\sqrt{I_{xx}}}{A}$	வெட்டுமுகக் குணம் $Z_{xx}=\frac{I_{xx}}{y}$
3.		$\frac{bd^3}{36}$	$\frac{d}{\sqrt{18}}$	$Z_1=\frac{bd^2}{24}$ $Z_2=\frac{bd^2}{12}$
4.		$\frac{\pi D^4}{64}$	$\frac{D}{4}$	$\frac{\pi D^3}{32}$
5.		$\frac{\pi(D^4-d^4)}{64}$	$\sqrt{\frac{D^2+d^2}{4}}$	$\frac{\pi(D^4-d^4)}{32D}$

வரிசை எண்	வெட்டு முகம்	பரப்பின் இரண்டாவது திருப்புமை I_{xx}	சுழல் ஆரை $k_{xx} = \frac{\sqrt{I_{xx}}}{A}$	வெட்டுமுகக் குணம் $Z_{xx} = \frac{I_{xx}}{y}$
6.		I_{zz} அல்லது $J = \frac{\pi D^4}{32}$	$k_{zz} = \frac{d}{\sqrt{8}}$	$Z_{zz} = \frac{\pi D^3}{16}$
7.		$\frac{(BD^3 - bd^3)}{12}$	$\sqrt{\frac{BD^3 - bd^3}{12\,(6D - bd)}}$	$\frac{(BD^3 - bd^3)}{6D}$

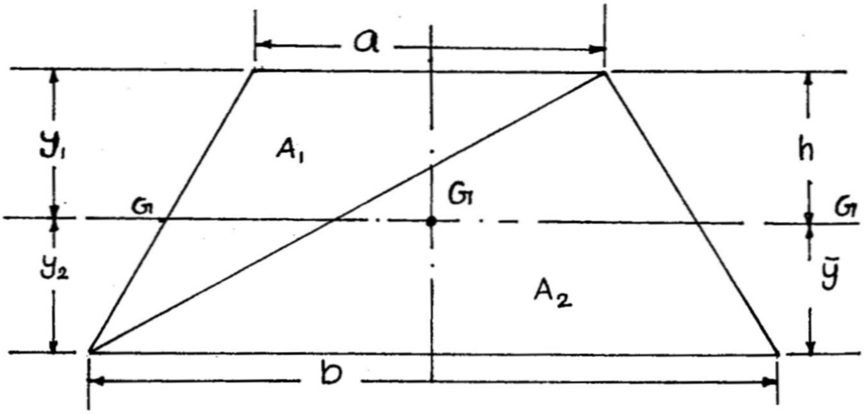
மாதிரி 6:

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள சரிவக (Trapezium) வெட்டு முகத்தின் (a) பரப்பு மையம் (b) இரண்டாவது திருப்புமை (GG) அச்சு பற்றியது (C) சுழல் ஆரை மற்றும் (d) வெட்டு முகக் குணகம்- இவற்றைக் காண்

சரிவகத்தின் அளவுகள் படம் 5-23இல் கொடுக்கப் பட்டுள்ளன. சரிவகத்தை இரு முக்கோணங்களாகப் பிரிக்கலாம்.

சரிவகத்தின் பரப்பு = $A_1 + A_2$

முக்கோணம் ABD யின் பரப்பு $(A_1) = 1/2 \times a \times h$



படம் 5-23 சரிவகம்

முக்கோணம் BCDயின் பரப்பு $(A_2) = 1/2 \times b \times h$

ஃ சரிவகம் ABCD யின் பரப்பு $= A_1 + A_2 = 1/2\, h\,(a+b)$ ...(26)

(a) பரப்பு மையம்

சரிவகத்தின் அடி DC யை **'XX'** அச்சு என எடுத்துக் கொள்வோம்.

$$\bar{Y} = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2}{A} \text{ (அதாவது } \frac{\sum y \Delta A}{A} \text{ அன்றோ!)}$$

$$= \left(\frac{1}{2} ah \times \frac{2}{3} h + \frac{1}{2} bh \times \frac{1}{3} h\right) / \frac{1}{2} h (a + b)$$

$$= \left(\frac{ah^2}{3} + \frac{bh^2}{6}\right) / \frac{h}{2} (a+b)$$

$$= \frac{h^2}{6}\{2a + b\} / \frac{h}{2}(a + b)$$

$$\bar{y} = \frac{h}{3}\left\{\frac{2a+b}{a+b}\right\} \text{ (சரிவகத்தின் அடியிலிருந்து)} \qquad ....(27)$$

Y அச்சு பற்றிச் சமச்சீராக இருப்பதால்

$\bar{x} = 0.$

(b) 'GG', அச்சு பற்றிய இரண்டாவது திருப்புமை:

முதலில் xx அச்சு பற்றிய இரண்டாவது திருப்புமையைக் கணக்கிடலாம். பின்னர் இணை அச்சுகள் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி, சரிவகத்தின் GG பற்றிய இரண்டாவது திருப்புமையை அறியலாம்.

சரிவகத்தின் I_{XX} = முக்கோணம் ABDயின் I_{XX} + முக்கோணம் BCDயின் I_{XX}

முக்கோணம் ABD யின் $I_{XX} = \frac{1}{36}ah^3 + \frac{ah}{2} \times \left(\frac{2}{3}h\right)^2$

$$= \frac{1}{36}ah^3 + \frac{1}{2}ah \times \frac{4}{9}h^2$$

$$= \frac{ah^3}{4}$$

முக்கோணம் DBCயின் $I_{XX} = \frac{1}{36}bh^3 + \frac{1}{2}bh\left(\frac{1}{3}h\right)^2$

$$= \frac{1}{36}bh^3 + \frac{1}{2}bh\frac{h^2}{9} = \frac{bh^3}{12}$$

சரிவகத்தின் $I_{XX} = \frac{1}{4}ah^3 + \frac{1}{12}bh^3$

$$= \frac{h^3}{12}\{3a + b\} \qquad ....(28)$$

$$I_{xx} = I_{GG} + A\bar{y}^2$$

$$I_{GG} = I_{xx} - A\bar{y}^2$$

$$= \frac{h^3}{12}\{3a+b\} - \frac{1}{2}h(a+b)\left\{\frac{h}{3}\frac{(2a+b)}{a+b}\right\}^2$$

$$= \frac{h^3}{12}(3a+b) - \frac{h^3}{18}\left\{\frac{(2a+b)}{(a+b)}\right\}^2$$

$$= \frac{h^3}{36}\{3(a+b) - 2(2a+b)^2\}\frac{1}{(a+b)}$$

$$= \frac{h^3}{36}\left\{\frac{a^2+4ab+b^2}{(a+b)}\right\} \qquad ....(29)$$

(c) சுழல் ஆரை:

$$k_{GG} = \sqrt{\frac{I_{GG}}{A}}$$

$$= \sqrt{\frac{h^3}{36}\frac{(a^2+4ab+b^2}{(a+b)}} \Big/ \sqrt{\frac{h}{2}(a+b)}$$

$$= \sqrt{\frac{h^2}{18}\frac{(a^2+4ab+b^2)}{(a+b)^2}}$$

$$= \frac{h}{(a+b)}\sqrt{\frac{a^2+4ab+b^2}{18}}$$

$$k_{zz} = \frac{h}{3\sqrt{2}(a+b)}\sqrt{(a^2+4ab+b^2)} \qquad ....(30)$$

(d) வெட்டு முகக்குணகம்

அச்சு GGஐயப் பொறுத்த மட்டிலும் சரிவகம் சமச்சீருடன் இல்லை. எனவே சரிவகத்திற்கு இரு வெட்டு முகக் குணகங்கள் உள்ளன.

$$Z_1 = \frac{I_{GG}}{y_1}$$

$$= \frac{h^3}{36}\left\{\frac{a^2+4ab+b^2}{(a+b)}\right\} \Big/ \frac{h}{3}\left\{\frac{a+2b}{a+b}\right\} \quad \text{இங்கு } y_1 = \frac{h}{3}\left(\frac{a+2b}{a+b}\right)$$

$$Z_1 = \frac{h^2}{12}\left\{\frac{(a^2+4ab+b^2)}{(a+2b)}\right\} \qquad \text{இங்கு } Y_2 = \frac{h}{3}\,\frac{(2a+b)}{(a+b)}$$

மற்றும் $Z_2 = I_{GG}/y_2$

$$= \frac{h^3}{36}\left\{\frac{(a^2+4ab+b^2)}{(a+b)}\right\} \Big/ \frac{h}{3}\,\frac{(2a+b)}{(a+b)}$$

$$Z_2 = \frac{h^2}{12}\left\{\frac{a^2+4ab+b^2}{(2a+b)}\right\} \qquad ....(31)$$

மாதிரி 7.

கீழே தரப்பட்டுள்ள I வடிவ விட்டம் 10cm ஆழமும், 8cm, அகலமும் கொண்டுள்ளது. அதன் பிற அளவுகள் படம் 5-24இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. அச்சுகள் XX,YY இவற்றைப் பற்றிய வெட்டு முகத்தின் குணங்களைக் காண்.

(a) XX அச்சு பற்றிய வெட்டு முகத்தின் குணங்கள்:

(i) இரண்டாம் திருப்புமை

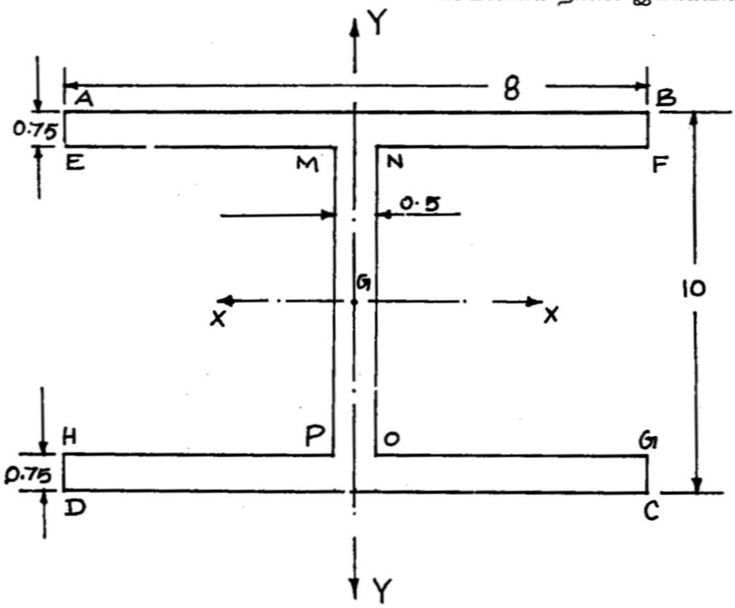
I வடிவத்தின் I_{XX} = நீண்ட சதுரம் ABCDயின் I_{XX} – 2 (நீண்ட சதுரம் EFGHன் I_{XX})

$$= \frac{1}{12}\left(BD^3 - bd^3\ 2\frac{b}{2}d^3\right)$$

$$= \frac{1}{12}\left(8 \times 10^3 - 7.5 \times 8.5^3\right)$$

$$= \frac{1}{12}(8000 - 4606.0) = 282.8\ cm^4$$

குறிப்பு: a அல்லது b=0 எனில் ஒரு முக்கோணத்திற்குரிய குணங்களை மேற்கண்ட விடைகளிலிருந்து பெறலாம்.



(அளவுகள் செண்டிமீட்டரில் உள்ளன)

படம் 5-24 'I' வடிவத்தின் குணகங்கள்

(ii) சுழல் ஆரை:

I வெட்டுமுகத்தின் பரப்பு: நீண்ட சதுரம் ABCDயின் பரப்பு - 2 நீண்ட சதுரம் EFGFஇன் பரப்பு

$$= (10 \times 8) - 2\left(\frac{7.5}{2} \times 8.5\right) = 16.26\ cm^2$$

$$k^2 = \frac{I}{A} = \frac{282\ .\ 8}{16.26} = 17.46$$

$$k = 4.18\ cm.$$

(iii) வெட்டுமுகக் குணகம்:

வெட்டு முகக்குணகம், $y = \frac{I}{y}$ இங்கு Y = 5cm.

எனவே $Z = \frac{282.8}{5} = 56.6\ cm^3$

(b) YY. அச்சு பற்றிய வெட்டு முகத்தின் குணங்கள்:

(i) **இரண்டாம் திருப்புமை:**

I வடிவத்தின் Iyy = நீண்ட= சதுரம் ABCDயின் Iyy நீண்ட சதுரம் EFGF இன் Iyy + நீண்ட சதுரம் MNOP யின் Iyy

$$= \frac{1}{12}(10 \times 8^3 - 8.5 \times 8^3) + \frac{1}{12} \times 8.5 \times 0.5^3$$

$$= \frac{1}{12}(5120 - 4352) + 0.088$$

$$= 64.0 + 0.088 = 64.088\ cm^4$$

வேறு வழி:

நீண்ட சதுரம் ABFEயின் $I_{yy} = \frac{1}{12} \times 0.75 \times 8^3 = 32.0\ cm^4$

நீண்ட சதுரம் MNOPயின் $I_{yy} = \frac{1}{12} \times 8.5 \times .5^3 = 0.088\ cm^4$

நீண்ட சதுரம் HGCDயின் $I_{yy} = \frac{1}{12} \times .75 \times 8^3 = 32.0\ cm^4$

I வடிவத்தின் மொத்த Iyy = 64.088 cm4

(ii) **சுழல் ஆரை:**

I வடிவத்தின் பரப்பு = 16.26 cm^2

$k^2 = I/A = \frac{64.09}{16.26} = 3.95$

$k = 1.98\ cm.$

(iii) **வெட்டு முகக் குணகம்:**

வெட்டு முகக் குணகம் $Z = I/y = 64.09/4$ (இங்கு $y = 4$ cm)

$Z = 16.02\ cm^3$

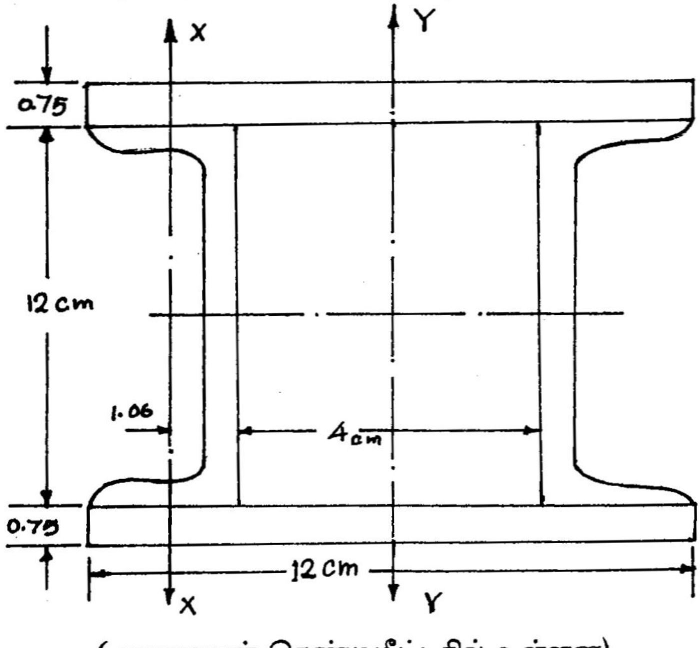
மாதிரி 8:

கூட்டு உத்திரம் (Compound Girder) ஒன்று படம் 5-25இல் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது. 12 cm x 7.5 mm அளவுள்ள இரு தகடுகள் (Plates), 12 cm x 4cm அளவுள்ள இரு கால்வாய் வடிவ வெட்டு முகங்கள் (Channel sections) படத்தில் காண்பித்துள்ளவாறு கட்டமைக்கப்பட்டுள்ளன (Fabricated). கால்வாய் வடிவ வெட்டு முகத்தின் குணங்கள் பின்வருமாறு:

அதன் $I_{xx} = 12.12\ cm^4$

பரப்பு $= 9.21 cm^2$

மொத்த வெட்டு முகத்தின், அதன் பரப்பு மையத்தின் வழியே செல்லும் குத்து அச்சு (vertical A x is) பற்றிய இரண்டாம் திருப்புமை, சுழல் ஆரை ஆகியவற்றைக் கண்டுபிடி.



(அளவுகள் செண்டிமீட்டரில் உள்ளன)
படம் 5-25 கூட்டு உத்திரத்தின் வெட்டு முகக்குணங்கள்

முழு வெட்டு முகமும் சமச்சீராக இருப்பதால், பரப்பு மை இருசமச்சீர் அச்சுகளும் வெட்டிக் கொள்ளும் இடத்தில் இருக்கும்.

முதலில் கால்வாய் வடிவ வெட்டு முகங்களை எடுத்துக் கொள்வோம். கால்வாய் வடிவ வெட்டு முகம் ஒன்றின் I_{XX} = 12.12 cm^4 (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

$$I_{yy} = I_{xx} + Ah^2$$
$$= 12.12 + (9.21 \times 3.06^2)$$
$$= 98.34\ cm^4$$

(கால்வாய் அச்சு XX–ம் கூட்டு வெட்டுமுகத்தின் அச்சு YY2–ம் இணையாக இருப்பதால் இணை அச்சுத் தேற்றம் இங்கு பயன்படுத்தப்படுகிறது)

இரு கால்வாய் வடிவ வெட்டு முகங்களுக்கும் மொத்த

$$I_{yy} = 2 \times 98.34 = 196.68\ cm^4 \qquad ....(32)$$

I:□:XfÓ $I_{yy} = 2 \times \frac{1}{12} \times 0.75 \times 12^3$

$$= 216\ cm^4 \qquad ....(33)$$

முழு வெட்டு முகத்தின் YY அச்சு பற்றிய இரண்டாவது திருப்புமை

$$= 196.68 + 216$$
$$= 412.68\ cm^4.$$

அச்சு YY பற்றிய சுழல் ஆரை:

இரு கால்வாய் வடிவ வெட்டுமுகங்களின் பரப்பு = 2 x 9.21 = 18.42 cm^2

இரு தகடுகளின் பரப்பு = 2x12x0.75 = 18.00 cm^2

கூட்டு உத்திரத்தின் மொத்தப் பரப்பு = 36.42 cm^2

மொத்தப் பரப்பின் இரண்டாம் திருப்புமை = 412. 68 cm^4

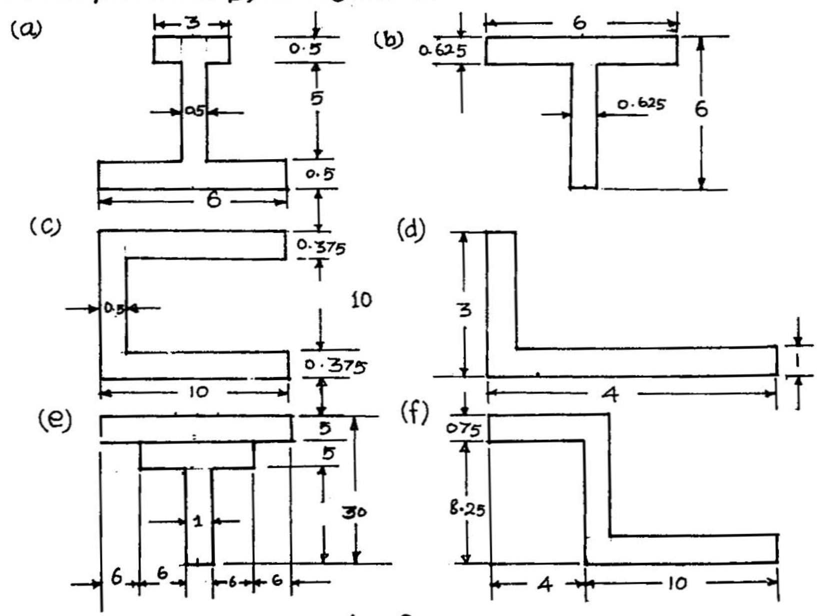
$$K = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{412.68}{36.42}} = 3.37\ cm.$$

YY அச்சு பற்றிய சுழல் ஆரை = 3.37 cm.

பயிற்சி 5

வினா 1

கீழே தரப்பட்டுள்ள வெட்டு முகங்களின், அவற்றின் பரப்புமையம் வழியே செல்லும் XX மற்றும் YY அச்சுகள் பற்றிய (a) பரப்பின் இரண்டாவது திருப்புமை (b) சுழல் ஆரை மற்றும் (c) ஒவ்வொரு அச்சு பற்றிய குறைந்த வெட்டுமுகக் குணகம் ஆகிய குணங்களைக் கண்டுபிடி. அளவுகள் அனைத்தும் செண்டிமீட்டரில் தரப்பட்டுள்ளன.

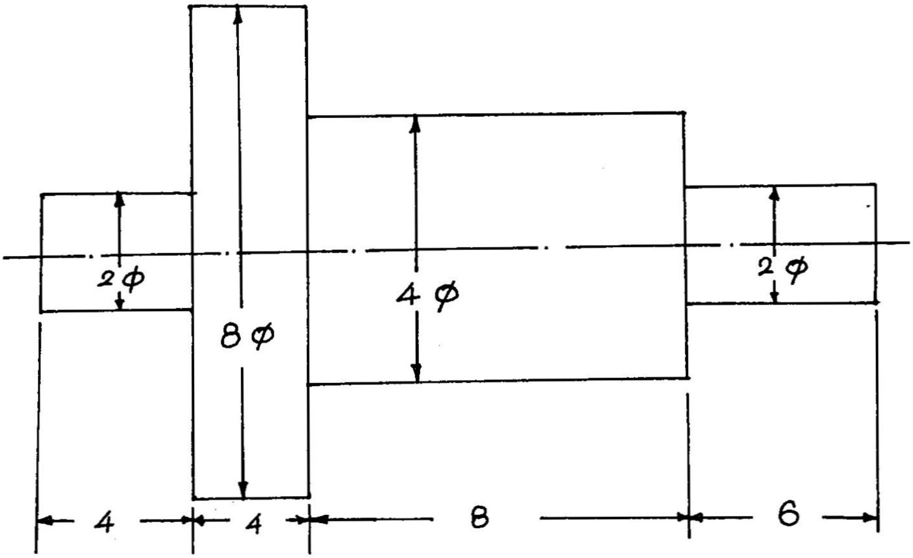


படம்: வினா **5-1**

வினா 2

எஃகினால் ஆன ஒரு இயந்திரத்தின் பகுதி கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அப்பாகத்தின் புவிஈர்ப்பு மையத்தின்

அமைவிடத்தைக் கண்டுபிடி. எஃகின் அடர்த்தி 0.0077 kg / cm^3. எல்லா அளவுகளும் செண்டிமீட்டரில் தரப்பட்டுள்ளன.



படம்: வினா 5-2

வினா 3

ஆரம் 'a' உள்ள ஒரு வட்டத் தகட்டிலிருந்து, ஓர் ஆரத்தைத் தனது மூலைவிட்டமாகக் கொண்ட ஒரு சதுரம் வெட்டி எடுக்கப்பட்ட பின்பு, எஞ்சியிருக்கும் தகட்டின் புவி ஈர்ப்பு மையம், வட்ட மையத்திலிருந்து $\frac{a}{(4\pi - 2)}$ தூரத்திலிருக்கிறதென நிறுவுக.

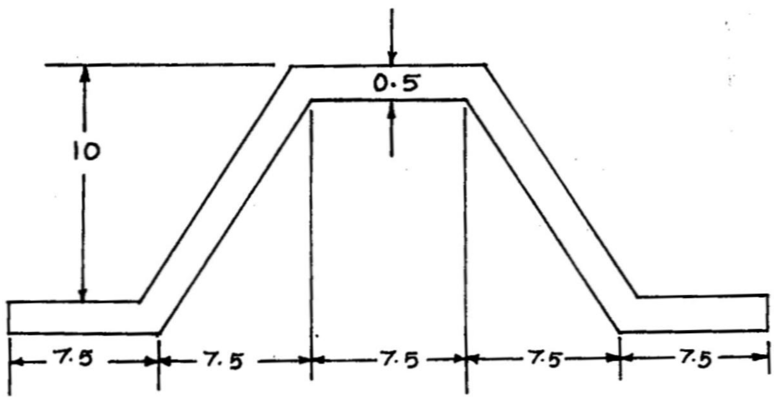
(மைசூர் பல்கலைக்கழகம், **1967**)

வினா 4

ஆரம் 'a' உள்ள ஒரு வட்டத் தகட்டிலிருந்து, ஓர் ஆரத்தைத் தனது விட்டமாகக் கொண்ட பிறிதொரு வட்டம் வெட்டி எடுக்கப்பட்டபின்பு, எஞ்சியிருக்கும் தகட்டின் புவி ஈர்ப்பு

மையம், வட்ட மையத்திலிருந்து a/6 தூரத்திலிருக்கிறதென நிறுவுக.

வினா 5



படம் : வினா 5-5

(அளவுகள் அனைத்தும் சென்டிமீட்டரில் உள்ளன)

படத்தில் காண்பிக்கப்பட்டுள்ள எஃகினால் ஆன மடி தகட்டின் (Folded Plate) வெட்டு முகக் குணகத்தைக் கண்டுபிடி.

அதிகாரம் – 6

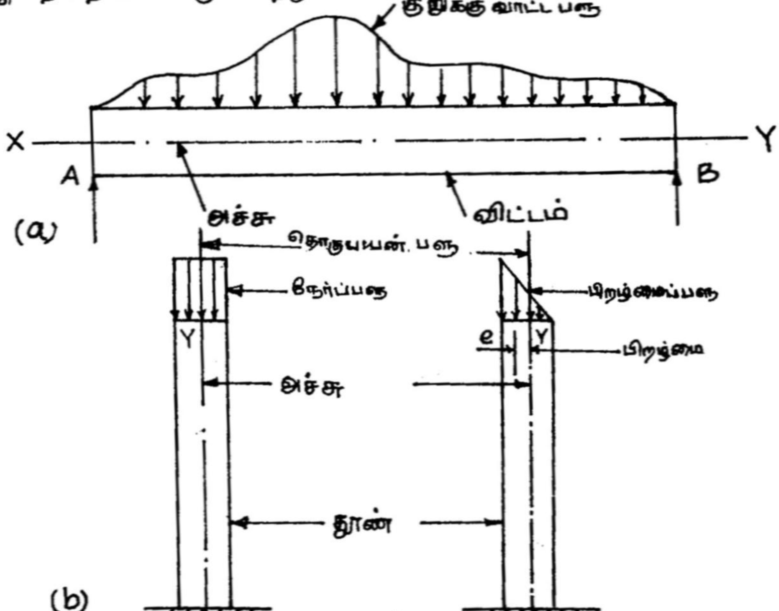
விட்டங்களின் வளைமை - I

(Beams in Bending)

1. விட்டங்கள்

கட்டிடங்களின் அமைப்பில் இருவகையான அடிப்படைக் கூறுகள் (Components) உள்ளன. அவை 1. விட்டம் அல்லது தூலம் (Beam). இது பெரும்பாலும் கிடையாக (Horizontal) இருக்கும். 2. தூண் (Column) என்பது பெரும்பாலும் நிலைக்குத்தாக (Vertical) இருக்கும். கட்டிடத்திலிருந்து வரும் பளு (Loads) உறுப்பின் அச்சுக்குச் (Axis), செங்குத்தாகச் செயல் பட்டால் அவ்வுறுப்பு 'விட்டம்' என்றும் இணையாக (Parallel) செயல்பட்டால் அவ்வுறுப்பு 'தூண்' என்றும் வரையறை செய்யப்படுகின்றன. அச்சுக்குச் செங்குத்தாகச் செயல்படும் பளு குறுக்குவாட்டப் பளு (Transverse Load) என்றும், இதனால் விளையும் தகைவுகள் (stress) 'குறுக்குவாட்டத் தகைவுகள்' என்றும் குறிக்கப் படுகின்றன. இவ்வாறே, அச்சுக்கு இணையாகச் செயல்படும் பளு 'நேர்பளு' (direct load) என்றும், இதனால் விளையும் தகைவுகள் 'நேர்த் தகைவுகள்' என்றும் வழங்கப்படுகின்றன. அச்சுக்கு இணையாகச் செயல்படும் நேர்பளுவினை இருவகைப் படுத்தலாம். அஃது அச்சின் வழியே செயல்பட்டால் அச்சுப் பளு (Axial Load) எனவும் அச்சைவிட்டு விலகிச் செயல்பட்டால்

'பிறழ்மைப் பளு (Eccentric Load) எனவும் கூறலாம். படம் 6-1 இவற்றை விளக்குகின்றது.



படம் 6-1

2. விட்டங்களின் வகைகள்

விட்டங்கள் பலதரப்பட்டன. கட்டுமானப் பொருள்களின் அடிப்படையிலும், வெட்டுமுகங்களின் வடிவ அமைப்பின் அடிப்படையிலும், முனைகள் தாங்கப்பட்டுள்ள முறையின் அடிப்படையிலும் விட்டங்களைப் பிரிக்கலாம்.

(a) கட்டுமானப் பொருள்களின் அடிப்படையிலான பிரிவு:

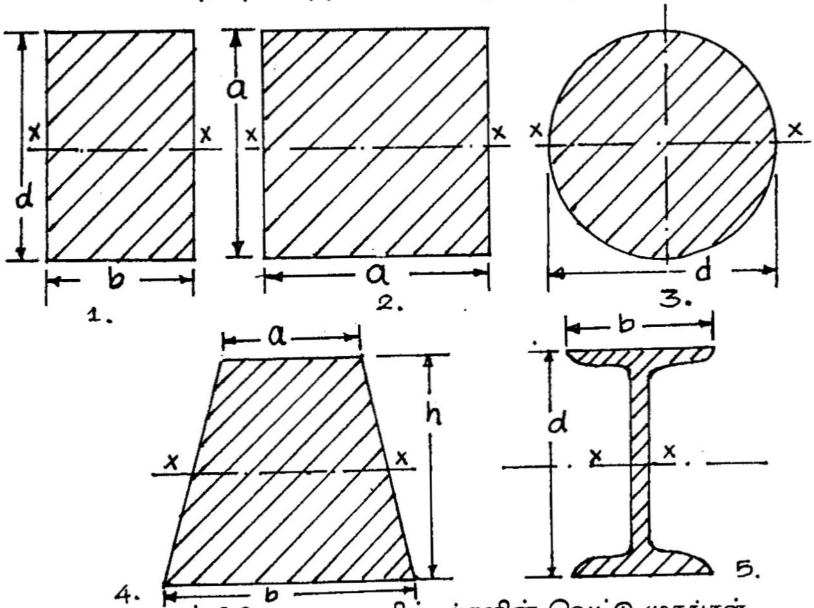
1. மர விட்டங்கள் (Wooden Beams)
2. கல் விட்டங்கள் (Stone Beams)
3. மென் எஃகு விட்டங்கள் (Mild Steel Beams)
4. வலுவூட்டப்பட்ட கற்காரை விட்டங்கள் (Reinforced Concrete Beams)

இவ்வகை விட்டங்களைப் பற்றிய விளக்கத்தினைக் கட்டுமானப் பொருள்கள் (Building Materials) பற்றிய நூல்களில் காணலாம்.

(b) வெட்டு முகங்களின் வடிவ அடிப்படையிலான பிரிவு:

1. நீண்ட சதுர விட்டங்கள் (Rectangular Beams)
2. சதுர விட்டங்கள் (Square Beams)
3. வட்டமான விட்டங்கள் (Circular Beams)
4. சரிவக விட்டங்கள் (Trapezoidal Beams)
5. I - வடிவ விட்டங்கள் (I Beams)

படம் 6-2 மேற்கூறியவற்றினை விளக்குகின்றது.



படம் 6-2 பலவகை விட்டங்களின் வெட்டு முகங்கள்

மேற்குறிப்பிட்ட பலவகையான வெட்டு முகங்களின் வடிவங்களைத் தவிர வேறுபல வடிவங்களும் வழக்கத்தில் உள்ளன. ஆயினும் இவற்றினுள் பெரும்பாலும் நாம் (i) நீண்ட சதுர விட்டங்களையும் (ii) I வடிவ விட்டங்களையும் பயன்படுத்து

கின்றோம். இதற்கான காரணத்தை நாம் பிறிதோர் இடத்தில் அறியலாம். மேலே குறிப்பிடப் பட்டுள்ள வெட்டு முகங்களின் தன்மைகளைப் பற்றி நாம் ஏற்கனவே (அதிகாரம் - 5) கண்டுள்ளோம்.

(c) **பிடிமானத்தின் அடிப்படையிலான பிரிவு:**

(i) எளிய முறையில் தாங்கப்பட்டுள்ள விட்டங்கள் (Simply supported Beams) அல்லது கட்டற்ற முனைவிட்டங்கள் (Freely supported beams)

(ii) ஒற்றைப் பிடிமான விட்டங்கள் (Cantilever beams)

(iii) இருமுனைப் பிடிமான விட்டங்கள் (Fixed beams) அல்லது உள்வைத்துக் கட்டப்பட்ட விட்டங்கள் (Built in Beams) அல்லது பொதிந்த விட்டங்கள் (Eneasire Beams)

(iv) தொடர் விட்டங்கள் (Continuous Beams)

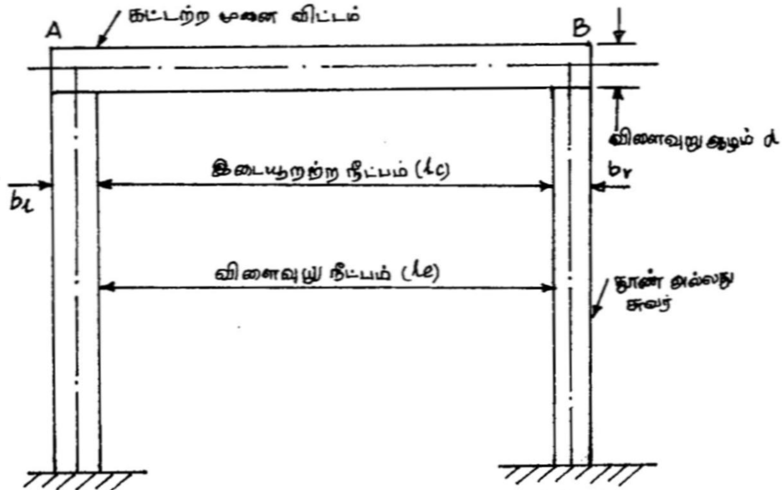
(v) முட்டப்பட்ட விட்டங்கள் (Propped Beams)

(vi) புறநீட்டு விட்டங்கள் (Overhanging Beams)

இவற்றினைப் பற்றித் தற்பொழுது காணலாம்.

(i) எளிய முறையில் தாங்கப்பட்ட விட்டங்கள்:

இவ்வகை விட்டங்களில், அவற்றின் இரு முனைகளும் எளிய முறையில் தாங்கப்பட்டுள்ளன. படம் **6-3** இதனை விளக்கு கின்றது. முனைகள் A,B இரண்டும் எவ்விதக் கட்டுப்பாடுமின்றிச் சுதந்திரமாக இயங்க வல்லன.



படம் **6-3** கட்டற்ற முனை விட்டம்

விட்டத்தைத் தாங்கி நிற்கும் சுவர் அல்லது தூண்களின் இடையிலுள்ள கிடைத்தூரம் 'இடையூறற்ற நீட்பம்' (Clear Span) எனவும், விட்டத்தின் இரு முனைகளிலும் உள்ள முனை எதிர்வினைகள் (End-Reactions) செயல்படும் கோடுகளின் (Lines of Action) இடையே உள்ள கிடைத்தூரம் 'விளைவுறு நீட்பம்' (Effective Span) என்றும் வழங்கப்படுகின்றன.

விளைவுறு நீட்பம் கீழ்க்கண்டவாறு கணிக்கப்படுகிறது.

விளைவுறு நீட்பம் = இடையூறற்ற நீட்பம் + இருபுறங்களிலுமுள்ள தாங்கிகளின் பாதி அகலங்களின் கூட்டுத்தொகை ....*(1)*

= இடையூறற்ற நீட்பம் + விட்டத்தின் விளைவுறு ஆழம் (Effective Depth) ....*(2)*

சமன்பாடுகள் *1* அல்லது 2 இவற்றிலிருந்து கிடைப்பவற்றுள் குறைந்த அளவுள்ளதே விளைவுறு நீட்பமாகும். அதாவது,

விளைவுறு நீட்பம்	$= l_e$
இடையூறற்ற நீட்பம்	$= l_c$
இடப்புறமுள்ள தாங்கியின் அகலம்	$= b_l$
வலப்புறமுள்ள தாங்கியின் அகலம்	$= b_r$
விட்டத்தின் விளைவுறு ஆழம்	$= d$*

எனில், சமன்பாடு **(1)**இலிருந்து

$$l_e = l_c + \frac{1}{2}(b_l + b_r)$$ கிடைக்கின்றது ....1(a)

இருதாங்கிகளும் சம அகலமுள்ளவையாக இருப்பின் (ie $b_l = b_r = b$ எனில், சமன்பாடு 1 (a), $l_a = l_c + b$ என்றாகிறது. ....1 (b)

சமன்பாடு 2 இலிருந்து

$$l_e = l_c + d$$ கிடைக்கின்றது. ....2 (a)

சமன்பாடுகள் 1(a) அல்லது 1 (b), 2(a) ஆகியவற்றிலிருந்து கிடைப்பவற்றுள் குறைந்த அளவுள்ளதே விளைவுறு நீட்பமாகும்

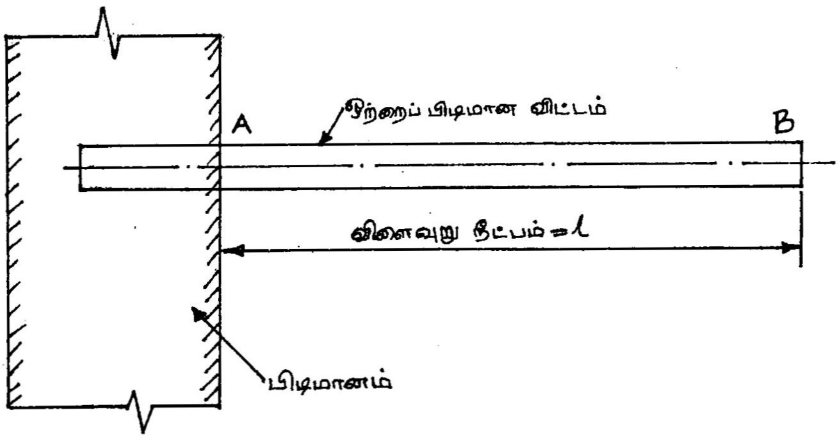
விளைவுறு நீட்பத்தினை இனி 'l' எனக் கொள்ளலாம்

(ii) ஒற்றைப் பிடிமான விட்டங்கள்:

இவ்வகை விட்டங்கள் ஒரு முனை தூண் அல்லது சுவருடன் நன்கு பொதிந்தும், மறுமுனை எவ்விதத் தாங்கியின்றியும், படம் **6-4** இல் காட்டப்பட்டுள்ள வண்ணம் இருக்கும். இவ்வகை விட்டங்கள் விளைவுறு நீட்பம் (l) பிடிமானத்தின் முகப்பிலிருந்து தாங்கியற்ற மறுமுனை வரையிலுள்ள இடைநீளம் ஆகும்.

---

* விட்டம் ஒரு பொருளினால் ஆனதாக இருந்தால், விட்டத்தின் ஆழம் (d), விளைவுறு ஆழம் (de) ஆகிய இரண்டும் ஒன்றே.

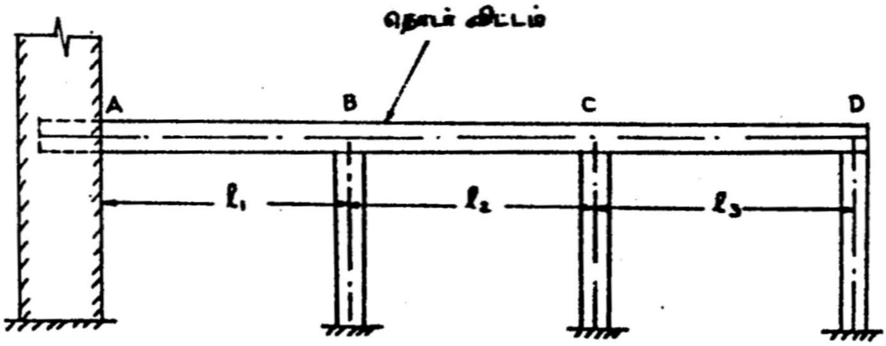


படம் 6-4 ஒற்றைப் பிடிமான விட்டம்

படத்தில் AB க்கு இடையிலுள்ள தூரம் இதனைக் குறிக்கிறது.

(iii) தொடர் விட்டங்கள்:

இரண்டிற்கும் மேற்பட்ட தாங்கிகளின் மேல் அமைந்திருக்கும் விட்டத்தினைத் தொடர்விட்டம் எனலாம். சான்றாக நீண்ட பாலங்களின் (Bridges) மேல் கட்டப்படும் விட்டத்தினைக் கூறலாம். இவ்வகைத் தொடர்விட்டத்தின் இரு முனைகளும் பொதிந்தோ, ஒரு முனை பொதிந்தும் மறுமுனை எளிய முறையில் தாங்கப்பட்டோ அல்லது இரு முனைகளும் எளிய முறையில் தாங்கப் பட்டோ இருக்கக்கூடும். படம் 6-5 இல் காண்பது ஒரு தொடர் விட்டமாகும்.

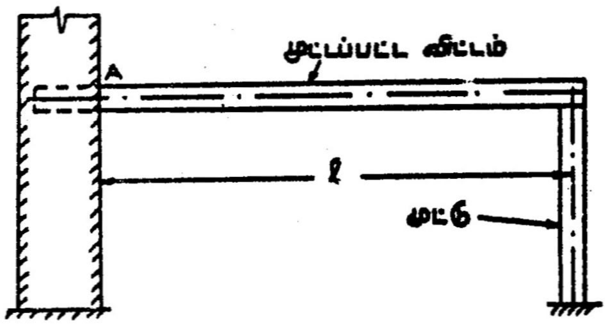


படம் 6-5 தொடர் விட்டம்

படம் 6.5 இல் காணப்படும் தொடர்விட்டத்தில் முனை A பொதிந்தும், முனை D எளிய முறையில் தாங்கப்பட்டும் உள்ளன. தாங்கிகள் B,C இவற்றின் மேல் விட்டம் தொடர்ச்சியாக உள்ளது. இவ்வகை விட்டத்தில் தாங்கிகளுக்கு இடையிலுள்ள விளையுறு நீட்பம் ஒரே அளவினதாகவோ வெவ்வறே அளவினதாகவோ இருக்கலாம். படத்தில் l_1,l_2 மேலும் l_3 இவை வெவ்வேறு அளவினை உடைய விளையுறு நீட்பத்தினைக் குறிக்கின்றன.

(iV) முட்டப்பட்ட விட்டங்கள்:

இவ்வகை விட்டத்தில் ஒரு முனை பொதிந்தும், மறுமுனை எளிய முறையில் தாங்கப்பட்டும் இருக்கும். படம் 6-6 இதனை விளக்குகின்றது.



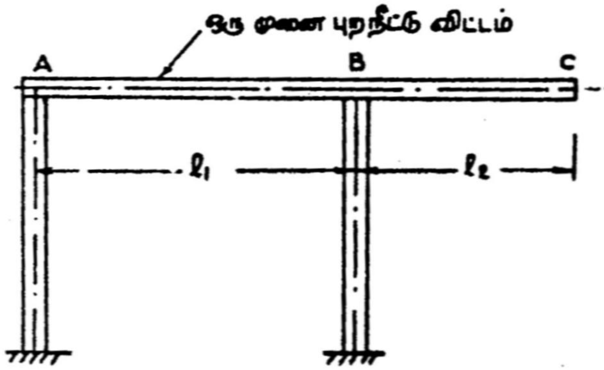
படம் 6-6 முட்டப்பட்ட விட்டம்

படத்தில் காணப்படும் முட்டப்பட்ட விட்டத்தில் முனை A பொதிந்தும், முனை B கீழே வளையாமல் முட்டப்பட்டும் உள்ளன.

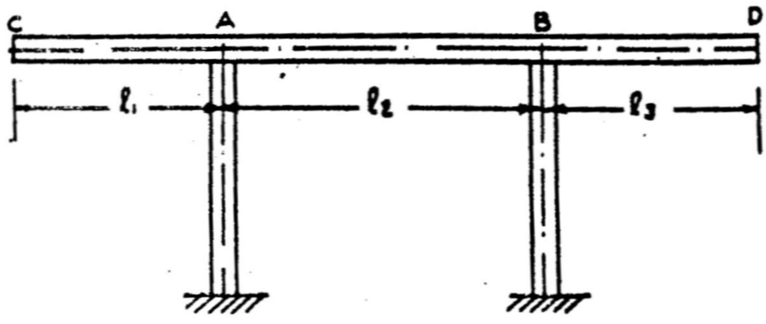
(v) புற நீட்டு விட்டங்கள் (Overhanging Beams)

இவ்வகை விட்டத்தில், அதன் ஒரு முனையோ அல்லது இரு முனைகளுமோ, தாங்கிகளுக்கு வெளியே நீட்டிக் கொண்டிருக்கும். ஒரு முனை மட்டில் வெளியே நீட்டிக் கொண்டிருந்தால், அதனை 'ஒரு முனைப் புறநீட்டு விட்டமெனவும் (Single Overhanging) இரு முனைகளிலும் வெளியே நீட்டிக் கொண்டிருந்தால் 'இரு முனைப் புறநீட்டு விட்டமெனவும் (Double Overhanging) குறிக்கலாம்.

இவற்றைப் படம் 6-7 விளக்குகின்றது.



(a) ஒரு முனைப் புறநீட்டு விட்டம்



படம் 6-7 புறநீட்டு விட்டங்கள்

(b) இரு முனைப் புறநீட்டு விட்டம்

3 பளுவின் வகைகள் (Types of Loads)

விட்டங்களின் மேல் செயல்படும் பளு பலவகைப்பட்டது

(b) புள்ளிப் பளு (Point Load)

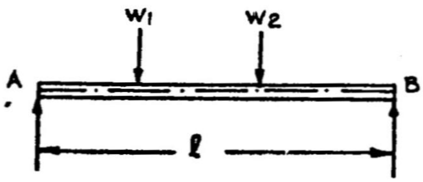
பளு பரவலாகச் செயல்படாமல் ஒரு புள்ளியில் செயல்படுவதாகக் கருதப்பட்டால் அதனைப் 'புள்ளிப் பளு', 'செறிந்த பளு' (Concentrated Load) அல்லது 'கத்தி விளிம்புப் பளு' (Knife Edge Load) எனலாம். நடைமுறையில் எந்தப் பளுவும் புள்ளியில் செயல்படுவதில்லை. அவ்விதம் செயல்பட்டால், அப்புள்ளியில் தோன்றும் தகைவு எல்லை கடந்து வரையிலியை (Infinite) அடைகின்றது. உண்மையில், இவ்வகைப் பளு ஒரு குறிப்பிட்ட, ஆனால் மிகச் சிறிய பரப்பில் செயல்படுகின்றது.

(B) பரவலான பளு (Distributed Load)

இவ்வகைப் பளு ஒரு புள்ளியில் செயல்படாமல், பரவலாகச் செயல்படுகின்றது. பரவல் சீராக இருந்தால் அதனைச் 'சீரான பரவல் பளு' (Uniformly distributed Load) என்றும், 'நீண்ட சதுர வடிவப் பளு' என்றும் கூறலாம். பரவல் சீராக இல்லாமல், ஆனால் அதே சமயம் ஏதேனும் ஒரு விதிக்கு (Law) உட்பட்டு மாற்றமுற்றால், அவ்விதமான பரவலைச் சீராக மாறும் பளு' (Uniformly varying Load) என்றும் கூறலாம்.

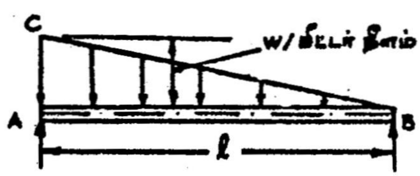
(c) திருப்புமை (Moment)

சில சமயங்களில், மேலே குறிப்பிடப்பட்டுள்ள பளு வகைகளைத் தவிர, திருப்புமையும் விட்டத்தின் மேல் செயல் படலாம். இவ்றினைப் படம் 6-8 விளக்குகின்றது.



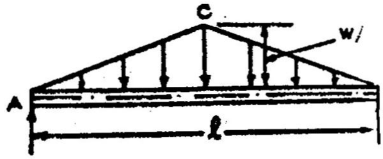
(a) புள்ளிப் பளு

(b) சீரான பரவல் பளு

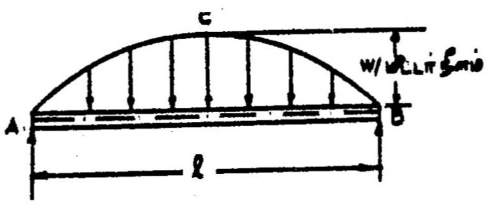


(c) (i) (சீராக மாறும் பளு
(முக்கோண வடிவப் பளு)
(முதல் வகை)

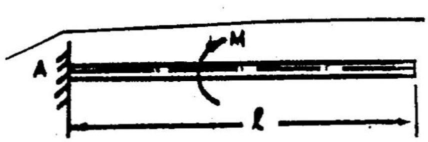
படம்-6.8



(ii) முக்கோண படிவப் பளு
(இரண்டாம் வகை)



(iii) பரவளைய வடிவப் பளு



(d) திருப்புமை

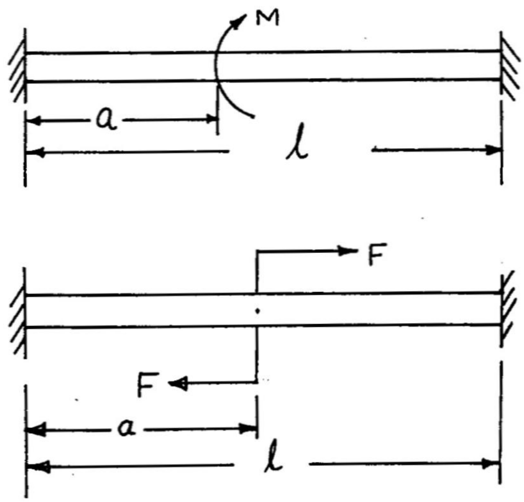
படம் 6-8 பளுவின் வகைகள்

படம் 6-8 (a) யில் இரண்டு புள்ளிப் பளுக்கள் - w_1, w_2 விட்டம் AB யின் மேல் செயல்புரிகின்றன விட்டம் AB யின் மேல் செயல்படும் பளுவின் மொத்த அளவு (w_1+w_2) ஆகும்.

படம் 6-8 (b) யில் சீரான பரவல் பளு, விட்டம் ABயின் மேல், l_1 நீளத்திற்குச் செயல்படுகின்றது. பளுவின் வீதம் ω/ மீட்டர் நீளம் எனக் குறிக்கப்பட்டுள்ளது. அதாவது, இதே வீதத்தில் பளு விட்டத்தின் நீளவாட்டத்தில் ஒரு மீட்டர் தூரம் செயல்பட்டால், அதன் அளவு ω ஆகும். எனவே, படத்தில் காணப்படும் விட்டம் ABயின் மேல் செயல்படும் மொத்தப் பளு ω x L ஆகும். இது நீண்ட சதுரம் EFGH இன் பரப்பு என்பது கண்கூடு.

படம் 6-8 C(I) C இல் சீராக மாறும் பளு விளக்கப்பட்டுள்ளது. விட்டம் AB யின் மேல் சீராக மாறும் முக்கோண வடிவப் பளு செயல்புரிகின்றது. இந்நிகழ்வுக்கூற்றில் பளுவின் வீதம், முன்னர்க் கண்டது போலன்றி, Aயில் ω/ மீட்டர் நீளம் எனபதிலிருந்து Bயை நோக்கிச் செல்லுகையில் சீராகக் குறைந்து, Bயில் பூஜ்ய மதிப்பை அடைகின்றது. பளுவின் வீதம் இவ்விதம் சீராகக் குறைவதால், அதன் சராசரி வீதம் (ω/2) மீட்டர் நீளம் என்றாகின்றது. இந்தச் சராசரி வீதமான (ω/2) மீட்டர் நீளம் விட்டம் AB யின் முழு நீளமான l இன் மேல் செயல்படுவதாகக் கொண்டால் ABயின் மேல் செயல்புரியும் பளுவின் மொத்த அளவு ω /2 x l என்றாகிறது. இது முக்கோணம் ABC யின் பரப்பு. இரு விதமான சீராக மாறும் பளுக்களைப் படம் 6-8 C (ii) & (iii) விளக்குகின்றன. இவ்விரு நிகழ்வுக் கூறுகளிலும் விட்டம் AB-யின் மேல் செயல்புரியும் மொத்தப் பழுவின் அளவுகள் முறையே w l/2 மற்றும் 2/3 wl ஆகும்.

சில சமயங்களில், விட்ட மொன்றின்மேல் திருப்புமையும் செயல்படலாம். படம் 6-8 (d) யில் 'M' அளவினமாகத் திருப்புமை ஒன்று விட்டம் ABயின் மேல் செயல்படுகின்றது. இத்திருப்பு மைக்கு மாற்றாக, அதே விளைவைத் தோற்றுவிக்கக்கூடிய இணைச் சுழலியொன்றினைப் (couple) படம் 6-9 விளக்கு கின்றது.



படம் 6-9 திருப்புமைக்குச் சமமான இணைச் சுழலி (Couple)

4. தாங்கிகளின் வகைகள் (Types of supports)

தாங்கிகளைக் கீழ்வருமாறு வகைப்படுத்தலாம்:

(a) கீலகத் தாங்கிகள் (Hinged Supports)

உராய்வற்ற (Frictionless) கீலகம் இடப்பெயர்ச்சியைத் தடுக்க வல்லது, சுழற்சியை (Rotation) மட்டிலுமே அனுமதிக்கக்கூடியது. இடப் பெயர்ச்சி தடுக்கப்படுவதால் கீலக முனையில் எதிர்வினைகள் தோன்றக்கூடும். சுழற்சி அனுமதிக்கப்படுவதால் எதிர்த் திருப்புமை (CounterMoment) உண்டாக வாய்ப்பு இல்லை.

இவை கீலகத் தாங்கிகளின் நிபந்தனைகளாகும் (Conditions) இவற்றைத் தாங்கி-நிபந்தனைகள் (Support Conditions) என்பர்.

(b) உருளைத் தாங்கிகள் (Roller supports)

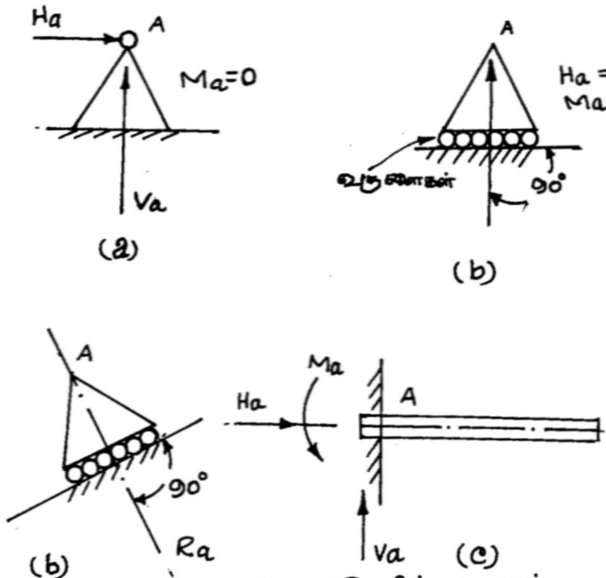
இவ்விதமான தாங்கியில் தாங்கியின் மேற்பரப்பிற்கு இணையான திசையில் இடப் பெயர்ச்சி ஏற்பட வாய்ப்பு

இருக்கிறது. எனவே உருளைத்தாங்கியில் அதன் மேற்பரப்பிற்கு இணையான திசையில் எதிர்வினை ஏதும் செயல்படுவதில்லை. மாறாக அதன் மேற்பரப்பிற்குச் செங்குத்தான திசையில் மட்டுமே எதிர் வினை செயல்படும். மேலும் உருளைத்தாங்கியில் எதிர்த்திருப்புமைகள் செயல்பட இயலா. இயல்பான நிலையில், உருளைத் தாங்கிகளை விட்டத்தின் ஒரு முனையில் மட்டுமே அமைப்பார்கள். ஏனெனில், விட்டத்தின் இரு முனைகளிலும் அவை அமைக்கப்பட்டால் விட்டத்தின் மேல் சாய்வு விசைகள் செயல்படும்போது சாய்வு விசையின் கிடைக்கூறு (Horizontal Component) செயல்படும் திசையில் விட்டம் நகரத்தொடங்கும். விட்டம் அதன் சமநிலையை (Equilibriium) இழக்கும்.

உருளைத் தாங்கிகள் பெரும்பாலும் பாலங்களில் அமைக்கப் பட்டிருக்கும் விட்டங்களைத் தாங்குவதற்குப் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. ஏனெனில் வெப்பமாறுபாட்டால் விட்டத்தின் நீளம் குறையவோ அதிகரிக்கவோ கூடும். தவிரவும், பாரத்தின் மேல் செல்லும் ஊர்திகள் விட்டத்தின் நெட்டாங்குத் திசையில் (LongitudinalDlirection) தகைவுகளை விளைவிக்கின்றன. இந்நெட்டாங்குத் தகைவுகளும் விட்டத்தின் நீளத்தில் மாற்றத்தினை உண்டாக்குகின்றன. இவ்விரு நிகழ்வுக் கூறுகளிலும் விட்டம் கிடையான திசையில் சிறிதளவு நகருகின்றது. இச்சிறு இயக்கம் தடைப்பட்டால் விட்டத்தில் விரும்பத்தகாத தகைவுகள் தோன்றக்கூடும். உருளைத்தாங்கிகள். இத்தன்கய இயக்கத்தினை அனுமதிப்பதால் இவ்விதமான இரண்டாம் தரத் தகைவுகள் (Secondary stress) ஏதும் விட்டத்தில் தோன்ற வாய்ப்பு இல்லை.

(c) பிடிமானத் தாங்கிகள் (Fixed Supports)

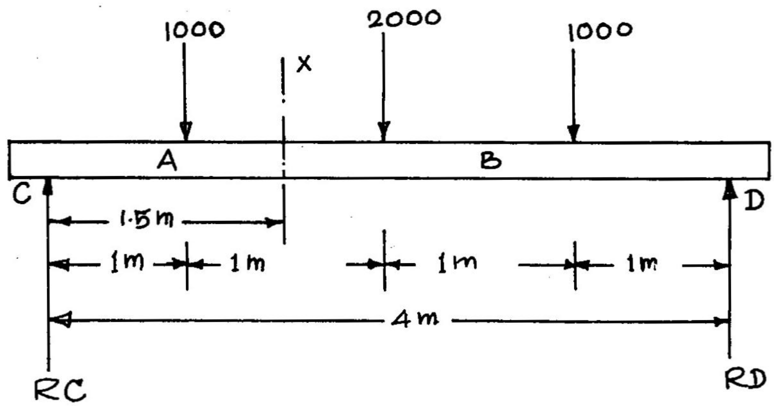
இவ்வகைத்தாங்கிகள் விட்டத்தின் முனைகள் இடம் பெயர்வதையும், சுழற்சியையும் அனுமதிப்பதில்லை. எனவே எதிர் வினைகள் மட்டுமல்லாமல் திருப்புமையும் இவ்வகைத் தாங்கிகளில் செயல்படக்கூடும். படம் **6-10** இவற்றினை விவரிக்கின்றது.



படம்: *6.10* தாங்கிகளின் வகைகள்

5. விட்டத்தின் குறுக்கு வெட்டு முகத்தில் தோன்றும் விளைவுகள்:

விட்டத்தின் மேல் செயல்படும் பளுக்கோவை (System of Loads) விட்டத்தின் குறுக்குவெட்டில் தோற்றுவிக்கும் விளைவுகளைப் பற்றித் தற்போது காண்போம். *4* மீட்டர் விளைவுறு நுட்பமுள்ள விட்டம் ஒன்றின் மேல், *1000, 2000* மற்றும் *1000* கிலோகிராம் எடை புள்ளிப் பளுக்கள், விட்டத்தின் இடத் தாங்கியான C யிலிருந்து முறையே *1,2* மற்றும் *3* மீட்டர் தூரங்களில் செயல்படுவதாகக் கொள்வோம். (படம் *6-11)*



படம் *6-11* குறுக்குவெட்டு முகத்தில் தோன்றும் விளைவுகள்

முனை Cயிலிருந்து *1.5* மீட்டர் தூரத்தில் உள்ள குறுக்குவெட்டு முகம் xxல் மேற்கண்ட பளுக் கோவையினால் தோன்றும் விளைவுகள் பற்றி ஆராய்வோம். பளுக்கோவை முனைகள் C,D இவற்றில் செயல்புரியும் எதிர் வினைகளான R_c, R_d - ஆகியவற்றின் ஆளுகையில் விட்டம் CD சமநிலையில் (equilibrium) உள்ளது. விட்டமும், தாங்கிவகைகளும் மேலும் பளுக்கோவையும் சமச்சீரோடு (Symmetry) இருப்பதால், $R_C = R_D$ = 2000 kg ஆகும். இவ்வாறு சமச்சீர் இல்லாவிடினும் நிலையியலில் நாம் கண்ட 'சமநிலை அடிப்படைச் சமன்பாடுகளின்' உதவியினால் (Basic Equations of Equilibrium) R_c, R_d இவற்றின் மதிப்பைக் கண்டறியலாம். குறுக்கு வெட்டுமுகம் x - x விட்டத்தை AB என இரு பகுதிகளாகப் பிரிப்பதாகக் கொள்வோம். பகுதி Aயில் செயல்புரியும் விசைகளைப் பற்றிக் காண்போம்.

பகுதி Aயில், மேல் நோக்கிச் செயல்படும் 2000 kgf. (கிலோகிராம் விசை) எதிர்வினை ஒன்றும், கீழ் நோக்கிச் செயல்புரியும் விசை 1000 kgf ஒன்றும் உள்ளன. இவ்விரு விசைகளின் தொகுபயன் விசை (Resultant Force), மேல் நோக்கிச் செயல்படும் விசையான F = 2,000 ↑ - 1000 kgf ↓ = 1000 kgf ↑ ஆகும். விசை F, முனை Cயிலிருந்து Z தூரத்தில் செயல் புரிவதாகக் கொள்வோம். தூரம் Z-ஐக் கண்டறிய, பகுதி A யில் செயல்புரியும் விசைகள் முனை Cயில் தோற்றுவிக்கும் திருப்பு மையையும் தொகுபயன் விசையான F - முனை Cயில் தோற்றுவிக்கும் திருப்புமையையும் சமன்படுத்துவோம்.

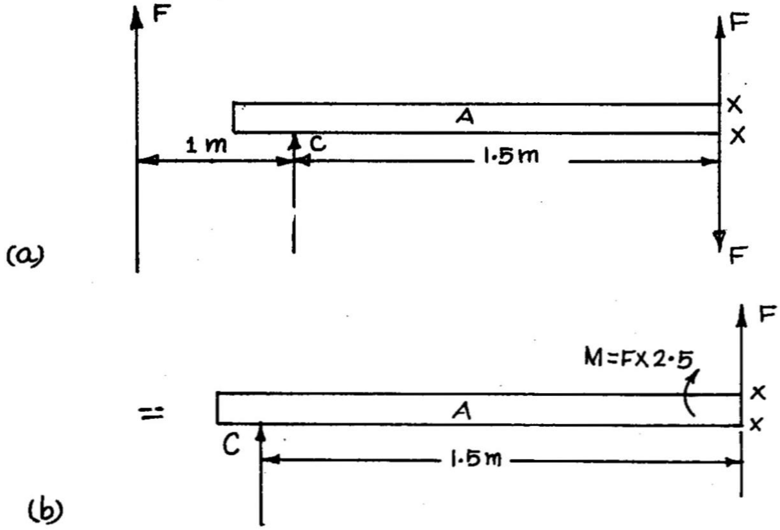
ie $F \times Z = 2000 \times 0 + 1000 \times 1$

$1000 \times Z = 1000$

$\therefore Z = 1$ மீட்டர்

எனவே, பகுதி A யில் செயல்புரியும் விசைகளின் விளைவு – முனை Cயிலிருந்து, **1.0** மீட்டர் தூரத்தில், படம் **6-11** இல் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளவாறு, மேல்நோக்கிச் செயல்புரியும் F = 1000kg. விசையே ஆகும். பகுதி A சமநிலையில் இருப்பதனால், குறுக்கு வெட்டு முகம் x - xஇல் விசை F ஆல் தோன்றும் விளைவுகளுக்கு எதிர் விளைவுகள் தோன்ற வேண்டும். இதனை அறிய குறுக்குவெட்டு முகம் x-x இல் இரு சமமான எதிர்விசைகள் F, F - செயல்படுவதாகக் கொள்வோம். விசைகள் F, F சமமாகவும் எதிர்த்திசைகளில் செயல்படுவதாலும் இவற்றை அறிமுகப் படுத்ததுவதாலும் பகுதி A யின் சமநிலை பாதிக்கப்படுவதில்லை.

விட்டத்தின் பகுதி Aயில், படம் **6-12** இல் காண்பித்துள்ள வாறு மூன்று விசைகள் -F தற்போது செயல்படுகின்றன.



படம் 6-12 குறுக்கு வெட்டு முகத்தில் தோன்றும் விளைவு கள் - பகுதி`A'

இவற்றைக் கீழ்வருமாறு வகைப்படுத்தலாம்.

(i) X - X இல் மேல் நோக்கிச் செயல்படும் விசை F

(ii) மீதமுள்ள இருவிசைகளினால் உருவாகும் இணைச் சழலி (couple). இந்த இணைச்சுழலியினால் தோன்று திருப்புமை:

F x (1.0 + 1.5) = 2..5 F

= 2.5 x 1000

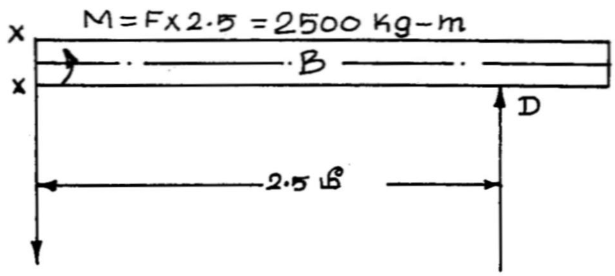
= 2500 kg-m கிலோகிராம் - மீட்டர். (வலமுறை) (Clockwise)

பகுதி A -யில் செயல்படும் பளுக்கோவையின் விளைவுகள் குறுக்கு வெட்டு முகமான X - X இனால் தடுக்கப்பட வேண்டிய விளைவுகள் - இருதரப்பட்டன. அவை

(i) வெட்டு முகம் X - Xஇன் பரப்பில், மேல் நோக்கிச் செயல்படும் விசை F = 1000 kgf

(ii) ஒரு, இணைச்சுழலியினால் தோன்றும் திருப்புமை M = 2500 kg m (வலமுறை)

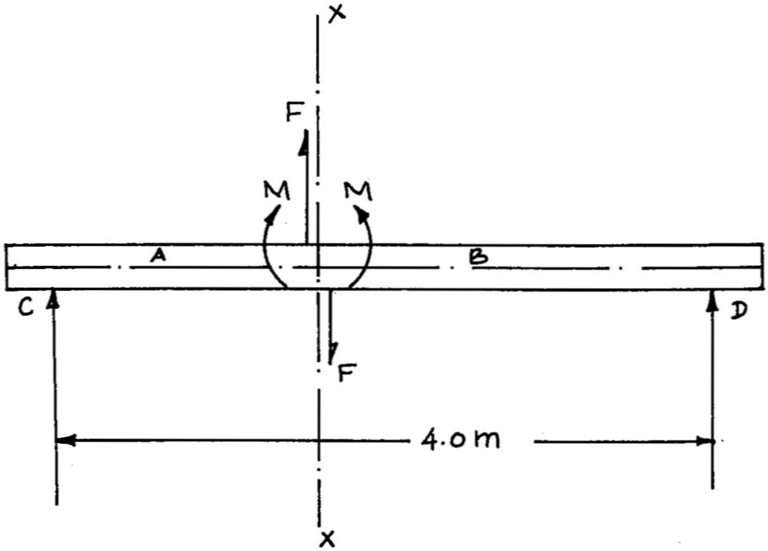
இதேபோல், விட்டத்தின் பகுதி -Bயை ஆராய்ந்தால், படம் **6-13** இல் காண்பித்துள்ளவாறு கீழ் நோக்கிய விசை F ஒன்றும், இடமுறையாகச் செயல்படும் (Anticlockwise) திருப்புமை M = 2500 kg - m ஒன்றும் இருப்பதைக் காணலாம்.



படம் **6-13** குறுக்குவெட்டு முகம் XX இல் தோன்றும் விளைவுகள் - பகுதி B

விட்டத்தின் மேல் செயல்படும் பளுக்கோவையினால், குறுக்கு வெட்டு முகம் XX இல் தோன்றும் விளைவுகளைப் படம் **6-14** இல் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளவாறு குறிக்கலாம். இரண்டு சமமான, எதிர்த்திசைகளில் செயல்படும் விசைகள் FF ஒரு குறுக்குவெட்டு முகத்தின் மேல் செயல்புரிந்து, அதனை வெட்டு முகத்தினை 'நறுக்க' அல்லது 'கத்தரிக்க' முயல்கின்றன. இதனை 'நறுக்கு விசை ' அல்லது 'கத்தரிப்புவிசை' (Shearing force) என்பர். இக்கத்தரிப்பு விசையை வெட்டுமுகம் தடுக்க, கத்தரிப்புத் தகைவுகளைத (Shear Stress) தோற்று விக்க வேண்டும். மேலும்,

வெட்டு முகத்தில் செயல்படும் இரண்டு திருப்புமைகள் M - M, வெட்டு முகத்தில் விட்டத்தை வளைக்க முயல்கின்றன. இதனை 'வளைமைத் திருப்புமை' (Bending moment) என்பர். எனவே இவ்வளைமைத் திருப்புமையின் (Bending moment) செயலைத் தடுக்க, வளைமைத் தகைவுகளைக் (Bending stersses) குறுக்கு வெட்டுமுகம் தோற்றுவிக்க வேண்டும்.



படம் *6-14* குறுக்கு வெட்டு முகத்தில் (XX–ல்) தோன்றும் விளைவுகள் – பகுதிகள் A, B

எனவே, விட்டத்தின் குறுக்குவெட்டுமுகம் ஒன்றில், பளுக் கோவையினால் தோன்றும் விளைவுகளாவன:

1. கத்தரிப்பு விசை
2. வளைமைத் திருப்புமை

கத்தரிப்பு விசையைக் கீழ்வருமாறு வரையறை செய்யலாம். குறுக்குவெட்டு முகம் ஒன்றின் இடப்புறத்திலோ வலப்புறத்தி லோ செயல்படும் அனைத்து விசைகளின் குறிக்கூட்டுத்

தொகையே (Algebraic sum) கருதப்பட்டுள்ள வெட்டு முகத்தில் தோன்றும் 'கத்தரிப்பு விசை' ஆகும்.

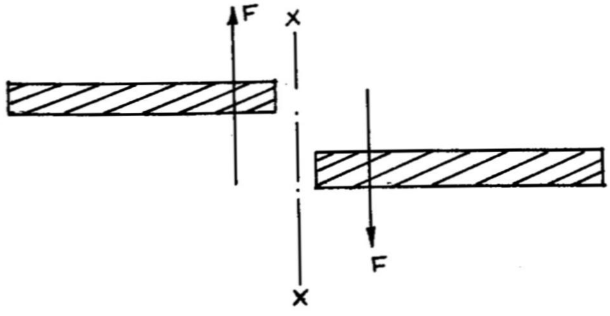
வளைமைத் திருப்புமையைக் கீழ்வருமாறு வரையறை செய்யலாம்: குறுக்குவெட்டு முகம் ஒன்றின் இடப்புறத்திலோ வலப்புறத்திலோ செயல்படும் அனைத்து விசைகளினால் விளையும் திருப்பு மைகளின் குறிக்கூட்டுத்தொகையே, கருதப்பட்டுள்ள வெட்டு முகத்தில் தோன்றும் 'வளைமைத் திருப்புமை' ஆகும்.

6. குறியீடுகளுக்கான மரபுகள் (Sign conventions)

கத்தரிப்பு விசைக்கும், வளைமைத் திருப்புமைக்கும் தகுந்த குறிகள் தருதல் அவசியமாகிறது. பலவிதமான மரபுகள் வழக்கத்தில் உள்ளன. இந்நூலில் கீழ்க்காணும் குறியீட்டு முறை பின்பற்றப்படுகிறது.

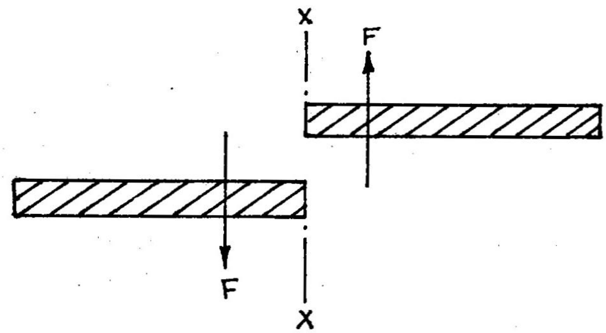
(a) கத்தரிப்பு விசைக்கான குறியீடு:

வெட்டுமுகம் ஒன்றின் இடப்புறமாக மேல் நோக்கியோ அதன் வலப் புறமாகக் கீழ்நோக்கியோ செயல்படும் கத்தரிப்பு விசையை 'நேர்மறைக் கத்தரிப்பு விசை' (Positiveshear) எனலாம். இதே போல், வெட்டுமுகம் ஒன்றின் இடப் புறமாகக் கீழ் நோக்கியோ அதன் வலப் புறமாக மேல் நோக்கியோ செயல் படும் கத்தரிப்பு விசையை எதிர்மறைக் கத்தரிப்பு விசை (Negative shear) எனலாம். படம் **6-15** இதனை விளக்குகின்றது.



(a) நேர்மறைக் கத்தரிப்பு விசை

படம் 6—15



(b) எதிர்மறைக் கத்தரிப்பு விசை

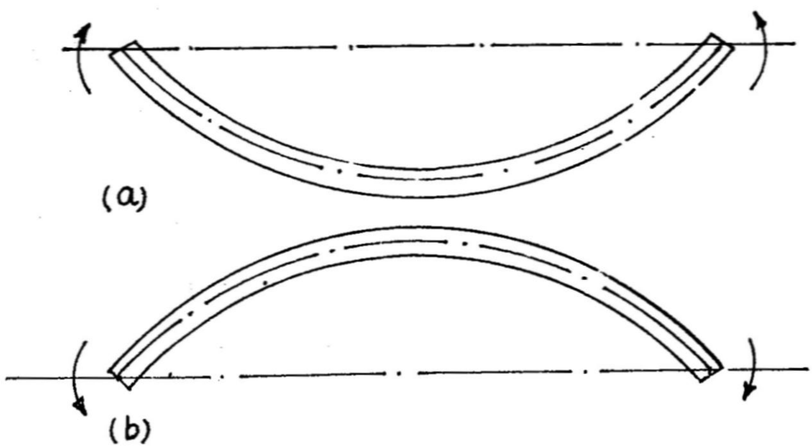
படம் 6-15 கத்தரிப்பு விசைக்கான குறியீட்டு முறை

மேற்கண்ட கருத்தினையே அட்டவணை 6-1ம் விளக்குகின்றது

அட்டவணை 6-1 (Table 6-1)

வரிசை எண்	விளக்கம்	குறியீடு
1.	இடப் புறமாக மேல் நோக்கிச் செயல்படும் விசை (Upward Left Positive (ULP))	+
2.	இடப் புறமாகக் கீழ்நோக்கிச் செயல்படும் விசை (Downward Left Negative (DLN))	-
3.	வலப்புறமாக மேல் நோக்கிச் செயல்படும் விசை (Upward Right Negative (URN)	-
4.	வலப்புறமாகக் கீழ்நோக்கிச் செயல்படும் விசை (Downward Right Positive (DRP)	+

(b) வளைமைத் திருப்புமைக்கான குறியீடு, விட்டமொன்று தொங்கும் வண்ணம் (கீழ் நோக்கி வளையும் வண்ணம்) செயல்படும் திருப்புமை 'தொங்கு வளைமைத் திருப்புமை (Sagging Bending Moment) எனப்படுகிறது. இதனை 'நேர்மறை வளைமைத் திருப்புமை (Positive Bending Moment) என்று கருதலாம். இதேபோல், விட்டமொன்று எழும்எழும் வண்ணம் (மேல் நோக்கி வளையும் வண்ணம்) செயல்படும் திருப்புமை எழும்பும் வளைமைத் திருப்புமை' (Hogging Bending Moment) எனப்படுகிறது. இதனை 'எதிர்மறை வளைமைத் திருப்புமை' (Negative Bending Moment) என்று கருதலாம். படம் **6-16** இதனை விளக்குகின்றது.



(a) நேர்மறை வளைமைத் திருப்புமை (b) எதிர்மறை வளைமைத் திருப்புமை

படம் **6-16** வளைமைத் திருப்புமைக்கான குறியீட்டு முறை

இவை தவிர, விட்டத்தில் விளையும் கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றைக் கணக்கிட ஆயக் கோவையினை (Coordinate system) பயன்படுத்துவது நலம் பயக்கும். விட்டத்தின் இட முனையை ஆயக்கோவையின் ஆதியாகக்(Origin) கொண்டு, விட்டத்தின் விளையுறு நீட்பத்தின்

திசையை +X எனக் கொள்ளலாம். சில சமயங்களில், விட்டத்தின் வல முனையை ஆயக்கோவையின் ஆதியாகக் கொண்டு விட்டத்தின் விளைவுறு நீட்பத்தின் திசையை +X எனக் கொள்ள லாம். இஃது கொடுக்கப்பட்டுள்ள வினாவினைப் பொறுத்ததே. விட்டத்தின் வெட்டு முகம் ஒன்றில் தோன்றும் கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றை X இன் சார்புக்கூறாக (function) எழுதலாம். இந்தச் சார்புக் கூற்றின் இயல்பினைக் கொண்டு, கத்தரிப்பு விசை விளக்க வரைபடம் க.வி.ப. (Shear Force Diagram) - SFD, வளைமைத திருப்புமை விளக்க வரைபடம் - வ.தி.ப. (Bending Moment Diagram) - BMD ஆகியவற்றின் வடிவத்தினை அறியலாம்.

கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றின் சமன்பாடுகளைக் கொண்டு கிடைக்கும் மதிப்புகளை விளைவுறு நீட்பத்தின் மேல் வரைந்தால் முறையே கத்தரிப்பு விசை விளக்க வரைபடம் (SFD), வளைமைத் திருப்புமை விளக்க வரைபடம் (BMD) ஆகியவை கிடைக்கின்றன. இவ்விளக்கப் படங்களிலிருந்து, கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றின் பெரும மதிப்பை (Maximum value) அறிவதோடு, கத்தரிப்பு விசை பூஜ்ய மதிப்பை அடையும் புள்ளி (Point of Zero shear)ஃ வளைமைத் திருப்புமை பூஜ்ய மதிப்பை அடையும் புள்ளி (Point of Zero Bending Moment) அல்லது வளைமைத் திருப்புமை குறிமாறும் புள்ளி (Point where Bending Moment Changes Sign) ஆகியவற்றையும் அறிந்து கொள்ளலாம். வளைமைத் திருப்புமை குறிமாறும் புள்ளியினை எதிர்வளைப்புப் புள்ளி (Point of Contraflexure) அல்லது வளைப்பு மாற்றப் புள்ளி (Point of inflexion) எனலாம்.

7. கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றின் விளக்க வரைபடங்கள்: (SFD, BMD)

I ஒற்றைப் பிடிமான விட்டங்கள்:

(a) **விளைவுறு நீட்பம் 'l', முனை – பளு W செயல்படுதல்:**

ஒற்றைப் பிடிமான விட்டமொன்றின் தாங்கியற்ற முனை Bயிலிருந்து x தூரத்தில் உள்ள xx என்னும் வெட்டு முகத்தைக் காண்போம். xx என்னும் அந்த வெட்டு முகத்தில் விளையும்

கத்தரிப்பு விசை $F_X = +W$ (˙.˙ DR? அன்றோ! வளைமைத் திருப்புமை $M_X = W_X$ (எதிர்மறையாகக் குறிக்கப்பட்டுள்ளது. ஏனெனில் ஒற்றைப்பிடிமான விட்டத்தில் கீழ்நோக்கிப் பளு செயல்படுவதால் தோன்றும் வளைமைத் திருப்புமை 'எழும் வளைமைத் திருப்புமை' அன்றோ!) அதாவது

$$F_X = +W \qquad ....(1)$$

$$M_X = -W_X \qquad ....(2)$$

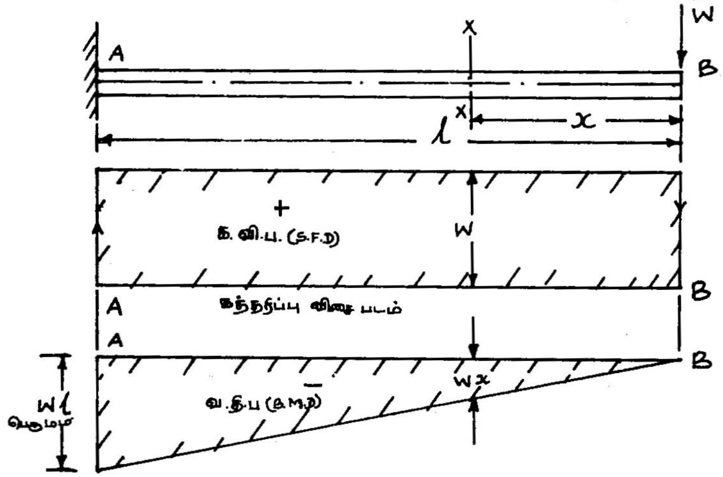
சமன்பாடு *(1)* இல் கத்தரிப்பு விசை F_X, x இனைச் சார்ந்திருக்க வில்லை. எனவே, x இன் அனைத்து மதிப்புகளுக்கும் ie x = 0 லிருந்து x = l வரை F_X ஒரு மாறிலி, எனவே கத்தரிப்பு விசை வரைபடம் ஒரு நீண்ட சதுரமாகும்.

சமன்பாடு (2) இல் வளைமைத்திருப்புமை M_X, x இன் நேர் கோட்டுச் சார்புக் கூறாகும் (Linear Function)ஆ ஆகையால் M_X இன் மதிப்பு x இனைச் சார்ந்துள்ளது

x = 0 ஆக இருக்கும்போது $M_O = 0$

x = l ஆக இருக்கும்போது $M_l = -W_l$

வளைமைத் திருப்புமை முனை B யிலிருதந்து முனை A நேர்கோட்டுவிதிப்படி முறையே *0*விலிருந்து - Wl ஆக மாறியுள்ளது. பெரும் வளைமைத் திருப்புமை பிடிமான முனை யான A -யில் தோன்றுகிறது. படம் **6-17** இல் கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றின் விளக்க வரைபடங்கள் உள்ளன.



படம் 6-17 கத்தரிப் விசை, வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றின் வடிவம்

மாதிரி 1

W = 1000 kg எனவும் *1*= 2 m எனவும் கொண்டு ஒற்றைப் பிடிமான விட்டத்தில் தோன்றும் பெருமக் கத்தரிப்பு விசை, பெரும வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றைக் கணக்கிடு: முனை B யிலிருந்து x தூரத்திலுள்ள வெட்டுமுகம் xx இல் 1000 kg எடையால் விளையும் கத்தரிப்பு விசை, Fx = + 1000.0 kg.. முனை B யிலிருந்து முனை A வரை யிலும் இது, ஒரு மாறிலி. எனவே பெருமக் கத்தரிப்பு விசை F_{max} = 1000kg.

முனை B யிலிருந்து x தூரத்திலுள்ள வெட்டு முகம் xx இல் தோன்றும் வளைமைத் திருப்புமை M_x = -1000 (x) kg-m

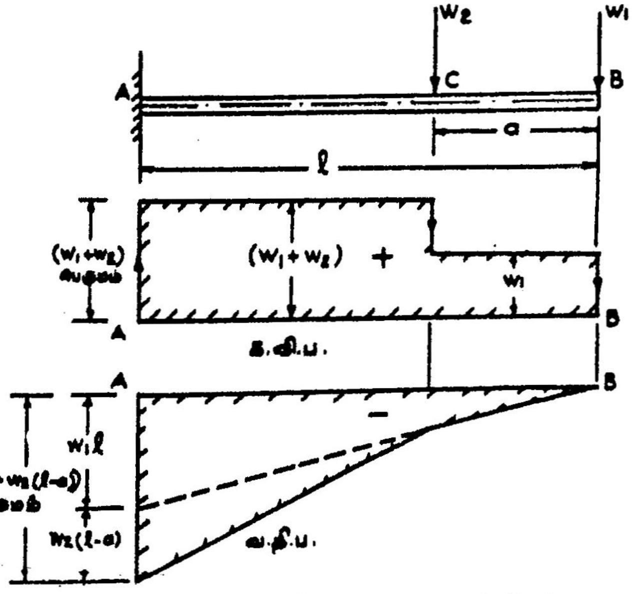
பெரும வளைமைத் திருப்பமை, x இன் பெரும அளவில், அதாவது x = 200 அக இருக்கும்போது தோன்றும். அதாவது

$$M_l = -1000 \times 2 = -2000 \ kg\text{-}m$$

குறிப்பு: கத்தரிப்பு விசை மாறிலியாக இருக்கும்போது, வளைமைத் திருப்புமை நேர்கோட்டு விதிப்படி மாறுவதைக் கவனிக்க.

(b) பல புள்ளிப் பளுக்கள் செயல்படுதல்:

ஒற்றைப் பிடிமான விட்டம் ஒன்றின் தாங்கியற்ற முனை B யில் W_1 என்ற புள்ளிப் பளுவும், முனை B யிலிருந்து `a' தூரத்தில் W_2 என்று புள்ளிப் பளுவும் செயல்படுவதாகக் கொள்வோம். படம் *6-18* இதனை விளக்குகிறது.



படம்: 6.18 கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றின் வடிவம்

கத்தரிப்பு விசை (B க்கும் C-க்கும் இடையில்)

முனை B யிலிருந்து, x தூரத்தில், xx என்னும் வெட்டு முகத்தைக் காண்போம். xx இல் தோன்றும் கத்தரிப்பு விசை

$$F_x = + W_1 \qquad ....(1)$$

சமன்பாடு *(1)* இல் கத்தரிப்பு விசை Fx, x இனைச் சார்ந்திருக்கவில்லை. எனவே x=0 விலிருந்து x=a வரை சமன்பாடு

(1) செல்லுபடியாகும். அதாவது, வெட்டு முகம் B-யிலிருந்து C வரை கத்தரிப்பு விசை, $+W_1$ மதிப்புள்ள மாறிலி (Constant) ஆகும்.

C-க்கும் A க்கும் இடையில் ($a \leq x \leq l$)

முனை Bயிலிருந்து x தூரத்தில், xx என்னும் வெட்டு முகத்தைக் காண்போம். xx இல் தோன்றும் கத்தரிப்பு விசை

$$F_x = + W_1 + W_2 = W_1 + W_2 \qquad \text{....(2)}$$

சமன்பாடு (2) இல் கத்தரிப்பு விசை Fx, X இனைச் சார்ந்திருக்கவில்லை. எனவே $x = a$ யிலிருந்து $x = 1$ வரை சமன்பாடு (2) செல்லுபடியாகும். அதாவது, வெட்டு முகம் c யிலிருந்து Aவரை கத்தரிப்பு விசை, $w_1 + w_2$ மதிப்புள்ள மாறிலி யாகும்.

எனவே இந்நிகழ்வுக் கூற்றில் பெருமக் கத்தரிப்பு விசை (w_1+w_2) ஆகும். இது பிடிமான முனையான A வில் தோன்றுகிறது.

வளைமைத் திருப்புமை (Bக்கும் C க்கும் இடையில்)

முனை B-யிலிருந்து, x தூரத்தில் xx என்னும் வெட்டு முகத்தைக் காண்போம். xx இல் தோன்றும் வளைமைத் திருப்புமை

$$M_x = - W_1 x \qquad \text{....(3)}$$ அதாவது

B முனையில், ($x = 0$ ஆக இருக்கும்போது)

$$M_0 = 0 \qquad \text{....(3a)}$$ மற்றும்

வெட்டுமுகம் C யில் ($x = a$ வாக இருக்கும்போது)

$M_a = - W_1 a$ (3b) Bயிலிருந்து c வரையிலும் வளைமைத் திருப்புமை நிகழ்வுக்கூறு (a)-யில் கண்டவாறு, நேர்கோட்டு விதிப்படி மாறுவதைக் காணலாம்.

Cக்கும், A-க்கும் இடையில் ($a \leq x \leq l$)

முனை B யிலிருந்து x தூரத்தில், ($a \leq x \leq l$) xx என்னும் வெட்டு முகத்தைக் காண்போம். xx இல் தோன்றும் வளைமைத் திருப்புமை

$$M_x = -W_1\ x + W_2\ (x - a) \qquad ....(4)$$

அதாவது, வெட்டு முகம் C-யில் (x = a வாக இருக்கும்போது)

$$M_a = -(W_1 a + 0) = -W_1 a - (4a)$$

இதே மதிப்பைச் சமன்பாடு (3a) தருகிறது அல்லவா? மற்றும்

முனை A-யில் (x = l -லாக இருக்கும்போது)

$$M_l = -(W_1\ l + W_2\ (l - a) \qquad ....(4b)$$

எனவே, பெரும வளைமைத் திருப்புமை, பிடிமான முனையான A -யில் தோன்றுகிறது.

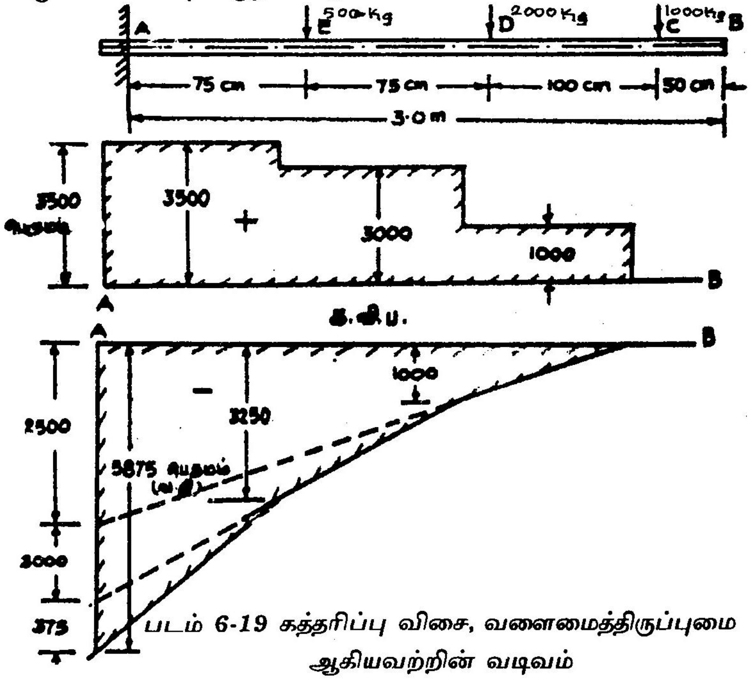
சமன்பாடு (4b)-ஐக் கவனி. அதனைப் பின்வருமாறு எழுதலாம்.

$$M_l = -W_1\ l - W_2\ (l - a) \qquad ....(5)$$

$-W_1 l$ - என்பது முனை A-யில், முனை B யில் செயல்படும் விசையால் (W_1) தோன்றும் வளைமைத் திருப்புமை, அதேபோல் W_2 (l - a)என்பது முனை A-யில் வெட்டு முகம் C யில் செயல்படும் விசையால் (W_2) தோன்றும் வளைமைத் திருப்புமை இவை இரண்டு வளைமைத் திருப்புமைகளையும் தக்க குறியுடன் கூட்டுவதால் கிடைக்கும் மதிப்பே, முனை A-வில் விளையும் வளைமைத் திருப்புமை என்பது கண்கூடு. எனவே, முனை A யில் தோன்றும் வளைமைத் திருப்புமையைக் கண்டறியக் கீழ்காணும் முறையைப் பின்பற்றலாம். முதலில் பளு w_1 ஆல், முனை Aயில் தோன்றும் வளைமைத் திருப்புமையையும், பின்னர் பளு w_2-ஆல் முனை Aயில் தோன்றும் வளைமைத் திருப்புமையையும் கணக்கிட்டு, அவறறைத் தக்க குறியுடன் கூட்டுவதால் முனை A-யில் விளையும் இறுதி வளைமைத் திருப்புமையை அறியலாம். இதையே 'படிவிப்பு முறை' (Method of Super Position) என்பர்.

மாதிரி 2

300 cm. விளைவுறு நீட்பமுள்ள பிடிமான விட்டம் ஒன்றில் படத்தில் 6-19 காண்பித்துள்ளவாறு குறுக்குவாட்டப் பளுக்கள் செயல் படுகின்றன. க.வி. மற்றும் வ.தி. ஆகியவற்றைக் கணக்கிடுக. பெருமக் கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றின் மதிப்பையும், அவை விளையும் வெட்டு முகங்களையும் குறிப்பிடுக.



படம் 6-19 கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத்திருப்புமை ஆகியவற்றின் வடிவம்

கத்தரிப்பு விசை (க.வி):

க.வி. Bயிலிருந்து C-க்கு சற்று வலப்புறம வரை = 0

க.வி. Cக்கு சற்று இடப்புறத்திலிருந்து Dக்குச் சற்று வலப்புறம் வரை = +1000.0 kg.

க.வி. Dக்கு சற்று இடப்புறத்திலிருந்து Eக்குச் சற்று வலப்புறம் வரை = (1000 + 2000) = + 3000 kg.

க.வி. Eக்குச் சற்று இடப்புறத்திலிருந்து A வரை

$= + (1000 + 2000 + 500) = + 3500$ kg.

வளைமைத் திருப்புமை (வ.தி);

வ.தி Bயில் ie (வ.தி$_0$)

வ.தி. Cயில் ie (வ.தி)$_{0.5}$ $= 0$ (∵ பகுதி CBயில் பளு ஏதும் செயல்படவில்லை; எனவே திருப்புமை W_X 0 x X = 0)

வ.தி. Dயில் (வ.தி)$_{1.5}$ $= (1000 \times 1) = -1000.0$ kg-m

வ.தி. E யில் (வ.தி)$_{2.25}$ $= -(1000 \times 1.75 + 2000 \times .75)$ kg - m

$= -(1750 + 1500) = -3250$ kg - m

வ.தி. A யில் (வ.தி)$_{3.0}$ $= -(1000 \times 2.5 + 2000 \times 1.5 + 500 \times 0.75)$

$= -(2500 + 3000 + 375)$

$= -5875$ kg-m

பெருமக் கத்தரிப்பு விசை $= + 3500$ kg; முனை Aயில் தோன்றுகிறது.

பெரும வளைமைத் திருப்புமை $= - 5875$kgm முனை Aயில் தோன்றுகிறது.

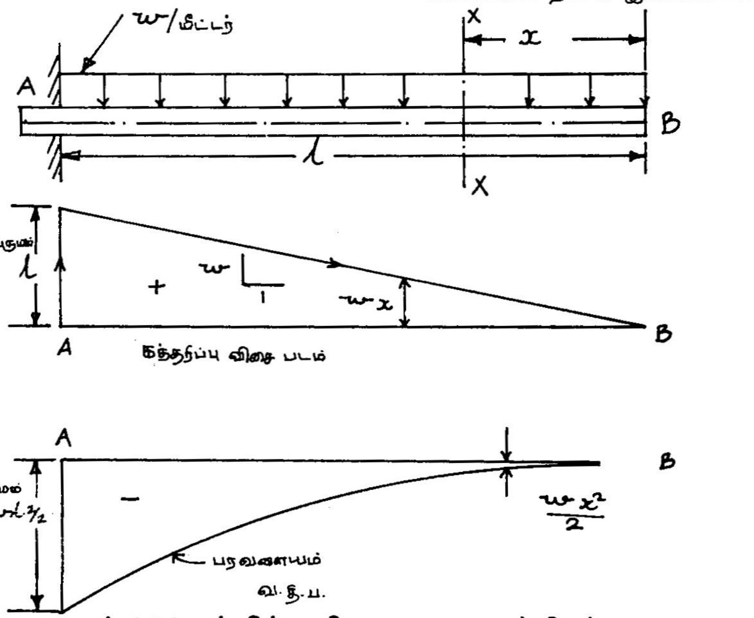
இவற்றின் விளக்கத்தினைப் படம் 6-19 இல் காணலாம்

(C) சீரான' பரவல் பளு செயல்படுதல்: (முழு விளைவுறு நீட்பத்திற்கும்):

ஒற்றைப் பிடிமான விட்டம் ஒன்றின் மேல், ω/மீட்டர் நீளம் வீதம் விட்டத்தின் விளைவுறு நீட்பம் 'l' இன் முழு நீளத்திற்கும் செயல் படுவதாகக் கொள்வோம்.

படம் 6-20 இதனை விளக்குகின்றது.

குறிப்பு: பளுக்கள் ல1! ல2''' ஆகியவற்றிற்குச் சரியாக கீழே தோன்றும் கத்தரிப்பு விசைகள் எவ்வளவு?



படம் 6-20 கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றின் வடிவம்

முனை B யிலிருந்து x தூரத்தில், xx என்னும் வெட்டு முகத்தைக் காண்போம்.

$F_x = . w.x$ ....(1)

சமன்பாடு *(1)*இல் Fx இன் மதிப்பு, x-ஐச் சார்ந்துள்ளது. x இன் படி (degree) *1*. எனவே சமன்பாடு *(1)* நேர்கோட்டுவிதிப்படி அமைந்துள்ளது

x = 0 எனில் F_O = 0 (முனை B)

x = l எனில் F_l = + ωl (முனை A)

எனவே, பெருமக் கத்தரிப்பு விசை = +ωl தோன்றும் இடம் முனை A

முனை Bயிலிருந்து x தூரத்தில் xx என்னும் வெட்டு முகத்தைக் காண்போம்.

$$M_x = \frac{-\omega x^2}{2} \qquad ....(2)$$

சமன்பாடு (2)இல் M_x ன் மதிப்பு, x^2-ஐச் சார்ந்துள்ளது.. x இன்படி (degree) 2 . எனவே சமன்பாடு (2) நேர்போக்கற்ற (Non-linear) ஒன்றாகும். x இன் படி 2- ஆக இருப்பதினால், M_x ன் வரைபடம் ஒரு பரவளையம் (Parabola).

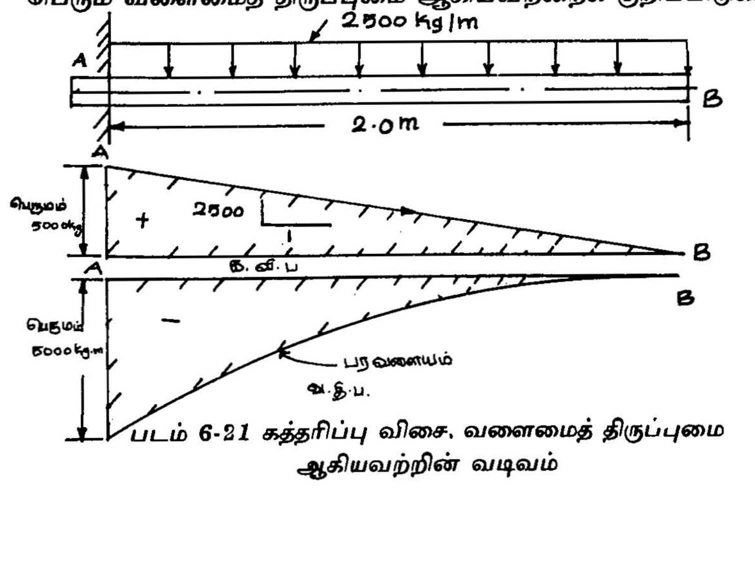
$x = 0$ எனில் $M_o = 0$ (முனை B)

$x = l$ எனில் $M_l = -\frac{\omega l^2}{2}$ (முனை A)

எனவே, பெரும வளைமைத் திருப்புமை $= -\frac{\omega l^2}{2}$; தோன்றும் முனை B.

மாதிரி 3

200cm. விளைவுறு நீட்பமுள்ள பிடிமான விட்டம் ஒன்றின் மேல் 2500kg/m வீதமுள்ள சீரான பரவல் பளு, விட்டத்தின் முழு விளைவுறு நீட்பத்திற்கும் செயல்படுகிறது. க.வி.ப. மற்றும் வ.தி.ப. ஆகியவற்றை வரைந்து, பெருமக் கத்தரிப்பு விசை, பெரும வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றைக் குறிப்பிடுக.



படம் 6-21 கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றின் வடிவம்

கத்தரிப்பு விசை:- $F_x = \omega x$ ...(1)

க.வி. முனை Bயில் = 0 (x = 0)

க.வி. முனை Aயில் = 2500 x 2 = 5000 kg (x = 2m)
(நேர்க்கோட்டு விதி)

வளைமைத் திருப்புமை $M_x = -\frac{\omega x^2}{2}$ ....(2)

வ.தி., முனை Bயில் = 0 (x = 0)

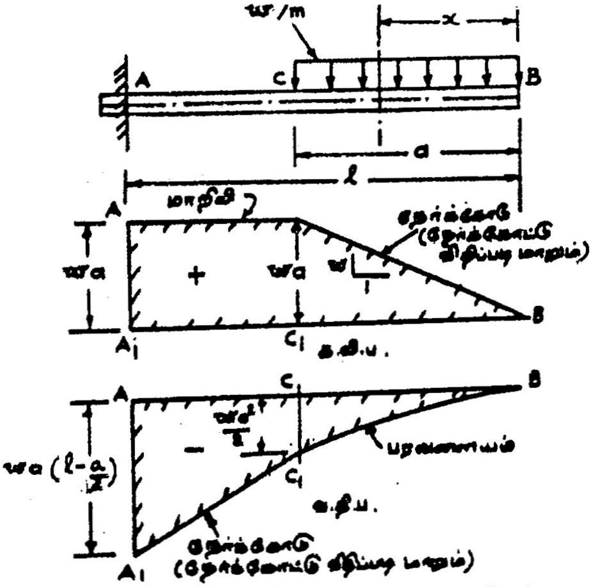
வ.தி., முனை Aயில் $= -\frac{2500 \times 2 \times 2}{2} = -5000$ *kg-m.*

பெரும க.வி. பெரும வ.தி. ஆகியவை முறையே 5000 kg மற்றும் 5000 kgm. இவை பிடிமான முனை A யில் தோன்றுகின்றன. படம் **6-21** இல் இவற்றைக் காணலாம்.

(d) சீரான பரவல் பளு செயல்படுதல் (ஒரு பகுதி விளைவுறு நீட்பத்தில் மட்டும்):

ஒற்றைப் பிடிமான விட்டம் ஒன்றின் மேல், ω/m வீதம் தாங்கியற்ற முனை B யிலிருந்து 'a' நீளத்திற்குச் சீரான பரவல் பளு செயல்படுகிறது என்றால், விட்டத்தில் விளையும் பெருமக் கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றை விளக்க வரைபடம் வரைந்து குறிப்பிடலாம்.

குறிப்பு: கத்தரி விசைக்கான சமன்பாட்டில் x இன் படி (Degree) 1 - ஆக உள்ளபோது, வளைமைத் திருப்புமைக்கான சமன்பாட்டில் X இன் படி (Dgree) 2 - ஆக இருப்பதைக் கவனிக்க.



படம் 5-22 கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றின் வடிவம்

கத்தரிப்பு விசை (முனை Bயிலிருந்து வெட்டு முகம் C வரை)

முனை Bயிலிருந்து, x தூரத்தில் $(0 \le x \le a)$ xx என்னும் வெட்டு முகத்தைக் காண்போம். xx இல் தோன்றும் கத்தரிப்பு விசை

$$F_x = +\omega x \qquad ....(2)$$

இது நேர்கோட்டு விதிப்படி மாறும் இயல்புடையது

$x = 0$ எனில், $F_x = 0$ முனை B

$x = a$ எனில், $F_a = +\omega a$ (வெட்டு முகம் C)

வெட்டு முகம் Cயிலிருந்து முனை A வரை $(a \le x \le l)$

முனை B யிலிருந்து X தூரத்தில் ($a \leq x \leq l$), XX என்னும் வெட்டு முகத்தைக் காண்போம். XX இல் தோன்றும் கத்தரிப்பு விசை

$$F_a = +\omega a \quad ....(2)$$

சமன்பாடு (2) இல் F_x இன் மதிப்பு x இனைச் சார்ந்திருக்க வில்லை என்பது தெளிவு. எனவே Cயிலிருந்து A வரை கத்நரிப்பு விசை ஒரு மாறிலி ஆகும்.

வளைமைத் திருப்புமை: முனை B யிலிருந்து வெட்டு முகம் C வரை ($0 \leq x \leq a$) முனை B யிலிருந்து x தூரத்தில், XX என்னும் வெட்டு முகத்தைக் காண்போம். XX இல் தோன்றும் வளைமைத் திருப்புமை

$$M_x = -\frac{\omega \cdot x^2}{2} \quad ....(3)$$

சமன்பாடு (3) பரவளையத்தின் சமன்பாடு என முன்னர்க் கண்டோம்.

$x = 0$ எனில், $M_O = 0$ முனை B

$x = a$ எனில், $M_a = -\omega \frac{a^2}{2}$ (வெட்டு முகம் C) ....(3a)

வெட்டு முகம் Cயிலிருந்து, முனை A வரை ($a \leq x \leq l$)

முனை Bயிலிருந்து x தூரத்தில் ($a \leq x \leq l$), XX என்னும் வெட்டு முகத்தைக் காண்போம். XX தோன்றும் வளைமைத் திருப்புமை

$$M_x = -wa\,(x - a/2) \quad ....(4)$$

சமன்பாடு (4) நேர்கோட்டு விதிக்குட்பட்டு மாறும். எனவே, வெட்டு முகம் C யிலிருந்து முனை A வரையிலும், வளைமைத் திருப்புமை நேர்கோட்டு விதிப்படி அமைந்துள்ளது.

$x = a$ எனில், $M_a = -x\,(a - a/2)$ ....(4a)

$= \omega\, a^2 / 2$

சமன்பாடு 4(a)யில் கிடைத்த அதே மதிப்பினையே சமன்பாடு 4-a வெட்டு முகம் C-யில் தருகிறது.

X = l எனில் $M_l = -wa\,(l - a/2)$ ....(5)

பெருமக் கத்தரிப்பு விசை, பெரும வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றின் மதிப்புக்களை முறையே சமன்பாடு (2), சமன்பாடு (5) இவற்றிலிருந்து பெறலாம். படம் 6-22 இவற்றை விளக்குகின்றது.

குறிப்பு: க.வி.ப. மற்றும் வ.தி.ப. ஆகியவற்றின் வடிவத்தினை நன்கு கவனிக்க.

மாதிரி 4

ஒற்றைப் பிடிமான விட்டம் ஒன்றில், = 20 kg / cm a = 200 cm. = 400 cm -எனில், கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றின் பெரும மதிப்பைக் கணக்கிடுக.

பெருமக் கத்தரிப்பு விசை ωa = 20 x 200 x 4000 kg.

பெரும வளைமைத் திருப்புமை

$$= \omega a\left(l - \frac{a}{2}\right) = -\left\{20 \times 200 \times \left(400 - \frac{200}{2}\right)\right\}$$

$$= -(20 \times 200 \times 300)$$

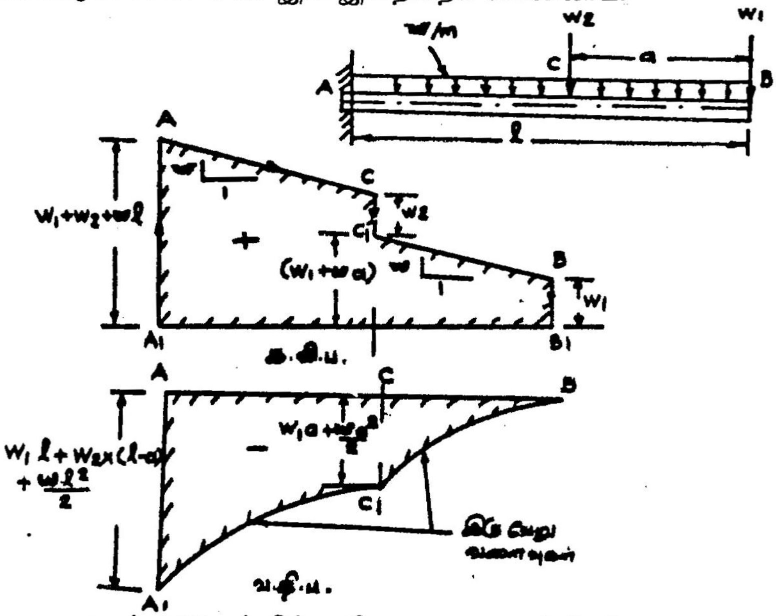
$$= -1200000 = -12 \times 10^5 \text{ kg-cm}$$

(எதிர்மறைக் குறி, எழும் வளைமைத் திருப்புமையைக் குறிக்கின்றது)

(e) *சீரான பரவல் பளு, புள்ளிப்பளு ஆகியவை இணைந்து செயல்படுதல்.*

ஒற்றைப் பிடிமான விட்டம ஒனறின் மேல், ω/m வீதம் விட்டத்தின் விளைவுறு நீட்பம் 'l' இன் முழு நீளத்திற்கும், முனை B யில் w_1 அளவுள்ள புள்ளிப் பளு ஒன்றும் முனை Bயிலிருந்து 'a' தூரத்தில் w_2 அளவுள்ள புள்ளிப் பளு ஒன்றும் செயல் படுவதாகக் கொள்வோம். க.வி.ப. மற்றும் வ.தி.ப. ஆகியவற்றை

வரைய வேண்டும். எனில், முன்பு செய்ததைப் போன்றே செய்ய வேண்டும். படம் 6-23 இல் இவற்றைக் காணலாம்.



படம் 6-23 கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றின் வடிவம்

கத்தரிப்பு விசை முனை B யிலிருந்து, வெட்டு முகம் C வரை $(0 \leq x \leq a)$

முனை B யிலிருந்து x தூரத்தில், $(0 \leq x <= a)$ xx என்னும் வெட்டு முகத்தைக் காண்போம். xx இல் தோன்றும் கத்தரிப்பு விசை

$$F_x = w_1 + \omega . x \quad ....(1)$$

$x = 0$ எனில், $F_0 = w_1$ முனை B ....(1a)

$x = a$ எனில் $F_a = w_1 + w.a$ (வெட்டு முகம் C க்குச் சற்று வலப்புறமாக ....(1b)

சமன்பாடு (1) மாறிலிக் கூறான (Constant factor) w_1ஐயும், நேர்கோட்டு விதிப்படி மாறும் இயல்புடைய w_1x- என்னும் கூற்றினையும் பெற்றுள்ளது.

வெட்டுமுகம் C யிலிருந்து முனை A வரை ($a \leq x \leq l$)

முனை B யிலிருந்து, x தூரத்தில் ($a \leq x \leq l$), XX என்னும் வெட்டு முகத்தைக் காண்போம். XX இல் தே‚ன்றும் கத்தரிப்பு விசை

$$F_x = W_1 + W_2 + \omega . x \qquad ....(2)$$

x = a எனில், $F_a = W_1 + W_2 + \omega a$ (2a). சமன்பாடு (2a) வெட்டு முகம் C க்குச் சற்று இடப்புறமாகத் தோன்றும் கத்தரிப்பு விசையைக் குறிக்கின்றது. C க்குச் சற்று வலப்புறமாக w_2 செயல்படுவதில்லை. எனவே அங்கு

$$F_a = w_1 + \omega . a \qquad ....(2b)$$

சமன்பாடு (2b) -யும் சமன்பாடு (1b) யும் ஒரே அளவினையுடைய கத்தரிப்பு விசையினைக் குறிப்பதைக் காண்கிறோம். x=l எனில்,

$$F_l = W_1 + W_2 + \omega \, l \qquad ...(2c)$$

படம் 6-23 இல் க.வி. படம் குறிக்கப்பட்டுள்ளது. நேர்கோடுகள் BC1 மற்றும் CA ஆகியவை, 'ω' என்னும் ஒரே அளவினை உடைய சரிவைப் (Slope) பெற்றிருக்கின்றன. இஃது விட்டத்தின் மேல் செயல்படும் சீரான பரவல் பளு வீதமான w/m என்பதற்குச் சமம்.

வளைமைத் திருப்புமை: முனை B யிலிருந்து வெட்டு முகம் C வரை ($o \leq x \leq a$). முனை B யிலிருந்து x தூரத்தில் ($0 \leq x \leq a$), XX என்னும் வெட்டு முகத்தைக் காண்போம். XX இல் தோன்றும் வளைமைத் திருப்புமை

$$M_x = -\left(W_1 \, x + \omega \, \frac{x^2}{2}\right). \quad x = 0 \text{ எனில்} \qquad ....(3)$$

$$M_o = 0 \qquad ....(3a)$$

$$x = a \text{ எனில் } M_a = -\left(\frac{W_1 a + \omega a^2}{2}\right) \quad \text{....(3b)}$$

சமன்பாடு (3)இல் W_1 x என்னும் நேர்கோட்டு விதிக்குட்பட்டு மாறும் இயல்பினை உடைய W_1 x என்னும் கூற்றினையும், நேர்போக்கற்ற (Non-Linear) என்னும் கூற்றினையும் பெற்றிருக்கிறது.

வெட்டு முகம் C யிலிருந்து முனை A வரை ($a \le x \le l$)

முனை B யிலிருந்து x தூரத்தில் xx என்னும் வெட்டுமுகத்தைக் காண்போம். xx இல் தோன்றும் வளைமைத் திருப்புமை

$$M_x = -\left\{W_1 x + W_2 (x-a) + \frac{wx^2}{2}\right\} \quad \text{....(4)}$$

$$x = a \text{ எனில் } M_a = -\left(W_1 a + 0 + \frac{\omega a^2}{2}\right) = -\left(W_1 a + \frac{\omega a^2}{2}\right) \text{....(4ab)}$$

$$x = l \text{ எனில் } M_l = -\left\{W_1 l + W_2 (l-a) + \frac{\omega l^2}{2}\right\} \quad \text{....(4b)}$$

சமன்பாடுகள் 3(b) மற்றும் (4a) ஆகியவை ஒரே அளவினை உடைய வளைமைத் திருப்புமையைத் தருவதைக் காணலாம்.

மாதிரி 5

ஒற்றைப் பிடிமான விட்டம் ஒன்றில்

$W_1 = 1000$ *kgf*, $W_2 = 2000$ *kgf*, $\omega = 20$ *kg/cm* $a = 200$ *cm*, $l = 500$ *cm*.

எனில், பெருமக் கத்தரிப்பு விசை, பெரும வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றைக் கணக்கிடுக.

பெருமக் க.வி. = 1000 + 2000 + 20 x 500
= 1000 + 2000 + 10000 = + 13000 kgf.

குறிப்பு: மேற்கண்ட முடிவுகளை மேல் படிவிப்பு முறையினைக் கொண்டும் பெறலாம்.

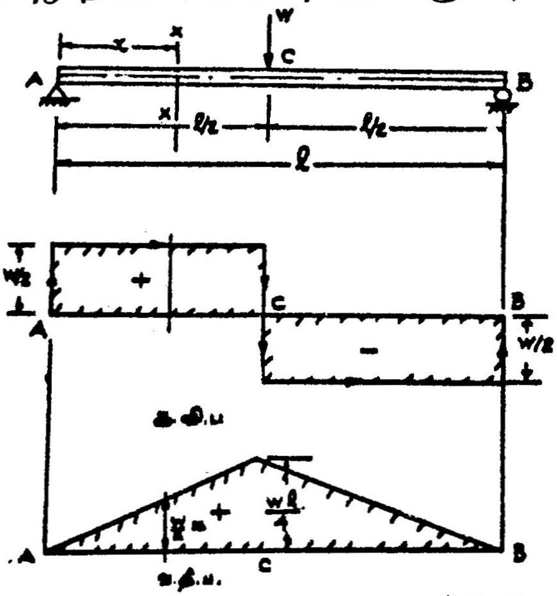
பெரும வ.தி. $= -(1000 \times 5 \div 2000 \times 3 + \frac{2000 \times 5^2}{2})$

$= -(5000 + 6000 + 25,000)$

$= -\ 36,000\ kgm$

II எளிய முறையில் தாங்கப்பட்டுள்ள விட்டங்கள்:

(a) வினையுறு நீட்டம் l, மையப்புள்ளிப் பளு W (படம் 6-24)



படம் 6-24 கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றின் வடிவம்

(i) **எதிர் வினைகள்**

விட்டம், தாங்கி வகைகள், புள்ளிப் பளு ஆகிய அனைத்தும் சமச் சீரோடு இருப்பதால், $R_A = R_B = W/2$

(ii) **கத்தரிப்பு விசை**

முனை A க்குச் சற்று வலப்புறமாகக் க.வி. $= R_A = +W/2$

முனை Aக்கும் வெட்டு முகம் C க்குச் சற்று இடப்புறத்திற்கும் இடையில் ($0 \leq x \leq l/2$) $F_X = + W/2$ (ULP)

வெட்டு முகம் Cக்குச் சற்று வலப்புறத்தில் க.வி.

$= + \frac{W}{2} - W = - W/2$

வெட்டு முகம் C க்குச் சற்று வலப்புறத்திலிருந்து முனை B க்குச் சற்று இடப்புறம் வரை ($l/2 < x < l$) $F_X = - W/2$. வெட்டுமுகம் Cக்குச் சரிவாகக் கீழே கத்தரிப்பு விசையில் W அளவிற்கு வீழ்ச்சி (Drop) உள்ளது.

Cக்குச் சற்று இடப்புறத்திலிருந்து சற்று வலப்புறத்திற்குள் கத்தரிப்பு விசை + $\frac{W}{2}$ என்பதிலிருந்து – $\frac{W}{2}$ வாக மாற்றமுறுகின்றது. பகுதி A-Cயில் கத்தரிப்பு விசையின் நேர்மறைக் கத்தரிப்பு விசை ஆகவும், பகுதி CB யில் எதிர்மறைக் கத்தரிப்பு விசை ஆகவும் குறிமாறுவதிலிருந்து முதலில் கண்ட முடிவை எதிர்பார்க்கலாம்.

(iii) வளைமைத் திருப்புமை

முனை Aயிலிருந்து வெட்டு முகம் C வரை ($0 \leq x \leq l/2$)

$$M_x = + R_A . x \qquad ....(1)$$

(தொங்கு வளைமைத் திருப்புமை விளையும் என்பதால் + குறியிடப் பட்டுள்ளது)

வளைமைத் திருப்புமை நேர்கோட்டு விதிப்படி மாறுகிறது.

$x = 0$ எனில் $M_O = R_A .0 = 0$ (முனை A)

$x = l/2$ எனில் $M_{l/2} = R_A \ l/2$

$= \frac{W}{2} \cdot \frac{l}{2} = + \frac{Wl}{4}$ (வெட்டு முகம் C) ....(1b)

வெட்டு முகம் C யிலிருந்து முனை B வரை ($l/2 \leq x \leq l$)

$$M_x = + (R_A x - Wx \ (x - l/2) \qquad ....(2)$$

$x = l/2$ எனில்

$$M_{l/2} = +R_A\, l/2 = +\frac{Wl}{4} \quad \text{(வெட்டு முகம் C)} \qquad ....(2b)$$

சமன்பாடுகள் (1b) யும் (2b) யும் சமமாக உள்ளன.

$x = l$ எனில் $M_l = +(R_A l - W\,(l - l/2)$

$$= +W\frac{l}{2} - W\frac{l}{2} = 0 \quad \text{(முனை B)}$$

எனவே, பெரும வளைமைத் திருப்புமை விளைவுறு நீட்பத்தின் மையத்தில், புள்ளிப் பளு W விற்குச் சரியாகக் கீழே, அதாவது வெட்டுமுகம் C யில் தோன்றுகின்றது.

$$\text{பெரும வளைமைத் திருப்புமையின் அளவு } + W\frac{l}{4}$$

வெட்டு முகம் C யிலிருந்து B வரையிலும் தோன்றும் வளைமைத் திருப்புமையை முனை B யை ஆதியாகக் கொண்டும் பெறலாம். முனை A யிலிருந்து முனை C வரையிலும் தோன்றும் வளைமைத் திருப்பு மையையும் B யை ஆதியாகக் கொண்டு பெறலாம்.

மாதிரி 6

மையப் புள்ளிப் பளு W = 2000 kgf, l = 6m பெருமக் கத்தரிப்பு விசை, பெரும வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றைக் கணக்கிடுக.

$$\text{பெரும + க.வி.} = +\frac{2000}{2} = +1000\ kg.$$

$$\text{பெரும - க.வி.} = -\frac{2000}{2} = -1000\ kg.$$

குறிப்பு:

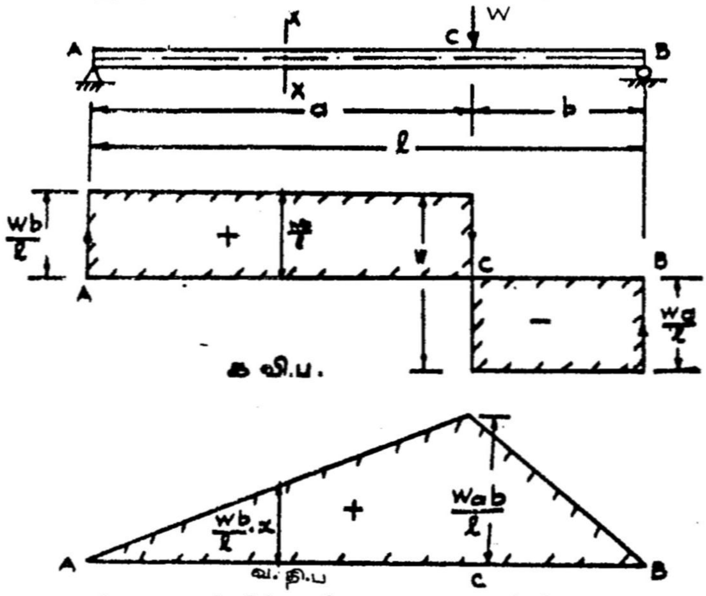
1. கத்தரிப்பு விசை பூஜ்ய மதிப்பை அடையும் இடத்திலோ அல்லது குறிமாறுமிடத்திலோ பெரும வளைமைத் திருப்புமை தோன்றுவதைக் கவனிக்க.

2. புள்ளிப் பளு W வின் நேர்கீழே தோன்றும் க.வி. எவ்வளவு?

$$\text{பெரும + வ.தி} = \frac{2000 \times 6}{4} = 3000\ kg\text{–}m$$

விளைவுறு நீட்பத்தின் மையத்தில் உள்ள வெட்டு முகத்தில் தோன்றுகின்றது.

(b) விளைவுறு நீட்பம் 'l' மையப்பிறழ்மைப் பளு W (படம் 6-25)



படம் 6-25 கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமைத் ஆகியவற்றின் வடிவம்

(i) எதிர் வினைகள்

முனை Aயில் திருப்புமை கணக்கிட

$$R_B \times l - w \times a = 0$$

$R_B = \frac{W.a}{l}$ எனக் கிடைக்கிறது.

$111^{ly}\ R_A = \frac{W.b}{l}$

(ii) கத்தரிப்பு விசை

முனை Aயிற்குச் சற்று வலப்புறம், க.வி. = $R_A = +\frac{W.b}{l}$

$F_X = + R_A = + \frac{W.b}{l}$ (A யிலிருந்து C வரை இஃது ஒரு மாறிலி)

வெட்டு முகம் C க்குச் சற்று இடப்புறம் வரை க.வி. இதே அளவுள்ளதாகும். வெட்டு முகம் C க்குச் சற்று வலப்புறம், க.வி. $= R_B = -\frac{W.a}{l}$ (C யிலிருந்து B வரை இஃது ஒரு மாறிலி)

வெட்டு முகம் C க்குச் சற்று வலப்புறத்திலிருந்து B க்குச் சற்று இடப்புறம் வரை க.வி. இதே அளவுள்ளதாகும்.

வெட்டு முகம் C யில் கத்தரிப்பு விசையில் 'W' அளவிற்கு வீழ்ச்சி உள்ளது. இவ்விடத்தில் க.வி. $+\frac{W.b}{l}$ என்னும் அளவிலிருந்து $-\frac{W.a}{l}$ என்னும் அளவிற்கு மாற்றமுறுகின்றது.

(iii) வளைமைத் திருப்புமை

முனை A யிலிருந்து C வரை $(0 \le x \le a)$

$M_x = +(R_A x)$ ....(1)

வளைமைத் திருப்புமை நேர்கோட்டு விதிப்படி மாறுகிறது.

$x = 0$ எனில், $M_O = 0$ (முனை A)

$x = a$ எனில், $M_a = +R_A a$

$= +\frac{Wb}{l} . a = +\frac{Wab}{l}$ ....(1b)

முனை B யை ஆதியாகக் கொண்டால், B யிலிருந்து C வரை $(0 \le x \le b)$

$M_x = + R_B x$ ....(2)

சமன்பாடு (2) நேர்கோட்டு விதிப்படி மாறுகிறது.

$x = 0$ எனில், $M_O = 0$ (முனை B)

$x = b$ எனில், $M_b = + R_B \cdot b$

$$= + \frac{Wa}{l} \cdot b = \frac{Wab}{l} \qquad \text{....(2b)}$$

பெரும வ.தி., க.வி., குறி மாறுமிடத்தில் தோன்றுவதைக் கவனிக்கலாம்.

மாதிரி 7

$W = 6000$ kg, $a = 300$ cm, $b = 100$ cm.

எனில் பெரும + மற்றும் – கத்தரிப்பு விசை, பெரும வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றைக் கணக்கிடுக.

பெரும + க.வி. $= R_A \frac{Wb}{l} = +60000 \times \frac{1.0}{4.0} = 1500$ *kg*.

(A-C க்கு இடையில்)

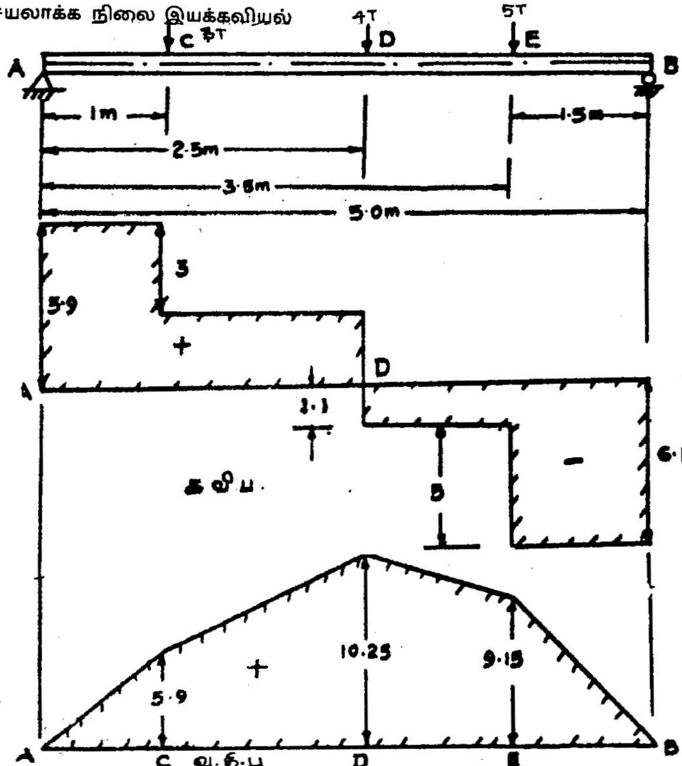
பெரும - க.வி. $= R_B - \frac{Wa}{l} = -6000 \times \frac{3}{4} = -4500$ *kg*.

(C-B க்கு இடையில்)

பெரும வ.தி (+) $= + \frac{Wab}{l} = + \frac{6000 \times 3 \times 1}{4} = -7500$ *kg–m*. (C யில்)

(C) பல புள்ளிப் பளுக்கள் செயல்படுதல்:

எளிய முறையில் தாங்கப்பட்ட விட்டம் ஒன்றின் மேல் படம் 6-26 இல் காண்பித்துள்ள வண்ணம் பல புள்ளிப் பளுக்கள் செயல்படுகின்றன. க.வி. மற்றும் வ.தி ஆகியவற்றின் விளக்க வரைபடம் வரைக.



படம் 6-26 கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றின் வடிவம்

(i) எதிர் வினைகள்

முனை B யில் திருப்புமை கணக்கிட

$R_A \times 5 - 3 \times 4 - 4 \times 2.5 - 5 \times 1.5 = 0$

$\therefore R_A = 5.9\,T$

$R_A + R_B = (3 + 4 + 5) = 12\,T$

$\therefore R_B = 6.1\,T$

(ii) கத்தரிப்பு விசை:

R_A, R_B ஆகியவற்றைக் கணக்கிட்டபின்னர், கத்தரிப்பு விசை விளக்கப்படத்தினைப் படம் 6-26 இல் காண்பித்துள்ளவாறு எளிதில் வரைய இயலும்.

(iii) வளைமைத் திருப்புமை:

முதலில் புள்ளிப் பளுக்கள் செயல்படும் வெட்டு முகங்களில் தோன்றும் வளைமைத் திருப்புமையைக் கணக்கிட வேண்டும். கிடைக்கும் மதிப்புகளை விளக்க வரைபடத்தில் வெட்டு முகங்களின் நேர்கீழே முறையே குறித்து, அவற்றை நேர்கோடுகளினால் இணைத்தால் வ.திப. கிடைக்கிறது.

$M_A = 0$ (முனை A)

$M_C = R_A \times 1 = 5.9 \times 1 = +5.9$ T-m

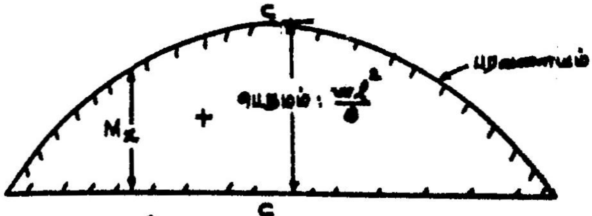
$M_D = R_A \times 2.5 - 3(2.5 - 1)$
$= 5.9 \times 2.5 - 4.5 = +10.25$ T-m

$M_E = R_B \times 1.5$
$= 6.1 \times 1.5 = +9.15$ T-m

படம் 6-25 க.வி.ப. மற்றும் வ.தி.ப. ஆகியவற்றைக் காணலாம்.

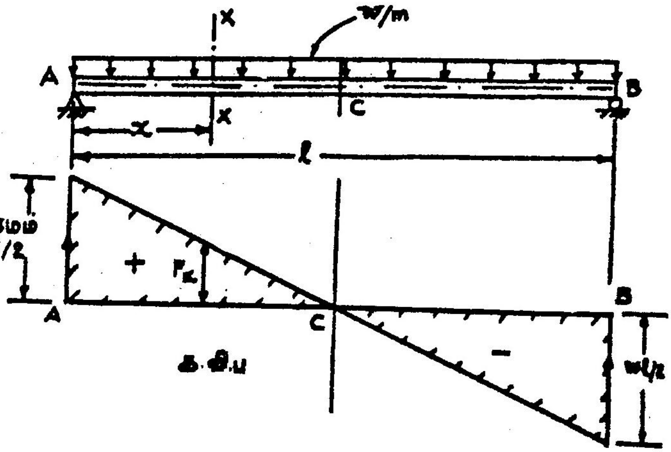
(d) *சீரான பரவல் பளு செயல்படுதல் (முழு விளைவுறு நீட்பத்திற்கும்)*

எளிய முறையில் தாங்கப்பட்டுள்ள விட்டம் ஒன்றின் மேல், ω/m வீதம் *சீரான* பரவல் பளு செயல்படுகின்றது. க.வி.ப., வ.தி.ப. ஆகியவற்றை வரையும் விதத்தைக் காண்போம். (படம் 6-27)



படம் .6.27

குறிப்பு: கத்தரிப்பு விசை குறிமாறும் வெட்டுமுகத்தில், பெரும வளைமைத் திருப்புமை தோன்றுவதைக் கவனிக்க.



படம் 6-27 கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றின் வடிவம்

(i) எதிர் வினைகள்:

விட்டம், சீரான பரவல் பளு ஆகிய அனைத்தும் சமச்சீரோடு இருப்பதால், $R_A = R_B$

விட்டத்தின் மேல் செயல்படும் மொத்தப் பளு $\omega \times 1$

எனவே, $R_A = R_B = \omega\, l/2$

(ii) கத்தரிப்பு விசை

முனை A யிலிருந்து x தூரத்தில் xx என்னும் வெட்டு முகத்தைக் காண்போம்.

$$F_X = R_A - \omega x \qquad ....1$$

$$= \frac{\omega l}{2}\ \omega x \qquad ....(1a)$$

சமன்பாடு (1a) நேர்கோட்டு விதிப்படி மாறுகின்றது. கத்தரிப்பு விசை 0-ஆக இருக்கும் இடத்தைக் காண்போம்.

$$ie\ \frac{\omega l}{2} - \omega x = 0 \qquad \text{....(1b)}$$

$$ie\ x = l/2$$

அதாவது விளைவுறு நீட்பத்தின் மையத்தில், C யில் கத்தரிப்பு விசை 0 ஆகும்.

$x > l/2$ எனில், Fx எதிர்மறைக்குறியை அடைகிறது.

$x = l$ எனில் $F_l = \frac{\omega l}{2} - \omega l = \frac{-wl}{2}$ (முனை B)

படம் 6-27ல் கத்தரிப்பு விசை விளக்க வரைபடம் காணலாம்

(iii) **வளைமைத் திருப்புமை:**

முனை A யிலிருந்து X தூரத்தில், xx என்னும் வெட்டு முகத்தைக் காண்போம்.

$$M_x = +\left(R_a x - w.x.\frac{x}{2}\right) = +\left(\frac{wlx}{2} - \frac{wx^2}{2}\right) \qquad \text{....(2)}$$

சமன்பாடு (2) பரவளையத்தின் சமன்பாடு ஆகும்.

$$M_x = +\frac{wx}{2}(h - x) \qquad \text{....(2)}$$

$x = 0$ எனில், $M_x = 0$ (முனை A)

$x = 1$ எனில் $M_x = 0$ (முனை B)

பெரும வளைமைத் திருப்புமையைக் கண்டறியச் சமன்பாடு (2)-ஐ நுண் வகையிட்டால் (Differentiate)

$$\frac{dM_x}{dx} = 0$$

$$\text{ie } \frac{\omega l}{2} - \frac{2\omega \cdot x}{2} = 0 \qquad \text{....2(b)}$$

(சமன்பாடுகள் (1b) யும் (2b) யும் ஒன்றல்லவா!

$\therefore$ x = l/2 எனக் கிடைக்கிறது. அதாவது, விளைவுறு நீட்பத்தின் மையத்தில் பெரும வளைமைத் திருப்புமை கிடைக்கின்றது. இதே வெட்டு முகத்தில் கத்தரிப்பு விசை **0** என முன்னர் கண்டோம்.

x = l/2 என்னும் மதிப்பைச் சமன்பாடு (2a) -யில்

பிரதியிட (Substitute)

$$M_{\text{பெருமம்}} = M_{l/2} = +\frac{\omega}{2} \cdot \frac{l}{2}\left(l - \frac{l}{2}\right)$$

$$= \frac{\omega l}{4}(l/2) = +\frac{\omega l^2}{B} = \frac{\omega l}{8} \quad (\because W = \omega l)$$

மாதிரி 8:

$\omega = 2000$ kg/m, l = 6m எனில், பெரும + க.வி. – க.வி. மற்றும் பெரும வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றைக் கணக்கிடுக.

பெரும + க.வி. $= 2000 \times \frac{6}{2} = 6000$ kg.

பெரும - க.வி. $= 2000 \times \frac{6}{2} = 6000$ kg.

பெரும வ.தி. $= \frac{2000 \times 6^2}{8} = 9000$ kg.

இஃது முனை A அல்லது முனை B யிலிருந்து $\frac{6}{2} = 3.0$ m. தூரத்தில் தோன்றும்; அதாவது விளைவுறு நீட்பத்தின் மையத்தில் தோன்றுகிறது.

(e) சீரான பரவல் பளு செயல்படுதல் (விளைவுறு நீட்பத்தின் ஒரு பகுதியில் மட்டும்)

எளிய முறையில் தாங்கப்பட்ட விளைவுறு நீட்பம் 'l' உள்ள விட்டம் ஒன்றின் மேல் இடப்புற முனையான Aயிலிருந்து 'a' தூரத்திற்கு, ω/m வீதம் சீரான பரவல் பளு செயல்படுகிறது. க.வி.ப. மற்றும் வ.தி.ப. ஆகியவற்றை வரையும் விதத்தைக் காண போம் (படம் 6-28)

(i) எதிர் வினைகள்:

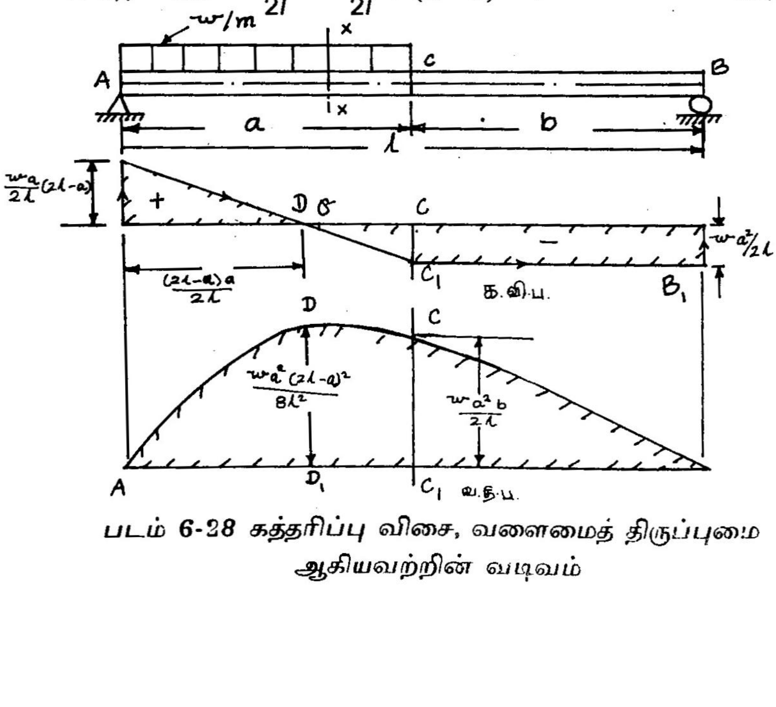
முனை A யில் திருப்புமைகளைக் கணக்கிட

$$R_B \times l = \frac{\omega a^2}{2}$$

$$\therefore R_B = \frac{\omega a^2}{2l} \quad ....(1)$$

$$R_A + R_B = \omega a$$

$$\therefore R_A = \omega a - \frac{\omega a^2}{2l} = \frac{\omega a}{2l} \cdot (2l - a) \quad ....(2)$$



படம் 6-28 கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றின் வடிவம்

(ii) **கத்தரிப்பு விசை:**

முனை A யிலிருந்து பகுதி AC க்குள் x தூரத்தில் $(0 \le x \le a)$ என்னும் வெட்டு முகத்தைக் காண்போம்.

$$F_X = R_A - \omega x \quad ....(3)$$

சமன்பாடு நேர்கோட்டு விதிப்படி மாறுகிறது.

$x = 0$ எனில், $F_O = R_A = + \frac{\omega a}{2l}[2l - a]$ (முனை A)

$x = a$ எனில், $R_a = R_A - \omega a$

$$= \frac{\omega a}{2l}(2l - a) - \omega a = -\frac{\omega a^2}{2l} \text{ (வெட்டு முகம் C)}$$

$a \le x \le l$ ஆக இருக்கும்போது, வேறு பளு ஏதும் செயல்படாததால்

$$F_X\ (a \le x \le l) = -\frac{\omega a^2}{2l} \text{ (மாறிலி)}$$

கத்தரிப்பு விசை $+\frac{\omega a}{2l}(2l - a)$ என்னும் மதிப்பிலிருந்து (முனை A), $-\frac{\omega a^2}{2l}$ என்னும் மதிப்பை (வெட்டு முகம் C) அடைந்து, அதற்குப் பின்னர் (பகுதி CB) மாறிலி ஆகின்றது. A யிலிருந்து C க்குச் செல்லுகையில் குறிமாற்றமடைகின்றது. எனவே AC க்கு இடையில் ஏதோ ஒரு வெட்டு முகத்தில் கத்தரிப்பு விசை பூஜ்யமாகிறது. சமன்பாடு *3* -ஐப் பூஜ்யத்திற்குச் சமப்படுத்த,

$$\text{ie } F_X = R_A - \omega x = 0 \quad ....(3b)$$

$$ie\ \frac{\omega a}{2l}(2l - a) - \omega x = 0$$

$$\therefore x = \left(\frac{2l - a}{2l}\right) a$$

என்று கிடைக்கின்றது, படம் **6-28** இல் இவை காண்பிக்கப் பட்டுள்ளன.

(iii) **வளைமைத் திருப்புமை**

முனை A யிலிருந்து C வரை ($0 \leq x \leq a$)

$$M_x = R_A\, x - \frac{\omega x^2}{2} \qquad \text{....(4)}$$

பெரும வளைமைத் திருப்புமையைக் கண்டறிய, சமன்பாடு (4) -ஐ நுண் வகையிட்டால் (Differentiate)

$$\frac{dM_x}{dx} = 0$$

ie $R_A - wx = 0$ இது சமன்பாடு (3b) அல்லவா?

எனவே $x = \left(\frac{2l-a}{2l}\right)a$ என்னும் தூரத்தில் பெரும வளைமைத் திருப்புமை கிடைக்கும் என்பது கண்கூடு. அதன் மதிப்பை அறிய $x = \left(\frac{2l-a}{2l}\right)a$ என்னும் அளவைச் சமன்பாடு (4) இல் பிரதியிடலாம்.

$$M_{\text{பெருமம்}} = \frac{\omega a}{2l}(2l-a) \cdot \frac{(2l-a)}{2l} \cdot a - \frac{\omega}{2}\,\frac{(2l-a)^2}{4l^2}\,a^2$$

$$= \frac{wa^2\,(2l-a)^2}{l^2}$$

$x = 0$ எனில்,

$M_O = 0$ (முனை A)

$x = a$ எனில் $M_a = \frac{\omega a}{2l}(2l-a)\,a - \frac{\omega a^2}{2l} = \frac{wa^2 b}{2l}$ (வெட்டு முகம் C)

வெட்டு முகம் (C வெட்டு முகம்) C யிலிருந்து முனை B வரை

முனை B யை ஆதியாகக் கொண்டால் ($0 \leq x \leq b$)

$$M_x = R_B . x \qquad \text{....(5)}$$

சமன்பாடு (5) நேர்கோட்டு விதிப்படி மாறும் இயல்புடையது.

$x = b$ எனில், (வெட்டு முகம் C) $M_b = R_B . b = + \frac{\omega a^2}{2l} b$

முனை A யிலிருந்து வெட்டு முகம் C வரை வளைமைத் திருப்புமை பரவளையப் பகுதியாகும். வெட்டு முகம் C யிலிருந்து முனை B வரை வளைமைத் திருப்புமை நேர்கோட்டு விதிப்படி மாறுதல் அடைகிறது. படம் 6-28 இல் இவற்றைக் காணலாம்.

சிறப்பு நிகழ்வுக்கூறு (Special case):

(i) $a = l/2$ எனில் $R_A = 3/8\ \omega l$, $R_B = 1/8\ \omega l$

கத்தரிப்பு விசை பூஜ்ய மதிப்பை அடையும் வெட்டு முகம், முனை A யிலிருந்து 3/8l தூரத்தில் உள்ளது. இந்த வெட்டு முகத்தில் பெரும வளைமைத் திருப்புமை தோன்றுகின்றது. அதன் மதிப்பு $9\ \omega l^2 / 128$.

(ii) $a = l$ எனில் நிகழ்வுக்கூறு (d) கிடைக்கின்றது.

மாதிரி 9

$w = 3T/m$, $a = 2.0m$, $l = 4.0m$ எனில் பெரும + மற்றும் கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றைக் கணக்கிடுக.

$R_A = 3/8 \times 3 \times 4 = 4.5\ T$

$R_B = 1/8 \times 3 \times 4 = 1.5\ T$

கத்தரிப்பு விசை 0 ஆக உள்ள இடம் $= \frac{3l}{8} \times 4 = 1.5m$ (முனை A யில் இருந்து)

பெரும க.வி. $= R_A = 4.5\ T$

பெரும - க.வி. $= A_B = 1.5\ T$

பெரும வ.தி. $= \frac{9}{128} \times 3 \times 4^2 = \frac{27}{8} = 3.375\ T\text{-}m$.

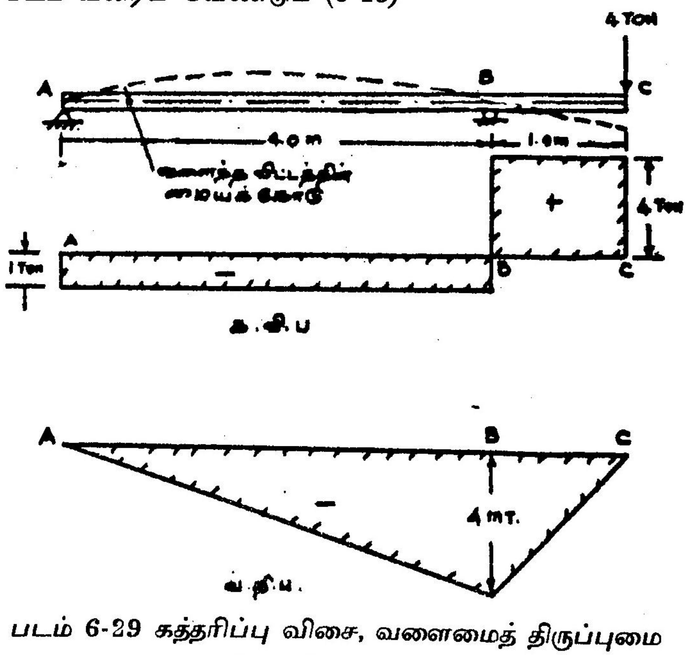
கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றைக் கூர்ந்து கவனித்தால் பின்வரும் உண்மைகள் தெரிய வரும்:

கத்தரிப்பு விசை மாறிலியாக (x இன் படி ....0) உள்ளபோது வளைமைத் திருப்புமை நேர்கோடாகும். (x இன் படி ....1). கத்தரிப்பு விசை நேர்கோடாக (x இன் படி ....1) உள்ளபோது, வளைமைத் திருப்புமை பரவளையமாகும் (x ன்படி ....2)

III புற நீட்டு விட்டங்கள்:

(a) ஒரு முனைப் புற நீட்டு விட்டம், புள்ளிப் பளு:

ABC என்னும் 5m நீளமுள்ள விட்டம் அதன் இட முனை A யில் ஒரு தாங்கியையும், அங்கிருந்து 4m தூரத்தில், Bயில் மற்றுமொரு தாங்கியையும் கொண்டுள்ளது. மீதி 1m தாங்கி B யிலிருந்து புறத்தே நீட்டிக் கொண்டிருக்கிறது. அதன் கட்டற்ற முனையான (Free end) C யில் 4 டன் புள்ளிப் பளு ஒன்று செயல்படுகிறது. கத்தரிப்புவிசை, வளைமைத் திருப்புமை இவற்றின் விளக்க வரைபடம் வரைய வேண்டும் (6-29)



படம் 6-29 கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றின் வடிவம்

(i) எதிர் வினைகள்:

முனை A யில் திருப்புமை கணக்கிட

$R_B \times 4 = 4 \times 5$

$\therefore R_B = 5\,T$

$R_A + R_B = 4\,T$

$\therefore R_A = 4 - R_B = 4 - 5 = -1T$ ie 1.0 T என்றாகிறது.

அதாவது, A யில் செயல்படும் எதிர் வினை கீழ்நோக்கிச் செயலாற் றுகிறது.

(ii) கத்தரிப்பு விசை:

முனை A க்குச் சற்று வலப்புறமாக, க.வி. – 1.0 T (இடப் புறம் கீழ்நோக்கிச் செயல்புரிவதால் எதிர்மறைக்குறி)

தாங்கி B க்குச் சற்று இடப்புறம் வரை, க.வி. = – 1.0 T

தாங்கி B க்குச் சற்று வலப்புறமாக, க.வி. = – 1.0 + 5 = + 4 T (இடப் புறம் மேல்நோக்கிச் செயல்புரிவது நேர்மறைக்குறி)

முனை C க்குச் சற்று இடப்புறம் வரை க.வி. = + 4 T

(iii) வளைமைத் திருப்புமை:

A யிலிருந்து B வரை $(0 \le x \le 4)$

$$BM_x = R_A \cdot x \quad ....(1)$$
$$= -1.0\,x$$

(எழும் வளைமைத் திருப்புமை என்பதால் எதிர்மறையாகக் குறிக்கப் பட்டுள்ளது)

சமன்பாடு (1) நேர்கோட்டு விதிப்படி மாறுதல் அடைகிறது.

$x = 0$ எனில் $M_0 = 0$ (முனை A)

$x = 4$ எனில் $M_4 = -4.0\,T.m$ (தாங்கி B)

C யிலிருந்து B வரை $(0 \le x \le 1)$ (முனை C யை ஆதியாகக் கொண்டால்)

$$BM_x = -4\,x \quad ....(2)$$

x = 0 எனில், $M_0 = 0$ (முனை C)

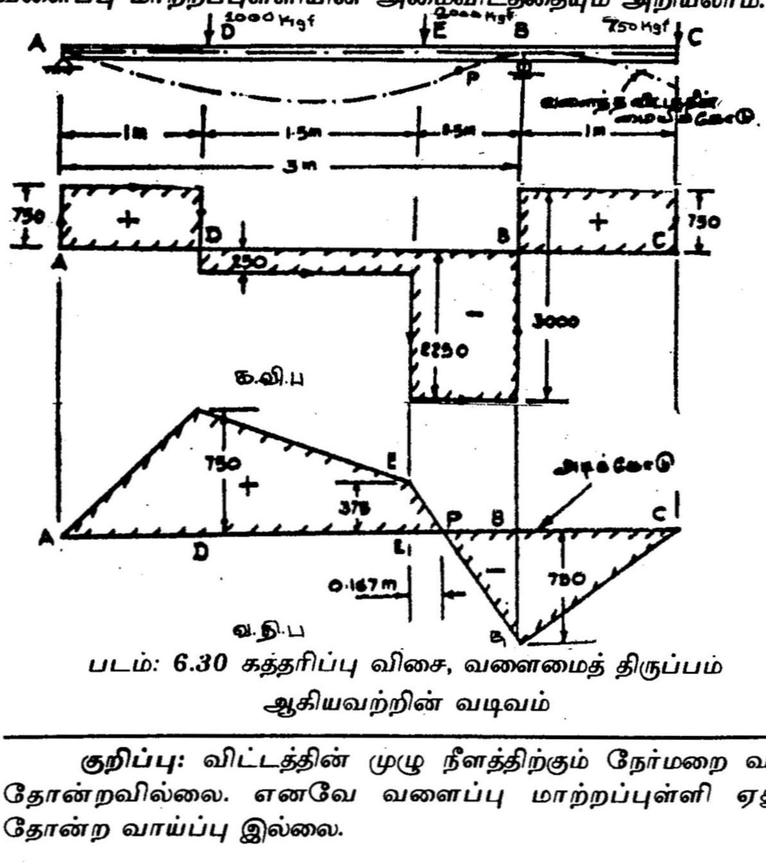
x = 1 எனில் $M_1 = -4 \times 1 = -4\,T\text{-}m$ (தாங்கி B).

இவற்றைப் படம் 6-29 இல் காணலாம்.

அதாவது வ.தி குறிமாற்றம் அடையவில்லை

(b) ஒரு முனைப்புள்ளி நீட்டு விட்டம் பல புள்ளிப் பளுக்கள்:

விட்டம் ஒன்று படம் 6-30 இல் காண்பிக்கப்பட்டுள்ள வாறு பளு சுமந்து கொண்டிருக்கிறது. க.வி.ப., வ.தி.ப., ஆகியவற்றை வரைந்து, முக்கிய இடங்களில் க.வி., வ.தி., ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் குறிப் பிடலாம். தவிரவும் வளைப்பு மாற்றப்புள்ளியின் அமைவிடத்தையும் அறியலாம்.



படம்: 6.30 கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்பம் ஆகியவற்றின் வடிவம்

குறிப்பு: விட்டத்தின் முழு நீளத்திற்கும் நேர்மறை வ.தி. தோன்றவில்லை. எனவே வளைப்பு மாற்றப்புள்ளி ஏதும் தோன்ற வாய்ப்பு இல்லை.

(i) எதிர் வினைகள்

முனை A யில் திருப்புமை கணக்கிட

$$R_B \times 3 = 1000 \times 1 + 2000 \times 2.5 + 750 \times 4$$
$$= 1000 + 5000 + 3000$$
$$= 9000$$

$$\therefore R_B = 3000\ kg$$
$$R_A + R_B = 1000 + 2000 + 750$$
$$= 3750$$

$$R_A = 3750 - 3000 = 750\ kg.$$

(ii) கத்தரிப்பு விசை

பகுதி AD : க.வி.: + 750 (மாறிலி)

D க்குச் சற்று வலப்புறத்தில், க.வி.: + 750 − 1000 = − 250

பகுதி DE க.வி. − 250 (மாறிலி)

E க்குச் சற்று வலப்புறத்தில் − 250 − 2000 = − 2250

பகுதி EB க.வி. − 2250 (மாறிலி)

தாங்கி Bக்குச் சற்று வலப்புறத்தில் − 2250 + 3000 = + 750

பகுதி BC: + 750 மாறிலி

கட்டற்ற முனை C யில் க.வி. கீழ்நோக்கி 750 வீழ்ச்சியடைவதால், அம்முனையில் மீண்டும் க.வி. அடிக்கோட்டிற்கு (Base Line) வந்து விடுகிறது. படம் 6-30 இதனை விளக்குகின்றது.

(iii) வளைமைத் திருப்புமை:

வளைமைத் திருப்புமை விளக்க வரைபடத்தில் நேர் கோடுகளால் அமைந்திருக்கும் (ஏனெனில் புள்ளிப்பளுக்கள் மட்டும் செயல்படுகின்றன). எனவே, புள்ளிப் பளுக்களின் கீழேயும், தாங்கிகளிலும் வ.தி. மதிப்புகளைக் கண்டறிந்து வ.தி.ப. - வினை வரையலாம்.

$M_A = 0$ (முனை A)

$M_D = R_A . 1$
$= + 750 \times 1 = + 750$ kg - m (வெட்டு முகம் D)

$M_E = R_A \times 2.5 - 1000 \times 1.5$
$= 750 \times 2.5 - 1500 = 375$ kg - m

$M_B = R_A \times 3 - 1000 \times 2 - 2000 \times 0.5$
$= 2250 - 2000 - 1000 = - 750$ kg-m

$M_C = R_A \times 4 - 1000 \times 3 - 2000 \times 1.5 + 3000 \times 1$
$= 750 \times 4 - 3000 - 3000 + 3000 = 0$ (தெரிந்த ஒன்றே ஆகும்)

இப்பொழுது வளைமைத் திருப்புமை விளக்க வரைபடத்தினை எளிதில் வரைந்துவிடலாம்.

படம் **6-30** - ஐ நன்கு ஆராயலாம். கத்தரிப்பு விசை, D மற்றும் B ஆகிய இரு வெட்டு முகங்களிலும் குறி மாற்றம் அடைகின்றது. அவ்விரு வெட்டு முகங்களிலும் வளைமைத் திருப்புமை பெரும நேர்மறை மற்றும் பெரும எதிர்மறை வளைமைத் திருப்புமை மதிப்புகளை அடைகின்றது.

$M_D = + 750$ kg-m
$M_B = - 750$ kg-m

மேலும், வ்ளைமைத் திருப்புமை E-B இவற்றின் இடையில் குறிமாற்றம் அடைகின்றது, வ.தி.ப. அடிக்கோட்டின் மேல் புறமும், கீழ்ப்புறமும் அமைந்துள்ளது. P - என்னும் இடத்தில், வளைமைத்திருப்புமையின் குறிமாற்றம் நிகழ்கின்றது. முனை A யிலிருந்து வெட்டு முகம் P வரையிலும் வளைமைத் திருப்புமை நேர்மறையாகவும், வெட்டு முகம் P யிலிருந்து கட்டற்ற முனை C வரையிலும் எதிர்மறையாகவும் உள்ளது. விட்டமும் A யிலிருந்து P வரை மேல்புறமாகக் குழிவு பெற்றும் (Concave upwards) P யிலிருந்து C வன்ர மேல்புறமாகக் குவிந்தும் (Convex upwards) இருக்கின்றது. படம் **6-30** இல், விட்டத்தின் வளைந்த மையக் கோடு வரையப்பட்டுள்ளது. வெட்டு முகம் P யில், இவ்வியல்பு மாற்றமடை கின்றது. இப்புள்ளியை எதிர் வளைப்பப் புள்ளி

(Point of Contra flexure) அல்லது வளைப்பு மாற்றப்புள்ளி (Point of Inflexion) என்பர்.

இதன் அமைவிடத்தை எளிதில் கணக்கிடலாம். ஏனெனில் வளைப்பு மாற்றப் புள்ளியில் வ.தி. = 0 புள்ளி E லிருந்து, புள்ளி P உள்ள தூரம் = x எனக் கொண்டால்,

$$\frac{E1\ E}{x} = \frac{B_1\ B}{(BE - x)}$$ (படம் 6-30இல் உள்ளது)

$$\text{ie}\ \frac{375}{x} = \frac{750}{0.5 - x}$$

$$\text{ie}\ 2x = 0.5 - x$$

$$\text{ie}\ x = \frac{0.5}{3} = 0.167\ m.$$

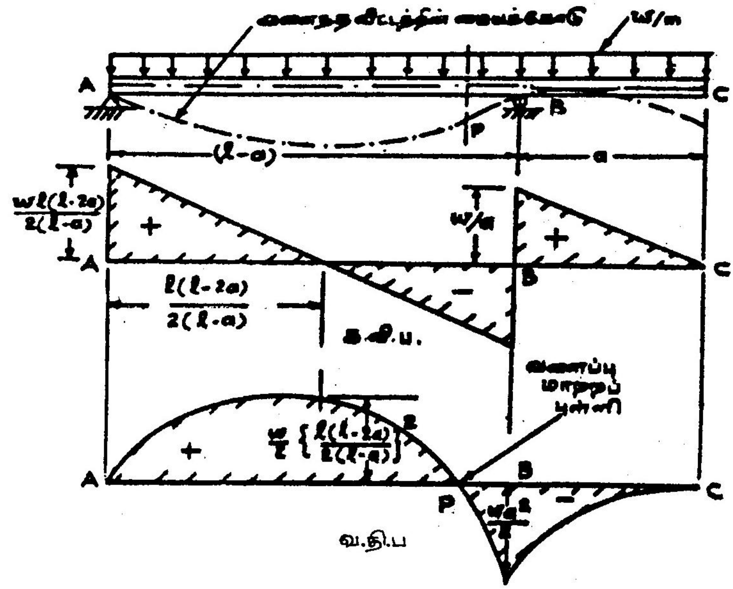
முனை A யிலிருந்து P யின் தூரம் = 1.0 + 1.5 + 0.167 m
= 2,667 m

(c) சீரான பரவல் பளு, விட்டத்தின் முழு நீளத்திற்கும் செயல்படுதல்

மொத்த எடை W வும், நீளம் 'l' உம் உள்ள சீரான விட்டம் ஒன்று A,B என்னும் (l-a) தூரத்தில் உள்ள இரு தாங்கிகளினால் தாங்கப்படுகிறது. தாங்கி A விட்டத்தின் இட முனையில் அமைந்துள்ளது. விட்டத்தில் விளையும் வளைமைத் திருப்புமை இயன்ற அளவிற்குக் குறைவாக இருக்க வேண்டும் என்றால், தாங்கி A யிலிருந்து, தாங்கி B எவ்வளவு தூரத்தில் அமைய வேண்டும் எனக் கணக்கிடலாம்.

விட்டத்தின் சுய எடை மட்டுமே பளுவாகச் செயல் படுகின்றது. விட்டத்தின் முழு நீளத்திற்கும் இந்த எடை சீரான பரவல் பளுவாகச் செயல்படும். விட்டமும் சீரான ஒன்றானதால், விட்டத்தின் எடையை மீட்டர் நீளத்திற்கு w எனக் கொள்ளலாம்.

$$\text{ie}\ \omega \times l = W \qquad ....(1)$$



படம் **6-31** கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றின் வடிவம்

(i) எதிர் வினைகள்

முனை A யில் திருப்புமை கணக்கிட

$$R_B\ (l-a) = \omega \times l \times \frac{l}{2} = \frac{wl^2}{2} \qquad \text{....(2)}$$

$$\therefore R_B = \frac{\omega l^2}{2\,(l-a)}$$

$$R_A + R_B = \omega l \qquad \text{....(3)}$$

எனவே, $R_A = \omega l - \dfrac{\omega l^2}{2\,(l-a)} = \dfrac{wl\,(l-2a)}{2\,(l-a)}$ ....(4)

வளைமைத் திருப்புமை இயன்ற அளவு சிறியதாக இருக்க வேண்டுமென்றால்,

பெரும +ve வ.தி. = பெரும -veவ.தி. - ஆக இருக்க வேண்டும் —(5)

பெரும நேர்மறை வளைமைத் திருப்புமை:

இதனைக் கண்டறிய, கத்தரிப்பு விசை பூஜ்ஜியமாக உள்ள வெட்டு முகத்தைத் தீர்மாணிக்க வேண்டும்

$F_X = R_A - \omega x = 0$ (முனை A ஆதியாகக் கொள்ளப்பட்டது)

ie $R_A = \omega x$

ie $\frac{wl\,(l-2a)}{2\,(l-a)} = \omega x$

ie $x = \frac{l\,(l-2a)}{2\,(l-a)}$, அதாவது முனை A யிலிருந்து $\frac{l\,(l-2a)}{2\,(l-a)}$ தூரத்தில்

க.வி. = 0. இந்த வெட்டு முகத்தில் பெரும நேர்மறை வ.தி. ஏற்படுகிறது.

$$M_{\text{பெருமம்}} = R_A \cdot \frac{l(l-2a)}{2\,(l-a)} - \frac{\omega}{2}\,\frac{l^2\,(l-2a)^2}{4(l-a)^2}$$

$$= \frac{l\,(l-2a)}{2\,(l-a)} \times \frac{\omega l\,(l-2a)}{2\,(l-a)} - \frac{w}{2}\,\frac{l^2\,(l-2a)^2}{4\,(l-a)^2}$$

$$= \frac{\omega l^2\,(l-2a)^2}{4\,(l-a)^2}\left\{1-\frac{1}{2}\right\}$$

$$= \frac{\omega}{2}\left(\frac{l-2a}{l-a}\right)^2 l^2/4 \quad \text{....(6)}$$

பெரும எதிர்மறை வளைமைத் திருப்புமை:

இது தாங்கி Bயில் தோன்றுகிறது. இதன் மதிப்பு $= \frac{\omega a^2}{2}$ ....(7)

சமன்பாடுகள் (6) மற்றும் (7) இரண்டும் சமமாக இருத்தல் வேண்டும்.

ie $\frac{\omega}{2}\, l^2/4 \left(\frac{l-2a}{l-a}\right)^2 = \frac{\omega a^2}{2}$

$$\therefore\ a = \sqrt{\frac{l^2}{4} - \left(\frac{l-2a}{l-a}\right)^2} = \frac{l}{2} \cdot \frac{l-2a}{l-a}$$

ie 2a (l - a) = l (l - 2a)

ie $2a^2 - 4al + l^2 = 0$

$$\text{ie } a = \frac{+\,4l \pm \sqrt{16l^2 - 8l^2}}{4}$$

$$= l \pm \frac{2\sqrt{2}}{4} l = l - \frac{2.828}{4} l$$ (நேர்மறைக்குறியை ஏற்க இயலாது)

ie a = 0.293 l.

எனவே தாங்கி B, கட்டற்ற முனை Cயிலிருந்து 0.293 l அல்லது முனை A யிலிருந்து 0.707 l தூரத்தில் இருந்தால், இயன்ற அளவு மிகச்சிறிய வளைமைத் திருப்புமை உண்டாகும்.

பெரும நேர்மறை வ.தி. தோன்றும் வெட்டுமுகத்தின் அமைவிடம் (Location) அறிய

$$x = \frac{l(l-2a)}{2(l-a)}$$ என்னும் சமன்பாட்டில்

ஊ வ 0'293 ஷ் என்னும் மதிப்பைப் பிரதியிட வேண்டும்

$$\text{ie. } x = \frac{l}{2}\left\{\frac{l - 0.293\ l \times 2}{l - 0.293\ l}\right\}$$

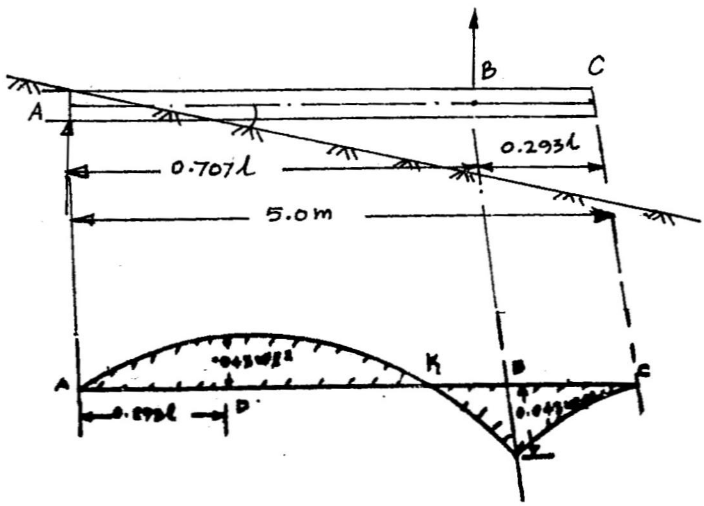
$$= \frac{l}{2}\left\{\frac{0.414}{0.707}\right\} = l \cdot \frac{0.207}{0.707}$$

$$= 0.293\ l.$$

அதாவது பெரும நேர்மறை வ.தி. முனை A யிலிருந்து 0.293 l தூரத்திலும் பெரும எதிர்மறை வ.தி. கட்டற்ற முனை C யிலிருந்து 0.293 l தூரத்திலும் தோன்றுகின்றன.

மாதிரி 10

5 டன் மொத்த எடையுள்ள, **5** மீட்டர் நீளம் கொண்ட சீரான முன்வார்ப்புக் கற்காறைக் குத்துக் கோல் (Pre cast concrete pile) ஒன்றினைப் படம் **6-32** இல் காண்பித்துள்ளவாறு தூக்கி நிறுத்தித் தரையில் செலுத்த (driver) வேண்டியுள்ளது. குத்துக் கோலில் சிறும அளவு (minimum) வளைமைத் திருப்புமை தோன்ற வேண்டுமென்றால், முனை C யிலிருந்து எவ்வளவு தூரத்தில் கம்மபிவடம் (cable) அமைக்கப்படவேண்டும். குத்துக் கோலில் தோன்றும் பெரும வ.தி. எவ்வளவு?



படம் **6-32** குத்துக் கோலில் விளையும் கையாளுமைத் தகைவுகள்

குத்துக் கோல் தரையில் கிடையாக இருக்கும்போது, அதன் நீளத்தில் எத்தகைய தகைவுகளும் தோன்றுவதில்லை. முனை A தரையிலும் B தரையை விட்டுச் சற்று மேலுமாக உயரும்போது தான் கையாளுமைத் தகைவுகள் (handling stress) தோன்றுகின்றன. குத்துக்கோலில் தன் எடை (self weight) அதன் முழு நீளத்திற்கும்

கீழ்நோக்கிச் செயல்படும். முனை A யிலும், வெட்டு முகம் Bயிலும் எதிர்வினைகள் செயல்படும்.

(i)

w x 5 T.

எனவே ω = 1 T/ m

குறைந்த அளவே வ.தி. தோன்ற வேண்டுமென்றால்

a = 0.293 l

= 0.293 x 5 =1.465m

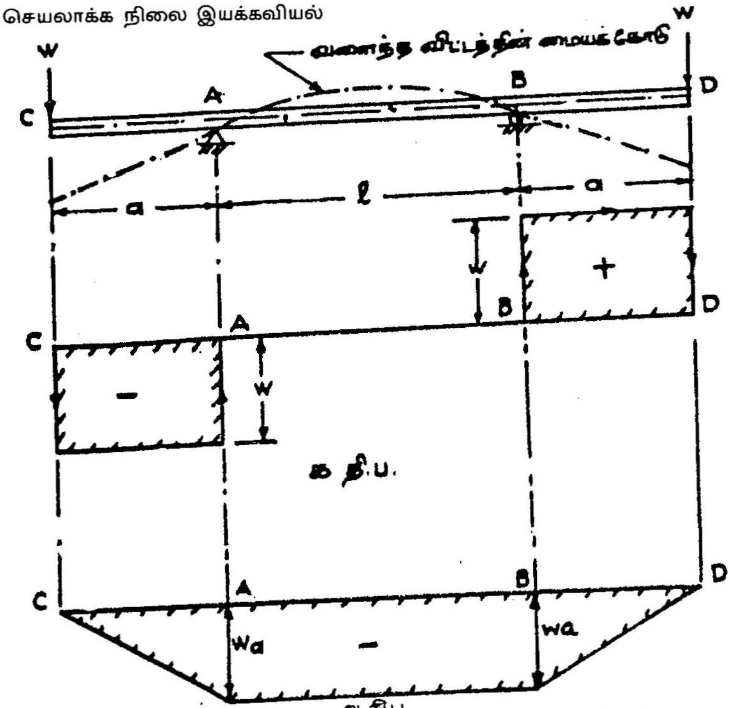
ie முனை C யிலிருந்து B இருக்க வேண்டிய தூரம் 1.465 m

$$\text{பெரும வ.தி.} \frac{\pm 1 \times 1.465^2}{2} = 1.075 \ T\text{–}m$$

எதிர்மறைப் பெரும வ.தி. B யில், முனை C யிலிருந்து 1.465 m (0.293 l) தூரத்தில் தோன்றுகிறது. அவ்வாறே நேர்மறைப் பெரும வ.தி. D யில் (படம் **6-32**) முனை A யிலிருந்து 1.465m (0.293 l) தூரத்தில் தோன்றுகின்றது. இவ்விதமான வ.தி.யால் விளையும் வளைப்புத் தகைவுகளைக் (Flecural stresses) கையாளுமைத் தகைவுகள் (Handling stresses) என்பர்.

(d) இரு முனைப் புறநீட்டு விட்டம்.

முனைகளில் புள்ளிப் பளுக்கள் செயல்படும் (l + 2a) நீளமுள்ள விட்டம் ஒன்று, 'l' இடைவெளியில், முனைகளிலிருந்து 'a' தூரம் உள்தள்ளி உள்ள இரு தாங்கிகளின் மேல் அமைந்துள்ளது. விட்டத்தின் இரு முனைகளிலும் W பளு செயல்படுகின்றது. கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றின் விளக்கப்படம் வரைதல் வேண்டும்.



படம் 6-33, கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமை - ஆகியவற்றின் வடிவங்கள்.

(i) எதிர் வினைகள்

$R_A = R_B = W$ (∵ சமச்சீர்)

(ii) கத்தரிப்பு விசை

பகுதி CA, $F_X = -W$ மாறிலி

பகுதி AB, $F_X = 0$

பகுதி BD, $F_X = +W$ (மாறிலி)

(iii) வளைமைத் திருப்புமை

பகுதி CA

$$Mx = F.x.$$
$$= W.x$$ (எதிர் மறைக்குறியைக் கவனிக்க.)

$x = 0$ எனில் $M_O = 0$ (முனை C)

$x = 0$ எனில் $Ma = -wa$ தாங்கி A

பகுதி **AB**

$$Mx = -Wx + R_A (x - a)$$
$$= -Wx + (x - a)$$
$$= -Wa \text{ மாறிலி}$$

ie. பகுதி AB யில், வ.தி. = $-Wa$ இது ஒரு மாறிலி

பகுதி **BD**

$$Mx = -Wx \text{ (முனை D ஆதி)}$$

$x = 0$ எனில் $M_O = 0$ (முனை D)

முனை $x = a$ எனில் $M_a = -W_a$ (தாங்கி B)

இவற்றின் விளக்கத்தைப் படம் **6-33** இல் காணலாம். பகுதி AB யில் கத்தரிப்பு விசை = 0; வளைமைத் திருப்புமை = $-W_a$ (மாறிலி). விட்டம் அதன் முழு நீளத்திற்கும் மேல் புறமாகக் குவிந்திருக்கும். பகுதி AB யில் கத்தரிப்பு விசையின் விளைவுகள் ஏதும் தோன்றாமல் வளைமைத் திருப்புமை மட்டும் செயல் படுகின்றது. இவ்விதம் கத்தரிப்பு விசை ஏதுமின்றி, வளைமைத் திருப்புமை மட்டும் செயல்பட்டால் அதனைத் 'தூய வளைமை' (Pure Bending) என்பர். வளைமைப் புள்ளி பற்றி (Flexure) ஆராய்ச்சி செய்பவருக்கு இவ்வகைத் 'தூய வளைமைப்' பகுதி மிகவும் பயனுள்ளதாக இருக்கும்.

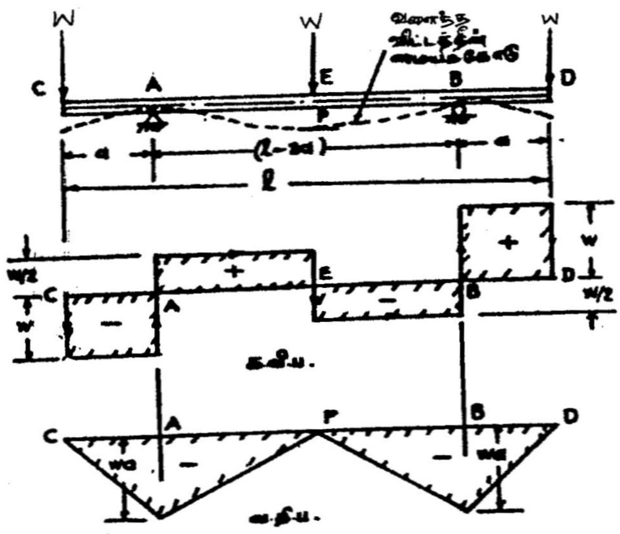
(e) இரு முனைப் புறநீட்டுவிட்டம், பல புள்ளிப் பளுக்கள்

'l' நீளமுள்ள விட்டம் ஒன்று (l - 2a) இடைவெளியில், முனைகளிலிருந்து 'a' தூரம் உள்தள்ளி உள்ள இரு தாங்கிகள் மேல் அமைந்துள்ளது. விட்டத்தின் இரு முனைகளிலும் விட்டத்தின் மையத்திலும் w பளுக்கள் செயல்படுகின்றன. விட்டத்தின் மையத்தில் தோன்றும் வ.தி = **0** ஆக இருக்க வேண்டுமென்றால், 'a' யின் மதிப்பை l இன் மொழியில் (terms) தெரிவிக்க வேண்டும். (படம் **6-34**).

(i) எதிர் வினைகள்

விட்டம், பளுக்கள் ஆகியவை சமச்சீராக இருப்பதால்

$$R_A = R_B = \frac{3}{2}\ W$$



படம் **6-34** கத்தரிப்புவிசை, வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றின் வடிவம்

(ii) கத்தரிப்பு விசை

படம் **6-34** இல் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது.

(iii) வளைமைத் திருப்புமை

பகுதி AE

$M_x = -Wx + R_A\ (x - a)$ (C: ஆதி)

$x = l/2$ எனில் $M_{l/2} = \frac{Wl}{2} + \frac{3}{2}\ W\,(l/2 - a)$ (வெட்டுமுகம் E)

$M_{l/2} = 0$ (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

$$\text{ie} \; -\frac{Wl}{2} + \frac{3}{2} W \left(\frac{l}{2} - a\right) = 0$$

$$-\frac{l}{2} + \frac{3l}{4} - \frac{3}{2} a = 0$$

$$a = l/6$$

எனவே $a = l/6$ ஆக உள்ளபோது +ve வ.தி. தோன்றுவதில்லை. பெரும் எதிர்மறை வ.தி. தாங்கிகளில் தோன்றும். அதன் மதிப்பு $-\frac{W}{6}$

நிகழ்வுக்கூறு (1) நிகழ்வுக் கூறு (e) யில், விட்டத்தில் தோன்றும் வ.தி. இயன்ற அளவு சிறியதாக இருக்க வேண்டுமென்றால், தாங்கிகளின் அமைவிடத்தை (ie 'a' யின் மதிப்பு) அறிய வேண்டும்.

(i) ***எதிர் வினைகள்:***

$$R_A = R_B = \frac{3}{2} W$$

(ii) ***கத்தரிப்பு விசை:***

படம் ***6-34*** இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ள க.வி.ப. வை ஒத்திருக்கும்

குறிப்பு:

இந்நிகழ்வுக் கூற்றில் *1.* வெட்டு முகம் E யில் வ.தி = ***0,*** எனவே, வெட்டு முகம் E யில் கீலகம் ஒன்று (Hinge) இருப்பதாகக் கருதலாம் அல்லவா?

2. வளைப்பு மாற்றப்புள்ளி ஏதும் இல்லை என்பதைக் கவனிக்க.

(iii) **வளைமைத் திருப்புமை:**

வளைமைத் திருப்புமை இயன்ற அளவு சிறியதாக இருக்க வேண்டுமென்றால்,

பெரும எதிர்மறை வ.தி = பெரும நேர்மறை வ.தி

பெரும எதிர்மறை வ.தி. தாங்கிகளில் தோன்றுகின்றது

அதன் மதிப்பு $= M_A = M_B = -Wa$

பெரும நேர்மறை விட்டத்தின் மைய வெட்டு முகத்தில் (Eயில்) தோன்றுகின்றது (சமச்சீர்).

$$\text{அதன் மதிப்பு} = M_E = -\frac{Wl}{2} + \frac{3}{2}W\left(\frac{l}{2} - a\right) \qquad \text{....(2)}$$

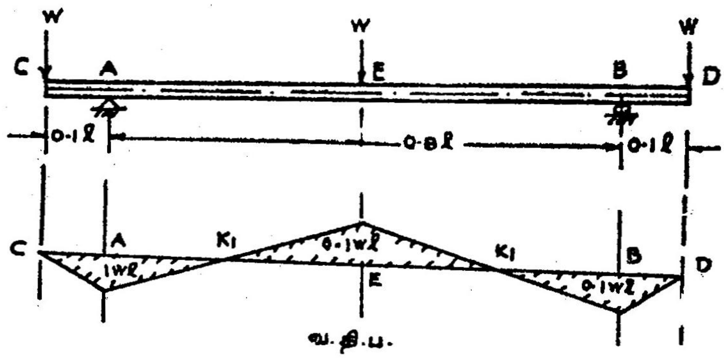
$$= \frac{Wl}{4} - \frac{3}{2}Wa \qquad \text{....(2a)}$$

இவற்றின் நேர்மறை அளவுகளைச் (Modulus) சமன்படுத்த, $|M_A| = |M_E|$ கிடைக்கின்றது.

$$\text{ie } Wa = \frac{Wl}{4} - \frac{3}{2}Wa$$

$$\text{ie } a = l/10.$$

ie முனைகள் C,D ஆகியவற்றிலிருந்து 1/10 = (0.1l) தூரத்தில் உள் அடங்கி இருக்க வேண்டும்.



படம் 6-35, வளைமைத் திருப்புமை வடிவம்

சரிபார்த்தல்:

பெரும எதிர்மறை வ.தி. : $Wx . 1l = -0.1\,Wl$

பெரும நேர்மறை வ.தி. : $-Wx . 5l + 1.5\,Wx . 4l$

: $-.5Wl + .6Wl = +0.1Wl$

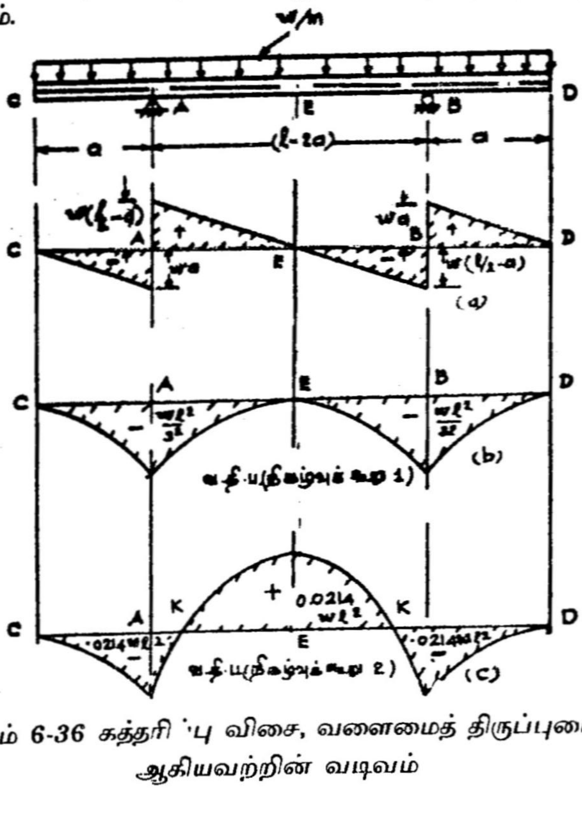
குறிப்பு: வளைப்பு மாற்றப்புள்ளிகள் $k_1\,k_1$ முனைகள் CD ஆகியவற்றிலிருந்து ***0.3*** இல் அமைந்திருக்கின்றன என்பதைக் கவனிக்க. எனவே, அந்த வெட்டு முகங்களில் கீலகங்கள் இருப்பதாகக் கருதலாம் அல்லவா?

(f) இரு முனைப் புறநீட்டு விட்டம் சீரான பரவல் பளு (முழு நீளத்திற்கும்)

l நீளமுள்ள விட்டம் ஒன்று (l - 2a) இடைவெளியில், முனைகளிலிருந்து 'a' தூரம் உள் தள்ளி உள்ள இரு தாங்கிகளின் மேல் அமைந்துள்ளது. விட்டத்தின் முழு நீளத்திற்கும் ω/m வீதம் சீரான பரவல் பளு செயல்படுகின்றது. கீழ்வரும் நிகழ்வுக் கூறுகளில் 'a' யின் மதிப்பை 'l' இன் மொழியில் தெரிவிக்க வேண்டும்.

1. விளைவுறு நீட்பத்தின் மையத்தில், வ.தி. = *0*

2. விளையும் பெரும வ.தி. இயன்றளவு சிறியதாக இருக்க வேண்டும்.



படம் *6-36* கத்தரி ப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றின் வடிவம்

நிகழ்வுக்கூறு:

விளைவுறு நீட்பத்தின் மையத்தில் (வெட்டு முகம் E) வதி. = *0*.

(i) **எதிர் வினைகள்:**

விட்டம் பளு ஆகியவை சமச்சீருடன் இருப்பதால்,

$$R_A = R_B = \frac{\omega\, l}{2} \qquad \text{.... (1)}$$

(ii) **கத்தரிப்பு விசை:**

படம் **6-36** (b) யில் வரையப்பட்டுள்ளது

(iii) **வளைமைத் திருப்புமை:**

பகுதி AB

$$M_X = -\frac{W x^2}{2} + R_A\,.\,(x-a) \qquad \text{....(2)}$$

$$x = \frac{l}{2} \text{ எனில் } M_E = M_{l/2} = -\frac{W}{2}\left(\frac{l^2}{4}\right) + \frac{Wl}{2}(l/2 - a) \quad \text{(வெட்டுமுகம் E)}$$

$$= -\frac{Wl^2}{8} + \frac{Wl^2}{4} - \frac{Wal}{2} \qquad \text{....(3)}$$

$M_E = 0$ கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

எனவே,

$$\frac{wl^2}{8} = \frac{wal}{2} = 0$$

$$\therefore\ a = \frac{1}{4}\, l$$

$$M_A = -\frac{Wa^2}{2} = -\frac{W}{2}\cdot\frac{l^2}{16} = \frac{Wl^2}{32}$$

குறிப்பு: வெட்டு முகம் E யில், கீலகம் பொருந்துவதாகக் கருதினால் விட்டத்தில் விளையும் கத்தரிப்பு விசையிலோ வளைமைத் திருப்புமையிலோ மாற்றம் ஏதும் நிகழவில்லை என்பதைக் கவனிக்க.

நிகழ்வுக்கூறு 2:

விளையும் பெரும வ.தி. இயன்ற அளவு சிறியதாக இருக்க வேண்டும்.

(i) எதிர் வினைகள்:

$$R_A = R_B = \frac{\omega l}{2}$$

(ii) கத்தரிப்பு விசை:

படம் **6-36** (b) இல் காண்பிக்கப்பட்டுள்ள அமைப்பில் வேறுபாடு ஏதுமில்லை

(iii) வளைமைத் திருப்புமை:

பெரும எதிர் மறை வ.தி = பெரும நேர்மறை வ.தி

பெரும எதிர் மறை வ.தி $\frac{\omega a^2}{2}$ (தாங்கிகளில் தோன்றுகிறது) ....(4)

பெரும நேர்மறை வ.தி. வெட்டு முகம் E யில் தோன்றுகிறது.

$$M_E = \frac{\omega l^2}{8} - \frac{\omega a l}{2} \quad \text{(சமன்பாடு 3)} \qquad ....(5)$$

சமன்பாடு (4) = சமன்பாடு (5)

$$\text{ie } \frac{\omega a^2}{2} + \frac{\omega l^2}{8} - \frac{\omega a l}{2}$$

$$\text{ie } 4a^2 + 4al - l^2 = 0$$

$$a = -\frac{4l}{8} \pm \sqrt{\frac{16 l^2 + 16 l^2}{8}}$$

$$= \frac{-4l \pm 4l\sqrt{2}}{8} = \frac{4l(\sqrt{2} - 1)}{8}$$

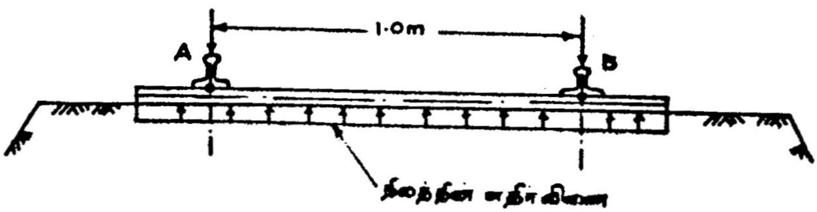
(எதிர்மறைக்குறி ஏற்றுக் கொள்ளத்தக்கதன்று)

$$= \frac{l(\sqrt{2} - 1)}{2} = \frac{l(1.414 - 1)}{2} - 0.207\, l \qquad \text{....(6)}$$

விட்டத்தில் தோன்றும் பெரும வளைமைத் திருப்புமை $= \pm 0.0214\, wl^2$

மாதிரி 11:

மீட்டர் கேஜ் (Gauge) இருப்புப் பாதையில் பயன்படுத்தப் படும் தண்டவாளக் குறுக்குக் கட்டை (Sleeper) ஒன்றின் சிக்கனமான நீளத்தைக் கணக்கிடுக.



படம் **6-37** *தண்டவாளக் குறுக்குக் கட்டையில் செயல்படும் விசைகள்*

குறிப்பு: படம் (C) யில், வளைப்பு மாற்றப்புள்ளிகள் K,K எனக் குறிப்பிடப்பட்டுள்ளன. அவற்றின் அமைவிடத்தைக் கண்டுபிடி.

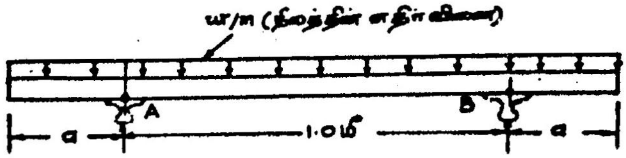
2. புள்ளிகள் K,K யில் கீலகங்களைப் பொருத்தினால் விளையும் கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றைக் கணக்கிட்டு அவற்றின் மதிப்புகளில் மாற்றம் ஏதும் நிகழவில்லை என நிரூபிக்க.

தண்டவாளக் குறுக்குக் கட்டையில் செயல்படும் விசைகளைப் படம் 6-37 விளக்குகின்றது. புகைவண்டியோ மின்சார வண்டியோ இருப்புப் பாதையின் மேல் செல்லும்போது ஏற்படும் அதிர்வுகளையும், அவற்றால் விளை யும் எதிர்வினைகளையும் புறக்கணித்தால், குறுக்குக் கட்டையின் மேல் செயல்படும் விசைகள்:

1. இருப்புப் பாதையின் மூலம் கீழ்நோக்கிச் செயல்படும் எடை (A,B ஆகிய புள்ளிகளில்)

2. நிலத்தின் எதிர்வினை: இதனைச் சீரான பரவல் பளு என்று கருதலாம்.

குறுக்குக் கட்டையின் மேல் செயல்படும் விசைகளையும் எதிர் வினைகளையும் கண்டறியக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள அமைப்பைத் தலைகீழாகச் செய்யலாம். படம் 6-38 இதனை விளக்குகின்றது.



படம் 6-38 தலைகீழாக மாற்றப்பட்ட குறுக்குக் கட்டை

படம் 6-38 இதற்கு முன்னர் நாம் கண்ட (f) நிகழ்வுக்கூறு -2ஐ ஒத்திருக்கின்றதல்லவா?

குறுக்குக் கட்டையின் முழு நீளம் = (1 + 2a) m

'a' வின் மதிப்பு = 0.207 l. (பெரும + வதி. = பெரும – வ.தி)
= 0.207 (1 + 2a) இருக்க வேண்டும்.

எனவே

$$a = 0.207\ (1 + 2a)$$

$$\text{ie } a = \frac{0.207}{0.586} = 0.35\ m.$$

எனவே சிக்கனமான நீளம் = 1 + 2 x 0.35 = 1.70 m.

8. விட்டத்தின் குறுக்குவெட்டுமுகம் ஒன்றில் விளையும் கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றிற்கு இடையே உள்ள தொடர்பு.

கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றின் விளக்க வரை படங்களிலிருந்து நாம் கீழ்க்காணும் உண்மைகளை அறிந்துள்ளோம்.

1. கத்தரிப்பு விசை மாறிலியாக இருந்தபோது, வளைமைத் திருப்புமை நேர்கோட்டு விதிப்படி மாற்றமடைகின்றது.

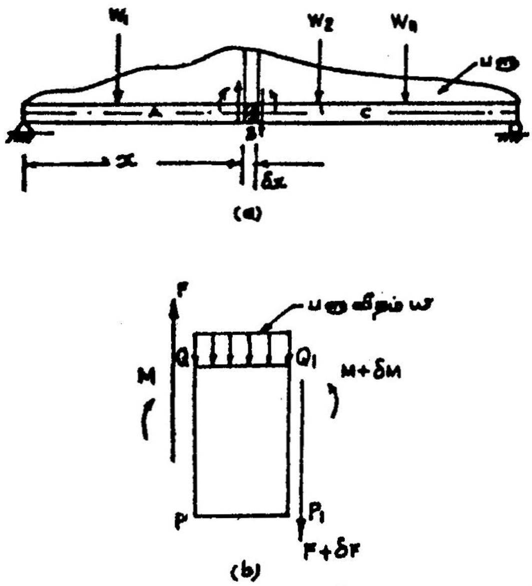
2. கத்தரிப்பு விசை நேர்கோட்டு விதிப்படி மாறுதல் அடையும் போது வளைமைத் திருப்புமை பரவளையச் சமன்பாட்டின் படி மாற்ற முறுகின்றது.

இதையே கணிதமொழியில் கூறினால், வளைமைத் திருப்புமைப் படத்தில் தோன்றும் வளைவுகள், அவற்றிற்கு ஒத்த, கத்தரிப்பு விசைப் படத்தில் தோன்றும் வளைவுகளைவிட ஒரு படி (degree) அதிகமாக உள்ளது.

3. கத்தரிப்பு விசை பூஜ்ஜிய மதிப்பை அடையும் வெட்டு முகத்திலோ குறிமாறும் வெட்டு முகத்திலோ பெரும வளைமைத் திருப்புமை தோன்றுகின்றது.

எனவே, கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமை மற்றும் இவற்றைத் தோற்றுவிக்கும் பளு ஆகியவற்றிற்கு இடையே தொடர்பு உண்டு என்பது தெளிவு. இஃது எவ்வகைத் தொடர்பு என்பதைத் தற்போது ஆராய்வோம்.

இட புறத்தாங்கியிலிருந்து 'x' தூரத்தில் அமைந்துள்ள x நீளம் கொண்ட விட்டம் ஒன்றின் ஒரு பகுதியான B யின் சமநிலையை (Equilibrium) ஆராய்வோம். பகுதி C யின் மேல் செயல்படும் விசைகளாவன:



படம் 6-39 பளு, கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமை இவ்றிற்கு இடையே உள்ள தொடர்பு

1. அதன் மேல் செயல்படும் ω δ x என்பது பளுவின் வீதமாகும். இது சீராகவோ சீராக மாறும் பளுவாகவோ வேறு விதத்தில் பரவல் செய்யப்பட்டோ இருக்கலாம்.

2. பகுதி A யினால், சந்திப்பு முகம் (Interface) PQ வில் விளையும் செயல்கள் – கத்தரிப்பு விசை F, வளைமைத் திருப்புமை M.

3. பகுதி Cயினால் சந்திப்பு முகம் P_1Q_1வில் விளையும் செயல்கள்– கத்தரிப்பு விசை $(F + \delta F)$ வளைமைத் திருப்புமை $(M + \delta M)$

இவற்றைப் படம் 6-39 இல் காணலாம்

பகுதி B சமநிலையில் இருப்பதால், நிலையியல் விதிக்குட்பட்டே விசைக்கோவை (System of forces) செயல் புரிகின்றது.

ஆகவே,

$$\sum V = 0$$

$$F - (\omega \delta x + F + \delta F) = 0$$

$$\text{ie } F - \omega \delta x - F - \delta F = 0$$

$$\delta F = -\omega \delta x$$

$$\text{ie } \frac{\delta F}{\delta x} = -w \qquad \text{....(1)}$$

முகம் P_1Q_1 இல், அனைத்துவிசை மற்றும் அனைத்து எதிர் இணை விசை ஆகியவற்றின் திருப்புமையைக் கணக்கிட்டால்

$$\sum M = 0$$

$$\text{ie } M + F\delta x - \omega \delta x . \frac{\delta x}{M} - (M + \delta M) = 0 \qquad \text{....(2)}$$

சமன்பாடு (2) இல் n என்பது பளுவின் பரவல் விதத்தைப் பொறுத்துள்ளது. சான்றாகச் சீரான பரவல் பளுவாக இருந்தால் n = 2

$$\text{ie } M + F\delta x - \frac{w\delta x^2}{n} - M - \delta M = 0$$

$$\text{ie } \delta M = F\delta x - \frac{w\delta x^2}{n} \quad ....(3)$$

சமன்பாடு (3)இல் $\frac{w\delta x^2}{n}$ ஐப் புறக்கணிக்கலாம், ஏனென்றால், x மிகவும் சிறியது. $\frac{\delta x^2}{n}$ அதைவிட மிகவும் சிறியது.

எனவே சமன்பாடு (3) கீழ்வரும் மாறுதல் அடைகின்றது

$$\delta M = F\delta x \quad ....(4)$$

சமன்பாடு (1) இலிருந்து ($\delta x \to 0$ மாறும்போது)

$$\frac{dF}{dx} = -\omega \quad ....(5)$$

சமன்பாடு (4) யிலிந்து ($\delta x \to 0$ மாறும்போது)

$$\frac{dM}{dx} = F \quad ....(6)$$

சமன்பாடுகள் (5) மற்றும் (4) ஆகியவற்றிலிருந்து கீழ்வரும் மற்றுமொரு பயனுள்ள சமன்பாடு கிடைக்கின்றது.

$$\frac{dF}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\frac{dM}{dx}\right) = \frac{d^2 M}{dx^2} = -w \quad ....(7)$$

அதாவது (i) ஒரு வெட்டு முகத்தில், கத்தரிப்பு விசை மாறும் வீதம் பளுவின் வீதத்திற்குச் சமமாகும்.

ஆக

(ii) ஒரு வெட்டு முகத்தில் வளைமைத் திருப்புமை மாறும் வீதம், அந்த வெட்டு முகத்திலுள்ள கத்தரிப்பு விசைக்குச் சமமாகும்.

(iii) $\frac{df}{dx} = -\omega$ என்பது (சமன்பாடு (5)) கத்தரிப்பு விசை வரைபடத்தின் (ஆதியிலிருந்து x தூரத்தில் தோன்றும்) சரிவைக் (Slope) குறிக்கின்றது.

(iv) $\frac{dM}{dx} = F$ என்பது (சமன்பாடு (6)) வளைமைத் திருப்புமை வரைபடத்தின் (ஆதியிலிருந்து x தூரத்தில் தோன்றும்) சரிவைக் குறிக்கின்றது.

சமன்பாடு (5), (6) மற்றும் (7) ஆகியவற்றைப் பயன் படுத்தித் தீர்க்கப்பட்டுள்ள சில நிகழ்வுக்கூறுகளை அடுத்த அதிகாரத்தில் காணலாம்.

நிகழ்வுக் கூறு 1: புள்ளிப் பளுக்கள்

விட்டம் ஒன்றில் புள்ளிப் பளு செயல்படும்போது வெட்டு முகம் ஒன்றில் உள்ள பளு வீதம் = 0.

எனவே $\frac{dF}{dx} = 0$. இதனை நுண் தொகையிடச் (Integration) சமன்பாடு (8) கிடைக்கின்றது.

ie $F = C1$ .... (8)

சமன்பாடு (8) இல் C_1 ஒரு மாறிலியாகும். அதாவது கத்தரிப்பு விசை ஒரு மாறிலியாகும்-

மேலும் $\frac{dM}{dx} = F$ (ஒரு மாறிலி)

$\therefore \int dM = \int F\,dx$

இதனை நுண்தொகையிடச் சமன்பாடு (9) கிடைக்கின்றது.

$\therefore$ **ie $M = Fx + C_2$** ....(9)

சமன்பாடு (9)இல் C_2 ஒரு மாறிலியாகும். சமன்பாடு (9) ஒரு நேர் கோட்டைக் குறிக்கின்றது. அதாவது வளைமைத் திருப்புமை ஒரு நேர்கோடு ஆகும்-

நிகழ்வுக்கூறு 2: *சீரான பரவல் பளு*

விட்டம் ஒன்றில், ω/m வீதம் பளு செயல்படும் சீரான பரவல் பளு இருந்தால்,

$$\frac{dF}{dx} = -\omega$$

$$\text{ie} \int dF = -\int w dx$$

இதனை நுண்தொகையிடச், சமன்பாடு *(10)* கிடைக்கின்றது.

$$\text{ie } F = -\omega x + C_3 \qquad \text{....(10)}$$

சமன்பாடு *(10)* இல் C_3 ஒரு மாறிலியாகும்.

சமன்பாடு *(10)* ஒரு நேர்கோட்டைக் குறிக்கின்றது. எனவே, கத்தரிப்பு விசை ஒரு நேர்கோட்டு விதியைப் பின்பற்றுகிறது.

மேலும், $\frac{dM}{dx} = F$ (சமன்பாடு *6*)

$= \omega x + C_3$ (சமன்பாடு *10*)

$\int dM = \int(-\omega x + C_3)\, dx_2$ இதனை நுண்தொகையிடச் சமன்பாடு *(11)* கிடைக்கின்றது.

$$\text{ie } M = -\frac{\omega x^2}{2} + C_3 x + C_4 \qquad \text{....(11)}$$

சமன்பாடு *(11)* இல் C_3, C_4 ஆகியவை மாறிலிகள். சமன்பாடு *(11)* ஒரு பரவளையத்திற்குரிய சமன்பாடாகும். எனவே, வளைமைத் திருப்புமை வளைவு ஒரு பரவளையமாகும். சீரான பரவல் பளு செயல்படும்போது, வளைமைத் திருப்புமைப் படங்களில் பரவளையம் கிடைப்பதை நாம் பலமுறை கண்டுள்ளோம்.

நிகழ்வுக்கூறு 3:

கத்தரிப்பு விசை பூஜ்ஜிய மதிப்பை அடையும்போது (அல்லது குறிமாற்றம் அடை.யும்போது) பெரும வளைமைத் திருப்புமை கிடைக் கின்றது என முன்னர்க் கண்டோம். இஃது ஏன் என இப்பொழுது பார்ப்போம்:

M பெரும மதிப்பை அடைய வேண்டுமென்றால், நுண் கணிதத்தின்படி (According to calculus),

$$\frac{dM}{dx} = 0.$$

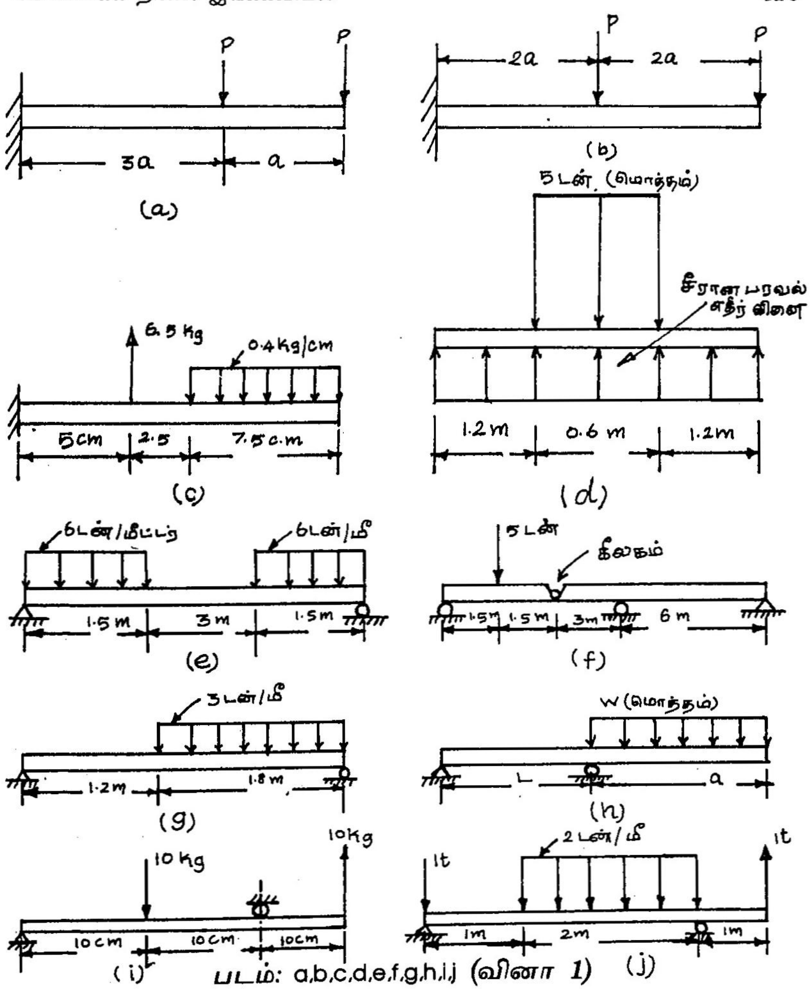
ஆனால் $\frac{dM}{dx} = F$ (சமன்பாடு (6))

$\therefore$ F = o

பயிற்சி -6

வினா 1

கீழ் வரும் படங்களில் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு பளு ஏற்றப்பட்ட விட்டங்களின் வெட்டு முகங்களில் தோன்றும் கத்தரிப்பு விசை,. வளைமைத் திருப்புமைகள் போன்றவற்றைக் கணக்கிட்டு அவற்றின் விளக்க வரைபடங்கள் வரைக.



படம்: a,b,c,d,e,f,g,h,i,j (வினா 1)

வினா 2

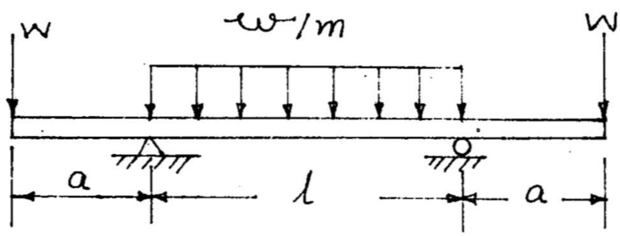
'l' நீளமுள்ள விட்டம் ஒன்றின் ஒரு முனையில் ஒரு தாங்கியும், மற்றுமொரு முனையிலிருந்து உள்ளாக 'a' தூரத்தில் மேலும் ஒரு தாங்கியும் உள்ளன. அதன் முழு நீளத்திற்கும் ω/m வீதம் சீரான பரவல் பளு செயல்படுகின்றது. கீழ்வரும்

நிகழ்வுக்கூறுகளில் 'a/l' இன் விகிதத்தைக் கூறுக. (i) விட்டத்தின் மையம் வளைப்பு மாற்றப் புள்ளியாக விளங்கும்போது (ii) விளைவுறு நீட்பத்தின் மையம் வளைப்பு மாற்றப்புள்ளியாக விளங்கும்போது (iii) பெரும நேர்மறை வளைமைத் திருப்புமை பெரும எதிர்மறை வளைமைத் திருப்புமைக்குச் சமமாக உள்ள போது.

நிகழ்வுக்கூறு (iii) இல், பெரும நேர்மறை வளைமைத் திருப்புமை தோன்றும் இடம், இடது தாங்கியிலிருந்து 'a' தூரத்தில் உள்ளது என நிரூபிக்க.

வினா 3

படத்தில் காட்டியவாறு விட்டமொன்றில் பளு ஏற்றப்பட்டுள்ளது.



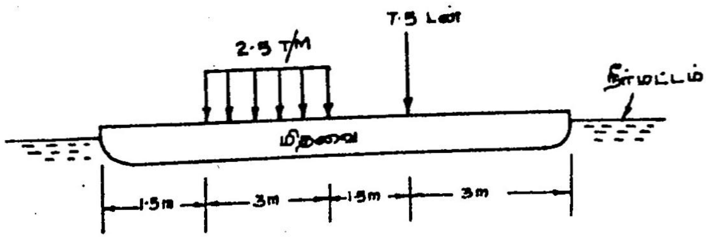
படம் : 3

W = ωl எனில் விட்டத்தின் மையத்தில் பூஜ்ஜிய வளைமைத் திருப்புமை தோன்றும் வண்ணம் a/l இன் விகிதத்தை அமைக்க.

கத்தரிப்பு விசைப் படம் வளைமைத் திருப்புமைப்படம் ஆகியவற்றை வரைந்து முக்கியமான இடங்களில் அவற்றின் மதிப்பைக் குறிக்கவும்.

வினா 4

சிறியதொரு மிதவை, படத்தில் காண்பித்துள்ள வண்ணம் பளு ஏற்றிச் செல்கிறது. மிதவையில் தோன்றும் கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றை வரைக.

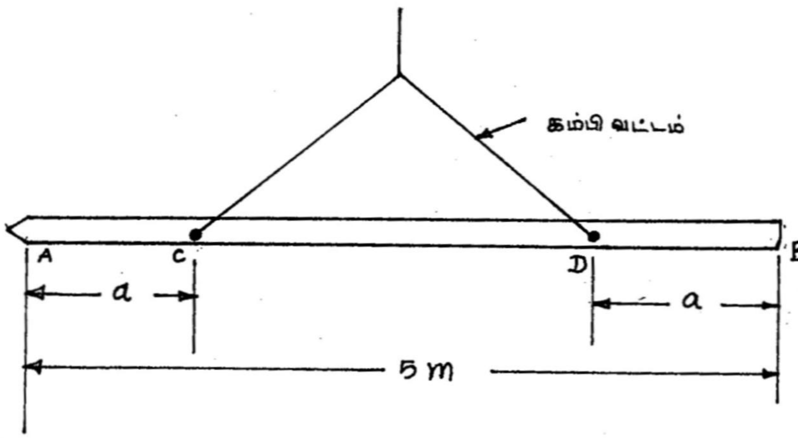


படம் : 4 (வினா : 4)

வினா 5

3 டன் எடை (மொத்தம்) உள்ள 5m நீளமுள்ள சீரான முன் வார்ப்புக் கற்காரைக்குத்துக் கோல் ஒன்றினைப் படத்தில் காண்பித்துள்ளவாறு தூக்கித் தரையில் செலுத்த வேண்டியுள்ளது. சிறும அளகையாளுமைத் தகைவுகள் குத்துக் கோலில் தோன்ற வேண்டுமென்றால், கம்பி வடங்களின் அமைவிடத்தைக் கணக்கிடுக. மேலும் மொத்த எடை 3 டன்

நிலையில் தோன்றும் கவி. வதி ஆகியவை மாறாமலிருக்கு மாறு, குத்துக்கோலில் இரு கீலகங்கள் பொருத்தப்பட வேண்டுமெ மன்றால் அவற்றினை எங்குப் பொருத்தலாம்?

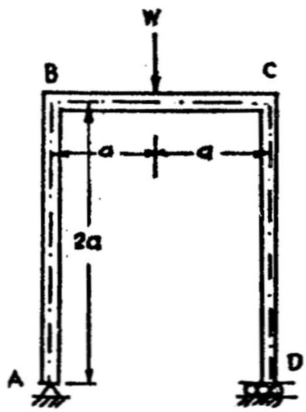


படம்: : 5 (வினா : 5)
மொத்த எடை : 3டன்

வினா 6

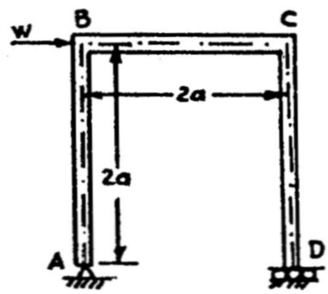
கீழ்க்காணும் புகுமுகச் சட்டங்களில் (Portal Frames) தோன்றும் கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றின் விளக்கப்படம் வரைக.

(a)



வினா 6 (படம் : 6)

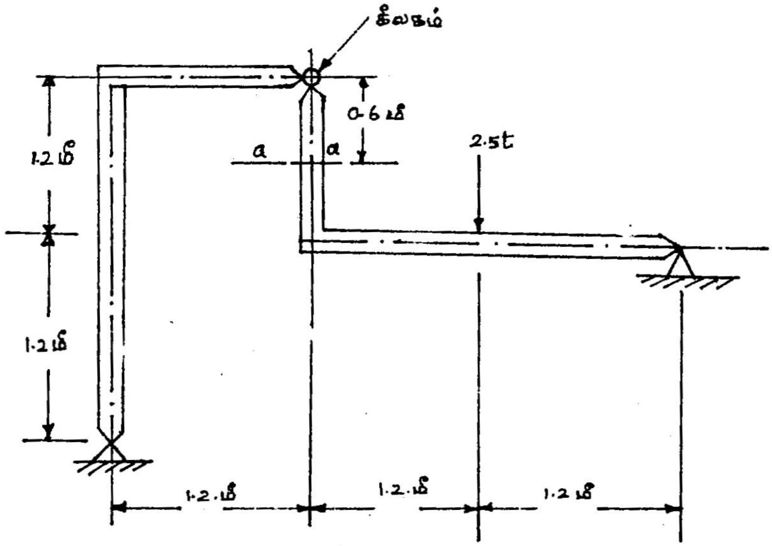
(b)



வினா 6 (படம் : 6)

வினா 7

கீழே தரப்பட்டுள்ள சட்டகத்தில், வெட்டு முகம் 'aa' யில் தோன்றும் கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றைக் கணக்கிடுக.



வினா : 7 (படம் : 7)

அதிகாரம் – 7

விட்டங்களின் வளைமை

(Beams in Bending)

1. விட்டம் ஒன்றின்மேல், *சீராக* மாறும் பளு (Uniformly varying load) இணைச்சுழலி (couple) ஆகியவை செயல்படுவதால் தோன்றும் கத்தரிப்புவிசை, வளைமைத்திருப்புமை போன்ற வற்றினை இந்த அதிகாரத்தில் காணலாம். தவிரவும் வளைமைத் திருப்புமையால், விட்டத்தில் விளையும் வளைப்புத் தகைவுகளை யும் (Flexural stress) இதனால் விட்டத்தின் வெட்டு முகத்தில் தோன்றும் தடுப்புத் திருப்புமையைப் பற்றியும் இந்த அதிகாரத் தில் காணலாம்.

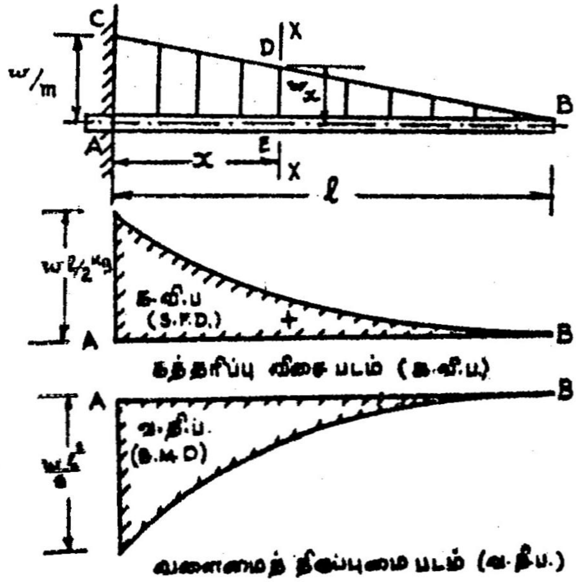
2. கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றின் விளக்க வரைபடங்கள்

I. ஒற்றைப் பிடிமான விட்டங்கள்

(a) விளைவுறு நீட்பம் 'l' முக்கோண வடிவப் பளு செயல்படுதல்

ஒற்றைப் பிடிமான விட்டம் ஒன்றின் மேல், தாங்கியற்ற முனையில் (free end) பளு ஒன்று *0/மீட்டர்* நீளம் வீதத்திலிருந்து, பிடிமான முனையில் (fixed end) w/மீட்டர் வீதமாகச் சீராக மாறு கின்றது (படம் *7-1*). இவ்வகையான பளு விட்டத்தின் மேல்

செயல்படுவதால் தோன்றும் கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்பு மை ஆகியவற்றை வரைபடம் வரைந்து குறிப்பிடலாம்.*



படம் 7-1 கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றின் வடிவம்

பிடிமான முனை A யிலிருந்து x தூரத்தில், XX என்னும் வெட்டு முகத்தைக் காண்போம். வெட்டுமுகத்தில் செயல்படும் பளுவின் வீதம் w_x/m எனக் கருதலாம். படம் 7-1 இல், முக்கோணங்கள் CAB, DEB ஆகியவை ஒத்த முக்கோணங்கள் (similar triangles) எனவே,

$$\frac{w}{l} = \frac{w_x}{(l-x)}$$

* அதிகாரம் 6 இல் படித்தவாறு மரபு முறையைப் (Conventional method) பின்பற்றியும் இந்த அதிகாரத்தில் உள்ள கணக்குகளைத் தீர்க்கலாம். அணுகு முறையில் மட்டுமே வேறுபாடு. அடிப்படை நெறியில் (basic principles) அல்ல.

$$w_x = \frac{w}{l}(l - x) \qquad ....(1)$$

சென்ற அதிகாரத்தில்,

$$\frac{dF}{d_x} = -w \qquad ....(2)$$

$$\frac{dM}{dx} = F \qquad ....(3)$$

$$\frac{d^2M}{dx^2} = -w \qquad ....(4)$$

சமன்பாடு (1)-ஐ, சமன்பாடு (4) இல் பிரதியிட

$$\frac{d^2M}{dx^2} = -\frac{w}{l}(l - x) \qquad ...(5)$$

கிடைக்கின்றது. இதனை நுண் தொகையிட்டால் (Integration) கீழ்வரும் சமன்பாடு கிடைக்கின்றது.

$$\frac{dM}{dx} = -\frac{w}{l}(lx - s^2/2) + C_1 (= F) \qquad ...(6)$$

சமன்பாடு (6), ஒரு பரவளையத்தின் சமன்பாடு ஆகும். அதாவது கத்தரிப்பு விசை வரைபடம் ஒரு பரவளையம் ஆகும்.

$$x = l \text{ எனில் } \frac{dM}{dx} = F = 0 \text{ (முனை B)}$$

சமன்பாடு (6) இலிருந்து $C1 = + wl/2$ எனக் கிடைக்கின்றது.

$$\text{எனவே, } F = -\frac{w}{l}(lx - x^2/2) + \frac{wl}{2} \qquad ....(7)$$

பெருமக் கத்தரிப்பு விசை பிடிமான முனை A யில் விளைகின்றது. அதன் மதிப்பு:

$$F_{\text{பெருமம்}} = F_{x=0} = \frac{wl}{2}$$

வளைமைத் திருப்புமை

சமன்பாடு (7)-ஐ, திரும்பவும் நுண்தொகையிட்டால்

$$M = -\frac{w}{l}\left(\frac{lx^2}{2} - \frac{x^3}{6}\right) + \frac{wlx}{2} + C_2 \qquad \text{....(8)}$$

$$x = l \text{ எனில் } M = 0. \qquad \text{....(9)}$$

சமன்பாடு (8) இலிருந்து $C_2 = -wl^2/6$ எனக் கிடைக்கின்றது.

$$\text{எனவே } M = -\frac{w}{l}\left(\frac{lx^2}{2} - \frac{x^3}{6}\right) + \frac{wlx}{2} - \frac{wl^2}{6} \qquad \text{....(10)}$$

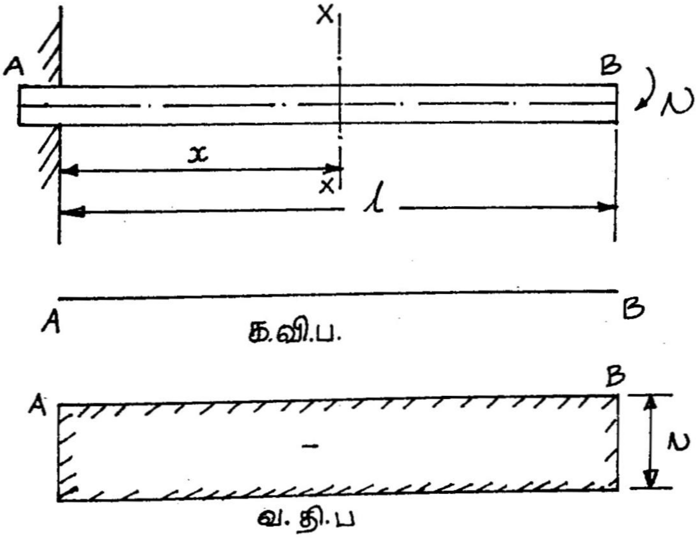
பெரும வளைமைத் திருப்புமை பிடிமான முனையில் விளைகின்றது. அதன் மதிப்பு:

$$M_{\text{பெருமம்}} = M_{x=0} = -\frac{wl^2}{6}$$

இவற்றினைப் படம் 7-1 விளக்குகின்றது.

(b) **விளைவுறு நீட்பம் 'l' இணைச்சுழலி 'μ' தாங்கியற்ற முனையில் செயல்படுதல்.**

ஒற்றைப் பிடிமான விட்டம் ஒன்றின் மேல், தாங்கியற்ற முனை Bயில் இணைச்சுழலி μ ஒன்று செயல்படுகின்றது.



படம் 7-2 கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றின் வடிவம்

பிடிமான முனை Aயிலிருந்து x தூரத்தில், xx என்னும் வெட்டுமுகத்தைக் காண்போம். வெட்டு முகத்தில் செயல்படும் பளு 0. இணைச் சுழலி = - μ. (எதிர்மறைக் குறியைக் கவனி).

கத்தரிப்பு விசை

$$\frac{d^2M}{dx^2} = 0 \qquad ....(1)$$

நுண் வகையிட, சமன்பாடு (2) கிடைக்கின்றது.

ie $\frac{dM}{dx} = F = C_1$ இங்கு C_1 ஒரு மாறிலி.

$x = l$ எனில் $F = 0$

எனவே, $C_1 = 0$ என்றாகிறது. ie $\frac{dM}{dx} = F = 0$

அதாவது கத்தரிப்பு விசை, விட்டத்தின் முழு நீட்பத்திற்கும் பூஜ்ஜியமாகும்.

வளைமைத் திருப்புமை

$$\frac{dM}{dx} = 0 \qquad ....(3)$$

நுண் தொகையிட சமன்பாடு (4) கிடைக்கின்றது.

$$ie.\ M = C_2 \qquad ....(4)$$

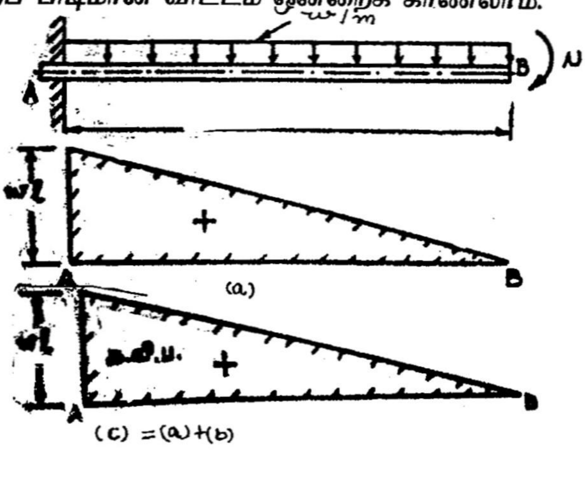
X = l எனில், M = - μ (முனை Bயில்)

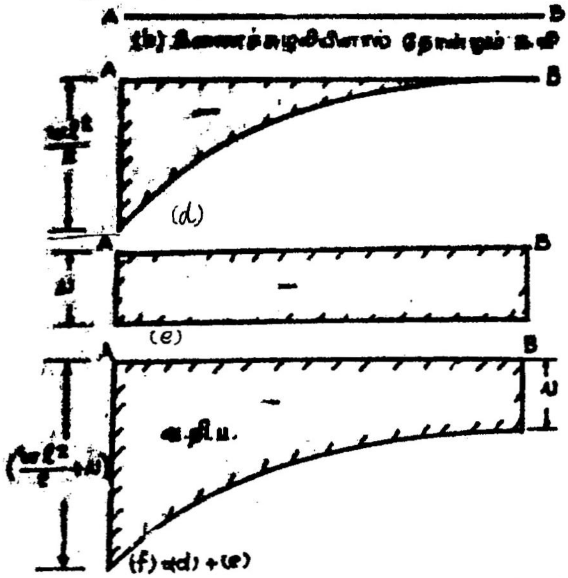
எனவே M = – μ (மாறிலி)

அதாவது வளைமைத் திருப்புமை விட்டத்தின் முழு நீட்பத்திற்கும் - μ மதிப்புள்ள ஒரு மாறிலியாகும். இவற்றினைப் படம் 7-2 விளக்குகின்றது.

(c) விளைவுறு நீட்பம் 'l' இணைச்சுழலி μ தாங்கியற்ற முனையிலும் சீரான பரவல் பளு விளைவுறு நீட்பத்தின் முழுமையிலும் செயல்படுதல்.

படம் 7-3 இல், மேற்குறிப்பிட்ட வண்ணம் பளு செயல்படும் ஒற்றைப் பிடிமான விட்டம் ஒன்றைக் காணலாம்.





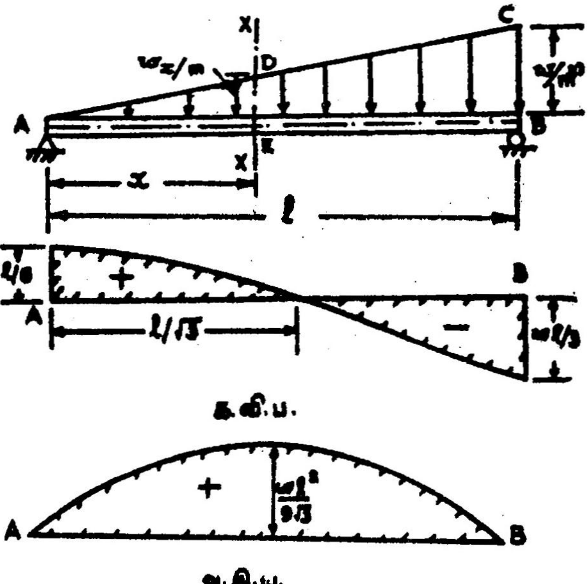
படம் 7-3 கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமை
ஆகியவற்றின் வடிவம்

இக்கணிதத்தை 'மேல் படிவிப்பு முறையினைக் (Method of super position) கொண்டு தீர்க்கலாம். சீரான பரவல் பளு, விட்டத்தின் முழு நீட்பத்திலும், இணைச்சுழலி தாங்கியற்ற முன்னயிலும் செயல்படுவதால் விளையும் கத்தரிப்பு விசை வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றைப் படம் 7-3 விளக்குகின்றது.

I எளிய முறையில் தாங்கப்பட்டுள்ள விட்டங்கள்

(a) **விளைவுறு நீட்பம் 'l' முக்கோண வடிவப் பளு செயல்படுதல்**

எளிய முறையில் தாங்கப்பட்டுள்ள விட்டம் ஒன்றின் மேல், இடதுபுறமுனையாக Aயில், பளு ஒன்று 0/மீட்டர் நீளம் வீதத்திலிருந்து, வலது புற முனை Bயில் w/மீட்டர் நீளம் வீதமாகச் சீராக மாறுகின்றது. படம் 7-4 இவ்வகையான முக்கோண வடிவப் பளு (Triangularload) விட்டத்தின் மேல் செயல்படுவதால் தோன்றும் கத்தரிப்புவிசை, வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றை வரைபடம் வரைந்து குறிப்பிடலாம்.



படம் 7-4 கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றின் வடிவம்

கத்தரிப்பு விசை

இடதுபுற முனை A யிலிருந்து x தூ.ரத்தில் XX என்னும் வெட்டுமுகத்தைக் காண்போம். வெட்டு முகத்தில் செயல்படும் பளுவின் வீதம் w_x/m எனக்கருதலாம். படம் 7-4 இல், முக்கோணங்கள் CAB, DAE ஆகியவை ஒத்த முக்கோணங்கள். எனவே

$$\frac{w}{l} = \frac{w_x}{x} \qquad \text{....(1)}$$

$$w_x = +\frac{w}{l}\, x$$

$$\text{எனவே} \quad \frac{d^2M}{dx^2} = -\frac{w}{l} \cdot x \qquad \text{....(2)}$$

நுண் தொகையிட

$$\frac{dM}{dx} = F = -\frac{w}{l}\cdot\frac{x^2}{2} + C_1 \qquad ....(3)$$

வளைமைத் திருப்புமை

சமன்பாடு (3)-ஐத் திரும்பவும் நுண் தொகையிட

$$M = \frac{-w}{l}\cdot\frac{x^3}{6} + C_1 x + C_2$$

மாறிலிகள் C_1, C_2 ஆகியவற்றை அறிய , தாங்கி நிபந்தனை களைப் பிரதியிட வேண்டும்.

ie $x = 0$ எனில் $M = 0$ அதாவது $C_2 = 0$

$x = l$ எனில் $M = 0$ சமன்பாடு (4)இல் பிரதியிட

$$O = \frac{-w}{l}\cdot\frac{l^3}{6} + C_1 l$$

$$\therefore C_1 = wl/6$$

$$M = \frac{-w}{6l}x^3 + \frac{wl}{6}x \qquad ....(5)$$

சமன்பாடு (3)இலிருந்து

$$F = \frac{-w}{2l}x^2 + \frac{wl}{6} \qquad ....(6)$$

தாங்கிகளில் தோன்றும் கத்தரிப்பு விசை

(i) முனை Aயில் ($x = 0$) தோன்றும் கத்தரிப்பு விசை

$$F_{x=0} = \frac{w1}{6}$$

(எண்ணால் எதர்வினை R_Aவிற்குச் சமம் என்பதை அறிக)

(ii) முனை Bயில் (X = l) தோன்றும் கத்தரிப்பு விசை

$$F_{x=l} = -\frac{w}{2l}.l^2 + \frac{wl}{6}$$

$$= -\frac{wl}{3}$$ (எண்ணால் எதிர் வினை RB குச் சமம் என்பதை அறிக)

பெரும வளைமைத் திருப்புமை

வெட்டு, முகம் ஒன்றில், கத்தரிப்பு விசை பூஜ்ஜிய மதிப்பைப் பெறும்போதோ, அல்லது குறிமாற்றம் அடையும்போதோ, பெரும வளைமைத் திருப்புமை தோன்றுகின்றது என்று அதிகாரம் **6** இல் கண்டோம். கத்தரிப்பு விசை பூஜ்ஜிய மதிப்பை அடையும் வெட்டு முகத்தின் அமைவிடத்தை அறிய, சமன்பாடு **6** இல் F = 0 என்னும் மதிப்பைப் பிரதியிடலாம்.

$$ie\ 0 = -\frac{w}{2l}.x^2 + \frac{wl}{6}$$

$$\therefore x = \pm\frac{l}{\sqrt{3}}$$ (எதிர்மறைக் குறியைப் புறக்கணிக்கலாம்)

சமன்பாடு **(5)**இல் $x = +\frac{l}{\sqrt{3}}$ என்னும் மதிப்பைப் பிரதியிட

$$M_{\text{பெருமம்}} = -\frac{w}{6l}\cdot\frac{l^3}{3\sqrt{3}} + \frac{wl}{6}\cdot\frac{l}{\sqrt{3}}$$

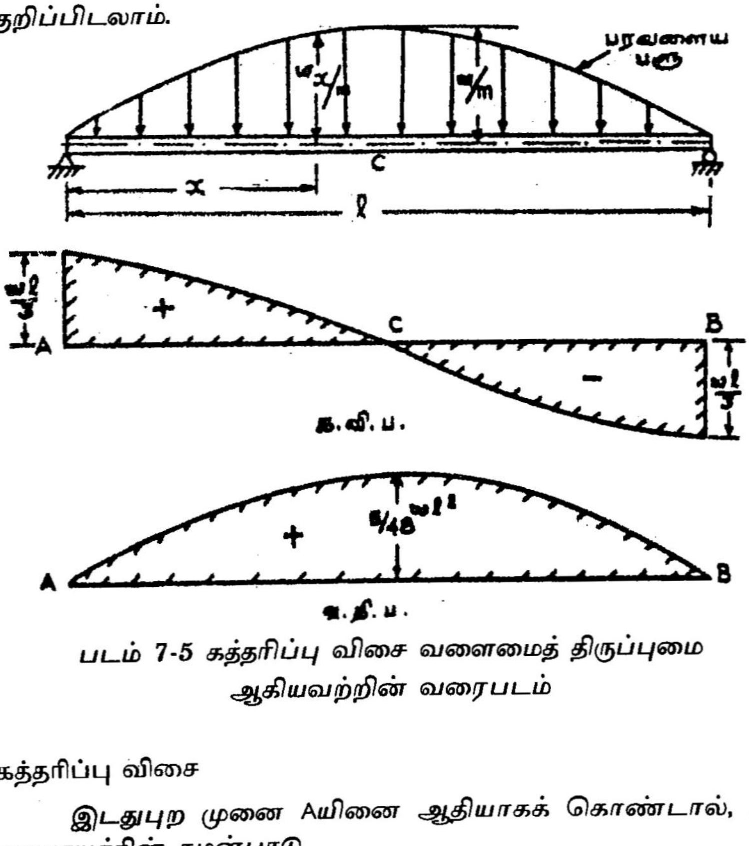
$$= \frac{wl^2}{6\sqrt{3}} - \left\{\frac{1}{3} + 1\right\}$$

$$= \frac{wl^2}{6\sqrt{3}}\ x + \frac{2}{3} = + \frac{wl^2}{9\sqrt{3}}$$

$$= \frac{wl^2}{6\sqrt{3}}$$

(b) **விளைவுறு நீட்பம் 'l' பரவளையப் பளு செயல்படுதல்**

எளிய முறையில் தாங்கப்பட்டுள்ள விட்டம் ஒன்றின்மேல், இடதுபுற முனை 'A' யிலும், வலதுபுற முனை 'B' யிலும், பளு ஒன்று, 0 kg/மீட்டர் நீளம் வீதமாகவும், விளைவுறு நீட்பத்தின் மையத்தில் (Cயில்) wkg/மீட்டர் நீளம் வீதமாகவும் பரவளைய வடிவில் படம் **7-5** இல் காண்பித்துள்ளவாறு செயல்படுகின்றது. இவ்வகையான பரவளைய வடிவப் பளு (Parabalic load) விட்டத்தின் மேல் செயல்படுவதால் தோன்றும் கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றை வரைபடம் வரைந்து குறிப்பிடலாம்.



படம் **7-5** கத்தரிப்பு விசை வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றின் வரைபடம்

கத்தரிப்பு விசை

இடதுபுற முனை Aயினை ஆதியாகக் கொண்டால், பரவளையத்தின் சமன்பாடு

$$y = \lambda x (l - x) \quad \text{.... (1)}$$

சமன்பாடு (1)இல் λ ஒரு மாறிலி

x=l/2 எனில் y=w இம்மதிப்பைச் சமன்பாடு (1)இல் பிரதியிட்டால்

$$w = \lambda \frac{l}{2} \cdot \frac{l}{2}$$

$$ie \ \lambda = \frac{4w}{l^2} \quad \text{....(2)}$$

$$\text{எனவே} \ y = \frac{4w}{l^2} x (l - x) \quad \text{....(3)}$$

A யிலிருந்து, x தூரத்தில் உள்ள வெட்டு முகத்தில் செயல்படும் பளு w_x எனக் கொண்டால், $Y = w_x$ என்றாகிறது.

$$ie \ w_x = \frac{4w}{l^2} \cdot x \cdot (l - x)$$

$$\text{எனவே} \ \frac{d^2M}{dx^2} = - wx = - \frac{4w}{l^2} \cdot x \cdot (l - x)$$

இதனை நுண் தொகையிடச் சமன்பாடு (5) கிடைக்கின்றது.

$$\frac{dM}{dx} = F = - \frac{4w}{l^2} \left(\frac{lx^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) + C_1 \quad \text{....(5)}$$

வளைமைத் திருப்புமை

சமன்பாடு (5)-ஐத் திரும்பவும் நுண் தொகையிட

$$M = - \frac{4w}{l^2} \left(\frac{l_x{}^3}{6} - \frac{x^4}{12} \right) + C_1 x + C_2 \quad \text{....(6)}$$

மாறிலிகள் C_1, C_2 ஆகியவற்றை அறியத் தாங்கி நிபந்தனைகளைப் பிரதியிட வேண்டும்.

Ie x=0 எனில் M=0 அதாவது

$C2 = 0$

x = l எனில் M = 0 சமன்பாடு (6)இல் பிரதியிட

$$O = -\frac{4w}{l^2}\left(\frac{l^4}{6} - \frac{l^4}{12}\right) + C_1 l \quad \therefore C_1 = \frac{wl}{3}$$

அதாவது $$M = -\frac{4w}{l^2}\left(\frac{l_x^3}{6} - \frac{x^4}{12}\right) + \frac{wl}{3}x \qquad ....(7)$$

சமன்பாடு (5) இல் பிரதியிட

$$F = \frac{-4w}{l^2}\left(\frac{lx^2}{2} - \frac{x^3}{3}\right) + \frac{wl}{3} \qquad ....(8)$$

தாங்கிகளில் தோன்றும் கத்தரிப்பு விசை

(I) தாங்கி A யில் (x = 0) தோன்றும் கத்தரிப்பு விசை

$$F_{(x=0)} = +\frac{wl}{3}$$

(எண்ணால் எதிர்வினை R_A க்குச் சமம் என்பதை அறிக)

(II) தாங்கி B யில் (x = l) தோன்றும் கத்தரிப்பு விசை

$$F_{(x=l)} = -\frac{wl}{3}$$

(எண்ணால் எதிர்வினை R_B க்குச் சமம் என்பதை அறிக)

விட்டம், தாங்கிகள், விட்டத்தின் மேல் செயல்படும் பளு ஆகிய அனைத்தும் சமச்சீராக இருப்பதால்

$R_A = R_B = \frac{wl}{3}$ அன்றோ மேலும் x = l/2 எனில்

$F\left(x = l/2\right) = -\frac{wl}{3} + \frac{wl}{3} = 0$ ஆக இருப்பதையும் கவனி.

பெரும வளைமைத் திருப்புமை

விட்டத்தின் மைய நீட்பத்தில் கத்தரிப்பு விசை பூஜ்ஜியமாக இருப்பதால், பெரும வளைமைத் திருப்புமை அங்கு தோன்று கின்றது.

$$M_{பெருமம்} = -\frac{4w}{l^2}\left(\frac{l}{6}\cdot\frac{l^3}{8} - \frac{1}{12}\cdot\frac{l^4}{16}\right) + \frac{wl}{3}\cdot\frac{l}{2}$$

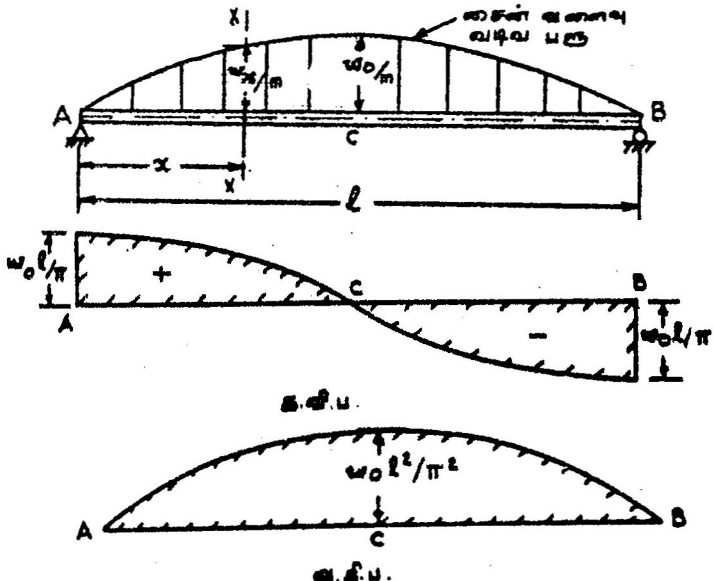
$(x = l/2)$

$$= \frac{-4wl^2}{4}\left(1 - \frac{1}{4}\right) + \frac{wl^2}{6}$$

$$= \frac{Wl^2}{16} + \frac{Wl^2}{6} = +\ 5/48\ Wl^2$$

(c) விளைவுறு நீட்பம் 'l' சைன் வளைவு (sine curve) வடிவப் பளு செயல்படுதல்.

எளிய முறையில் தாங்கப்பட்டுள்ள விட்டம் ஒன்றின் மேல் இடதுபுற முனை Aயிலும் வலதுபுற முனை Bயிலும், பளு ஒன்று, 0/ மீட்டர் நீளம் வீதமாகவும், விளைவுறு நீட்பத்தின் மையத்தில் (cயில்) Wo/மீட்டர் நீளம் வீதமாகவும் சைன் வளைவு வடிவப் பளு படம் 7-6 இல் காண்பித்துள்ளவாறு செயல்படுகின்றது. இவ்வகையான சைன் வளைவு வடிவப் பளு (Sinusoidal load) விட்டத்தின் மேல் செயல்படுவதால் தோன்றும் கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றை வரைபடம் வரைந்து குறிப்பிடலாம்.



படம் 7-6 கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றின் வடிவம்

இடது புற முனை A யினை ஆதியாகக் கொண்டால், சைன் வளைவின் சமன்பாடு

$$Y = \lambda \sin \frac{\pi X}{l} \qquad \text{....(1)}$$

சமன்பாடு (1)இல், λ ஒரு மாறிலி

x = l/2 எனில் y = W_O இம்மதிப்பைச் சமன்பாடு (1) இல் பிரதியிட்டால்

$$w_O = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$ie \ \lambda = w_O \qquad \text{....(2)}$$

எனவே $y = w_O \sin \frac{\pi X}{l}$

முனை A யிலிருந்து, x தூரத்தில் உள்ள வெட்டு முகத்தில் செயல்படும் பளு w_x எனக் கொண்டால், $y = w_x$ என்றாகிறது.

$$ie\ w_x = w_o \sin \frac{\pi x}{l} \quad \text{....(4)}$$

எனவே $\frac{d^2M}{dx^2} = -W_o \sin\frac{\pi x}{l}$ இதனை நுண் தொகையிடச் சமன்பாடு (5) கிடைக்கின்றது.

$$\frac{dM}{dx} = F = w_o \frac{l}{\pi}\left(-cos\frac{\pi x}{l}\right) + C_1$$

$$= w_o\, l/x \cos\frac{\pi x}{l} + C_1 \quad \text{....(5)}$$

வளைமைத் திருப்புமை

சமன்பாடு 5 -ஐத் திரும்பவும் நுண் தொகையிட

$$M = w_o \frac{l}{\pi}.\frac{l}{\pi}.\ \sin\frac{\pi x}{l} + C_1 x + C_2$$

$$= w_o \frac{l^2}{\pi^2} \sin\frac{\pi x}{l} + C_1 x + C_2$$

மாறிலிகள் C_1, C_2 ஆகியவற்றை அறிய, தாங்கி நிபந்தனைகளைப் பிரதியிட வேண்டும்

$x = 0$ எனில் $M = 0$ சமன்பாடு (6) இல் பிரதியிட $C_2 = 0$

$x = l$ எனில் $l = 0$ சமன்பாடு (6) இல் பிரதியிட $C_1 = 0$

எனவே,

$$M = w_o \frac{l^2}{\pi^2} \sin\frac{\pi x}{l} \quad \text{(சைன் வளைவு)} \quad \text{....(8)}$$

$$\frac{dM}{dx} = F = w_o\, l/\pi \cos\frac{\pi x}{l} \quad \text{(கோசைன் வளைவு)} \quad \text{....(9)}$$

க.வி.ப. (SFD) கோசைன் வளைவு வடிவத்தில் உள்ளது.

$$F = w_0 \frac{l}{\pi} \cos\frac{\pi x}{l}$$ (சமன்பாடு 9)

$x = 0$ எனில், $F = +w_0 l/\pi$ (எண்ணால் எதிர்வினை R_Aயிற்குச் சமம்)

$x = l$ எனில், $F = -w_0 l/\pi$ (எண்ணால் எதிர்வினை R_B க்குச் சமம்)

விட்டம், தாங்கிகள், விட்டத்தின் மேல் செயல்படும் பளு ஆகிய அனைத்தும் சமச்சீராக இருப்பதால்,

$R_A = R_B = w_0 \frac{l}{\pi}$ அன்றோ! மேலும் $x = l/2$ எனில்

$(F)_{l/2} = 0$ ஆக இருப்பதையும் கவனி.

பெரு வளைமைத் திருப்புமை

விட்டத்தின் மைய நீட்பத்தில், கத்தரிப்பு விசை பூஜ்ஜியமாக இருப்பதால், பெரும வளைமைத் திருப்புமை அங்கு தோன்றுகின்றது.

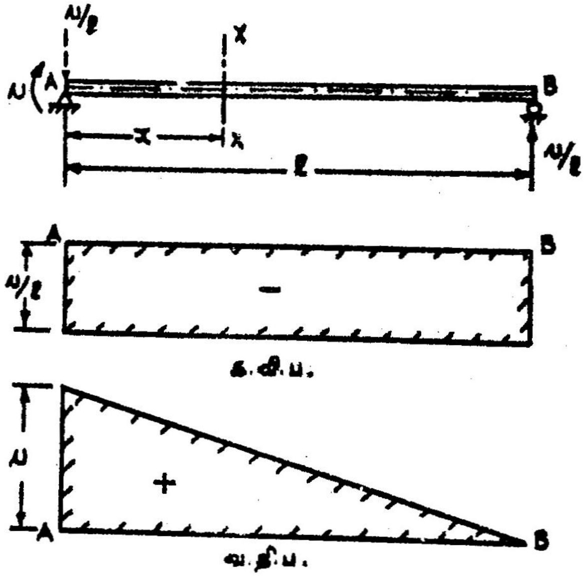
$$M_{\text{பெருமம்}} = w_0 \frac{l^2}{\pi^2}$$

($x = l/2$ வில்)

குறிப்பு

விளைவுறு நீட்பம் $l = x$ ஆக இருக்கும்போது சைன் வடிவ வளைவுப் பளுப் படமும், அதன் வளைமைத் திருப்புமைப் படமும் முழு ஒத்ததாக (identical) இருப்பதைக் கவனி.

(d) விளைவுறு நீட்பம் 'l' இணைச் சுழலி μ இடது புற முனை A யில் செயல்படுதல்.



படம் 7-7 கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றின் வடிவம்

எளிய முறையில் தாங்கப்பட்டுள்ள விட்டம் ஒன்றின்மேல், இடதுபுற முனை A யில், இணைச் சுழலி + μ ஒன்று செயல் படுகின்றது. (நேர்மறைக் குறியைக் கவனி). இவ்வகையான இணைச் சுழலி செயல்படுவதால் தோன்றும் கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றை வரைபடம் வரைந்து குறிப்பிடலாம்.

எதிர் வினைகள், R_A, R_B இவற்றைக் கணக்கிடல்

முனை B யில் திருப்புமைகளைக் கணக்கிட

$$R_A \times l + \mu = 0$$

$$R_A = -\mu/l \downarrow$$ (கீழ்நோக்கிச் செயல்படுகின்றது)

முனை A யில் திருப்புமைகளைக் கணக்கிட

$$R_B \times l - \mu = 0$$

$$R_B = +\frac{\mu}{l} \uparrow$$ (மேல்நோக்கி செயல்படுகிறது)

கத்தரிப்பு விசை

முனை A யிலிருந்து X தூரத்தில் XX என்னும் வெட்டு முகத்தில்,

$$\frac{d^2M}{dx^2} = 0 \qquad ....(1)$$

நுண் தொகையிட சமன்பாடு 2 கிடைக்கின்றது.

$$\frac{dM}{dx} = F = C_1 \qquad ....(2)$$

x = 0 எனில், $F = -\mu / l$ எனவே, சமன்பாடு (2)இல் பிரதியிட

$$\frac{dM}{dx} = F = C_1 = -\mu/l$$

$$\therefore C_1 = -\mu/l$$

$$ie\ F = -\mu/l \qquad ....(3)$$

இது ஒரு மாறிலி எனவே, விட்டத்தின் முழு நீட்பத்திலும் கத்தரிப்பு விசை ஒரு மாறிலி.

வளைமைத் திருப்புமை

சமன்பாடு (3)-ஐத் திரும்பவும் நுண் தொகையிட

$$M = -\frac{\mu}{l}x + C_2 \qquad ....(4)$$

x = 0 எனில் $M = +\mu$

எனவே $C_2 = +\mu$

$$ie\ M = -\frac{\mu}{\lambda}x + \mu$$

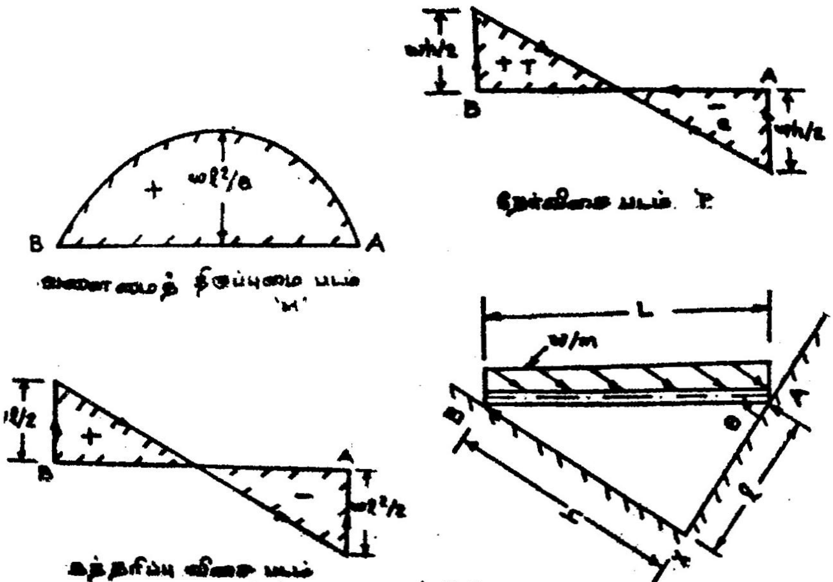
x = l எனில் M = 0 மதிப்பை அடைவதைக் கவனி. வளைமைத் திருப்புமை நேர்கோட்டு விதிப்படி மாறுதல் அடைகின்றது.

III சாய்வான விட்டங்கள், சாய்வான பளுவுடன் கூடிய விட்டங்கள்: (Inclined beams and beams with oblique loading)

சில சமயங்களில் விட்டங்கள் கிடையாக இல்லாமல், சாய்வாக இருக்கக்கூடும். வேறு சில சமயங்களில் விட்டங்கள் கிடையாக இருக்கக்கூடும் ஆனால் அதன்மேல் செயல்படும் பளு, விட்டத்தின் அச்சுக்குச் செங்குத்தாக இல்லாமல், சாய்வான நிலையில் இருக்கக் கூடும். இவ்விரு நிகழ்வுக்கூறுகளிலும், விட்டத்தின் மேல் செயல் படும் பளுவினை விட்டத்தின் அச்சுக்கு இணையாகவும், அச்சுக்குச் செங்குத்தாகவும் விசைப்பகுப்பு (Resolve) செய்யலாம். அச்சுக்குச் செங்குத்தாகக் கிடைக்கும் பளுவின் குறுக்குவாட்டக் கூறு (Transverse component) விட்டத்தின் மேல் கத்தரிப்பு விசை வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றை விளைவிக்கின்றது அச்சுக்கு இணையாகக் கிடைக்கும் பளுவின் அச்சுக் கூறு (Axial component) விட்டத்தின் மேல் நேர் இழுப்பு விசையினையோ (Direct pull) அல்லது தள்ளு விசையினையோ (direct push) தோற்றுவிக்கின்றது.

இவ்விதமான நிகழ்வுக் கூறுகளில், விட்டத்தின் குறுக்கு வெட்டு முகம் மூன்று செயல்களைத் தடுக்க வேண்டியுள்ளது. அவையாவன (i) இழுவிசை (Tensile force) அல்லது அமுக்கு விசை (Compressive force) இவற்றினை நேர்விசை, P (direct force) எனலாம். (ii) கத்தரிப்பு விசை, F (iii) வளைமைத் திருப்புமை M. எனவே, P,F,M ஆகியவற்றினை விளக்க, மூன்று விளக்க வரைபடங்கள் வரைய வேண்டும்.

(a) 'L' நீளமுள்ள A,B என்ற விட்டம், கிடைக்கு θ°சாய்வாக உள்ளது. அதன் எடை w/m. முனை A,B இரண்டும் கிடையாக 'l' தூரத்திலும் நிலைக்குத்தாக 'h' தூரத்திலும் படத்தில் காட்டியுள்ள வாறு (படம் 7-8) உள்ளன. விட்டத்தின் மேல் தோன்றும், நேர் விசை (P), கத்தரிப்புவிசை (F) மற்றும் வளைமைத் திருப்புமை (M) ஆகியவற்றினை விளக்க வரைபடம் வரைந்து குறிப்பிடலாம்.



படம் 7-8

விட்டத்தின் எடை = wL

விட்டம், கிடைக்கு θ° சாய்வாக உள்ளது

எனவே $\sin\theta = h/L$ அல்லது. $h = L \sin\theta^{\circ}$ ....(2)

$\cos\theta = l/L$ அல்லது $l = L \cos\theta^{\circ}$ ....(3)

விட்டத்தின் எடையை, அச்சுக் கூறாகவும், குறுக்கு வாட்டக் கூறாகவும் விசைப்பகுப்பு (Resolve) செய்தால், கிடைக்கும் விசை களாவன:

அச்சுக் கூறு $WL \sin\theta = wh$

குறுக்குவாட்டக் கூறு $WL \cos\theta = wl$

எனவே, இதே, திசைகளில், முனைகள் A,B ஆகியவற்றில் எதிர் வினைகள் முறையே

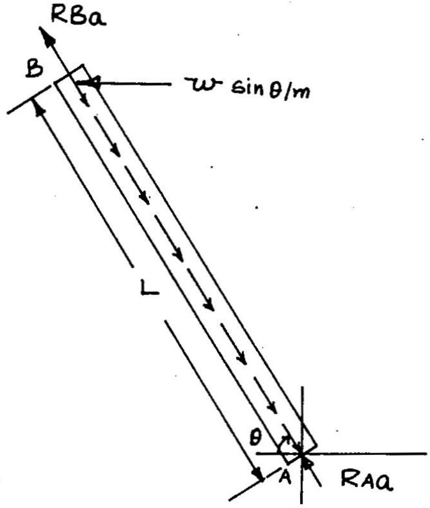
$R_{Aa} = R_{Ba} = wh/2$ ....(4)

$R_{At} = R_{Bt} = wl/2$ ....(5)

இங்கு R_{Aa}, R_{Ba} என்பன முறையே, முனைகள் A,B ஆகியவற்றில் தோன்றும் எதிர் வினைகளின் அச்சுக்கூறுகளாகும். இவ்வாறே R_{At}, R_{Bt} என்பன முறையே முனைகள் A,B ஆகியவற்றில் தோன்றும் எதிர்வினைகளின் குறுக்கு வாட்டக் கூறுகளாகும்.

நேர்விசை

விட்டத்தின் எடை வீதம் = w/m. விட்டத்தின் அச்சுக்கு கூற்றின் திசையில் அதன் மதிப்பு w sinθ/m (படம் 7-9). நேர்விசையின் அளவு, முனை B யில் wh/2 என்பதிலிருந்து w Sinθ வீதத்தில் குறைந்து, விட்டத்தின் மையத்தில் 0-மதிப்பை அடைகின்றது. மேலும் Aயை நோக்கிச் செல்லுகையில், படம் 7-8 ல் காண்பித்துள்ளவாறு அடிக்கோட்டின் (Base Line) மறுபுறத்தில் W sinθ வீதத்தில் அதிகரித்து, முனை Aயில் wh/2 மதிப்பை அடைகிறது.*

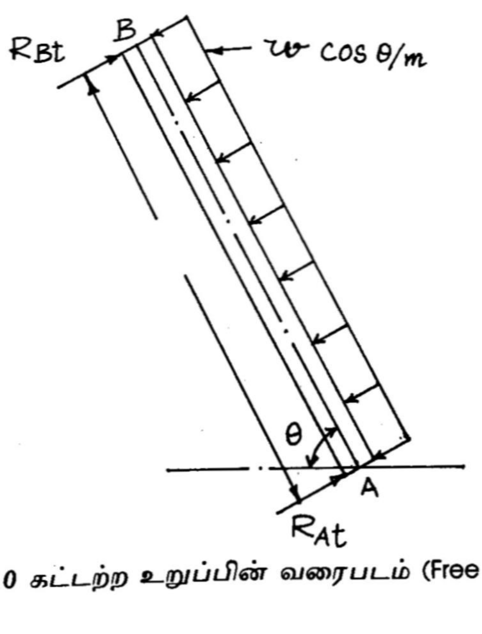


படம் 7-9 கட்டற்ற உறுப்பின் வரைபடம் (Free body diagram)

* முனை B இழுவிசைக்கும் (Tensile Force) முனை A அமுக்கு விசைக்கும் (Compressive Force) ஆட்படுவதைக் கவனி. இழுவிசை நேர் மறைக்குறியாலும் (+) அமுக்கு விசை எதிர் மறைக் குறியாலும் (-) குறிக்கப்பட்டுள்ளன.

கத்தரிப்பு விசை

முனைகள் A,B இவற்றில் உண்டாகும் எதிர்வினைகளின் குறுக்கு வாட்டக் கூறு =wl/2 எனச் சமன்பாடு **(5)**இல் கண்டோம். அதாவது விட்டத்தின் அச்சுக்குச் செங்குத்தான திசையில் முனைகள் A,B ஆகியவற்றில் தோன்றும் எதிர்வினைகள் wl/2 ஆகும். விட்டத்தின் எடை, அதன் அச்சுக்குச் செங்குத்தான திசையில் செயல்படுவதனால் அதன் மதிப்பு w sinθ/m ஆகும். (படம் ***7-10***) கத்தரிப்பு விசை முனை B யில் wl/2 என்பதிலிருந்து w cosθ/m வீதத்தில் குறைந்து விட்டத்தின் மையத்தில் ***0***-மதிப்பை அடைகின்றது. மேலும் A யை நோக்கிச் செல்லுகையில் படம் ***7-8*** இல் காண்பித்துள்ளவாறு அடிக்கோட்டின் மறுபுறத்தில் w cosθ/m வீத்தில் அதிகரித்து, முனை Aயில், wl/2 மதிப்பை அடைகின்றது. (படம் **6-27** உடன் ஒப்பிடுக)



படம் ***7-10*** கட்டற்ற உறுப்பின் வரைபடம் (Free Body Diagram)

வளைமைத் திருப்புமை:

அச்சுக்குச் செங்குத்தான திசையில், விட்டத்தின் எடைக் கூறு = w cosθ /m

அதாவது $w_t = w \cos\theta$ ....(6)

இங்கு w_t என்பது விட்டத்தின் தன் எடை வீதத்தின் குறுக்குவாட்டக் கூறாகும். எனவே, விட்டத்தின் முழு நீளத்திற்கும் செயல்படும் குறுக்கு வாட்டக் கூற்றின் மதிப்பு

$$W_t = w_t \times L$$

$$= w \cos\theta \times L = \frac{wl}{L} \times L = wl \qquad ....(7)$$

இங்கு W_t விட்டத்தின் மொத்த எடையின் குறுக்குவாட்டக் கூறாகும்.

பெரும வளைமைத் திருப்புமை விட்டத்தின் மையத்தில் தோன்றுகின்றது. அதன் மதிப்பு

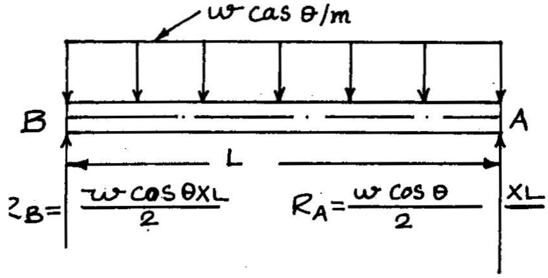
$= \frac{W_t l}{8}$ *சமன்பாடு (7) இலிருந்து W_t இன் மதிப்பைப் பிரதியிட*

$$M_{பெருமம்} = \frac{w\,l.l}{8}$$

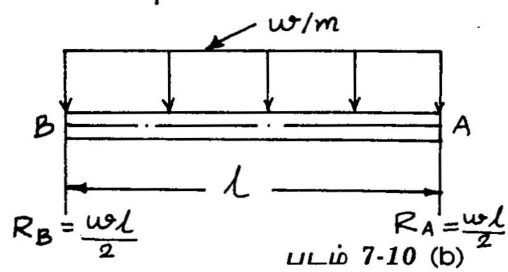
$$M_{பெருமம்} = \frac{wl^2}{8} = \frac{Wl}{8}$$

இங்கு W என்பது விட்டத்தின் மொத்த எடையாகும் 'l' என்பது அதன் கிடை நீட்பமாகும் (Horizontal span) *(படம் 6-27 உடன் ஒப்பிடுக)*

படம், **7-10** (a), மற்றும் **7-10** (b) ஆகியவவை கத்தரிப்பு விசை வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றைப் பொறுத்தமட்டில் சமம் அல்லவா!



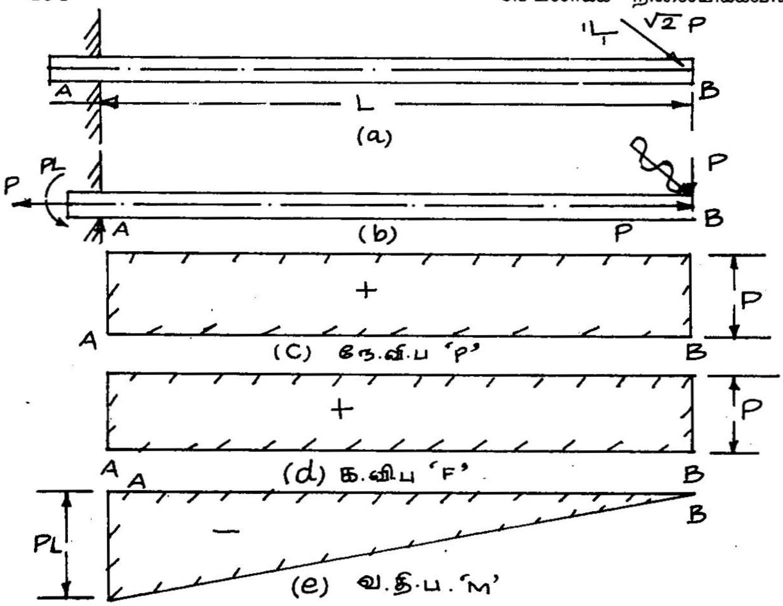
படம் 7-10 (a)



படம் 7-10 (b)

(b) ஒற்றைப் பிடிமான விட்டம், தாங்கியற்ற முனையில், சாய்வான, புள்ளிப் பளு செயல்படுதல்.

விளைவுறு நீட்பம் 'l' உள்ள விட்டம் ஒன்றின் தாங்கியற்ற முனையில், சாய்வான, புள்ளிப் பளு ஒன்று படம் 7-11 இல் காண்பித்துள்ளவாறு செயல்படுகின்றது. இவ்வகையான பளு செயல்படுவதால், விட்டத்தில் தோன்றும், நேர்விசை, கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றை விளக்க வரைபடம் வரைந்து குறிப்பிடலாம்.



படம் 7-11 விட்டத்தின் மேல், சாய்வான விசையால் தோன்றும் நேர்விசை, கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றின் வடிவம்

தாங்கியற்ற முனையில் (முனை B) 45° சாய்வாகச் L செயல் படும் √2 P மதிப்புள்ள புள்ளிப் பளுவை, விட்டத்தின் அச்சுத் திசையிலும், குறுக்கு வாட்டத் திசையிலும் விசைப் பகுப்புச் செய்தால், கிடைக்கும் விசைகளாவன:

அச்சுக்கூறு = P → ....(1)

குறுக்கு வாட்டக்கூறு = P ↓ ....(2)

முனை A யில் தோன்றும் எதிர்வினைகள் படம் 7-11 (b) யில் குறிக்கப் பட்டுள்ளன.

நேர்விசை:

முனை Bயில், 'P' மதிப்புள்ள நேர் இழுவிசை செயல்படுகின்றது. (சமன்பாடு -1). முனை Bயிலிருந்து , முனை Aக்குச் செல்லுகையில், விட்டத்தின் அச்சுத் திசையில் வேறு

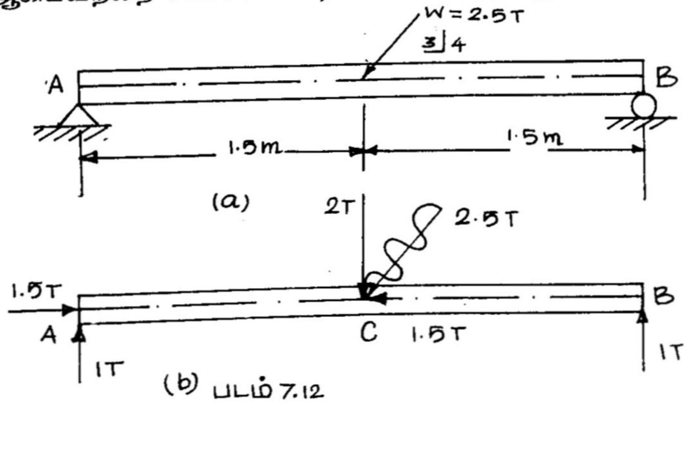
நேர்விசை ஏதும் செயல்படவில்லை. முனை Aயில், 'P' மதிப்புள்ள நேர் இழுவிசை எதிர் வினையாகச் செயல்படுகின்றது. எனவே விட்டம் AB, அதன் இரு முனைகளிலும் 'P' மதிப்புள்ள இழுவிசைக்கு உள்ளாக்கப்படுகிறது. அதாவது விட்டம் AB இழுவிசையில் உள்ளது. படம் 7-11 (c) இதனை விளக்குகின்றது. (நேர்மறைக் குறியைக் கவனி).

கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத்திருப்புமை:

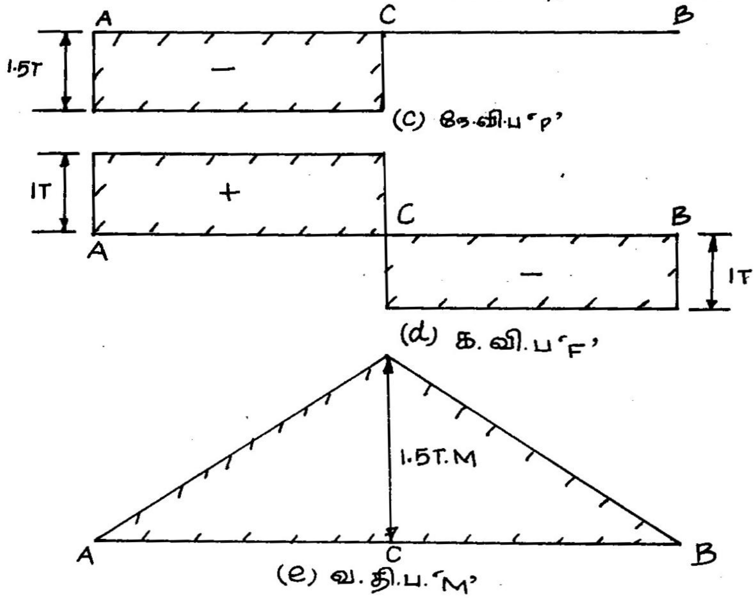
முனை Bயில் 'P' மதிப்புள்ள குறுக்குவாட்ட விசை செயல் படுகின்றது. (சமன்பாடு 2). ஒற்றைப் பிடிமான விட்டம் ஒன்றில், தாங்கியற்ற முனையில், புள்ளிப் பளு ஒன்று செயல்படுவதால் விளையும் கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றை, அதிகாரம் 6இல், 7ஆவது பிரிவு I (a) வில் ஏற்கனவே கண்டுள்ளோம். படம் 7-11 (d), (e) இவற்றை முறையே விளக்கு கின்றன.

(c) எளிய முறையில் தாங்கப்பட்டுள்ள விட்டம்: சாய்வான புள்ளிப் பளு செயல்படுதல்.

விளைவுறு நீட்பம் 'l' உள்ள எளிய முறையில் தாங்கப்பட்டுள்ள விட்டம் ஒன்றின்மேல், புள்ளிப் பளு ஒன்று படம் 7-12 இல் காண்பித்துள்ளவாறு செயல்படுகின்றது. இவ்வகையான பளு செயல்படுவதால் விட்டத்தில் தோன்றும் நேர்விசை, கத்தரிப்பு விசை மற்றும் வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றை விளக்க வரைபடம் வரைந்து குறிப்பிடலாம்.



படம் 7.12



படம் 7-12 சாய்வான விசையால் தோன்றும் நேர்விசை, கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றின் வடிவம்

2.5 டன் மதிப்புள்ள புள்ளிப் பளுவை விட்டத்தின் அச்சுத் திசையிலும், குறுக்கு வாட்டத்திசையிலும் விசைப் பகுப்புச் (resolve) செய்தால் கிடைக்கும் விசைகளாவன:

அச்சுக்கூறு $2.5 \cos\theta = 2.5 \times 3/5 = 1.5$ டன்

குறுக்கு வாட்டக் கூறு $2.5 \sin\theta = 2.5 \times 4/5 = 2.0$ டன்

முனை A யில் தோன்றும் எதிர் வினைகள் படம் 7-12 (b) யில் குறிக்கப்பட்டுள்ளன. முனை B உருளைத்தாங்கியின் மேல் அமைந்திருப்பதால், தாங்கி B யில் அதன் பரப்பிற்கு இணையான கிடைத்திசையில் (Horizontal Direction) எதிர்வினைகள் ஏதும் செயல்படுவதில்லை. எனவே, முனை A யில், கிடைத்திசையில் செயல்படும் எதிர்வினை 1.5t.

நேர்விசை:

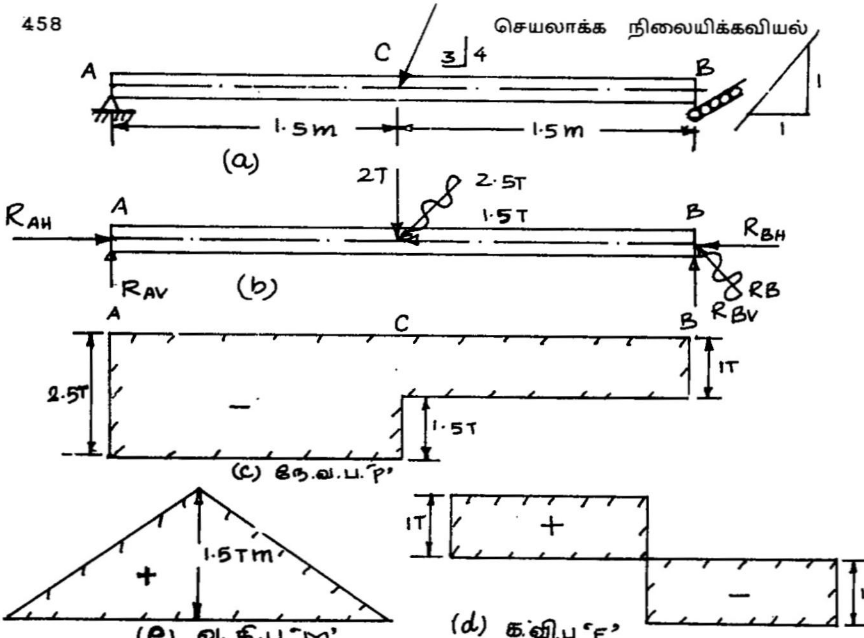
முனை A யில், 1.5 டன் மதிப்புள்ள தள்ளு விசை (Push) செயல்படுகின்றது. (சமன்பாடு 1) முனை Aயிலிருந்து C வரை விட்டத்தின் அச்சுத் திசையில் வேறு நேர்விசை செயல் படவில்லை. வெட்டுமுகம் Cயில் 1.5 தள்ளுவிசை செயல் படுகின்றது. அதாவது AC விட்டத்தின் ஒரு பகுதியான AC அமுக்கு விசைக்கு உள்ளாக்கப்படுகின்றது. வெட்டுமுகம் C க்கும், முனை B க்கும் இடையே அச்சுத் திசையில் செயல்படும் நேர்விசை = 0 (1.5 - 1.5). படம் 7-12 (C) இதனை விளக்கு கின்றது. எதிர்மறைக் குறியைக் கவனி.

கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமை:

வெட்டுமுகம் C யில் (விட்டத்தின் மையத்தில் C அமைந்துள்ளது) 2.0 T மதிப்புள்ள குறுக்கு வாட்ட விசை செயல் படுகின்றது. (சமன்பாடு 2) எளிமையான முறையில் தாங்கப் பட்டுள்ள விட்டம் ஒன்றின் மையப் பகுதியில் புள்ளிப் பளு ஒன்று செயல்படுவதால் விளையும் கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றை அதிகாரம் 6 இல் 7 ஆவது பிரிவு II (a)யில் ஏற்கனவே கண்டுள்ளோம். படம் 7-12 (d), (e) ஆகியவை இவற்றை முறையே விளக்குகின்றன.

(d) எளிய முறையில் தாங்கப்பட்டுள்ள விட்டம்: சாய்வான புள்ளிப் பளு செயல்படுதல்.

விளைவுறு நீட்பம் 'l' உள்ள எளிய முறையில் தாங்கப் பட்டுள்ள விட்டம் ஒன்றின் ஒரு முனை கீலகத்தின் மேலும், மறுமுனை 45° சாய்வாக அமைந்துள்ள உருளைகள் மேலும் உள்ளது. அதன் மையத்தில், புள்ளிப் பளு ஒன்று படம் 7-13 இல் காண்பித்துள்ளவாறு செயல்படுகின்றது. இவ்வகையான புள்ளிப் பளு செயல்படுவதால், விட்டத்தில் தோன்றும் நேர்விசை கத்தரிப்பு விசை, மற்றும் வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவறறை விளக்க வரைபடம் வரைந்து குறிப்பிடலாம்.



படம் 7-13 சாய்வான விசையால் தோன்றும் நேர்விசை, கத்தரிப்பு விசை வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றின் வடிவம்.

எதிர்வினைகளைக் கணக்கிடுதல்:

விட்டத்தின் கட்டற்ற உறுப்பு வரைபடம் படம் **7-13** (b)-யில் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது. முனை Aயில், R_{AH}, R_{AV} ஆகிய இரு 'தெரியா எதிர் வினைகள்' (Unknown reactions) உள்ளன. முனை Bயில், தாங்கியின் பரப்பிற்குச் செங்குத்தான திசையில் R_B என்னும் ஒரு தெரியாத எதிர்வினை உள்ளது. முனை Bயில் செயல்புரியும் எதிர்வினையைக் கிடையாகவும், நிலைக் குத்தாகவும் R_{BH}, R_{BV} விசைப்பகுப்பு செய்யலாம். இக்குறிப்பிட்ட கணக்கில் $|R_{BH}| = |R_{BV}|$ இதேபோல் விட்டத்தின் மேல் செயல்படும் 2.5 டன் பளுவை விட்டத்தின் அச்சுத் திசையிலும், அதன் குறுக்குவாட்ட திசையிலும் விசைப்பகுப்பு செய்யலாம். இப்பொழுது, விட்டத்தின் மேல் செயல்படும் அனைத்து விசைகளும் கிடையாகவே அல்லது நிலைக்குத்தாகவோ உள்ளன. நிலையியல் சமநிலை விதிகள் பட

$$\sum M_A = 0, 2 \times 1.5 - R_{BV} \times 3 = 0 \therefore R_{BV} \cdot\cdot 1.0t \uparrow = |R_{BH}| \quad ....(1)$$

$$\sum M_B = 0, 2 \times 1.5 - R_{BV} \times 3 = 0 \therefore R_{AV} = 1.0t \uparrow \quad ....(2)$$

$$\sum F_x = 0, R_{AH} - 1.5 - 1.0 = 0 \therefore R_{AH} = 2.5t \rightarrow \quad ....(3)$$

நேர்விசை:

முனை A யில் 2.5 டன் → மதிப்புள்ள தள்ளுவிசை செயல்படுகின்றது. சமன்பாடு (3). முனை A யிலிருந்து C வரை விட்டத்தின் அச்சுத் திசையில் வேறு நேர்விசை ஏதும் செயல் படவில்லை வெட்டுமுகம் Cயில் 1.5 ← டன் தள்ளுவிசை செயல படுகின்றது. வெட்டு முகம் C க்கு சற்று வலப்புறம் (C க்கும், Bக்கும் இடையில்) செயல்படும் நேர்விசை 2.5-1.5=1.0 டன் → ஆகும். முனை B யில் செயல்படும் எதிர்வினையில் அச்சுக்கூறு = 1.5 டன் சமன்பாடு (1). எனவே, முனை B யில் செயல்படும் நிகர நேர்விசை (Net direct force) 0 வாகும். இதனை படம் 7-13 (C) விளக்குகின்றது. (எதிர்மறைக் குறியைக் கவனி.)

கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமை:

கத்தரிப்பு விசை வளைமைத் திருப்புமை, ஆகிய இரண்டினைப் பொறுத்தமட்டிலும் நிகழ்வுக்கூறுகள் III C க்கும். (முந்தைய நிகழ்வுக் கூற்றுக்கும்) III d க்கும் (நடப்பு நிகழவுக் கூறுக்கும்) வேறுபாடு ஏதுமில்லை.

(e) புறநீட்டு விட்டம்: சாய்வான புள்ளிப் பளு, சீரான பரவல் பளு ஆகியவை செயல்படுதல்.

ABC என்னும் 5m நீளமுள்ள விட்டம் அதன் இடது முனை A யில் ஒரு தாங்கியையும், அங்கிருந்து 4m தூரத்தில், Bயில், மற்றுமொரு தாங்கியையும் கொண்டுள்ளது. மீதி 1m தாங்கி B யிலிருந்து புறத்தே நீட்டிக் கொண்டிருக்கிறது. அவ்விட்டம் படத்தில் (படம் 7-14) இல் காண்பித்துள்ளவாறு பளுக்களைத் தாங்கி உள்ளது. அவ்விட்டத்தில் விளையும் நேர்விசை, கத்தரிப்பு

விசை, வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றை விளக்க வரைபடம் வரைந்து குறிப்பிடலாம்.

எதிர்விசைகளைக் கணக்கிடுதல்:

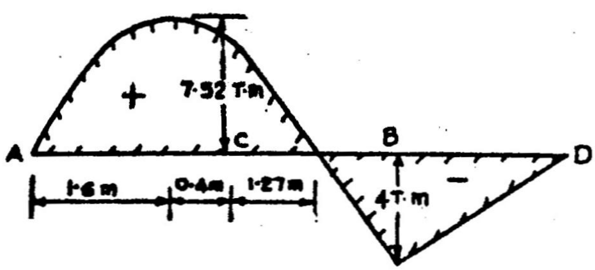
விட்டத்தின் 'கட்டற்ற உறுப்பு' வரைபடம் **7-14** (b) காண்பிக்கப் பட்டுள்ளது. முனை 'A' யில் உருளைத்தாங்கி இருப்பதால் $R_{AH} = 0$, $R_{AV}\uparrow$ மட்டும் செயல்படுகின்றது. வெட்டு முகம் Bயில் கீலகத் தாங்கி இருப்பதால், R_{BH}, R_{BV} ஆகிய இரண்டும் செயல்படுகின்றன. R_{AV}, R_{BH} மற்றும் R_{BV} ஆகிய மூன்றும், 'தெரியா எதிர்வினைகள்' ஆகும். இதேபோல், முனை D யில் செயல்படும் 5டன் பளுவையும் விட்டத்தின் அச்சுத் திசையிலும் அதன் குறுக்குவாட்டத் திசையிலும் திசைப் பகுப்புச் செய்யலாம். இப்பெழுது, விட்டத்தின் மேல் செயல்படும் அனைத்து விசைகளும் கிடையாகவோ அல்லது நிலைக்குத்தாகவோ உள்ளன. நிலையியல் சமநிலை விதிகள் படி

$\sum M_A = 0,\ 6 \times 2 \times 1 + 3 \times 2 - R_{BV} \times 4 + 4 \times 5 = 0$

$12 + 6 - 4R_{BV} + 20 = 0$

$\therefore 4R_{BV} = 38$

$\therefore R_{BV} = 9.5t$ ....(1)



வளைமைத் திருப்புமைப் படம்

படம் **7-14** சாய்வான விசையால் தோன்றும் வளைமைத் திருப்புமை

$$\sum M_B = 0, -R_{AV} \times 4 + 6 \times 2 \times (1+2) + 3 \times 2 - 4 \times 1 = 0$$

$$\therefore R_{AV} = 9.5t \uparrow \quad ....(2)$$

$$\sum F_x = 0, R_{BH} + 3 = 0$$

$$R_{BH} = -3t \leftarrow \quad ....(3)$$

நேர்விசை:

முனை Dயில் **3டன்** → மதிப்புள்ள இழுவிசை (Pull) செயல் படுகின்றது. முனை D யிலிருந்து தாங்கி B வரை விட்டத்தின் அச்சுத் திசையில் வேறு நேர்விசை ஏதும் செயல்படவில்லை. வெட்டுமுகம் B யில் **3டன்** ← மதிப்புள்ள இழுவிசை செயல் படுகின்றது. வெட்டுமுகம் Bக்குச் சற்று இடப்புறம் (Bக்கும், Aக்கும் இடையில்) செயல்படும் நேர்விசை **3–3=0** ஆகும். எனவே வெட்டுமுகம் Bக்கும், முனை Aக்கும் இடையே நேர்விசை ஏதும் செயல்படவில்லை. படம் **7-14** (c) இதனை விளக்குகின்றது.

கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமை:

ஒருமுனைப் பளு நீட்டு விட்டம் ஒன்றின் மேல், குறுக்கு வாட்டத்தில் (Transverse Direction) புள்ளிப் பளு, சீரான பரவல் பளு போன்றவை செயல்படுவதால் விளையும் கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவற்றைப் பற்றி அதிகாரம் **6** இல் பகுதி III இல் ஏற்கெனவே கண்டுள்ளோம். படம் **7-14** (d), (e) இவற்றை முறையே விளக்குகின்றது. பெரும வளைமைத் திருப்புமை, முனை A யிலிருந்து அஃது தோன்றுமிடம், நெகிழ்வு மாற்றப் புள்ளி (புள்ளி L) தோன்றுமிடம் போன்றவற்றைப் படம் **7-14** (d), (e) இல் காணலாம்.

3. விட்டங்களில் தோன்றும் தகைவுகள் (Stresses in Beams)

பளுக்கோவை ஒன்று செயல்படுவதால், விட்டத்தின் வெட்டு முகத்தில் கத்தரிப்புவிசை, வளைமைத் திருப்புமை ஆகியவை தோன்றுகின்றன என்றும், அவை விட்டத்தின் நீட்பத்தில், வெட்டு முகம் தோறும் மாறும் இயல்புடையவை என்னும் நாம் கண்டுள்ளோம். எனவே, கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமை

ஆகியவற்றை, விட்டத்தின் ஒவ்வொரு வெட்டு முகமும் தடுக்க (Resist) வேண்டியுள்ளது. இவ்வாறு அதன்மேல் செயல் படும் பளுக்களின் வினைகளைத் தடுக்க விட்டம் முயல்கையில் அதன் வெட்டுமுகத்தில் எந்த ஒரு புள்ளியிலும் இருவகைத் தகைவுகள் தோன்றுகின்றன.

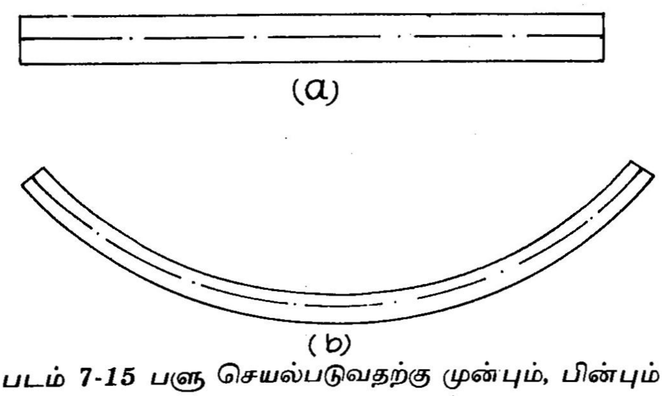
(i) வளைமைத் திருப்புமையைத் தடுக்க ஒரு தகைவு - வளைமைத் தகைவு (Bending stress)

(ii) கத்தரிப்பு விசையைத் தடுக்க ஒரு தகைவு - கத்தரிப்புத் தகைவு (Shear stress)

இவை இரண்டினுள் அதி முக்கியமான வளைமைத் தகைவினைப் பற்றித் தற்போது காண்போம்

I. எளிய வளைமையைப் பற்றிய கொள்கை
(Theory of Simple Bending)

விட்டத்தின் மேல் பளு ஏதும் செயல்படாதபோது தோன்றும் கிடையான நிலையும், அதே விட்டத்தின் மேல் பளு செயல்படுவதால் தோன்றும் வளைந்த நிலையும் படம் 7-15 (a), (b) ஆகியவற்றில் முறையே காண்பிக்கப்பட்டுள்ளன.



படம் 7-15 பளு செயல்படுவதற்கு முன்பும், பின்பும் எடைக்கும் விட்டத்தின் தோற்றம்

படம் **7-15**—ஐ நன்கு கவனித்தால் கீழ்வருபவை தெரிய வருகிறது.

(i) படம் **7-15** (a)-யில் விட்டத்தின் எந்த ஒரு பகுதியிலும், எந்த ஒரு தகைவும் தோன்றவில்லை

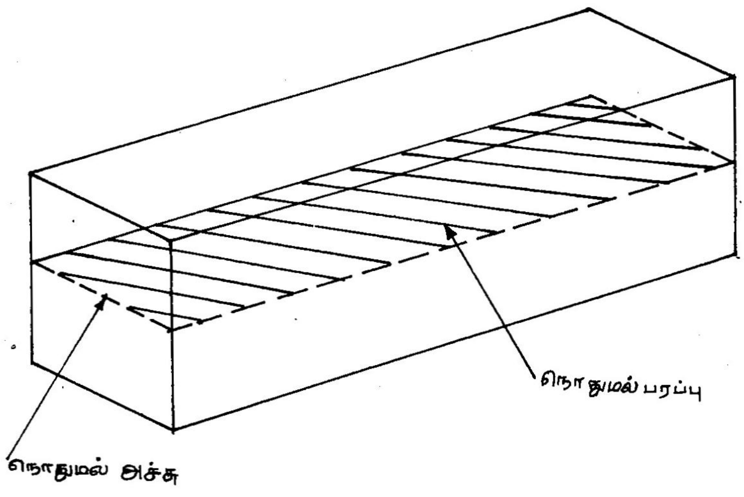
(ii) படம் **7-15** (b)-யில், விட்டத்தின் அடிப்பகுதி நீட்சிமை (Stretched) பெற்றுள்ளது-அதாவது விட்டத்தின் அடிப்பகுதி இழு தகைவுகளுக்கு (Tensile stresses) உட்பட்டு இருக்கின்றது. இவ்விதம் விளையும் இழுதகைவுகள், விட்டப் பொருளின் (Material of the Beam) இழுவலிவைக் (Tensile strength) காட்டிலும் அதிகமாக இருப்பின், விட்டத்தின் அடிப்பகுதிகளில் விரிசல்கள் (Cracks) தோன்றுகின்றன விட்டம் வலிவிழந்து விடுகின்றது.

(iii) படம் **7-15** (b) -யில், விட்டத்தின் மேற்பகுதி இறுக்கப் பட்டு அல்லது அமுக்கப்பட்டு (Compressed) காணப்படுகின்றது-அதாவது விட்டத்தின் மேல்பகுதி அமுக்கத்தகைவுகள் அல்லது இறுக்கத்தகைவுகளுக்கு (Compressive stresses) உட்பட்டு இருக்கின்றது.

மெல்லிழைத்தாளை (Tissue paper) அழிப்பான் விட்டம் ஒன்றின் (Rubber Beam) மேற்புறமும், கீழ்ப்புறமும் ஒட்டி, அவ் விட்டத்தைப் படம் **7-15** (b) -யில் காண்பித்துள்ளவாறு வளைத் தால், விட்டத்தின் கீழ்ப்புறமுள்ள மெல்லிழைத்தாள் கிழிந்தும், மேற்புறமுள்ள தாள் சுருக்கங்கள் (Crinkle) நிறைந்தும் காணப்படும். இதிலிருந்து மேலே குறிப்பிடப் பட்டுள்ள கூற்றுகளின் உண்மை புலனாகின்றது.

அடிப்பகுதியில் இழுதகைவுகளும் (Tensile Stresses), மேல் பகுதியில் அமுக்கத் தகைவுகளும் (Ckompressive stresses) தோன்றும் வண்ணம் வளைக்கப்பட்டுள்ள விட்டம் ஒன்றினை படம் **7-15** (b)- யில் உள்ளவாறு இப்போது கருதுவோம். விட்டத்தின் மேல் பகுதிகள் அமுக்கத் தகைவுகளுக்கு உட்படுத்தப் பட்டும், கீழ்ப்பகுதிகள் இழுதகைவுகளுக்கு உட்படுத்தப்பட்டும் இருப்பதிலிருந்து, விட்டத்தின் ஒருபகுதி–இழுதகைவுகள், அமுக்கத் தகைவுகள் இவற்றின் ஆளுகைக்கு உட்படாமல் நொதுமல் நிலையில் (Neutral State) இருந்தாக வேண்டும் என்பதை உய்த்து உணரலாம். அதாவது நொதுமல் நிலையில் உள்ள அந்தப்

பகுதி விட்டம் வளைவதற்கு முன்பு இருந்த அதே நிலையில் (Condition) விட்டம் வளைந்த பின்னரும் இருக்கும். இந்தப் பகுதியை நொதுமல் பரப்பு (Neutral surface) என்பர். இந்நொதுமல் பரப்பு விட்டத்தின் வெட்டுமுகம், பக்கவாட்டமுகம் (Lateral side) ஆகியவற்றைச் சந்திக்கும்போது கிடைக்கும் அச்சினை (axis) நொதுமல் அச்சு (Neutral axis) என்பர். இதனைப் படம் **7-16** விளக்குகின்றது.



படம் **7-16** நொதுமல் பரப்பு மற்றும் நொதுமல் அச்சு

எளிய வளைமைக் கொள்கையில் செய்யப்பட்டுள்ள கருது கோள்கள் (Assumptions):

(i) விட்டப்பொருள் ஒருபடித்தானது., (Homogeneous) ஒருக்கமானது (Isotropic).

(ii) விட்டப்பொருள் ஹுக் (Hook) விதிக்குக் கீழ்படிகின்றது. மீள் எல்லை (Elastic limit) மீறப்படுவதில்லை.

(iii) ஆரம்பத்தில் விட்டம் நேராக உள்ளது. அதன் வெட்டு முகங்கள் வளைமைத் தளத்திற்குச் சமச்சீராக அமைந்துள்ளன. விட்டத்தில் ஏற்படும் விலக்கம் அல்லது ஒதுக்கம் (Deflection) நிலைக்குத்துத் திசையில் நிகழ்கின்றது.

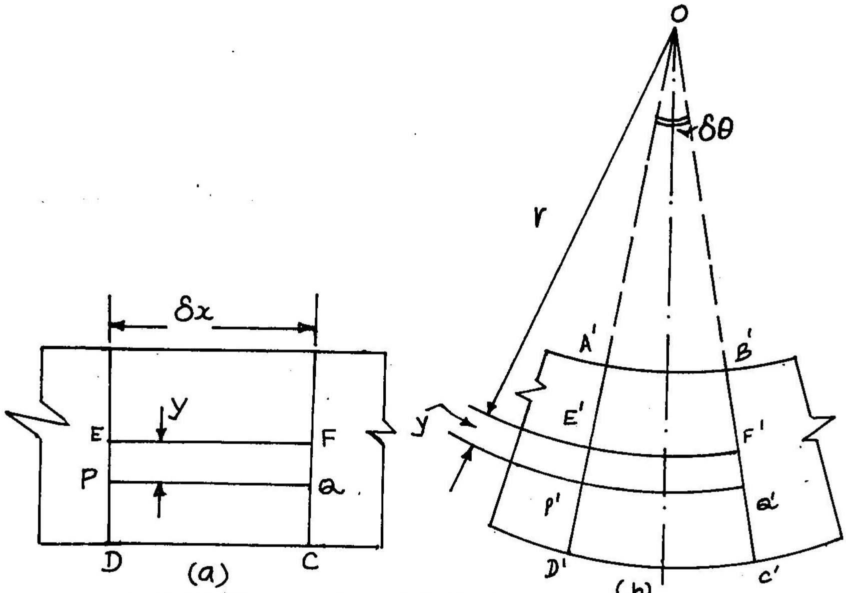
(iv) விட்டம் வளைவதற்கு முன்னர் சமதளத்தில் இருக்கும் குறுக்கு வெட்டு முகங்கள் விட்டம் வளைந்த பின்னரும் சமதளத்தில் (Plane) இருக்கும்

(v) ஒவ்வொரு அடுக்கும் (Layer) அதற்கு மேலும், கீழும் அமைந்துள்ள அடுக்குகளைச் சார்ந்திராமல் சுதந்திரமாக நீட்சியடையவோ அல்லது குறுக்கம் அடையவோ இயலும்

(vi) இழுமம் (Tension) அமுக்கம் (Compression) ஆகிய இரண்டிலும், 'E' யின் மதிப்பு ஒன்றே (Same)

(vii) வளைந்த விட்டம் ஒன்றின் வளைவு ஆரை (Radius of curvature) அதன் குறுக்குவெட்டுமுகத்தின் பரிமாணங் களைக் (Dimensions) காட்டிலும் மிகவும் அதிகமாகும். அதாவது விட்டத்தின் விலக்கங்கள் (Deflection) மிக மிகச் சிறியவை ஆகும்.

(Viii) வெட்டுமுகம் ஒன்றில் செயல்படும் அனைத்து விசைகளின் (இழுமம் மற்றும் அமுக்கம்) தொகுபயன் பூஜ்ஜியமாகும்.



படம் 7-17 நொதுமல் அச்சிலிருந்து அடுக்கு ஒன்றின் தூரத்திற்கும், அதில் விளையும் வளைமைத் தகைவிற்கும் உள்ள தொடர்பு

படம் 7-17 (a) யில் ABCD என்னும் நீண்டசதுரம் வளைமைக்கு உட்படுத்தப்படாத விட்டம் ஒன்றின்மேல் குறிக்கப்பட்டுள்ளதாகக் கருதுவோம். நீண்ட சதுரத்தின் பக்கம் AB = δx நீளமுள்ளதாக இருக்கட்டும். விட்டம் வளைகையில், கருதப் பட்டுள்ள நீண்ட சதுரத்தில் மேல்புறத்திலிருந்து அடிப்புறம் வரையிலும் உள்ள எல்லா அடுக்குகளும் வளையும். படம் 7-17 (b), விட்டம் வளைந்த பின், முன்னர் நீண்ட சதுரவடிவில் குறிக்கப்பட்டதாகக் கருதப்படும் ABCD அடைந்துள்ள உருவத்தை 'A' 'B' 'C' 'D' காண்பிக்கின்றது. நீளம் CD, C' D' அளவிற்கு அதிகரித்தும், நீளம் AB, - A' B' அளவிற்குக் குறைந்தும் உள்ளன. அதாவது 'CD' நீட்சிமை பெற்றும், 'AB' குறைவுபட்டும் உள்ளன. அடிப்பகுதியில் இழுமம் செயல்படுகின்றது என்றும், மேல் பகுதியில் அமுக்கம் செயல்படுகின்றது என்றும் முன்னரே கண்டுள்ளோம். விட்டம் வளைவுற்ற பின்னரும், A'B'C'D'

இவற்றிற்கு இடையில்-ஏதோ ஒரு பகுதியில்-நீளம் அதிகரித்தலோ அன்றிக் குறைதலோ இன்றி-விட்டம் வளைவதற்கு முன்னர் இருந்த அதே நீளத்தில்-அதாவது `δx' நீளத்தில் இருக்கவேண்டும் என்பது கண்கூடு. படம் 7-17 (a) யில் அது EF எனவும் 7-17 (b) யில் E'F' எனவும் குறிக்கப்பட்டுள்ளது. ie EF='E' 'F'=δx/'EF' அல்லது E'F' நொதுமல் அச்சு அன்றோ? நொதுமல் அமைவிடத்தை (Location) பின்னர் தீர்மானிக்கலாம்.

வெட்டுமுகங்கள் AD மற்றும் BC இவற்றிற்கு இடையேயுள்ள தூரம் மிகவும் குறைவாக இருப்பதால் 'A' 'B', 'E'F' மற்றும் D'C' (படம் 7-17 (b)) ஆகியவற்றை, ஓர்மையமுள்ள வட்டங்களின் வில்கள் எனக் (Arcs of concentric circles) கருதலாம். இவ் ஓர் மைய வட்டங்களின் மையத்தை '0' எனப் (Centre) படத்தில் குறிக்கலாம் D'A' மற்றும் C'B' ஆகியவற்றை நீட்டினால், அவை வெட்டும் புள்ளியே மையம் 0-வாகும். அடுக்கு E'F' மையப்புள்ளி `o' -விலிருந்து `r' தூரத்தில் இருப்பதாகக் கருதுவோம்.

இப்பொழுது ஏதாகிலும் ஒரு பொதுவான அடுக்கில் என்ன நிகழ்கின்றது எனக் காண்போம். சான்றாக நொதுமல் அச்சு EF இலிருந்து `y' தூரத்தில் உள்ள 'PQ' என்னும் அடுக்கத்தினைக் காண்போம் (படம் 7-17 (a)). விட்டம் வளைவுற்ற பின்பு அவ்வடுக்கு P' Q' என படம் 7-17 (b)-யில் குறிக்கப் பட்டுள்ளது. படம் 7-17 (b) - யிலிருந்து கீழ்வரும் தொடர்பு (Relationship) கிடைக்கின்றது.

$$\frac{E'F'}{O'E'} = \frac{P'Q'}{OP}, = \theta \quad \text{(ஆரைக்கோணம்) (Radians)} \qquad ....(1)$$

$$\therefore P'Q' = E'F' \frac{OP'}{OE'}$$

$$= E'F' \left(\frac{r+y}{r}\right)$$

$$= EF \left(\frac{r+y}{r}\right), \because E'F' = EF = \delta x$$

$$= PQ\left(\frac{r+y}{r}\right), \because EF = PQ = \delta x$$

$$= \frac{P'Q'}{PQ} = \frac{r+y}{r} = 1+\frac{y}{r} \quad ....(2)$$

அடுக்கு PQ-வில் விளையும் விகலத்தை (Strain) இப்போது காணலாம்:

$$e\ (\text{விகலம்}) = \frac{\text{PQ - வின் நீளத்தில் தோன்றும் மாறுதல்}}{PQ}$$

$$= \frac{P'Q' - PQ}{PQ}$$

$$= \frac{P'Q'}{PQ} - 1.$$

சமன்பாடு (2) இலிருந்து P'Q'-ன் மதிப்பைப் பிரதிதியிட,

$$e = 1+\frac{y}{r} - 1$$

$$ie\ e = \frac{y}{r} \quad ....(3)$$

சமன்பாடு (3) இலிருந்து கீழ்வரும் உண்மை (Fact) புலனாகின்றது.

"அடுக்கு ஒன்றில் தோன்றும் விகலம் (Strain), நொதுமல் அச்சிலிருந்து அந்த அடுக்கு உள்ள தூரத்திற்கு (தூரம் 'Y') நேர்விகிதத்தில் (Direct propkortion) இருக்கும்" (கருதுகோள், iv (Assumption iv) இதனை நியாயப்படுத்துகின்றது என்பதைக் கவனி).

மேலும் P'Q' அடுக்கில் தோன்றும் தகைவுகளை இப்போது ஆராயலாம்.

அடுக்கு P'Q'-இல் தோன்றும் தகைவு வீதம் (intensity of stress) எனக் கொள்வோம். மீள் எல்லைக்குள், தகைவு-விகலம் ஆகியவை

விகிதப்படி அமைந்துள்ளமையால் (கருதுகோள் ii - பயன் படுவதைக் கவனி.)

$$\text{தகைவு} = E \times \text{விகலம்} \quad \text{.....(4)}$$

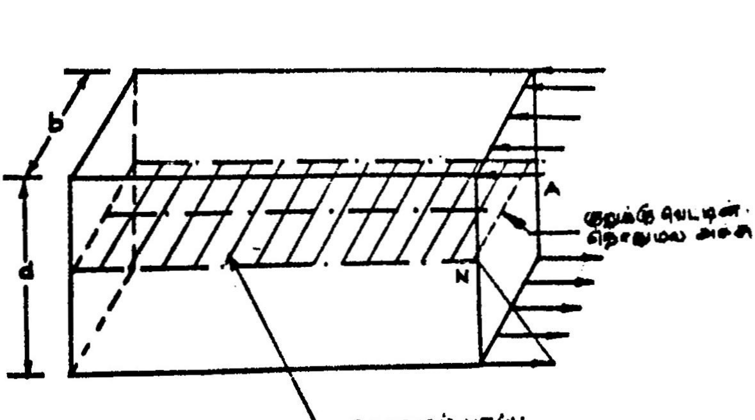
(சமன்பாடு (4)இல், கருதுகோள் vi பயன்படுவதைக் கவனி)

$$\text{ie } \sigma = E \times \frac{y}{r} \quad \text{(சமன்பாடு 3 இலிருந்து கிடைக்கின்றது)} \quad \text{....(5)}$$

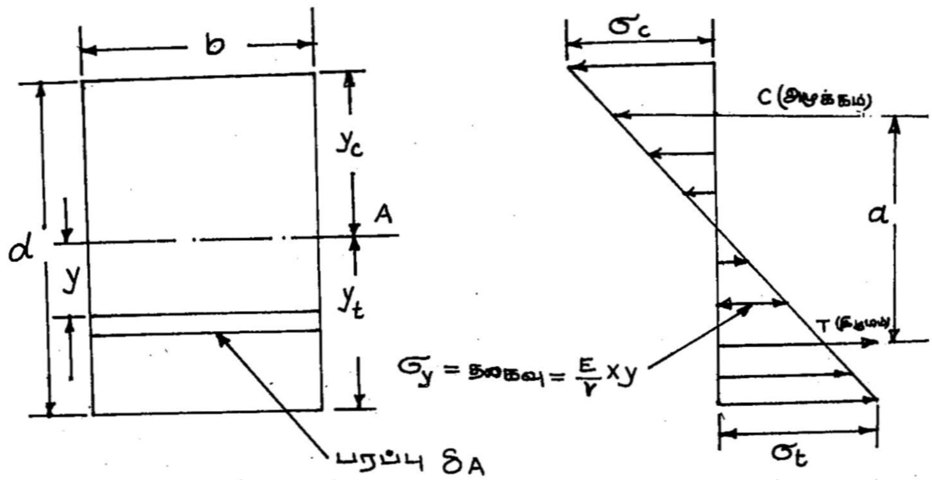
$$\text{அல்லது } \frac{\sigma}{y} = \frac{E}{r} \quad \text{....(6)}$$

சமன்பாடு (5) இலிருந்து பின்வரும் மற்றும் ஒரு உண்மை புலனாகின்றது.

"அடுக்கு ஒன்றில் தோன்றும் தகைவு நொதுமல் அச்சிலிருந்து அந்த அடுக்கு உள்ள தூரத்திற்கு நேர்விகிதத்தில் இருக்கும் " படம் 7-18,7-19 இல் இதற்கு உரிய விளக்கத்தைக் காணலாம்.



படம் 7-18



படம் 7-19 வெட்டுமுகம் ஒன்றில் தோன்றும் தகைவு மாற்றம்
(Variation of stresses ina cross section)

படம் 7-19 இல்

b =வெட்டுமுகத்தின் அகலம் (Width)

d =வெட்டுமுகத்தின் ஆழம் (depth)

NA =நொதுமல் அச்சு

y =நொதுமல் அச்சிலிருந்து, கருதப்பட்ட அடுக்கின் தூரம்

y_c =நொதுமல் அச்சிலிருந்து, அமுக்கத்திற்கு ஆட்பட்டுள்ள அறுதி இழையின் (அல்லது அடுக்கின்) தூரம் (Distancefrom the neutral axis to extreme fibre fibre under compression)

y_t = நொதுமல் அச்சிலிருந்து, இழுமத்திற்கு ஆட்பட்டுள்ள அறுதி இழையின் (அல்லது அடுக்கின்) தூரம் (Distance from the neutral axis to extreme fibre under tension)

σ_C அறுதி இழையில் தோன்றும் அமுக்கத்தகைவின் வீதம் (-'ve' எனக் கொள்ளப்படுகிறது

σ_t அறுதி இழையில் தோன்றும் இழுதகைவின் (Tensile stress) வீதம்

C = அமுக்கத்தகைவுகளின் தொகுபயன் ('+ve' எனக் கொள்ளப் படுகிது)

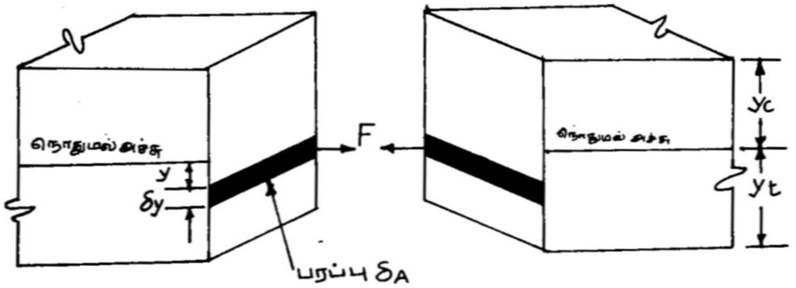
T = இழுதகைவுகளின் தொகுபயன் a = நெம்புகரம் (Lever arm) சமன்பாடு (6) இலிருந்து கீழ்வரும் பொதுவாக்கப்பட்ட (Generalized) மற்றுமொரு சமன்பாடு கிடைக்கின்றது.

$$\frac{\sigma}{y} = \frac{E}{r} = \frac{\sigma_t}{y_t} = \frac{\sigma_c}{y_c} = \frac{\sigma_y}{y} \qquad ....(7)$$

இங்கு σ_y என்பது, நொதுமல் அச்சிலிருந்து 'y' தூரத்தில் உள்ள அடுக்கில் தோன்றும் தகைவினைக் குறிக்கின்றது.

நொதுமல் அச்சு (Neutral axis)

எவ்விதமான தகைவுகளுக்கும் ஆட்படாமல் இருக்கும் பகுதியை நொதுமல் பரப்பு என்றும், அதன் 'முனைப் பார்வை' (End View) நொதுமல் அச்சு என்றும் அழைக்கப்படுகின்றன என முன்னர் கண்டோம். (படம் 7-16)



படம் 7-20 வெட்டுமுகம் ஒனறின் எதிர்த் திருப்புமை (Resisting Moment)

வளைந்த நிலையில் உள்ள விட்டம் ஒன்றின் ஒரு பகுதியைப் படம் 7-20இல் காணலாம். விட்டத்தின் நீட்பத்தில் உள்ள பல வெட்டு முகங்களில் நிகழ்வதை அறிய, கருதப்பட்டுள்ள விட்டத்தின் பகுதியை இரு பாகங்களாக (Parts) நிலைக்குத்தான வெட்டுதளம் (Vertical cutting or sectional plan) ஒன்று பிரிப்பதாகக் கருதலாம். நொதுமல் அச்சின் அமைவிடம் தோராயமாகப் (Approximate) படத்தில் குறிக்கப் பட்டுள்ளது. அதன் துல்லியமான அமைவிடத்தை இப்போது கண்டு பிடிக்கலாம்.

கருதப்பட்டுள்ள வெட்டுமுகத்தின் நொதுமல் அச்சிலிருந்து அமைவிடத்தைத் துல்லியமாகக் கண்டுபிடித்து விட்டதாகக் கொண்டால் 'y' தூரத்தில் 'δA' அளவுள்ள மிகச்சிறிய பரப்பினை எடுத்துக் கொள்வோம். படம் 7-20 இல் இப்பரப்பு கறுப்பு நிறத்தில் காண்பிக்கப் பட்டுள்ளது. இச்சிறிய பரப்பில் தோன்றும் விசையை 'F' எனவும் விளையும் தகைவை 'σ_y' எனவும் கொண்டால்

$$F = \text{தகைவு} \times \text{பரப்பு}$$

$$= \sigma \times A \qquad \ldots(8)$$

சமன்பாடு (8)இல் $\sigma = \sigma y = y \frac{E}{r}$, மற்றும் $A = \delta A$ இவற்றைச் சமன்பாடு (8)இல் பிரதியிட

$$F = \frac{E}{r} . y \times \delta A \qquad \ldots(9)$$

கிடைக்கின்றது. அனைத்து விசைகளின் கூட்டுத்தொகை

$$= \frac{E}{r} \sum_{y_t}^{y_c} y \delta A \qquad \ldots(10)$$

ஆனால் வெட்டுமுகம் சமநிலையில் இருப்பதால், அதன் மேல் உள்ள அனைத்து விசைகளின் குறிக்கூட்டுத் தொகையும் **0**-வாகும். அதாவது நாம் கருதியுள்ள வெட்டுமுகத்தில் விளையும் அனைத்து விசைகளின் ''கிடைத்திசைத் தொகுபயன்'' (Resultant

in horizontal direction) 0-வாகும். (வெட்டுதளம் நிலைக் குத்தாக இருப்பதாக நாம் கற்பித்துள்ளமையால்)

$$\text{எனவே} \quad \frac{F}{r} \sum_{y_t}^{y_c} y\,\delta A = 0 \qquad \text{....(11)}$$

நாம் ஏற்கெனவே அதிகாரம் 5 இல் அறிந்ததை நினைவு கூரலாம். ''ஏதேனும்'' அச்சு ஒன்றைப்பற்றி (About an Axis) $\Sigma y \delta A = 0$ என்றால், அவ்வச்சு பரப்பு மையத்தின் வழியே (Centroid) செல்லும் என்று நாம் கண்டுள்ளோம் அல்லவா? எனவே, ''வெட்டு முகத்தின் பரப்பு மையத்தின் வழியே நொதுமல் அச்சு செல்கின்றது' என்று அறிகின்றோம். இக்கூற்று எளிய வளைமைக்கு மட்டுமே (Simple Bending) பொருந்தும்.

தடுப்புத் திருப்புமை (Moment of Resistance):

திரும்பவும் படம் 7-20 -ஐக் காண்போம் அதில், நொதுமல் அச்சில் இருந்து 'y' தூரத்தில் அமைந்துள்ள மிகச் சிறிய பரப்பான 'δA' -யில் தோன்றும் விசை 'F' என முன்னரே குறிப்பிட்டுள்ளோம். இவ்விசையால், நொதுமல் அச்சுப்பற்றி (About the Neutral Axis) விளையும் திரும்புமையின் அளவு fy ஆகும். இதேபோன்று மிகச் சிறிய பரப்புகள் அனைத்திலும் தோன்றும் அனைத்து விசைகளினாலும் திருப்புமைகள் விளையும் (Produced) என்பது தெளிவு. இத்திருப்புமைகள் அனைத்தின் கூட்டுத் தொகை அக்குறிப்பிட்ட வெட்டுமுகத்தில், விட்டம் வளைவதால் செயல்படும் (Acting) வளைமைத் திருப்புமைமக்குச் சமமாக இருக்கும். இதனையே மிகச் சரியாகக் கூறினால், விட்டம் வளைவதால் வெட்டுமுகம் ஒன்றில் செயல்படும் வளைமைத் திருப்புகைக்கு, அவ் வெட்டுமுகத்தில் விளையும் அனைத்துத் திருப்புமைகளின் கூட்டுத் தொகை சமமாகும். இவ்விதம, வெட்டுமுகம் ஒன்றில் விளையும் அனைத்துத் திருப்புமைகளின் கூட்டுத்தொகை 'தடுப்புத் திருப்புமை' (Resisting Moment) எனப்படுகிறது. விட்டம் ஒன்றின் வெட்டு முகத்தில் செயல்படும் வளைமைத் திருப்புமையும் (Bending Moment), அதனால் அவ்வெட்டு முகத்தில் விளையும் தடுப்புத் திருப்புமையும் (Resisting Moment) எண்ணால் சமமாகவும் (Numericallly equal),

குறியால் எதிர்ப்படாடாகவும் (Oppositeinsign) இருக்கும். விட்டத்தின் மேல் செயல்படும் பளுவின் அளவு அதிகரிக்கும்போது, வெட்டு முகம் ஒன்றில் செயல்படும் வளைமைத் திருப்புமையும் அதிகரிக் கின்றது. அதனால் விளையும் தடுப்புத் திருப்புமையும் அதிகரிக் கின்றன. வளைமைத் திருப்புமை ஒரு பெரும அளவை அடையும் வரை, இச்செயல் தொடர்ந்து நடைபெறுகிறது. வளைமைத் திருப்புமை மேலும் அதிகரித்தால், அவ்வெட்டு முகத்தில் விளையும் தகைவு களும் அதற்கேற்ப அதிகரித்து மீள் எல்லையை மீறவும் (Exceed) முயல்கின்றன. இந்நிலையில், அவ்விட்டத்தில் விரிசல்கள் தோன்ற ஆரம்பிக்கின்றன. விட்டம் தன் திறனை (Capacity) இழக்கின்றது. சுருக்கமாகக் கூறினால். வெட்டுமுகம் ஒன்றில் செயல்படும் வளைமைத் திருப்புமை, அவ்வெட்டுமுகம், தோற்றுவிக்கக்கூடிய தடுப்புத் திருப்புமையைக் காட்டிலும் அதிக அளவினதாக இருந்தால், விட்டம் தன் திறனை இழக்கும். எனவே விட்டம் ஒன்றினை அமைப்பான்மை செய்யும் பொழுது அவ்விட்டத்தில் செயல்படக் கூடிய பெரும வளைமைத் திருப்புமையைக் காட்டிலும் அவ் விட்டத்தில் செயல்படக்கூடிய பெரும வளைமைத் திருப்பு மையைக் காட்டிலும் அதிகமாகத் தடுப்புத் திருப்புமையை விளைவிக்கக் கூடியவாறு விட்டப்பொருளையும், அதன் வெட்டுமுகத்தின் பரி மாணங்களையும் தீர்மானிக்க வேண்டியது அமைப்பாண்மை யாளர் (designer) கடமையாகும். பெரும வளைமைத் திருப்புமையின் அளவையும், அது தோன்றும் வெட்டு முகத்தின் அமைவிடத் தையும் அறிய வேண்டியதன் அவசியம் இப்பொழுது புலனா கின்றதல்லவா?

படம் **7-19** இல் வெட்டுமுகம் ஒன்றும், அவ்வெட்டு முகத்தில் விளையும் தகைவுகளும் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளன. அப் படத்தில் வெட்டுமுகத்தின் நொதுமல் அச்சும் குறிக்கப் பட்டுள்ளது. நொதுமல் அச்சுக்கு மேல்புறம் அமுக்கத் தகைவுகளும், கீழ்ப்புறம் இழுதகைவுகளும் தோன்றும் வண்ணம் விட்டம் வளைக்கப்பட்டுள்ளதாக முன்னரே குறிப்பிட்டுள்ளோம்.

நொதுமல் அச்சுக்குக் கீழ்ப்புறம் 'y' தூரத்தில் 'δA' அளவுள்ள மிகச் சிறிய பரப்பினை எடுத்துக் கொள்வோம். இச்சிறிய பரப்பில் தோன்றும் அமுக்கவிசையை 'Fc' எனக் கொண்டால்,

$$F_C = \sigma_y \times \delta A \quad ....(12)$$

இங்கு σ_y என்பது கருதப்பட்டுள்ள சிறிய பரப்பில் விளையும் தகைவு ஆகும். நொதுமல் அச்சுக்கு மேல்புறம் உள்ள சிறுபரப்புகளில் இவ்வாறு விளையும் அமுக்க விசைகள் அனைத்தையும் கூட்டினால், தொகுபயன் 'C' அளவுள்ள அமுக்க விசை கிடைக்கின்றது இதேபோல், நொதுமல் அச்சுக்குக் கீழ்ப்பபுறம் உள்ள சிறுபரப்பு ஒன்றில் விளையும் இழுவிசையை 'F_T' எனக்கொண்டால்

$$F_T = \sigma_y \times \delta A \quad ....(13)$$

நொதுமல் அச்சுக்குக்கீழ்ப்புறம் உள்ள சிறுபரப்புகளில் விளையும் இழுவிசைகள் அனைத்தையும் கூட்டினால், தொகுபயன், 'T' அளவுள்ள இழுவிசை கிடைக்கின்றது.

(வெட்டுமுகம் ஒன்றின் செங்குத்தான திசையில் விளையும் அனைத்துவிசைகளின் தொகுபயன் T-C = 0 அல்லவா?)

விசைகள் T மற்றும் C ஆகியவை சமமாகவும், இணையாகவும், எதிர்த் திசையிலும் (Unlike parallel) இருப்பதால், அவை இரண்டும் ஒரு எதிர் சம இணை விசையை உருவாக்குகின்றன. இவ்வெதிர் சம இணைவிசை, விட்டத்தின் மேல் செயல்படும் வளைமைத் திருப்புமையைத் (M) தடுக்கின்றது. அதாவது இந்த எதிர் சம இணை விசையே தடுப்புத் திருப்புமை (Resisting Moment) ஆகும்.

எனவே தடுப்புத் திருப்புமையைக் கணக்கிடப் பின்வரும் முறையினைப் பின்பற்றலாம்.

முதலில், வெட்டுமுகம் ஒன்றில் விளையும் அமுக்கவிசை (C) அல்லது இழுவிசை (T) யையும், எதிர்சமஇணைவிசையின் நெம்புகரம் (Leverm arm) 'a' யையும் கணக்கிட வேண்டும். தடுப்புத் திருப்புமை (M_R) C அல்லது T x a ஆகும்.

மேலே குறிப்பிடப்பட்டுள்ள முறையைக் காட்டிலும் முறை ஒன்றும் வழக்கில் உள்ளது. அதனை இப்பொழுது காணலாம்.

சிறிய பரப்பு ஒன்றில் விளையும் விசை 'F' - ஆல் நொதுமல் அச்சு பற்றித் தோன்றும் திருப்புமை = F.y

$$= y \frac{E}{r} \delta A \; y$$

$$= \frac{E}{r} . y^2 \delta A$$

எனவே, இதுபோன்ற விசைகளால், நொதுமல் அச்சுபற்றித் தோன்றும் திருப்புமை அதாவது தடுப்புத் திருப்புமை

$$= \frac{E}{r} \sum y^2 \delta A \qquad ....(14)$$

சமன்பாடு **(14)**இல் $\sum y^2 \delta A$ என்பது, வெட்டுமுகத்தின் நொதுமல் அச்சுபற்றித் தோன்றும் பரப்பின் இரண்டாவது திருப்புமை (Second Moment of Area) அதாவது சடத்திருப்புமை (Moment of Inertia) என முன்னரே கண்டுள்ளோம்.

$$\text{ie } M_R = \frac{E}{r} I \qquad ....(15)$$

$$\text{அல்லது } \frac{M_R}{I} = \frac{E}{r} \qquad ....(16)$$

நாம் ஏற்கெனவே $\sigma = \frac{E}{r} y$ எனக் கண்டுள்ளோம்

$$\text{ie } \frac{\sigma}{y} = \frac{E}{r} \qquad ....(17)$$

எனவே சமன்பாடுகள் **(16)** மற்றும் **(17)** ஆகிய இர்ண்டினையும் இணைத்தால்,

$$\frac{M_R}{I} = \frac{\sigma}{y} = \frac{E}{r} \qquad ....(18)$$

என்னும் சமன்பாடு கிடைக்கின்ற. சமன்பாடு **(18)** ஒரு முக்கியமான சமன்பாடாகும்.

சமன்பாடு *(18)*இலிருந்து தடுப்புத் திருப்புமை (M_R) (அல்லது, வளைமைத் திருப்புமை M, ∵ $M_R = M$) வெட்டுமுகத்தின் பரிமானங்கள் I மற்றும் y விட்டம் வளைவதால் உண்டாகும் வளைவு ஆரை, r, விட்டப்பொருளின் 'யெங்குணகம்' (Youngs modulus), E ஆகியவற்றிற்கு இடையில் உள்ள தொடர்பு கிடைக்கின்றது.

சமன்பாடு *(18)* இல்

$\frac{M_R}{I} = \frac{\sigma}{y}$ என்ற பகுதியை மட்டும் தற்போது கவனிக்கலாம்

மேற்கண்ட பகுதியிலிருந்து $M_R = \sigma \frac{I}{y}$ என்ற சமன்பாடு கிடைக்கின்றது.

அமைப்பாண்மை செய்யும்போது, விட்டப் பொருளில் அனுமதிக்கக்கூடிய பெருமத் தகைவுமுன்னரே தீர்மானிக்கப் பட்டுவிடும். அதாவது $\sigma = \sigma_c$ அல்லது $\sigma = \sigma_t$ ஆகும். மேலும் பெருமத் தகைவு தோன்றும் அறுதி அடுக்கு (Extreme fibre) நொதும அச்சிலிருந்து பெருமத் தூரத்தில் இருக்கும். அதாவது y = $y_{பெருமம்}$.

$$\text{எனவே, } M_R = \sigma_{பெருமம்} \frac{I}{y_{பெருமம்}} \quad ....(20)$$

$\sigma_{பெருமம்}$ என்பதை f எனக் குறிப்பது வழக்கம். இதே போன்று,

$\frac{I}{y_{பெருமம்}}$ = Z. இதனை 'வெட்டுமுகக் குணகம்' (Section modulous) என்பர். சமன்பாடு 20-ஐ பின் வருமாறும் எழுதாலாம்.

$$M = M_R = Fz \quad ....(21)$$

வெட்டுமுகம் முழுக்கச் சமச்சீராக இருந்தால் (Perfectly symmetrical) அதன் பரப்பு மையம், விட்டத்தின் ஆழத்தின் மையத்தில் இருக்கும், நொதும அச்சும் விட்டத்தின் அழத்தின் மையத்தில் இருக்கும். அப்பெழுது,

$y_c = y_t = d/2$ (படம் 7- 19 காண்க)

மேலும் $Z_c = Z_t = I/d/2$ $(Z_c = I/y_c,\ Z_t = I/y_t)$

எனவே $f_c = f_t$ ஆகும். (f_c = அனுமதிக்கக்கூடிய பெரும அமுக்கத் தகைவு

f_t = அனுமதிக்கக்கூடிய பெரும இழுதகைவு)

வெட்டு முகத்தின் வலிமை (Strength of Section):

விட்டம் ஒன்றின் வெட்டு முகத்தின் வலிமையை, அவ்வெட்டு முகம் விளைவிக்கக் கூடிய தடுப்புத் திருப்புமையைக் கொண்டு (சமன்பாடு 21) அறியலாம். ie சமன்பாடு (21)இலிருந்து

$M_R \propto Z$ ....(22) என்னும் தொடர்பு கிடைக்கின்றது.

இங்கு Z என்பது $I/y_{பெருமம்}$ என்று முன்னரே குறிப்பிட்டுள்ளோம்.

தொடர்பு (22)இலிருந்து பின்வரும் உண்மை புலனாகின்றது.

"வெட்டுமுகத்தின் வலிமை அவ்வெட்டுமுகக் குணகத்தைச் சார்ந்து உள்ளது". சான்றாக நீண்ட சதுர வெட்டு முகம் கொண்ட விட்டம் ஒன்றைக் கருதலாம்.

நீண்ட சதுர வெட்டு முகத்தின் சடத்திருப்புமை

$I = \frac{1}{12} bd^3$ என முன்னரே கண்டோம். அதாவது, விட்டத்தின் ஆழம் அதிகரிக்கும்போது சடத்திருப்புமை முப்படியாக அதிகரிக்கின்றது. ஆனால் அகலம் அதிகரிக்கும்போதோ சடத்திருப்புமை ஒரு படியாக மட்டுமே அதிகரிக்கின்றது. இதற்கேற்ப விட்டத்தின் தடுப்புத் திருப்புமையின் அதிகரிப்பு வீதம் மாறுபடுகின்றது. எனவேதான், பொதுவாக விட்டங்களை அழவாட்டத்தில் (Depthwise) அமைக்கின்றோம்.

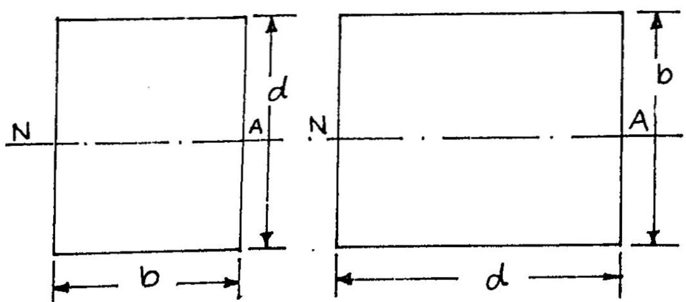
எடுத்துக்காட்டாக 'b' அகலமும் 'd' ஆழமும் உள்ள வெட்டு முகத்தைக் காண்போம். இவ்வெட்டுமுகத்தின் வெட்டுமுகக்

குணகம் (Z_d) = $\frac{1}{6} bd^2$. இதே வெட்டு முகத்தை அகல வாட்டத்தில் (Width wise) பயன்படுத்தினால் அப்போது அதன் 'வெட்டுமுகக் குணகம் $\frac{1}{6} db^2 = z_b$ (படம் 7-21 (a) (b) முறையே இவற்றை விளக்குகின்றது)

எனவே $\frac{Z_d}{Z_b} = \frac{d}{b}$.

d = 2b, என்று கொண்டால் $\frac{Z_d}{Z_b} = 2$. அதாவது விட்டத்தை ஆழவாட்டத்தில் பயன்படுத்தும்போது, கிடைக்கும் வெட்டு முகத்தின் வலிமை, அதே விட்டத்தை அகல வாட்டத்தில் பயன் படுத்தும்போது கிடைக்கும் வெட்டுமுகத்தின் வலிமை, அதே விட்டத்தை அகல வாட்டத்தில் பயன்படுத்தும்போது கிடைக்கும் வலிமையைக் காட்டிலும் இரண்டுமடங்காகும். எனவே, ''விட்டத்தின் வலிமை அதன் வெட்டு முகத்தின் பரப்பினை மட்டுமே அல்லாமல், நொதுமல் அச்சுபற்றி அப்பரப்பு அமைந்துள்ள விதத்தையும் (Z) பொறுத்துள்ளது என்பது கண்கூடு. இக்கூற்று வேறுவகையான வெட்டுமுகங்களுக்கும் பொருந்தும்.

குறிப்பு: I வடிவத்தில் விட்டங்கள் அமைப்பது ஏன் என்று தெரிகின்றதா?



(a) ஆழவாட்டத்தில் அமைக்கப்பட்ட விட்டம்
(b) அகலவாட்டத்தில் அமைக்கப்பட்ட விட்டம்
படம் 7-21 விட்டத்தின் வெட்டுமுகக் குணகம்

மாதிரி 1

25cm அகலமும் 3mm தடிப்பும் (Thickness) கொண்ட எஃகுப் பட்டை ஒன்று 2m விட்டம் (Diameter) உள்ள வட்டமான உருளை (cylinder) மீது வளைக்கப்படுகின்றது. யெங்குணகம் E= 2.08 x 10^6 kg/cm^2 எனில், அந்த எஃகுப் பட்டையில் விளையக் கூடிய பெருமத் தகைவுகளைக் கண்டறிக.

வளைமைச் சமன்பாடு $\frac{M_R}{I} = \frac{E}{r} = \frac{\sigma}{y}$

இங்கு $E = 2.08 \times 10^6$ kg/cm^2

$$R = \frac{2000 + 3}{2} = 1015\, mm. = 101.5\, cm. \qquad \text{(நொதும அச்சுவரை)}$$

$$y = \frac{\text{தடிப்பு } (t)}{2} = \frac{3}{2} = 1.5\, mm. = 0.15\, cm.$$

$$\therefore \frac{\sigma}{0.15} = 2.08 \times \frac{10^6}{101.5}$$

$$\therefore \sigma = 31.2 \times 10^2\, kg/cm^2$$

எஃகுப் பட்டையில் விளையக்கூடிய பெருமத் தகைவுகள் 31.2 x 10^2 kg/cm^2 எஃகுப்பட்டையின் மேற்பரப்பில் இழுதகைவுகளும், உருளையைத் தொட்டுக் கொண்டிருக்கும் உள்பரப்பில் அமுக்கத் தகைவுகளும் விளைகின்றன. இவ்விரு தகைவுகளின் பெரும அளவும் ஒன்றே.

மாதிரி 2

30 cm. ஆழமும் 12.5 cm. அகலமும் உள்ள விட்டம் ஒன்று, அதன் நீட்பத்தின் மையத்தில் விளையும் பெருமத் தகைவுகளின் அளவு 150 kg/cm^2 இருக்குமாறு வளைக்கப்பட்டால், நீட்ப மையத்தில் தோன்றும் வளைவு ஆரையைக் கண்டுபிடி

$E = 150 \times 10^3\, kg/cm^2$

$$\frac{M}{I} = \frac{\sigma}{y} = \frac{E}{r}$$

இங்கு

$\sigma = 150\ kg/cm^2$

$y = \frac{30}{2} = 15\ cm.$

$E = 150 \times 10^3\ kg/cm^2$

$$\frac{150 \times 10^3}{r} = \frac{150}{15}$$

$r = 150 \times 10^2\ cm = 150\ m.$

மாதிரி 3

40cm ஆழமும், 19300 cm^4 சடத்திருப்புமையும் (I) கொண்ட சமச்சீரான விட்டம் ஒன்று, 8m நீட்பத்தில், எளிய முறையில் தாங்கப்பட்டுள்ளது. விட்டத்தில் விளையும் வளைமைத் தகைவுகளின் பெருமம் 1200 kg/cm^2 எனில்

(a) விட்டத்தின் மேல் ஏற்றக்கூடிய சீரான பரவல் பளுவின் வீதத்தை அறிக.

(b) விட்டத்தின் நீட்ப மையத்தில் ஏற்றக்கூடிய புள்ளிப் பளு எவ்வளவு என்பதை அறிக.

வெட்டுமுகக் குணகம் $Z = \frac{I}{d/2} = \frac{19300}{20} = 965\ cm^3$

பெரும வளைமைத் தகைவு 1200 kg/cm^2

தடுப்புத் திருப்புமை $M_R = fz$

$= 1200 \times 965 = 1,158,000$ kg cm ....(1)

(a) விட்டத்தின் மேல் ஏற்றக்கூடிய பெருமச் சீரான பரவல் பளுவின் வீதம் w/m

அவ்விட்டத்தின் மேல் ஏற்றக் கூடிய சீரான பரவல் பளுவின் மொத்தம் W = w x l

= 8 x w

பெருமவளைமைத்திருப்புமை, நீட்ப மையத்தில் தோன்றுகிறது. அதன் அளவு

$$M_{பெருமம்} = \frac{Wl^2}{8} = \frac{Wl}{8} = W x \frac{8}{8} = W kg\, m$$

$$= 100\, w\, kg\, cm. \qquad ....(2)$$

M = M_R என்பதால்

$$100\, W = 1158000$$

$$W = 11580\, kg$$ அல்லது

$$W = 1447.5\, kg$$ / மீட்டர் நீளம்

(b) நீட்ப மையத்தில் செயல்படும் புள்ளிப்பளு W kg எனில் விட்டத்தின் நீட்ப மையத்தில் விளையும் பெரும வளைமைத் திருப்புமை

$$M = \frac{Wl^2}{4}$$

$$ie\ M = W x \frac{8}{4} = 2\, W\, kg\, m$$

$$= 200\, W\, kg\, cm \qquad ....(3)$$

குறிப்பு: கொடுக்கப்பட்டதொரு வளைமைத் திருப்புமைக்கு விட்டத்தின் மேல் ஏற்றக்கூடிய மொத்தச் சீரான பரவல் பளு, அதே விட்டத்தின் மேல் ஏற்றக்கூடிய புள்ளிப் பளுவைக் காட்டிலும் இரு மடங்காக இருப்பதைக் கவனி. அதாவது புள்ளிப் பளுவின் விளைவுகள், சீரான பரவல்பளுவின் விளைவுகளைக் காட்டிலும் கடுமையானதாக (Severe) உள்ளதல்லவா?

$M = M_R$ எனவே

$$= 200\,W = 1158000$$
$$W = 5790\text{ kg.}$$

மாதிரி 4

300 cm. விட்டமுள்ள (Diameter) மர உருளை ஒன்றிலிருந்து பெரும வலிவுகொண்ட விட்டம் ஒன்று (Beam) வெட்டி எடுக்கப் படுகிற தென்றால், அவ் விட்டத்தின் அகலத்தையும், ஆழத்தையும் அறிக.

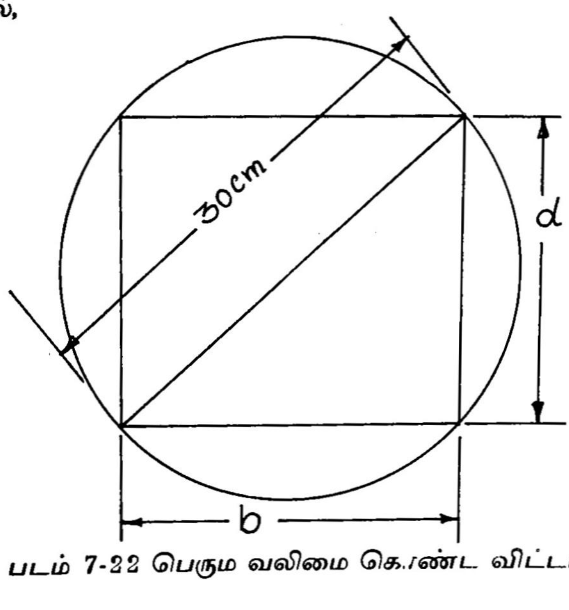
படம் 7-22இலிருந்து

$$b^2 + d^2 = 30^2 \qquad ....(1)$$

என்ற சமன்பாடு கிடைக்கின்றது

$$\text{ie } d^2 = 30^2 - b^2$$

விட்டத்தின் வலிமை பெரும மதிப்புள்ளதாக இருக்கவேண்டு மானால்,



படம் 7-22 பெரும வலிமை கொண்ட விட்டம்

வெட்டு முகக் குணகத்தின் மதிப்பும் பெருமமாக இருக்க வேண்டும்

$$ie \ \frac{dZ}{db} = 0. \quad \text{இங்கு } Z = \frac{1}{6} bd^2$$

அதாவது $Z = \frac{1}{6} . b\left(30^2 - b^2\right)$ (சமன்பாடு 1 இலிருந்து)

$$Y_{\text{பெருமம்}} = \frac{dZ}{db} = \frac{1}{6}\left(30^2 - 3b^2\right) = 0$$

$$\therefore 3b^2 = 900$$

அதாவது $b^2 = 300$

ie b = 173.4 mm. = 175 mm.

$$d^2 = 30^2 - (17.34)^2$$

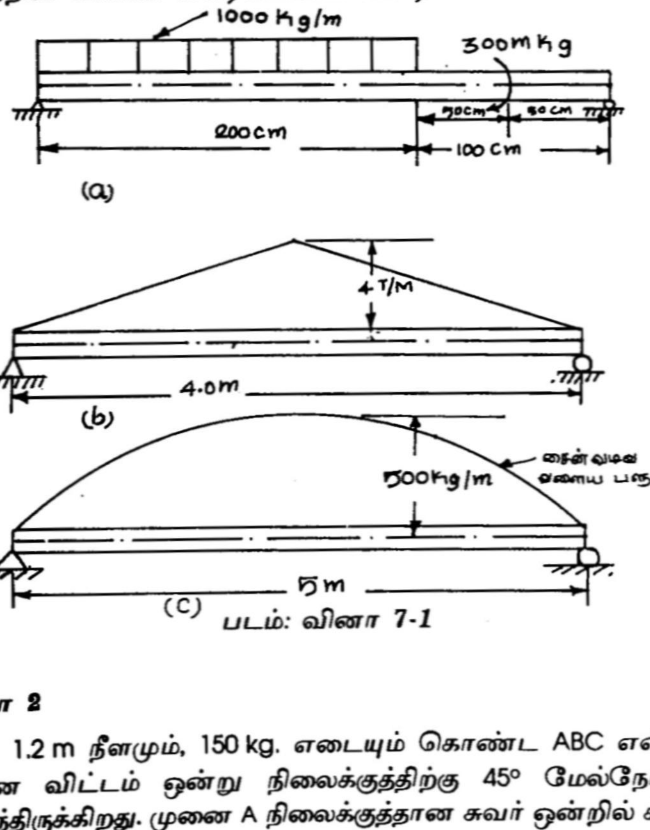
$$= 245 \text{ mm.}$$

175 mm. அகலமும் 245 mm. ஆழமும் கொண்ட விட்டம், கொடுக்கப் பட்டுள்ள மர உருளையிலிருந்து கிடைக்கும் பெரும வலிமை கொண்ட விட்டமாகும்.

பயிற்சி – 7

வினா 1

கீழ்க்காணும் படங்களில் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு பளு ஏற்றப்பட்ட விட்டங்கள் வெட்டு முகங்களில் தோன்றும் கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமைகள் போன்றவற்றைக் கணக்கிட்டு அவற்றின் விளக்க வரைபடங்கள் வரைக.



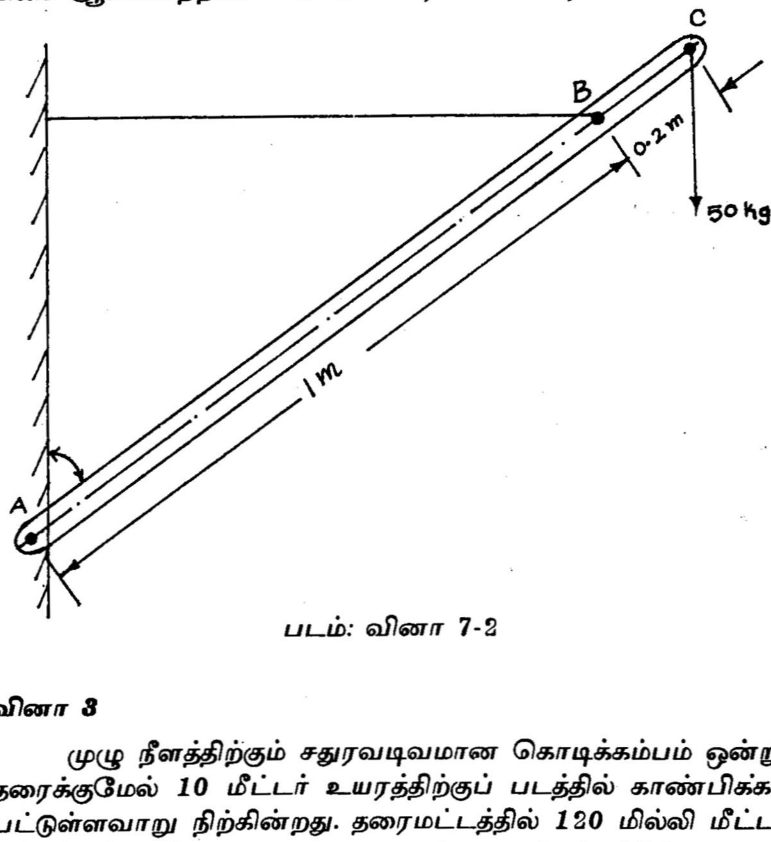
படம்: வினா 7-1

வினா 2

1.2 m நீளமும், 150 kg. எடையும் கொண்ட ABC என்னும் சீரான விட்டம் ஒன்று நிலைக்குத்திற்கு 45° மேல்நோக்கிச் சாய்ந்திருக்கிறது. முனை A நிலைக்குத்தான சுவர் ஒன்றில் கீலகம் கொண்டு பொருத்தப்பட்டுள்ளது. முனை C யிலிருந்து 0.2 மீட்டர் தூரத்தில் புள்ளி B உள்ளது. கிடைமட்டமாக நாண் ஒன்று புள்ளி

Bயையும் சுவரையும் இணைக்கின்றது (படம்) முனை C யில், 50 kg. எடை ஒன்று தொங்க விடப்படுகிறதெனில், நாணில் தோன்றும் விசையைக் கணக்கிடுக.

மேலும் கத்தரிப்பு விசை, வளைமைத் திருப்புமை, நேர் விசை ஆகியவற்றின் விளக்க வரைபடம் வரைக.

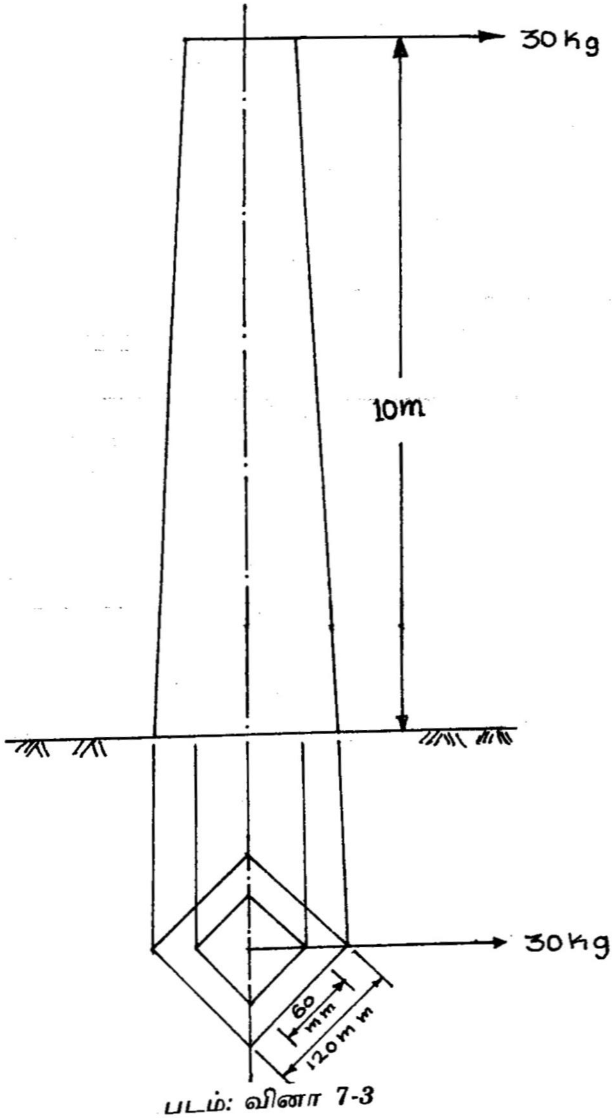


படம்: வினா 7-2

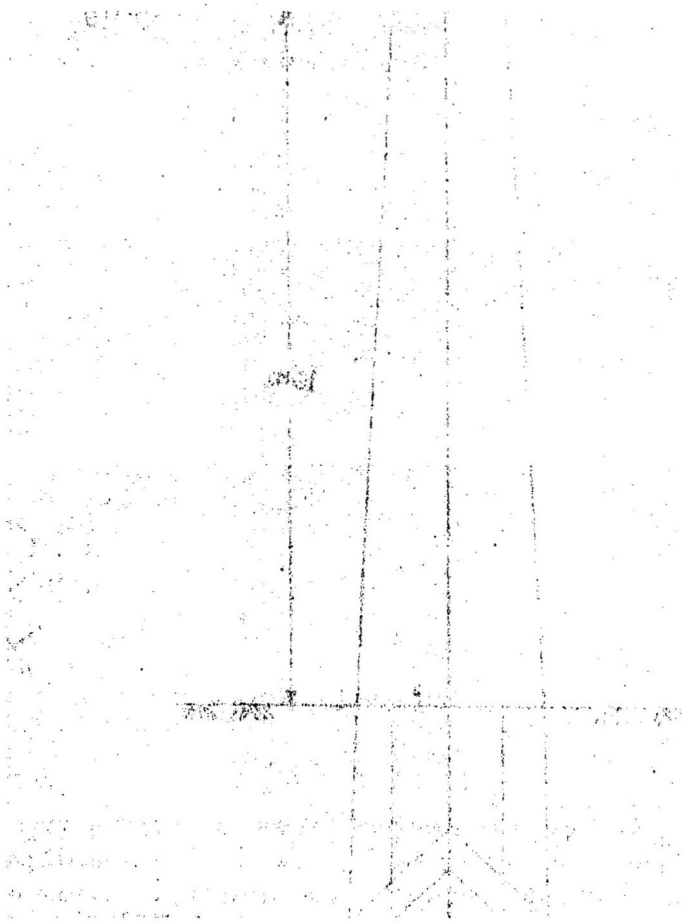
வினா 3

முழு நீளத்திற்கும் சதுரவடிவமான கொடிக்கம்பம் ஒன்று, தரைக்குமேல் *10* மீட்டர் உயரத்திற்குப் படத்தில் காண்பிக்கப் பட்டுள்ளவாறு நிற்கின்றது. தரைமட்டத்தில் *120* மில்லி மீட்டர் பக்கம் கொண்ட சதுர வடிவமுள்ள அக்கம்பத்தின் அளவு, உச்சியில் *60* மில்லி மீட்டர் பக்கம் கொண்ட சதுர வடிவத்திற்கு ஒரே சீராகக் குறைகின்றது. கொடிக்கம்பத்தின் உச்சியில் கிடையாக *30* கிலோகிராம் விசை (Force) சதுரத்தின் மூலை

விட்டத்தின் திசையில் செயல்படுகின்றது. அக்கொடிக் கம்பம் வளைவதால் ஏற்படும் பெருமத் தகைவுகளைக் கணக்கிடுக.



படம்: வினா 7-3



அதிகாரம் - 8

முறுக்குமை

(Torsion)

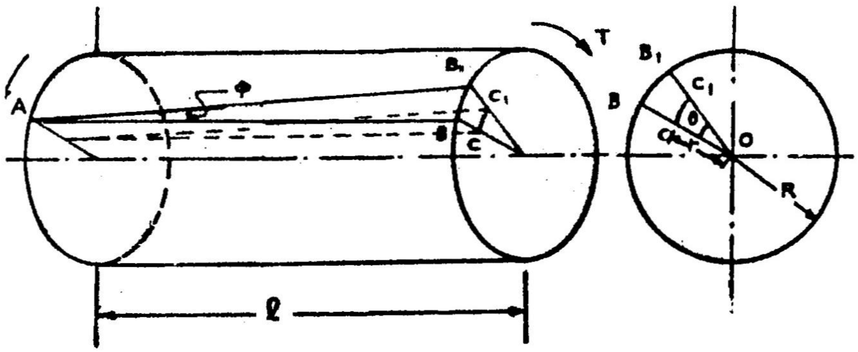
1. முறுக்குமை (Torsion)

உருளை வடிவத்தண்டு (Shaft) ஒன்றின் இரு முனைகளிலும், சமமான ஆனால் எதிர்த்திசைகளில் செயல்படக் கூடிய சுழலிணைகளால் (Couples) அத்தண்டு சமநிலையில் இருக்கலாம்; அல்லது சீரான வேகத்தில் சுழலலாம். இவ்விரு நிகழ்வுக்கூறுகளிலும், அத்தண்டு முறுக்குமைக்கு உட்படுத்தப் படுகிறது. இதனால் அத்தண்டின் ஒவ்வொரு வெட்டுமுகத்திலும் கத்தரிப்புத் தகைவுகள் விளைகின்றன. தண்டின் குறுக்கு வெட்டு முகத்தில் எந்த ஒரு புள்ளியிலும் எளிய கத்தரிப்புத் தகைவு விளைகின்றது. கீழ்க்காணும் இருதளங்களின், தொடுகோட்டுத் திசையில் (Tangential direction) கத்தரிப்புத் தகைவுகள் தோன்றுகின்றன (i) தண்டின் குறுக்கு வெட்டுத்தளம் (ii) கருதப் பட்டுள்ள புள்ளி, தண்டின் அச்சு ஆகியவற்றின் வழியே செல்லும் தளம்.

2. முறுக்குமையினால் விளையும் தகைவுகள் மற்றும் விகலங்கள் (Torsional stresses and strains):

தண்டு ஒன்றின் வழியே திறன் விசை (Power) கடத்தப் படும்போது (Transmission) அத்தண்டு சீரான வேகத்தில் சுழலுகிறது. சீரான வேகத்தில் தண்டு சுழலும்போதும், அப்படி அல்லாமல் அத்தண்டு அமைதி நிலையில் (Rest) உள்ளபோதும், அத்தண்டின் இரு முனைகளிலும் சமமான ஆனால் எதிர்த்திசைகளில் செயல்படும் இரு சுழலிணைகளால், விளையும் தகைவுகளும், விகலங்களும் ஒன்றாகவே இருக்கும். இவ்விரண்டனுள், அமைதிநிலையில் உள்ள தண்டு ஒன்று முறுக்குமைக்கு உட்படும்போது விளையும் தகைவுகளையும், விகலங்களையும் பற்றி அறிந்து கொள்வது எளிமையாக இருப்பதால், அதனைப்பற்றி இப்பொழுது காணலாம்.

படம் 8-1இல் முறுக்குமைக்கு உட்படுத்தப்பட்ட தண்டு ஒன்று காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது. அதன் ஒரு முனை சுவரில் நன்கு பொதியப்பட்டும் (Fixed) மறுமுனை கட்டற்றும் (Free) உள்ளது. தண்டின் நீளம் 'l' ஆகவும், குறுக்கு வெட்டுமுகத்தின் ஆரை (Radius) R ஆகவும் இருக்கட்டும். அதன் கட்டற்ற முனையில் 'T' அளவினதான முறுக்குமை செயல்படுவதாகக் கொள்வோம். பிடிமான முனையில், இதற்குச்சமமான 'T' என்னும் அதே அளவினை உடைய சுழலினை எதிர்த்திசையில் படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு செயல்படும்.



படம் *8-1* முறுக்குமைக்கு உட்படுத்தப்படும் தண்டு

தண்டின் மேல்பரப்பில் AB என்னும் நேர்கோட்டைக் கருதுவோம். தண்டின் குறுக்கு வெட்டுமுகத்தில், முறுக்குமை செயல்படுவதால் θ° கோணத்திற்கு உருத்திரிபு (Distortion) அடைகின்றது. இதனால் நேர்கோடு AB, AB_1 ஆக உருத்திரிபு அடைகின்றது. அதாவது நேர்கோடு AB, θ° கோணத்திற்கு உருத்திரிபு பெறுகின்றது. தண்டின் வெட்டுமுகத்தின் மேல்பரப்பில், முறுக்குமையால் விளையும் கத்திரிப்புத் தகைவு $\tau_{\text{பெருமம்}}$ எனவும், கத்தரிப்புக்குணகம் 'G' எனவும் இருக்கட்டும். கத்தரிப்பு விகலத்தின் வரையறையிலிருந்து, $\varphi = \frac{\tau \text{ பெருமம்}}{G}$ என்னும் சமன்பாடு கிடைக்கின்றது.

$$\text{ie } \varphi = \frac{\tau \text{ பெருமம்}}{G} = \frac{BB_1}{AB} = \frac{R\theta}{l} \qquad \text{....(i)}$$

$$= \frac{\tau \text{ பெருமம்}}{R} = \frac{G\theta}{l} \qquad \text{....(ia)}$$

இங்கு τ பெருமம் என்பது தண்டின் மேல்பரப்பில் தோன்றும் பெருமக் கத்தரிப்புத் தகைவு ஆகும். இதனை fs எனக் குறிப்பிட்டால், சமன்பாடு (ia) - ஐக் கீழ்வருமாறு எழுதலாம்.

$$\frac{fs}{R} = \frac{G\theta}{l} \qquad \text{....(1)}$$

இதேபோல் வெட்டுமுகத்தின் உள்பரப்பில் மையத்திலிருந்து 'r' ஆரைத் தூரத்தில் உள்ள CC1 என்ற அடுக்கில் (Layer) விளையும் கத்தரிப்புத் தகைவை τ என எடுத்துக்கொண்டால்,

$$\frac{\tau}{r} = \frac{G\theta}{l} \qquad \text{....(ii)}$$

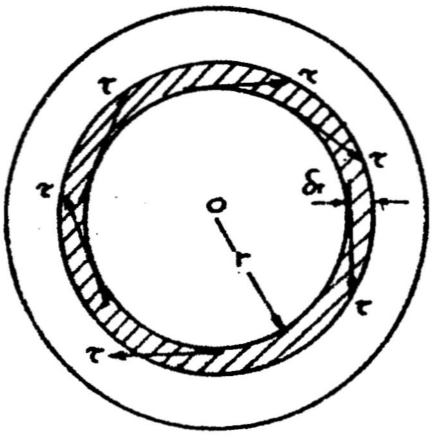
$$\therefore \frac{\tau}{r} = \frac{fs\,(=\tau \text{ பெருமம்})}{R} = \frac{G\theta}{l} \qquad \text{....(2)}$$

சமன்பாடு (2) இலிருந்து கீழ்வரும் உண்மை (fact) புலனாகின்றது. தூய முறுக்குமைக்கு உட்படுத்தப்படும், வட்டமான குறுக்கு வெட்டு முகம் கொண்ட தண்டு ஒன்றில், அதன் வெட்டு முகத்தில் ஏதேனும் ஒருபுள்ளியில் விளையும் கத்தரிப்புத் தகைவு, மையத்திலிருந்து (Centre) அப்புள்ளி அமைந்துள்ள ஆரைத் தூரத்திற்கு (Radial distance) நேர் விகிதத்தில் உள்ளது. எனவே வெட்டுமுகத்தின் மையத்தில் (ஆரை = 0) பூஜ்ஜிய மதிப்பிலிருந்து, தண்டின் வெளிப்பரப்பில் (ஆரை = R) பெரும மதிப்பிற்குக் கத்தரிப்புத் தகைவு சீராக மாற்றமுறுகின்றது. எனவே தண்டின் மைய அச்சு, அதன் நொதுமல் அச்சாகும் (Neutral axis)

3. தடுப்புத் திருப்புமை (Moment of Resistance)

முறுக்குமை, T தண்டின் மேல் செயல்படுவதால் அத்தண்டில் விளையும் கத்தரிப்புத் தகைவுகளைப் பற்றிச் சற்று முன்னர் கண்டோம். இப்பொழுது இக்கத்தரிப்புத் தகைவுகளினால் தண்டு தோற்றுவிக்கும் தடுப்பு முறுக்குமையைப்பற்றிக் (Resistance to Torque) காணலாம். படம் 8-2இல் தண்டின் குறுக்கு வெட்டு முகம் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது. அதன் மையத்திலிருந்து ஆரை 'r' தூரத்தில், 'δr' தடிப்புள்ள மிகச் சிறிய வளையம் ஒன்றைக்

கருதலாம். கருதப்பட்டுள்ள வளையத்தின் தடிப்பு மிகச் சிறிய தாகையால் இதன் பரப்பில் விளையும் கத்தரிப்புத் தகைவின் மதிப்பு ஒரு மாறிலி (constant) என எடுத்துக் கொள்ளலாம். இக்கத்தரிப்புத் தகைவு = τ என எடுத்துக் கொள்ளலாம்.



படம் 8-2 தடுப்புத் திருபபுமை (முருக்குமை)

இக்கத்தரிப்புத் தகைவு 'τ' செயல்படும் பரப்பு = 2 π r d r. எனவே, முறுக்குமைக்கு எதிராக இச்சிறுபரப்பில் தண்டு தோற்றுவிக்கும் தடை

$= \tau \times 2 \pi r \delta r \times r$

ஆனால் சமன்பாடு (1)இலிருந்து

$\tau = \frac{f_s}{R} \times r$ கிடைக்கின்றது. சமன்பாடு (ii) –ஐச் சமன்பாடு (i) இல் பிரதியிட, தண்டு தோற்றுவிக்கும் தடை முறுக்குமை ,

$\frac{f_s}{R} r \times 2\pi r \delta r \times r$ ...(iii). எனவே முழுக்குறுக்கு வெட்டுமுகமும், செயல்படும் முறுக்குமை T க்கு எதிராகத் தோற்றுவிக்கும் தடை முறுக்குமை

$$= T = \sum \frac{f_s}{R} \times r^2 \times \delta a \quad (\because \delta a = 2\pi r \delta r)$$

$$T = \frac{f_s}{R} \int_o^R r^2 \delta a \qquad ....(iv)$$

சமன்பாடு (iv) இலுள்ள $r^2 \delta a$ என்பது தண்டின் மைய அச்சுபற்றிக் கருதப்பட்ட சிறு பரப்பின் இரண்டாவது திருப்ப ,மை என முன்னரே (அதிகாரம் 5இல்) கண்டோம். எனவே $\int_0^R r^2 \delta a$ என்பது முழுக்குறுக்கு வெட்டு முகப்பரப்பும் தண்டின் அச்சுபற்றி (அச்சு 'ZZ' என்பதை நினைவு கூர்க) தோற்றுவிக்கும் இரண்டாவது திருப்புமையாகும். இதனைத்துருவ அச்சுபற்றி, பரப்பின் இரண்டாம் திருப்புமை (Second moment of the area about the polar axis) எனலாம். இதனை 'J' என்ற எழுத்தால் குறிப்பது மரபு.

$$\text{எனவே } T = \frac{F_s}{R} \times J \qquad ....(v)$$

$$\text{அதாவது } \frac{T}{J} = \frac{f_s}{R} \qquad ....(3)$$

சமன்பாடு (1) மற்றும் (3) ஆகியவற்றிலிருந்து கீழ்வரும் பயனுள்ள சமன்பாடு கிடைக்கின்றது.

$$\frac{T}{J} = \frac{f_s}{R} = \frac{G\theta}{l} \qquad ....(4)$$

இங்கு J= துருவ அச்சுபற்றி வட்டத்தின் இரண்டாவது திருப்புமை $= \frac{\pi D^4}{32}$ என முன்னரே கண்டுள்ளோம். பரப்பின் இரண்டாவது

திருப்புமையை, 'சடத்திருப்புமை' (moment of inertia) எனக் குறிப்பதும் வழக்கில் உள்ளது. எனவே J= துருவச் சடத்திருப்புமை' (Polar moment of inertia) என அழைப்பதும், மிகச் சரியான சொற்றொடராக இல்லாவிடினும், ஏற்றுக்கொள்ளப்படுகிறது.

எனவே முறுக்குமையில் பெரிதும் பயன்படும் சமன்பாடு

$$\frac{T}{J} = \frac{f_s}{R} = \frac{G\theta}{l} \qquad \text{....(4)}$$

ஆகும். இதனை வளைமைத் திருப்புமையில் பெரிதும் பயன்படும் சமன்பாடான $\frac{M}{I} = \frac{f_s}{y} = \frac{E}{r}$ உடன் ஒப்பிட்டால், இரண்டிற்கும் உள்ள ஒற்றுமை புலப்படும்.

திண்மமான வட்டக்குறுக்குவெட்டு முகத்தின் துருவ இரண்டாம் திருப்புமை $J = \pi D^4/32$. இதே வெட்டுமுகத்தின் முறுக்குமைக்குணகம் $(=\frac{J}{R}) = \pi D^3/16$ ஆகும். இதேபோல், உள்ளீடற்ற (Hollow) வட்ட குறுக்கு வெட்டு முகத்தின் துருவ இரண்டாம் திருப்புமை $J = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{32}$. இவ்வெட்டுமுகத்தின் முறுக்குமைக்குணகம் $= \frac{J}{R} = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{16D}$ ஆகும். இங்கு D என்பது வெட்டு முகத்தின் வெளிவிட்டம் என்றும், d என்பது உள்விட்டம் என்றும் கொள்க.

தவிரவும் சமன்பாடு (4) இலிருந்து

$$\theta = \frac{Tl}{GJ} = \frac{f_s l}{RG} \qquad \text{....(5)}$$

என்னும் சமன்பாடு கிடைக்கின்றது.

கோணம் 'θ' முறுக்குமைக்கோணம் (Angle of twist) எனப்படுகிறது. இஃது ஆரைக்கோணத்தின் (Radians) அலகில் உள்ளது. இம்முறுக்குமைக் கோணம், குறுக்குவாட்டத்தில் (Trans-

verse direction) பளு ஏற்றப் படுவதால் வளைந்து ஆதிமையக் கோட்டிலிருந்து விலகும் விட்டம் ஒன்றின் ' விலக்கலுக்கு' (deflection) ஒப்பாகும். முறுக்குமைக்கோணம் தண்டின் விறைமை (stiffness) க்கு ஒரு அளவுகோலாகும். 'GJ' என்பது வளைமைச் சமன்பாட்டிலுள்ள 'EI' -க்கு ஒப்பாகும். GJவினை 'முறுக்குமை விறைமை' (Torsional rigidity) என்பர். அதிகாரம் 2-இல் இதுபற்றிக்கண்டோம். தண்டு போதிய அளவு விறைப்புடன் இருக்க, 20 மடங்கு விட்ட நீளத்தில் தண்டில் தோன்றும் முறுக்குமைக்கோணம், θ = ρ (:)»ňlj MjW'å

4. தண்டின் அமைப்பாண்மை (Design of shafts)

சுழலும் தண்டின் மூலம், திறன் விசையை (Power) ஒரு பகுதியிலிருந்து வேறோர் பகுதிக்குக் கடத்தலாம். தண்டு ஒன்று N.r. p, m. (ஒரு நிமிடத்தில் தண்டு சுழலும் சுழற்சிகளின் எண்ணிக்கை) வேகத்தில் சுழல்வதாகக் கொள்வோம். அத்தண்டு கடத்தும் திறன் விசை 'H' குதிரைத் திறன்விசை (Horse-power) எனவும் கொள்வோம். அத்தண்டின்மேல் செயல்படும் சராசரி முறுக்குமை (Average torque) மீட்டர்-கிலோகிராம் (m-kg) அலகில்,

$$H = \frac{\text{சராசரிச் சுழலினை} \times \text{ஒரு நிமிடத்தில் திரும்பும் கோணம்}}{4500}$$

....(I) ஆகும்.

$$ie\ H = \frac{T \times 2\pi N}{4500} = \frac{2\pi NT}{4500} \qquad ....(6)$$

இச்சமன்பாட்டிலிருந்து $T = \frac{4500\,H}{2\pi N}$ ....(7)

என்னும் சமன்பாடு கிடைக்கின்றது.

தண்டு கடத்தும் திறன் விசை 'H' கிலோவாட் (Kw) அலகில் இருந்தால்

$$H = \frac{2\,NT}{6000} \text{ அல்லது } \frac{\pi NT}{3000}$$

ஆகும். சமன்பாடுகள் (6) மற்றும் (8) ஆகிய இரண்டிலும் T = m kg. அலகில் உள்ளது. தவிரவும், இவ்விரு சமன்பாடுகளிலும் உள்ள முறுக்குமை 'T' சராசரி முறுக்குமை ஆகும். அமைப்பாண்மை செய்யும்போது நாம் எப்பொழுதும் அத்தண்டில் செயல்படும் பெரும முறுக்குமையையே எடுத்துக் கொள்ள வேண்டும். அப்பொழுதுதான் தண்டில் விளையக் கூடிய பெருமத் தகைவு, அனுமதிக்கக் கூடிய தகைவிற்குக் குறைந்தே இருக்கும். இயல்பான நிலைமைகளில், தண்டில் விளையக் கூடிய பெரும முறுக்குமை, சராசரி முறுக்குமையைக் காட்டிலும் **30%** முதல் **40%** வரை அதிகமாக இருக்கும்.

மாதிரி 1.

திண்மமான வட்டக்குறுக்கு வெட்டுள்ள எஃகுத்தண்டு ஒன்று 180 r.p.m. வேகத்தில் சுழலுகையில் 120 HP திறன்விசை அதனால் கடத்தப்படுகிறது. தண்டின் விட்டம் 80 mm. தண்டின் நீளம் 8 m எனில், அத்தண்டில் விளையுக்கூடிய பெருமத் தகைவையும், முறுக்குமைக்கோணத்தைப் பாகையிலும் (Degree) கணக்கிடுக. $G = 8 \times 10^5\ kg/cm^2$.

செயல்படக்கூடிய முறுக்குமை,

$$T = 4500 \times \frac{120}{2\pi \times 180} = 1500/\pi - kg\ m. \qquad ....(7)$$

$$= 47{,}740\ kg\ cm.$$

$$\frac{J}{R} = \frac{\pi D^3}{16} = \frac{\pi \times 8^3}{16}$$

சமன்பாடு (4) இல் பிரதியிட

$$T = \frac{f_s}{R} \times J = f_s \times \frac{\pi \times 8^3}{16}$$

எனவே தண்டில் விளையும் பெருமக் கத்தரிப்புத் தகைவு,

$$f_s = \frac{T \times 16}{\pi \times 8^3}$$

$$= \frac{47740 \times 16}{\pi \times 8^3}$$

$$= 474.9 \ kg/cm^2$$

முறுக்குமைக்கோணம்,

$$\theta = \frac{f_s \times l}{R \times G} = \frac{474.9 \times 800}{4 \times 8 \times 10^5} = 0.119 \text{ ஆரைக்கோணம்}$$

$$= 6^\circ 48' \text{ (பாகையில்)}$$

மாதிரி 2

தண்டு ஒன்றின் விட்டம் 50mm. அது 150 r.p.m. வேகத்தில் சுழலுகையில், அதனால் கடத்த இயலும் திறன்விசை எவ்வளவு? அனுமதிக்கக்கூடிய பெருமக் கத்தரிப்புத்தகைவு 800kg/cm2

$$\text{தடுப்பு முறுக்குமை, } T = f_s \times \frac{J}{R}$$

$$= f_s \times \frac{\pi}{16} D^3$$

$$= 800 \times \frac{\pi}{16} \times 5^3$$

$$= 196.35 \ kg\,m$$

தண்டால் கடத்த இயலும் திறன்விசை (H.P.) அலகில்

$$= \frac{2 \pi N \times T}{4500}$$

$$= 2 \times 150 \times 196.35 \times \pi / 4500$$

$$= 41.13 \ H.P.$$

மாதிரி 3:

திண்மத்தண்டு ஒன்று 200rpm வேகத்தில் 80HP திறன் விசையைக் கடத்த வேண்டியுள்ளது. தண்டின் ஒவ்வொரு

சுழற்சியிலும், கடத்தப்படும் பெரும முறுக்குமை, சராசரி முறுக்குமையைக் காட்டிலும் **30%** அதிகமாக உள்ளது. அனுமதிக்கக் கூடிய கத்தரிப்புத் தகைவு 800 kg/cm^2 எனில், தண்டுக்குத் தக்க விட்டத்தினைக் கண்டுபிடி.

$$\text{சராசரி முறுக்குமை, } T = \frac{80 \times 4500}{2\pi \times 200} = 286.4 \; kg\text{-}m$$

$$\text{பெரும முறுக்குமை, } T_{max} = 1.37T = 1.3 \times 286.4 = 372.32 \; kg\text{-}m$$

$$= 372.32 \; kg\,cm.$$

$$T = f_s \times \frac{J}{R}$$

$$ie \;\; 37232 = 800 \times \frac{\pi}{16} \times D^3$$

$$D = 6.189 \; cm. = 6.2 cm.$$

மாதிரி 4

கீழ்க்காணும் நிபந்தினைகளுக்கு உட்பட்டுத்தண்டு ஒன்றினை அமைப்பாண்மை செய்ய வேண்டியுள்ளது.

(a) 15 மடங்கு விட்ட நீளமுள்ள தண்டில், முறுக்குமையின் போது தோன்றும் முறுக்குமைக்கோணம் 1° க்கு மிகாமல் இருக்க வேண்டும்.

(b) பெருமக் கத்தரிப்புத் தகைவு 55 N/mm2 மதிப்புக்கு மிகாமல் இருக்க வேண்டும்.

அத்தண்டு 240 rpm வேகத்தில் சுழலுகையில் அதனால் கடத்தப்படும்திறன் விசை 1MW எனில், அத்தண்டில் விளையக்கூடிய உண்மையான தகைவையும், தண்டின் விட்டத்தினையும் அறிக. G = 80,00 N/mm^2.

நிபந்தனை (a) $T = \left(\frac{G\theta}{l}\right)$

$$= \frac{80,000}{15\,D} \times \frac{\pi}{180} \times \frac{\pi}{32} \times D^4$$

$$= 9.16\,D^3\ N\,mm.$$

நிபந்தனை (b) $T = \frac{F_s}{R} \times J$

$$= \frac{55 \times 2}{D} \times \frac{\pi}{32} \times D^4$$

$$= 10.8\,D^3\ N.mm$$

நிபந்தனை (a) விலிருந்து கிடைக்கும் முறுக்குமையின் மதிப்பு, நிபந்தனை (b) யிலிருந்து கிடைப்பதைக் காட்டிலும் சிறியது. நிபந்தனை (b) யிலிருந்து கிடைக்கும் முறுக்குமை செயல்படுவதாகக் கொண்டால், கத்தரிப்புத் தகைவும் பெரும அளவில் இருக்கும் (ie 55 N/mm^2). எனவே நிபந்தனை (a) வினைப் பயன்படுத்துவதால் கிடைக்கக்கூடிய கத்தரிப்புத் தகைவு

$$\tau = \left(\frac{9.16}{10.8}\right) \times 55 = 46.5\ N/mm^2$$

(முறுக்குமை (T) யும் தகைவு (τ)உம் நேர் விகிதத்தில் இருப்பதால்)

திறன் விசை = $10^6 = \frac{2\pi N T}{1000 \times 60}\ N\,m_{sec}$

$$= \frac{2\pi \times 240 \times 9.16 \times D^3}{60000}$$

இதிலிருந்து $D = 163\ mm = 16.3\ cm$ எனக் கிடைக்கின்றது.

மாதிரி 5

ஒரே நீளமுள்ள இரு தண்டுகள் உள்ளன. ஒன்று திண்மையானது (Solid); மற்றொன்று உள்ளீடற்றது. (Hollow). உள்ளீடற்ற தண்டின் உள்விட்டம், வெளிவிட்டத்தைப் போல் 2 3 பங்கு உள்ளது . இவ்விரு தண்டுகளும் குறிப்பிட்ட முறுக்குமையைக் கடத்தவேண்டுமெனில், அவற்றின் எடைகளை ஒப்பிடுக. இரு தண்டுகளிலும் ஒரே அளவான பெருமக் கத்தரிப்புத் தகைவு அனுமதிக்கப்படுகிறது.

$$\frac{T}{J} = \frac{f_s}{R} \qquad \text{....(3)}$$

அல்லது $\frac{T}{f_s} = \frac{J}{R} = \frac{2J}{D}$

திண்மையான தண்டிற்கு $\frac{T}{f_s} = \frac{\pi D^3}{16}$ ....(*i*) தண்டின் விட்டம் = D

உள்ளீடற்ற தண்டிற்கு $\frac{J}{R} = \frac{\pi (D_1^4 - d^3)}{16 D_1}$ ... (*i*) தண்டின் வெளிவிட்டம் = D_1

உள்விட்டம் = d

$$= \frac{\pi (D_1^4 - (2/3\ D_1)^4)}{16 D_1} = \frac{\pi D_1^3}{16} (1 - (2/3)^4)$$

$$= \frac{\pi D_1^3}{16} x \frac{65}{81} \qquad \text{....(iii)}$$

இரு தண்டுகளிலும் $\frac{T}{f_s}$ ஒரு மாறிலி. எனவே சமன்பாடுகள் (i) மற்றும் (iii) ஆகியவற்றைச் சமன் செய்தால்,

$$\frac{\pi D^3}{16} = \frac{\pi}{16} D_1^3\ x\ 65/81$$

$$\therefore D_1 = D\ \sqrt[3]{\frac{81}{65}} = 1.075\ D$$

சம நீளமுள்ள தண்டுகளின் (ஒரே பொருளால் ஆனவை), எடைகள் குறுக்கு வெட்டுப்பரப்பிற்கு நேர்விகிதத்தில் இருக்கும். அதாவது,

$$\frac{\text{உள்ளீடற்ற தண்டின் எடை}}{\text{திண்மையான தண்டின் எடை}}$$

$$= \frac{W_H}{W_S} = \frac{(D_1^2 - d^2)}{D^2} = \frac{D_1^2 - (2/3\ D_1)^2}{D^2} = \frac{D_1^2}{D^2}\ (1 - 4/9)$$

$$= 5/9 \times 1.075^2$$

$$= 0.642.$$

மாதிரி 6:

உள்ளீடற்ற தண்டு ஒன்றின் வெளிவிட்டம் D. உள் விட்டம் d. அது குறிப்பிட்டதொரு முறுக்குமையைக் கடத்தும்போது, அதில் சேமித்து வைக்கக்கூடிய விகல ஆற்றலுக்கு ஒரு சமன்பாடு கண்டுபிடி. முறுக்குமையால் விளையும் பெருமக்கத்தரிப்புத் தகைவு = τ.

இதிலிருந்து D விட்டமுள்ள திண்மத்தண்டின் விகல ஆற்றலை வரவழைக்கவும். தண்டில் சேமித்து வைக்கப்படக் கூடிய விகல ஆற்றல் $U = \frac{1}{2} \times T \times \theta$ ....(9)

குறிப்பு: தண்டின் மையப்பகுதியிலுள்ள பொருள்களில் விளையும் கத்தரிப்புத்தகைவுகளின் அளவு மிகவும் குறைவே. அதனால் அவை சரியாகப் பயன்படுத்தபடுவதில்லை. எனவே உள்ளீடற்ற தண்டுகள், திண்மையான தண்டுகளைக்காட்டிலும் விரும்பத்தக்கவையாகும்.

சமன்பாடு (4) இலிருந்து

$$T = \frac{f_s}{R} x J = f_s x \frac{\pi}{16} \frac{(D^4 - d^4)}{D} \qquad ....(i)$$

சமன்பாடு (5) இலிருந்து

$$\theta = \frac{f_s}{R} x \frac{l}{G}$$ ....(ii) இங்கு தண்டின் நீளம் ணுயது ஆகும்.

$$= \frac{2 f_s l}{G D} \qquad ....(iii)$$

சமன்பாடுகள் (1) மற்றும் (iii) ஆகியவற்றைச் சமன்பாடு (9)இல் பிரதியிட

$$U = \frac{1}{2} x f_s x \frac{\pi}{16} x \frac{(D^4 - d^4)}{D} x \frac{2 x f_s x l}{G x D} \qquad ....(iv)$$

$$= \frac{f_s^2}{10 G} \frac{\pi (D^4 - d^4) l}{D^2} \qquad ....(v)$$

$$= \frac{f_s^2}{4 G} \frac{(D^2 + d^2)}{D^2} \frac{\pi (D^2 - d^2) l}{4}$$

$$= \frac{f_s^2}{4 G} \frac{(D^2 + d^2)}{D^2} x \text{ (தண்டின் கன அளவு)}$$

ஆகவே, சராசரி விகல ஆற்றல் / அலகு கன அளவு

$$= \frac{f_s^2}{4 G} x \frac{(D^2 + d^2)}{D^2}$$ ஆகும்.

கத்தரிப்புத் தகைவு, தண்டின் வெட்டுமுகத்தில் மாறுகின்றது, (மையத்தில் பூஜ்ஜிய மதிப்பும், வெளிப்பரப்பில் பெரும மதிப்பும் உள்ளதல்லவா!) சீரான கத்தரிப்புத்தகைவினால் தோன்றும் விகல ஆற்றல் $= \frac{f_s^2}{2 G} x$ கன அளவு என அதிகாரம் 3இல்

கண்டோம். எனவே சமன்பாடு **(10)** இல் $\left(\frac{D^2+d^2}{D^2}\right)$ இன் பெரும அளவு = 2. இஃது மிகமிக மெலிந்த குழாய் ஒன்றில் தான் நிகழக்கூடும். ஏனெனில், அப்பொழுதுதான் D = d என இருக்க இயலும்.

திண்மமான தண்டு ஒன்றில் (d = 0) சேமித்து வைக்கப் படக்கூடிய விகல ஆற்றல் $U = \frac{f_S{}^2}{4G} \times$ (தண்டின் கனஅளவு). இஃது தண்டின் குறுக்கு வெட்டு முழுவதிலும் ஒரே அளவினதான கத்தரிப்புத்தகைவு, f_S, செயல்படுவதால் தண்டில் சேமித்துவைக்கப்படக்கூடிய விகல ஆற்றிலில் பாதிஅளவு உள்ளதைக் கவனி.

பயிற்சி 8

வினா 1:

சராசரி விட்டம் 50mm உம் சுவர்த்தடிப்பு 3mm உம் உள்ள குழாய் ஒன்றினால் கடத்தப்படக்கூடிய முறுக்குமையை அடிப்படையிலிருந்து ஆரம்பித்துக் கண்டுபிடிக்கவும். சுவர்த்தடிப்பு முழுமைக்கும் கத்தரிப்புத் தகைவு மாறிலி என எடுத்துக் கொள்க. கத்தரிப்புத் தகைவு =70MN/m2 எனக் கொள்க.

வினா 2:

உள்ளீடற்ற தண்டு ஒன்றின் வெளிவிட்டம் =250cm; உள் விட்டம் = 150cm நிமிடத்திற்கு 50 சுழற்சிகள் சுழலும்போது அத்தண்டினால் கடத்தப்படக்கூடிய திறன் விசையை, கீழ்வரும் நிபந்தனைகளைக் கருத்தில் கொண்டு கண்டுபிடி.

(a) பெரும முறுக்குமை, சராசரி முறுக்குமையைக் காட்டிலும் 40% அதிகம்

(b) பெருமக் கத்தரிப்புத் தகைவு 70MN/m2

மேலும் இத்தண்டின் 5 மீட்டர் நீளத்தில் தோன்றக்கூடிய முறுக்குமைக்கோணம் எவ்வளவு?

G = 80 GN / m2 ஒடுத்துக்கொள்க.

வினா 3:

உள்ளீடற்ற தண்டு ஒன்றின் உள்விட்டம், வெளி விட்டத்தில் 2/3 பங்கு உள்ளது. அதே எடையினைக் கொண்ட, அதே பொருளினால் செய்யப்பட்ட திண்மையான பிறிதொரு தண்டின் முறுக்குமைத்திறனையும், விறைமையையும் (stiffness) உள்ளீடற்ற தண்டின் இதே இயல்புகளுடன் ஒப்பிடுக.

(சென்னைப் பல்கலைக்கழகம், 79)

தண்டின் முறுக்குமைத்திறனையும், விறைமையையும் (stiffness) உள்ளீடற்ற தண்டின் இதே இயல்புகளுடன் ஒப்பிடுக.

(சென்னைப் பல்கலைக்கழகம், 79)

வினா 4:

திண்மைத் தண்டின் விட்டம் d. உள்ளீடற்ற தண்டின் வெளிவிட்டம் d, உள்விட்டம் d/2. இரண்டின் நீளமும் 'l' ஆகும். அனுமதிக்கக்கூடிய கத்தரிப்புத் தகைவின் மதிப்பை மீறாமல், அவ்விரு தண்டுகளும் சேமித்துவைக்கக்கூடிய விகல ஆற்றலின் விகிதத்தை அறிக. (சென்னைப் பல்கலைக்கழகம் '8᠍)

(மேற்கோள்கள் நூல்கள்)

(Reference Books)

1. 'Mechanics of structures' S.B. Jurnakar
2. 'Introduction to Mechanics of Solids' E.P. Popov
3. 'A Text Book of Applied Mechanics' R.S. Khurni
4. 'Applied Mechanics' Ramchandra
5. 'Strength of Meterials' Part I S. Timoshenko
6. Solution of problems in strength of Materials and Mechanics of Solids - S.A. Urry and P.J. Turner
7. 'Applied Mechanics J.D. Walker
8. 'Theory and Problems of Strength of Materials' William A. Nash
9. Lexicon - VII volumes - Madras University Publications
10. ஆங்கில தமிழ் அகராதி – Madras University Publication

கலைச் சொற்கள்

தமிழ் - ஆங்கிலம்

அ

அகலம்	Width
அகல வாட்டம்	Widthwise
அச்சு	Axis
அச்சு ஒன்றைப் பற்றி	About an axis
அச்சுக்கூறு	Axial component
அச்சுப்பளு	Axial load
அசமச்சீர்	Assymetric
அடிக்கோடு	Basic line
அடிப்படை நெறி	Basic principle
அடுக்கு	Layer
அதிபரவளைவு	Hyperbola
அமுக்கம்	Compression
அமுக்கச் சோதனை	Compression testing
அமுக்கு விசை	Compressive force
அமைப்பாண்மை	Design
அமைவிடம்	Location
அலகு	Unit
அழிப்பான் விட்டம்	Rubber beam
அளவம்	Scale
அறுதி அடுக்கு	Extreme Layer ; Extreme Fibre

ஆ

ஆட்படுதல்	Subjected
ஆதி	Origin
ஆயக்கோவை	Co-ordinate system
ஆயத்தூரம்	Co-ordinate distance
ஆரை, ஆரம்	Radius
ஆரை அழுத்தம்	Radial pressure
ஆரைக் கோணம்	Radian

ஆரைத் தூரம்	Radial distance
ஆழம்	Depth

இ

இட்டிடை	Web
இடமுறை	Anti-clockwise
இடமுறைத் திருப்புமை	Anti-clockwise Moment
இடையூறற்ற நீட்பம்	Clear Span
இடைவெட்டுத் துண்டு	Intercept
இணைச் சுழலி	Couple
இயங்கு	Movable
இயந்திரம்	Machine
இயந்திரலாபம்	Mechanical advantage
இரட்டை மூடு தகடு	Double Cover butt joint
இரண்டாம் தரத்தகைவுகள்	Secondary stresses
இழப்பு	Loss
இழுவலிவு	Tensile strength
இழுவிசை	Tensile Force
இலட்சியம்	Ideal

ஈ

ஈடு	Equivalent
ஈர்ப்பு மையம்	Centre of gravity
ஈற்றுத் தகைவு	Ultimate stress

உ

உகந்த	Optimum
உண்மை	Fact
உராய்வு	Friction
உருக்கு இணைப்பு	Welded point
உருத்திரிவு	Distortion
உருமாற்றம்	Deformation
உருளை	Roller ; Drum
உருள்ளைத் தாங்கி	Roller Support
உள்ளீடற்ற	Hollow
உறுப்புகள்	Members

எ

எடை	Weight
எண்	Number, Co-efficient
எதிர் திருப்புமை	Counter moment
எதிர்போகு இணைவிசை	Unlike parallel force
எதிர்மறை	Negative
–கத்தரிப்பு விசை	Negative shear Force
–வளைப்புப் புள்ளி	Point of contra flexure
–வளைமைத் திருப்புமை	Negative bending Moment
எழும்பு வளைமைத் திருப்புமை	Hogging bending moment
எளிய	Simple
எளிய வளைமை	Simple bending
எறியம்	Project

ஒ

ஒசிதல்	Ductile
ஒத்த	Similar ; Corresponding
ஒதுக்கம்	Deflection
ஒருக்கம்	Isotropic
ஒரு படித்தான	Homogeneous
ஒழுங்கற்ற	Irregular
ஒற்றை மூடுதகட்டு முட்டிணைப்பு	Single cover butt joint

க

கட்டப்பட்ட விட்டம்	Encastra or built-in beam
கட்டமைத்தல்	Fabrication
கட்டற்ற	Free
– உறுப்புப்படம்	Free body diagram
கடத்தப்படுதல்	Transmission
கடுமை	Severe
கனியம்	Quantity
கத்தரிப்பு	Shear
– சோதனை	Shear test
– தகைவு	Shear stress
– விசை	Shear Force

– விசை விளக்கப்படம்	Shear Force Diagram
கப்பி	Pulley
கப்பிச் சட்டம்	Pulley block
கருது கோள்	Assumption
கல்விட்டம்	Stone beam
கவிப்பு இணைப்பு	Lap joint
கழன்று	Unwound

கா

காடி	Recess
காப்பு எண்	Factor of safety
கால் பகுதி	Quadrant
கால்வாய் வடிவ வெட்டு முகம்	Channel section

கி

கிடைக்கூறு	Horizontal component
கிடைத்திசை	Horizontal Direction
கிடை நீட்பம்	Horizontal Span

கீ

கீலகத் தாங்கி	Hinged Joint
கீலகம்	Hinge

கு

குணங் குறிக்கும் புள்ளிகள்	Characteristic Points
குத்துயரம்	Altitude
குறிக் கணிதம்	Algebra
– கூட்டுத் தொகை	Algebraic sum
குறியீடு	Sign
– மரபுகள்	Sign conventions
குறுக்கு வாட்டக்கூறு	Transverse Component
–வாட்டப்பளு	Transverse load
குறுக்கு வெட்டு முகம்	Cross-Section

கூ

கூட்டு இயந்திரம்	Compound Machine
– உத்திரம்	Compound girder

கூட்டுத் தண்டு	Composite bar
கூடு	Frame
கூரை	Roof
கூரைச் சட்டகம்	Roof truss

கை

கைப்பிடி	Handle
கையாளுமைத் தகைவு	Handling stress

கொ

கொண்டித் தட்டு	Gusset plate

கோ

கோஸைன் வளைவு	Cosine curve

ச

சக்கரம்	Wheel
– அச்சு	Wheel and axle
சங்கிலி	Chain
சட்டகம்	Frame, Truss
சடத்திருப்புமை	Moment of Inertia
சதவீதம்	Percentage
சதுரம்	Square
சமச்சீர்	Symmetry
சமதளம்	Plane
சமதள ஓர்புள்ளி அமை விசைகள்	Co-Planar concurrent Forces
– அமையா விசைகள்	Co-Planar Non-concurrent Forces
– இணை விசைகள்	Co-Planar parallel Forces
சமநிலை	Equilibrium
சமன்பாடு	Equation
சராசரி	Average
சரிவகம்	Trapezium

சா

சாய் சதுரத் தரையாணி இணைப்பு	Diamond Riveting
சாய்தளம்	Inclined plane

சார்புக்கூறு	Function

சி

சிறிய பல்லிணைப்பு (பினியன்)	Pinion

சீ

சீராக மாறும் பளு	Uniformly varying load
சீரான	Uniform
சீரான பரவல் பளு	Uniformly Distributed Load

சு

சுய	Self
சுரை	Worm
சுரை ஆரை	Radius of gyration
சுழற்சி	Rotation

செ

செயல்படுத்து தகைவு	Working stress
செயல்படும்	Acting
செலவளவு	Input
செலுத்துதல்	Driven

சை

சைகை	Signal
சைன் வளைவு	Sine curve
சைன் வளைவு வடிவப்பளு	Sinusoidal load

த

தகைவு	Stress
தட்டு	Disc
தடிப்பு	Thickness
தடுப்புத் திருப்புமை	Moment of Resistance
தண்டவாளக் குறுக்குக் கட்டை	Sleeper
தண்டு	Shaft, Bar
தத்துவம்	Principle
தரையாணி	Rivet
தரையிடைத் தூரம்	Pitch of the rivet

தள்ளு	Push
தளம்	Plane
தளர்வு	Slackness
தற்காலிகம்	Temporary

தா

தாங்கி	Support
– நிபந்தனைகள்	Support conditions
தாங்கு முனைப்பு	Bracket

தி

திசை	Direction
திசைக்கூறு	Resolved component
திசைவேகம்	Velocity
திண்மம்	Solid
திருகு	Screw
திருப்புமை	Moment
திறன்விசை	Power

தீ

தீர்வுகாண இயலா	Indeterminate
துருவச் சடத்திருப்புமை	Polar Moment of Inertia
துருவம்	Pole

தெ

தெரியா எதிர்வினைகள்	Unknown reactions

தொ

தொகுபயன்	Resultant
– விசை	Resultant force
தொங்கு வளைமைத் திருப்புமை	Sagging bending moment
தொடர்பு	Relationship
தொடுகோட்டுத்திசை	Tangential direction
தொலைத்தொடு கோடு	Assymptote

தோ

தோராயம்	Approximate

நா

நாண் வடிவப்பல கோண உருவம்	Funicular polygon

நி

நிகர	Net
– நேர்விசை	Net direct force
– பரப்பு	Net Area
நிகழ்வுக்கூறு	Case
நிலை	Condition
நிலைக் கப்பி	Fixed pulley
நிலைக் குத்து	Vertical
நிழலீடு	Shaded

நீ

நீட்சி	Elongation
– மாணி	Extensometer
நீட்பம்	Span
நீண்ட சதுரவடிவப்பளு	Rectangular loading
நுண் தொகை	Integration
நுண் வகையிடல்	Differential

நெ

நெகிழ்வுப் புள்ளி	Yield point
நெட்டாங்குத் தகைவு	Longitudinal stress
– திசை	Longitudinal Direction
நெம்பு கரம்	Lever arm
நெம்புகோல்	Lever
நொதுமல்	Neutral
– அச்சு	Neutral Axis
– நிலை	Neutral state
– பரப்பு	Neutral surface

நே

நேர் இழுப்பு விசை	Direct pull
நேர் கோட்டுச் சார்புக்கூறு	Linear Function

நேர்கோடு	Linear
நேர்ப்போக்கற்ற	Non- Linear
நேர் மறைக் கத்தரிப்பு விசை	Positive shear
–வளைமைத் திருப்புமை	Positive bending moment
நேர் விகிதம்	Direct Proportion
– விசை	Direct force

நொ

நொடிந்து போதல்	Failure
நொய்ம்மை	Brittle
நொறுங்குதல்	Crush

ப

பக்க வாட்டுமுகம்	Lateral side
பகுதிகள்	Segments
படி	Degree
படிப்படியான	Gradual
பயனுறுதிறன்	Efficiency
பரப்பு கூறு	Element of area
–மையம்	Centroid
பரவலான பளு	Distributed load
பரவளையப் பளு	Parabolic load
பரவளையம்	Parabola
புரஸ்பரம்	Mutual
பரிதித் தகைவு	Circumferential stress
பரிமாணங்கள்	Dimensions
பல்சக்கரம்	Cogwheel
பல் பொறிக்கப்பி	Gear pulley
பளுக்கோவை	System of loads
பளுத்தூக்கி	Crane
பற்கள்	Teeth

பா

பாகம்	Part
பாகை	Degree

பி

பிடிமானத் தாங்கிகள்	Fixed supports
பிடிமான முனை	Fixed end
பிரமிடுகள்	Pyramids
பிறழ்மைப் பளு	Eccentric load

பு

புகுமுகச் சட்டகம்	Portal frame
புரியிடைத் தூரம்	Pitch of Thread
புலன்	Field
புள்ளிப் பளு	Point load
புறக்கணித்தல்	Neglect
புறநீட்டு விட்டம்	Overhanging beam

பூ

பூட்டு	Lock
பூரண மீட்சிமை	Perfectly elastic

பெ

பெரிய பல்லிணைப்புச் சக்கரம் (ஸ்பர் சக்கரம்)	Spur wheel
பெருமம்	Maximum

பொ

பொதிதல்	Fixing
பொருண்மைக் கூறுகள்	Elements of mass

ம

மதிப்பு	Value
மரபு முறை	Conventional method
மரை	Thread
மரையாணி	Bolt
மறுதலை	Reversibility

மா

மாற்றீடு	Replace

மாறிலி	Constant
மீ	
மீட்சிமை	Elasticity
மீட்சிமைக் குணகம்	Modulus of elasticity
மீள் எல்லை	Elastic limit
மீறுகின்ற	Exceed
மு	
முக்கோண வடிவப்பளு	Triangular load
முட்டப்பட்ட விட்டம்	Propped beam
முடுக்கம்	Acceleration
முழுதளாவிய சோதனை இயந்திரம்	Universal Testing machine
முறுக்குமை	Torsion
– கோணம்	Angle of twist
– விறைமை	Torsional Rigidity
முறையாக	In order
முன்வார்ப்பு	Pre-cast
முனைப் பார்வை	End view
மூ	
மூடு தகடு	Cover plate
மெ	
மெல்லிழைத்தாள்	Tissue paper
மே	
மேல்படிவிப்பு முறை	Method of superposition
மேவி இருக்கும்	Coincide
மை	
மையம்	Centre
மையம் கொண்டுள்ளதாக	Concentrated
மொ	
மொழியில்	In terms of

யெ

யெங்குணகம்	Young's Modulus

வ

வடிவ மையம்	Geometric center
வர்க்கம்	Square
வரிந்து சுற்றப்படுகிறது	Wound
வரிப்பள்ளம்	Groove
வரைபடம்	Graph
வரையறை	Definition
வரையிலி	Infinite
வலமுறை	Clockwise
– திருப்புமை	Clockwise moment
வலிவூட்டப்பட்ட கற்காரை	Reinforced cement concrete
வளைப்பு மாற்றப்புள்ளி	Point of Inflexion
வளைமை	Bending
– தகைவு	Bending stress
– திருப்புமை	Bending Moment
– திருப்புமை விளக்க வரைபடம்	Bending Moment Diagram
வளைவு ஆரை	Radius of curvature
வளைவுகள்	Curves

வி

விகலம்	Strain
விகித எல்லை	Proportional Limit
விசைக் கோவை	System of forces
விட்டம்	Beam, Diameter
விடுபடுதல்	Release
விதி	Law
விரிசல்கள்	Cracks
விலகல்	Deflection
விளிம்புத் தூரம்	Edge distance
விளைவளவு	Output
விளைவுறு	Effective
– நீட்பம்	Effective span

விறைமை	Rigid, stiff
	வெ
வெக்டர்	Vector
– படம்	Vector Diagram
வெட்டுதளம்	Sectional Plane
வெளி	Space
– படம்	Space diagram
	வே
வேலை	Work
	ஜா
ஜாக்கி (தூக்கி)	Jack

கலைச் சொற்கள்

ஆங்கிலம் - தமிழ்

A

About	பற்றி
-a point	ஒரு புள்ளி பற்றி
-an axis	ஓர் அச்சுப்பற்றி
Acceleration	முடுக்கம்
Acting	செயல்படும்
Algebra	குறிக்கணிதம்
Algebraic Sum	குறிக் கூட்டுத் தொகை
Altitude	குத்துயரம்
Angle	கோணம்
-of twist	முறுக்குமைக்கோணம்
Anti-clockwise	இடமுறை
-Moment	இடமுறைத் திருப்புமை
Approximate	தோராயம்
Area	பரப்பு
Assumption	கருதுகோள்

Assymetrical	அசமச்சீர்
Assymptote	தொலைத்தொடு கோடு
Average	சராசரி
Axial Component	அச்சுக்கூறு
-Load	அச்சுப்பளு
Axis	அச்சு

B

Base Line	அடிக்கோடு
Basic Equations of Equilibrium	சமநிலை அடிப்படைச் சமன்பாடுகள்
-Pinciple	அடிப்படை நெறி
Beam	விட்டம், உத்திரம்
Bending	வளைமை
-Moment	வளைமைத் திருப்புமை
-Moment Diagram	வளைமைத் திருப்புமை விளக்க வரைபடம்
-Stress	வளைமைத் தகைவு
Block	கப்பிச் சட்டம்
Bolt	மரையாணி
Bracket	தாங்கி முனைப்பு
Brittle	நொய்ம்மை

C

Capacity	திறன்
Case	நிகழ்வுக்கூறு
Centre	மையம்
-of gravity	ஈர்ப்பு மையம்
Centroid	பரப்பு மையம்
Chain	சங்கிலி
Channel Section	கோல்வாய் வடிவ வெட்டுமுகம்
Characteristics Points	குணம் குறிக்கும் புள்ளிகள்
Circumferential Stress	பரிதித் தகைவு
Clear Span	இடையூரற்ற நீட்பம்
Clockwise	வகல முறை

-Moment	வலமுறைத்திருப்புமை
Co-efficient	எண்
Cog Wheel	பல் சக்கரம்
Coincide	மேவி இருக்கும்
Composite	கூட்டு
- girder	கூட்டு உத்திரம்
Compound Machine	கூட்டு இயந்திரம்
Compression Testing	அமுக்கச்சோதனை
Compressive Force	அமுக்கு விசை
Concentrated	மையம் கொண்டுள்ள
Condition	நிபந்தனை, நிலை
Constant	மாறிலி
Conventional Method	மரபு முறை
Co-ordinate	ஆயம்
-Distance	ஆயத்தூரம்
-System	ஆயக்கோவை
Co-planar	சமதள, ஓர்தள
-Concurrent Forces	சமதள ஓர் புள்ளி அமை விசைகள்
-Non-concurrent Forces	சமதள ஓர்புள்ளி அமையா விசைகள்
-Parallel	சமதள இணை விசைகள்
Corresponding	ஒத்த
Cosine Curve	கோஸைன் வளைவு
Counter Moment	எதிர் திருப்புமை
Couple	இணைச் சுழலி
Cover plate	மூடு தகடு
Crack	விரிசல்கள்
Crane	பளுத்தூக்கி
Cross Section	குறுக்கு வெட்டு முகம்
Crush	நொறுங்குதல்
Curve	வளைவு
Cylinder	உருளை

D

Definition	வரையறை
Deflection	ஒதுக்கம், விலக்கம்
Deformation	உருமாற்றம்
Degree	பாகை, படி
Depth	ஆழம்
Design	அமைப்பாண்மை
Diameter	விட்டம்
Diamond Riveting	சாய்சதுரத்தரையாணி இணைப்பு
Differentiation	நுண்வகையிடல்
Dimensions	பரிமாணங்கள்
Direct Force	நேர் விசை
-Proportion	நேர் விகிதம்
-Pull	நேர் இழுவிசை
Direction	திசை
Disc	தட்டு
Distortion	உருத்திரிவு
Distributed Load	பரவலான பளு
Double Cover butt joint	இரட்டை மூடுதகட்டு இணைப்பு
Driven	செலுத்துதல்
Ductile	ஓசிவுடைய, ஓசியும் இயல்புடைய

E

Eccentricity	பிறழ்மை
Eccentric Load	பிறழ்மைப்பளு
Edge Distance	விளிம்பு தூரம்
Effective	விளைவுறு
-span	விளைவுறு நீட்பம்
Efficiency	பயனுறு திறன்
Effort	திறன் விசை
Element	கூறு
-of Mass	பொருண்மைக்கூறு
-of Area	பரப்புக்கூறு

Elasticity	மீட்சிமை
Elastic Limit	மீட்சி எல்லை, மீள் எல்லை
Elongation	நீட்சி
Encastre beam	கட்டப்பட்ட விட்டம்
End view	முனைப் பார்வை
Equation	சமன்பாடு
Equilibrium	சமநிலை
Equivalent	ஈடு
Exceed	மீறுகின்ற
Extension	நீட்சி
Extensometer	நீட்சிமானி
Extreme	அறுதி
-Fibre	அறுதி, அடுக்கு, அறுதி இழை

F

Fabrication	கட்டமைத்தல்
Fact	உண்மை
Factor of safety	காப்பு எண்
Failure	நொடிந்து போதல், சிதைவுறுதல்
Field	புலன்
Fixed	பொதியப்பட்டுள்ள
-end	பொதிப்பட்டுள்ள முனை, பிடிமான முனை
-pulley	நிலைக்கப்பி
-support	பிடிமானத்தாங்கி
Flexural stresses	வளைப்புத் தகைவுகள்
Frame	கூடு
Free	கட்டற்ற
-body diagram	கட்டற்ற உழுப்புப்படம்
Friction	உராய்வு
Function	சார்புக்கூறு
Furicular Polygon	நாண் வடிவப்பலகோண வடிவம்

G

Gear Pulley	பல்பொறிக்கப்பி
Geometric Center	வடிவ மையம்
Gradual	படிப்படியான
Graph	வரைபடம்
Groove	வரிப்பள்ளம்
Gusset Plate	கொண்டித்தட்டு

H

Handle	கைப்பிடி
Handling Stresses	கையாளுமைத் தகைவுகள்
Heavy	கனமான
Hinge	கீலகம், சுழல்முனை
Hinged supports	கீலகத்தாங்கிகள்
Hogging bending moment	எழும்பு வளைமைத் திருப்புமை
Hollow	உள்ளீடற்ற
Hompgeneous	ஒரு படித்தான
Horizontal	கிடை
-component	கிடைக்கூறு
-direction	கிடைத்திசை
-span	கிடை நீட்பம்
Hyperbola	அதிபரவளைவு

I

Ideal	இலட்சியம்
Identical	முழு ஒத்ததாக
Inclined plane	சாய்தளம்
Indeterminate	தீர்வுகாண இயலா
Infinite	வரையிலி
In Order	முறையாக
Input	செலவளவு
Integration	நுண்தொகையிடல்
Intercept	இடைவெட்டுத் துண்டு
In terms of	மொழியில்
Irregular	[illegible]
Isotropic	[illegible]

J

Jack	ஜாக்கி (தூக்கி)

K

Knife edge load	கத்தி விளிம்புப்பளு

L

Lap joint	கவிப்பு இணைப்பு
Lateral side	பக்கவாட்ட முகம்
Law	விதி
Layer	அடுக்கு, தளம்
Lever	நெம்புகோல்
-Arm	நெம்புகரம்
Linear	நேர்கோடு
-Function	நேர்கோட்டுச் சாய்வுக்கூறு
Load	பளு
Location	அமைவிடம்
Lock	பூட்டு, தாழ்
Longitudinal direction	நெட்டாங்குத்திசை
-Stress	நெட்டாங்குத்தகைவு
Loss	இழப்பு

M

Machine	இயந்திரங்கள்
Maximum	பெருமம்
-value	பெரும மதிப்பு
Mean	சராசரி
Mechanical advantage	இயந்திர லாபம்
Member	உறுப்பு
Method of superposition	மேல்படிவிப்பு முறை
Modulus	குணகம், நேர்மறை அளவுகள்
-of elasticity	மீட்சிமைக்குணகம்
Moment	திருப்புமை
-of inertia	சடத்திருப்புமை
-of resistance	தடுப்புத்திருப்புமை

Movable	இயங்கும்
Mutual	ஒன்றுக்கொன்று, ஒருவருக்கொருவர்

N

Negative	எதிர்மறை
-bending moment	எதிர்மறை வளைமைத் திருப்புமை
- Shear	எதிர்மறைக்கத்தரிப்பு விசை
Neglect	புறக்கணித்தல்
Net	நிகரம்
- area	நிகரப் பரப்பு
- direct force	நிகர நேர் விசை
Neutral	நொதுமல்
- axis	நொதுமல் அச்சு
-state	நொதுமல் நிலை
- surface	நொதுமல் பரப்பு
Non linear	நேர்ப்போக்கற்ற
Numerically equal	எண்ணால் சமம்

O

Optimum	உகந்த
Origin	ஆதி
Output	விளைவளவு
Overcome	வெற்றி கொள்ளுதல்
Overhanging beam	புறநீட்டு விட்டம்

P

Part	பாகம்
Parabola	பரவளையம்
Parabolic load	பரவளையப் பளு
Percentage	சதவீதம், விழுக்காடு
Perfect	முழுமை, பூரணம்
Perfectly elastic	பூரண மீட்சிமை
-Symmetrical	சமச்சீர்

Pinion	சிறிய பல்லிணைப்புச் சக்கரம், பினியன்
Pitch of Rivets	தரையிடைத்தூரம்
-Thread	புரியிடைத்தூரம்
Plane	சமதளம்
Point load	புள்ளிப்பளு
-of contraflexure	எதிர்வளைப்புப் புள்ளி
-of Inflexion	வளைப்பு மாற்றப்புள்ளி
-of zero bending moment	வளைமைத் திருப்புமை பூஜ்ஜிய மதிப்பை அடையும் புள்ளி
-of zero shear force	கத்தரிப்பு விசை பூஜ்ஜிய மதிப்பை அடையும் புள்ளி
Polar moment of inertia	துருவச் சடத்திருப்புமை
Pole	துருவம்
Portal frames	புகுமுகச் சட்டங்கள்
Position	அமைவிடம்
Positive	நேர்மறை
-bending moment	நேர்மறை வளைமைத் திருப்புமை
-shear force	நேர்மறைக் கத்தரிப்பு விசை
Power	திறன்விசை
Precast	முன்வார்ப்பு
-Concrete pile	முன்வார்ப்புக் கற்காரைக் குத்துக் கோல்
Principle	தத்துவம்
Project	எறியம்
Proportional limit	விகித எல்லை
Propped beam	முட்டப்பட்ட விட்டங்கள்
Pulley	கப்பி
Push	தள்ளு
Pyramid	பிரமிடு

Q

Quantity	கணியம்
Quadrant	கால்பகுதி

R

Radial distance	ஆரைத்தூரம்
-Pressure	ஆரை அழுத்தம்
Radian	ஆரைக்கோணம்
Radius	ஆரை, ஆரம்
-of curvature	வளைவு ஆரை
-of gyration	சுழல் ஆரை
Recess	காடி
Rectangular loading	நீண்ட சதுர வடிவப்பளு
Reinforced cement concrete	வலிவூட்டப்பட்ட கற்காரை
Relationship	தொடர்பு
Release	விடுபடும்
Replace	மாற்றீடு
Resist	தடுத்தல்
Resisting moment	தடுப்புத் திருப்புமை
Resolve	திசைப்பகுப்பு
Resolved component	திசைக்கூறு
Rest	அமைதிநிலை
Resilience	வில்லுமை
Resultant	தொகுபயன்
-force	தொகுபயன் விசை
Reversibility	மறுதலை
Rigidity	விறைமை
Rivet	தரை ஆணி
Roller	உருளை
-supports	உருளைத் தாங்கிகள்
Roof	கூரை
-truss	கூரைச் சட்டகம்
Rotation	சுழற்சி
Rubber	அழிப்பான்
-beam	அழிப்பான் விட்டம்

S

Sagging	தொங்கல்
-bending moment	தொங்கு வளைமைத் திருப்புமை
Scale	அளவம்

Screw	திருகு
Self	சுய, தன்
Secondary stresses	இரண்டாவது தகைவுகள்
Second Moment of area	பரப்பின் இரண்டாம் திருப்புமை
Sectional plane	வெட்டுதளம்
Segments	பகுதிகள், வட்டத்துண்டுகள்
Severe	கடுமை
Shaft	தண்டு
Shearing force	கத்தரிப்பு விசை, வெட்டுவிசை, நறுக்குவிசை
Shear force diagram	கத்தரிப்பு விசை விளக்க வரைபடம்
Shaded	நிழலீடு
Shear test	கத்தரிப்புச் சோதனை
Sign conventions	குறியீடுகளுக்கான மரபுகள்
Signal	சைகை
Similar	ஒத்த
-triangle	ஒத்த முக்கோணம்
Simple	எளிய
-bending	எளிய வளைமை
Single cover butt joint	ஒற்றை மூடுதகட்டு முட்டிணைப்பு
Sine curve	சைன் வளைவு
Sinusoidal load	சைன் வளைவு வடிவப்பளு
Slackness	தளர்வு
Sleeper	தண்டவாளக் குறுக்குக்கட்டை
Solid	திண்மம்
Space	வெளி
-diagram	வெளிப்படம்
Span	நீட்பம்
Spur wheel	பெரிய பல்லிணைப்புச் சக்கரம், ஸ்பர் சக்கரம்
Square	சதுரம், வர்க்கம்
Stiffness	விறைமை
Strain	விகலம்
Stone beams	கல் விட்டங்கள்
Stress	தகைவு

Stretch	நீட்சியடைதல்
Subjected to	ஆட்படுதல்
Support	தாங்கி
-conditions	தாங்கி நிபந்தனைகள்
Symmetry	சமச்சீர்
System	கோவை
-of force	விசைக் கோவை
-of loads	பளுக்கோவை

T

Tangential direction	தொடுகோட்டு திசை
Teeth	பற்கள்
Temporary	தற்காலிகம்
Tensile force	இழுவிசை
-Strength	இழு வலிவு
Tension	இழுவிசை
Thickness	தடிப்பு
Thread	மரை
Tissue paper	மெல்லிழைத்தாள்
Torque	முறுக்குமை
Torsional rigidity	முறுக்குமை விறைமை
Transmission	கடத்தப்படுதல்
Transverse	குறுக்குவாட்டம்
-Component	குறுக்கு வாட்டக்கூறு
-Load	குறுக்கு வாட்டப்பளு
Trapezium	சரிவகம்
Triangular load	முக்கோண வடிவப்பளு
Type	வகை

U

Ultimate stress	ஈற்றுத் தகைவு
Uniform	சீரான
Uniformly distributed load	சீரான பரவல் பளு
-Varying load	சீராக மாறும் பளு
Unit	அலகு

Universal Testing Machine	முழுதளாவிய சோதனை இயந்திரம்
Unknown reaction	தெரியா எதிர் வினைகள்
Unlike parallel force	எதிர்போகு இணைவிசை
Unwound	சுழலுதல்

V

Value	மதிப்பு
Vector	வெக்டர்
-diagram	வெக்டர் படம்
Velocity	திசைவேகம்
Vertical	நிலைக்குத்து

W

Web	இட்டிடை
Weight	எடை
Welded Joint	உருக்கு இணைப்பு
Wheel and axle	சக்கரம், அச்சு
Width	அகலம்
-wise	அகலவாட்டம்
Winch	வின்ச், உருளைப்பொறி
Work	வேலை
Working stress	செயல்படுத்து தகைவு
Worm	சுரை
Wound	வரிந்து சுற்றப்படுதல்

Y

Yield Limit	நெகிழ்வு எல்லை
-Point	நெகிழ்வுப்புள்ளி