தொழிலகங்களில் கணித, புள்ளியியல் முறைகள்

பாகம் II

MATHEMATICAL AND STATISTICAL METHODS IN INDUSTRIES)

PART II

துரை. இரத்தினசபாபதி

தமிழ் நாட்டுப் பாடநூல் நிறுவனம்

த. பா. நி. (க. வெ.) வரிசை எண் — 858

தொழிலகங்களில் கணித, புள்ளியியல் முறைகள்-II

(திருத்தப்பட்ட பாடத் திட்டத்தின்படி
வெளியிடப்படுகிறது)

ஆசிரியர்

துரை. இரத்தினசபாபதி, எம்.எஸ்ஸி., டி.ஐ.எஸ்.ஐ.,
இணைப் பேராசிரியர், புள்ளியியல் துறை,
மாநிலக் கல்லூரி, சென்னை.

தமிழ்நாட்டுப் பாடநூல் நிறுவனம்

First Edition—October, 1979

Number of Copies—2000

T.N.T.B.S. (C.P.) No. 858

© Government of Tamilnadu

MATHEMATICAL AND STATISTICAL METHODS IN INDUSTRIES - II

DURAI. RATNASABAPATHI

Price Rs. 11-50

Published by the Tamilnadu Textbook Society under the Centrally Sponsored Scheme of production of books and literature in regional languages at the University level, of the Government of India in the Ministry of Education and Social Welfare (Department of Culture), New Delhi.

This book has been printed on concessional paper made available by the Government of India.

Printed by

Srinivasam Press The Jupiter Enterprises,
1, Smith Lane, Mount Road,
Mdaras-600 002.

அணிந்துரை

(திரு. செ. அரங்கநாயகம், தமிழகக் கல்வி அமைச்சர்)

தமிழைக் கல்லூரிக் கல்வி மொழியாக ஆக்கிப் பத்தொன்ப தாண்டுகள் ஆகிவிட்டன. குறிப்பிட்ட சில கல்லூரிகளில் இளங்கலை வகுப்புவரை மாணவர்கள் தங்கள் பாடங்கள் அனைத்தையும் தமிழிலேயே கற்று வந்தனர். 1969ஆம் ஆண்டிலிருந்து அறிவியல் பாடங்களையும் தமிழிலேயே கற்பிக்க ஏற்பாடு செய்துள்ளோம். தமிழிலேயே கற்பிப்போம் என முன்வந்துள்ள கல்லூரி ஆசியர்களின் ஊக்கம், பிற பல துறைகளில் தொண்டு செய்வோர் இதற்கெனத் தந்த உழைப்பு, தங்கள் சிறப்புத் துறைகளில் நூல்கள் எழுதித் தர முன்வந்துள்ள நூலாசிரியர்கள் தொண்டுணர்ச்சி இவற்றின் காரணமாக இத்திட்டம் நம்மிடையே மகிழ்ச்சியும் மன நிறைவும் தரத்தக்க வகையில் நடைபெற்று வருகிறது. இவ்வகையில் கல்லூரிப் பேராசிரியர்கள் கலை, அறிவியல் பாடங்களை மாணவர்களுக்குத் தமிழிலேயே பயிற்றுவிப்பதற்குத் தேவையான பயிற்சியைப் பெறுவதற்கு மதுரைப் பல்கலைக்கழகமும் சென்னைப் பல்கலைக்கழகமும் ஆண்டுதோறும் எடுத்துவரும் பெருமுயற்சியைக் குறிப்பிட்டுச் சொல்லவேண்டும்.

வரலாற்றியல், அரசியல், உளவியல், பொருளியல், மெய்ப்பொருளியல், புவியியல், புவியமைப்பியல், மனையியல், கணிதவியல், இயற்பியல், வேதியியல், உயிரியல், வானியல், புள்ளியியல், விலங்கியல், தாவரவியல், பொறியியல், சட்டவியல் ஆகிய எல்லாத் துறைகளிலும் மூலநூல்கள், மொழிபெயர்ப்பு நூல்கள் என்று இரு வகையிலும் தமிழ்நாட்டுப் பாடநூல் நிறுவனம் நூல்களை வெளியிட்டு வருகிறது.

இவற்றுள் ஒன்றான **தொழிலகங்களில் கணித, புள்ளியியல் முறைகள்-II** என்னும் இந்நூல் தமிழ்நாட்டுப் பாடநூல் நிறுவனத்தின் 858 ஆவது வெளியீடாகும். கல்லூரித் தமிழ்க் குழுவின் சார்பில் வெளியான 35 நூல்களையும் சேர்த்து இதுவரை 893 நூல்கள் வெளிவந்துள்ளன. இந்நூல் மைய அரசு, கல்வி, சமூகநல அமைச்சகத்தின், 'மாநில மொழியில் பல்கலைக் கழக நூல்கள் வெளியிடும் திட்ட'த்தின்கீழ் வெளியிடப் படுகிறது.

தமிழில் பயிலும் மாணவர்கள் உலக மாணவர்களிடையே சிறந்த இடம் பெறவேண்டும் என்பதே நம் குறிக்கோளாகும். கல்லூரிகளிலும் பல்கலைக்கழகங்களிலும் கலையியற் பாடங்களையும், அறிவியற் பாடங்களையும், தொழில்நுட்ப அறிவுப் பாடங்களையும் பயிலுகின்ற மாணவர்கள், அவற்றைத் தமிழில் பயிலவேண்டும் என்பதை வலியுறுத்தி வருவதற்குக் காரணம், தமிழறிவு வளர வேண்டும் என்பதைவிட, தமிழ் மக்களின் அறிவு ஆற்றல் எளிதாக, விரைவாக வளரவேண்டும் என்பது தான். 'எதிலும் தமிழ் ; எங்கும் தமிழ்' என்னும் குறிக்கோளை நிறைவேற்ற வேண்டிய கடப்பாடு தமிழக ஆசிரியப் பெருமக்களையும் மாணவர்களையும் சார்ந்ததாகும். தமிழ்நாட்டுப் பல்கலைக்கழகங்களின் பல்வகை உதவிகளுக்கும் ஒத்துழைப்புக்கும் நம் மனம்கலந்த நன்றி உரித்தாகுக!

செ. அரங்கநாயகம்

பொருளடக்கம்

பகுதி - II

			பக்கம்
1.	புள்ளியியல் தரக்கட்டுப்பாடு—அறிமுகம்	...	1
2.	கட்டுப்பாட்டுப் படங்களும் அதைச் சார்ந்த உத்திகளும்	...	6
3.	சரிவு (சாய்வு) தொகுதிக் கட்டுப்பாட்டு வரை படங்களும் பண்பிற்கான தரக்கட்டுப்பாட்டு வரைபடங்களும்	...	67
4.	அடுக்குக் கூட்டு வரைபடங்கள்	...	116
5.	ஏற்புடைய கூறுமுறைகள்	...	141
6.	நம்பகமை உருப்படிவங்கள்-I	...	193
7.	நம்பகமை உருப்படிவங்கள்-II	...	240
8.	தோல்வி உருப்படிவங்களின் சுட்டுறுப்புகளுக்கான மதிப்பீடு	...	265
9.	ஆயுட்காலக் கணிப்பும் நம்பகமையும்	...	301
10.	பராமரிப்பு அமைப்பின் நம்பகமை	...	349
	மேற்கோள் நூல்களின் பட்டியல்	...	383
	கலைச்சொற்கள்	...	392

1. புள்ளியியல் தரக்கட்டுப்பாடு-அறிமுகம்

(SQC-Introduction)

அறிமுகம்

உலகமெங்கிலும் தரக்கட்டுப்பாட்டின் தொழில்நுட்ப அறிவானது தொழிற்சாலை, வியாபாரம், வர்த்தகம், ஆட்சிமுறை முதலிய துறைகளில் துரிதமான வளர்ச்சியை (முன்னேற்றம்) ஏற்படுத்தியுள்ளது. இந்தத் தொழில் நுணுக்கத்தினால் விளைந்த உத்திகளின் எண்ணிக்கை அவற்றின் பயன்பாடுகளின் வேகத்தைவிட மிகவும் கூடிக்காணப்படுகின்றது. நம் நாட்டிலும் கூடப் பலவிதத் தொழிற்பேட்டைகளிலும் தரக்கட்டுப்பாட்டு நடமாட்டத்தின் வளர்ச்சி மிகுந்துள்ளதைக் காண்கின்றோம். எனினும், ஆக்கப்பூர்வமான பயன்பாடுகளையும், உபயோகப் படுத்தக்கூடிய இடங்களையும் ஆராய்ந்து பார்த்தால், இன்னும் இந்தத் தொழில்நுட்ப அறிவைப் பல துறைகளிலும் ஆர்வத்துடன் செயல்படுத்தவேண்டியுள்ளதைக் காணலாம்.

ஏன் இந்த நிலை?

தரக்கட்டுப்பாடு (Quality Control—QC)

தொழில்நுட்ப முறையின் பங்கினையும், நோக்கத்தையும் ஆராய்ந்து பார்த்தால், அம் முறையின் பயன்கள் ஒழுங்கமைப்பில் மிக்க அனுபவம் வாய்ந்த தொழிற்சாலைகளுக்கு மட்டுமே கிடைக்கிறது என்று அறிகிறோம். QC என்னென்ன சாதித்தது, QC முறைகள் என்னென்ன சாதிக்கக்கூடும் என்பதைப்பற்றி வெளிஉலகுக்கு கொஞ்சமே தெரியும்.

ஒரு கூட்டிணைப்பான அணுகுநெறி (A Synthetic Approach)

தரம், கட்டுப்பாடு இந்த இரு சொற்கள் பொருளுடைய முறையில் எதைக் குறிக்கிறது என்பதை QC தொழில்நுட்ப வல்லுநர்கள் மிகுந்த சிரமத்துடன் விளக்கியுள்ளனர். தரக் கட்டுப்பாடு என்பது செயல்திறத்தின் தரத்தைப் பாதிக்கக்

கூடிய உற்பத்திக்கான (சில சமயத்தில் செயற்பாங்குகளுக்கு மான) எல்லா மாறிகளின் கட்டுப்பாடு என வழக்கமாகக் கூறப் படுகிறது. ஏனெனில், வெளிச்செல்லும் உற்பத்திப் பொருளின் தரமானது நுகர்வோரது ஏற்றலேயும் திருப்தியையும் அளிக்கக் கூடியதாக இருக்கவேண்டும். இது தரக்கட்டுப்பாட்டின் மிக அதிக அளவில் கட்டுப்படுத்தப்பட்ட அர்த்தமாகும். உற்பத்திப் பொருள்களைக் கட்டுப்படுத்துவது ஓர் அவசியத் தேவையாகும். அதற்குப் புள்ளியியல் முறைகள் மிகவும் முக்கியப் பங்கேற் கின்றன.

QC தத்துவமானது தரம், விலே (cost) இரண்டையும் சேர்த்த ஒரு கலவையைத் தன்னகத்தே கொண்டதாகும். ஏனெனில் சிறந்த மூலப்பொருள்கள், சிறந்த இயந்திரங்கள், சிறந்த சாதனங்கள், சிறந்த அமைப்புமுறைகள், சிறந்த ஆள்கள் இவைகளைப் பயன்படுத்தி ஒரு பொருளை உற்பத்தி செய்வதால் ஏற்படும் செலவில் நிபந்தனைகள் ஏதும் விதிக்கப்படாவிட்டால், நிச்சயமாகப் பொருளின் தரத்தை நம் விருப்பப்படி உயர்த்தித் தயாரிக்கலாம். ஆனால், எந்த ஒரு தொழிற்சாலேயும் தனது உற்பத்தி முறைகளுக்கு இத்தகைய எல்லா விதத்திலும் சிறந்த வாய்ப்பு வளங்களை உண்மையிலே பயன்படுத்த முடியாது. ஆகையால், மேற்படி கூற்று (சுவட்டுக்கு ஒத்ததே தவிர) செய்கைக்கு ஏற்றதன்று. ஒருவேளை அத்த கைய பொருளை உற்பத்தி செய்தாலும்கூடச் சிறந்த தரத்துக் கான (அதிக) விலேயைக் கொடுத்து அப் பொருளை வாங்க ஆள்களே இருக்கமாட்டார்கள்.

எனவே தொழிற்சாலேகளில் நிர்வாகத்தினருக்கும், தொழில் நுட்ப வல்லுநர்களுக்கும் பொதுவான முக்கியப் பிரச்சினே யானது 'தொழிலகங்களில் உற்பத்தி செய்யப்படும் பொருள் களின் தரத்திற்குப் பங்கம் ஏற்படாதவாறு, விலேயை எவ்வாறு குறைப்பது?' என்பது ஆகும். நிச்சயமாக இதற்குச் சரியான பதில் தரமுடியும். QC தொழில்திற நுட்பமானது விலேக்குறைப் பையும் தர முன்னேற்றத்தையும் ஒருங்கே செய்வதற்கான ஒரு பெரிய சிறந்த பங்கினே ஏற்கிறது.

பல தொழில்துறை ஒழுங்கு முறைகள் (disciplines) இன்றைய நிலேயில் விலேக் குறைப்பு, உற்பத்திப் பெருக்கம், தர முன்னேற்றம் இவற்றின்மீது கண்காணிப்பாக உள்ளன. QC-யும் இந்த ஒழுங்கு முறைகளில் ஒன்றாகும். எல்லாத் தொழில் துறை ஒழுங்குமுறைகளும் உற்பத்திப் பெருக்கம், தர முன்

னேற்றம், விலைக் குறைப்பு இவற்றுக்கான பொது இலக்கினைக் கொண்டுள்ளன. ஆனால், ஒவ்வோர் ஒழுங்கு அமைப்பும் மேற்கொள்ளும் முறைகள் வெவ்வேறுபட்டவையாகும். உதாரணமாக, இங்கு QC தனது இலக்கினை அடைவதற்குப் புள்ளியியல் தொழில் நுட்பத்தை நவீன முறையாகக் கையாளுகிறது.

மதிப்பு ஆய்வு (Value Analysis)

QC திட்ட அமைப்பின் எல்லாச் செயல்முறைகளுக்குமான ஒரு மதிப்பாய்வு செய்தல் முதல் கட்ட வேலையாகும். இதற்கு மதிப்புப் பொறியியல் (value engineering) ஒரு தேவையான துணை நிறைவு (supplement) ஆகும்.

நிறைய தொழிற்சாலைகளில் QC உத்தி முறைகள் அதிக அளவில் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. தள்ளுபடிகள் (rejections), உற்பத்திகள், நுகர்வோரின் தேவைகள், பொருள்களின் நுகர்ச்சி, இந்தப் பலவிதச் செயல்முறைகளின் கூட்டுமொத்த இலாபம் (profitability) இவற்றைப்பற்றிய மதிப்பு ஆய்வினைக் காண இந்த எல்லா முறைகளும் விழைகின்றன. QC முறைகளை எங்கு முதலில் ஆரம்பிப்பது என்பதைத் தீர்மானிக்க, உச்ச இலாபம் தரும் இடங்களை முதலில் நாம் கண்டறியவேண்டும். நுகர்ச்சிகள், பலன், உபயோகம் இவற்றின் மதிப்பு ஆய்வைச் சார்ந்தவாறு, ஒரு மெய்யான முந்துரிமை (objective priority) தீர்மானிக்கப்படுகிறது.

சில சமயங்களில் பொருள்கள் உற்பத்தித் தரத்தில் காணப்படும் மாறுபாடுகளைப்பற்றிக் கவனிப்போம். இந்த மாறுபாடு ராண்டம் காரணங்களினால் (random causes) ஏற்படுகின்றதா எனக் கண்டறிய புள்ளியியல் தரக்கட்டுப்பாட்டு வரைபடங்கள் (SQC charts) வரையப்படுகின்றன. இந்த வரைபடங்களை ஷுஹார்ட் என்ற பேராசிரியர் 1924ஆம் ஆண்டில் கண்டுபிடித்தார்.

பொருள்களின் உற்பத்தித்தரத்தில் காணப்படும் இரண்டாவது விதமான மாறுபாடுகள் குறிப்பிடத்தக்க காரணங்களால் (assignable causes) நிகழ்கின்றன. அவற்றை நான்கு விதமாகப் பிரிக்கலாம்: (i) இயந்திரங்களில் வேறுபாடுகள்; (ii) இயந்திரங்களை ஓட்டும் பணியாள்களில் வேறுபாடுகள்; (iii) மூலப் பொருள்களில் வேறுபாடுகள்; (iv) காலத்தினால் வேறுபட்ட மேலே கூறப்பட்ட மூன்றின் இடையுறவுகள் ஆகும். தரப்பட்ட பழைய விவரங்களிலிருந்து குறிப்பிடத்தக்க இக் காரணங்களையும், அவற்றின் விவரங்களையும் 'ஒருபடித்தாயிருக்கும் தன்மை'

(Homogenization) என்ற செயற்பாங்கு முறைமூலம் நீக்கிவிடலாம். பிறகு, செயற்பாங்கின் தரப்படுத்தப்பட்ட சராசரி, மாறுபாடுகளைக் கண்டுபிடிக்கலாம். இந்தச் செயற்பாங்குச் சராசரி, திட்ட விலக்க மதிப்புகளிலிருந்து மேல் கட்டுப்பாட்டு மட்டம், கீழ்க் கட்டுப்பாட்டு மட்டங்களை ஒரு பொருளின் தரத்திற்காக, கணிப்பதற்கு நிகழ்தகவுத் தத்துவங்கள் பெரிதும் பயன்படுகின்றன. அமெரிக்கன் முறையில், இந்த மட்டங்களைக் காண '3σ' எல்லைகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. பின்னக் குறைபாடு, குறைகளின் எண் வரைபடங்களுக்கும், சராசரி வீச்சு அல்லது திட்ட விலக்கத்துக்கான வரைபடங்களுக்கும் '3σ' எல்லைகள் பெரிதும் உபயோகமாகின்றன. கூறின் அளவு 12-க்குக் குறைவானால் வீச்சுகளையும், 12-க்கு மேலாயின் திட்ட விலக்கங்களையும் உபயோகிக்கிறோம்.

தரக்கட்டுப்பாட்டு வரைபடத்தின் சீரிய நோக்கங்களாகக் கீழ்க்கண்டவற்றைக் கவனித்து விளக்குவோம்:

(i) செயற்பாங்கினைக் கட்டுப்பாடு செய்தல் (Process Control): ஒரு குறுகிய கால நோக்காக, குறிக்கப்பட்ட ஏற்புடை மதிப்புகளை ஒரேசீராக வைத்திருப்பதை வலியுறுத்துகிறோம். ஆனால் நீண்டகால நோக்காக, செயற்பாங்கு, ஒரு சிக்கன நடவடிக்கை எல்லைகளில் மையமாகக்கொண்டு செயல்படும்.

(ii) நிர்வாகத்தில் (தொழிற்சாலையில்) முறைமாற்றத்துக்கு முறைமாற்றம் காணப்படும் வேறுபாடுகள், பிரிவுக்குப் பிரிவு காணப்படும் வேறுபாடுகள், மூலப்பொருள்களில் வேறுபாடுகள், இயந்திரங்கள் இயக்கப்படும் முறைகளின் வேறுபாடுகள் போன்றவற்றை நீக்கி ஒதுக்குவதற்கு, கட்டுப்பாட்டு வரைபடங்கள், நிருவாகத்தினருக்கு ஒரு பெரிய வழிகாட்டியாக உள்ளன. செயற்பாங்கினை நிலைப்படுத்துவதற்குச் சில செயல் நோக்க உத்திகளையும் (motivation techniques) நாம் உபயோகிக்கிறோம்.

(iii) வரைபடங்களை ஓர் ஒழுங்குமுறையில் செயல்படுத்த வேண்டும். சிறிது நாள்கள் செயல்படுத்திவிட்டு, பிறகு வாளா விருந்துவிடக் கூடாது. இதில் அதிகக் கண்காணிப்பு இல்லாவிட்டால், நீண்ட கால மேம்பாடுகளை நாம் அடையமுடியாது.

வரைபடங்களில் கூறுகளைப்பற்றியும் அவற்றின் தன்மைகளையும் அறிந்துகொள்வது அவசியமாகிறது.

(i) வரம்பு மீறாத சிறு தொகுதிகள் (rational subgroups).

(ii) கூறு அளவுகள் இரண்டினையும் கவனிக்கவேண்டும். ஒவ்வொரு கூறும் ஒருபடித்தான நிபந்தனைகளுடன் தேர்ந்தெடுக்கப்படவேண்டும். இல்லாவிடில், சந்தேகமான முடிவுகள் வரைபடங்கள் மூலமாக அமையும்.

மாறிகளுக்கான கூறுமுறைகளில் கூறின் அளவு 2 முதல் 5 வரை இருக்கலாம். குணப் பண்புகளுக்கான கூறு முறையில் கூறின் அளவை 25 அல்லது அதற்குமேல் எடுத்துக்கொள்ளலாம். இதற்கான திட்டமான அளவு என்று ஒன்றும் கிடையாது. எனினும் கூறின் அளவையும், முறையினையும் தீர்மானிக்கச் சரியான காரணிகள் ஆவன :

(i) OC வளைகோடு.

(ii) செயற்பாங்கினைத் தள்ளுபடி செய்யும் முன்னர், எதிர்பார்த்த (கால நேரங்களின்) மணிகளின் எண்ணிக்கை. இவை இரண்டினையும் காண நிகழ்தகவு பயன்படுகிறது.

(iii) ஒரு கால அளவில், ஏற்படும் பின்னக் குறைபாடுகள். இவற்றின்மூலம் (1) சிறிய கூறுகள், பெரிய கூறுகளைவிடச் சரியான மதிப்பிலிருந்து வேறுபட்ட விரிவான விலக்கங்களை மிகவும் திறமையுடன் கண்டுபிடிக்கின்றன. (2) பெரிய கூறுகள் சிறிய கூறுகளைவிடச் சரியான மதிப்பிலிருந்து வேறுபட்ட சிறிய விலக்கங்களை மிகத் திறமையுடன் கண்டுபிடிக்கின்றன என்று தெரியவருகிறது.

செயற்பாங்கு அடிக்கடி கட்டுப்பாட்டைத் தாண்டி வெளிச் செல்லும் சமயங்களில் குறியீட்டு எல்லைகள் (specification lines) எடுத்துக்கொள்ளப்படுகின்றன. செயற்பாங்கு மேம்பாடு அடைந்துவிட்டால், புள்ளியியல் கட்டுப்பாட்டு எல்லைகளை உபயோகிக்கலாம்.

இந் நூலில் கீழ்க்குறிப்பிட்ட அத்தியாயங்கள் மட்டும் விவரமாக விளக்கப்பட்டுள்ளன :

(1) தரக் கட்டுப்பாடு வரைபடங்கள் ; (2) சரிவு, தொகுதிக் கட்டுப்பாட்டு வரைபடங்கள் ; (3) அடுக்குக் கூட்டல் கட்டுப்பாட்டு வரைபடங்கள் ; (4) ஏற்புடைய கூறுமுறைகள் இவைகளாகும்.

2. கட்டுப்பாட்டுப் படங்களும், அதைச்சார்ந்த உத்திகளும்

(Control Charts and Allied Techniques)

பாகம் 1 - முன்னுரை

1. தரம் (Quality)

சில வரையறைகள் : நுகர்வோரின் தேவைகளைப் பூர்த்தி செய்யக்கூடிய ஒரு குறிப்பிட்ட பொருளின் நிர்ணயத்தைச் சந்தையிடத்துள்ள தரம் (market place quality) என்கிறோம்.

ஒரு குறிப்பிட்ட பொருள் குறியீட்டை (specification) அல்லது திட்டத்தை (design) ஒத்திருந்தால் அதனை ஒத்தநிலைத் தரம் (conformance quality) என்கிறோம்.

சமமான கிரமத்தைப் (equivalent grade) பெற்ற போட்டி போடும் பொருள்களிலிருந்து ஒரு குறிப்பிட்ட பொருளை மேம்பட்டதென தேர்ந்தெடுப்பதற்கான நிர்ணயத்தை (degree) நுகர்வோரின் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட பொருள் என்கிறோம்.

பொறியியலில் கலப்புப் பொருளின் சிறப்புக் குணமும் (composite product characteristic) உற்பத்தியும், புழக்கத்திலுள்ள ஒரு பொருள், நுகர்வோரின் எதிர்பார்ப்பை (expectation) நியாயமான விலையில் பூர்த்திசெய்யக்கூடிய நிர்ணயத்தைக் (degree) காண்கிறது.

2. கட்டுப்பாடு (Control)

கட்டுப்பாடு என்பது கீழ்க்காணும் படிநிலைகளை அமைப்பதாகப் பொருள்படும்:

(அ) செய்கைக்கான திட்ட அமைப்புகளை அமைப்பது.

(ஆ) உண்மையான கண்டறிந்தவைகளைத் (observations) திட்டவமைப்புகளோடு ஒத்துப் பார்ப்பது.

(இ) தேவைப்பட்ட வேலைகளில் திருத்தத்திற்கான செய்கைகளை மேற்கொள்வது முதலியவைகளாகும்.

3. தரக் கட்டுப்பாடு (Quality Control)

மேலுள்ள (1), (2) ஆகியவைகளிலிருந்து தரக் கட்டுப்பாட்டைக் கீழ்க்கண்டவாறு வரையறுக்கலாம்:

(அ) பொருளின் தரத்திற்காக நோக்கத்திட்டமைப்புகளைக் (elective standards) கொள்வது (நுகர்வோரின் தேவைகளுக்கேற்ப).

(ஆ) உண்மையான தர மட்டங்களை (quality levels) திட்டவமைப்புகளோடு, கட்டுப்பாட்டு வரைபடங்களின் (control charts) உதவியால் ஒத்துப்பார்ப்பது.

(இ) தேவையாக இருக்கும் தருணங்களில் திருத்தத்திற்கான செய்கைகள் மேற்கொள்ளுவது.

(ஈ) தேவைப்படும் இடங்களில் திட்டவமைப்புகளைமாற்றியமைப்பது முதலியவைகளாகும்.

4. தரத்திற்கான சிறப்புத் தன்மைகள் (Quality Characteristics)

ஒரு பொருளின் தரம் அப் பொருள் பெற்றுள்ள பல்வேறு சிறப்புத் தன்மைகளைப் பொறுத்துள்ளது. உதாரணமாக, நாம் வாங்கும் பென்சில் கீழ்க்கண்ட சிறப்புத் தன்மைகளைப் பெற்றிருக்க வேண்டும்.

(அ) அது மென்மையாக எழுதக் கூடியதாக இருக்க வேண்டும்.

(ஆ) காகிதத்தில் எழுதும்பொழுது அதிலுள்ள கரி வெளியில் தெரியும்படியாக இருத்தல் வேண்டும்.

(இ) அது நம் சௌகரியத்திற்கேற்பப் பயன்படுத்துமளவிற்கு நீளமாக இருத்தல் வேண்டும்.

(ஈ) அதன் நிறம் கவர்ச்சிகரமாக இருக்கவேண்டும்.

(உ) அது காகிதத்தைக் கிழிக்கக் கூடியதாக இருத்தல் கூடாது.

இவ்வெல்லாச் சிறப்புத் தன்மைகளும் ஒருங்கே அமைந்ததே அப் பென்சிலின் தரமாகும். இவைகளில், பென்சிலின் கரி வெளியில் தெரியும்படியாக இருக்க வேண்டும், காகிதத்தைக் கிழிக்கும்படியாக இருத்தல்கூடாது என்பவைகளும்ஓரளவிற்குப் பென்சில் நீளமாக இருக்க வேண்டும் என்பதும முக்கியமான

சிறப்புத் தன்மைகளாகும். பென்சிலின் நிறம் கவர்ச்சியாக இருத்தல் போன்ற சிறப்புத் தன்மைகள் முக்கியமற்றவை களாகும்.

தரத்திற்கான சிறப்புத் தன்மைகள் அப் பொருளின் உழைப்புக் காலத்தையும், பாதுகாக்கும் முறையையும் பொறுத்து அமையும். இம் மாதிரியான தரத்திற்கான சிறப்புத் தன்மைகளை முறையாகக் கட்டுப்படுத்துவதென்பது அப் பொருளின் தரத்தைக் கட்டுப்படுத்துவதற் கொப்பாகும்.

5 சிறப்புத் தன்மைகளின் வகைகள் (Types of Characteristics)

தரத்திற்கான சிறப்புத் தன்மைகள் இருவகைப்பட்டதாகும். அவை மாறி (variable), பண்பு (attribute) என்ற இரு வகைப்பட்ட சிறப்புத் தன்மைகளாகும்.

இச் சிறப்புத் தன்மைகளை உண்மையிலேயே அளவைகள் (measurement) வாயிலாக, உதாரணமாக ஒரு பொருளின் உருவ அளவை அங்குலங்களில் குறிப்பது என்பது மாறிகளின் (variables) அடிப்படையில் குறிக்கப்படும் தரமாகும். இம்மாதிரியான தரச் சிறப்புத் தன்மைகள்.

(1) எந்த பரிமாணத்தையும் (any dimension); (2) வெப்ப அளவு; (3) இழுப்புத் திறன் (tensile strength); (4) எடை அளவுகள்; (5) காலம் முதலிய பலவகைப்பட்ட அளவுகளைப் பெற்றதாக அமைந்திருக்கும்.

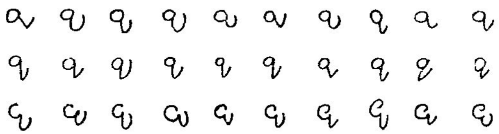
குறிப்பிட்ட தேவைகளைப் பூர்த்திசெய்யும் பொருளின் எண்ணிக்கையைப்பற்றியும், பூர்த்தி செய்யாத பொருள்களின் எண்ணிக்கையைப்பற்றியும் கொண்ட பதிவைப் (record) பண்புகளின் (attributes) அடிப்படையில் அமைந்ததாகக் கூறுகிறோம். இவைகள் பார்வையின் மூலமாக ஒரு பொருளின் தரத்தைச் சோதனை செய்வது போன்றவையாகும்.

புள்ளியியல் கட்டுப்பாட்டின் பொருள் (Meaning of Statistical Control)

இயற்கையின் ஒவ்வொரு பாணியிலும் மாற்றங்கள் உள்ளன. இதில் உற்பத்தி முறைகள் (manufacturing process) விதிவிலக்காக அமையவில்லை. பொருள்களின் உற்பத்தியில் அவைகளின் பரிமாணத்தைக் (dimension) கட்டுப்படுத்தும்போதோ, துணிகளுக்குச் சாயம்போடும் முறையில் அமிலங்களின் கலவைகளைப் பயன்படுத்தும்போதோ, உற்பத்தி செய்யும் பொருள்

களிடையே மாறுபாடுகள் இருப்பதைக் காணலாம். உதாரண மாக A, B, C என்ற மூவர் 'q' என்ற எழுத்தை 10 முறை எழுதும் படியாகக் கோரப்பட்டனர். இவர்கள் ஒவ்வொருவரும் அவர் கள் பழக்கப்பட்ட விதத்தில் எழுதும்படியாகவும் எல்லா எழுத்துகளும் ஒரே மாதிரியாக இருக்கும்படி எழுதுமாறும் வேண்டப்பட்டதில் அவர்கள் எழுதிய எழுத்துகள் பின் வருமாறு :

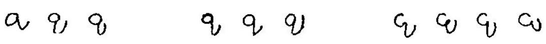
A : கணம் 1.
B : கணம் 2.
C : கணம் 3.



இதில் A எழுதிய கணத்தைக் (q-க்களின்) கருதுவோம். முதலில் பார்க்கும்போது எல்லா q-க்களும் ஒன்றுக இருப்பது போல் தோன்றினும் கூர்ந்து நோக்கும்பொழுது அவைகளுக் கிடையே வேறுபாடு இருப்பதைக் காணலாம். q என்ற எழுத் தில் அதன் தலைப்பாகமாக அமையும் '0' ஆனது தட்டை யாகவோ, வட்டமானதாகவோ, நீள்வட்டமாகவோ இருப் பதைக்காணலாம். மேலும் அவ்வெழுத்தின் வால்பகுதி நீளமாக வும் குட்டையாகவும் இருப்பதைக் காணலாம். இவைகளின் காரணமாக Aஆல் எழுதப்பட்ட q என்ற எழுத்துகளுக் கிடையே வேறுபாடுஇருப்பதைக் காண்கிறோம். இதேபோன்றும் B, C ஆகியவர்கள் முறையே எழுதிய q என்ற எழுத்துக் கிடையே வேறுபாடு இருப்பதைக் காணலாம்.

இப்பொழுது பத்து q என்ற எழுத்துகளைக்கொண்ட கணத்தைக் (set) கருதுவோம். இதில் முதல் மூன்று எழுத்து கள் Aஆலும், அடுத்த மூன்று எழுத்துகள் Bஆலும் இறுதி நான்கு எழுத்துகள் Cஆலும் எழுதப்பட்டவைகளாகும். அந்தக் கணம் கீழ்க்கண்டவாறு அமைந்துள்ளது.

கணம் 4.



இந்தக் கணத்தை முதல் முறை காணும்பொழுது இதிலுள்ள q-க்கள் வேறுபட்டுள்ளதை அறிய முடிகிறது. முதல் மூன்று எழுத்துகள் இரண்டாவதாக அமைந்துள்ள மூன்று q-க்களிடத் தும் மூன்ருவதாக அமைந்துள்ள நான்கு q-க்களிடத்தும் வேறுபட்டு அமைந்திருக்கின்றன. இதேபோன்று இரண்டாவ

தாக அமைந்துள்ள மூன்று q-கள் ஒன்ருக அமைந்திருந்தாலும், அவைகள் மற்ற இரு q-க்களின் கணங்களிடையே வேறுபட்டும் அமைந்திருத்தலைக் காணலாம்.

புள்ளியியல் தரக் கட்டுப்பாட்டு (statistical quality control) மொழியில் q-க்களின் கணத்தினுள்ளே அமைந்துள்ளவேறுபாடு கள் தற்செயல் காரணங்களால் (chance causes) ஏறபட்ட வேறுபாடுகள் என்கிறோம். q-க்களின் கணங்களுக்கிடையே ஏற்படும் வேறுபாடுகளை நியமிக்கக் கூடிய (குறிப்பிடத்தக்க) காரணங்கள் (assignable causes) என்கிறோம். கணம் 4-லுள்ள q-க்களிடையே உள்ள வேறுபாடுகள் A, B, C ஆகிய ஒவ்வொரு நபர்களின் எழுத்துகளுக்கிடையேயுள்ள வேறுபாடுகளாகும். மூன்று நபர்களில் எவராவது ஒருவர் q என்ற எழுத்தை எழுதிஞல், அது எவரால் எழுதப்பட்டது என்பதை அடையாளம் காண முடியும். இவர்களில் ஒவ்வொருவரும் தங்களுக்கேற்ற எழுதும் பாணியைப் பெற்றுள்ளதால் அவர்களுக்கிடையே எழுதும் பாணியில் வேறுபாடு காணப்படுகிறது. இந்த உதாரணத்தை பொருள்களை உற்பத்தி செய்யும முறைகளுக்கு ஒத்துப் பார்த்தால், பொருள்களின் தரங்களுக்கிடையேயுள்ள வேறுபாட்டை நியமிக்கப்பட்ட காரணங்களால் (assignable causes), தற்செயல் காரணங்களால் (chance causes) ஏற்பட்ட வேறுபாடு கள் என்றும் இரு வகையாக பிரிக்கலாம். நியமிக்கப்பட்ட காரணங்களால் ஏற்படக்கூடிய வேறுபாடுகள்: (1) ஆள்கள்; (2) பொருள்கள்; (3) இயந்திரங்கள்; (4) செயலாற்றும் நிலைமைகள் (operating conditions) ஆகியவைகளால் ஏற்படக்கூடியவைகளாகும். தற்செயல் காரணங்களால் ஏற்படக்கூடிய வேறுபாடுகள், அந்த உற்பத்தியின் தரம் ஒரு குறிப்பிட்ட பரவலைத் (distribution) தழுவியதாக இருககும். தரத்தின் சிறப்புத்தன்மை மாறி வகையாக (variable type) இருந்தால் இது பெரும்பாலும் இயல்நிலைப் பரவலாக அமையும்.

தரச் சிறப்புத் தன்மையானது பரவலைத் தழுவி இருக்கும் வரை செயல்பாங்கு முறையானது (process) புள்ளியியல் கட்டுப் பாட்டுக்குள இருப்பதாகக் கூறுகிறோம். பெரும்பாலான அளக் கக் கூடிய தரத்தைப் பெற்ற சிறப்புத் தன்மைகள் இயல்நிலைப் பரவலாக அமைகின்றன. ஓர் அலகுக்கு (unit) ஏற்பட்டுள்ள பழுதடைந்த பொருள்களின் எண்ணிக்கை பாய்ஸான் பரவலாக அமைகிறது. உற்பத்தி முறையிலிருந்து (production process) காணப்படும் பழுதடைந்த பொருள்களின் சதவீதம் ஈருறுப்புப் பரவலாக அமைகிறது.

பாகம் 2 -

செயல்முறையின் வேறுபாட்டைப்பற்றிய ஆய்வு
(Study of the Process Variation)

உண்மையான வாழ்க்கையில் ஒரு பொருள் நிலையானது என்று ஏதும் இல்லை. எனினும், நிலையான காரணங்கள் (constant causes) என்று ஒன்று உண்டு. நிலையான காரணங்களால் ஏற்படக்கூடிய விளைவுகள் குறுகியும், அகன்றும், வேறுபட்டு அமையும். இவைகள் இவ்வாறு வேறுபட்டாலும் நிலைத் தன்மையை (stability) வெளிப்படுத்தி நிற்கும். ஒரே சதவீதமாக அமைந்த இந்த வேறுபாடுகளின் விளைவுகள் தொடர்ச்சியாகக் கொடுக்கப்பட்ட ஜோடியான எல்லைகளுக்கிடையே ஒரு மணிக்கடுத்த மணி நேரமோ, நாளுக்கடுத்த நாளோ நிலையான காரணங்கள் இயங்கிக்கொண்டிருக்கும்வரை ஏற்பட்டுக்கொண்டிருக்கும்.

முன்பு கண்டதுபோல் ஒவ்வோர் உற்பத்தி முறையும் ஏதோ ஒரு வேறுபாடுகளைப்பெற்று அமையும். இந்த வேறுபாடுகள் நியமிக்கப்பட்ட காரணங்களால் ஏற்படுகின்றனவா என்பதை அறியவும் இவைகளை நீக்கி உற்பத்தி முறையைப் புள்ளியியல் தரக் கட்டுப்பாட்டுக்குள் கொண்டுவரவும் நாம் முயல்கிறோம். பல யுக்திகளில் ஒன்றான அலைவெண் பரவல் பகுப்பாய்வு (Frequency distribution analysis) முறையின் மூலம் இக் குறைகளை நீக்கமுடியும்.

மாதிரி 1:

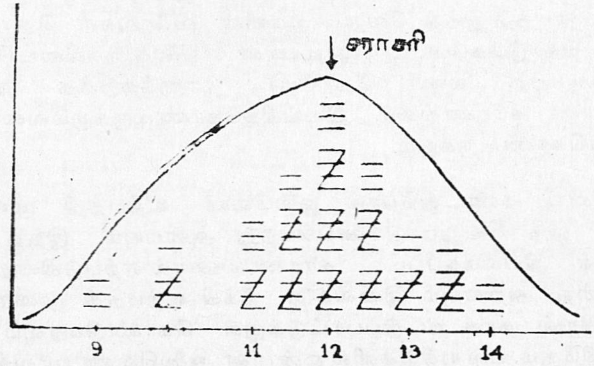
இயந்திர சாலையில் பொருள் சேதங்களைக் குறைத்தல் (Waste reduction in a Machine Shop):

பொதுவாக இரண்டு சக்கர வாகனங்கள் தயாரிக்கும் ஒரு தொழிற்கூடத்தில் வேகத்தடை நெம்புகோல் (brake lever) தயாரிப்பதில் பொருள்கள் வீணாக்கப்படுகின்றன. சமச்சீரான நுனிப்பகுதிகளை மழுங்கச்செய்ய நீளமான இரும்புக் கம்பிகள் முதலில் இயந்திரங்களுக்கு அனுப்பப்பட்டு, பின்பு குறிப்பிட்ட அளவுகளுக்கேற்பத் துண்டுபடுத்தப்படுகின்றன. இதில் கடைசித்துண்டு வேகத்தடை நெம்புகோலுக்கு ஏற்ற அளவுக்குக் குறைவாக இருக்கும்பொழுது, அத் துண்டு சேதமடைந்த பொருளாகிறது. இம்மாதிரி சேதமடையக்கூடிய இருப்புத் துண்டுகளின் நீளங்களைப்பற்றின விவரங்கள் குறிக்கப்படு

கின்றன. மேலும், முதன் முதலில் துண்டு செய்யப்பட்ட நுனி இரும்புத் துண்டின் நீளங்களும் அளக்கப்படுகின்றன.

வேகத்தடை நெம்புகோலின் முதலில் வரையறுக்கப்பட்ட நீளம் $14\frac{1}{4}''$ என்க. ஆனால், உண்மையாகத் துண்டு செய்யப்பட்ட துண்டுகளின் சராசரி நீளங்கள் $14\frac{1}{2}''$ என்று அறியப்பட்டது.

நுனித் துண்டுகளின் அளவுகளைப்பற்றின அலைவெண் பரவல் கண்டபின்பு கீழ்க்காணும் வரைபடம் 1-ல் குறிக்கப்பட்டுள்ளது.



நுனித் துண்டுகளின் நீளங்கள் (அங்குலத்தில்)

படம் 1

நுனித் துண்டுகளின் அளவுகளைப்பற்றின அலைவெண் பரவல்

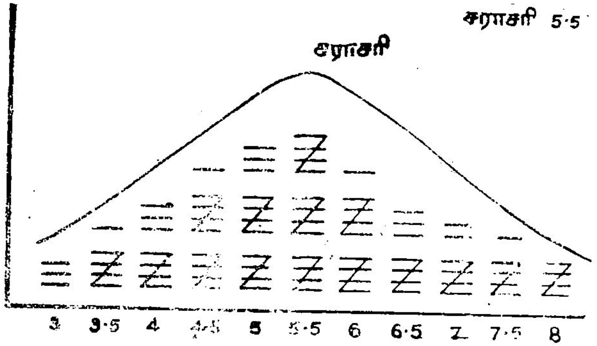
இதில் துண்டுகளின் நீளம் 9-லிருந்து 14 அங்குலங்கள்வரை வேறுபடுகிறது. இவைகளின் சராசரி நீளம் 11·9 அங்குலங்களாக இருக்கிறது. (9·1% பொருள்கள் சேதமடைந்துள்ளன.)

நீக்கப்பட்ட நுனித் துண்டுகளின் அளவுகள் $3/16''$-லிருந்து $8''$வரை, சராசரி $2\frac{1}{4}''$ அளவுக்கு இருப்பதாக மதிப்பிடப்பட்டது.

எடுக்கப்பட்ட நடவடிக்கைகள் (Actions taken)

பிறகு இரும்புக் கம்பிகள் நுனிக் கழிவுகளைச் செய்யாமல் ஆரம்பத்திலிருந்தே வேண்டப்பட்ட அளவுக்கு அடுத்தடுத்து வெட்டப்பட்டன. இம்மாதிரிச் செய்ததில் எந்தவிதமான தொந்தரவும் இல்லாத நிலை உணரப்பட்டது. இவ்வாறு துண்டு செய்த பின்பு எஞ்சிய இரும்புத் துண்டுகளின் நீளங்களின்

அலெவெண் பரவல் கீழ்காணும் வரைபடம் 2-ல் குறிக்கப் பட்டுள்ளது.



எஞ்சிய துண்டுகளின் நீளங்கள் (அங்குலத்தில்)

படம் 2

நுனித் துண்டுகள் செய்யாமல் கடைசியாக எஞ்சிய துண்டுகளின் நீளங்களுக்கான அலெவெண் பரவல்

இவ்வகையில் கடைசித் துண்டுகளின் சராசரி நீளம் 5·5" என்றிருப்பதாக அறியப்பட்டது.

பொருளாதாரத் திட்டமான கம்பியின் நீளம் (Economical Standard Rod Length-ESRL)

பத்து அடிகளுக்குமேல் அதிகமாக நீளமுள்ள கம்பிகள் வளைவுகள் பெற்றிருப்பதைக் காணலாம். இது அக் கம்பிகளை முரட்டுத்தன்மையாகக் கையாள்வதால் ஏற்படுகிறது. அக் கம்பிகளின் கடைசித் துண்டுகளுக்குப் பிடிப்புச் சலுகையாக (holding allowance) 2"-களும், ஆரம்பத்தில் துண்டு செய்தலுக்கு 1" சலுகையும் கொடுத்தால் பொருளாதாரத் திட்டக் கம்பியின் நீளம் 116 அங்குலங்கள் முதல் 117 அங்குலங்கள்வரை 8 நெம்பு கோலுக்குக் கணக்காகின்றது.

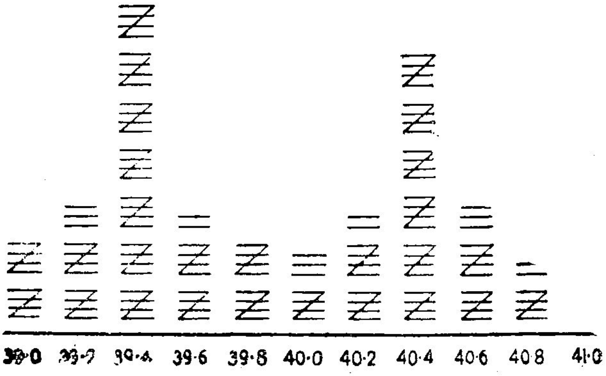
பெறப்படும் கம்பிகளின் நீளங்களில் பெருமளவிலான வேறுபாடுகள் இருப்பது மற்றொரு குறிப்பிடத்தக்க காரணியாகும். சராசரி நீளம் 121"-களாகக் கணக்கிடப்பட்டது. விற்பனையாளர்கள் (suppliers) இந்தப் புதிய குறியீட்டை ஏற்றுக்கொண்ட பின்னர் இந்த நீளங்கள் நடைமுறைப்படுத்தப்பட்டன. ஏற்றுக் கொள்ளக்கூடிய கூறு முறையைப் (acceptance sampling scheme) பயன்படுத்தி இந்தப் புதிய நடைமுறைத் திட்டம் நல்லமுறையில் செயல்படுகிறதா என்பது சோதனை செய்யப்

பட்டது. அவ்வாறு சோதனைச் செய்ததில் பொருள்களில் 7·4% சேமிப்பானது ஒரு வருடத்திற்கு 9·86 டன்களாக உருவாகி, பணத்தின் மதிப்பு ஒரு வருடத்திற்கு ரூ. 22,000/- என்று கணக்கிடப்பட்டது.

மாதிரி 2:

கொள்முதல் விலைச் சேமிப்பை நிறைவேற்ற அலைவெண்பரவலைப் பயன்படுத்துதல் (Use of Frequency Distribution to Accomplish Cost Savings):

சமையலுக்கான எரிபொருள் கோணிப்பையோடு இருப்பதற்கான எடைக் குறியீடு 40±0·5 கி.கி. என்க. பல வாடிக்கையாளர்கள் குறிப்பிட்டுள்ள கீழ் குறியீட்டைவிடப் பைகளின் எடைகள் குறைந்திருப்பதாகப் புகார் செய்தனர். பைகளை நிரப்பும் நிலையத்திலுள்ள கண்காணிப்பவர் இதுபற்றி ஆராய்ச்சி செய்யுமாறு கேட்டுக்கொள்ளப்பட்டார். அவர் அங்குள்ள இரண்டு நிரப்பு நிலையங்களிலிருந்து (filling stations) பைகளின் எடைகளைக் குறித்துக்கொண்டு கீழ்க்கண்ட அலைவெண் பரவலை அமைத்தார்.



பையின் எடை (கி.கி.)

படம் 3

மேலுள்ள பரவலிலிருந்து கண்காணிப்பவர் நிரப்பு இயந்திரத்தில் இரண்டு நிறுத்து மட்டங்கள் இருப்பதாகவும் அவைகள் நிரப்பும் அளவைக் கட்டுப்படுத்துவதாகவும் கண்டறிந்தார். ஆராய்ச்சியிலிருந்து அவர், இரு பரவல்கள் இரு நிரப்பு இயந்திரங்களுடையன எனவும், அவைகளில் ஒன்று 39·5 கி.கி. என்ற

கீழ்க் குறியீட்டிலும் (lower specification) மற்றொன்று 40.5 கி.கி. என்ற மேல் குறியீட்டிலும் (upper specification) இருப்பதாகக் கண்டார்.

பகுப்பாய்வும் நடவடிக்கையும் (Analysis and Action)

எடை குறைந்திருக்கும் மூட்டைகளின் எண்ணிக்கையை விடக் குறிப்பிட்ட எடையைவிட அதிகமாக உள்ள மூட்டைகளின் எண்ணிக்கை அதிகமாக இருப்பதை மேலுள்ள பரவலிலிருந்து தெளிவாக அறியலாம். மூட்டைகளின் எடை குறிப்பிட்ட எடையைவிட அதிகமாக இருப்பதை அவர்களுக்கு இலாபகரமாக இருப்பதால் எவ்விதப் புகாரும் செய்யவில்லை. இரு இயந்திரங்களையும் 40 கி.கி. என்ற மட்டத்தில் நிர்ணயித்தால் இந்தப் பிரச்சினைகள் இரு வழிகளில் தீர்க்கப்பட்டன. அவைகளாவன :

(i) வாடிக்கையாளர்களின் புகார்களுக்கு இடமில்லாமல் போயிற்று.

(ii) பொருள்கள் சேமிக்கப்பட்டன.

விளக்கங்கள் (Comments)

அலைவெண் பரவலின் அமைப்பைக் காண்பதன் வாயிலாகப் புள்ளியியல் அறிவும், தொழில்நுட்ப அறிவும் (technical knowledge) உள்ள ஒருவர் செயல்முறையில் ஏற்பட்டுள்ள கோளாறுகளின் காரணங்களை எளிதில் ஊகிப்பார். இந்த வகையில் சோதனையாளர் அவ்வலைவெண் பரவலை இருமுகடு பரவல் (bimodal distribution) என்று கண்டார். அவருடைய திறனுக்கு அவரால் கோளாறு நடந்துள்ள இடத்தை ஊகிக்க முடியும் என்றாலும் இம்மாதிரியான ஊகங்கள் சரியானதாக இருக்கும் என்று கூற முடியாது.

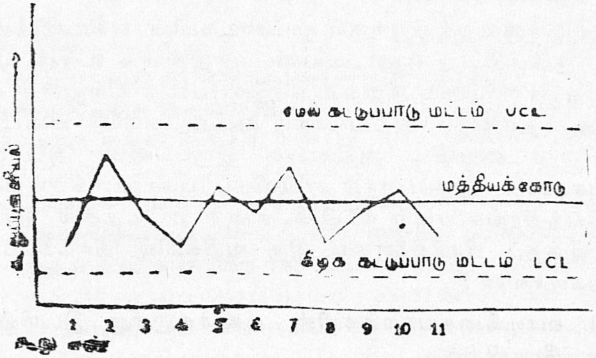
கட்டுப்பாட்டு வரைபடங்கள் (Control Charts)

மற்றொரு முக்கியமான புள்ளியியல் கருவியாக முறையில் காணக்கூடிய வேறுபாடுகளை ஆராய உதவுவதே கட்டுப்பாட்டு வரைபடமாகும்.

வரையறை (Definition)

வரிசைக் கிரமத்தோடு வரைபடம் வாயிலாக உண்மையான பொருள்களின் தரத்திற்கான சிறப்புத் தன்மைகளை, எல்லைகளை நிர்ணயித்து ஒப்பிட்டுப்பார்த்து, பொருள்களின் தரங்களையும் அவைகளின் சிறப்புத் தன்மைகளின் பழைய அனுபவங்களையும் நினைவுகூர்ந்து செயல்படுவதாகும்.

இம் மாதிரியான ஒப்பிட்டுப் பார்த்தலை மாதிரிகளின் வாயிலாக அறிகிறோம். கட்டுப்பாட்டு வரைபடத்தின் மாதிரி வடிவத்தைக் கீழ் உள்ள படத்தில் காணலாம்:



படம் 4

இந்தக் கட்டுப்பாட்டு வரைபடமானது உற்பத்தியிலுள்ள உண்மையான வேறுபாடுகளைக் கட்டுப்பாட்டு எல்லைகளோடு (control limits) ஒப்பிட்டுப்பார்க்கிறது. இந்த எல்லைகளைக் கணக்கிட்ட பிறகு இவை உற்பத்தி முறைக்குப் பயன்படுத்துவதற்கு ஏற்றனவா என்று தீர்மானிப்பதில் கட்டுப்பாட்டு வரைபடங்கள் முக்கியமான பங்கு வகிக்கின்றன.

செயல்முறையை ஆராய்வதற்குக் கட்டுப்பாட்டு வரைபடத்தை அலைவெண் பரவலோடு ஒப்பிட்டுப்பார்த்தல் (Comparison of Control Chart and Frequency Distribution in the study of the Process)

தனித்தனி கண்டறிந்த மதிப்பு, அதன் அடையாளத்தை (identity) இழப்பதால் அலைவெண் பரவல் பகுப்பாய்வு பயனற்றதாகிறது. அதாவது ஒரு குறிப்பிட்ட நிலையில் அந்தக் கண்டறிந்த மதிப்புக் கிடைத்தது என்பதை அறியமுடியாது. ஆனால், வரைபடத்தில் எந்த நேரத்தில் அக் கண்டறிந்த மதிப்புக் கிடைத்தது என்பது அவ் வரைபடத்திலேயே குறிக்கப்படுகிறது. ஒருவேளை கட்டுப்பாட்டுக்குள் இல்லா நிலை ஏற்படும்பொழுது எப்பொழுது ஒரு கண்டறிதல் ஏற்பட்டுள்ளது என்பதைந் தெரிந்துகொள்வதன் மூலம், முறையில் ஏற்பட்டுள்ள மாற்றத்திற்கான காரணத்தை அல்லது சூழ்நிலையை நம்மால் அறியமுடிகிறது. இதனால் சரியான, வேகமான தீர்மானங்களைத் தீர்வுகாணும் நடவடிக்கைகளை எடுக்கமுடிகிறது.

பகுதி 3-

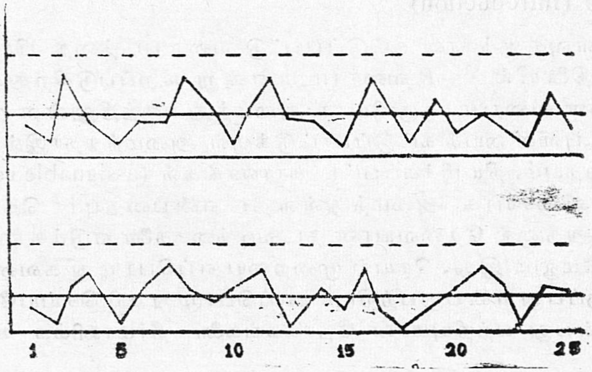
மாறி விவரங்களுக்கு கட்டுப்பாட்டு வரை படங்கள் (Control Charts for Variable Data)

முகவுரை (Introduction)

அளவுகளுக்கான கட்டுப்பாட்டு வரை படத்தை பிரசித்தி பெற்ற நிலையில் $\bar{X}-R$ வரை படம் என்று கூறப்படுகிறது. இது சாதாரண வரைபட கருவியாக அமைந்து கருத்திலுள்ள முறையானது,புள்ளியைக் கட்டுப்பாட்டுக்குள் அமைந்ததாஇல்லையா என்பதையும், நியமிக்கப்பட்ட காரணங்கள் (assignable causes) உந்து விசையாக அமைந்துள்ளதா என்பதையும் தெரிவிக்கிறது. அதனுல் தேவையான நடவடிக்கைகளை எடுக்க ஏதுவாகிறது. மேலும் இது, செயல் முறையை எப்பொழுது கவனிக்காமல் இருப்பது என்பதுபற்றியும், எப்பொழுது சரி செய்யவேண்டும் என்பது பற்றியுமான நோக்கங்களை தீர்மானிக்க உதவுகிறது.

ஆராய்ச்சிக்குக் கருதப்படும் பொருளின் மாதிரிகள், தவருமல் உற்பத்தி செய்யப்படும் வரிசையிலேயே (order of prodution) தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டு, தேவையான அளவுகள் (measurements) சிறப்புத் தன்மைக்கு ஏற்றவாறு மாதிரியின் ஒவ்வொரு பொருளுக்கும் பதிவு செய்யப்படுகிறது. உற்பத்தி செய்யப்படும் வரிசையில் ஒவ்வொரு மாதிரிக்கும் சராசரிகளையும் (averages), வீச்சுகளையும் (ranges) கணக்கிட்டு சாதாரண வரை படங்கள் (charts) மூலம் சராசரிக்கு தனியாகவும், வீச்சுக்குத் தனியாகவும், பதிவு செய்து கொள்கிறோம். சராசரிக்கான வரைபடத்தில் மாதிரி சராசரிகளை Y அச்சிலும், உற்பத்தியின் வரிசையை X அச்சிலும் குறிக்கிறோம். வீச்சுக்கான வரை படத்தில் வீச்சுக்களை Y அச்சிலும், உற்பத்தியின் வரிசையை X அச்சிலும் குறிக்கிறோம். வழக்கமாக வீச்சுக்கான வரைப் படத்தை சராசரிக்கான வரை படத்தின் கீழ் வரைகிறோம், இதனுல் சராசரி மதிப்பும், வீச்சு மதிப்பும் ஒன்றுக்குக் கீழ் ஒன்ருக ஒரே Y அச்சில் வரைபடத்தாளில் ஒத்துப் பார்க்க ஏதுவாகிறது. கட்டுப்பாடு எல்லைகளை (control limits) வரை படத்தில் வரைந்த பின்னர், மாதிரி மதிப்புகள் இவ்வெல்லைக்குள் இருந்தால், கருத்திலுள்ள முறையானது கட்டுப்பாட்டு மட்டத்தில் இருப்பதாகக் கொள்கிறோம். இம்மாதிரியான நிலையில் மாதிரிக்கு மாதிரி வேறுபாடு இருந்தாலும் முறையை

மாற்றக்கூடாது. ஆனல் மாதிரி மதிப்புக்கள் இக்கட்டுப்பாட்டு எல்லைக்கு அப்பாற்பட்டிருந்தால், தேவையான மாற்றங்களை மேற்கொள்ள வேண்டும் என்ற எச்சரிக்கைகளை இவ்வெல்லைக் கோடுகள் உணர்த்துவதாகக் கொள்கிரேம்.



படம் 5.

மேலுள்ள படம் (5) சராசரிக்கும், வீச்சுக்குமான கட்டுப்பாட்டு வரைபடங்களைக் குறிக்கிறது. சராசரிகளுக்குமிடையே மாதிரிக்கு மாதிரி ஏற்பட்டுள்ள வேறுபாடுகளை சராசரி வரைபடம் தெரிவிக்கிறது. மேலும் முறையில் திடீரென ஏற்பட்டுள்ள மாற்றத்தின் வடிவத்தை சராசரிக்கான வரைபடம் விளக்குகிறது. மாதிரிக்கு மாதிரி வீச்சில் ஏற்பட்டுள்ள வேறுபாடுகளை வீச்சுக்கான வரைபடம் தெரிவிக்கிறது. மேலும் இது செயல் முறையின் சிதறல்களை கட்டுப்படுத்த தேவையானதாகிறது.

ஒரு பொருளின் தரத்திற்கேற்ற திட்டங்களை செயல் முறையின் முந்தைய அனுபவத்தைக் கொண்டோ அல்லது அவ்வனுபவம் இல்லையெனில் தற்காலிக செயல் திறத்தின் திட்டங்களை (standards of performance)க் கொண்டு மாதிரிகளை பரிசீலனை செய்வதன்மூலம் அமைக்கலாம். சாதாரணமாக 4 அல்லது 5 அளவுகளைக் கொண்ட கூறுகளைத் தேர்ந்தெடுப்பதன் மூலம் தரத்திற்கான திட்டங்களை அமைக்க முற்படுகிரேம்.

இருபத்தைந்து கூறுகளைக் கருத்தில் கொண்டால் அக்கூறுகள் ஒரு படித் தன்மை (homogineity)யைப் பெற்றுள்ளதா என்பதை சோதிக்கிரேம். ஒரு படித்தான விவரங்களிலிருந்து வீச்சின் சராசரி மதிப்பைக்கொணடு அதனை கட்டுப்பாட்டுக்கான சராசரி வீச்சு என்று கொள்கிரேம்.

செயல்முறையின் சராசரிக்கு திட்டமதிப்பாக நடுகுறியீட்டு புள்ளியை (mid specification point) விரும்பி ஏற்றுக்கொள்ளு கிறோம்.

வரை படங்களுக்கு ஏற்புடையதான சில நோக்கங்கள் (Some Possible Objectives of the Charts)

பொதுவாக மாறிகளுக்கான ($\bar{X}$ - R) கட்டுப்பாட்டு வரை படங்களை மேற்கொள்ளும் பொழுது சில அல்லது எல்லா கீழ் கண்ட நோக்கங்களை மேற்கொள்ளுகிறோம்.

(1) முறையை ஆராய்வதற்கு கீழ்க்கண்ட ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட நோக்கங்களை மேற்கொள்ளுகிறோம்.

(அ) முறையானது கொடுக்கப்பட்ட குறியீட்டை பூர்த்தி செய்கிறதா இல்லையா என்பதையோ அல்லது குறி யீட்டை நிர்ணயிக்கவோ தேவையான விவரங்களை காண விழைவது.

(ஆ) உற்பத்தி வழிமுறைகளை மாற்றவோ, அல்லது நிர்ணயிக்கவோ தேவைப்படும் விவரங்களைக் காண விழைவது. அதாவது நியமிக்கப்பட்ட காரணங்களை நீக்க முயல்வது போன்றதாகும்.

(இ) கண்காணிப்பு வழி முறைகளை (inspection procedures) அல்லது ஏற்புடை வழிமுறைகளை (acceptance procedures) அல்லது இரண்டையும் நிர்ணயிக்க அல்லது மாற்றத்தேவையான விவரங்களை சேகரிப்பது போன்றவைகளாகும்.

(2) உற்பத்தி செய்யப்படும் அல்லது வாங்கப்படும் பொருள் களை ஏற்கவோ அல்லது மறுக்கவோ செய்யும் தற்போதைய தீர்மானங்களை அமைப்பதற்கான அடிப்படையை மேற் கொள்வது.

(3) உற்பத்தியின் பொழுதே தற்போதைய தீர்மானங் களின் அடிப்படையை அமைத்து வேறுபாடுகள் நிகழ்வதற் கான காரணங்களை அறிய முயன்று தேவையான திருத்தற்திற் கான நடவடிக்கைகளை மேற்கொள்ளுவது.

(4) கட்டுப்பாட்டு வரைபடங்களின் பயன்களை நபர்களுக்கு பிரசித்தமாக்குவது போன்றவைகளாகும்.

I. கூறு வீச்சுகளின் ஓரினத்தன்மைக்காக மாறிகளின் விவரங்களைச் சோதிக்கும் முறை :

(i) 4 அல்லது 5 அளவுடைய சுமார் 25 கூறுகளை எடு.

(ii) ஒவ்வொரு கூறுக்கும் வீச்சின் மதிப்பைப் பதிவுசெய்.

(iii) எல்லா 25 கூறுகளின் வீச்சுக்களையும் கூட்டு.

(iv) இதை 25ஆல் வகுத்து சராசரி வீச்சு $\bar{R}$-ஐக் கண்டுபிடி.

(v) கூறு அளவுக்கான D_4 மதிப்பை பட்டியலில் இருந்து எடுத்துக் கொள்.

(vi) கூறு வீச்சுகளுக்கான UCLமதிப்பு $D_4\bar{R}$-ஐக் கண்டுபிடி.

(vii) இந்த UCL மதிப்புடன் மற்ற எல்லா தனித்த வீச்சு மதிப்புகளையும் ஒத்திடு. இவை எல்லாம் UCL-ஐ விட குறைவாக இருந்தால் வீச்சுக்களின் தொகுதியை ஒரு ஓரினத்தன்மையான தொகுதி எனக் கூறு.

(viii) ஏழாவது நிபதந்தை பூர்த்தியானல் செயற்பாங்கிற்கு திட்டமான சராசரி வீச்சு $\bar{R}$ என ஏற்றுக் கொள்; திட்ட விலக்கத்திற்கு $\bar{R}/d_2$-ஐ ஏற்றுக்கொள்; d_2 மதிப்பை A பட்டியலிலிருந்து (எதிர் பக்கம் பார்க்க) குறிப்பிட்ட கூறு அளவிற்குக் காணலாம்.

(ix) ஏழாவது நிபந்தனை பூர்த்தியாகாவிடில், எல்லையைத் தாண்டும் எல்லா கூறுவிளைவுகளையும் நீக்கிவிட்டு மீதமுள்ள கூறுகளுக்கு சராசரி வீச்சைக் கண்டுபிடி.

(x) $\bar{R}$-ன் புது மதிப்பிற்கு (vi)ஐத் திரும்பச் செய்.

(xi) இந்தத் திருத்தப் பெற்ற UCL மதிப்புடன், மீதமுள்ள கூறுகளின் எல்லா தனித்த வீச்சுக்களின் மதிப்புகளை ஒப்பிட்டு அவை யாவும் திருத்தப் பெற்ற UCLலுக்குள் இருந்தால், வீச்சுக்களை ஓரினத் தன்மையுடையதாய் கருது.

பட்டியல் A

R-இல் இருந்து $\bar{X}$, R வரைபடங்களுக்கான 3σ கட்டுப்பாடு எல்லைகளைத் தீர்மானிக்கும் காரணிகள்:

குரு தொகுதியில் மதிப்புக்களின் எண்	$\bar{X}$-வரை படத்திற்கான காரணி	R-வரை படத்திற்கான காரணி: கீழ்க் கட்டுப்பாடு எல்லை	R-வரை படத்திற்கான காரணி: மேல் கட்டுப்பாடு எல்லை	$\bar{R}$-லிருந்து σ-ஐ மதிப்பீடு செய்வதற்கான காரணி
'n'	A_2	D_3	D_4	d_2
2	1·88	0	3·27	1·128
3	1·02	0	2·57	1·693
4	0·73	0	2·28	2·059
5	0·58	0	2·11	2·326
6	0·48	0	2 00	2·534
7	0·42	0·08	2·92	2·704
8	0·37	0·14	0·86	2·847
9	0·34	0·18	0·82	2·970
10	0·31	0·22	0·78	3·078
11	0·29	0·26	0·74	3·173
12	0·27	0·28	0·72	3·258
13	0·25	0·31	0·69	3·336
14	0·24	0·33	1·67	3·407
15	0·22	0·35	1·65	3·472
16	0·21	0·36	1·64	3·532
17	0·20	0·38	1·62	3·588
18	0·19	3·39	1·61	3·640
19	0·19	0·40	1·60	3·689
20	0·18	0·41	1·59	3·735

(xii) நிபந்தனை (xi) பூர்த்தியானால், திருத்தப் பெற்ற R-ன் மதிப்பைச் செயற்பாங்கிற்கான திட்டமான சராசரி வீச்சாய் ஏற்றுக் கொள்; திட்ட விலக்கத்திற்கு ஏற்றதாய் R/d_2வை ஏற்றுக் கொள்.

(xiii) நிபந்தனை (xi) பூர்த்தியாகாவிடில், (ix) முதல் (xii) வரை திரும்பச் செய். மேலும் அது பூர்த்தியாகும் வரை தேவைப் படுமளவிற்குத் திரும்பச் செய்.

(xiv) வீச்சுக்களின் ஐந்தில் ஒரு பங்கை நீக்கிய பின்னும் ஓரினத்தன்மை அடையப் பெருவிடில் இந்த விவரங்கள் ஒரு மிகவும் நிலையற்ற செயற்பாங்கிலிருந்து எழுவதாகக் கொள்ளல் வேண்டும். அப்பொழுது; பொருத்தமான தொழில்நுட்ப நடவடிக்கையினை மேற்கொண்டு, பிறகு, மேலும் விவரங்களைச் சேகரி.

II. கூறு சராசரிகளின் ஓரினத் தன்மைக்காக மாறிகளின் **விவரங்களைச் சோதிக்கும் முறை:**

(i) ஒவ்வொரு கூறுக்குமான கூறுச் சராசரி மதிப்பினைப் பதிவு செய்.

(ii) எல்லா கூறு சராசரிகளையும் கூட்டு.

(iii) இந்த மொத்தத்தை கூறுகளின் எண்ணிக்கையால் வகுத்து X என்ற பெருஞ் சராசரியைக் கண்டுபிடி.

(iv) A பட்டியலில் இருந்து கூறு அளவிற்கு ஒத்த A_2 மதிப்பைக் கண்டுபிடி.

(v) மேலே விளக்கப் பெற்ற முறை I-ஐப் பயன்படுத்தி, திட்டமான சராசரி வீச்சின் மூலம் A_2 Rஐக் கண்டுபிடி.

(vi) $X \pm A_2 R$ மதிப்புடன் எல்லா தனித்த கூறுச் சாரசரிகளையும் ஒப்பிட்டு, இவ்வெல்லைகளுக்கு வெளியே ஏதும் விழவில்லையெனில், அச் சராசரிகளை ஒரு ஓரினத் தன்மையுடைய தொகுதியாக கருது.

(vii) நிபந்தனை (vi) பூர்த்தியாகாவிடில், இந்த சராசரித் தொகுதி பல இனத்தன்மை (heterogeneity) வாய்ந்த ஒரு தொகுதியாகும். இது செயற்பாங்கிலேயே காணப்படும். இங்கு செயற்பாங்கு ஒரு நிலையற்ற செயற்பாங்குச் சராசரியுடன் நிகழ்கிறது.

(viii) துய்ப்போர் தரப் பண்பிற்கான ஒரு மேல் குறியீட்டு எல்லை (U), கீழ்க் குறியீட்டு எல்லை (L) இரண்டினையும் விதித்தால், நடு குறியீட்டுப் புள்ளி μ $(CL)=(U+L)/2$ எனக் கொள்க.

துய்ப்போர், ஒரு மேற்குறியீட்டு எல்லையை மட்டும் விதித்தால், μ $(CL)=\mu=$ $U-3\sigma$ (இங்கு σ ஒரு செயற்பாங்கு திட்ட விளக்கம். அவர் ஒரு கீழ்க் குறியீட்டு எல்லையை மட்டும் குறித்தால், $\mu=L+3\sigma$ எனக் கொள்க. எனவே, உற்பத்திப் பொருளின் குறைபாடுகளின் விகிதத்தை மீச் சிறுமமாக்க செயற்பாங்குச் சராசரியை μஐ ஒட்டி எவ்வளவு நெருக்கமாகக் கொள்ள முடியுமோ, அவ்வளவு பக்கமாக அமைத்துக் கொள்ளல் அவசியம். பிறகு செயற்பாங்கின் அமைப்பினை மாற்று அல்லது μ நிலையான ஒரு மட்டத்தில் செயற்பாங்குச் சராசரியைக் கொணர தகுத்த தொழிற்நுட்ப நடவடிக்கையினை எடு.

(ix) தொழிற்நுட்ப நடவடிக்கைக்குப் பின்னர், செயற்பாங்குச் சராசரி விரும்பிய மட்டத்தில் உள்ளதா என அறியப் புதிய விவரங்களைச் சேகரி. செயற்பாங்கானது ஒரு நிலைத்த செயற்பாங்குச் சராசரியுடன் நிகழ்வதையும். $\bar{x}$ மதிப்பு μ-விற்கு கிட்டத்தட்ட சமமாக இருப்பதையும் காட்டவல்ல ஓர் கூறு விவரங்களின் தொகுதி கிடைக்கும்வரை, இதனை திரும்பச் செய்.

மாதிரி 1:

அகன்ற குழாயின் விட்டத்தின் அளவுகளை கீழ்க்கண்ட பட்டியல் விளக்குகிறது.

X-R வரை பட விவரம்:

இயந்திரம் : ஹெர்குலஸ் முறை மாற்றம் I

உறுப்பு : அகண்டகுழாய் சிறப்புத்தன்மை—விட்டம்

குறியீடு : 1.215" ± 0.002" கூறு அளவு—5

(ஆதி1.000"—) மதிப்புகள் 1000'களில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

கூறு எண்	தனித்த அளவைகள் 1	2	3	4	5	R	X
1	218	220	217	220	215	5	2180 [1]
	கீழ் நிர்ணயம்						
2	217	216	212	215	214	5	214·8
3	212	212	214	213	215	3	213·2
4	212	216	218	214	217	6	215·4
5	214	216	215	215	212	4	214·6
	கீழ் நிர்ணயம்						
6	212	212	210	212	210	2	211·2
7	215	215	212	214	210	5	213·2
	கீழ் நிர்ணயம்						
8	215	215	211	215	220	9	215·2
9	218	214	213	217	219	6	216·2
10	212	214	217	220	215	8	215·6
11	214	215	218	217	217	4	216·2
12	220	215	214	212	210	10	214·2
13	216	220	215	214	214	6	215·8

	கீழ் நிர்ணயம்						
14	215	216	214	213	216	3	214·8
15	215	216	215	212	215	4	214·6
16	214	214	213	214	212	2	213·4
17	215	215	214	214	213	2	214·2
	நிர்ணயம்						
18	217	217	215	212	212	5	214·6
19	215	216	214	211	212	5	213·6
20	214	215	213	213	214	2	213·8
21	215	215	211	213	216	5	214·0
22	215	215	218	214	215	4	215·4
23	216	215	212	212	214	4	213·8
24	217	216	213	215	213	4	214·8
25	217	216	214	214	212	5	214·6
	நிர்ணயம்						
26	214	215	213	214	214	2	214·0
27	215	215	213	214	215	2	214·4
28	214	214	212	214	214	2	213·6
29	216	216	214	215	215	2	215·2
30	217	214	216	214	218	4	215·8
31	216	218	213	216	213	5	215·2
32	216	216	215	214	215	3	214·8
33	215	215	215	214	215	1	214·8
34	213	214	214	213	213	1	213·4
35	214	215	214	213	212	3	213·6
	கீழ் நிர்ணயம்						

(1) வீச்சுகளை ஒரு படித்தான தாக்கினால்

$$\bar{R} = \frac{\Sigma R}{\text{மாதிரிகளின் எண்ணிக்கை}} = \frac{143}{35} = 4{\cdot}8$$

வீச்சுளுக்கு மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லை

$$= D_4\bar{R} = (2{\cdot}115)\ (4{\cdot}08) = 8{\cdot}630$$

வீச்சுகளுக்குக் கீழ்க் கட்டுப்பாட்டு எல்லை

$$= D_3\bar{R} = 0(4{\cdot}08) = 0$$

வீச்சுகளின் மாதிரிகள் 8, 12-ம் கட்டுப்பாட்டு எல்லைகளுக்கு வெளியே அமைந்துள்ளது. இவ்விரு மாதிரிகளையும் நீக்கினால்.

$\Sigma R = 124$, மேலும் மீதியுள்ள மாதிரிகளின் எண்ணிக்கை 33 ஆகும்.

$$\therefore \bar{R} = \frac{\Sigma R}{33} = \frac{124}{33} = 3{\cdot}76$$

வீச்சுகளின் மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லை $= D_4 R$
$= (2{\cdot}115)\ (3{\cdot}76) = 6{\cdot}952$

கீழ் கட்டுப்பாட்டு எல்லை $= 0$

மறுபடியும் மாதிரி எண் 10ன் வீச்சு, கட்டுப்பாட்டு எல்லைக்கு வெளியே அமைந்துள்ளது. இந்த மாதிரியை நீக்கினால்

$\Sigma R = 116$, மாதிரிகளின் எண்ணிக்கை 32 என்று பெறுகிறோம்.

$$\bar{R} = \frac{\Sigma R}{32} = \frac{116}{32}\ 3{\cdot}62$$

வீச்சுக் கட்டுப்பாடுகளுக்குப் புதிய கட்டுப்பாட்டு எல்லை $= (2{\cdot}115)\ (3{\cdot}62) = 7{\cdot}656$.

வீச்சுகளுக்கு புதிய கீழ்க் கட்டுப்பாட்டு எல்லை$=0$. வீச்சுகளின் எல்லா மாதிரி மதிப்புகளும் கட்டுப்பாட்டு எல்லைக்குள் அமைந்துள்ளது. எனவே முறையின் திட்ட வீச்சு (standard process range) $= 3{\cdot}62$ ஆகும்.

(2) சராசரியின் ஒருபடித் தன்மை (Homogeneity of average): ஒருபடித் தன்மைக்காக சராசரியை சரிபார்க்கும் பொழுது முதலில் வீச்சுக்களை ஒரு படித்தன்மையதாக செய்தல் வேண்டும். பின்பு முறையின் திட்ட சராசரியைக் காணவேண்டும்.

$$\bar{X} = \frac{\Sigma \bar{X}}{\text{மாதிரிகளின் எண்ணிக்கை}}$$

3 மாதிரிகளை நீக்கிவிட்டதால் இங்கு மாதிரிகளின் எண்ணிக்கை 32 ஆகும்.

$$= \frac{6865{\cdot}0}{32}$$

$$= 214{\cdot}530$$

மாதிரி சராசரிகளின் மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லை.

$$= \bar{X} + A_2 \bar{R}$$
$$= 214{\cdot}530 + (0{\cdot}577)\ (3{\cdot}62)$$
$$= 214{\cdot}530 + 2{\cdot}089$$
$$= 216{\cdot}619$$

மாதிரி சராசரிகளின் கீழ்க் கட்டுப்பாட்டு எல்லை.

$$= \bar{X} - A_2 \bar{R}$$
$$= 214{\cdot}530\ (0{\cdot}577)\ (3{\cdot}62)$$
$$= 212{\cdot}441$$

மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ள புட்டியல் *A* யிலிருந்து கூறு எண் 1ம், 6ம் கட்டுப்பாட்டு எல்லைக்கு வெளியே அமைந்துள்ளன என்று அறிகிறோம். இவ்விரு சராசரிகளையும் $\Sigma\bar{X}$ லிருந்து நீக்கினால் (வீச்சுகளை முன்பே பயன்படுத்தியுள்ளோம். எனவே அவைகளை நீக்க வேண்டிய அவசியமில்லை.

$$\bar{X} = \frac{\Sigma \bar{X}}{\text{மாதிரிகளின் எண்ணிக்கை}} = \frac{6435{\cdot}8}{30}$$

$$= 214{\cdot}53$$

சராசரிகளுக்கான மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லை

$$= \bar{X} + A_2 \bar{R}$$
$$= 214{\cdot}530 + 2.089$$
$$= 216{\cdot}619$$

சராசரிகளுக்கான கீழ் கட்டுப்பாட்டு எல்லை

$$= \bar{X} - A_2 \bar{R}$$
$$= 214{\cdot}530 - 2{\cdot}089$$
$$= 212{\cdot}441$$

எந்த சராசரிகளும் கட்டுப்பாட்டு எல்லைகளுக்கு வெளியில் அமையவில்லை. எனவே 214·530ஐ ஏற்புடையமுறையின் திட்ட சராசரியாகக் கொள்ளலாம்.

$\bar{X}$-*R* வரைபடங்களை நிறுவுவதற்கான வழிமுறைகள் (procedure for establishing $\bar{X}$—*R* charts) :

(1) எளிதான முதல் மாதிரி அளவை தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும். (சாதாரணமாக 4 அல்லது 5 அடுத்தடுத்த உருப்படிகள்) மேலும் இவைகளின் ஒவ்வொன்றின் தரத்திற்கான சிலப்புத் தன்மைகளை அளவிட வேண்டும்.

(2) இந்த அளவுகளை விவர அட்டையில் பதிவு செய்து கொள்ள வேண்டும்.

(3) இந்த கண்டறிந்தவைகளின் மதிப்புகளுக்கு சராசரியையும் வீச்சையும் கண்டு விவர அட்டையில் பதிவு செய்ய வேண்டும்.

(4) (1) லிருந்து (3) வரையுள்ள செயல்களை அம் மாதிரியான 25 மாதிரிகள் சேகரிக்கப்படும்வரை சீரான மாதிரிஅளவுகளைக்கொள்வதன் மூலம் மேற்கொள்ள வேண்டும்.

(5) இந்த விவரத்தை ஒருபடித் தன்மைக்காக பரிசோதனை செய்ய வேண்டும்.

(6) இறுதியாக $\bar{R}$ன் மதிப்பை முறையின் திட்ட வீச்சு மதிப்பாக ஏற்றுக் கொள்ள வேண்டும்.

(7) முறையின் திட்ட விலக்கத்தை கீழ் காணும் சூத்திரம் மதிப்பீடு மூலம் செய்ய வேண்டும்.

முறையின் திட்ட விலக்க மதிப்பீடு $\sigma = \bar{R}/d_2$ இதிலுள்ள d_2-ன் மதிப்பை பட்டியல் A லிருந்து மாதிரியின் அளவுக்கு ஏற்பக் காண்கிறோம். முறையின் திட்ட விலக்க மதிம்பீட்டை σ என்று குறிக்கிறோம்.

(3) $\mu = \frac{U+L}{2}$ (சிறப்பியல்பானது இரு குறிப்பீட்டு எல்லைகளையும் பெற்றிருந்தால்.)

$= L + 3\sigma$ (சிறப்பியல்பானது கீழ் குறிப்பீட்டு எல்லையை மட்டும் பெற்றிருந்தால்)

$= U - 3\sigma$ (சிறப்பியல்பானது மேல் குறிப்பீட்டு எல்லையை மட்டும் பெற்றிருந்தால்)

μக்கு தோராயமாகச் சமமான முறையின் மதிப்பீட்டு சராசரி மதிப்பான $\bar{X}$ஐக் காணும்வரை முறையின் அமைப்பை மாற்ற வேண்டும்.

(9) கீழ்கண்டவாறு கட்டுப்பாட்டு எல்லைகளை வரைபடங்களுக்குக் காணவேண்டும்.

$\bar{X}$க்கான $UCL = \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R}$
மத்தியக் கோடு (central line) $= \bar{\bar{X}}$
$\bar{X}$க்கான $LCL = \bar{X} - A_2 \bar{R}$
R வரை படத்திற்கு $UCL = D_4 \bar{R}$
மத்தியக் கோடு $= \bar{R}$
Rக்கான $LCL = D_3 \bar{R}$

(10) மாதிரி சராசரிகளுக்கும் வீச்சுகளுக்குமான வரை படங்களை வரைபடத் தாளில் குறிக்கவேண்டும். வரைபடத் தாளில் சராசரி வரைபடச்திற்கு கீழே, வீச்சுக்கான வரை படத்தை வரைதல்வேண்டும். இவ் வரைபடத்தின் X அச்சில் உற்பத்தியின் வரிசையையும், Y அச்சில் சராசரி, வீச்சு ஆகியவைகளின் மதிப்புக்களையும் குறிக்கிறோம்.

(11) சராசரி வரைபடத்தின் குறுக்கே ஒரு கோட்டை $\bar{\bar{X}}$ இருக்கும் இடத்தில் வரைதல் வேண்டும். (9)ல் கண்டுள்ள சராசரிகளுக்கான கட்டுப்பாட்டு எல்லைகளை, விட்டு-விட்டு-அமைந்துள்ள - கோடுகள்மூலம் அமைக்கவேண்டும்.

(12) வீச்சு வரைபட்த்தின் குறுக்கே ஒரு கோட்டை$\bar{R}$ இருக்கும் இடத்தில் வரைதல்வேண்டும். (9)ல் கண்டுள்ள வீச்சுகளுக்கான கட்டுப்பாட்டு எல்லைகண விட்டு-விட்டு-அமைத்துள்ள கோடுகள்மூலம் அமைக்கவேண்டும்.

(13) மாதிரிகளை தேர்ந்தெடுத்து பரிசோதனை செய்தபின்பு சராசரி வீச்சு ஆகியவைகளை உற்பத்தியின் வரிசைக்கேற்ப இந்த வரைபடத்தில் பதிவு செய்தல்போன்ற செயல்களை தொடர்ந்து செய்தல்வேண்டும். மேலும் தீவிரமான மாறுதல் ஏற்பட்டால் அவைகளைக் குறித்துக் கொள்ளல்வேண்டும். உதாரணமாக பழுதுபார்த்தல் செயலரை (operator) மாற்றுவது, கருவிகளை மாற்றுவது போன்றவைகள் குறிப்பிடத்தக்கவை களாகும்.

(14) சராசரி, வீச்சு ஆகிய வரைபடங்களில் உள்ள கட்டுப்பாட்டு எல்லைகளுக்குள் குறிக்கப்படும் புள்ளிகள் அமையுமானால் முறையானது நிலையானதாக ஏற்கக்கூடிய அளவுக்கு செயல் படுகிறதென்கிறோம்.

(15) குறிக்கப்பட்ட புள்ளிகளில் ஏதாவதொரு புள்ளிவீச்சு வரைபடத்தின் கட்டுப்பாட்டு எல்லையின் மேலோ அல்லது அதற்கு வெளியிலோ அமைந்திருந்தால் முறையில் அதிகப்படியான மாறுதல்கள் ஏற்பட்டுள்ளது என்று குறிக்கிறது. உடனடியாக இதைச் சரி செய்வதற்கு தேவையான நடவடிக்கைகளை எடுத்தல்வேண்டும்.

(16) சராசரி வரைபடத்தில் குறிக்கப்படும் புள்ளிகளில் ஏதாவதொரு புள்ளி, கட்டுப்பாட்டு எல்லைகளின்மீதோ அல்லது வெளியிலோ அமைந்திருந்தால் முறையின் மட்டத்தில் இடப்பெயர்ச்சி (shift) ஏற்பட்டுள்ளது என்று பொருள்கொண்டு, அமைப்பில் மாற்றத்தை செய்து நிவர்த்தி காணவேண்டும்.

(17) ஒரு புள்ளியானது வீச்சு வரைபடத்தின் LCL-க்கு கீழே அமைந்திருந்தால், முறையின் மாறுபாட்டைக் குறைப்பதற்கான வழி முறைகளை, வேலை செய்யக்கூடிய சரியான நிலைகளை உறுதி செய்துகொண்டு, அளிக்கிறது.

(18) விவரங்கள் அதிகமாக ஆக புதிய கட்டுப்பாட்டு எல்லைகளை அமைத்தல்வேண்டும்.

மாதிரி 2:

$\bar{X}$—R வரைபடத்தை அமைத்தல் (Construction of $\bar{X}$—R chart)

மாதிரி 1லுள்ள விவரத்தைக்கொண்டு $\bar{X}$—R வரைபடத்தை எவ்வாறு அமைப்பதென்பதைக் காண்போம். கொடுக்கப்பட்ட விவரத்திற்குமுன்னரே வீச்சுகள், சராசரிகள் ஆகியவைகளின் ஒருபடித் தன்மைக்கான சோதனைகளை மேற்கொண்டுவிட்டோம்.

முறையின் திட்ட வீச்சு $= 3{\cdot}62$

முறையின் திட்ட சராசரி $= 214{\cdot}530$

இந்த உதாரணத்தில் மேல், கீழ் என்ற குறிப்பீடுகளை அதாவது 1·217″, 2.213″ என்று முறையே பெற்றுள்ளது. எனவே, முறையின் சராசரிக்கான திட்ட மதிப்பான குறிப்பீட்டின் சராசரி $= 1.215'' = \mu$ ஆகும்.

வீச்சுக்கான மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லை

$$= D_4 \bar{R}.$$
$$= (2{\cdot}115)\ (3{\cdot}62)$$
$$= 7{\cdot}655$$

வீச்சுக்கான கீழ் கட்டுப்பாட்டு எல்லை

$$= D_3 \bar{R} = (3{\cdot}62)$$
$$= 0$$

சராசரிக்கான மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லை

$$= \bar{X} + A_2 \bar{R}$$
$$= 1{\cdot}215 + (0{\cdot}577)\ 0{\cdot}00362)$$
$$= 1{\cdot}215 - 0{\cdot}00209$$
$$= 1{\cdot}21709$$

சராசரிக்கான கீழ் கட்டுப்பாடு எல்லை

$$= \bar{X} - A_2 \bar{R}$$
$$= 1{\cdot}215 - (0{\cdot}577)\ ({\cdot}00362)$$
$$= 1{\cdot}215 - 0{\cdot}00209$$
$$= 1{\cdot}21291$$

கொடுக்கப்பட்ட உதாரணத்திற்கான கட்டுப்பாட்டு வரைபடம் எதிர் பக்கத்தில் (படம் 6) கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

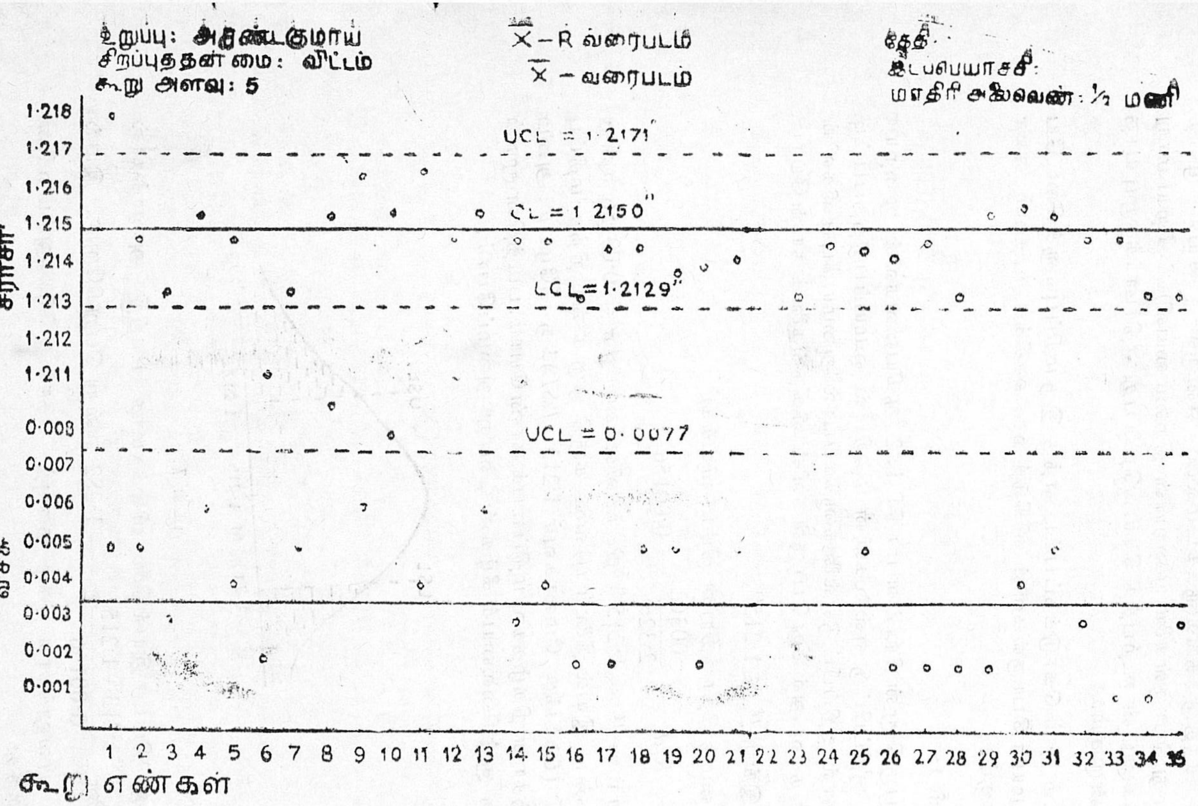
பகுதி 4–

முறையின் திறமையும் குறிப்பீடுகளும்
(Process Capability and Specification)

முறையின் திறமை (Process Capability)

முறையானது கட்டுப்பாட்டுக்குள் இருப்பதாக மாறிகளுக்கான வேறு கட்டுப்பாடு வரைபடம் குறித்தால், ஒவ்வொரு பொருளின் வேறுபாட்டுக்கான வடிவம் நிலையானது (stable) என்று கொண்டு அம் மாற்றத்தின் அளவை முறையின் திட்டவிலக்க மதிப்பீடு $\sigma = \bar{R}/d_2$ என்று கொள்கிறோம். முறையின் சராசரி மதிப்பீட்டை $\bar{X}$ என்று குறிக்கிறோம்.

தற்செயலான காரணங்கள் செயல்படும் பொழுது முறையிலுள்ள பொருள்களின் அளவுகளுக்கிடையே காணப்படும் முழுவீச்சுக்கான வேறுபாடுகள் $\bar{X} \pm 3\sigma$ என்ற இடைவெளியில் அமைகிறது. இதிலுள்ள 3σ ஐ முறையின் திறமை (process capability) என்னும் முறையில் உள்ள இயல்பான பொறுத்திசைவு (natural tolerance) அல்லது இயற்கையாக அமைந்த


சிறப்புதன்மை: விட்டம்
கூறு அளவு: 5
X̄ − R வரைபடம்
X̄ − வரைபடம்
UCL = 1·2171"
CL = 1·2150"
LCL = 1·2129"
UCL = 0·0077
சராசரி
வீச்சு
1·218
1·217
1·216
1·215
1·214
1·213
1·212
1·211
0·008
0·007
0·006
0·005
0·004
0·003
0·002
0·001
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35
கூறு எண்கள்

படம் 6.

(inherent) வேறுபாடுகள் என்றும் கூறுகிறோம். அடிப்படையாக சீர்திருத்தங்களுக்கிடமில்லை என்றால் செயல் முறையானது பொருள்களை முறையின் திறமையைவிடச் சிறிய மாறுபாடுகளுடன் உற்பத்தி செய்வதென்பது எதிர்பார்க்கமுடியாததொன்றாகும்.

$\bar{X}$ம் σ ம் கொடுக்கப்பட்ட எந்த இரு மதிப்புகளுக்கிடையே அமையுப் பொருள்களின் விகிதத்தை ஊகிக்க உதவும் எண்களாகும்.

மாதிரி 1:

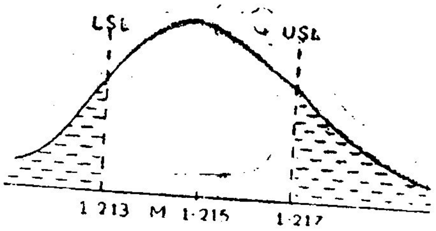
பகுதி மூன்றிலுள்ள மாதிரி 1, 2 ஆகியவைகளில் முறையானது குறிப்பீட்டு எல்லைகளின் மத்தியில் மையப்படுத்தப்பட்டிருந்தால் குறிப்பீட்டுஎல்லைகளுக்கப்பால் அமையும்புள்ளிகளின் நிகழ் தகவு அல்லது பொருள்களின் விகிதங்களைக் காண்போம்..

இங்கு $\mu = 1{\cdot}215''$

முழுமைத் தொகுதியின் திட்ட விலக்கம்

$$\sigma = R/d_2 = \frac{\cdot 00362}{2{\cdot}326} = 0{\cdot}00156$$

சராசரி $= \mu = 1{\cdot}215''$, திட்ட விலக்கம் $= \sigma = 0{\cdot}00156$ என்று கொண்ட இயல் நிலைப் பரவலை கருதி ஒரு கண்டறிந்த மதிப்பு 1·217 (USL)க்கு மேலாகவும் 1·213 (LSL)க்கு கீழேயும் அமைவதற்கான நிகழ்தகவு மதிப்பைக் காண்போம். படத்தின் மூலம் இந்த சூழ்நிலையைக் கீழ்கண்டவாறு அமைப்போம்.



படம் 7.

LSL ஐ திட்ட இயல்நிலை விலக்கமாக மாற்றி அமைத்தால் அதனை

$$\frac{1{\cdot}213 - 1{\cdot}215}{0{\cdot}00156} = -1{\cdot}282$$

என்று பெறுகிறோம். இயல் நிலை பரவலுக்காக நிகழ் தகவுத் தொகையீடு அட்டவணையிலிருந்து

$$= P(-\infty < X < -1 \cdot 282) = 0 \cdot 1$$

என்று காண்கிறோம். இது கீழ் குறியீட்டு எல்லைக்கான நிகழ்த் தகவு மதிப்பாகும். இதே போன்று மேல் குறியீட்டு எல்லைக்கான நிகழ் தகவு

$$= P(1 \cdot 282 < X < \infty) = 0 \cdot 1$$ ஆகும்

இவ்வாறாக முறையை குறியீட்டின் மத்திய புள்ளிகளில் நிர்ணயித்தால் உற்பத்திப் பொருள்களின் 10% மறுக்கப்படும்.

முறையானது குறிப்பிடப்பட்ட குறிப்பீட்டை நிச்சயப் படுத்துகிறதா என்பதை முறையினைக் கட்டுப்பாட்டுக்குள் கொண்டு வருவதால் மட்டும் உறுதியாகக் கூற முடியாது. இதற்கு முறையின் சராசரியும் (process average) முறையின் வேறுபாடும் ஓரளவு எல்லா உருப்படிகளும், குறிப்பீட்டை பூர்த்தி செய்வதாக இருத்தல் அவசியமாகிறது. மற்றொரு விதமான முறையானது கட்டுப்பாட்டுக்குள் அமைதல் மட்டுமின்றி, திருப்திகரமாகவும் இருத்தல் வேண்டும். இதனை சில வேளைகளில் பொருளாதாரக் கட்டுப்பாடு (economic control) என்கிறோம்.

உற்பத்தி செய்யப்பட்ட பொருள்கள், குறிப்பீட்டை திருப்தி செய்வதாக இருக்கிறதா என்பதை கட்டுப்பாட்டு எல்லைகளோடு நேராக ஒப்பிட்டுப் பார்த்து முடிவு கொள்வது தவறுதலாகும். ஆனால் இங்கு முறையின் திறமையை குறிப்பீட்டு பொறுத்திசைவுகளோடு (specification tolerances) ஒப்பிட்டுப் பார்ப்பது சாலச் சிறந்ததாக அமைகிறது.

வரை படத்தில் முறையானது கட்டுப்பாட்டுக்குள் அமையாமலிருந்தாலும், முறையின் திறமைக்கான மதிப்பீட்டைக் காண முடியும். இதனை குறிப்பீடுகளோடு தொடர்புபடுத்தி கட்டுப்பாட்டை காண முடியுமா என்பதையும், அக் கட்டுப்பாட்டு இருக்கும் எனத் தெரிந்தால் அது திருப்திகரமாகிறதா என்பதையும் அறியலாம். இம் மாதிரியான ஆராய்ச்சியை, வீச்சுக்கான வரைபடம் கட்டுப்பாட்டை உணர்த்தியும் சராசரிக்கான வரைபடம் கட்டுப்பாட்டில் அமையாமலும் இருந்தால், பயன் படுத்தலாம்.

முறையின் திறமையை குறிப்பீட்டு பொறுத்திசைவுகளோடு ஒப்பிட்டுப் பார்த்தல் (Comparison of Process Capability with Specification Tolerances):

ஒரு பொருளின் தரத்திற்கான சிறப்புத் தன்மையை உற்பத்தி செய்யப்பட்ட ஒவ்வொரு உருப்படியும் அடைய, மேல் குறிப்பீட்டு எல்லை (upper specification limit), கீழ் குறிப்பீட்டு எல்லை (lower specification limit) என்ற எல்லைகளை குறிப்பிட்டு இருந்தால்,

(i) முறையின் திறமையானது குறிப்பிடப்பட்ட பொறுத்திசைவு அகலத்தை (tolerance width) விடக் குறைவாக இருந்தால், அல்லது

(ii) முறையின் திறமையானது குறிப்பிடப்பட்ட பொறுத்திசைவு அகலத்திற்கு ஏறக்குறைய சமமாக இருந்தால், அல்லது

(iii) முறையின் திறமையானது குறிப்பிடப்பட்ட பொறுத்திசைவு அகலத்தை விட கணிசமாக அதிகமாக இருந்தால், முறையின் திறமையை குறிப்பீட்டு பொதுத்திசைவுகளோடு ஒப்பிட்டுப் பார்க்கலாம்.

$\bar{R}$ உச்சம் ($\bar{R}_{max}$):

$6\sigma = 6\,\bar{R}/d_2$ என்ற முறையின் திறமையை $T = U - L$ என்ற குறிப்பிடப்பட்ட பொறுத்திசைவு அகலத்தோடு ஒப்பிட்டுப் பார்க்கிறோம். $\bar{R}$ ஐ, $\bar{R}$ உச்சம் என்ற மதிப்போடும் ஒப்பிட்டுப் பார்க்கலாம். அதாவது

$\bar{R}$ உச்சம் $= Td_2/6$ ஆகும்.

இதிலுள்ள d_2 ஆனது n என்ற அளவைப் பொருத்து அமைகிறது. இந்த d_2ன் மதிப்பை அட்டவணையிலிருந்து பெறலாம்.

இவ்வொப்பீடுகள் கீழ்காணும் விளைவுகளை அளிக்கிறது.

(i) $\bar{R}$-ன் மதிப்பு $\bar{R}$ உச்ச மதிப்பை விட மிகவும் குறைவாக இருந்தால், முறையின் திறமையானது குறிப்பிடப்பட்ட பொறுத்திசைவு அகலத்தை விடக் குறைவாக இருக்கும். இந்த வகையில் முறையானது சீரான அளவுகளோடு நுகர்வோர் விரும்பும் குறிப்பீட்டை விட சிறந்ததாக உருப்படிகளை உற்பத்தி செய்யும். இது $6\sigma < T$ என்ற வகையைச் சேர்ந்ததாக அமைகிறது.

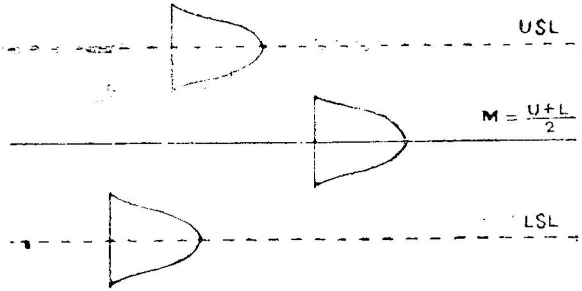
(ii) $\bar{R}$ன் மதிப்பு $\bar{R}$ உச்ச மதிப்புக்கு தோராயமாக சமமாக இருந்தால் முறையின் திறமையானது தேவைப்படும் குறிப்பிடப்பட்ட பொறுத்திசைவு அகலத்திற்கு நெருங்கி இருக்கும். இந்த வகையில் முறையான குறிப்பிடப்பட்ட தேவைகளைப் போதிய அளவு துல்லியமாக பூர்த்தி செய்கிறது. இங்கு $6\sigma = T$ ஆகும்.

(iii) $\bar{R}$ உச்ச மதிப்பை விட $\bar{R}$ன் மதிப்பு அதிகமாக இருந்தால் உற்பத்தி செய்யப்படும் பொருள்களின் சிதறலானது குறிப்பிடப்பட்ட பொறுத்திசைவு அகலத்தைவிட அகண்டு இருக்கும். அதனால் பெருமளவிலான பழுதடைந்த உருப்படிகளின் அளவுகள் மிகக் குறைந்ததோ அல்லது மிக அதிகமாக நுகர்வோர் ஏற்றுக்கொள்ளும்படி இருக்கும்.

(1) இங்கு $6\sigma < T$ ஆகும்.

இப்பொழுது இந்நிலைகளைக் கீழ்கண்டவாறு விவரமாகக் காண்போம்.

I. $\bar{R}$ன் மதிப்பு $\bar{R}$ உச்ச மதிப்பை விடக் குறைவாக இருந்தால், அல்லது $6\sigma < T$ எனில்.



படம் 8.

திருப்திகரமான கட்டுப்பாடு இருக்க வேண்டுமெனில் முறையின் திறமைக்கும் குறிப்பிட்ட பொறுத்திசைவு அகலத்திற்கு மிடையே போதுமான அளவிற்கு பாதுகாப்பு இருத்தல் அவசியம். Tக்கு ஒத்துப் பார்க்கும்பொழுது முறையின் திறமை குறைவாக இருந்து முறையின் சராசரி இரு குறிப்பிடப்பட்ட எல்லைக்கு சமீபத்தில் இருந்தால் பழுதுடைய பொருள்களின் உற்பத்தி குறைவாக இருக்கும். பொருளின் குறிப்பீட்டு அளவை பூர்த்தி செய்யாமலிருந்தாலும், முறையின் சராசரி மட்டத்தின் கணிசமான இடப் பெயர்ச்சிகள், பொருள்களின்

உற்பத்திக்கு எவ்வித அபாயமும் இருக்காது. அதனால் இங்கு முறையின் சராசரிக்கு எவ்விதமான நிபந்தனையும் விதிக்கத் தேவையில்லை. தெளிவாக குறிப்பிட்டு மண்டலத்திற் (specification belt) க்குள் அமைகின்ற பாதுகாப்பான வெளியில் (safe region) முறையின் சராசரியை வேறுபட்டு அமைய விடலாம். முறையின் சராசரியானது பாதுகாப்பான வெளியில் அமைந்துள்ளவரை தொழில் நுட்ப நடவடிக்கைகளை (technical action) எடுப்பது தேவையற்றதாகும். இதைப் பற்றின மற்ற முக்கியமான குறிப்புகள் பின்வருமாறு :

(அ) பொருளுக்கு ஏற்றவகையில் முறையான மிக சீரியதாக இருக்கலாம். மேலும் துல்லியமாக அமைப்பதால் செலவு அதிகமாக இருக்கலாம். அதனால் குறைந்த விலையுள்ள கருவியை அல்லது முறையைப் பயன்படுத்த முடியுமா என்பதை அறிய வழி வகுக்கிறது. இதைத்தவிர நுகர்வோரும் எவ்விதக் குறிப்பீட்டையும் தெரிவிக்கவில்லையென்றுலும் இம் மாதிரி அதிக செலவு செய்து துல்லியமாக மிகத் தரமான பொருள்களை உற்பத்தி செய்வது தேவையற்றதாகிறது. அதனால் குறைந்த செலவுடன் கச்சாப் பொருள்கள் (raw materials) கிடைப்பதாக இருப்பதாக இருந்தால் அவைகளை பயன்படுத்தி உற்பத்திசெய்ய முடியுமா என்ற விவரத்தைக் காண வேண்டியுள்ளது.

(ஆ) தற்பொழுது உள்ள குறிப்பீடுகளை திட்டமிட்ட குறிப்பீட்டை மிஞ்சி மேலான பொருட்களை உற்பத்திச் செய்யுமளவிற்கு சிக்கனமாக இருந்தாலன்றி புறக் கணித்து விடலாம்.

(இ) முறையானது பொருளாதார ரீதியின் சிக்கனமாக இருந்தால், முறையின் சராசரியை கீழ் குறியீட்டு எல்லைக்கு சமீபத்திலிருக்குமாறு முறையை செயல் படுத்தலாம். இம்மாதிரியான செய்முறையை டப்பிகளிலுள்ள பொருள்களின் எடைகளைக் காண்பது, இருப்புத் தகடுகளின் பருமனை அறிய விழைவது போன்ற சிறப்பியல்புகளுக்குப் பயன்படுத்தலாம்.

(ஈ) முறையானது தொடர்ந்து கட்டுப்பாட்டுக்குள் இருந்தால், கட்டுப்பாட்டு வரை படத்தின் அடிப்படையி

லேயே உற்பத்தி செய்யப்படும் பொருள்களை ஏற்றுக் கொள்ளலாம். இதற்காக நூறு சதவீத கண்காணிப்பு முறையைப் பயன்படுத்துவது தேவையற்றதாகிறது.

$\bar{X}$ வரைபடத்திற்கு (திருத்தியமைக்கப்பட்ட) கட்டுப்பாட்டு எல்லைகள் (Modified control limits for $\bar{X}$ charts)

ஏதோ ஓர் அலகில் குறிப்பிட்ட 1000+50 என்ற குறிப்பீட்டு எல்லைகளை செயல்படுத்தப்படும் ஒரு வேலையைக் கருதுவோம்.

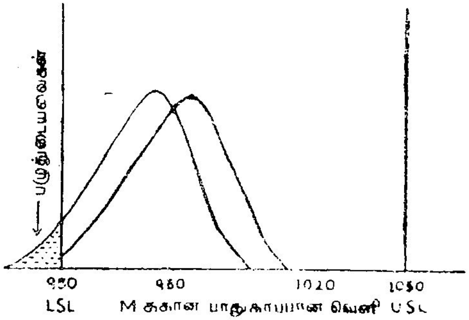
ஒரு குறிப்பிட்ட இயந்திரத்திற்கு ஒரு வேலை நியமிக்கப் பட்டது என்க. அது திட்ட விலக்கம் = 10 அலகுகள் என்று வேலை செய்வதாகத் தெரிகிறது. பிறகு முறையின் சராசரி μ ஆனது 980—1020 என்ற இடைவெளியில் இருக்கும்வரை, அது குறைந்தது 3σ தூரத்திற்காவது குறிப்பீட்டு எல்லைகளி லிருந்து அமையும். அதனுல் பழுதடைந்த பொருள்களின் உற்பத்திக்கான வீதம் மிக மிகக் குறைந்து காணப்படும். அதா வது $< 0{\cdot}003$ என்றிருக்கும். இவ்வாருக முறையின் சராசரி யானது 1000 என்ற நடு மைய குறிப்பீட்டு புள்ளியாக இல்லாம லிருந்தாலும் முறையின் சராசரி 980—1020 என்ற இடைவெளி யில் இருக்கும் என்று தெரிந்தாலன்றி இயந்திரவேலை செய் வதை நிறுத்தி எந்தவிதமான தொழில் நுணுக்க நடவடிக்கை களை மேற்கொள்ளுவதென்பது தேவையற்றதாகும். ஏனெனில், தொழில் நுட்ப நடவடிக்கைகள் மேற்கொள்ளப்பட்டாலும், மேற்கொள்ளப்படாமலிருந்தாலும், பழுதடைந்த பொருள் களின் வீதம் 0·003 என்று மிகவும் குறைந்திருக்கும். இவ்வாருக 980-1020 என்ற இடைவெளியானது முறையின் சராசரிக்கு பாதுகாப்பான வெளி என்றும், முறையின் சராசரியானது பாது காப்பான வெளியில் அமைந்திருக்கும் வரை முறையை மாற்றம் செய்யத் தேவையில்லை என்றும் தெரிகிறது.

எனினும், முறையின் சராசரியானது 980-ஐ விடக் குறை வாக இருந்தால், பழுதுடைய பொருள்களின் எண்ணிக்கை படம் 9ல் உள்ளதுபோல் அதிகரிக்கும்.

முறையின் சராசரியானது 980க்கு கீழே நழுவுவதாக அதன் போக்கு அமைந்துள்ளது. இதனை $\bar{X}$ வரை படத்தில் LCLஐ வரைந்து $\bar{X}$க்கான LCL = $\mu - 3\sigma/5_n$க்கான கீழ் குறிப் பீட்டு எல்லையைக் காண்கிறோம்.

$$= 980 - \frac{3\,(10)}{5_n}$$

இதனை $\bar{X}$க்கான (மாற்றம் செய்யப்பட்ட) திருத்தப்பெற்ற கீழ் கட்டுப்பாட்டு எல்லை (modified lower control limit) அல்லது LML என்று குறிக்கிறோம்.



படம் 9.

இதேபோன்று முறையின் சராசரியானது 1020 என்ற இலக்கத்தை மீறி அமையும் போக்கு காணப்படுகிறது. இதனை $\bar{X}$ வரை படத்தில் $\bar{X}$க்கான UCL $= \mu - 3\sigma/5_n$க்கான பாதுகாப்பான வெளியின்மேல் எல்லையாகும். இதனை $\bar{X}$க்கான மாற்றம் செய்யப்பட்ட மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லை அல்லது UML என்று கூறுகிறோம். இவ்வாறாக இந்த வகையில் முறையானது துல்லியமான நிலையை அடைகிறதுஎன்று தெரிவதால். $\bar{X}$ வரை படத்தை மாற்றம் செய்யப்பட்ட எல்லைகளை வரைந்து இயங்கும் இயந்திரங்களை எப்பொழுது நிறுத்தி, தேவையான நடவடிக்கைகளை மேற்கொள்ளுவது என்று காண்கிறோம். புள்ளிகள் மாற்றம் செய்யப்பட்ட கட்டுப்பாட்டு எல்லைகளுக்குள் அமைந்திருந்து, முறையின் சராசரியானது வேறுபட்டு இருந்தாலும், அம் முறையானது பாதுகாப்பு வெளியில் இருப்பதாக கொள்கிறோம்.

முறையின் சராசரிக்கான பாதுகாப்பு வெளியானது முறையின் திட்ட விலக்கமான σஐச் சார்ந்துள்ளது. எனவே R-வரை படம் வாயிலாக முறையின் திட்ட விலக்கத்திற்கு கட்டுப்பாட்டை அமைப்பது தேவையாகிறது. R-வரை படத்திற்கான கட்டுப்பாட்டு எல்லைகள் சாதாரணமாக R-வரை படத்தில் முறையின் திட்ட விலக்கத்தில் வெகுவான போக்கு காணப்படுகின்றது என்று தெரிந்தால், உடனே அதை

நிவர்த்து செய்வதற்கான தொழில் நுட்ப நடவடிக்கைகளை மேற்கொள்ளவேண்டும் அல்லது மாறறம் செய்யப்பட்ட கட்டுப் பாடடு எல்லைகளை திருத்தப்படட முறையின் திட்ட விலக்கத் தைப் பயன்படுத்தி திரும்பவும் கணக்கிடவேண்டும்.

இவ்வாருக முறையின் வேறுபாடு நிலையாக இருக்கும்வரை மாற்றம் செய்யப்பட்ட கட்டுப்பாட்டு எல்லைகளை $\bar{X}$ வரை படத் திறகு பயன்படுத்தவேணடும்.

$\bar{X}$ வரை படத்திற்கு மாற்றம் செய்யப்பட்ட கட்டுப்பாடு எல்லைகளை பயன் படுத்தும் முறை (Procedure for using Modified Control Limit for $\bar{X}$ Charts)

(1) கருத்தில் கொள்ளப்படும் சிறப்புத் தன்மையானது மேல், கீழ் ஆகிய குறிப்பீட்டு எல்லைகளை பெற்றிருக்கும் நிலையில் $\bar{X}$-வரை படத்திற்கு, மாறறம் செயயப்பட்ட கட்டுபபாடடு எல்லைகளை பயனபடுத்த வேண்டும்.

(2) முறையின் திறமையானது தெரிவிக்கப்பட்ட பொறுத் திசைவு அகலத்தைவிடக் குறைவாக இருக்கும் பொழுது மாற் றம் செய்யப்பட்ட கட்டுப்பாட்டு எலலைகளை $\bar{X}$-வரைபடத்திற்கு பயன்படுததவேண்டும்.

(3) சாதாரண நிலையிலுள்ளது போல் முறையின் திற மையை, கூறுகளை தேர்ந்தெடுத்து சராசரி வீச்சான $\bar{R}$க் காண் பது மூலம் கணக்கிடலாம்.

(4) $\bar{R} < \bar{R}$ உச்சம் என்றிருந்தால், முறையின் திறமை யானது தெரிவிக்கப்பட்ட பொறுத்திசைவு அகலத்தைவிடக் குறைவாக இருக்கும். எனினும் இவ்விரண்டுக்குமிடையேயுள்ள வேறுபாடானதுதற்செயலால் ஏற்படக்கூடியதா அல்லது முறை யானது வேலையின் தேவைக்கு மிஞ்சிய துல்லியமானதா என் பதை சோதனை செய்யவேண்டும். இதனை (5)லுள்ளது போல் காணலாம்.

(5) $T=(U-L)$ஐக் கணக்கிடவேண்டும், பின்பு T, F என்ற பொறுத்திசைவுக் காரணியை (tolerance factor) $T, F = \frac{\bar{R}}{T} = \bar{R}/6\hat{\sigma} = \bar{R}/6\,\bar{R}/d_2 = d_2/6$ என்பதால், முன்னே தரப்பட்ட பட்டியலில் கூறு அளவு 'n'க்கேற்ற d_2 மதிப்பிற்கு $T.\ F.$ஐக் கண்டுபிடிக்கவேண்டும். மாற்றம் செய்யப்படட கட்டுப்பாடடு

எல்லைகளை $\bar{X}$ வரைபடத்திற்கு, $\frac{\bar{R}}{T} <$ T. F. என்றிருந்தால் பயன்படுத்தவேண்டும். மற்றபடி சாதாரணக் கட்டுப்பாட்டு எல்லைகளைப் பயன்படுத்துகிறோம்.

(6) (5) லுள்ள சோதனையானது $\bar{X}$ — வரைபடத்திற்கான மாற்றம் செய்யப்பட் கட்டுப்பாட்டு எல்லைகளை பயன்படுத்த இடம் கொடுத்தால் நாம் கீழ்க்கண்ட முறைகளைப் பயன்படுத்து கிறோம்.

$\sigma = \bar{R}/d_2$ ஐக் கணக்கிட வேண்டும். முறையில் சராசரிக் கான பாதுகாப்பு வெளியானது. Mக்கான பாதுகாப்பு வெளி யின் மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லை $= L+3\sigma$ Mக்கான பாதுகாப்பு வெளியின் கீழ்க் கட்டுப்பாட்டு எல்லை $= L - 3\sigma$ என்று அமை கிறது; எனவே $\bar{X}$க்கான மாற்றம் செய்யப்பட்ட கட்டுப்பாட்டு எல்லைகளாவன:

$UML = \bar{X}$ வரைபடத்திற்கான மாற்றம் செய்யப்பட்ட மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லை,

$$= (U-3\sigma) + \frac{3\sigma}{5n} = U - M\bar{R}$$

$LML = \bar{X}$ வரைபடத்திற்கான மாற்றம் செய்யப்பட்ட கீழ் கட்டுப்பாட்டு எல்லை.

$$= (L+3\sigma) - \frac{3\sigma}{5n} = L + M\bar{R} \text{ ஆகும்.}$$

இங்கு $M\bar{R} = (3 - 3/\sqrt{n})$ $\sigma = (3 - 3/\sqrt{n}) \frac{\bar{R}}{d_2}$ என்பதால்,

$$M = (3 - 3/\sqrt{n}) \frac{1}{d_2}$$

$\bar{X}$ வரைபடத்திற்கான $UML = U - M\bar{R}$

$\bar{X}$ வரைபடத்திற்கான $LML = L + M\bar{R}$

(7) $\bar{R}$ வரைபடத்திற்கு கட்டுப்பாட்டு எல்லைகளை $D_3\bar{R}$, $D_4\bar{R}$ என்று முன்பு கண்டதுபோல் காண்கிறோம்,

(8) வரை படத்தில் மாதிரி சராசரிகளுக்கும் வீச்சுகளுக்கு மான வரைபடங்களை அமைக்கிறோம். சராசரி வரைபடத்திற்குக் கீழே வீச்சுக்கான வரைப்படத்தைவரைதல் அவசியம், சராசரி களையும் வீச்சுகளையும் Y-அச்சிலும், உற்பத்தியின் வரிசையை X-அச்சிலும் குறிக்கிறோம்.

(9) (6)ல் கண்டதுபோல் $\bar{X}$க்கான மாற்றம் செய்யப்பட்ட கட்டுப்பாட்டு எல்லைகளை விட்டு விட்டு—கோடுகள் மூலம் அமைக்கவேண்டும்.

(10) R வரைபடத்தில் $\bar{R}$ அமைந்துள்ள இடத்தில் மையக் கோடு ஒன்றை வரைதல் வேண்டும். இதைத் தவிர R வரை படத்திற்கான கட்டுப்பாடு எல்லைகளை 7ல் கண்டதுபோல் விட்டுவிட்டு, அமைந்த கோடுகள் மூலம் அமைக்கவேண்டும்.

(11) தொடர்ந்து மாதிரிக் கூறுகளைத் தேர்ந்தெடுத்து செய்யப்பட்ட வரிசையில் இவ் வரைபடத்தில் அமைத்தல் வேண்டும்.

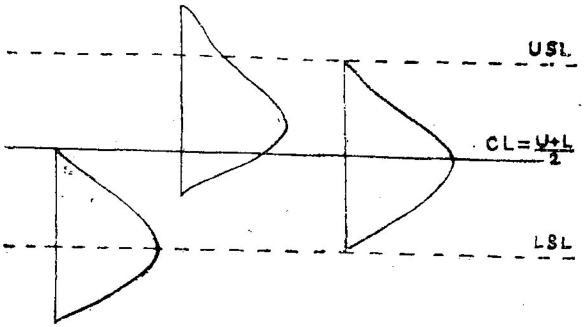
(12) சராசரி, வீச்சு ஆகியவைகளுக்கான வரைபடத்திலுள்ள புள்ளிகள் முறையாக அமைந்த கட்டுப்பாட்டு எல்லைகளுக்குள்அமைந்தால் முறை வேலை செய்யும் வகையை ஏற்றுக்கொள்ளுகிறோம்.

(13) குறிக்கப்பட்ட புள்ளிகளில் ஏதாவதொன்று அவ் வெல்லைகளின் மீதோ அல்லது அதற்கு அப்பாலோ அமைந்திருந்தால் முறையில் பெருத்த வேறுபாடுகள் ஏற்பட்டுள்ளதை உணர்கிறோம். இதற்கான நிவர்த்தியை பொருந்திய தொழில் நுணுக்க நடவடிக்கை மூலமாக மேற்கொள்ள வேண்டும்.

(14) சராசரி வரைபடத்தில் அமைந்துள்ள புள்ளிகள், மாற்றம் செய்யப்பட்ட கட்டுப்பாட்டு எல்லைகளின் மீதோ அல்லது அதற்கப்பாலோ அமைந்திருந்தால் முறையின் சராசரி மட்டத்தில் இடப்பெயர்ச்சிஏற்பட்டுள்ளது என்று உணர்கிறோம். இதனை நிர்ணய மாற்றம் (setting change) செய்து பரிகாரம் காண வேண்டும்.

(15) மாற்றம் செய்யப்பட்ட கட்டுப்பாட்டு எல்லைகளால் அளிக்கப்படும் பாதுகாப்பானது σ–ன் நல்ல மதிப்பீட்டை (estimate)ப் பொருத்து அமைகிறது. இந்த மதிப்பீட்டை அறிந்ததும், முறையின் சிதறலானது. புள்ளியியல் கட்டுப்பாட்டுக்குள் அமைவது மிகவும் அவசியமாகும். முறையின் சிதறலானது முரணுன முறையில் அமைந்தால் மாற்றம் செய்யப்பட்ட கட்டுப்பாட்டு எல்லைகள் பொருத்தமற்றதாகிறது.

II. $\bar{R}$ ஆனது தோராயமாக $\bar{R}$ உச்சம்—க்கு சமமாக ($6\sigma \simeq T$) இருந்தால்



படம் 10.

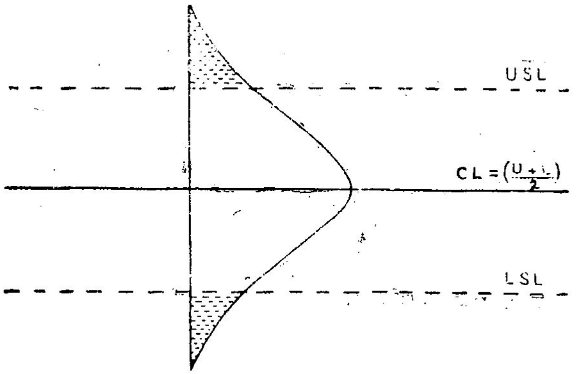
இங்கு முறையை கவனமாக மையப்படுத்தி அமைப்பது மிகவும் இன்றியமையாததாகும். பழுதுடையவைகளை அனுமதிக்கவில்லையெனில் முறையின் சராசரியை மையக் குறிப்பீட்டுப் புள்ளியில் அமைத்தல் வேண்டும் (படம் 10) சராசரியிலிருந்தோ அல்லது வேறுபாட்டிலிருந்தோ போக்குகள் இருக்குமாயின் அது மறுக்கத் தகும். விகிதத்தை அதிகப்படுத்துவதாக அமைகிறது. இம்மாதிரியான போக்குகளை $\bar{X}$, R ஆகிய வரைபடங்கள் மூலமாக ஆரம்ப கட்டத்திலேயே கண்டுபிடித்து அதனை இவ்வரைபடங்களின் அடிப்படையில் தேவையான நடவடிக்கைகளை மேற்கொள்ளலாம்.

சராசரியைக் கட்டுப்படுத்துவது எளிதானதாக இல்லையென்றால், விசாரணைகளின் மூலமாக முறையின் வேறுபாட்டைக் குறைக்க முற்படுவது சாலச் சிறந்ததாகும்.

III. $\bar{R}$ உச்சம் - ஐ விட அதிகமாக இருந்தால்; அதாவது $6\bar{R} < T$ எனில் (படம் 11)

இங்கு குறிப்பீடுகள் முறையின் திறமைக்கு மிகவும் இறுக்கமாக அமைந்துள்ளது. முறையின் சராசரியை நடு குறிப்பீட்டுப் புள்ளியில் மையப்படுத்தி இருந்தாலும் பழுதடைந்த பொருள்களின் உற்பத்தி தவிர்க்க முடியாததாக இருக்கும். குறிப்

பீட்டுகளைப் பூர்த்தி செய்யாத நிலை இருக்குமானால் அது தேவைக்குப் பயன்படாததை உணர்த்துகிறதா என்பதை விசாரணை செய்தல் வேண்டும். பொதுவாகக் குறிப்பீடுகளை யாதாமொரு முறையில் (arbitrarily) நிர்ணயிக்கப்படுகிறது. இம்மாதிரியான வகைகளில், பொறுத்திசைவு முறையின் திறமை அமையுமளவிற்கு தளர்ததி (II) லுள்ள நிலைமையைப் பயன்படுத்தலாம். சகிப்புகளுக்கு முறையின் திறமை அமைந்துள்ள அளவுக்கோ அல்லது எந்த அளவிற்கும் தளர்ச்சி செய்ய முடியாத நிலை இருந்தால் கட்டுப்பாட்டு வரைபடம் வாயிலாக, முறையின் சராசரியை பொருளாதார மட்டத்திற்கு அமைத்த பின்பு நூறு சதவீத கண்காணிப்பை உற்பத்தி செய்யப்பட்ட பொருள்களுக்குப் பிரித்து அமைக்கிறோம். அதாவது முறையின் வேறுபாட்டைக் குறைக்கும் வகையில் அடிப்படையாகவே முறையில் மாற்றங்கள் செய்து பொருளாதார ரீதியில் சிக்கனமாக உள்ளதா என்பதை பரிசோதிக்கலாம்.



படம் 11.

முறையை பொருளாதார மையமாக்குதல் (Economic Centering of Process)

முறையின் திறமையை விட பொறுத்திசைவு அதிகமாக இருந்தால் முறையை சிக்கனமான முறையில் ஒரு குறிப்பிட்ட மதிப்பிற்கு மொத்தத்தில் அமைந்த மறுக்கத்தகும் அல்லது திரும்ப வேலைகளை மேற்கொள்ளும் செலவுகளை சிக்கனமான முறையில் நீசமாக்க மையப்படுத்தலாம். உதாரணமாக ஓர் உறுப்பின் குறிப்பிடப்பட்ட விட்டத்தை விட (diameter) மேல் குறிப்பீட்டு எல்லை அதிகமாக இருந்தால், அந்த உறுப்பைத் திரும்பவும் இயந்திரத்தில் கொடுத்து தேவைப்பட்ட அளவுக்கு

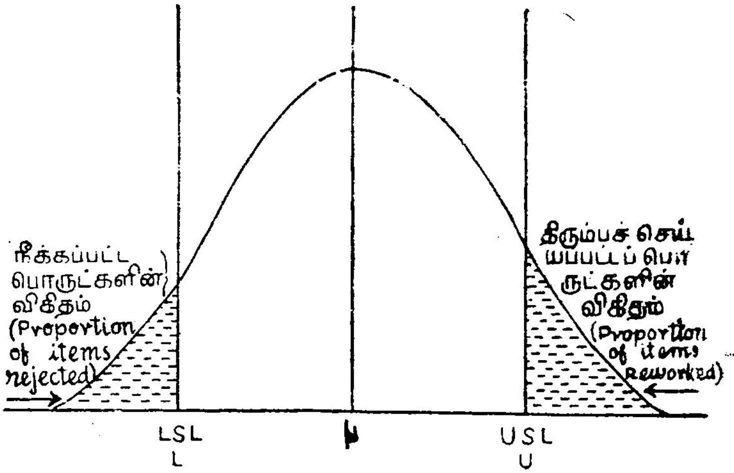
விட்டத்தைக் குறைத்து குறிப்பிட்டை அடையலாம். ஆனல் குறிப்பிடப்பட்ட விட்டத்தைவிட கீழ்க்குறிப்பீட்டு எல்லே குறைவாக இருந்தால் அந்த உறுப்பை மறுக்க வேண்டும். இம்மாதிரியான வகைகளில், முறையினை நடுக்குறிப்பீட்டுப் புள்ளிக்கு சற்று அதிகமான தூரத்தில் மையப்படுத்தி, மறுக்கப்படும் பொருள்களின் எண்ணிக்கையைக் குறைக்கலாம். இதனுல் பொருள்களை திரும்பவும் இயந்திரத்தில் கொடுத்து வேலை செய்யும் நிலை அதிகரித்து இருக்கும். மொத்தச் செலவு குறைவாக இருப்பதற்கு முறையை மையப்படுத்த உச்சமான புள்ளியை கீழ்க்கண்டவாறு வருவிக்கலாம்.

C_1 = திரும்பவும் வேலை செய்ய ஆகும் செலவு

C_2 = மறுப்பதற்கான செலவு

= முறையின் மட்டத்தை நிர்ணயித்தல்

(செயல் முறையின் மையம்) என்க.



படம் 12.

மொத்தச் செலவு

$C = C_1$ (அந்த உறுப்பு திரும்பவும் வேலையில் ஈடுபடுவதற்கான நிகழ்த்தகவு) + C_2 (அந்த உறுப்பு மறுக்கப்படுவதற்கான நிகழ்த்தகவு.)

$$= C_1 \int_{U}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx + C_2 \int_{-\infty}^{L} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx$$

மொத்தச் செலவு நீசமாக இருக்கவேண்டுமெனில்

μன் மதிப்பு, $\frac{dc}{dx} = 0$ என்றிருக்குமாறு அமைதல் வேண்டும்.

C–ஐ, x-க்கு வகையீடு செய்து பூச்சியத்திற்குச் சமப்படுத்தினுல்

$$C_1 (-1)\, e^{-(U-\mu)^2/2\sigma^2} + C_2\, e^{\frac{-(L-\mu)^2}{2\sigma^2}} = 0$$

$$-\left[U^2-L^2 - 2\mu\ (U-L)\right]\Big/2\sigma^2$$

அல்லது, $\frac{C_2}{C_1} = e$

இரு புறமும் Cக்கு மடக்கை செய்தால்

இருபுறமும் Cக்கு மடக்கை செய்தால்,

$$\text{மடக்கை}_e \frac{C_2}{C_1} = \left\{ (U+L)\,(U-L) - 2\mu\ (U-L) \right\} \Big/ 2\sigma^2$$

$$\text{அல்லது } \mu = \tfrac{1}{2} \left\{ (U+L) - \frac{2\sigma^2}{U-L}\ \text{மடக்கை}_e \frac{C_2}{C_1} \right\}$$

முறையை μல் மையப்படுத்தினுல் மொத்தச் செலவு நீசமாக இருக்கும்.

உதாரணம் — பகுதி மூன்றிலுள்ள உதாரணத்தில் கொடுக்கப் பட்டுள்ள விவரத்திலிருந்து,

$U = 1{\cdot}217,\ L = 1.213,$
$\sigma = 0{\cdot}00156$ என்று காண்கிறோம்.
$C_2 =$ ரூ. 20, $L_1 =$ ரூ. 3·5 என்க

பிறகு மொத்தச் செலவு குறைவாக இருப்பதற்கு முறையை மையப்படுத்த வேண்டிய மட்டம்

$$= \frac{1}{2}\left\{(1 + 217 + 1{\cdot}224) - \frac{2(0{\cdot}00156)^2}{{\cdot}004} \text{ மகை}^{*}_{e}\frac{20}{3{\cdot}5}\right\}$$

$$= \frac{1}{2}\left\{2{\cdot}430 - (0{\cdot}002434)\,(1{\cdot}741)\right\}$$

$= 1{\cdot}2128$ ஆகும்

பிறகு மொத்த எதிர்பார்க்கும் செலவுகளைக் கணக்கிட்டுக் கொள்ளலாம்.

ஒரு குறிப்பிட்டு எல்லையைக்கொண்டு சிறப்புத் தன்மைகளை அறிதல்
(Charecteristics with only a single Specification Limit)

சில சமயங்களில் சிறப்புத் தன்மைகள் மேல் அல்லது கீழ் என்ற ஒரே ஒரு குறிப்பீட்டு எல்லையை மட்டும் பெற்றதாயிருக்கும். உதாரணமாக நூலிழையின் சக்தி, சிமென்ட் மூட்டைகள், மொத்த எடை, மின் விளக்கின் உழைப்புக் காலம், போன்றவைகளாகும்.

(1) அங்கு அப் பொருளுக்குக்கீழ் குறிப்பிட்டு எல்லை மட்டும் கொடுக்கப்பட்டிருந்தால், முக்கியமாக, முறையின் சராசரி $\mu = L\,3\sigma$ என்றிருத்தல் அவசியம். இதனால் பழுதடைந்த பொருள்களின் உற்பத்தி நீச நிலையிலிருக்கும். இந்த மட்டத்தில் முறையின் சராசரியை அமைத்துக்கொள்ள $\bar{X}$ வரை படம் மிகவும் பயனுள்ளதாக அமைகிறது.

முறையின் வேறுபாடுகளைக் குறைப்பதால் நன்மை ஏற்படுகின்றது. இதனால் முறையின் கீழ் சராசரியை, பழுதடைந்த பொருள்களின் உற்பத்தி ஏற்படக்கூடிய அபாயத்திலிருந்து அமையும் ஒரு மட்டத்தில் நிர்ணயிக்க ஏதுவாகிறது. மூட்டைகளில் சிமென்டைப் போட்டு நிரப்புவது போன்ற சிற வகைகளில் செலவுகளைக் குறைக்க உதவுகிறது. அத்தருணத்தில் ஒரு மூட்டையின் சராசரி எடையானது கீழ் குறிப்பிட்டு எல்லைக்கு இயைந்ததாக (consistent) அமையக்கூடிய அளவுக்கு இருக்கும்.

(2) அங்கு அப்பொருளுக்கு மேல் குறிப்பிட்டு எல்லை மட்டும் கொடுக்கப்பட்டிருந்தால், முக்கியமாக, முறையின் சராசரி,

$\mu = U - 3\sigma$ என்று அமையும்.

* மகை = மடக்கை (இலாகிரிதம்)

பகுதி 5 -

மாறி விவரங்களுக்கு கட்டுப்பாட்டு வரைபடத்துக்கான விளக்கம்

(Interpretation of Control Charts for Variable Data)

கட்டுப்பாட்டு எல்லைக்குள் எல்லா புள்ளிகளும் அமைந்தாலும்கூட, வரை படத்தில் புள்ளிகளின் அமைப்பு கட்டுப்பாட்டிலில்லாத சூழ்நிலையை உணர்த்தலாம்.

முறையானது கட்டுப்பாட்டில் இருக்கக்கூடிய நிலையிலிருந்தால் புள்ளிகளின் அமைப்பு ராண்டம் முறையில் வெகுவாக சிதறியவண்ணம் $\bar{X}$, R ஆகிய வரை படங்களில் கட்டுப்பாட்டு கோட்டிற்கு அருகே அமைந்திருக்கும். எனவே புள்ளிகளின் பரவலின் அமைப்பைப் பொருத்து விளக்கங்களைக் காண்கிறோம். பரவலின் சில வடிவமைப்புகள் $\bar{X}$, R ஆகிய வரை படங்களுக்கு அட்டவணையில் காட்டியபடி விளக்கங்களைப் பெறுகிறது.

சில எடுத்துக்காட்டு வகைகள் உதாரணங்கள் 1லிருந்து 6 வரை கட்டுப்பாட்டு வரை படங்களுக்கு கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

UCL, LCL = $\bar{X}$ வரை படத்திற்கான கட்டுப்பாட்டு எல்லைகள்
UML, LML = $\bar{X}$ வரை படத்திற்கான மாற்றி அமைக்கப்பட்ட கட்டுப்பாட்டு எல்லைகள்.

URL = R வரை படத்திற்கான UCL ஆகும்.

மாதிரி 1:

பிஸ்டன் உருவளவை 2·0625″ ± 0·0005″ (பொறுத்திசைவுக்குள் மூலப் பொருட்களை உற்பத்தி செய்யும் கட்டுப்படுத்தப்பட்ட செயற்பாங்கு).

முதலில் வீச்சுகளுக்கான கட்டுப்பாடு வரைபடத்தை சரி பார்க்கிறோம்.

(i) சராசரி வீச்சு ($\bar{R}$) அனுமதிக்கத்தக்க மீப்பெறு சராசரி வீச்சை ($\bar{R}_{max}$) விட குறைவாக உள்ளது. அஃதாவது, செயற்பாங்கின் மாறுபாடு ஒவ்வொரு பொருளுக்கும் பொறுத்திசைவு குறியீட்டை விட குறைவாக உள்ளது.

வரிசை எண்	சூழ்நிலைகள்		விளக்கம்
	R வரை படம்	$\bar{X}$ வரை படம்	
1.	கட்டுப்பாட்டுக்குள் அமைந்துள்ளது.	கட்டுப்பாட்டுக்குள் அமைந்துள்ளது.	முறையானது புள்ளியியல் கட்டுப்பாட்டுக்குள் அமைந்துள்ளது. முறையின் திறமையை குறிப்பீடுகளோடு ஒப்பிட்டுப் பார்த்து பகுதி 5ல் குறிப்பிட்டதுபோல் நடவடிக்கைகளை மேற்கொள்ள வேண்டும்.
2.	கட்டுப்பாட்டுக்குள் அமைந்துள்ளது.	ஒரு பக்கத்தில் புள்ளிகள் எல்லைகளுக்கு வெகு அப்பாற்பட்டு அமைந்துள்ளது.	முறையின் மட்டம் அதற்கேற்ற பக்கத்திற்கு இடப்பெயர்ச்சி பெற்று அமைந்துள்ளது.
3.	கட்டுப்பாட்டுக்குள் அமைந்துள்ளது.	இருபுறங்களிலும் புள்ளிகள் எல்லைகளுக்கு வெளியில் அமைந்துள்ளன. ஆனால், பல புள்ளிகள் எல்லைகளுக்குள் அமைந்துள்ளன.	முரண்பட்ட வகையில் முறையின் மட்டத்தில் மாற்றம் ஏற்பட்டுக்கொண்டிருக்கிறது. இது நபர்கள், பொருள்கள், இயந்திரங்கள் ஆகியவைகளின் தரங்களின் மாற்றத்தால் ஏற்படுகின்றது அல்லது முறையை அவ்வப்போது சரி செய்வதால் ஏற்படுகிறது.
4.	கட்டுப்பாட்டுக்குள் அமைந்த நிலை.	இரு மருங்கிலும் புள்ளிகள் எல்லைகளுக்கு வெளியில் அமைந்துள்ளன. ஆனால், சில புள்ளிகள் மட்டும் எல்லைகளுக்குள் அமைந்துள்ளன.	இரு வெவ்வேறுபட்ட சராசரிகள் கலந்து வேறுபாடுகளை நோக்குகிறோம். அதாவது இயந்திரங்களின் குழுக்கள் வேறுபட்ட நிர்ணயங்களை (settings) பெற்றுள்ள சூழ்நிலையாகும். இதில் ஒவ்வொரு குழுவின் தங்களுக்கிடையேயுள்ள $\bar{X}$ மதிப்பு கட்டுப்பாட்டுக்குள் அமைந்திருக்கும்.

5.	கட்டுப்பாட்டுக்குள் அமையாத நிலை.	இரு மருங்கிலும் புள்ளிகளின் எல்லைகளுக்கு வெளியில் அமைந்துள்ளன. ஆனால், சில புள்ளிகள் மட்டும் எல்லைக்குள் அமைந்துள்ளன.	(4) லுள்ளதுபோல் ஆகும். ஆனால், ஒவ்வொரு குழுவும் தங்களுக்கிடையேயுள்ள $\bar{X}$ ஆனது கட்டுப்பாட்டுக்குள் அமைந்திருக்காது.
6.	கட்டுப்பாட்டுக்குள் அமையாத நிலை.	இரு புறங்களிலும் புள்ளிகளின் எல்லைகளுக்கு வெளியில் அமைந்துள்ளன. ஆனால், பல புள்ளிகள் எல்லைகளுக்குள் அமைந்துள்ளன.	வேறுபாடுகள் அதிகரித்துள்ளன.
7.	கட்டுப்பாட்டுக்குள் அமையாத நிலை	ஒருபுறத்தில் கட்டுப்பாட்டுக்குள் அமையாத நிலை	முறையின் மட்டமும் வேறுபாடுகளும் மாற்றம் பெற்றுள்ளன.
8.	கட்டுப்பாட்டுக்குள் அமைந்த நிலை.	மையக் கோட்டின் ஒரு பக்கத்திலுள்ள புள்ளிகள் 7 அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட ஓட்டங்களை (runs)ப் பெற்று எல்லைக்குள் அமையாத நிலை	முறையின் மட்டத்தில் இடப் பெயர்ச்சி ஏற்பட்டுள்ளது.

9.	கட்டுப்பாட்டுக்குள் அமைந்த நிலை.	7 அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட புள்ளிகள் ஒரே போக்கை (trend)க் காண்பித்தால் (அல்லது 11 புள்ளிகளில் 10 புள்ளிகள் அடுத்தடுத்து) எந்தப் புள்ளியும் கட்டுப்பாட்டு எல்லைகளுக்கு வெளியில் அமையவில்லை எனில்.	செயற்பாங்கு முறையில் மெதுவாக மாறுதல் ஏற்பட்டுக்கொண்டிருக்கிறது.
10.	7 அல்லது அதற்கு மேற்பட்டபுள்ளிகள் தொடர்ந்துநடுகோட்டிற்குமேலமைதல்	—	வேறுபாடு அதிகரித்துள்ளது.
11.	புள்ளிகள் மையக் கோட்டிற்கு மிக நெருங்கி அமைந்த நிலை		குழுக்களுக்குள் எண்களிடத்து ஒழுங்கான வேற்றுமைகள் இருக்கிறது. மிகச் சிறிய வேறுபாடானது கூறுகளில் அமைந்துள்ளது. வரம்பு மீறுத குறு தொகுதிகள் மிகவும் தேவைப்படுகிறது.
12.	—	புள்ளிகள் நடு கோட்டிற்கு அருகாமையில் அமைந்து 68% மேற்பட்டவைகள் அமைந்த ± கட்டுப்பாட்டு எல்லைகளில் $\frac{1}{3}$ பங்கு காணப்படும் நிலை	துணைக் குழுக்களுக்குள் எண்களிடத்து ஒழுங்கான வேற்றுமைகள் இருக்கிறது. பெருத்த வேறுபாடானது ஒவ்வொரு கூறிலும் உள்ளடக்கப்பட்டுள்ளன. வரம்பு மீறு குறு தொகுதிகள் மிகவும் தேவைப்படுகிறது.

(ii) 5 அளவுள்ள கூறுகளின் வீச்சுகள், மேல்வீச்சு எல்லைக்குள் (U.R.L) விழுகின்றன. இது ஒரு நிலைத்த செயற்பாங்கு மாறுபாட்டைக் காட்டுகின்றது.

இரண்டாவதாக, சராசரிக்கான கட்டுப்பாடு வரை படத்தைச் சரி பார்க்கிறோம்.

(i) சராசரிகளின் சராசரி ($\bar{\bar{X}}$), நடு பொறுத்திசைவு அளவை ஒட்டி அமைகிறது. அஃதாவது, பிஸ்டன் கருவி சரியாகப் பொருத்தப்பட்டுள்ளது.

(ii) 5 அளவுள்ள கூறுகளின் சராசரிகள் மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லை (UCL) கீழ்க் கட்டுப்பாட்டு எல்லை (LCL)களுக்குள் விழுகின்றன. அஃதாவது மாறுபாட்டில் குறிப்பிடத்தக்க காரணங்கள் ஏதுமில்லாமல் செயற்பாங்கு சீராக உள்ளது.

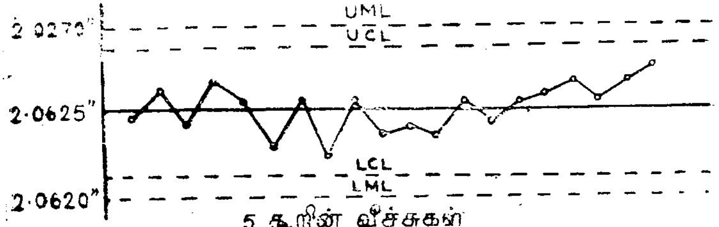
(iii) சராசரி வரை படத்தில் எல்லாப் புள்ளிகளும் மேல் திருத்தப்பட்ட எல்லை (UML) கீழ் திருத்தப்பட்ட எல்லை (LML)களுக்குள் அமைகின்றன. அஃதாவது, உற்பத்தியான தனித் தனிப் பொருட்கள் பொறுத்திசைவு குறியீடுகளை ஒட்டி அமைகின்றன.

எனவே, இவ்வரை படத்தின் மூலம், மேல் திருத்தப் பெற்ற எல்லையானது, மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லைக்கு மேலாகவும், கீழ் திருத்தப் பெற்ற எல்லையானது கீழ்க் கட்டுப்பாட்டு எல்லைக்குக் கீழாகவும், இருப்பதைக் காண்கிறோம். இதனால் இயந்திர அமைப்பும், செயற்பாங்கு மாறுபாடும் பொறுத்திசைவை ஒட்டி, நன்ருக அமைகின்றன எனக் கொள்ளலாம். (வரை படம்-பக்கம் 52)

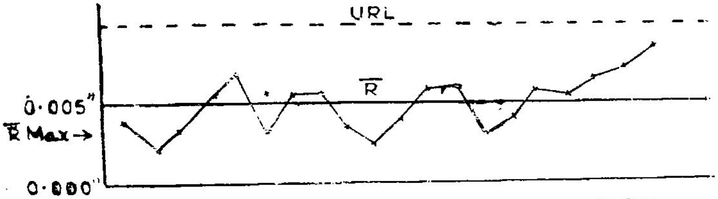
மாதிரி 2:

ஓர் இயந்திரத்தின் விரிந்த மாறுபாடுகளுக்குள் கட்டுப் படுத்தப்பட்ட ஒரு செயற்பாங்கினை இந்த மாதிரி விளக்குகிறது. ஆனால் அந்தச் செயற்பாங்கு ஒரு பொறுத்திசைவிற்குள் எல்லாப் பொருட்களையும் உற்பத்தி செய்ய முடியாது. இந்த செயற்பாங்கு விரிந்த மாறுபாடுகளைக் காட்டும் வரை, குறைபாடான பொருட்களை எடுத்து விலக்குவதற்கு பொருட்களை தடை காப்பு (screen) செய்ய வேண்டும். இந்த மாதிரியில் செயற்பாங்கின் உள்ளே காணப்படும் மாறுபாடுகளை குறைப்பதற்கான பரிகார நடவடிக்கை மேற்கொள்ளப்படு

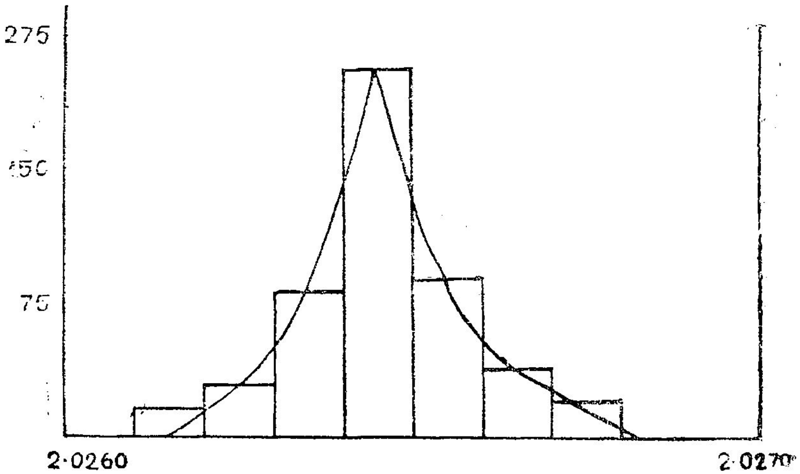
உதாரணம் 1 க்கு கட்டுப்பாட்டு வரைபடம்
(CONTROL CHART FOR EXAMPLE : 1)
5 அளவுள்ள கூறின் சராசரிகள்
(AVERAGES OF SAMPLE 5)



5 கூறின் வீச்சுகள்
(RANGES OF SAMPLE 5)



FREQUENCY DISTRIBUTION CHART OF 450 INDIVIDUAL PISTON MEASUREMENT FOR EXAMPLE—1



FREQUENCY DISTRIBUTION CHART OF 450 INDIVIDUAL PISTON MEASUREMENTS FOR EXAMPLE - 1
450 தனித்த பிஸ்டன் அளவுகளின் அலைவெண்பரவல் படம்
(உதாரணம் 1 க்கு)

படம் 13

கிறது. சராசரி வீச்சு மீப்பெரு அனுமதிக்கக் கூடிய சராசரி வீச்சினை விட அதிகமாக இருக்கும்போது, திருத்தப்பட்ட எல்லைகளை சராசரி வரைபடத்தில் காட்டவில்லை.

மாதிரிப்பிரச்சினை : கைரோ சக்கர அளவை: 0·9435″ ± 0·0005″. (பொருத்திசைவுக்குப் பொருட்களை உற்பத்தி செய்யும் கட்டுப்படுத்தப்பட்ட செயற்பாங்கு·)

முதலில் வீச்சுகளுக்கான கட்டுப்பாடு வரைபடத்தைச் சரி பார்க்கிறோம்.

(i) சராசரி வீச்சு $\bar{R}$, அனுமதிக்கத்தக்க மீப்பெரு சராசரி வீச்சை $\bar{R}_{max}$ஐ விட அதிகமாக உள்ளது. அதாவது செயற்பாங்கின் மாறுபாடு ஒவ்வொரு பொருளுக்கும் பொருத்திசைவுக் குறியீட்டை விட அதிகமாக உள்ளது.

(ii) 5 அளவுடைய கூறுகளின் வீச்சுகள், நிலைத்த செயற்பாங்கு மாறுபாட்டைக் கொண்ட ஒரு மேல் வீச்சு எல்லை UCL-க்குள் விழுகின்றன.

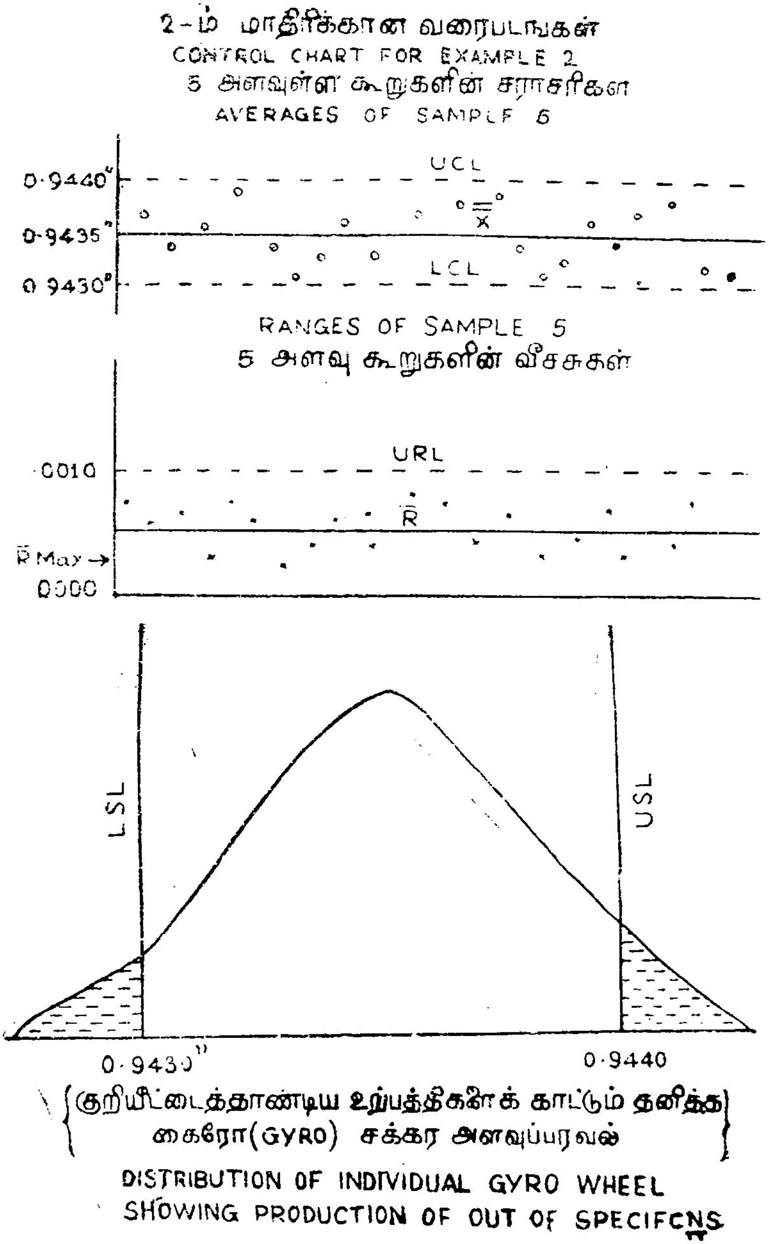
இரண்டாவதாக, சராசரிகளுக்கான வரை படத்தைச் சரி பார்க்கிறோம்.

(i) சராசரிகளின் சராசரி $\bar{\bar{X}}$ யானது, சரியான இயந்திர அமைப்பினைக் காட்டும் நடு பொருத்திசைவு அளவுக்கு சமீபமாக விழுகின்றன.

(ii) 5 அளவுள்ள சராசரிகள், மேல், கீழ் கட்டுப்பாடு எல்லைகளுக்குள் அமைத்து, வீச்சு வரை படத்தில் காட்டப்பட்டது போன்று, விரிந்த செயற்பாங்கு மாறுபாட்டுக்குள் ஒரு கட்டுப்படுத்தப்பட்ட செயற்பாங்கினைக் காட்டுகின்றன. (வரை படம்-பக்கம் 54)

மாதிரி 3:

இந்த உதாரணம், உள்ளியல்பான மாறுபடுந்தன்மை யுடன் கூடிய ஒரு செயற்பாங்கு, ஒரு பொருத்திசைவுக் குறியீட்டை ஒத்து அமைவதைவிட மிகக் குறைவாக உள்ள தாகக் காட்டுகிறது. இயந்திரத்தில் காணப்படும் இந்த சிறிய மாறுபாடானது, $\bar{X}$ ஐச சார்ந்த கட்டுப்பாடு எல்லைகளை மிகக்


2-ம் மாதிரிக்கான வரைபடங்கள்
CONTROL CHART FOR EXAMPLE 2
5 அளவுள்ள கூறுகளின் சராசரிகள்
AVERAGES OF SAMPLE 5
UCL
0·9440"
0·9435"
0·9430"
LCL
RANGES OF SAMPLE 5
5 அளவு கூறுகளின் வீசசுகள்
URL
·0010
R̄
R̄ Max →
0000
LSL
USL
0·9430"
0·9440
(குறியீட்டைத்தாண்டிய உற்பத்திகளைக் காட்டும் தனித்த கைரோ(GYRO) சக்கர அளவுப்பரவல்)
DISTRIBUTION OF INDIVIDUAL GYRO WHEEL SHOWING PRODUCTION OF OUT OF SPECIFCNS

படம் 14

குறுகியதாக்கி, பொறுத்திசைவு மட்டத்திலிருந்து கணிக்கப் பட்ட திருத்தப்பட்ட எல்லைகளை விரிவாக்கிக் காட்டுகிறது. சராசரி படத்தில் கட்டுப்பாட்டின் வெளியில் உள்ள புள்ளிகள், மாறுபாடுகளின் (நியமிக்கத்தக்க) குறிக்கப்படும் காரணங்களைக் காட்டும். கட்டுப்பாட்டு வரை படம், தனித்த பொருட்கள் பொறுத்திசைவு மட்டங்களுக்குள் விழுவதைக் காட்டுவதால், குறிப்பிடத்தக்க காரணங்களை விலக்குவதற்காக பரிகார நடவடிக்கை எடுத்தால், அது உற்பத்தியையே நிறுத்திவிடுமாதலால், இங்கு அந்த நடவடிக்கை எடுக்கப்படவில்லை.

வெடிமருந்து உறை அளவு— 0·870″ $\pm$ 0·010″ (Cartridge Case Dimension) (பொறுத்திசைவுக்குள் பொருள்களை உற்பத்தி செய்யக்கூடிய பகுதியளவில் கட்டுப்படுத்தப்படாத செயற்பாங்கினைக் காட்டும் பிரச்சினை).

முதலில் வீச்சுப் படத்தினை சரிபார்க்கிறோம்.

(i) சராசரி வீச்சு $\bar{R}$, மீப்பெரு அனுமதிக்கக் கூடிய சராசரி வீச்சினை (R_{max}) விடக் குறைவாக உள்ளது. அதாவது, ஒவ்வொரு பொருளுக்குமான செயற்பாங்கு மாறுபாடு, பொறுத்திசைவுக் குறியீட்டை பொறுத்த வரையில் சிறியதாக உள்ளது.

(ii) 5 அளவுள்ள கூறுகளின் வீச்சுக்கள் URLக்குள் விழுகின்றன.

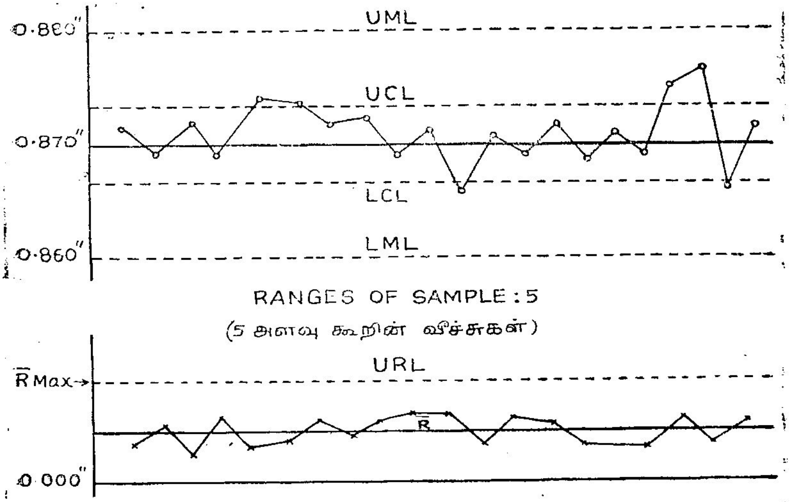
இரண்டாவதாக சராசரிகளின் படத்தைச் சரிபார்க்கிறோம்

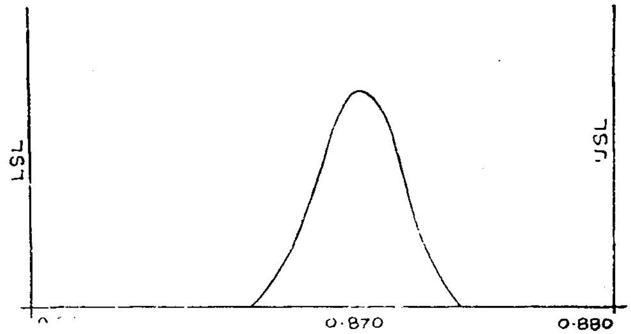
(i) சராசரிகளின் சராசரி ($\bar{\bar{X}}$), நடு பொறுத்திசைவு அளவை ஒட்டினாற் போல் விழுகிறது. அதாவது ஆரம்ப இயந்திர அமைப்பு சரியானதேயாகும்.

(ii) 5 அளவு கூறுகளின் நிறைய சராசரிகள் இரண்டு கட்டுப்பாடு எல்லைகளையும் தாண்டி விழுகின்றன. மேல் திருத்தப்பட்ட மட்டம் குறிப்பிடத்தக்க மாறுபாட்டுக் காரணங்களைக்காட்டுகிறது.

(iii) 5 அளவு கூறுகளின் சராசரிகள் யாவும், திருத்தப்பட்ட மட்டங்களுக்குள் விழுகின்றன. தனித்த உற்பத்திப் பொருட்கள் பொறுத்திசைவுக் குறியீட்டினை ஒத்து அமைகின்றன. (வரை படம்-பக்கம் 56)

மாதிரி 3-ன் கட்டுப்பாட்டு வரைபடம்
CONTROL CHART FOR EXAMPLE 3
AVERAGES OF SAMPLE 5
5 அளவுள்ள கூறின் சராசரிகள்





DISTRIBUTION OF INDIVIDUAL MEASUREMENTS OF CARTRIDGE CASE OF EXAMPLE 3
மாதிரி 3ன் வெடி மருந்து உறையின் தனித்த அளவுகளுக்கான பரவல்
படம் 15

மாதிரி 4:

இந்த உதாரணம் பொறுத்திசைவு குறியீடுகளுக்குள், சீரான பொருட்களை உற்பத்தி செய்யும் ஒரு செயற்பாங்கினை விளக்குகிறது. ஆனால் ஆரம்ப கட்டத்தில் ஆறுவது கூறில் காணப்படும் செயற்பாங்கின் ஒரு பொருளுடைய மாற்றமானது மேல் பொறுத்திசைவு மட்டத்திற்கு வெளியே பொருள் உற்பத்தியினை ஏற்படுத்துகிறது. செயற்பாங்கின் அதிக மாற்றத்தை பிறகு கண்டறிந்து, அவற்றைக் குறைத்த பின் பதினைந்தாவது கூறுக்குப் பிறகு சராசரி வீச்சில் ஒரு பொருளுடைய குறைவு ஏற்படுவதைக் காண்கிறோம். ஆறுவது கூறிலிருந்து பதினைந்தாவது கூறு வரை உள்ள பொருள்களின் மொத்தத் தொகுதியும் குறைபாடுகளுக்காக நூறு சதவீதச் சோதனை செய்யப்படுகின்றது.

பிரச்சனை : பிரைமர் இருப்பு அளவை—0·9800″ ± 0·0020″ (செயற்பாங்குச் சிறப்புப் பண்புகளின் மாற்றங்களைக் காட்டக் கூடியது).

(i) முதலில் வீச்சுகளுக்கானப் படத்தை சரி பார்க்கிறோம். சராசரி வீச்சு $\bar{R}$ மதிப்பு $\bar{R}_{max}$ஐ விட குறைந்துள்ளது. 6வது கூறிலிருந்து 15-வது கூறு வரை கூடும் மாறுதலுக்கான குறிப்பிடத்தக்கக் காரணங்களை நீக்கினால் பொறுத்திசைவு குறியீடுகளுக்குள் பொருளுற்பத்திக்கான செயற்பாங்கு முறை கிடைக்கின்றது.

(ii) 6லிருந்து 15 வரை கூறுக்கான வீச்சுக்கள் URLக்கு மேல் விழுகின்றன. அஃதாவது, செயற்பாங்கு மாறுதலில் ஒரு அதிகரிப்பைக் காட்டுகிறது. இதற்கான காரணங்களை நாம் சோதித்து முடிந்தால் அவற்றை நீக்கி விடுதல்வேண்டும்.

இரண்டாவதாக சராசரி வரைபடத்தை கவனிப்போம்,

(i) $\bar{\bar{X}}$ மதிப்பு நடு பொறுத்திசைவு அளவை ஒட்டியதாக விழுகின்றது, எனவே, ஆரம்ப இயந்திர அமைப்பு சரியானதே.

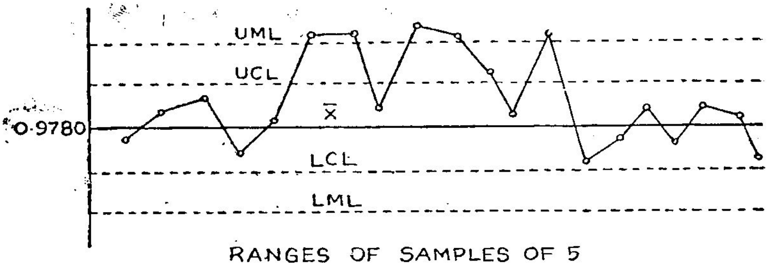
(ii) 5–அளவுள்ள கூறுகளின் பல சராசரிகள், இரண்டு கட்டுப்பாடு எல்லைகளுக்கும், மேல் திருத்தப்பட்ட

4-வது மாதிரிக்கான கட்டுப்பாட்டு வரைபடம்

CONTROL CHART FOR EXAMPLE 4

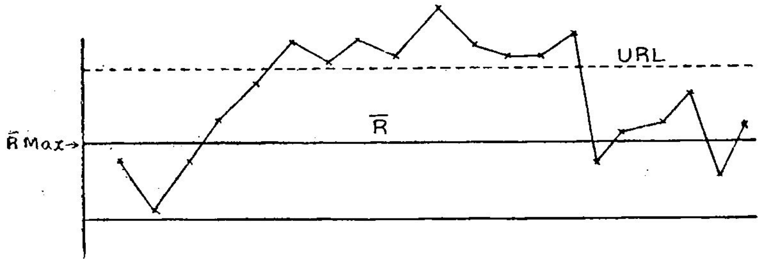
AVERAGES OF SAMPLES OF 5

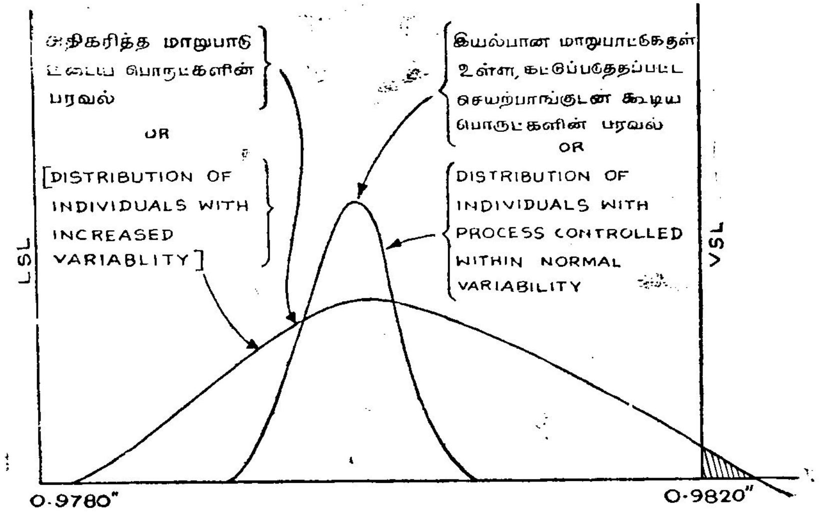
5 அளவு கூறுகளின் சராசரிகள்



RANGES OF SAMPLES OF 5

5 அளவு கூறுகளின் வீச்சுகள்





DISTRIBUTION OF PRIMER STOCK MEASUREMENTS OF EXAMPLE 4

(4-வது மாதிரியின் பிரைமர் இருப்பு அளவுகளின் பரவல்)

படம் 16.

எல்லைக்கும் வெளியே விழுகின்றன. பொறுத்திசை விற்கு வெளியே விழக்கூடிய பொருட்கள் உற்பத்தி செய்யும் செயற்பாங்கில் காணப்படும் மாறுபாடு, ஒரு குறிப்பிடத்தக்கக் காரணத்தைக் காட்டுகிறது. (வரை படம்-பக்கம் 58)

மாதிரி 5:

இயந்திரம் பொறுத்திசைவு எல்லைகளின் மையத்தை ஒட்டி அமைக்கப்பட்டால், பொறுத்திசைவு குறியீட்டுக்குள் எல்லாப் பொருட்களையும் உற்பத்தி செய்யக்கூடிய ஒரு கட்டுப் படுத்தப் பெற்ற செயற்பாங்கினை இந்த உதாரணம் காட்டு கிறது. கீழ் திருத்தப்பட்ட எல்லைக்குக் கீழ் உள்ள கீழ்க் கட்டுப் பாட்டு எல்லையானது, அந்த இயந்திரம் கீழ் பொறுத்திசைவு எல்லைக்குக் கீழே பொருட்களை உற்பத்தி செய்வதைக் காட்டு கிறது. எனவே பெருஞ் சராசரி நடு பொறுத்திசைவு அளவிற்கு சமீபமாக அமையும் போல் இயந்திரத்தை மறு அமைப்பு செய்தல் வேண்டும்.

பிரச்சனை : எறிபொருள் அளவை: 1·0000″ ± 0.0020″. இயந்திரத்தின் தவறான அமைப்பினால் பொறுத்திசைவிற்கு வெளியே பொருள் உற்பத்திக்கான கட்டுப்படுத்தப்பட்ட செயற்பாங்கு)

முதலில் வீச்சுக்களுக்கான படத்தை கவனிப்போம்.

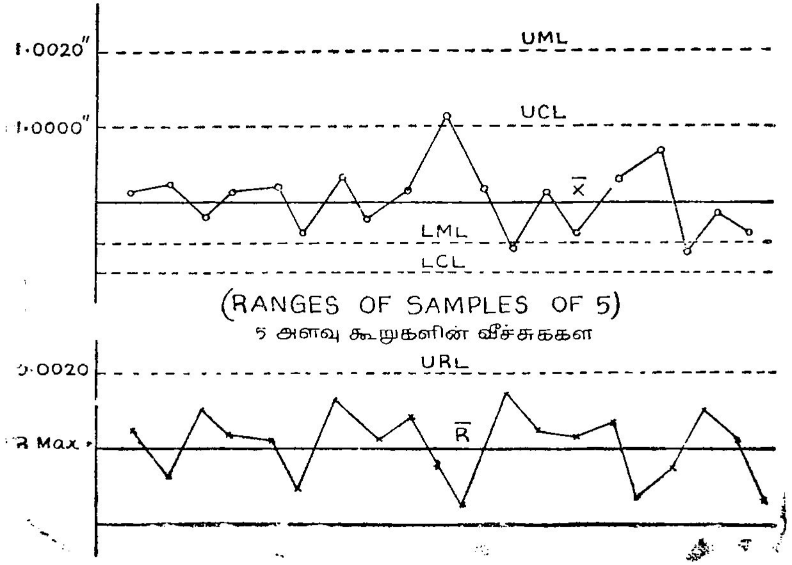
(i) $\bar{R} < \bar{R}_{max}$ என்பதால், ஒவ்வொரு பொருளுக்கான செயற்பாங்கு மாறுபாடு பொறுத்திசைவுக் குறியீட்டை ஒத்து அமையாமல் குறைவாக உள்ளது.

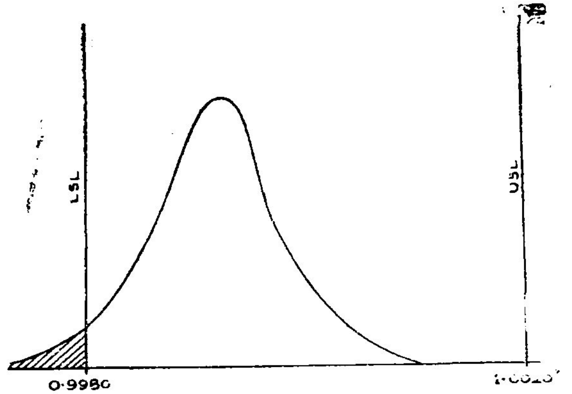
(ii) ஒரு நிலைத்த செயற்பாங்கு மாறுபாட்டை, ஐந்து அளவுள்ள கூறுகளின் வீச்சுகள் URLலுக்குள் விழுவதால், காண்கிறோம்.

இரண்டாவதாக, சராசரிகளுக்கான படத்தை கவனிப் போம்.

(i) பெருஞ் சராசரி $\bar{X}$ நடு பொறுத்திசைவு அளவிற்கு மிகவும் கீழே அமைகின்றது. எனவே இயந்திரம் தவறாக அமைக்கப்பட்டதை இது குறிக்கிறது.

மாதிரி 5க்கான கட்டுப்பாட்டு வரைபடம்
CONTROL CHART OF EXAMPLE 5
AVERAGES OF SAMPLES OF 5
5 அளவு கூறுகளின் சராசரிகள்





DISTRIBUTION OF INDIVIDUAL PROJECTILE MEASUREMENTS OF EXAMPLE 5
தனித்த எறிபொருள் அளவைகளின் பரவல் (மாதிரி 5)

படம் 17

(ii) 5 அளவு கூறுகளின் சராசரிகள் மேல், கீழ் கட்டுப்பாடு எல்லைகளுக்குள் விழுகின்றன. இது ஒரு சீரான கட்டுப்படுத்தப்பட்ட செயற்பாங்கினைக் காட்டுகிறது. ஆனால், நடுப் பொறுத்திசைவு அளவைவிட மிகவும் கீழே ஒரு சராசரி மட்டத்தில் இது உள்ளது.

(iii) கீழ் திருத்தப்பட்ட எல்லைக்கு வெளியே அமைந்துள்ள சராசரிப் படத்தின் புள்ளிகள் கீழ்ப் பொறுத்திசைவு எல்லைக்கு கீழே உள்ள தனித்த பொருட்களின் நிகழ்தகவைக் காட்டுகிறது. (வரை படம் -பக்கம் 60)

மாதிரி 6:

ஒரு மையமற்ற அரைவை இயந்திரத்தில் பூர்த்தி செய்யப்பட்ட டார்பிடோ பொருளின் அளவை: 0·6770″ ± 0·0020″

ஓர் அரைவைச் சக்கரத்தின் நிலைத்த தேய்மானத்தால் அதிக அளவு பொருட்களை உற்பத்தி செய்யக்கூடிய ஒரு நிலைத்த இயந்திர செயற்பாங்கினை இந்த உதாரணம் விளக்குகிறது.

இந்த தேய்மானத்தின் போக்கை நாம் கண்டறிந்தால் மறு அமைப்பிற்கான சரியான நேரத்தைத் தீர்மானிப்பதற்கு ஒரு உபயோகமான அடிப்படையை தரக்கூடிய சராசரி கட்டுப்பாடு வரைபடத்திற்கான திருத்தப்பட்ட எல்லைகளைப் பெறலாம். இந்த புது அமைப்பு ஆனது, அரைவைச் சக்கரம் மீப்பெரு தேய்மானம் அடையுமாறு, கீழ் திருத்தப்பட்ட எல்லைக்கு சமீபத்தில் உள்ளது.

முதலில் வீச்சுகளுக்கான படத்தை கவனிப்போம்.

(i) $\bar{R} < \bar{R}_{max}$ என்பதால், ஒவ்வொரு பொருளுக்கான செயற்பாங்கு மாறுபாடும் பொறுத்திசைவுக் குறியீட்டை எளிதில் ஒத்து அமைகிறது.

(ii) 5 அளவுள்ள கூறுகளின் வீச்சுகள் URLலுக்குள் விழுந்து ஒரு நிலைத்த செயற்பாங்கு மாறுபாட்டைக் காட்டுகிறது.

இரண்டாவதாக சராசரிக்கான படத்தைக் காண்போம்.

(i) 5—அளவுள்ள கூறுகளின் சராசரிகளின் முன்னேற்றப் போக்கு இந்த முன்னேற்றச் சாய்விற்கான ஒரு குறிப்பிடத்தக்க காரணத்தைக் காட்டுகிறது. (அதாவது, அரைவை சக்கரதேய்மானம்)

(ii) 5 அளவு கூறுகளின் சராசரிகள் திருத்தப்பட்ட எல்லைகளுக்குள் விழுகின்றன. அதாவது தனித்த உற்பத்திப் பொருட்கள் பொறுத்திசைவுக் குறியீடுகளுக்கு ஒத்தவாறு காணப்படுகின்றன.

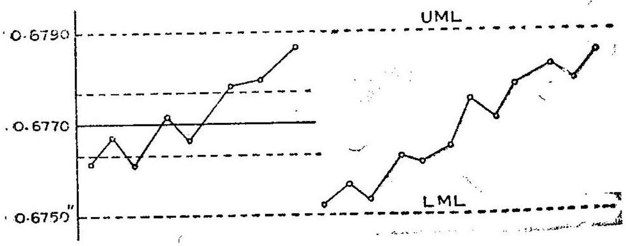
(iii) $\bar{\bar{X}}$ சராசரி, கட்டுப்பாட்டு எல்லைகள் இவற்றின் கணிப்பை ஒரு நிலைத்த முன்னேற்றப் போக்கை தீர்மானித்த பின்னர் தவிர்த்து நிறுத்தலாம்.

6-வது மாதிரிக்கான வரைபடம்

CONTROL CHART FOR EXAMPLE 6

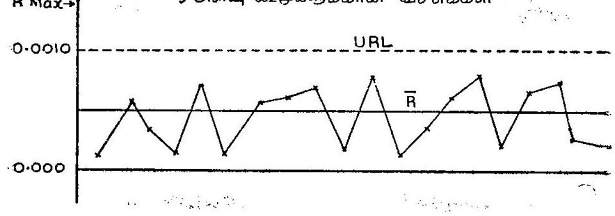
AVERAGES OF SAMPLES OF 5

சராசரிகள் (5 அளவு கூறுகளுக்கு)



RANGES OF SAMPLES OF 5

5 அளவு கூறுகளுக்கான வீச்சுக்கள்



படம் 18.

பயிற்சிக் கணக்குகள்

1. ஒரு தொழிற்சாலையில் உமக்குத் தெரிந்த செய்முறைத் தத்துவங்களைக் கொண்டு, எவ்வாறு ஒரு முழுமையான தரக் கட்டுப்பாடு அமைப்பினை ஏற்படுத்துவாய் என்பதை விளக்குக.

2. ஒரு பொருளின் குறியளவுகள் 0·6000″ ± 0 0008″ என்று கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. தொழிற்பட்டறையில் உற்பத்தியாகும் பொருள்களினின்றும், 25 கூறுகள் (கூறுக்கு 5 பொருட்கள் வீதம்) எடுத்து அளக்கப்பட்டன. அம் மதிப்புக்கள் கீழ்க்காணும் பட்டியலில் தரப்பட்டுள்ளன. உற்பத்தி கட்டுப்பாட்டில் உள்ளதா என்பதையும், அப்படி இருப்பின் குறியளவினைத் திருப்திப்படுத்துகிறதா என்பதைக் கண்டுபிடி.

அளவுகள் 0·6000″க்கு உள்ள வித்தியாசமாக 0·0001″ என்ற அளவில் தரப்பட்டுள்ளன.

கூறு எண்	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	$\bar{X}$	R
1	2	3	4	5	—3	2·2	8
2	3	6	8	—1	—1	1·4	9
3	—3	7	6	—3	—6	0·2	13
4	4	3	0	3	2	2·4	4
5	2	1	3	4	6	3·2	5
6	7	4	2	0	3	3·2	7
7	—2	3	4	2	2	1·8	6
8	4	5	1	1	3	2·8	4
9	2	1	—1	0	0	0·4	2
10	6	5	7	9	4	6·2	5
11	0	3	4	1	—3	1·0	7
12	1	—3	2	2	4	1·2	7
13	2	3	4	0	0	1·8	4
14	4	0	2	1	5	2·4	5
15	3	—1	2	4	3	2·2	5
16	0	3	2	1	2	1·6	3
17	5	+3	2	1	0	2·2	5
18	4	3	0	—1	2	0·4	5
19	3	0	2	2	4	2·2	4
20	2	1	0	—2	5	1·2	7
21	3	1	0	2	4	2·0	4
22	2	0	—1	0	3	0·0	4
23	1	—3	0	—2	4	0·0	7
24	3	4	7	3	0	3·4	7
25	0	1	2	1	4	1·6	4

3. கீழே தரப்பட்ட 8 கூறுகளும் ஒரே முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து வந்தனவையா என்று கண்டுபிடி.

கூறு எண்.	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
1	380	370	435	350	365	340
2	568	490	460	510	530	450
3	520	530	465	550	460	460
4	613	512	537	590	590	584
5	586	518	530	552	480	520
6	335	312	300	348	365	300
7	478	540	520	558	410	520
8	615	625	600	605	610	590

4. ஊசி வால்வு உற்பத்தியில் இரண்டு தரப்பட்ட பகுதிகளினிடையே உள்ள இடைவெளி (eccentricity) யானது 0·0100"க்கு அதிகப்படாமல் இருக்க வேண்டும். உற்பத்தியிலிருந்து 50 கூறுகள் (ஒவ்வொரு கூறிலும் 3 என்று) எடுக்கப்பட்டன. பிறகு 50 கூறுகளுக்கான $\bar{X}$, R வரை படங்கள் வரைக. குறியளவை உற்பத்தி எவ்விதத்தில் பூர்த்தி செய்கின்றது என்ற உமது கருத்தினைத் தெரிவி. பட்டியல் ; 0.0001" அளவில் தரப்பட்டுள்ளது. (65ம் பக்க பட்டியலைப் பார்க்க.)

5. கீழே கண்ட விவரங்களுக்கு நகரும் சராசரிகள், வீச்சுகளுக்கான கட்டுப்பாட்டு வரை படத்தை வரைக. (66ம் பக்க பட்டியலைப் பார்க்க.)

6. ஒரு விரிந்த குழாயின் (barrel) விட்டம் 1·215 ± 0·002" என்ற குறியளவைக் கொண்டுள்ளது. 4 எண் அளவுகள் கொண்ட 10 கூறுகள் எடுக்கப்பட்டு அவற்றின் அளவுகள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன. (65ம் பக்க பட்டியலைப் பார்க்க)

கூறு எண்.	x_1	x_2	x_3	கூறு எண்.	x_1	x_2	x_3
1	30	28	28	26	66	56	18
2	39	16	35	27	29	35	75
3	50	33	34	28	20	7	14
4	57	22	73	29	30	36	87
5	49	4	22	30	83	35	90
6	65	23	23	31	40	98	81
7	50	54	51	32	24	61	8
8	16	37	45	33	9	41	5
9	38	49	49	34	44	100	66
10	29	59	26	35	102	10	41
11	13	8	33	36	43	50	53
12	25	47	17	37	21	26	49
13	49	32	38	38	18	18	30
14	17	30	8	39	7	21	12
15	37	14	48	40	43	47	20
16	13	28	10	41	67	34	6
17	30	44	48	42	35	50	33
18	37	17	48	43	39	34	48
19	40	28	28	44	66	17	55
20	68	14	55	45	39	12	42
21	10	17	21	46	14	26	9
22	32	12	40	47	23	70	26
23	56	34	39	48	17	24	60
24	5	9	8	49	55	30	31
25	38	10	12	50	6	35	40

(மூலம் (origin) = 1·0000″); அலகு = 1/10 ஆயிரம்.

கூறு எண்	மதிப்புகள்			
1	2145	2147	2143	2148
2	2151	2149	2152	2155
3	2153	2151	2153	2156
4	2152	2155	2152	2151
5	2149	2150	2152	2153
6	2146	2147	2151	2152
7	2151	2152	2151	2147

8	2151	2147	2145	2148
9	2147	2149	2151	2152
10	2145	2145	2147	2142

திருத்தப்பட்ட கட்டுப்பாட்டு எல்லைகளைக் கண்டுபிடித்து, பிறகு, கட்டுப்பாட்டு வரைபடம் வரையவும்.

தேதி	குழைமநிலை (செகண்டு)
1-12-75	80.5
2-12-75	91.0
3-12-75	90.5
4-12-75	96.9
5-12-75	114.5
6-12-75	96.9
7-12-75	99.0
8-12-75	99.0
9-12-75	99.0
10-12-75	99.0
11-12-75	99.2
12-12-75	109.0
13-12-75	103.0
14-12-75	99.0
15-12-75	95.0
16-12-75	92.0
17- 2-75	93.0
18-12-75	100.5
19-12-75	94.5
20-12-75	90.0

3. சரிவு (சாய்வு) தொகுதி கட்டுப்பாட்டு வரைபடங்களும் பண்பிற்கான தரக்கட்டுப்பாட்டு வரைபடங்களும்

சாய்வு கட்டுப்பாட்டு வரைபடங்கள் (sloping control charts) பொறியியல் தொழிலகங்களில், அதிலும் குறிப்பாக இயந்திரச் சாலைகளில், பல்வேறு இயந்திரங்களால் தயாரிக்கப்படும் பொருள்களின் சராசரி அளவைகளில் (நீளம், தடிப்பு போன்ற) அதிக உபயோகத்தால் விளையும் தேய்மானங்களில் ஒரு நிலையான, நிச்சயமான போக்கு (trend) காணப்படுகிறது. இதற்குக் காரணமாவது, அப் பொருட்களைத் தயாரிக்கும் இயந்திரங்களின் பகுதிகளின் (parts) தேய்மானமேயாகும். இவ்வாறு, பொருட்களின் அளவைகளில் (dimensions) சராசரியான மதிப்பின் போக்கு, நாம் விரும்பும், அளவைகளின் சராசரி மதிப்பினின்றும் அடிக்கடி மாறுபட்டு செல்கின்ற தன்மையானது, அவ்வப்போது அவ் விகேந்திர அமைப்பையே முழுவதும் புதிதாக மாற்றியமைக்க வேண்டிய கட்டாயத்தை ஏற்படுத்துகிறது. ஏனெனில், இவ்வாறு இயந்திர அமைப்பே முழுவதும் புதிதாக மாற்றி அமைக்கப்பட்டாலன்றி, நாம் விரும்புகின்ற அளவைகளின் சராசரி மதிப்பைப் பெறுதல் சாத்தியமாகாது. ஒவ்வொருமுறை, புதிதாக 'இயந்திர அமைப்பு' மாற்றி அமைக்கப்படுகின்ற நேரத்தில், உண்டாகும் செலவுகளைக் காண்போம். 'இயந்திர அமைப்பு' (machine setup) மாற்றியமைக்கப்படுவதற்கான செலவோடு, புதிதாக மாற்றியமைக்கும் காலத்தில், இயந்திரசாதனம் பயன்படுத்தப்படாமல் இருப்பதால் ஏற்படும் நஷ்டத்தையும் சேர்த்து ஏற்கவேண்டியுள்ளது.

இயந்திரத்தால் தயாரிக்கப்படும் பொருட்களின் அளவைகளின் (dimensions), சராசரி மதிப்பு, ஒரு நிலைத்த மாற்றத்தைக் கொண்டு விளங்குவதற்கு கீழ்க்கண்ட இரு காரணங்களையும் கொள்ளலாம். இயந்திரத்தின் உற்பத்திக்குத் தேவையான

மூலப் பொருட்கள் தேக்கி வைக்கப்பட்டிருக்கும் தொட்டியில் (tank), பொருளானது தொடர்ச்சியாக உற்பத்தி செய்யப் படுகின்ற நேரத்து, மூலப் பொருட்களின் குறைவினால், தொட்டியில் உண்டாகும் அழுத்தத்தின் (pressure) வீழ்ச்சி ஒரு காரணமாகும். இரண்டாவதாக, தொட்டியானது (tank) தொடர்ச்சியாக காலி செய்யப்படுகின்றபடியால், உண்டாகும் கிரியைகளின் (reaction) வேகமானது குறைக்கப்படுவதால் உண்டாகும் எதிர்விளைவாகும்.

இத்தகைய நிலைகளில், சாதாரணமான $\bar{X} - R$ வரைபடங் கள், செயற்பாங்கினைக் கட்டுப்படுத்தப் பயனளிக்கா. ஏனெ னில், இந்நிலைகளில், அமைப்பில் காணப்படும் மாறுபாட்டிற்கு வாய்ப்புக் காரணங்கள் (chance causes) மட்டுமின்றி, 'இயந்திரங் களின் தேய்மானம்' என்னும் பாகுபாடு செய்யத்தக்க காரண மும் (assignable cause) குறிப்பிட்ட அமைப்பில் இயங்குகிறது. எனவே, சாதாரண கட்டுப்பாட்டு வரைபடத்தினின்றும் சிறிது மாறுபட்ட, 'சாய்வு கட்டுப்பாட்டு வரை படம்' பயன்படுத்தப் படுகின்றது. இத்தகைய வரைபடங்களில், செயற்பாங்கு அமைப்பானது பாகுபாடு செய்யத்தக்க காரணங்களால் (assignable causes) பாதிக்கப்பட்டாலும், குறிப்பிடத்தக்க காரணத்தையும், அக்காரணத்தின் விளைவுகளையும் கொண்டு, $\bar{X}$-வரை படத்தின் மத்தியக்கோடு, கட்டுப்பாட்டு எல்லைகள் இவை, தகுந்தவாறு மாற்றியமைக்கப்படுகின்றன.

கொள்கை (Concept):

ஓர் 'ஆட்டோலேத்' (autolathe) இயந்திரத்தால் செயற் பாகுபடுத்தப்படும். தடிப்பை (thickness)க் கொண்டுள்ள ஒரு பொருளைக் கருத்தில்கொள்வோம். தடிப்பிற்கானக் குறியீடுகள் (specifications) 1·90 மி. மீ.லிருந்து 2·00 மி. மீட்டர் வரையாக அமையட்டும். இயந்திரம் தொடர்ச்சியாகச் செயல்படுவதால் ஏற்படும் தேய்மானத்தால், அப்பொருளின் தடிப்பானது, ஒரு மணிக்கு 0·002 மி. மீட்டர் என்ற வீதத்தில் அதிகரிக்கட்டும். செயற்பாங்கின் (process) திட்ட விலக்கம் (standard deviation) 0·003 மி. மீட்டர்.

தொடக்கத்தில், இயந்திரமானது, பொருளின் தடிப்பானது 1·90 மி. மீட்டர் என அமையும் வண்ணம் அமைக்கப்பட்டது என்று கொள்க. செயற்பாங்கின் திட்ட விலக்கம் 0·003 மி.மீட்ட ராதலால், தடிப்பின் மதிப்பானது, $1{\cdot}90 \pm (3)(0{\cdot}003)$ மி. மீ. என்ற இரு வரையறைகளுக்குள் அமையும் என எதிர்பார்க்க

முடியும். தடிப்பு மதிப்புக்கள் இவ்விரண்டு வரையறைக்குள் அமையும் என எதிர்பார்க்க முடியும். தடிப்பு மதிப்புக்கள் இவ்விரண்டு வரையறைக்குள் அமைந்திருக்கின்றவரை, அளவையானது புள்ளியியல் கட்டுப்பாட்டிற்குள் அமைந்திருக் திருக்கின்றன எனகொள்ளலாம். இத்தகையதொரு கட்டுப்பாட் டின் கூறு சராசரி 1·90 மி. மீட்டர்.

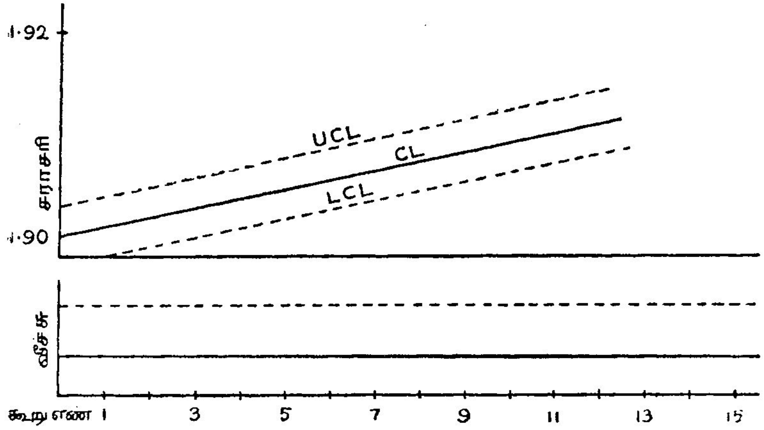
ஆரம்ப அமைப்பிற்கு 5 மணி நேரத்திற்குப்பின், நாம் அவ் வியந்திர செயற்பாங்கிலிருந்து (process) கூறுகளைத் தேர்ந் தெடுத்து, சராசரி மதிப்பைக் கணக்கீடு செய்கிறோம் என்று கொள்க. இயந்திரத் தேய்மானத்தின் பயனாய், 1·90 மி. மீட்டர் என்றிருந்த 'அமைப்பு நிலை' 1·91 மி. மீட்டருக்கு மாறியிருக் கின்றது. மேலும் பழைய மதிப்பைக்கொண்டு கட்டுப்பாட்டு எல்லைகளைக் கணக்கீடு செய்கையில், இப் புதிய மதிப்பானது. கட்டுப்பாட்டிற்குள் அடங்காத ஒரு புள்ளியாகும். எனவே, 'பாகுபாடு படுத்தத்தக்க காரணங்கள்' (assignable causes) இச் செயற்பாங்கில் இயங்குகின்றன என்ற முடிவினை அடைகிறோம். அளவையானது, நம் குறியீடுகளைத் திருப்தி செய்கின்றவரை யில் அதாவது குறியீடுகளுக்குள் அடங்கியிருக்கின்ற வரையில், நாம் நமது அறிவுக்குட்பட்ட காரணத்தை நீக்கி, செயற்பாங்கை சரியானதாக்க முயல்கிறோம்.

செயற்பாங்கின் சராசரி தடிப்பு 1·91 மி. மீட்டராக அமை யும்போது, பொருளின் தடிப்பு மதிப்புக்கள் 1·91 ± (3) (0·003) மி மீட்டர் என்ற இரு வரையறைக்குள் அமைந்திருக்கும் என எதிர்பார்க்கிறோம். புள்ளிகள் இத்தகைய இருவரையறை களுக்குள் அமைந்திருக்கும் வரையில், செயற்பாங்கில் ஏதே னும் பாகுபடுத்தக்கூடிய காரணங்கள் (assignable causes) இயங்குவதற்கான சாத்தியக்கூறுகள் இல்லையென்கிறோம். எனவே, செயற்பாங்கானது, புள்ளியியல் கட்டுப்பாட்டில் (statistical control) உளது என்று தீர்மானிக்கிறோம்.

இவ்வாறு வாதத்தைத் தொடர்ந்தால், ஆரம்ப இயந்திர அமைப்புக்குப்பின் 10 மணி நேரத்திற்குப்பின், கூறு சராசரி யின் எதிர்பார்ப்பு மதிப்பு 1·92 மி. மீட்டராகவும், கட்டுப்பாட்டு எல்லைகள் 1·92 ± (3) (0·003) எனவும் அமைகின்றன.

எல்லா கூறு புள்ளிகளையும் (sample points) சராசரி வரை படத்தில்குறித்தால், கீழ்க்கண்டதோர் வரைபடம் அமைகிறது. மேற்குறிக்கப்பட்ட எடுத்துக்காட்டிற்கு கூறு வீச்சு வரை படமும் (sample range chart) அளிக்கப்பட்டுள்ளது.

சாய்வு கட்டுப்பாட்டு வரைபடம் என்பது மேற் குறிக்கப் பட்ட வரைபடமாகும். சராசரி வரைபடத்தின் (average chart)



படம் 19.

மத்தியக்கோடு (central line) சாய்வான ஒன்றுகும். மட்டுமன்றி கட்டுப்பாட்டு எல்லைக் கோடுகளும் (control limts) $A_2 \bar{R}$ என்ற தூரத்தில் (மையக் கோட்டினின்றும்) சாய்வானதாக அமைந்துள்ளன. $\bar{X}$-வரை படத்தின் வழிமுறையைப் போன்று, கூறுப் புள்ளிகள் (sample points) இவ்வெல்லைக் கோடுகளுக்குள்ளாக அமைகின்றவரையில், தரபண்பு (characterstic) கட்டுப்பாட்டிற் குட்பட்டது என்கிறோம்.

சராசரி வரைபடத்திற்கு ஒரு போக்குக் கோட்டினை அமைத்தல் (Fitting a Trend Line to Average Chart):

மேற்குறிக்கப்பட்ட எடுத்துக்காட்டின்படி, சாய்வுக் கட்டுப் பாட்டு வரைபடத்தின் மிக இன்றியமையாத சிறப்பானது, கூறு சராசரியின் (sample average) மத்திய கோட்டின் (central line) பாற்பட்ட தீர்மானமாகும். ஒரு போக்குக் கோட்டினை, கொடுக்கப்பட்டுள்ள புள்ளி விவரங்களைக்கொண்டு அமைக்க முற்படுகையில், கீழ்க்கண்ட முன்னெச்சரிக்கைகளை (precauons) கருத்திலகொள்ள வேண்டுவது அவசியமாகும்.

1. இரண்டு அடுத்தடுத்து கூறுகளுக்கிடையேயான உற்பத்தியானது (production) சற்றேறக்குறைய ஒருமாறிலியாக (constant) அமையவேண்டும்.

2. செயற்பாங்கில் காணப்படும் போக்கு (trend), கூறு களின் வீச்சுகளின் மீது (range)மீச்சிறும (minimum) விளைவுகளை, ஏற்படுத்தும் வண்ணம், கூறுகளின் தனிப் பட்ட பொருட்களாவனவை, உற்பத்தியின் அடுத்த டுத்த பொருட்களாக அமையவேண்டும்.

$\bar{X}$-R வரைபடங்களைப் போன்றே, கூறுகள், உற்பத்தியி னின்று, குறித்த காலஇடை வெளிக்குப்பின அடுத்தடுத்து எடுக்கப்படவேண்டும். தொடக்கத்தில் இயந்திர அமைப்பிற்குப் பின் (initial setting) கூறுகள் சேகரிக்கபபடும் காலத்தைத் யொட்டியே கூறு சராசரி அமையும். எனவே 'கூறு சராசரி' $\bar{X}$-ஆனது, (K- ஆவது கூறுக்கான) $\bar{X} = a + b_k$ என்று அமைக்கப் படலாம். இவ்விடத்து, a, b இவை மாறிலியாகும்.

கொடுக்கப்பட்ட ஒரு குறிப்பிட்ட கூறு சராசரிகளின் தொகு திக்கும் அதனைச் சார்ந்த கூறு எண்களுக்கும் (sample numbers) மிகவும் உகந்த போக்குக் கோடானது, 'மீச்சிறுமவர்க்க முறை' யால் (method of least squares) அமைக்கப்படலாம்.

சரிவு கட்டுப்பாட்டு வரைபட அமைப்பிற்கான வழிமுறை :

1. சற்றேறக்குறைய சம அளவான, தோராயமாக சம கால இடைவெளியில் சேகரிக்கப்பட்ட இருபது கூறுகளை, அவற்றின் உற்பத்தியை ஒட்டி வரிசையாக அமைக்கவும்.

2. கூறு வீச்சு (sample range), கூறு சராசரி (sample average) இவற்றைக் கணக்கிட வேண்டும்.

3. கூறு வீச்சுகளின் ஓரினத்தன்மைக்கு (homogeneity) சோதனையிட வேண்டும்.

4. கூறு வரையரைகளுக்கான மேல் கட்டுப்பாட்டுக்கோடு (UCL), கீழ்க் கட்டுப்பாட்டுக்கோடு (L.C.L), ($D_4 \bar{R}$, $D_3 \bar{R}$) இவற்றைக் கணக்கீடு செய்யவேண்டும்.

5. $\bar{X} = a + b_k$ என்ற சமன்பாட்டால் அளிக்கப்படும், வரைப்படத்தின் மத்தியக் கோட்டை (central line) கணக்கீடு செய்யவேண்டும்.

6, கூறு சராசரியின் மேல் கட்டுப்பாட்டுக்கோடு, கீழ்க் கட்டுப்பாட்டுக்கோடு இவைகளை,

மேல் கட்டுப்பாட்டுக்கோடு (U.C.L) . $a + b\,k + A_2\,\bar{\bar{R}}$

கீழ்க் கட்டுப்பாட்டுக்கோடு (L.C.L) : $a + b\,k - A_2\,\bar{\bar{R}}$

இச்சமன்பாடுகளில், $6 = \frac{\Sigma(\bar{X} - \bar{\bar{X}})(k - \bar{k})}{\sum(k - \bar{k})^2}$, $a = (\bar{x} - b\,\bar{k}$ என்று அமையும்.

7. கொடுக்கப்பட்ட சதுரமான பரப்பில், முதலில் மத்தியக் கோட்டைக் குறிக்கவும். Y—அச்சில் கூறு சராசரிகளையும், X—அச்சில் அவற்றிற் கொத்த கூறு எண்களையும் குறிக்கவும். கட்டுப்பாட்டு எல்லைகளை, மத்தியக் கோட்டிற்கு இருபுறமும் அமைத்தல் வேண்டும்.

8. வழக்கப்படி, வீச்சு வரை படத்தை (range chart) சராசரி வரைபடத்திற்குக் கீழாக அமைக்கவும்.

குறிப்பு : கூறு எண்களெல்லாம், இயற்கை யெண்களாக (1, 2...மற்றவை) அமைவதால், b-யைக் கணக்கிடுவதற்கான வழிமுறை பெரிதளவு குறுக்கப்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு : மொத்த கூறு எண்ணிக்கையானது 'n' என்று அமையின், $\sum(K - \bar{K})^2 = \frac{n(n+1)(n-1)}{12}$

எனவே $b = \frac{12\,\Sigma(\bar{X} - \bar{\bar{X}})(K - \bar{K})}{n(n+1)(n-1)} = \frac{12\,\Sigma\,\bar{X}\,(K - \bar{K})}{n+1\,(n-1)}$

ஏனெனில் $\Sigma\,\bar{\bar{X}}\,(K - \bar{K}) = \bar{\bar{X}}\,\Sigma\,(K - \bar{K}) = 0$

n—ஆனது ஒற்றைப்படையாக அமையுமிடத்து K-ஆனது முழு எண்ணாகவும், எனவே, $K - \bar{K}$ ஒரு முழு எண்ணாகவும் அமைகின்றபடியால், பெருக்கலானது, சுலபமானதாக அமைகின்றது.

n—ஆனது ஓர் இரட்டைப்படை எண்ணாக அமையுமிடத்து, $\bar{K}$-ஒரு பின்னமாகிறது. எனவே, அப்பின்னத்தை இரண்டால் பெருக்குவதன் மூலம் K-$\bar{K}$ ஒரு முழு எண்ணாக அமைகிறது.

இத் திருத்தங்களுக்குப்பின் $\Sigma\,\bar{X}\,(K\text{-}\bar{K})$ என்ற கூட்டுத் தொகை 6 எண்ணால் பெருக்கப்பட்டு, b-யின் கணக்கீட்டில் அமைந்துள்ள தொகுதியைப் பெறுகிறோம்.

உதாரணம்: ஒரு "ஸ்டார்ட்டர்" (starter) உறுப்பின் தலைதடிப்பின் (head thickness) விவரங்கள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன. 5 எண் உடைய கூறுகள் ஒழுங்கான கால அளவுகளில் எடுக்கப்பட்டன.

ஒரு பொருத்தமான கட்டுப்பாட்டு வரைப்படத்தை வரைக. இங்கு செயற் பாங்கின் நிலையான வீச்சு 0.008 ஆக உள்ளது.

1. சராசரி, கூறுகளின் வரையறை கணக்கிடப்பட்டுக் கீழ்க் கண்டவாறு அட்டவணையில் அளிக்கப்பட்டுள்ளது.

குறியீடுகள் : 1.30 மி. மீட்டரிலிருந்து 2.00 மி. மீட்டர் வரை.

கூறு எண்	சராசரி (மி.மீ.)	வரையறை (மி.மீ.)
1	1.962	0.01
2	1.964	0 01
3	1.960	0.00
4	1.966	0.01
5	1.968	0.01
6	1.968	0.01
7	1.970	0.00
8	1.974	0.01
9	1.972	0.01
10	1.976	0.01
11	1.976	0.01
12	1.980	0.00
13	1.978	0.01
14	1.982	0.01
15	1.984	0.01
16	1.980	0.00
17	1.984	0 01
18	1.986	0.01
19	1.986	0.01
20	1.988	0.01

கணக்கீடுகள் :

(i) $\sum R = 0.16 \rightarrow \bar{R} = \frac{0.16}{20} = 0.008$

(ii) வீச்சுக்கான மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லை:

$$D_4 \bar{R} = 2.115 \times 0.008 = 0.0169$$

எல்லா தனித்த கூறுகளின் வீச்சுகளும், மேல்கட்டுப் பாட்டு எல்லைக்குள் அமைகின்றன. எனவே, செயற் பாங்கின் நிலை வீச்சு = 0.008.

(iii) கூறுகளின் சராசரியினின்றும், இவை 1.962 மி. மீட்டரி லிருந்து 1.988 மி.மீட்டருக்கு பையப்பைய அதிகரிக் கின்ற தன்மையைக் காண்கின்ற படியால், சரிவு கட்டுப்பாட்டு வரைபடத்தைப் பயன்படுத்தவேண்டும்.

$\bar{X} = a + b\,K$ என்னும் சமன்பாட்டில்

$b = \frac{12\,\Sigma\,(K-\bar{K})}{n\,(n+1)\,(n-1)}$. $n =$ கூறுகளின் எண்ணிக்கை $= 20$

$$K = \frac{(n+1)}{2} = \frac{(20+1)}{2} = 10.5$$

கூறு எண்	$\bar{X}$	$2\,(K-\bar{K})$	கூறு எண்	$\bar{X}$	$2\,(K-\bar{K})$
1	1.962	—19	11	1.976	1
2	1.964	—17	12	1.980	3
3	1.960	—15	13	1.978	5
4	1.966	—13	14	1.982	7
5	1.968	—11	15	1.984	9
6	1.968	— 9	16	1.980	11
7	1.970	— 7	17	1.984	13
8	1.974	— 5	18	1.986	15
9	1.972	— 3	19	1.986	17
10	1.976	— 1	20	1.988	19

இவ்வட்டவணையினின்றும், $\sum 2\,(K-\bar{K})\,\bar{X} = 1.896$.

$$b = \frac{6 \times 1.896}{20 \times 21 \times 19} = \frac{11.376}{7.98} = 0.0014$$

$$a = \bar{X} - b = \bar{K}\ 1.9752 - (0.0014)\ (10.5) = 1.9605$$

எனவே சராசரிக்கான போக்குக் கோட்டிற்கு ஒத்த சமன்பாடு.

$$\bar{X} = 1.9605 + 0.0014\,K.$$

என்று பெறப்படுகிறது.

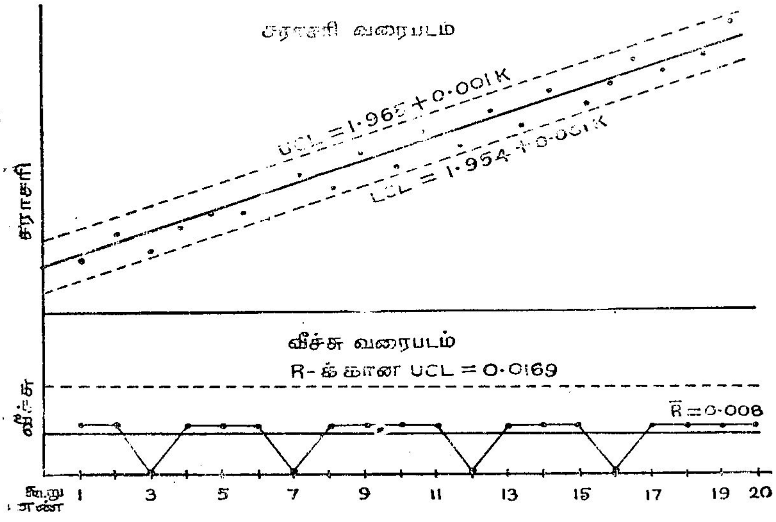
(v) சராசரிக்கான, மத்தியக்கோட்டை சுற்றிய மேல் கட்டுப் பாட்டு எல்லை,

$$\bar{X} = 1{\cdot}9605 + 0\ 0014\,K + A_2\,\bar{R}$$
$$= 1{\cdot}9651 + 0.0014$$

(vi) கீழ்க்கட்டுப்பாட்டு எல்லை,

$$\bar{X} = 1{\cdot}9605 + 0.0014\ K - 4_2\bar{R}$$
$$= 1{\cdot}9542 + 0.0014\ K$$

வரை படமானது கீழ்க்கண்டவாறு விளக்கப்படுகிறது.



படம் 20.

கருத்து விளக்கம் (Interpretation) : சரிவான மத்தியக் கோட்டைக் கொண்ட ஒரு $\bar{X}$-வரை படத்தின் கட்டுப்பாட்டு எல்லைகளுக்கப்பால் ஒரு புள்ளி விழுமானால். இரண்டு விதமாக இந் நிகழ்ச்சி விளக்கப்படலாம். முதலாவதானது, ‘குறிப்பிடத்

தக்க காரணமே ஒரு குறிப்பிடப்பட்ட புள்ளி வெளிச் செல்வதற்குக் காரணம்' என்ற வழக்கமான விளக்கமாகும். இரண்டாவது தவருன ஒரு போக்கு நேர்க்கோட்டின் அடிப்படையில் கட்டுப்பாட்டு எல்லைகள் அமைக்கப்பட்டுள்ளன என்பதாகும். எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு புதிய முயற்சிக்காக ஒரு சரிவு வரைபடத்தை அமைக்கையில், அதே வகையைச் சார்ந்த பழைய முயற்சி ஒன்றன் நேர்போக்குக் கோட்டைக் கொள்கிறோம் என்று ஊகம் செய்க. இவ்வாறு அமைக்கப்பட்ட ஒரு சரிவு வரைபடத்தைக் கொண்டு பெற்ற முடிவுகள், இருவிதமான முயற்சிகளும் முற்றிலும் ஒன்றுக்கொன்று வேறுபாடானவை என்று அமையும் வண்ணம், வேறுபாடான 'சரிவுகளை'க் கொடுக்கலாம். மற்றொரு காரணியாக, தேய்மானமானது சீராக இயங்காமல் அமையலாம். அளவையின் சராசரி மதிப்பின், மாறுபாடு வீதம் ஒரு மாறியாக அமையுமானுல், X-மதிப்பிற்குப் பொருத்தப்படும் எந்த ஒரு நேர்கோடும், கட்டுப்பாட்டு வரைபடத்திற்கான, திருப்திகரமளிக்கும், மத்திய கோடாக அமையாது.

தொகுதி கட்டுப்பாட்டு வரைபடங்கள் (Group Control Charts) :

தொகுதி கட்டுப்பாட்டு வரைபடங்களின் பயன்படு தன்மை சாதகமாக அமைவதற்கு மூன்று தேவையான நிபந்தனைகள் கீழ்க் கண்டவாறு காணப்படும்.

1. தோராயமாக சமவீதத்திலமைந்த, சற்றேறக்குறைய சம எண்ணிக்கையுள்ள தொகுதி உட்பிரிவுகளை அளிக்கவல்ல பல தொகுதி உட்பிரிவு வாய்ப்புச் சாதனங்களைக் கொண்டிருக்க வேண்டும். வாய்ப்புச் சாதனங்கள் எனப்படுபவை, ஒரு தானியங்கு இயந்திரத்தின் பலதரப்பட்ட நூற்புக் கதிர்களாகவோ (spindles) அல்லது, பலதரப்பட்ட ஒரே மாதிரியான முறைகளாகவோ, அல்லது ஒரே விதமான செயல்பாட்டைக் கொண்ட பல்வேறு ஒரே மாதிரியான செயற்பாடமாகவோ அமையும்.

பொதுவாகக் கூறப்போனுல், தொகுதி உட்பிரிவுகள் இணையாக அமைய அமைய, தொகுதி வரைப்படத்தால் உண்டாகும் சாதகமும் பயனும் அதிகரிக்கும்.

2. எல்லா வாய்ப்புச் சாதனங்களும், அளக்கப்படுகின்ற குணப் பண்பின் ஒரே மதிப்பை நோக்காகக் கொண்டமைய வேண்டும்.

3. திருத்தப்பட முடியாத பல்வேறுன தொகுதி உட்பிரிவு களின் வாய்ப்புச் சாதனங்களின் சராசரி, பரவல் (dispersion) இவற்றிடையே எந்தவித வித்தியாசமோ, வேறுபாடோ காணப்படக்கூடாது. எடுத்துக்காட்டாக, இணையாக இயங்கத் தக்க ஐந்து இயந்திரங்கள் செயல்படு நேரத்து இவ்வைந்தில் இரண்டு மட்டும், மற்ற மூன்றைவிட நெருக்கமான பொறுத் திசைவைப்பு (tolerance) பெற்றிருந்தால், தொகுதி வரைபடம் இவ்விடத்தில் சரியான ஒன்ருக அமையாது.

வரைபட அமைப்பிற்கான வழிமுறை :

ஒரேமாதிரியான பல்வேறு குணப்பண்புகள் கட்டுப்படுத்தப் படவேண்டியிருக்கும்போது, தனித் தனியான பலவித வரை படங்களுக்குப் பதிலாக, ஒரே ஒரு கட்டுப்பாட்டு வரைபட மானது எல்லா குணப்பண்புகள் மீதும் அமைக்கப்படுகின்றது. செயற்பாங்கின் ஒவ்வொரு வளத்தினின்றும், $\bar{X}$-$\bar{R}$ வரைப் படங்களுக்குச் சேகரிக்கப்படுவதைப் போன்று, கூறுகள் சேகரிக்கப்படுகின்றன. இவ்வாறு சேகரிக்கப்பட்ட எல்லா மதிப்புக்களைக் கொண்டும் கட்டுப்பாட்டு எல்லைக் கோடுகள் அமைக்கப்படுகின்றன. ஆனுல் வரைபடத்தில், சராசரி, வீச்சு இவற்றின் மீச்சிறும, மீப்பெரும் மதிப்புகளே குறிக்கப்படுகின் றன. செயற்படுத்தப்படும் வழிமுறை கீழ்க்கண்டவாறு அமையும்.

தொகுதி கட்டுப்பாடு வரைபட அமைப்பிற்கான வழிமுறை :

1. ஒரே தன்மைத்தான குணப் பண்புகளை உருவாக்கும், செயற்பாங்கின் வாய்ப்பு வளத்தினைக் குறிக்கவும்.

2. ஒவ்வொரு வளத்தினின்றும், சம அளவுள்ள (வழக்க மாக 2 அல்லது 3) உற்பத்தி வரிசையில் அமைந்த 20 அல்லது 25 கூறுகளைத் தேர்ந்து எடுக்கவும்.

3. ஒவ்வொரு வளத்தினின்றும் பெறப்படும் எல்லா கூறு களின் வீச்சுகளைப் பெறவும்.

4. நிலைச் செயற்பாங்கு வீச்சு (standard process range) $\bar{R}$-யைப் பெறுவதற்கென, எல்லா வரையறைகளையும் ஓரினத் தன்மையானதாக்குக.

5. தகுந்த குறியீடுகள் அளிக்கப்பட்டிருந்தால், அக்குறி யீட்டின் நடுப்புள்ளியை 'μ' எனக் குறிக்கவும்.

6. சராசரி வரைபடத்தின் மேல்கட்டுப்பாட்டு எல்லை, கீழ்க்கட்டுப்பாட்டு எல்லை இவற்றைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணக்கிடுக.

மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லை (U.C L.): $\mu + A_2 \bar{R}$

கீழ்க்கட்டுப்பாட்டு எல்லை (L.C.L.) : $\mu - A_2 \bar{R}$

7. வீச்சு வரைபடம்

1. $\bar{R}$-என்ற மதிப்பில் நடுக்கோட்டை அமைக்கவும்.
2, மேல், கட்டுப்பாட்டு எல்லையை $D_4\ \bar{R}$ என்ற இடத்தில் அமைக்கவும்.

சராசரி வரைபடம்

1. நடுக்கோட்டை 'μ' என்ற புள்ளியில் அமைக்கவும்.
2. மேல், கீழ்கட்டுப்பாட்டு எல்லைகளை 6-ல் குறிப்பிட்டபடி அமைக்கவும்.

8. குணப்பண்பை உருவாக்கும் (சமமான கால இடைவெளிகளில்) எல்லா வளங்களிலின்றும் கூறுகளைச் சேகரிக்கவும். இக் கூறுகளின் சராசரி, வீச்சு இவற்றைக் கணக்கீடு செய்யவும்.

9. கூறுகள் சேகரிக்கப்பட்ட காலநேரத்திற்கொத்த, வீச்சின் மீப்பெரும, மிச்சிறும மதிப்புகளைக் குறிக்கவும். எந்த வளத்தினின்றும் இவ்விரண்டு மதிப்புக்களும் பெறப்பட்டன என்பதையும் வரைபடத்தில் குறிக்கவும்.

10. கூறுகள் சேகரிக்கப்பட்ட கால நேரத்திற்கொப்ப, சராசரி வரைபடத்தில், கூறின் மீச்சிறும, மீப்பெறும மதிப்புக்களைக் குறியீடு செய்யவும். எந்த குறிப்பிட்ட வளத்தினின்றும் இம்மதிப்புக்கள் பெறப்பட்டன என்பதையும் வரைபடத்தில் குறியீடு செய்யவும்.

11. இரண்டு வரைபடங்களிலும், மீச்சிறும மதிப்புகளையும், மீப்பெரும மதிப்புகளையும் தனித்தனியாக இணைக்கவும்.

12. கட்டுப்பாட்டு எல்லைகளுக்கு வெளியே புள்ளிகள் காணப்படும்போதெல்லாம் தகுந்த நடவடிக்கைகளைஎடுக்கவும்.

எடுத்துக்காட்டு :

கீழ்க்காணப்படும் புள்ளிவிவரமானது, ஒரு மின்காப்பியலின் வெளி விட்டத்தைப் பற்றியதாகும். A, B, C என்னும் மூன்று இயந்திரங்கள் அப்பொருளைத் தயாரிக்கின்றன. ஒரு சமயத்தில் மூன்று இயந்திரங்களிலின்றும் கூறு அளவானது இரண்டாக அமைந்த கூறுகள் சேகரிக்கப்படுகின்றன. எல்லா இயந்திரங்களிலும் தயாரிக்கப்படும் பொருளின் அளவை (விட்டம்) யைக் கட்டுப்படுத்த, மூன்று தனித்தனியான வரைபடங்களுக்குப் பதிலாக, ஒரு தொகுதி கட்டுப்பாடு வரைபடம் அமைக்கப் படுகிறது.

பொருள் : மின்காப்புக் குழல் (Tubular Insulator)   அலகு : செ. மீட்டர்.

பண்பு : *O/D*   குறியீடு : 5·00 ± 0·005.

காலநேரம்	A		B		C	
	1	2	1	2	1	2
7·00 a.m.	4·86	4·95	4·92	4·89	4·92	4·86
7·30	4·90	4·89	4·90	4·89	4·90	4·90
8·00	4·93	4·89	4·95	4·89	4·90	4·90
8·30	4·86	4·93	4·90	4·96	4·88	4·94
9·00	4·90	4·93	4·97	4·91	4·95	4·90
9·30	4·90	4 91	4·91	4·86	4·90	4·90
10·00	4·92	4·94	4·97	4·95	4·94	4·91
10·30	4·95	4·91	4·95	4·88	4·92	4·94
11·00	4·93	4·91	4·95	4·91	4·86	4·92
11·30	4·91	4·94	4·91	4·90	4·91	4.95
12·00	4·90	4·88	4·93	4·88	4·92	4·89
12·30	4·92	4·88	4·92	4·92	4·93	4·94
1·00 p.m.	4·91	4·92	4·90	4·93	4·91	4·91
1·30	4·93	4·89	4·88	4·92	4·91	4·95
2·00	4·92	4·87	4·86	4·91	4·90	4·92
2·30	4·90	4·94	4.89	4·91	4·88	4·88
3·00	4·94	4·87	4·90	4·92	4·92	4.85
3·30	4·93	4·92	4·95	4·95	4·92	4·94
4·00	4·93	4·91	4·95	4·92	4·85	4·92
4·30	4·89	4·92	4·90	4·93	4·92	4·86

கணக்கீடுகள் :

(i) $\bar{R} = \frac{\sum R}{60} = \frac{\sum R_A + \sum R_B = \sum R_C}{60} = \frac{203}{60}$

$= 3{\cdot}383$ (மில்லி மீட்டரில் 10-ல் ஒரு பங்கு)

(ii) வரையறைக்கான மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லை

$= D_4 \bar{R} = 3{\cdot}267 \times 3{\cdot}383 = 11{\cdot}052$

வரையறைக்கான கீழ்க் கட்டுப்பாட்டு எல்லை

$= D_3 \bar{R} = 0$

எல்லா தனித்தனியான அறுபது கூறு வரையறைகளும் இக்கட்டுப்பாட்டு எல்லைகளுக்குள் அமைந்துள்ளன. எனவே செயற்பாங்கின் நிலை வரையறை $= \bar{R} = 3{\cdot}383$.

(iii) $\bar{X} = \frac{\Sigma \bar{X}}{60} = (\Sigma \bar{X}_A + \Sigma \bar{X}_B + \Sigma \bar{X}_C)/60$

$= \frac{9822{\cdot}5 + 9832{\cdot}0 + 9816{\cdot}0}{60}$

$= 491{\cdot}175$ (நீளத்தில் பத்தில் ஒரு பங்கு)

(iv) குறியீட்டின் நடுப்புள்ளி $= 5{\cdot}000$.

(v) சராசரிக்கான மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லை :

$\mu_2 + A_2 \bar{R} = 5{\cdot}000 + 1{\cdot}881 \times 0{\cdot}034 = 5{\cdot}064$

சராசரிக்கான கீழ்க்கட்டுப்பாடு எல்லை :

$\mu_2 \; A_2 \bar{R} = 5{\cdot}000 + 1{\cdot}881 \times 0{\cdot}034 = 4{\cdot}936$

விளக்கத்திற்காகவேண்டி, குறியீட்டின் நடுப் புள்ளிக்குப் பதிலாக, $\bar{X}$-யை நடுக் கோடாகக்கொண்டு வரைபடம் அமைக்கப்படுகின்றது. ஆனால், செயல் நிலையில், குறியீட்டின் நடுப்புள்ளி 'μ'-வே நடுக்கோடாக அமைக்கப்பட வேண்டும்.

தொகுதி கட்டுப்பாட்டு வரைபடங்களின் அனுகூலங்கள் :

எங்கெங்கு பயன்படுத்தத் தகுந்ததோ, அங்கெல்லாம் தொகுதி கட்டுப்பாட்டு வரைபடங்களே பயன்பெறுகின்றன. ஏனெனில் அவை கீழ்க்கண்ட மூன்று அனுகூலங்களைப் பெற்றிருக்கின்றன.

1. வரைபடங்களில் மதிப்புக்களைக் குறிக்கையில், அவை குறைந்த அளவு சிக்கலை, உழைப்பை ஏற்படுத்துகின்றன.

2. ஒரே வரை படத்தில் எல்லா விவரங்களும் சுருக்கமாக ஆனால், அழுத்தமாகத் தெளிவாக அளிக்கின்ற தன்மையை தொகுதி கட்டுப்பாட்டு வரைபடங்கள் பெற்றிருக்கின்றபடியால், அவை எளிதில் விளக்கப்படுகின்றன. ஆனால், இவ்வரை படங்களின் அடிப்படை நன்கு புரிந்துகொள்ளப்படவேண்டும்.

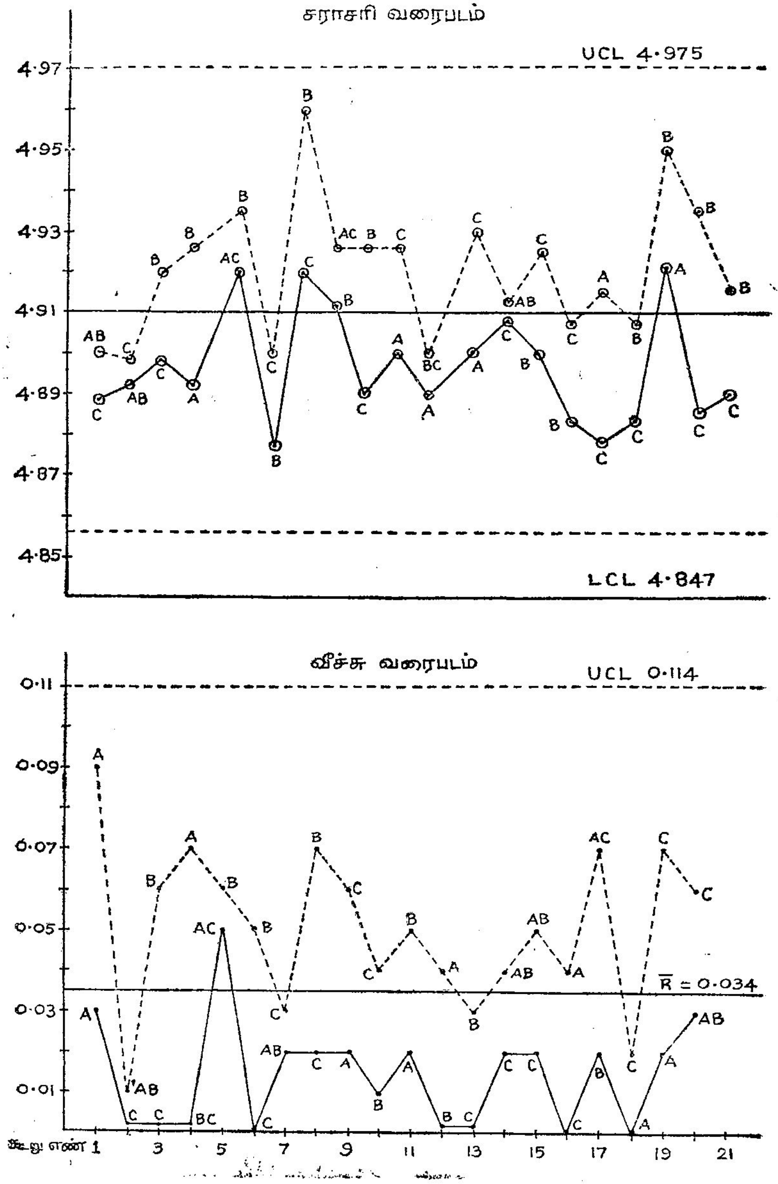
3. பண்புகளை உருவாக்கும் ஒரு சில வளங்கள் தொடர்ச்சி யாக அதிகமாகவோ அல்லது குறைவாகவோ செல்கின்றனவா (சராசரியையோ அல்லது வரையறையையோ பொறுத்த மட்டில்) என்பதை தீர்மானத்தில் எளிதாக அமைகின்றது. (வரை படம் பக்கம் 82.)

பண்புகளுக்கான கட்டுப்பாட்டு வரைபடம் (Control Charts for Attributive Data):

ஒரு செயற்பாங்கைக் கட்டுப்படுத்தும் எவ்வித முறையிலும் நிலையான உற்பத்திச் சூழ்நிலையில் எத்தகைய பண்புடைய பொருட்கள் உற்பத்தி செய்யப்பெறும் என்பதை தீர்மானித் தல் முதற்படியாக அமையும். உற்பத்தி செய்யப்படும் பொருட் களில், குறையானவற்றின் விகிதத்தைக் கணக்கீடு செய்வதன் மூலம் இக் குறிக்கோளை அடையலாம்.

செயற்பாங்காய் உற்பத்தி செய்யப்படும் குறைபாடான பொருட்களின் விகிதம் (proportion of defectives) நிலையான தாக அமைந்தால், உற்பத்தி செய்யப்படும் பொருட்களில், குறைபாடாக அமைந்த பொருட்களின் எண்ணிக்கை ஓர் ஈருறுப்புப் பரவலாக (binomial distribution) அமையும் என்று எதிர்பார்க்கலாம். மறுதலையாக, ஒரே மாதிரியான அளவுடைய கூறுகளின் ஆய்வுப் படிகளை (inspection records) பரிசோதிக்கும் போது, கூறுகளிலுள்ள குறைபாடான எண்ணிக்கைகள் ஓர் ஈருறுப்புப் பரவலாக அமைகிறது என்று கண்டுபிடிக்கப் பட்டால், பிறகு கூறுகளிலுள்ள குறைபாடான பொருட்களின் சராசரியை உற்பத்தி செய்யும் அளவாக அமையும். இவ் வளவையானது, சாதாரணமாக கூறு அளவில் குறைபாட்டு விகிதம் (proportion of defectives) என குறிக்கப்படுகிறது. இதையே செயற்பாங்கின் 'இயங்குதரம்' (standard of performance) என்கிறோம்.

தொகுதிக்கட்டுப்பாடு வரைபடம்



படம் 21

எல்லா கூறுகளும், நிலைத்த குறைபாட்டு விகிதத்தைக் கொண்ட ஒரு முழுமைத் தொகுதியினின்றும் (population) பெறப்பட்டன என்ற ஊகத்தினைக் கொள்க. இவ்வூகமானது நியாயமானதுதானா என்பதற்காக, கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி விவரக் குறிப்பை பரிசோதித்தலே, 'ஆய்வுப்படிகளை' ஆராய்தலில் முதற்படியாகும். செயற்பாங்கின் மாறுபாடான எல்லா எதிர்பார்க்கும் விளைவுகளையும் கருத்தில் கொள்வதற்காக, கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிவிவரக் குறிப்பானது தேவையான நீண்டகால அளவின்பாற்பட்டதாக அமைதல் முக்கியமான ஒன்றாகும். சமீபகாலத்தில் உற்பத்தி செய்யப்பட்ட பொருளின் தரத்தைப் பிரதிபலிக்கும்படியான அல்லது தற்போதைய உற்பத்தியினின்றும் எடுக்கப்பட்ட கூறுகளை அளிக்கும்படியான பழைய படிகளிலிருந்து (records) கூறுகள் பெறப்படலாம். மேற்கூறப்பட்ட இரு நிலைகளிலும் எல்லா கூறுகளும் சம அளவாக இருக்க வேண்டுவது அவசியம். கூறுகளின் அளவானது மாறுபட்டால் வேறு ஒரு சிக்கலான முறையானது கையாளப்பட வேண்டியிருக்கும். ஒரு நிலைத்தான குறைபாடு விகிதத்தைக் கொண்ட தொகுதியிலிருந்து எல்லா கூறுகளும் பெறப்பட்டன என்ற ஊகத்திற்கு ஏதேனும் ஆதாரத்தை, புள்ளிவிவரக் குறிப்பு ஆய்வினின்றும் பெற்றால், கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி விவரக் குறிப்பானது 'ஓரினத்தன்மை'யானது என்று கூறுகிறோம்.

ஒரு செயற்பாங்கானது, குறைபாடு விகித சராசரி நிலை $\eta_0 = 0{\cdot}04$ என்று பெற்றிருக்கும் தன்மையைக் கருத்தில்கொள்க. ராண்டம் கூறுகள் (random samples) ஆராயப்படுகின்றன என்று ஊகம் செய்க. பிறகு,

நிகழ்தகவு $\left\{ d \geq, 5, \ \eta = \eta_0 \text{ என்று அமையும்போது} \right\} = 0{\cdot}006.$

அதாவது, செயற்பாங்கு 'η_0' என்ற நிலையில் இயங்குகின்ற வரை, கூறு அளவு '30'ஆக அமைந்த ஒரு கூறு '5'க்கு மேற்பட்ட குறைபாட்டு எண்ணிக்கையைக் கொண்டிருத்தற்கான வாய்ப்பு மிகக் குறைவாகும். செயற்பாங்கின் செயல்திறன் மோசமடைந்து, அதன் பயனாய் அதிக எண்ணிக்கையுள்ள குறைபாட்டுப் பொருட்களை உற்பத்தி செய்கையில் எத்தகைய சூழ்நிலை எருவாகின்றதென்பதைக் காண்போம்.

$\geq =$	0·04	0·06	0 08	0·10	0 20
நிகழ்தகவு $d \geq$, 5)	0.006	0·032	0·087	0·175	0·745

எனவே ηன் மதிப்பு அதிகரிக்கையில், கூறு அளவு 30 ஆக

அமைந்த ஒரு கூறில் ஐந்திற்கு மேற்பட்ட குறைபாட்டு எண்ணிக்கைப் பொருட்கள் காணப்படுவதற்கான நிகழ்தகவு வெகுவாக அதிகரிக்கின்றது.

இத்தகைய வாதத்தின் பயனாய், அதன் மறுதலையாய் ஓர் ஊகம் எழுகிறது. கூறு அளவு 30ஆக அமைந்திருக்கையில் அக்கூறில் ஐந்து அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட குறைபாடு பொருட்கள் இருந்தால், செயற்பாங்கின் குறைபாட்டு எண்ணிக்கை விகிதம், முற்போதைய நிலை η_0னின்றும் அதிகரித்துவிட்டது என்பதே அந்த வாதமாகும். இத்தகைய வாதமே, கட்டுப்பாட்டு வரைபடங்களிலும், தர நிலையை நிர்மாணிப்பதற்கும், கூறுகளின் ஓரினத்தன்மையை பரிசோதிக்கையில், பயன்படுத்தப்படுகிறது.

எனவே, ஒரு நிலையான குறைபாட்டு விகிதம் η_0-க்கொண்ட தொகுதியினின்றும், கூறுகள் சேகரிக்கப்பட்டனவா என்பதை பரிசோதனை செய்ய, இம் முறையானது பயனுள்ளதாக அமையும். $\eta = \eta_0$ என்றிருக்கும்போது, கூறிலுள்ள குறைபாட்டுப் பொருள்களின் எண்ணிக்கை ஒரு குறிப்பிட்ட அளவைவிட அதிகமாயிருப்பதற்கான நிகழ்தகவு சிறியதாக (0·05 அல்லது 0·01 ஆக) இருக்கும்படி ஓர் அளவை பெறுதலே இதற்கான வழிமுறையாகும். இத்தகையதோர் அளவு அல்லது எல்லையே 'கூறிலுள்ள குறைபாடான எண்ணிக்கைக்கான மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லை' என்றறியப்பெறுகிறது, கூறிலுள்ளகுறைபாடான பொருட்களின் எண்ணிக்கை மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லைக்கு சமமானதாகவோ அல்லது அதனை விஞ்சும்போதோ, கொடுக்கப்பட்ட கூருனது 'η_0' என்ற குறைபாட்டு விகிதத்தைவிட அதிகமான குறைபாட்டு விகிதம்கொண்ட மற்றொரு தொகுதியிலிருந்து பெறப்பட்டது என்ற முடிவைப் பெறுவதற்கு ஆதாரத்தைப் பெறுகிறோம். இத்தகைய எல்லைகளின் மதிப்புக்கள் '$n\eta_0$'ன் பல்வேறு மதிப்புக்களுக்கு ஒத்தவாறு, அட்டவணை Bல் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

இதே வழிமுறையே பல கூறுகளின் ஓரினத் தன்மையை ஆராய்வதற்கும் பயன்படுத்தப்படலாம். எல்லா கூறுகளின் சராசரி குறைபாட்டு விகிதத்தைக் கணக்கிடுக. $\bar{P}$ இதைக் குறிக்கட்டும். தொகுதியின் குறைபாட்டு விகிதத்திற்கான ஒரு மதிப்பீட்டை $\bar{P}$ அளிக்கிறது. ஆனால், எல்லா கூறுகளும் ஒரே

தொகுதியிலிருந்து பெறப்படவேண்டும் என்பது உண்மையானல்தான் $\bar{P}$, தொகுதியின் குறைபாட்டு விகிதத்தின் மதிப்பீடாக அமையும். $\eta = \bar{P}$ என்றமையும்போது, ஏதேனுமொரு கூறு அளவு 'n'க்கொத்த மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லையைக் கணக்கிடுக. ஏதேனுமொரு கூறிலுள்ள குறைபாடுப் பொருட்களின் எண்ணிக்கை மேல்கட்டுப்பாட்டு எல்லையை விஞ்சி நின்ருல், கூறுகள், $\bar{P}$ என்ற நிலைக்குறைபாட்டு விகிதத்தை விட அதிகமான விகிதத்தைக்கொண்டு இயங்கும் நேரத்தில் அச் செயல் பாங்கினின்றும் பெறப்பட்டவை என்பதற்கான அறிகுறி தென்படுகின்றது. இத்தகைய கூறுகள் சரியான மாதிரியாக அமையாத உற்பத்திச் சூழ்நிலைகளைக் குறிக்கின்றன. எனவே, இவற்றின் மதிப்புக்கள், கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிவிவரக் குறிப்பினின்றும் நீக்சப்படவேண்டும்.

பிறகு, மீதியிருக்கும் கூறுகள் ஓரினத்தன்மைக்காக ஆய்வு செய்யப்படுகின்றன. இந்த நடைமுறை, எல்லா கூறுகளும் ஓரினத்தன்மை பெறும்வரை திரும்பத் திரும்ப செயல்முறையாக்கப்படுகின்றது. ஓரினத் தன்மை அடைந்தவுடன் பெறப்படும் மதிப்பு 'தரப்பண்பு' (quality standard) எனப்படுகிறது. இம்மதிப்பு, நிலையான இயங்கு சூழ்நிலைகளில் செயற்பாங்கு செயல்படுகையில், η-ன் மதிப்பை எத்தகையதென்பதைத் தெரிவிக்கின்றது. செயற்பாங்கின் தொழில்துறை நுணுக்கத்தில் ஒரு மாற்றத்தை ஏற்படுத்தாமல் 'தரப்பண்பை' மேன்மையாக்குதல் முடியாததொன்ருகும். எனினும், ஒருமுறை தரப்பண்பானது நிர்ணயிக்கப்பட்டு, மேன்மேலும் உற்பத்திப் பெருக்கப்பட்டு, இத்தரப் பண்போடு ஒத்திருக்கும் வரையில் கட்டுப்படுத்தப்படுகின்ற நிலையில், தொழில் நுணுக்கத்தில் எவ்வித மாற்றத்தையும் ஏற்படுத்தாமலேயே 'தரப்பண்பில்' நல்ல முன்னேற்றம் ஏற்படும். ஏனெனில், செயற்பாங்கின் இயக்கமானது தரத்தை மேன்மையாக்குவதற்கென்றே சீரமைக்கப்பட்டதாக விளங்குவதேயாகும். சாதாரண உற்பத் சூழ்நிலைகளில் சேகரிக்கப்பட்ட புள்ளிவிவரக் குறிப்பை, ஒரு குறிப்பிட்ட தரப்பண்பை நிர்ணயித்தபின், ஆய்வு செய்தல், மேன்மேலும் தரப்பண்பு முன்னேற்றம் செய்யத்தக்கதா என்பதற்கான விடையாகி நிற்கும். பண்பின்படு வகைப் படுத்தப்பட்ட புள்ளி விவரக் குறிப்பை, ஓரினத்தன்மைக்காக ஆராய்வதற்கான வழிமுறை :

நிலை 1: ஒரே மாதிரியான கூறு அளவு $= n$.

1. கூறுகளின் எண்ணிக்கையைக் கணக்கிடுக $(= K)$.

2. K கூறுகளிலுள்ள எல்லா குறையாட்டுப் பொருட்களையும், $\sum di$ என்ற மொத்தத்தோடு கணக்கிடுக.

3. மொத்த குறைபாட்டு எண்ணிக்கையினை கூறு எண்ணிக்கை K ஆல் வகுக்கவும். அது $= \frac{\sum di}{K}$ இந்த அளவானது '$n\bar{P}$'-க்கு மானதாகும்.

4. இந்த '$n\bar{P}$' மதிப்பிற்கொத்த மேல்கட்டுப்பாட்டு எல்லை மதிப்பை அட்டவணை Bயினின்றும் படித்தறிக.

5. ஒவ்வொரு கூறிற்குமுரிய தனித்த குறைபாட்டுப் பொருள்களின் எண்ணிக்கை $d_1 d_2 \ldots d_k$ இவற்றில் எந்தஒரு மதிப்பும், அட்டவணையினின்றும் பெறப்பட்ட 'மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லை' மதிப்பைவிட அதிகமாக அமையவில்லையெனில், கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிவிவரக் குறிப்பு ஓரினத்தன்மையானது என்று கொள்க.

6. நிபந்தனை (5)ஆனது பூர்த்தி செய்யப்பட்டால், எதிர்காலத்தில் இதே மாதிரியான கூறுகளில எதிர்பார்க்கப்படும் சராசரி குறைபாடுகளின் எண்ணிக்கையென '$n\bar{P}$' என்ற மதிப்பைக் கொள்க. $\bar{P}$ என்பது செயற்பாங்கின் நிலை குறைபாட்டு விகிதமாகும்.

7. நிபந்தனை (5)ஆனது பூர்த்தி செய்யயபடாவிடில், கட்டுப்பாட்டு எல்லையைவிட அதிகமான குறைபாட்டுப் பொருட்களைக்கொண்ட எல்லா கூறுகளையும் நீக்கி, மீதியிருக்கும் கூறுகளுக்குசராசரி குறைபாட்டு எண்ணிக்கையைக் கணக்கிடுக.

8. இவ்வாறு சீரமைக்கப்பட்ட $n\bar{P}$-க்கு ஒப்பான கட்டுப்பாட்டு எல்லை மதிப்பை அட்டவணை B-யினின்றும் பெறுக.

9. தனித்தனியான கூறுகளின் குறைபாட்டு எண்ணிக்கை மதிப்புக்களை, இக் கட்டுப்பாட்டு எல்லை மதிப்போடும் ஒப்பிடுக. எந்த ஒரு கூறுமதிப்பும் கட்டுப்பாட்டு எல்லை மதிப்பைக் காட்டிலும் அதிகமாக அமையவில்லையாயின், புள்ளி விவரக் குறிப்பை ஓரினத்தன்மை வாய்ந்ததென அறிக.

10. நிபந்தனை (5) பூர்த்தி செய்யப்பட்டால், சீரமைக்கப் பட்ட '$n\bar{P}$' மதிப்பை, இதேபோன்ற கூறுகளில், எதிர்காலத்தில் எதிர்பார்க்கப்படும் சராசரி குறைபாடுகளின் எண்ணிக்கை யாகவும், அதற்கொத்த $\bar{P}$ மதிப்பை செயற்பாங்கின் 'நிலை குறைபாட்டு விகிதம்' என்றும் கொள்க.

11. நிபந்தனை (7) நிபந்தனை (10) இவற்றை, நிபந்தனை (9) ஆனது பூர்த்தி செய்யப்படும் வரையில் திரும்ப திரும்ப செயல்படுத்துக. ஆனால், ஆரம்பத்திலிருந்த கூறுகளிலிருந்து ஒன்றில் ஐந்து பங்கு கூறுகள் நீக்கப்பட்ட பின்பும், ஓரினத் தன்மை பெறப்படவில்லையெனில் செயற்பாங்கானது மிகமிக நிலையற்றதாக உள்ளது என்று ஊகிக்கிறோம். தேவையான தொழில் நுணுக்க சீரமைப்பிற்குப்பின் புதிதாக புள்ளி விவரக் குறிப்பு சேகரிக்கப்படவேண்டும்.

நிலை 2 : எல்லாக் கூறுகளும் ஒரே கூறு அளவை பெற்றிலாத நிலை

1. Kகூறுகளில் ஆய்வு செய்யப்படும் மொத்த பொருட் களின் எண்ணிக்கையைக் கணக்கிடுக. $N = \Sigma n_i$.

2. Kகூறுகளில் உள்ள எல்லா குறைபாடான பொருட் களின் எண்ணிக்கையைக் கணக்கிடுக. இம் மதிப்பு Σd_i- ஆகும்.

3. மொத்த குறைபாட்டுப் பொருளெண்ணிக்கையை ஆய்வு செய்யப்பட்ட மொத்த எண்ணிக்கையால் வகுக்க $= \frac{\sum d_i}{N}$ இந்த அளவே, 'குறைபாட்டு 'விகிதம்' எனப்படும். $\bar{P}$ என்பது குறைபாட்டு விகிதத்தைக் குறிக்கும்;

4. $n, \bar{P}$ என்ற மதிப்பை முதல் கூறுக்கேற்பக் கணக்கிட்டு, இம்மதிப்பிற்கேற்ற 'மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லை' மதிப்பை அட்டவணை Bயினின்றும் பெறுக.

5. அக்கூறிலுள்ள மொத்த குறைபாடான பொருட்களின் எண்ணிக்கை, இக்கட்டுப்பாட்டு எல்லை மதிப்பைக் காட்டிலும் குறைவானதாக இருந்தால், அக்கூறினை ஓரினத் தன்மை வாய்ந்த புள்ளி விவரக் குறிப்பினைச் சார்ந்ததாகக கொள்க.

6. நிபந்தனை (4), நிபந்தனை (5) இவற்றை எல்லா கூறு களுக்கும் பரிசோதனை செய்க.

பட்டியல்-B

பாய்சான் பரவலின் உறுப்புக்களுடைய கூட்டல்கள் : பட்டியல்
உள்ளே காணப்படும் மதிப்புக்கள், X அல்லது அதற்குச் சிறிய அளவு குறைகளுக்கான
(அல்லது குறைபாடுகளுக்கான) நிகழ்தகவு (தசம புள்ளி நீக்கப்பட்டது)
(எதிர்பார்க்கும் குறைகளின் எண்ணிக்கை பட்டியலின் இடது கோடியில் உள்ளது)

C or np \ X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.02	981	1,000								
0.04	961	999	1000							
0.06	942	998	1000							
0.08	923	997	1000							
0.10	905	995	1000							
0.15	861	990	999	1000						
0.20	819	982	999	1000						
0.25	779	974	998	1000						
0.30	741	963	996	1000						
0.35	705	951	994	1000						
0.40	670	938	992	999	1000					
0.45	638	925	989	999	1000					
0.50	607	910	986	998	1000					
0.55	577	894	982	998	1000					
0.60	549	878	977	997	1000					
0.65	522	861	972	996	999	1000				
0.70	497	844	966	994	999	1000				
0.75	472	827	959	993	999	1000				
0.80	449	809	953	991	999	1000				
0.85	427	791	945	989	998	1000				
0.90	407	772	937	987	998	1000				
0.95	387	754	929	984	997	1000				

1.00	368	736	920	981	996	999	1000			
1.1	333	699	900	974	995	999	1000			
1.2	301	663	879	966	992	998	1000			
1.3	273	627	857	959	989	998	1000			
1.4	247	592	833	946	986	997	999	1000		
1.5	223	558	809	934	981	996	999	1000		
1.6	202	525	783	921	976	994	999	1000		
1.7	183	493	757	907	970	992	998	1000		
1.8	165	463	731	891	964	990	997	999	1000	
1.9	150	434	704	875	956	987	997	999	1000	
2.0	135	406	667	857	947	983	995	999	1000	
2.2	111	355	623	819	928	975	993	998	1000	
2.4	091	308	570	779	904	964	988	997	999	1000
2.6	074	267	518	736	877	951	983	995	999	1000
2.8	061	231	469	692	848	935	976	992	998	999
3.0	050	199	423	647	815	916	966	988	996	999
3.2	041	171	380	603	781	895	955	983	994	998
3.4	033	147	340	558	744	871	942	977	992	997
3.6	027	126	303	515	706	844	927	969	988	996
3.8	022	107	269	473	668	816	909	960	984	994
4.0	018	092	238	433	629	785	889	949	979	992
4.2	015	078	210	395	590	753	867	936	972	989
4.4	012	066	185	359	551	720	844	921	964	985
4.6	010	056	163	326	513	686	818	905	955	980
4.8	008	048	143	294	476	651	791	887	944	975
5.0	007	040	125	265	440	616	762	867	932	968
5.2	006	034	109	238	406	581	732	845	918	960
5.4	005	029	095	213	373	546	702	822	903	951
5.6	004	024	082	191	342	512	670	797	886	941
5.8	003	021	072	170	313	478	638	771	867	929
6.0	002	017	062	151	285	446	606	744	847	916

7. நிபந்தனை (5)—எல்லா கூறுகளாலும் பூர்த்தி செய்யப் பட்டால், கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி விவரக் குறிப்பானது ஓரினத் தன்மைத்து எனவும், $\bar{P}$ ஆனது செயற்பாங்கின் நிலை குறை பாட்டு விகிதம் என்றும் கொள்க.

8. நிபந்தனை (5) ஆனது பூர்த்தி செய்யப்படவில்லை யாயின் (எல்லா கூறுகளாலும்) நிபந்தனை (5)-யைப் பூர்த்தி செய்யாத கூறுகளை புள்ளிவிவரக் குறிப்பினின்றும் நீக்கி, மற்ற கூறுகளுக்கு முழு நடைமுறையையும் பின்பற்றுக.

9. ஓரினத்தன்மையை எல்லா கூறுகளும் பெறும்வரை, இந்நடைமுறையைத் திரும்ப திரும்பப் பின்பற்றுக. $\bar{P}$ன் முடிவான மதிப்பை செயற்பாங்கின் 'நிலைக் குறைப்பாட்டு விகிதம்' எனக் கொள்க. ஆனால் ஆரம்பத்தில் கணக்கில் கொள்ளப்பட்ட கூறுகளில் ஐந்தில் ஒரு பங்கு நீக்கப்பட்ட பின்பும், ஓரினத்தன்மையை அடையமுடையவில்லையானால், செயற்பாங்கானது மிகவும் நிலையற்றது என்று கொள்ள வேண்டும். தேவையான தொழில் நுணுக்க சீரமைப்பிற்குப் பின் புதிய புள்ளிவிவரக் குறிப்புகள் சேகரிக்கப்பட வேண்டும். குறைபாட்டுப் பொருட்களின் எண்ணிக்கைக்கான கட்டுப் பாட்டு வரைபடம் *NP* வரைபடம். எவ்விதக் கட்டுப்பாட்டு முயற்சியிலும் முக்கியமான இலட்சிய நோக்காக அமைவது யாதென்று கேட்டால், தொடர்பிலா மாறுபாட்டிற்கும் (random variation), ஓர் ஒழுங்குமுறை மாறுபாட்டிற்கும் (systematic variation) வேறுபாட்டினைக் காணுதலேயாம். பொருட்களை உற்பத்தி செய்யும் செயற்பாங்கிலேயே காணப்படும் மாறுபாடும் தொடர்பிலா மாறுபாட்டில் அடங்கும். ஆனால் குறிப்பிடத்தக்க வெளிக்காரணங்களின் விளைவு செயற்பாங்கில் உளளதா என்பதை அறிதற்கு தூண்டுகோலாக விளகு 'குறிப்பிடத் தகுந்த காரணங்கள்' என்பவை கட்டுப்பாட்டிற்குட்பட்ட காரணங்களாகும். எனவே, தகுந்த தொழில் நுணுக்கத் திறன் மூலம், இத்தகைய காரணங்களின் விளைவுகளை நீக்கி, செயற் பாங்கிலே முன்னேற்றம் காண இயலும். ஆனால் தொடர்பிலா மாறுபாட்டைப் பொறுத்த அளவில், செயற்பாங்கானது எவ்வித மாற்றமுமின்றி தொடர்ச்சியாக இயங்குவதற்கு அனுமதிக்கப்படுதலே சிறந்த கட்டுப்பாடாகும்.

கட்டுப்பாட்டு முயற்சிகளிலே, கட்டுப்படுத்தப்படவேண்டிய பொருளின் கூறுகள் காலச்சார்பில்லாமல் செயற்பாங்கினின்றும் பெறப்படுகின்றன. இத்தகைய கூறுகள் குறியீடுகளுடன்

ஒத்தமைகின்றனவா என்பது ஆராயப்படுகின்றது. கூறுகள் எடுக்கப்பட்ட வரிசையிலேயே, ஒவ்வொரு கூறிலுள்ள குறை பாட்டுக்கு இலக்கான பொருட்களின் எண்ணிக்கையும் ஒரு சாதாரண வரைபடத்தில் குறிக்கப்படுகின்றன. மேல்கட்டுப் பாட்டு எல்லைக்கோடானது, வரைபடத்தின் குறுக்காக வரையப்படுகின்றது. எல்லா கூறுப் புள்ளிகளும் இக்கோட்டிற்கு உள்ளடங்கி இருக்கும் வரையில், செயற்பாங்கு ஒரு தரமான நிலையில் இயங்குகின்றது என்று முடிவு செய்கிறோம். ஆனால் இவ்விதிக்கு ஒரு சில விதிவிலக்குகளும் உண்டு. வரைபடத்தில் குறிக்கப்பட்டுள்ள புள்ளிகள் ஒரு குறிப்பிட்ட போக்கினையோ (trend) அல்லது செயற்பாங்கு நிலையில் ஒரு குறிப்பிடத் தகுந்த மாற்றத்தையோ காட்டும்போது இத்தகைய விதிவிலக்குகள் நியாயம் பெறுகின்றன. ஒரு வரைபடமானது ஒரு நிலையான செயற்பாங்கினைக் காட்டுகின்ற வரையில், செயற்பாங்கு எவ்வித நடவடிக்கைக்கும் உள்ளாவதில்லை. ஏனெனில், ஒரு குறிப்பிட்ட கூறிலிருந்தும் மதிப்பீடு செய்யப்பட்ட குறைபாடு விகிதம் அளவில் தரநிலையைக் காட்டிலும் அதிகமாக அமையலாம். ஆனால் அத்தகைய நிலையிலும் செயற்பாங்கு நிலையானதாகவே உள்ளது. ஆனால் கீழ்க்கண்ட சூழ்நிலையைக் கருத்தில் கொள்க.

ஒரு குறிப்பிட்ட கூறு முடிவு, கட்டுப்பாட்டு எல்லையைத் தொடும்படியாகவோ அலலது அதைக் காட்டிலும் அதிகமாகவோ அமையும்போதும், அல்லது வரைபடத்திலமைந்த ஒரு குறிப்பிட்ட சில புள்ளிகள் ஏதேனும் ஒரு போக்கினையோ அலலது செயற்பாங்கில் ஏதேனும் மாற்றத்தையோ காட்டுகின்ற நேரத்து, செயற்பாங்கு நிலையானது நிலையற்றதாக உள்ளது என்பதற்கான ஆதாரம் கிடைக்கின்றது. மேலும் செயறபாங்கானது உடனடியாக சீரமைப்பை வேண்டி நிற்கின்றது என்பதும் பெறப்படுகின்றது. மேற்குறிப்பிட்டதைப் போன்ற ஒரு கட்டுப்பாட்டு வரைபடம் 'குறைபாடு எண்ணிக்கைக்கான கட்டுப்பாட்டு வரைபடம்' (control chart for number detectives) என்றழைக்கப்படுகிறது.

செயற்பாங்கில் ஏதேனும் கவனம் செலுத்தப்படவேண்டும் என்ற நிலை தோன்றிய உடனேயே கட்டுப்பாட்டு வரைபடம் ஓர் அபாய ஒலி எழுப்பி நிற்கிறது என்பதை கவனத்தில் கொள்ள வேண்டும். தரக்கட்டுப்பாட்டினின்றும், அம் முறைகளினின்றும் மீப்பெரும நலன்களைப் பெறுவதற்கென, கட்டுப்

பாட்டு வரைபடங்கள் ஏதேனும் சீரமைப்பிற்கென சிறிய ஆதாரத்தைக் காட்டினாலும், உடனுக்குடன் தொழில்நுணுக்கச் சீரமைப்பிற்கென ஏற்பாடுகள் மேற்கொள்ளப்பட வேண்டும்.

தரநிலைகளானவை, செயற்பாங்கின் முற்போதைய திறனைப் பற்றிய அறிவை அடிப்படையாகக் கொண்டு அமைக்கப்படலாம். இத்தகையதோர் அறிவு அல்லது நுட்பம் நமது முயற்சிசட்கு அப்பால்பட்டதாய் விளங்கினால், தற்போதைய செயல்திறனின் தரத்தினை செயற்பாங்கால் உற்பத்தி செய்யப்படும் பொருட்கூறுகளின் ஆய்வினை செய்வதன் மூலம் பெறலாம்.

தகுந்த நிலைகளை (standards) நிர்மாணிக்க, பொருத்தமான அளவுடைய கூறுகள் (20லிருந்து 50 வரை அளவுள்ள), தொடர்பிலா காலப்புள்ளிகளில் சேகரிக்கப்பட்டு, ஒவ்வொரு கூறிலுமுள்ள குறைபாடான பொருட்களின் எண்ணிக்கையானது, கூறுகள் சேகரிக்கப்பட்ட வரிசையிலேயே, ஒரு வரைபடத்தில் குறிக்கப்படுகின்றன.

மேற்குறிப்பிட்ட முறையில் இருபத்தைந்து கூறுகள் சேகரிக்கப்பட்டபின், அக்கூறுக்ள் ஓரினத்தன்மைக்கென சோதிக்கப்படுகின்றன. ஓரினத்தன்மை வாய்ந்த கூறுகளின் சராசரி குறைபாட்டு விகிதம் கட்டுப்பாட்டுத் தரமாகக் கொள்ளப்படுகிறது.

செயற்பாங்கானது நிலையில் இருக்கும் வரையில், சராசரியாக 200க்கு ஒரு புள்ளி மட்டுமே கட்டுப்பாட்டு எல்லைக்கு அதிகமாயிருக்கும்படி மேல்கட்டுப்பாட்டு எல்லைக் கோடானது அமைக்கப்படுகிறது. ஒரு கூறில் எதிர்பார்க்கும் குறைபாடு எண்ணிக்கையின் பல்வேறு மதிப்புக்களுக்கொப்ப அட்டவணை Bயில் மேல்கட்டுப்பாட்டு எல்லையானது கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இரண்டு கூறுகளுக்கிடையே பண்புக் குறைவானது கண்டு பிடிக்கப்படாமல் ஏற்றுக்கொள்ளப்படும் வாய்ப்பினை, தகுந்த கூறு இடைவெளியைத் தேர்ந்தெடுப்பதன் மூலம் நீக்க முடியும். செயற்பாங்கின் செயல் நிலையில் திட்டவட்டமான கட்டுப்பாட்டைப் பெறுவதற்கு, கடைசியாகக் குறிக்கப்பட்ட முறையே பின்பற்றப்பட வேண்டும் என்பது விரும்பத் தக்கதாகும். ஆனால், கூறு இடைவெளிகளை அமைக்கையில், இரண்டு கூறுகளுக்கிடையேயான இடைவெளி தூரத்திற்கு தகுந்த தேவையான கவனம் செலுத்தப்பட வேண்டும்.

இந்த பொது விதிக்கு ஒரு விதிவிலக்காக, ஒரு செயற்பாங்கானது. உடற்திறனை அடிப்படையாகக்கொண்டு இயங்குகின்ற நேரத்திலே, அச் செயற்பாங்கினைக் கட்டுப்படுத்த, கட்டுப்பாடில்லா தொடர்பற்ற மாதிரிக் கூறுமுறை (unrestricted random sampling) யைப் பின்பற்றுதல் விரும்பத் தக்கதாகும். ஏனெனில், இத்தகையதொரு முறையின் கீழ், ஒரு கூறுவெளியானது எதிர்பார்க்கப்பட்டு, பொதுவான முறையைக் காட்டிலும் சிறந்த தரத்தைக்கொண்ட பொருட்கள் உற்பத்தி செய்யப்படும்.

மேலும், கட்டுப்பாட்டினின்றும் விலகிய ஒரு வரைபடம் எஞ்ஞான்றும், நம்பத்தகாத செயற்பாங்கினைக் குறியிட்டுக் காட்டுகின்றது என்று ஆணித்தரமாகக் கொள்ளுதலும் கூடாது. கூறுப் புள்ளிகள் கட்டுப்பாட்டினின்றும் வெளியே செல்லுதல், கூறுகள் காலத்தொடர்பிலாது (non-random) அமைவதினாலும் பெறப்படும், மட்டுமின்றி, ஒரே தன்மையற்ற ஆய்வு நிலைகளினாலும் இக்கட்டுப்பாடற்ற தன்மை ஏற்படலாம். எடுத்துக்காட்டாக, ஆய்வு நடத்துபவர், பொருட்களை ஆய்வு செய்கையில், எந்நேரத்திலும் ஒரேமாதிரியான நிலையைக் கையாளத் தவறியிருக்கலாம். ஒரே பொருளானது, பல்வேறு கால நிலைகளில் ஓர் ஆய்வு நடத்துபவரால் ஆராயப்படும்போது, ஒன்றுக்கு ஒன்று முற்றிலும் முரணான தீர்மானங்களைப் பெறலாம். பார்வையை மட்டுமே அடிப்படையாகக் கொண்டு நடத்தப்படும் சோதனைகளில் இத்தகைய சூழ்நிலைகள் எழ வாய்ப்பு அதிகம்.

சோதனையானது, ஏதேனும் இயந்திரங்களால் நடத்தப்படும்போது, இயந்திரம் சரியாக அமைக்கப்படாததன் காரணமாகவோ, அல்லது இயந்திரத்தின் தேய்மானம் காரணமாகவோ அல்லது இயந்திரங்கள் கவனக்குறைவாக உபயோகப்படுத்துவதாலேயோ, தவறுகள் ஏற்படலாம். கடைசியாக, நடுக்கோடு மற்றும் கட்டுப்பாட்டு எல்லைகள் தவறாக கணக்கிடப்படுவதாலும், நியாயப்படுத்தப்பட முடியாத வகையில், ஒரு பொதுவான கட்டுப்பாட்டிற்காக, பல செயல் முறைகளைத் தொகுதிப்படுத்தவதாலும் பிழைகள் ஏற்பட முடியும்.

எனவே, இத்தகைய தடைகளை நீக்குதற்காக, (1) கூறுகளைச் சேகரிக்கையில் தொடர்பிலாத் தன்மையை கையாண்டும்; (2) ஆய்வு நடைமுறைகளைத் தரமுடையதாக்கியும்; (3) எல்லா பொருட்களையும் சீரான முறையில் ஆய்தற்கு ஆய்வு

செய்பவர்கட்குப் பயிற்சி அளித்தும்; (4) ஆய்வதற்காக இயந்திரங்கள் உபயோகப்படுத்தப்பட்டால்; அவ்வியந்திரங்களை சரி பார்த்து சீரமைத்தும் (5) கணக்கீடுகளைப் பிழையின்றி மேற்கொண்டும்; (6) பல்வேறு சிறிய செயல்முறைகளுக்குப் பொதுவாக ஒரு கட்டுப்பாட்டு வரைபடத்தை அமைக்கையில் தருந்த முன்னெச்சரிக்கை நடவடிக்கைகளை மேற்கொண்டும், பயன் பெறலாம்.

Three-sigma limits :

கூறு அளவு 'n'-ஆனது தேவையான அளவு பெரிதாக அமையுமாயின், ஈறுருப்புப் பரவலானது, இயல்நிலைப் பரவலுக்கு (normal distribution) தோராயப்படுத்தப்படலாம். கூறு அளவு 'n' கொண்ட ஒரு தொடர்பில்லா கூறில் உள்ள குறைப்பாடான பொருட்களின் எண்ணிக்கைக்கான வரைபடத்தின் மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லைக் கோடு. மேல் 3σ எல்லையாக அமைக்கப்படலாம்.

$$nP\text{க்கான மேல்கட்டுப்பாட்டு எல்லைக்கோடு} = n\bar{P}+3\sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n}}$$

சில நேரங்களில் ஒரு கீழ்க்கட்டுப்பாட்டு எல்லையும், கீழ் '3σ' எல்லையாக அமைக்கப்படுகிறது.

$$nP\text{க்கான கீழ்க் கட்டுப்பாட்டு எல்லைக் கோடு} = n\bar{P}-3\sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n}}$$

ஒரு புள்ளியானது, கீழ்க்கட்டுப்பாட்டு எல்லைக்குக் கீழே விழுந்தால், அது செயற்பாங்கின் முன்னேற்றத்திற்கான அறிகுறியாக அமையும். ஆனால், இத்தகையதோர் முன்னேற்றத்தை உண்மையாகக் கண்டறியுமுன், ஆய்வு வேலையில் ஏதேனும் தொய்வு (slackness) ஏற்பட்டதோ என்பதை ஆராய்தல் அவசியமாகும். அதாவது, செயற்பாங்கில் காணப்படும் முன்னேற்றம் உண்மையானதா அன்றி, தவறுன ஆய்வினுல் ஏற்பட்ட விளைவா என்பதை ஆராய்தல் அவசியமாகும். செயற்பாங்கின் நிலையான குறைபாட்டு எண்ணிக்கை $n\bar{P}$-ல் வரையப்படும் கோடானது மத்தியக் கோடாகும். அக்கோடானது, செயற்பாங்கின் சராசரி நிலையினைக் காட்டுகிறது. வரைபாட்டில் குறிக்கப்படும் புள்ளிகள் சற்றேறக்குறைய சம எண்ணிக்கைகள் கொண்ட தொகுதியாக மத்தியக்கோட்டின் மேலும் கீழும் அமைந்துள்ளன.

nP-வரைபட அமைப்பிற்கான வழிமுறை :

1. ஒரு மாதம் என்ற கால அளவில் பழையதான ஆய்வுப் பிரதிகளை, அவை சுலபமாகக் கிடைப்பின், சேகரிக்கவும்.

2. இந்த புள்ளி விவரக் குறிப்பை ஓரினத்தன்மைக்காகப் பரிசோதிக்கவும்.

3. பழைய ஆய்வுப் பிரதிகள் கிடைக்கவில்லையாயின், 20 முதல் 50 வரையான அளவுகொண்ட, முதல் கூறு ஒன்றை எடுக்கவும்.

4. சீரான (ஒரே அளவான) கூறு அளவைக் கொண்ட 25 கூறுகளைச் சேகரிக்கவும்.

5. இந்தப் புள்ளி விவரக் குறிப்பை ஓரினத் தன்மைக் காகப் பரிசோதிக்கவும்.

6. $\bar{P}$ன் ஓரினத்தன்மையை நல்கும்முடிவான மதிப்பை, செயற்பாங்கின் நிலை குறைபாட்டு விகிதத்தின் மதிப்பாகக் கொள்ள வேண்டும்.

7. கூறின்கண் அமைந்த எதிர்பார்க்கும் குறைபாடுடைய பொருட்களின் எண்ணிக்கை $n\bar{P}$யைக் கணக்கிடவும். கட்டுப் பாட்டிற்கான கூறின் மதிப்பு, நிலைப்படுத்துவதற்கான உபயோகப் படுத்தப்படும் கூறின் அளவினின்றும் மாறுபட்டு இருக்கலாம். எதிர்பார்க்கும் குறைபாடுடைய பொருட்களின் எண்ணிக்கை ஒன்று முதல் நான்கு என்ற வரையறையில் அமையும் வண்ணம் கூறு அளவைத் தேர்ந்தெடுத்தல் விரும்பத் தக்கதாகும்.

8. எதிர்பார்க்கும் மதிப்பையொத்த மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லையை அட்டவணை-B யினின்றும் பெறவேண்டும்.

9. உற்பத்தியினின்றும் கூறுகள் எடுக்கப்பட்ட வரிசையை கிடை அச்சிலும், ஒவ்வொரு கூறிலும் காணப்படும் குறைபாடுடைய பொருட்களின் எண்ணிக்கையை செங்குத்தான அச்சிலும் அமைத்து, ஒரு தகுந்த கட்டுப்பாட்டு வரை படத்தை அமைக்கவும்.

10. நிபந்தனை (7)ன் மூலம் கணக்கிடப்பட்ட, எதிர்பார்க்கும் குறைபாடுடைய பொருட்களின் எண்ணிக்கை மதிப்பில்,

வரைபடத்தில் ஒரு கிடைக்கோடு அமைக்கவும். இக்கோடு மத்திய கோடாகும்.

11. நிபந்தனை (8)ன் படி பெறப்பட்ட மதிப்பில், வரை படத்தில், ஒரு கிடைக் கோட்டை வரையவும். இதே மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லையாகும்.

12. கூறுகளைத் தேர்ந்தெடுத்து, ஆராய்ந்து, உற்பத்தி வரிசைப்படி ஒவ்வொரு கூறிலும் காணப்படும் குறைபாடுடைய பொருட்களின் எண்ணிக்கையை வரைபடத்தில் குறிக்கவும். வரைபடத்தில் ஏதேனும் ஒரு புள்ளியில் மிகுந்த மாற்றம் அல்லது விலக்கம் காணப்பட்டால் அப்புள்ளியையும் வரை படத்திலேயே குறிக்கவும்.

13. வரைபடத்தில் குறிக்கப்படும் ஒவ்வொரு புள்ளியும் மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லைக்கு உட்பட்டு அமைகின்ற வரையில், பொருளின் தரமானது, நிலைநிறுத்தப்பட்ட தரத்தோடு ஒத்து விளங்குகின்றது. என்று கொள்ளவேண்டும்.

14. வரை படத்தில் குறிக்கப்படும் ஏதேனும் ஒரு புள்ளி மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லைக் கோட்டின் மீதோ அல்லது அதற்கு வெளியாகவோ விழுந்தால், தகுந்த தொழில் நுணுக்கத்தால் சீரமைக்க வேண்டிய அளவில், பொருளின் தரத்தில் சிறிது குறைவு ஏற்பட்டுள்ளமையை வரைபடம் சுட்டிக் காட்டுகிறது.

15. nன் மதிப்பானது போதுமான அளவு பெரிதாக (மீச்சிறுமம்-30) இருந்தால், வரைபடத்தின் மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லையாக, மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லை $= n\bar{P} + 3\sqrt{n\bar{P}(1-\bar{P})}$ என்ற சமன்பாட்டைப் பெறலாம். இந்தச் சமன்பாடானது நிபந்தனை (8)க்குப் பதிலாக பயன் பெறும். $\bar{P} \leq 0.10$ என்று அமைகின்ற வரையில், தொழில் துறைப் பயன் முறைகளில் (Industrial Applications) அட்டவணை-B யினின்றும் பெறப்படும் மதிப்பையே உபயோகித்தல் வேண்டும். ஆனால் $\bar{P} > 0.10$ ஆக அமைய மேற்குறிப்பிட்ட 3σ-எல்லையை, வரை படத்தின் மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லையாக உபயோகிக்க வேண்டும்.

16. சில நேரங்களில், கீழ்க் கட்டுப்பாட்டு எல்லையொன்றை அமைப்பதும் பயனளிப்பதாகும். கீழ்க் கட்டுப்பாட்டு எல்லை $= n\bar{P} - 3\sqrt{n\bar{P}(1-\bar{P})}$ எனப்படும் மதிப்பே வரை படத்தில்

குறிக்கத்தக்கதாகும். ஒரு புள்ளியானது இக் கீழ்க் கட்டுப் பாட்டு எல்லைக்குக் கீழே விழுந்தால், செயற்பாங்கின் இயங்கு திறன் தகுந்த தொழில்நுணுக்கத்தின் மூலம் மேன்மைப்படுத்தப் படலாம் என்பதற்கான சாத்தியக் கூறுகள் இருப்பதாகக் கொள்கிறோம்.

பின்னக் குறைபாடுக்கான கட்டுப்பாட்டு வரைபடம் (P—வரைபடம்) (Control Chart for Fraction Defective - P Chart)

ஒரு கூறில் காணப்படும் குறைபாடான பொருட்களின் எண்ணிக்கைக்கான சாதாரண கட்டுப்பாட்டு வரைபடம், கூறு அளவானது எல்லாக் கூறுகளுக்கும் ஒரே மாதிரியாக சீரானதாக அமையவேண்டும் என்று கொள்கிறது. மேலும், இவ்வரைபடத்தில் (fraction defective)க்கு பதிலாக, கூறிலுள்ள குறைபாடான பொருட்களின் எண்ணிக்கையே குறிக்கப் படுவது வழக்கமாக உள்ளது. ஆயினும், தகுந்த அளவு முறை மாற்றத்தின் மூலம் (change of scale) குறைபாடான பொருட் களின் எண்ணிக்கைக்கான வரைபடமே சுலபமாக குறைபாட்டு விகிதத்திற்கான வரைபடமாக மாற்றப்படலாம்.

கூறு அளவானது குறைவாக இருக்கையில், பின்னக் குறைபாட்டு வரைபடம் (fraction detective chart) தவறான விவரங்களைத் தரத்தக்கதாய் அமைகிறது. கூறு அளவு பத்தாக அமைந்திருக்கும்போது ஒரு கூறின் எதிர்பார்க்கும் குறை பாடான பொருட்களின் எண்ணிக்கை ஒன்றானால், கட்டுப் படுத்தப்பட முடியாத காரணங்களின் விளைவாக, அக் கூறிலேயே நான்கு குறைபாடான பொருட்கள் இருக்கலாம். இத்தகையதோர் நிலையில், எதிர்பார்க்கும் சராசரி பின்னக் குறைபாடு 10% எனினும், 40% பின்னக் குறைபாட்டு கட்டுப் படுத்தப்படாத காரணங்களின் வாயிலாக அமைவதால், அவை ஏற்றுக் கொள்ளப்படலாம் என்று முடிவாகிறது. இத்தகைய தோர் முடிவு, மிகுந்த அபாய ஒலியை எழுப்பி நிற்கிறது. நியாயப்படுத்தத் தக்கதாயும் அமையவில்லை. எனவே, கூறின் அளவு மிகவும், தேவையான அளவு அதிகமாக இருந்தாலன்றி குறைபாட்டு விகித வரைபடம் பயன்படாது.

கட்டுப்பாட்டு வரைபடங்களை அமைப்பதை பொறுத்த மட்டில் ஒரே சீரான கூறு அளவு கொண்ட கூறுகளைப் பெறுதல் விரும்பத்தக்கது, சுலபமானது எனினும் செயல்முறையில் பல்வேறு நிலைகளில், மாறுபாடான கூறு அளவுகளைக்கொண்ட கூறுகளை பயன்படுத்த வேண்டிய நிலை எழுகிறது. எடுத்துக்

காட்டானா, பல்வேறு நாட்களுக்கு, ஒவ்வொரு குறிப்பிட்ட தினத்தின் மொத்த உற்பத்தியையும் அடிப்படையாகக் கொண்டு வரைபடம் அமைக்க வேண்டியிருந்தால், ஒவ்வொரு நாளின் எதிர்பார்க்கும் குறைபாடான பொருட்களின் எண்ணிக்கை மாறுபடுகிறது. எனவே, புள்ளிவிவரக் குறிப்பைக் கண்களால் மட்டுமே ஆய்ந்து எவ்வித முடிவையும் அடைய இயலாது. இத்தகைய நிலையில் குறைபாட்டு விகித வரைபடம் அறிந்துகொள்ள மிகுந்த சுலபமானதாக அமையும்.

எனவே, கூறு அளவு ஒரு மாறியாக அமையும்போதே, பின்னக் குறைபாட்டு வரைபடம் பெரும்பான்மையாகக் கையாளப்படுகிறது.

பின்னக் குறைபாட்டு வரைபடம் அமைக்கப்படுவதற்கு முன்பாக செயற்பாங்கின் நிலைக் குறைபாட்டு விகித மதிப்பு, $\bar{P}$ நிர்மாணிக்கப்பட வேண்டும்.

கட்டுப்பாட்டு வரைபடத்தின் நடுக்கோடானது கீழ்க் கண்ட வாறு பெறப்படுகிறது.

கூறு அளவு n கொண்ட, பின்னக் குறைபாட்டு வரைபடத்தின் கட்டுப்பாட்டு எல்லைகள்

$$= \frac{\text{(அதற்கொத்த குறைபாடான பொருட்களின் எண்ணிக்கைக்கான வரைபடத்தின் எல்லைகள்)}}{n}$$

∴ பின்னக் குறைபாட்டு வரைபடத்தின் மத்தியக்கோடு $= \bar{P}$

கூறு அளவானது ஒரு மாறிலியாக அமைக்கப்பட முடியாது என்று கொள்க. குறைபாடான பொருட்களின் எண்ணிக்கைக் கான வரைபடத்தை அமைக்க நினைத்தால், மத்தியக்கோடு (மத்தியக்கோடானது $n\bar{P}$; எனவே n மாற மாற மத்தியக் கோடும் மாறும்) கட்டுப்பாட்டு எல்லைகள் ஒவ்வொரு கூறுக்கும் தனித்தனியாக அமைக்கப்பட வேண்டும். எனவே இம் முறை யானது மிகுந்த இடையூறு உடையதாகும். ஆனால், பின்னக் குறைபாட்டு வரைபடத்திற்கு, மத்தியக்கோடானது எப் போதும் $\bar{P}$ என மாறிலியாக அமைகிறது. கூறு அளவானது மாறிநின்ற போதும், மத்தியக்கோடு மாறுபடுவதில்லை. ஆனால் கூறு அளவு மாறுகையில், கட்டுப்பாட்டு எல்லைகளும் மாறுபடு கின்றன. எனவே சீரான கூறு அளவு இல்லாத சூழ்நிலைகளில், குறைபாட்டு விகித வரைபடம் அனுகூலமானதாக அமைகிறது.

கூறு அளவானது தகுந்த அளவு பெரிதாக அமைந்திருப்பின், குறைபாட்டு விகித வரைபடமே பொதுவாகப் பயன் பெறும். எனவே 3σ எல்லைகள் இவ்வரைபடத்தில் பயன்படுத்தப்படலாம்.

P வரை படத்திற்கான (கூறு அளவு n எனில்)

$$\text{மேல்கட்டுப்பாட்டு எல்லை} = \bar{P}+3\sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n}}$$

$$\text{மத்தியக்கோடு} = \bar{P}$$

$$\text{கீழ்பாட்டு எல்லை} = \bar{P}-3\sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n}}$$

செயற்பாங்கிலிருந்து தொடர்பிலா கூறு எடுக்கப்படும் போதெல்லாம், கூறு குறைபாட்டு விகிதம், P ஆனது வரைபடத்தில் குறிக்கப்படுகிறது. மற்ற எல்லா விவரங்களும் குறைபாடான பொருட்களின் எண்ணிக்கைக்கான வரைபடத்திற்கு எத்தகையனவோ, அத்தகையதாகவே அமையும்.

தரநிலைத் தன்மை எண்ணிக்கை (Quality Standard Attribute Count)

ஒரு பொருளில் அமைந்துள்ள, ஏதோ ஒருவிதமான குறைகளின் எண்ணிக்கையைக் கருத்தில் கொள்க. தொடர்பிலாது தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட ஒரு பொருளின் கண் அமைந்த குறைகள் C என்றிருக்கட்டும். செயற்பாங்கின் ஒரு பொருளின் சராசரி குறைகளின் எண்ணிக்கை m என்றிருக்கட்டும். பொருட்களின் தன்மையை யொட்டி அவை பாகுபாடு செய்யப்படுவதைப் போன்று, ஓர் அலகின் கண் அமைந்த சராசரி குறைகளுக்கு ஒரு நிலைமதிப்பைக் காணுதல் அவசியம். கடந்த கால ஆய்வுப் பிரதிகள், கிடைப்பின், அவற்றை பரிசோதித்தல் மூலம் இத்தகையதொரு நிலைமதிப்பைப் பெறலாம். அல்லது கடந்த கால ஆய்வுப் பிரதிகள் கிடைக்காவிடில், முதல் ஆய்வில், செயற்பாங்கினின்றும் சேகரிக்கப்பட்ட கூறுகளைப் பயன்படுத்த இயலும். கடந்த கால பிரதிகளை ஆய்வு செய்கையில், குறைகள் ஏற்படுவதற்கான வாய்ப்பு சீரானதாக அமைவதில்லை. நிலைகளைக் கணக்கிடும்போது இந்த உண்மையைக் கருத்தில் கொள்கிறோம்.

குணப்பண்பு எண்ணிக்கை விவரங்களை ஓரினத்தன்மைக்கு சோதிக்கும் முறை: (Procedure for Examining Attribute Count Data for Homogeneity) :

1. i ஆவது பொருளின் கண் அமைந்த குறைகளின் எண்ணிக்கை Ci என்றிருக்கட்டும். புள்ளிவிவரக் குறிப்பானது K பொருட்களுக்கு கிடைத்துள்ளது என்றும் கொள்க.

2. கூறு புள்ளி விவர மதிப்பினின்றும் ஒவ்வொரு உறுப்புக்குமான குறைகளின் சராசரி எண்ணிக்கையைக் கணக்கிடுக. அதாவது $\bar{C} = \frac{\Sigma Ci}{K}$

3. $m = \bar{C}$ என்ற மதிப்பிற்கொத்த, அட்டவணை Bயினின்றும் பெறப்படும் மதிப்பைக் குறித்துக்கொள்க. இதுவே மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லை மதிப்பாகும்.

4. ஒவ்வொரு தனித் தனிப்பொருளின் குறைகளின் எண்ணிக்கையை, மேல்கட்டுப்பாட்டு எல்லை மதிப்பைக் காட்டிலும் குறைவாக அமைந்தால், கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிவிவரக் குறிப்பு ஓரினத்தன்மைத்து என்று கொள்க.

5. நிபந்தனை (4) பூர்த்தி செய்யப்பட்டால், $\bar{C}$ன் மதிப்பை சராசரியாக ஒரு பொருட்கள் அமைந்த குறைகளின் எதிர்பார்க்கும் எண்ணிக்கை என்று கொள்க. செயற்பாங்கின் ஒரு பொருளின் சராசரி குறைகளின் நிலை அளவு $\bar{C}$ ஆகும்.

6. நிபந்தனை (4) ஆனது பூர்த்தி செய்யப்படாவிட்டால், குறைகளின் எண்ணிக்கை, மேல்கட்டுப்பாட்டு எல்லை மதிப்பைக் காட்டிலும் அதிகமாகக் கொண்ட எல்லா கூறுப் பொருட்களையும் நீக்குக. மற்ற பொருட்களுக்கான சராசரி குறைகளின் மதிப்பைக் கணக்கிடுக.

7. அட்டவணை Bயினின்றும் சீரமைக்கப்பட்ட இம்மதிப்பிற்கு ஒத்த மேல்கட்டுப்பாட்டு எல்லை மதிப்பைப் பெறுக.

8. மீதமிருக்கும் பொருட்களின் குறைகளின் எண்ணிக்கையைத் தனித்தனியாக இச்சீரமைக்கப்பட்ட மேல்கட்டுப்பாட்டு எல்லை மதிப்புடன் ஒப்பிட்டு, எல்லா பொருட்களுக்கும் குறைகளின் எண்ணிக்கை, மேல்கட்டுப்பாட்டு எல்லை மதிப்பைக் காட்டிலும் குறைவாக இருப்பின், மீதமிருக்கும் புள்ளிவிவரக் குறிப்பு ஓரினத்தன்மைத்து என்று கொள்கிறோம்.

9. நிபந்தனை (8)ஆனது பூர்த்தி செய்யப்பட்டால், சீரமைக்கப்பட்ட C̄ன் மதிப்பை செயற்பாங்கின் ஒரு பொருளின் சராசரி குறைகளின் எண்ணிக்கைக்கான நிலையாகக் கொள்க.

10. நிபந்தனை (8)ஆனது பூர்த்தி செய்யப்படாவிடில், நிபந்தனை (6) நிபந்தனை (5) இவற்றை, நிபந்தனை (8) பூர்த்தி செய்யப்படும் வரையில் திரும்பத் திரும்ப செய்யவும். முதலில் அமைந்த கூறுப்பொருட்களின் மதிப்பில் ஐந்தில் ஒரு பங்கு நீக்கப்பட்ட பின்பும், புள்ளிவிவரக் குறிப்பு ஓரினத்தன்மை பெறுவிடில், செயற்பாங்கானது மிகவும் நிலையற்றது என்று கொள்ள வேண்டும். தகுந்த தொழில் நுணுக்க சீரமைப்பிற்குப் பின் புதிதாக புள்ளி விவரக் குறிப்பானது சேகரிக்கப்பட வேண்டும்.

ஓர் அலகிலமைந்த குறைகளுக்கான வரைபடம்—C வரைபடம்

1. கடந்த கால சமீபத்திய ஆய்வுப் பிரதிகள் கிடைத்தால், அவற்றை சேகரிக்கவும்.

2. இந்த புள்ளி விவரக் குறிப்பை ஓரினத்தன்மைக்காகப் பரிசோதனை செய்யவும்.

3. கடந்த கால ஆய்வுப் பிரதிகள் கிடைக்கவில்லையாயின், 20 முதல் 50 வரையான அளவில் அமைந்த ஒரு பொருட்கள் தொகுதியைப் பெறவும். ஒவ்வொரு பொருளின் கண்ணமைந்த குறைகளைக் கணக்கிடுக.

4. இந்த புள்ளி விவரக் குறிப்பை ஓரினத்தன்மைக்காக பரிசோதிக்கவும்.

5. C̄ன் முடிவான மதிப்பை (ஓரினத்தன்மை காட்டும் போது), செயற்பாங்கின் ஒரு பொருளின் குறைகளின் எண்ணிக்கைக்கான நிலைமதிப்பாகக் கொள்ளவும்.

6. C̄ன் இம்மதிப்பிற்கு ஒத்த, அட்டவணை Bயில் அமைந்த மேல்கட்டுப்பாட்டு எல்லை மதிப்பைப் பெறுக.

7. உற்பத்தி வரிசையில் அமைந்த பொருட்களைக் கிடை அச்சிலும், ஓர் அலகில் பொருளில் அமைந்த குறைகளின் எண்ணிக்கையை செங்குத்து அச்சிலும் கொண்ட ஒரு தகுந்த வரைபடத்தை அமைக்கவும்.

8. வரைபடத்தின் குறுக்காக, ஓர் அலகில் எதிர்பார்க்கும் குறைகளின் எண்ணிக்கை மதிப்பான (நிபந்தனை (5)ல் கண்டெடுக்கப்பட்ட) $\bar{C}$க்கொப்ப ஒரு நேர்க்கோட்டை அமைக்கவும். இதுவே வரைபடத்தின் மத்தியக் கோடாகும்.

9. நிபந்தனை (6)ல் காணப்படும்படியான 'மேல்கட்டுப்பாட்டு எல்லை' மதிப்பில் மற்றுமொரு கிடைக்கோட்டை அமைக்கவும்.

10. கூறுப் பொருட்களைத் தேர்ந்தெடுத்து, அவற்றிலுள்ள குறைகளின் எண்ணிக்கையை ஆய்ந்து, ஒவ்வொரு பொருளிலும், ஓர் அலகில் காணப்படும் குறைகளின் எண்ணிக்கையை, உற்பத்தி வரிசையில் வரைபடத்தில் குறிக்கவும். மேலும் செயற்பாங்கில் ஏதேனும் குறிப்பிடத் தகுந்த மாற்றம், அல்லது விலக்கத்தை ஏற்படுத்தும் வகையில் ஏதேனும் புள்ளி காணப்பட்டால், அதையும் வரைபடத்திலேயே குறிக்கவும்.

11. வரைபடத்தில் குறிக்கப்படும் ஒவ்வொரு புள்ளியும் மேல்கட்டுப்பாட்டு எல்லைக்குள் விழுந்தால், பொருளின் தரமானது நிலையான மதிப்புடன் ஒத்து விளங்குகிறது என்று கொள்க.

12. ஏதேனும் ஒரு புள்ளி மேல்கட்டுப்பாட்டு எல்லைக்கு வெளியே விழுந்தால், தரத்தில் தகுந்த தொழில் நுணுக்கத்தால் சீரமைக்கத்தக்க குறைவு காணப்படுகிறது என்பதற்கான சுட்டு விளக்கம் இருப்பதாகக் கொள்கிறோம்.

13. சில நேரங்களில், மேல்கட்டுப்பாட்டு எல்லையாக, மேல் 3σ எல்லை, $\bar{C}+3\sqrt{\bar{C}}$ பெறப்படுகிறது.

14 சில நேரங்களில், கீழ்க்கட்டுப்பாட்டு எல்லையைக் குறிப்பதும் பயனளிக்கும். கீழ்க்கட்டுப்பாட்டு எல்லையானது, $[0, \bar{C}-3\sqrt{\bar{C}}]$ இவற்றின் மீப்பெரும மதிப்பாகும். கீழ்க்கட்டுப்பாட்டு எல்லையின் கீழ்க் காணப்படும் எந்த ஒரு புள்ளியும், செயற்பாங்கின் முன்னேற்றத்திற்கான அறிகுறியாக விளங்குகிறது

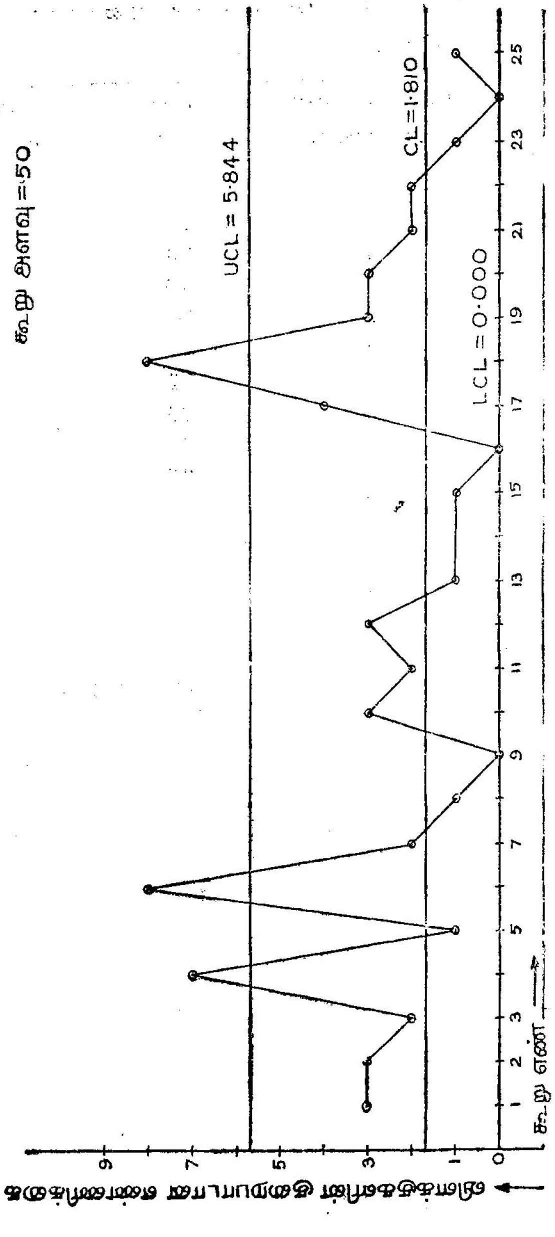
எடுத்துக்காட்டு-1 :

nP-வரைபடத்திற்கான எடுத்துக்காட்டு

அளவு 50 என அமைந்த கூறில் குறைபாடான விளக்குகளின் எண்ணிக்கை கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

உடைந்துபோன விளக்குகளின் குறைபாடான எண்ணிக்கைக்கான கட்டுப்பாடு வரைபடம்

np- வரைபடம்



1. கட்டுப்பாட்டு வரைபடத்தை அமைக்கவும்.
2. முடிவுகளைத் தெரிவிக்கவும்.

கூறு எண்.	குறைபாட்டின் எண்ணிக்கை	கூறு எண்.	குறைபாட்டின் எண்ணிக்கை
1	3	16	0
2	3	17	4
3	2	18	8
4	7	19	3
5	1	20	3
6	8	21	2
7	2	22	2
8	1	23	1
9	0	24	0
10	3	25	1
11	2		
12	3		
13	1		
14	9		
15	1		

குறைபாடுகளின் எண்ணிக்கை ஓர் ஈருறுப்புப் பரவலாக அமைகிறது.

சராசரி $= nP$ திட்ட விலக்கம் $= \sqrt{nPq}$

சராசரி $= \dfrac{\Sigma d_i}{\text{கூறுகளின் எண்ணிக்கை}} = \dfrac{70}{25} = 2.8$

திட்ட விலக்கம் $= \sigma = \sqrt{nPq} = 1.625$

இக் கணக்கில், கூறுகளின் எண்ணிக்கை தேவையான அளவு அதிகமாகவும், Pஆனது சிறியதாகவும் அமைவதால், ஈருறுப்புப் பரவல், ஒரு பாய்சான் பரவலுக்கு தோராயமாக்கலாம்.

பாய்சான் பரவலை பயன்படுத்தினால், $\lambda = 2.8$

மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லை $= \lambda + 3\sqrt{\lambda} = 7.82$

கீழ்க் கட்டுப்பாட்டு எல்லை $= \lambda - 3\sqrt{\lambda} = 0$

(ஏனெனில் குறைபாட்டின் எண்ணிக்கை எதிரெண்ணாக அமையாது.)

கூறு எண்கள் 6, 14, 18 இவை கட்டுப்பாட்டு எல்லையினின்றும் வெளியே உள்ளன. எனவே அவைகளை நீக்கி, மீதமிருக்கும் கூறுகளுக்கு சராசரி காண்க.

$$\therefore \quad \lambda = \frac{45}{22} = 2.046$$

மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லை $= \lambda + 3\sqrt{\lambda} = 6.336$

கீழ்க் கட்டுப்பாட்டு எல்லை $= 0$

இக் கட்டுப்பாட்டு எல்லைகளைக் கொள்ளும்போது கூறு எண் '4' எல்லைகளுக்கப்பால் அமைகிறது. எனவே கூறு எண் '4' நீக்கப்பட்டு, புதிய சராசரி மீதமிருக்கும் கூறு எண்களுக்கு அமைக்கப்படுகிறது.

$$\lambda = \frac{38}{21} = 1{\cdot}809$$

மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லை $= \lambda + 3\sqrt{\lambda} = 5.844$

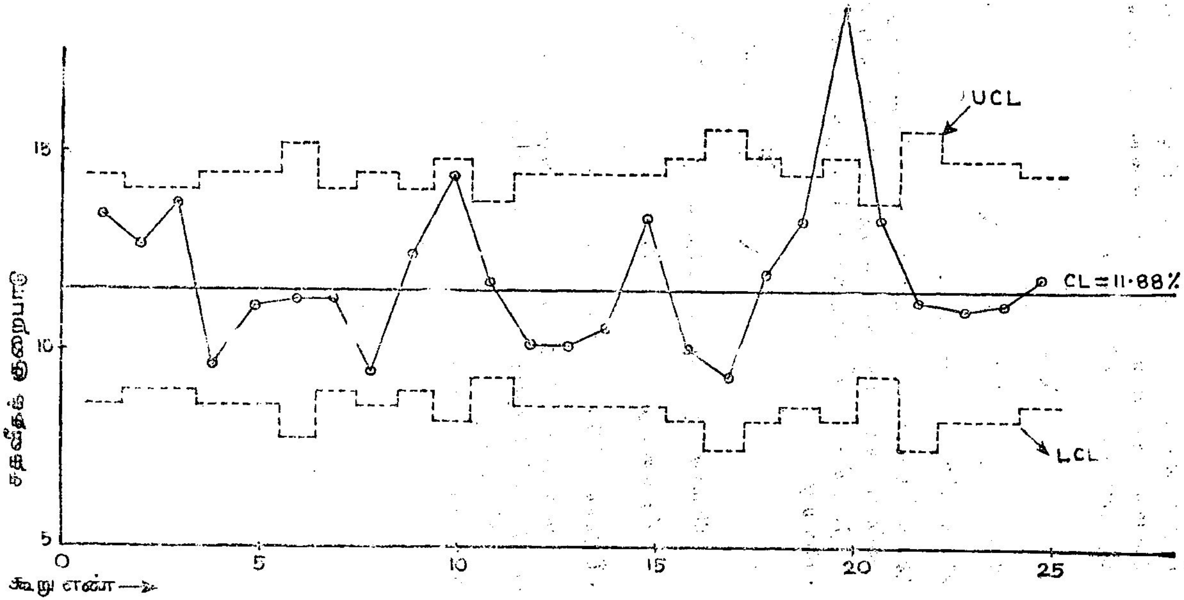
கீழ்க் கட்டுப்பாட்டு எல்லை $= 0$

எடுத்துக்காட்டு-2: *P*-வரைபடம்

கூறு அளவு மாறுபடும்போது, குறைபாடு விகிதத்திற்கான கட்டுப்பாட்டு வரைபடம்: மின்னணுக் கருவி AF 114ன் ஒரு மின்னியல் உருபை ஆய்வு செய்கையில் கிடைத்த விவரங்கள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

கூறு எண்	ஆய்வு செய்யப்படும் பொருள் எண்ணிக்கை	நீக்கப்படும் எண்ணிக்கை
1	960	130
2	1015	129
3	1070	147
4	960	94
5	955	106
6	715	82
7	1015	116
8	1000	95
9	1015	126
10	900	136

டிரான்சிஸ்டர் AF 114-ன் சதவீதக் குறைபாட்டிற்கான
கட்டுப்பாடு வரைபடம்
['P' வரைபடம்]



படம் 23

11	1250	148
12	1020	108
13	1015	104
14	950	102
15	1010	138
16	960	97
17	600	56
18	895	109
19	1015	136
20	960	192
21	1500	197
22	720	81
23	1020	116
24	1015	114
25	1170	150

1. தகுந்த கட்டுப்பாட்டு வரைபடத்தை அமைக்கவும்.
2. முடிவுகளைத் தெளிவாக்கவும்.

மத்தியக் கோடு $= \bar{P} = \frac{\Sigma d_i}{\Sigma n_i} = \frac{\text{மொத்தம் நீக்கப்பட்டவை}}{\text{மொத்தம் ஆய்வுக்குட்பட்டவை}}$

$$= \frac{3009}{24:55} = 0.1221$$

கூறு அளவு 'n_i' என்றிருக்கும்போது, குறைபாட்டு விகித வரைபடத்தின் மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லை

$$= \bar{P} + 3\sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n_i}}$$

அதேபோல் கீழ்க் கட்டுப்பாட்டு எல்லை

$$= \bar{P} - 3\sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n_i}}$$

கீழ்க் குறிக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணை கட்டுப்பாட்டு எல்லைகளையும், நீக்கப்பட்ட விழுக்காட்டையும் (rejection percentage) அளிக்கிறது.

கூறு எண்	ஆய்வு செய்யப் பட்ட எண்ணிக்கை (n_i)	நீக்கம் (d_i)	நீக்கத்தின் விழுக்காடு	மேல் கட்டுப் பாட்டு எல்லை	கீழ்க் கட்டுப் பாட்டு எல்லை
1	960	130	13.54	15.26	9.14
2	1015	129	12.70	15.16	9.24
3	1020	147	14.40	15.22	9.18
4	960	94	9.78	15.32	9.08
5	955	106	11.10	15.32	9.08
6	715	82	11.45	15.80	9.60
7	1015	116	11.42	15.16	9.24
8	1000	95	9.50	15.25	9.15
9	1015	126	12.41	15.16	9.00
10	900	136	15.11	15.40	9.24
11	1250	148	11.85	14.93	9.00
12	1020	108	10.60	15.22	9.47
13	1015	104	10.22	15.16	9.18
14	950	102	10.72	15.33	9.24
15	1010	138	13.68	15.24	9.07
16	960	97	10.10	15.26	9.16
17	600	56	9.33	16.13	9.14
18	895	109	12.20	15.42	8.27
19	1015	136	13.39	15.16	8.98
20	960	192	20.00	15.26	9.24
21	1500	197	13.15	14.67	9.73
22	720	81	11.25	15.79	8.61
23	1020	116	11.35	15.22	9.18
24	1015	114	11.21	15.16	9.24
25	1170	150	12.81	15.02	9.38

கூறு எண் 20, கட்டுப்பாட்டு எல்லையைத் தாண்டி செல்கின்ற படியால், திருத்தப்பட்ட

$$P = \frac{(3009 - 192)}{(24665 - 960)} = \frac{2817}{23705} = 0.1188$$

மத்தியக் கோடு = 11.88%

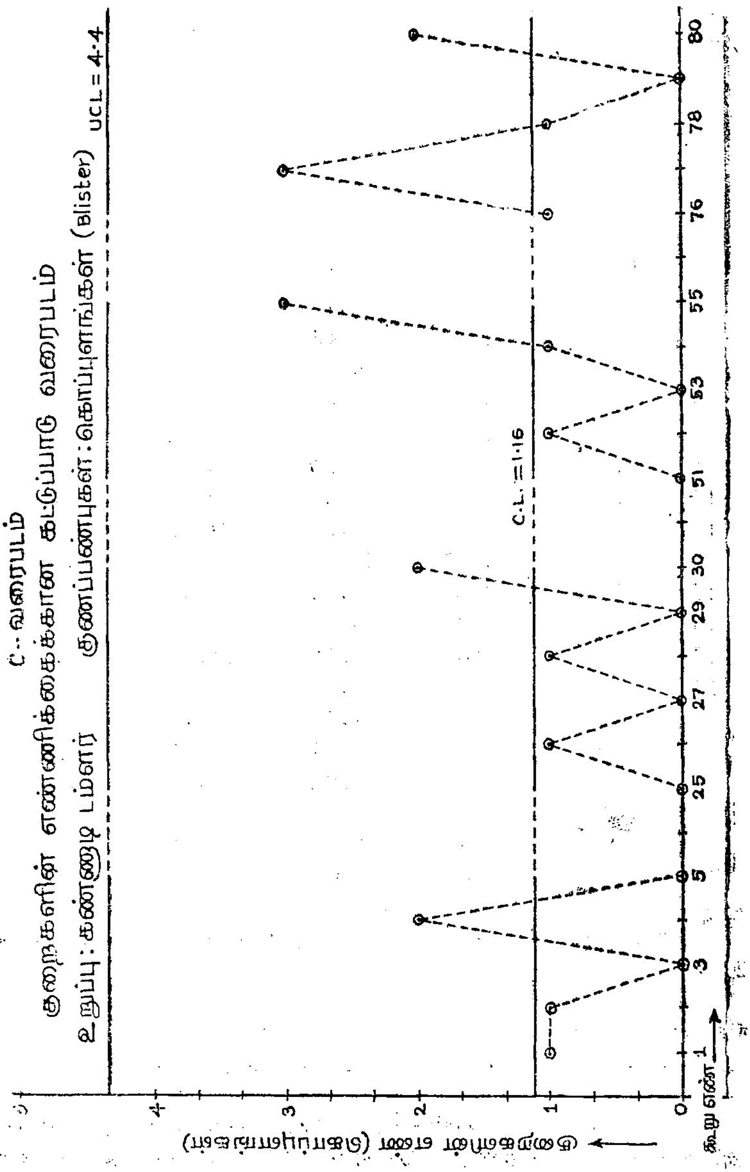
கூறு எண்	ஆய்வு செய்யப்பட்ட எண்ணிக்கை	நீக்கம்	நீக்கத்தின் விழுக்காடு	மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லை	கீழ்க் கட்டுப்பாட்டு எல்லை
1	960	130	13.54	15.10	8.75
2	1015	129	12.70	14.93	8.83
3	1020	147	14.40	14.92	8.84
4	960	94	9.78	15.00	8.76
5	955	106	11.10	15.02	8.74
6	715	82	11.45	15.50	8.26
7	1015	116	11.42	14.92	8.84
8	1000	95	9.50	14.95	8.81
9	1015	126	12.41	14.92	8.84
10	900	136	15.11	15.12	8.64
11	1250	148	11.85	14.62	9.14
12	1020	108	10.80	14.91	8.85
13	1015	104	10.22	14.92	8.84
14	950	102	10.72	14.96	8.80
15	1010	138	13.68	14.95	8.83
16	960	97	10.10	15.01	8.75
17	600	56	9.33	15.84	7.92
18	895	109	12.20	15.13	8.63
19	1015	136	13.39	14.92	8.84
21	1500	197	13.15	14.39	9.37
22	720	81	11.25	15.50	8.26
23	1020	116	11.35	14.91	8.85
24	1015	114	11.21	14.92	8.84
25	1170	150	12.81	14.72	9.04

செயற்பாங்கானது கட்டுப்பாட்டில் உள்ளது (கூறு எண் 20 தவிர).

எடுத்துக்காட்டு-3:

குறைகளின் எண்ணிக்கைக்கான வரைபடம்.

ஒரு நாள் உற்பத்தியினின்றும் நூறு கண்ணாடிக் குவளைகள் அடங்கிய ஒரு கூறானது ஆய்வு செய்யப்பட்டது. ஒவ்வொரு குவளையிலும் காணப்பட்ட (blisters) கீழ்க் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.


C-வரைபடம்
குறைகளின் எண்ணிக்கைக்கான கட்டுப்பாடு வரைபடம்
உறுப்பு: கண்ணாடி டம்ளர்
குணப்பண்புகள்: கொப்புளங்கள் (Blister)
UCL = 4·4
C.L. = 1·16
குறைகளின் எண் (கொப்புளங்கள்)
கூறு எண்
0
1
2
3
4
1
3
5
25
27
29
30
51
53
55
76
78
80

படம் 24

1	2	1	0	2	2	1	0	2	0
1	[illegible]	0	2	0	2	0	3	2	1
0	3	1	0	1	3	1	1	1	1
2	3	1	4	2	1	0	0	1	1
0	0	0	0	2	1	2	0	0	0
0	1	0	1	1	0	1	1	1	2
2	1	1	1	1	3	1	0	3	2
2	1	0	0	2	0	5	2	1	0
0	0	1	3	0	0	1	3	0	0
1	4	3	2	2	0	1	1	2	2

(i) வேரைபடத்தை அமைக்க.

(ii) முடிவுகளைத் தெளிவாக்குக.

வரைபடத்தின் மத்தியக்கோடு $= \bar{C} = \frac{\sum Ci}{K} = \frac{\text{மொத்தக் குறைகள்}}{100}$

$$= \frac{116}{100} = 1 \cdot 16$$

மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லை : $\bar{C} + 3\sqrt{\bar{C}} = 4 \cdot 391$

கீழ்க்கட்டுப்பாட்டு எல்லை : $\bar{C} - 3\sqrt{\bar{C}} = 0$ (குறைகளின் எண்ணிக்கை எதிரெண்ணாக அமையாது.

எல்லா கூறு மதிப்புக்களும் இவ்விரண்டு எல்லைக்குள் அமைகின்றன. எனவே கட்டுப்பாட்டு வரைபடத்திற்கு,

மத்தியக் கோடு $= \bar{C} = 1 \cdot 16$

மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லை $= 4 \cdot 391$

கீழ்க் கட்டுப்பாட்டு எல்லை $= 0$

பயிற்சிக் கணக்குகள்

1. நடைமுறைப் பயிற்சியில் நாம் எந்தெந்த கட்டுப்பாடு வரைபடங்களை வரைகின்றோம்? அவற்றின் கீழ், மேல்கட்டுப் பாட்டு (மட்டங்களை) எல்லைகளை குறித்துக் காட்டு; மேலும் அவை எவ்வாறு பெறப்படுகின்றன என்றும் குறிப்பிடுக.

2. ஓர் இயந்திரத் தொழிற்சாலையில் மின்னியக் கோளாறு தவிர மற்ற நிலைகுலைவுகளுக்கான காரணங்களுக்காக நிறுத்தி வைக்கப்பட்டு செயலாற்றாத இயந்திரங்களைப் பற்றி தினசரி விவரங்கள் சேகரிக்கப்படுகின்றன. ஒரு முறை மாற்றம் ஒவ்

வொன்றுக்குமான செயலாற்றுத இயந்திரங்களின் எண்ணிக்கை கீழே பட்டியலில் தரப்பட்டுள்ளது. தொழிற்சாலையில் உள்ள இயந்திரங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை=100.

பட்டியல்:

ஒரு சுற்றுக்கான செயலாற்றுத ஊடச்சுமுளைகளின் (idle spindles) எண்.

கூற்று எண்	செயலாற்றுத இயந்திரங்களின் எண்	கூற்று எண்	செயலாற்றுத இயந்திரங்களின் எண்.
1	29	14	28
2	32	15	29
3	27	16	25
4	20	17	18
5	28	18	23
6	55	19	34
7	30	20	19
8	28	21	15
9	25	22	20
10	27	23	17
11	25		
12	32	24	11
13	37	25	14

ஒரு படித்தான தன்மை முறையைச் செய்த பிறகு, காணப்படும் இயந்திரங்களின் சராசரி செயலாற்றுத நேரத்தைக் கண்டுபிடித்து, அதற்காக ஒருகட்டுப்பாட்டு வரைபடம்வரைக. அதிலிருந்து கண்டுணரும் உண்மைகளைக் குறித்து விளக்குக.

3. இயக்கிக் கைப்பிடி தயாரிக்கும் இடத்தில் (at a gear-head assembly) ஒரு நாளைய உற்பத்தியிலிருந்து 100 உறுப்பு இணைவு அமைதிகளின் (frames) கூறு தேர்ந்து எடுக்கப்படுகின்றது. அதைச் சோதனையும் செய்யப்படுகிறது. ஒவ்வொரு உறுப்பிணைவமைதியிலும் காணப்படும் துருப்பிடித்த துண்டுகள், கீறல்கள் (rustic patches and scratches) இவற்றின் எண்ணிக்கை கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

பட்டியல் : செயலாக்கத்தில் உள்ள குறைகளின் எண் :

1 2 1 0 2	1 0 0 2 0	0 3 1 0 1	2 3 1 4 2
0 0 0 0 2	2 1 0 2 0	2 0 3 2 1	3 1 1 1 1
1 0 0 1 1	1 2 0 0 0	0 1 0 1 1	2 1 1 1 1
2 1 0 0 2	0 0 1 3 0	1 4 3 2 2	0 1 1 1 2
3 1 0 3 2	0 5 2 1 0	0 1 3 0 0	0 1 1 2 2

தகுந்த ஒரு கட்டுப்பாட்டு வரைபடத்தை வரைந்து அதிலிருந்து கிடைக்கும் கருத்துக்களைத் தெரிவி.

4. பிப்ரவரி 1966ல் எஃகு கவை முள் கருவி (fork)யைப் பளபளப்பாக்கும் (enamelling) தொழில் பட்டறையில் கிடைத்த விவரங்கள் கீழே தரப்படுகின்றன.

ஒரு கட்டுப்பாட்டு வரைபடம் வரைந்து உமது கருத்துரைகளைத் தெரிவிக்கவும்.

பட்டியல் : பளபளப்பாக்கும் தொழிற்சாலையில் தள்ளுபடிகள்

தேதி	சோதனை செய்யப்பட்ட எண்	தள்ளுபடி செய்யப்பட்ட எண்	தேதி	சோதனை செய்யப்பட்ட எண்	தள்ளுபடி செய்யப்பட்ட எண்
1	616	86			
2	1450	110	15	867	90
3	1673	169	16	467	84
4	684	221	17	1188	160
5	2286	233	18	1042	110
			19	739	86
8	2489	133			
9	1388	63			
10	1465	142			
11	1166	136			
12	1164	154	22	2025	129
			23	2518	613
			24	1514	213
			25	2054	219
			26	849	110
			28	1320	135

5. ஒரு நூற்பகத்தில் (spinning) நூல்களின் மேலான பொதிகளின் 25% ஈரம் மீட்டும் பெறுநிலையில், 75 கெஜங்களின் எடைகள் பிரச்சினைக்கு எடுத்துக்கொள்ளப்படுகின்றன. 4 எண்களுள்ள கூறுகள் தேர்ந்தெடுத்துக்கொள்ளப்படுகின்றன. இதற்கான ஒரு கட்டுப்பாட்டு வரைபடம் வரைந்து உமது கருத்தினை உரைக்கவும்.

பட்டியல்

நூற்பகத்தில் 75 கெஜங்கள் மேல் பொதிகளின் எடைகள்

கூறு எண்	1	2	3	4
1	23	13	15	23
2	19	18	30	29
3	36	30	32	15
4	36	18	14	14
5	19	18	14	21
6	14	19	16	22
7	15	14	16	17
8	18	11	14	12
9	17	21	15	20
10	19	22	20	18
11	19	22	20	19
12	17	18	16	25
13	16	23	26	20
14	26	13	13	15
15	12	12	16	14
16	13	20	14	14
17	13	20	15	22
18	14	14	18	20
19	15	18	12	11
20	17	15	22	12
21	19	20	21	21
22	16	15	14	20
23	16	15	14	17
24	14	17	15	12
25	19	22	16	21

6. ஒரு பொருளின் விட்டத்திற்கு தனி குறிப்பீடு அளவு 0·1250″+0·0000″, −0·0015″ என தரப்பட்டுள்ளது. அப்பொருள் உற்பத்தியாகும்போது, 30 நிமிடங்களுக்கு ஒரு முறை 5 பொருட்கள் கொண்ட ஒரு கூறு எடுக்கப்பட்டு விட்டங்களை அளந்தால், கீழ்க்கண்ட விவரங்கள் கிடைக்கின்றன.

ஒரு தகுந்த வரைபடமாக இங்கு ஒரு சரிவுக்கட்டுப்பாட்டு வரைபடம் வரைந்து விளக்குக.

கூறு எண்	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	$\bar{X}$	R
1	−8	−9	−7	−8	−8	−8.0	2
2	−8	−9	−7	−6	−7	−7.4	3
3	−6	−6	−8	−7	−7	−6.8	2
4	−4	−6	−5	−6	−6	−5.4	2
5	−7	−5	−4	−7	−5	−5.6	3
6	−5	−6	−2	−4	−3	−4.0	4
7	−2	−4	−2	−5	−4	−3.4	3
8	−10	−11	−12	−10	−11	−10.8	2
9	−10	−12	−13	−11	−12	−11.6	3
10	−11	−11	−10	−9	−11	−10.4	2
11	−8	−10	−9	−11	−10	−9.6	3
12	−9	−10	−11	−9	−10	−9.8	2
13	−10	−11	−7	−8	−11	−9.4	4
2ஆம் நாள்							
14	−7	−8	−8	−9	−5	−7.4	4
15	−9	−10	−7	−7	−6	−7.8	4
16	−8	−6	−8	−8	−7	−7.4	2
17	−5	−4	−5	−7	−6	−5.4	3
18	−7	−8	−6	−7	−7	−7.0	2
19	−7	−6	−7	−5	−4	−5.8	3
20	−3	−3	−4	−4	−5	−3.8	2
21	−3	−4	−3	−6	−7	−4.6	4
22	−6	−3	−4	−6	−2	−4.2	4
23	−1	−3	−2	−4	−4	−2.8	3
24	−9	−6	−5	−7	−4	−6.2	5
25	−4	−7	−8	−5	−4	−5.6	4
26	−5	−7	−6	−6	−7	−6.2	2
27	−9	−10	−7	−10	−11	−9.4	4

4. அடுக்குக் கூட்டு வரைபடங்கள்

(Cumulative Sum Charts)

செயற்பாங்கு கட்டிற்பாட்டிற்காகக் கடந்த முப்பதாண்டு காலமாகப் பயன்படுத்தப்படும் கட்டுப்பாட்டு வரைபடத்தின் அமைப்பானது, அடிப்படையில் 'சுவார்ட்' (Schewhart) என்பவரால் அறிமுகப்படுத்தப்பட்ட ஒன்றாகவே விளங்கி வந்துள்ளது. எனினும், முதன்முதலில் அமைக்கப்பட்ட வரை படத்தில் பல்வேறு மாறுதல்களும், திருத்தங்களும் செய்யப் பட்டும் பயன்படுத்தப்பட்டு வந்துள்ளன. இத்தகைய வரை படங்களுக்கெல்லாம், தனித்தனியான கூறுகளின் முடிவுகள் ஒரு படத்தில் குறிக்கப்படுகின்றன; மட்டுமின்றி அவ் வரை படத்தினின்றும் தகுந்த கருத்து விளக்கத்தைப் பெற, தேவை யான விதிகளும் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. ஆரம்பத்தில், முதன் முதலாக அமைக்கப்பட்ட வரைபட ஆய்வுகளிலெல்லாம், வரை படங்களில் 'செயல்கோடுகள்' (action lines) எனக் கூறத் தக்க விதத்திலமைந்த கோடுகள் அமைந்திருந்தன. எனவே ஏதேனும் ஒரு கூறுபுள்ளியானது அக்கோட்டிற்கு அப்பால் விழுந்தால், செயற்பாங்கில் ஏதேனும் திருத்தம் செய்யப்பட வேண்டியமையைக் காட்டி நிற்கும். செயற்பாங்கானது விரும்புகின்ற நிலையில் இயங்குகின்றபோது, ஏதேனும் ஒரு புள்ளி இக்கட்டுப்பாட்டுக் கோடுகளிலின்றும் வெளியே அமை வதற்கான நிகழ்தகவு மிகச் சிறிதாக இருக்கும் வண்ணம், 'செயல் கோடுகள்' நிர்ணயிக்கப்பட்டன. எடுத்துக்காட்டாக, இயக்கு மதிப்பு 'μ' எனக் கொண்ட செயற்பாங்கின், சராசரி அளவையைக் கட்டுப்படுத்துவதற்காக அமைக்கப்படும் வரை படத்தின் 'செயல் கோடுகளாக', $\mu \pm \frac{3 \cdot 09\sigma}{\sqrt{n}}$ (கூறு அளவு n) அமைக்கப்பட்டால், செயற்பாங்கின்மீது தேவையற்ற நட வடிக்கை எடுக்கப்படுவதற்கான வாய்ப்பானது, ஆயிரத்திற்கு இரண்டு என்று அமையும்.

சுவார்ட் வரைபடத்தின் மிக முக்கியமான அம்சங்களாவன.

1. தெளிவாக கண்களினுல் பார்த்துணருவதன் மூலமே வரைபடத்தினின்றுப் பெறப்படும் முடிவுகளைப் பெறலாம்.

2. கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி விவரக் குறிப்பை அடிப்படையாகக் கொண்டு தகுந்த முடிவுகளைப் பெற அமைந்துள்ள விதிமுறை.

3. செயற்பாங்கின் இயக்கம் நல்ல நிலையில் இருக்கும் போது, தேவையற்ற நடவடிக்கை எடுப்பதற்கான வாய்ப்பை, விரும்பும் அளவில் அமைத்தல் எனினும், ஒவ்வொரு கூறைப் பற்றிய முடிவும் தனித்தனியாக ஆயப்படுகிறது என்னும் குற்றச் சாட்டிற்கு இவ்வரைபடங்கள் ஆளாகின்றன. இது மட்டுமின்றி, ஒவ்வொரு தனித்தனி கூறிற்கும், அக்கூறு மதிப்பு கட்டுப்பாடு எல்லைகட்கு உள்ளே அமைந்துள்ளனவா, அல்லது வெளியே செல்கின்றனவா என்ற ஒரே ஒரு விவரத்தை மட்டுமே கருத்தில் கொள்கிறோம். எனவே, கூறில் காணப்படும் விவரத் தொகுப்பில் ஒரு சிறிய பகுதியை மட்டுமே நாம் முடிவுகளைப் பெற பயன்படுத்துகிறோம் என்பது தெளிவாகிறது. எனவே செயற்பாங்கின் சராசரி மதிப்பில் காணப்படும் சிறிய விலக்கத்தை உய்த்துணர்வதற்கான வழிமுறைகளை 'சுவார்ட்' கட்டுப்பாட்டு வரைபடங்கள் கணிசமாகக் குறைக்கின்றன. எடுத்துக்காட்டாக, தற்போதைய சராசரி மதிப்பானது விரும்பப்படும் சராசரி மதிப்பினின்றும் ஒரு திட்டவிலக்க அளவானது விலகியிருந்தால், கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி விவரங்களுக்கு இயற்நிலைப் பரவலை ஊகமாகக் கொண்டு, சராசரியாக 55 தனித்தனியான கூறுப் புள்ளிகள் $\mu \pm 3.09$ என்ற கட்டுப்பாட்டு எல்லைகளைக் கொண்ட வரைபடத்தில் குறிக்கப்படுகின்றன. இந்த 55 தனித்தனியான கூறுப் புள்ளிகளைத் தொடரும் புள்ளியானது செயல்கோடுகளுக்கு அப்பால் செல்கின்றது. அதாவது, இவ்வரைபடமானது, செயற்பாங்கு மாருமல் இருப்பதை எடுத்துக்காட்டுகிறது. இந்த நிலையை, கூறு அளவை அதிகப்படுத்துவதன் மூலம் முன்னேற்றமடையச் செய்ய இயலும். ஆனுல், செயல்நிலை சூழ்நிலைகளை ஒட்டி, கூறு அளவானது, நமது விருப்பத்திற்கேற்றபடி, எண்ணிறந்ததென அதிகரிக்கப்பட முடியாது.

ஒரே கூறு அளவைக் கொண்ட சோதனையில், செயற்பாங்கில் ஏற்படும் சிறிய விலக்கத்தையும் உடனுக்குடன் சுட்டிக் காட்டும் வண்ணம் 'சுவார்ட்' வரைபடங்களின் செயல்திறனை

அதிகப்படுத்த வேண்டி, பல்வேறு சீரமைக்கப்பட்ட விதிமுறைகள் அளிக்கப்பட்டன. அவற்றில் சில கீழ்க்கண்டவாறு அமையும்.

1. $\mu \pm 1{\cdot}96\sigma/\sqrt{n}$ என்ற கட்டுப்பாட்டு எல்லைகளுடன் மற்றுமிரண்டு கோடுகள் அதே வரைபடத்தில் அமைக்கப்படுகின்றன. எவ்வப்போது, இரண்டு தொடர்ச்சியான புள்ளிகள், இக்கோடுகளில் ஏதேனுமொன்றை தாண்டிச் சென்றாலும், செயற்பாங்கில் விலக்கம் ஏற்பட்டுள்ளது என்ற தீர்மான விதியைப் பின்பற்றுகிறோம்.

2. $\mu \pm \sigma/\sqrt{n}$ என்ற கட்டுப்பாட்டு எல்லைகளுடன் மற்றும் இரண்டு கோடுகள் அமைக்கப்படுகின்றன. மூன்று தொடர்ச்சியான புள்ளிகள், இவ்விரண்டில் ஏதேனும் ஒன்றிற்கு அப்பால் அமையினும் சீரமைப்பிற்குத் தேவையான ஆதாரம் உள்ளது என்று கொள்கிறோம்.

3. மூன்றாவது விதியானது, சராசரியின் ஓரே புறத்தில் அமைந்தனவான பதினொன்று தொடர்ச்சியான புள்ளிகள், செயற்பாங்கின் சராசரி மாற்றத்திற்கான ஆதாரத்தைத் தந்து நிற்கிறது என்று கொள்கிறோம்.

4. நான்காவது விதி கீழ்க்கண்டவாறு அமைக்கப்படும். 'சராசரியின் ஓரே புறத்தில் கடைசி m புள்ளிகள் அமைந்திருக்கும்போது, அந்த m புள்ளிகளில் ஏதேனும் ஒன்று $\mu \pm \frac{6{\cdot}\sigma}{\sqrt{n}}$ என்ற எல்லைகளைத் தாண்டிச் சென்றால், நடவடிக்கை தேவை. இவ்விடத்து bயானது mயைச் சார்ந்த ஒரு சுட்டுருபாகும்.'

5. முன்பே தீர்மானிக்கப்பட்ட முடிவுகளைக் கொண்ட கூறுகளின், நகரும் சராசரி (moving average) முறையிலமைந்த புள்ளிகளைக் குறிக்கும் முறையும் பயனுள்ளதேயாகும். செயற்பாங்கானது நாம் விரும்பும் நிலையில் இயங்கிக்கொண்டிருப்பின், சீரமைப்பிற்கான மேற்கொள்ளப்படும் தேவையில்லாத நடவடிக்கைகள் எடுக்கப்படும் வாய்ப்பு சிறிது அதிகமாகிறது; ஆனால், தற்போதைய சராசரி நமது இலக்கினின்றும் வழுவும் போது, அந்த மாற்றமானது 'சுவார்ட்' வரைபடத்தைக் காட்டிலும் மிக துரிதமாக அடையாளம் கொள்ளப்படும். இத்தகைய வித்தகத்தைப் பூர்த்தி செய்பவனவாக நகரும் சராசரி (moving average) முறை அமைந்துள்ளது.

மேற்கூறப்பட்ட எல்லா முறைகளிலேயும், உண்மையி லேயே செயற்பாங்கில் கணிசமான மாற்றம் ஏற்பட்டுள்ள போதும், செயற்பாங்கின் விலக்கத்தினைக் கொள்ளாதிருப்பதால் ஏற்படும் அனுகூலங்களை வெகுவாக எடையிடுகிறோம். மேலும், கூறில் கொடுக்கப்பட்ட எல்லா விவரங்களும் பயன்படுத்தப் படுவதில்லை என்ற உண்மையையும் தராசிலிடுகிறோம். எடுத் துக்காட்டாக, செயற்பாங்கு அளவுகளின் ஒட்டுமொத்தமான சமீபத்திய விளைவுகள், செயற்பாங்கின் செயல்படுதன்மையைப் பற்றிய நமது அறிவைச் செம்மைப்படுத்துவதாக அமைந்திடி னும், நாம், பொதுவாக, தற்போதைய விளைவுகளையே தீர்மா னங்களை மேற்கொள்கையில் அடிப்படையாகக் கொள்கிறோம். மேலும் உண்மையான, பெறப்படும் கணித மதிப்பிற்குப் பதிலாக, ஒரு கூறு புள்ளி காணப்படும் ஒரு சிறிய பகுதியை மட்டுமே கருத்தில் கொள்வதும், அடிப்படையான திறமைக் குறைவுக்கு அடிகோலுகிறது.

எனினும், மேற்கூறப்பட்ட வாதங்கள் அனைத்தையும் மட்டுமன்றி நியாயமான கேள்விகளுக்குத் தக்க விடைகளையும் உள்ளடக்கிய கட்டுப்பாட்டு வழிமுறைகள், 'அடுக்குக் கூட்டு வரைபடங்கள்' எனப்படும் கட்டுப்பாட்டு வரைபடங்கள் மூலம் பெறப்படுகின்றன. அடுக்குக் கூட்டு கட்டுப்பாட்டு வரை படங்கள், மேற் கூறப்பட்ட வழிமுறைகளை விட பன்மடங்கு திறன்மிக்கதாகும்.

அடுக்குப் புள்ளி இடல் (Cumulative Plotting)

X_1 X_2...... என்ற வரிசையில் பெறப்பட்ட ஓர் ஆய்வு முடிவு களைக் கொண்ட தொடரைக் கருதுக. தொடரின் ஒவ்வொரு தனி உறுப்பினின்றும், K என்ற அளவை கழிக்கப்படுகிறது. K-ஆனது 'பார்வை மதிப்பு' (reference value) எனப்படும். (X_i-K) எனப்படும் வித்தியாசமானது, சில நேரங்களில் i வது கூறின் 'மிகைபாட்டு எண்' (score) எனப்படும்.

அடுக்குக் கூட்டுகள் கீழ்க்கண்டவாறு வரையறுக்கப்படு கின்றன.

$$S_0 = 0$$

$$S_1 = (X_1-K) + S_0 = (X_1-K)$$

$$S_2 = (X_1-K + X_2-K)\ S^1 + (X_2-K)$$

$$S_r = \sum_{i=1}^{r} (Xi-K) = S_{r-1} + (X_r-K)$$

இந்த அடுக்குக்கூட்டுகளெல்லாம் ஒரு காலத் தொடராக (time series) அமைக்கப்படுகின்றன. இத்தகைய வரைபடம் அடுக்குக் கூட்டு வரைபடம் (Cusum Chart) எனப்படும்.

Xன் சராசரி மதிப்பானது 'μ' என்றமைந்தால், அடுக்குக் கூட்டு வரைபடத்தின் எதிர்பார்க்கும் அல்லது நடுநிலைப் பாதையானது (expected or mean path) $(\mu-K)$ என்ற சரிவைக் கொண்ட ஒரு நேர்க்கோடாக அமையும் என்று காணலாம்.

$$E(S_r) = E\left\{\sum_{i=1}^{r} (Xi-K)\right\} = r(\mu-K).$$

அடுக்குக் கூட்டு 'S_r' ஆனது, rஆவது கூறுக்கு ஒத்ததாகக் குறிக்கப்படுவதால், நடுநிலைப் பாதையானது, சாய்வு $(\mu-K)$ என்ற ஒரு நேர்கோடாக அமைகிறது. $\mu=K$ என்றமைந்தால், அடுக்குக் கூட்டு வரைபடம் கிடைமட்டமாக அமைய வேண்டுவதன் அவசியத்தைக் காணலாம். $\mu>K$ என்றமைந்தால், அடுக்குக் கூட்டு வரைபடமானது நிலையாக உயர்கிறது. சராசரி உயர்வு வீதம் $(\mu-K)$ ஆகும். ஆனால் $\mu<K$ என்றிருப்பின், வரைபடத்தின் எதிர்பார்க்கும் பாதை, கீழ்ப்புறமாக சரிகின்ற நேர்க்கோடாக அமைகின்றது. சராசரி குறைவு வீதம் (கோட்டின் சரிவு) $(K-\mu)$ என்றகும்.

அடுக்குக் கூட்டு வரைபடங்கள் அவற்றின் சரிவின் வாயிலாக மட்டுமே அலசி ஆயப்படுகின்றன. நடுநிலைப் பாதைக் கோட்டிற்கும், கிடை அச்சிற்கும் இடையே உள்ள வித்தியாச தூரமானது எவ்வொரு முக்கியத்துவத்தையும் குறிப்பதில்லை. வரைபடத்திலுள்ள m, n என்ற இரு புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்கோட்டின் சரிவானது, X_{m+1} முதல் X_n வரையிலான எல்லா மதிப்புக்களின் சராசரியினின்றும் பார்வை மதிப்பு கழிக்கப்பட்டபின் கிடைக்கும் மதிப்பினை அளிக்கிறது.

$$\frac{x_{m+1}+x_{m+2}\ldots x_n}{(n-m)} = \frac{S_n-S_m+nk-mk}{(n-m)} = \frac{S_n-S_m+k}{(n-m)}$$

இயல் முறையில் பார்வை மதிப்பு Kஎன எந்தவொரு மதிப்பும் ஏற்றுக்கொள்ளத் தக்கதென்றாலும், எந்த மதிப்பினைத் தெரிந்தெடுத்தால் செயற்பாங்கின் நிலையின் மாற்றம் தெளிவாக வெளிக்காட்டப்படுமோ அந்த மதிப்பினையே தேர்ந்தெடுத்தல் வேண்டும். ஒரு நேர்கோட்டின் சரிவில் மாற்றம்

ஏற்படும்போது, அதற்கொத்த கோணத்தில் ஏற்படும் மாறுதலானது, ஆரம்ப கோணத்தின் மதிப்பு பூச்சியமாக இருக்கும் போதே மீப்பெருமமாக அமையும். எனவே, இதை கருத்தில் கொண்டால், நடுநிலைப் பாதையைக் கிடைக்கோடாகக் (செயற்பாங்கு நாம் விரும்பும் நிலையில் இயங்கும்போது) கொள்தலே அனுகூலமானதாகும். பார்வை மதிப்பானது, வழக்கமாக ‘இலக்கு மதிப்பு’ (target value) என இருக்கும்படி தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறது. அடுக்குத் தொடர் கணக்கீடுகளை எளிமையானதாக்குவண்ணம், பார்வை மதிப்பு K ஆனது நெருக்கமான முழு கண்ணாக எடுத்துக்கொள்ளப்படலாம்.

அடுக்குக் கூட்டு வரைபடத்தின் பல்வேறுன சிறப்புக்களில் ஒன்ருக அமைவது, செயற்பாங்கின் சராசரி மதிப்பில் காணப் மடும் சிறிய மாற்றங்களும், தெளிவாக மாறுபாடான சரிவுகள் மூலம் வெளிப்படுத்தப்படுவதாகும். பார்வை மதிப்பு தெரிந் தெடுக்கப்படும் விதத்தோடு, வரைபடத்தின் அச்சுக்களுக்கு (axes) தகுந்த அளவுத் திட்டம் தேர்ந்தெடுக்கப்படும் விதத் திலும், வரைபடத்தின் மூலம் பெறப்படும் முடிவுகள் அமைந் திருக்கும் கிடை அச்சில் இரு புள்ளிகளுக்கிடையேயான தூரம் ஓர் அலகாக அமைந்திருப்பின், நிலை அச்சில் அவ்விரண்டு புள்ளிகளுக்கிடையேயான தூரம் தோராயமாக, ‘2σ’ அலகு களாக அமைவது நலம் பயப்பதாகும். இவ்விடத்தில் ‘σ’ என்பது, குறிக்கப்படும் மதிப்புக்களின் குறைகால திட்டவிலக்க மாகும். இப்படிப்பட்ட அளவுத் திட்டத்தைக் கொண்ட ஒரு வரைபடத்தில், நடுநிலைப் பாதையானது கிடை அச்சோடு 45° கோண அளவை ஏற்படுத்துகிறது. ஆனுல் தொடரின் சராசரி யானது, பார்வை மதிப்பினின்றும் ‘2σ’ வித்தியாசத்தை ஏற் படுத்தினுலும், செயற்பாங்கில் ஏற்படும் குறிப்பிட முடியாத காரணங்கள் மிகச் சிறியனவாக அமைந்தாலும்தான் இந்நிலை உண்டாகும். σ அடுக்குக் கூட்டு வரைபடத்தில், எண்ணிறந்த முடிவுகளின் கண்ணோட்டத்தை ஒரே சமயத்தில் பெற இயலு கிறது. எனவே, கிடை அச்சில் கூறு புள்ளிகளை எந்த அளவு இயலுமோ அந்த அளவு இடைவெளித் தூரத்தில் அமைத்தல் அவசியமாகும். 2 மி. மீட்டர் அல்லது $\frac{1}{10}$ அங்குலம் என்ற அளவுத் திட்டம் (கிடை அச்சில்) உகந்ததாக அமையும். கிடை அச்சில் இத்தகைய அளவுத் திட்டத்தைக் கொள்கையில், நிலை அச்சில் 2 மி. மீட்டர் அல்லது $\frac{1}{10}$ அங்குலம் = 2σ என்ற அளவுத் திட்டத்தை அமைக்க வேண்டும. 2σ என்பது கணக்கிடுவதற்கு எளிதாக அமைந்தால், அளவுத்திட்ட மதிப்பு 2σ மதிப்பைக் காட்டிலும் அதிகமாக இல்லாமலிருக்கும் வண்ணம் திருத்தப்

படலாம். எடுத்துக்காட்டாக, $\sigma=2{\cdot}3$ அலகுகள் என்றமைந்தால், கிடைமட்ட இடைவெளி 2 மி. மீட்டராகவும், நிலை அச்சில் அளவுத்திட்டம் 2 மி. மீட்டர் = 4.6 அலகுகள்; எனவே செயல் நிலைகளில், 2 மி. மீட்டர் = 4 அலகுகள் என்று கொண்டால், அளவுத் திட்டம் $W = \frac{4}{2{\cdot}3} = 1{\cdot}7\sigma$.

அடுக்குக் கூட்டு வரைபடத்தில் தீர்மானத்திற்கான விதிமுறை :

செயற்பாங்கின் நிலையில் காணப்படும் சராசரி மாற்றமானது, அடுக்குக் கூட்டு வரைபடத்தின் சரிவின் மாற்றங்களினால் பிரதிபலிக்கப்படுகின்றது என்ற உண்மையை நாம் ஏற்கெனவே கண்டோம். அடுக்குக் கூட்டு வரைபடத்தின் சரிவில் ஏற்படும் மாற்றங்கள், கூறு மாறிலி Xiன் தொடர்பிலா மாற்றங்களால் மட்டுமே ஏற்படலாம். எனவே, செயற்பாங்கின் நிலையில் ஏற்படும் மாற்றங்கள் இத்தகைய தொடர்பிலா மாற்றங்கள் மட்டுமின்றி, வேறு உண்மையான காரணத்தால் ஏற்பட்டனவா என்பது ஆராய்ச்சிக்குரியது. பின் காணப்படும் பிரிவுகளில் தகுந்த தீர்மானத்திற்கான விதிமுறைகள் வகுக்கப்பட்டுள்ளன.

தீர்மான இடைவெளிகள்—ஒரு பக்கத்தான (One Sided Decision Internal Schemes)

முதலாவதாக, இலக்கு μ_oனின்றும் ஒரு திசையில் ஏற்படும் விலக்கத்தைத் தீர்மானிக்க வேண்டிய நிலையைக் கருத்தில் கொள்வோம். சராசரி மதிப்பு μ_oனின்றும் μ_1 என மாறுகிறது என்று கொள்க. இலக்கு μ_oஆனது 'ஏற்கத்தகு தர நிலை' (acceptable quality level) AQL எனப்படும். μ_1ஆனது 'தள்ளுபடிக்கான தர நிலை' (rejectable quality level), RQL எனப்படும். சராசரி மதிப்பில் காணப்படும் ஏற்றத்தை நிர்ணயிக்க தகுந்த தீர்மான விதியானது கீழ்க்கண்டவாறு அமையும். அடுக்குக் கூட்டு வரைபடத்தில் அமைந்த புள்ளியானது, அதற்கு முன்பாக அமைந்த மீச்சிறுமமான புள்ளியினின்றும், ஒரு குறிப்பிட்ட அளவு hஐக் காட்டிலும் அதிகமாகச் செல்லும்போது சீரமைப்பு நடவடிக்கைகள் மேற்கொள்ளுதலே அவ்விதியாகும். hன் அளவு 'தீர்மான இடைவெளி' என பெயர் பெறும். இந்த விதியானது, கணிதக் குறியீடுகள் மூலமாக கீழ்க்கண்டவாறு அமைக்கப்படலாம்.

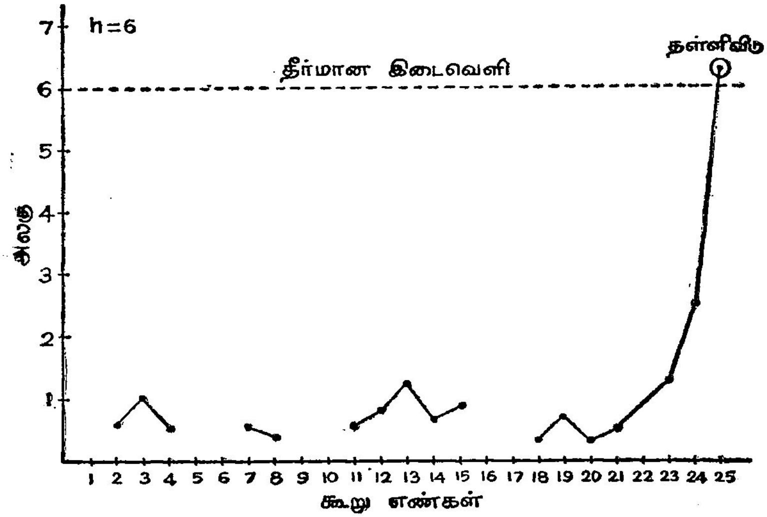
'முதலில் $_1 S_n$—மீச்சிறுமம் $\underset{0 \geq r<n}{S_r} \geq h$ அல்லது $\sum\limits_{i=r+1}^{n} (Xi-K)-h$

(r-ஆனது n-ஐக் காட்டிலும் சிறிதாக அமைகையில்).

என்றமையும்போது, சீரமைப்பு நடவடிக்கை மேற்கொள்ள வேண்டும்.'

மேற்கூறப்பட்ட முடிவானது, புதிய மீச்சிறுமத்தை உருவாக்கும் ஓர் அடுக்குக் கூடுதலை உண்டாக்கினால், இம் முடிவு, மாறுபாடான எதிர்வகையான தீர்மானத்தை மேற்கொள்வதற்கென எந்த ஒரு ஆதாரத்தையும் அளிக்கவில்லை. ஆனால், மிக அண்மையான காலத்திய கூறு முடிவானது, வரைபடத்தில் ஓர் ஏற்றத்தைத் தோற்றுவித்தால், அவ்வேற்றத்தை அளவை செய்வதும், தீர்மான இடைவெளி மிஞ்சப்படும் வரையில் அல்லது புதிய மீச்சிறுமமொன்றிற்கு அடுக்குக் கூடுதல் இறங்கும் வரை, மீண்டும் மீண்டும் செயற் மேற்கொள்ளுவதும் அவசியமாகும். மேற்பிரிவில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள தீர்மான விதியைச் சுருக்கமானதாக அமைக்க இக்கோட்பாடு பயன்படுத்தப்படுகிறது. அடுக்குக் கூட்டு வரைபடமானது, பூச்சியத்திலமைந்ததும், K பூச்சியத்திலிருந்தும் நிலைத்தூரம் (vertical distance) 'h'ல் அமைந்ததுமான இரண்டு கிடைமட்டமான கோடுகளைக் கொண்டு விளங்குகிறது. இக்கோடு மேல் எல்லை, கீழ் எல்லை என பெயர் பெறும். ஒவ்வொரு கூறு முடிவுக்குமான 'மிகைபாட்டு எண்' (score) ஆனது $(Xi-K)$ என கணக்கீடு செய்யப்படுகிறது. ஒவ்வொரு கூறுக்கும் 'மிகைபாட்டு எண்' எதிர்மறையாக (negative) அமையின், புள்ளிகளைக் குறியீடு செய்வதோ, அடுக்குக் கூடுதலை அமைப்பதோ தேவையில்லை. ஒரு கூறிற்கான 'மிகைபாட்டு எண்' நேரெண்ணாக (positive) அமைந்த உடனேயே, அடுத்தடுத்த கூறுக்கான மிகைபாட்டு எண்களெல்லாம் கூடுதல் செய்யப்படுகின்றன. மேலும் அவை வரைபடத்தில் குறிக்கப்படுகின்றன. மேல் எல்லை, அல்லது கீழ் எல்லையை குறிக்கப்படும் புள்ளிகளின் பாதை வெட்டும் வரை (கடக்கும் வரை) தொடர்ந்து புள்ளிகள் குறிக்கப்படுகின்றன. மேல் எல்லையானது கடக்கப்பட்ட உடனேயே, தரமானது இலக்குவினின்றும் மாறிவிட்டது என்ற தீர்மானத்தை மேற்கொள்கிறோம். கீழ் எல்லையானது கடக்கப்பட்டால், புள்ளிகளைக் குறியீடு செய்வதும், மிகைபாட்டு எண்களைக் கூடுதல் செய்வதும் நிறுத்தப்படுகிறது. ஆயினும் மற்றொரு கூறுமாறி X_iன் மதிப்பு Kன் மதிப்பைவிட அதிகமாக அமைந்த உடனேயே (அதாவது மிகை பாட்டு எண் நேரெண்ணாக அமைந்த உடனேயே மீண்டும் செயல் முறை தொடங்கப்படுகிறது. படம் 25ல் இந்த முறையிலமைந்த அடுக்குக் கூட்டு வரை படம் காட்டப்பட்டுள்ளது.

இந்த விதியானது, கணிதக் குறியீட்டு முறையில் கீழ்க் கண்டவாறு அமைக்கப்படலாம்.



படம் 25.

$$S_r' = \text{மீப்பெரு} \{S'_{r-1} + (X_r - K), 0\}, \ S'_0 = 0$$

என்று வரையறுக்க வேண்டும்.

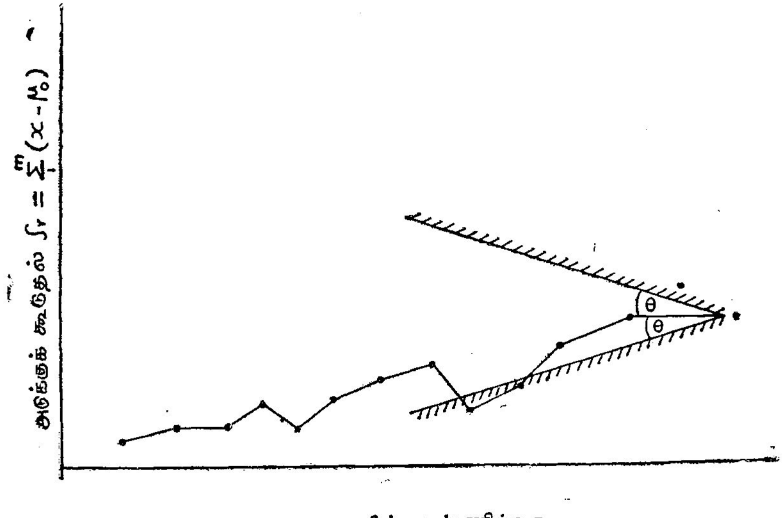
$S_r' \geq h$ என்றமைந்த உடனேயே சீரமைப்பு நடவடிக்கைகள் மேற்கொள்ளப்பட வேண்டும்.

இலக்கு மதிப்பு μ_0ன் மதிப்பு எதிர் திசையில் விலக்கம் காட்டும்போது, அவ்விலக்கத்தை நிர்ணயிக்க மேற்கொள்ளப் படும் தீர்மான விதிகள் இதே போன்றனவையாகும். இங்கு மேல் எல்லையானது பூச்சியமாகவும், கீழ் எல்லையானது தீர்மான எல்லையாகவும் அமைக்கப்படுகின்றன. முதன் முறையாக ஒரு கூறிற்கு மிகைநிரை எண் எதிரெண்ணாக அமைந்த உடனேயே, புள்ளிகளைக் குறித்தலும், மிகை நிரை எண்களைக் கூடுதல் செய்தலும் தொடங்கப்படுகின்றது.

K, h இவற்றின் மதிப்புக்கள், விரும்டப்படும் இயங்கு தேவையைப் பூர்த்தி செய்யும் வகையில் தெரிந்தெடுக்கப்படுகின்றன. இலக்கு மதிப்பிற்குப் பதிலாக, Kன் மதிப்பை '$\mu_0 + \mu_1$ என (AQL நிலை, RQL நிலை இவ்விரண்டிற்கும் நடுவில்) அமைத்தல் பயன் நல்கும் என பின்வரும் ஒரு பிரிவில் நிறுவுவோம்.

மூடியுடன் கூடிய தீர்மானிப்பு—(இரு பக்கக் கட்டுப்பாட்டு கணக்கு) :

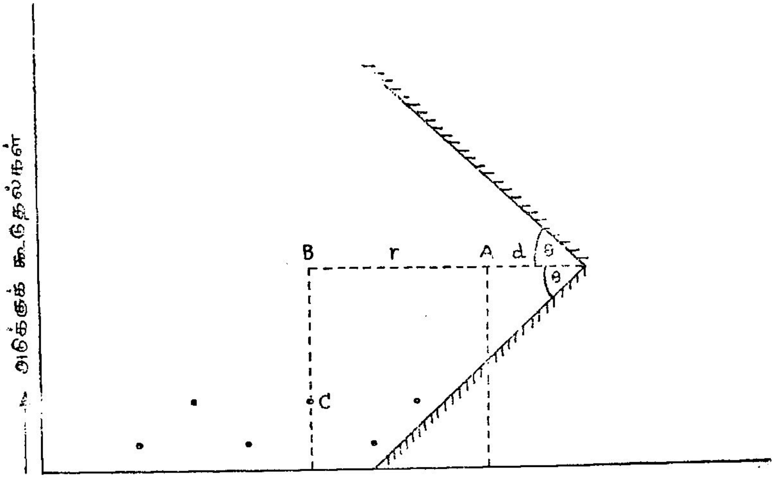
இலக்கு மதிப்பினின்றும் இரு புறத்திலும் செயற்பாங்கில் மாற்றம் ஏற்படும்போது, அம்மாற்றங்களை உய்த்துணர்வதற்காக V-மூடியைப் பயன்படுத்துகிறோம். அடுக்குக் கூடுதல்கள் $S_r = \sum_{i=1}^{r} (Xi-K)$ ஒரு வரைபடத்தில் குறிக்கப்படுகின்றன. ஒரு V மூடியானது அடுக்குக் கூட்டு வரைபடத்தில், உச்சி Vயானது மேல்நோக்கியிருக்கும்படியும், வரைபடத்தில், மிக அண்மையில் அமைந்த புள்ளியிலிருந்து d அலகு தூரத்தில் அமையும்படி மேலமைக்கப்படுகிறது (படம் 26). Vமூடியின் ஒவ்வொரு நேர்க்கோட்டுப் பகுதியும், கிடை நேர் கோட்டுடன் σ என்ற கோணத்தை ஏற்படுத்துகிறது. ஓர் ஒளிபுகும் தாளைக்கொண்டு Vமூடியை தனியாகக் கத்தரித்து, அடுக்குக் கூடுதல் வரை படத்தில் ஒவ்வொரு புள்ளியும் குறிக்கப்பட்ட உடனே தகுந்த இடத்திற்கு நகர்த்தப்படலாம்.



படம் 26.

அளவுக் கூடுதல் வரைபடத்தின் பாதையானது Vமூடியின் ஏதேனும் ஒரு நேர்கோட்டுப் பகுதியை வெட்டும்போது, செயற்பாங்கின் சராசரி இலக்குனின்றும் விலகிச் செல்கின்றது என்று முடிவு செய்கிறோம். கீழ் எல்லையானது தாண்டப்பட்

டால், செயற்பாங்கின் சராசரி நிலையில் ஓர் ஏற்றம் காணப்படு கிறது. ஏனெனில் பாதையின் சரிவானது tan θவைக் காட் டிலும் அதிகமாக அமைகிறது புள்ளிகளின் தொடர்ச்சி, மேல் எல்லையை வெட்டினால், சராசரி நிலையில் ஓர் இறக்கம் காணப் படுகிறது. ஒவ்வொரு அடுக்குக் கூடுதலும் வரைபடத்தில் குறிக்கப்படும்போதும் Vமூடியும் அதற்குத் தகுந்தவாறு நகர்த்தப்படுகிறது. d, θ போன்ற மாறிலிகளின் மதிப்பு, விரும்பப்படும் கட்டுப்பாட்டு நிலையைப் பொறுத்தமைகிறது. இரண்டு, ஒரே புறத்தான (one-sided) முறையானது ஒரே சமயத்தில் கைக்கொள்ளப்பட்டால் கிடைக்கும் முறையும், Vமூடி முறையும் ஒன்றுனவை என்பதை இப்போது நிறுவு வோம்.



படம் 27

நிலை அச்சில் அடுத்தடுத்த புள்ளிகளுக்கிடையேயான கிடைத்தூரம் W என்றிருக்கட்டும். A என்ற இறுதிப் புள்ளி யில் அடுக்குக் கூடுதல் $Sn-C$ என்ற புள்ளியில் அடுக்குக்கூடுதல் S_{n-r} ஆகும்.

$$BC = S_n - S_{n-r},\ BA = r\,w.$$

$BC \geq BO \tan\theta$ என்றமையும்போது, வரைபடத்தில் குறிக் கப்படும் புள்ளிகளின் பாதை Vமூடியின் கீழ் எல்லையைக் கடக் கிறது. அதாவது,

$S_n - S_{n-r} \geq (rWd + Wd) \tan\theta$ அல்லது

$$\sum_{i=n-r+1}^{n} (X i - \mu_0) \geq (rW + Wd) \tan\theta \text{ அல்லது}$$

$$\sum_{i=n-r+1}^{n} (X i - \mu_0 - r W \tan\theta) \geq d W \tan\theta$$

என்றமைய வேண்டும். $K_1 = \mu_0 + \tan\theta$, தீர்மான இடைவெளி $h = d W \tan\theta$ என்றமையும் ஒரு புறத்தான முறைக்கு மேற் கூறப்பட்ட முறை சமமானதாகும். இதேமாதிரியான வாத மானது, V முடியின் மேல் எல்லையானது கடக்கப்படுவதற்குரிய நிபந்தனையாக,

$$\sum_{i=n-r+1}^{n} (X i - \mu_0) + W \tan\theta \geq -d W \tan\theta$$

அமைகிறது. இந்த முறையானது, $K_2 = \mu_0 - W \tan\theta$; $h = CW \tan\theta$ என்ற பார்வை மதிப்புக்களைக் கொண்ட மற்றொரு, ஒரு புறத்தான முறைக்கு, சமமானதாகும்.

எனவே, Vமுடியினைப் பயன்படுத்தும் முறையானது, ஒரே சமயத்தில் இரண்டு ஒரு புறத்தான முறைகளைப் பயன்படுத்து தற்கு ஒப்பானதாக அமைகிறது. செயற்பாங்கு நிலையை, இலக்கு மதிப்பு μ_0ஐ ஒட்டி தொடர்பிலாத முறையில் விலக்கம் அமைகிறது என்றாலும்; இப்படிப்பட்ட விலக்கங்களின் பதிவு கள் தொழில் நுணுக்க ஆராய்ச்சிக்குப் பயன் நல்கும் தன்மை யனவாகவும், கட்டுப்பாட்டு முறைகளிலும் செவ்வனே இயங்கு வனவாகவும் அமைந்தால், Vமுடி முறையானது பயன்படுத்தப் படலாம். ஆனால், செயற்பாங்கானது, அனுமதிக்கத்தக்க நிலை யில் இயங்குகின்றதா என்பதை மட்டுமே அறிய விரும்பினால், முன்பு கூறப்பட்ட முறைகள் பயன்படுத்தப்பட வேண்டும்.

சராசரி ஓட்ட நீளம் (Average Run Length (ARL) :

பல்வேறு தீர்மான முறைகளை ஒப்பிட்டு நோக்குவதற்காக, கீழ்க்கண்ட வரையறைகளைக் கருத்தில் கொள்க. வரைபடம் செயற்பாங்கு இலக்கு மதிப்பினின்றும் விலக்கம் காட்டுவதற்கு முன்னால், ஒரு குறிக்கப்பட்ட தர நிலையில் வரைபடத்தில் குறிக்கப்படும் சராசரி கூறுகளின் எண்ணிக்கையானது 'சராசரி ஓட்ட நீளம்' (ARL) என வரையறுக்கப்படுகிறது. S கால அலகு

களுக்கு ஒரு முறை கூறுகள் சேகரிக்கப்பட்டால், வரைபடம் செயற்பாங்கில் ஏற்படும் மாற்றத்தைக் கண்டுபிடிக்க, சராசரியாக, (சராசரி ஓட்ட நீளம்—$\frac{1}{2}$) அதாவது (ARL$-\frac{1}{2}$) SS அலகு காலத்தை எடுத்துக் கொள்கிறது. ஒன்றுக்கொன்று மாறுபாடான கட்டுப்பாட்டு முறைகளை ஒப்பிடுவதற்காக, சராசரி ஓட்ட நீளம் L_a. L_r இவற்றை AQL, RQL நிலைகளில் முறையே ஒப்பிடவும். நியாயமான நல்ல கட்டுப்பாட்டு முறைகளை நிலை L_a ஆனது, 1000க்கு 500 என்றளவும், L_r நிலை 10க்கு 3 என்ற அளவிலும் உள்ளது.

சராசரிக்கான கட்டுப்பாடு—இயல்நிலைமாறி

ஓர் அளவுக் கூட்டு வரைபடத்தில் மாறக்கூடிய தன்மை கொண்ட சுட்டுருபுகளாக, பார்வை மதிப்பு K, தீர்மான இடைவெளி h, ஒரு கூறில் உள்ள பொருட்களின் எண்ணிகை n இவை விளங்கும். கட்டுப்படுத்தப்பட வேண்டிய குணப் பண்பானது, சராசரி μ, திட்ட விலக்கம் σ எனக்கொண்ட இயல்நிலைப் பரவலாக அமைந்திருந்தால், சராசரி ஓட்ட நீளங்கள் L_a, L_r இவற்றைத் தகுந்த முறையில் பெறலாம். இந்த முறைகள் ஒரு-புறத்த கட்டுப்பாடு முறைகளுக்கே பொருந்தும்.

பின்னொரு பிரிவில், தகுந்த இரு புறத்த கட்டுப்பாட்டு முறைகளைப் பெற, இந்த முறைகள் எங்ஙனம் பெறப்படலாம் என்று காணலாம். எந்த ஒரு μ மதிப்பிற்கும் சராசரி ஓட்ட நீளமானது $\frac{(\mu-K)\sqrt{n}}{\sigma}$, $\frac{h-\sqrt{n}}{\sigma}$ இவற்றின் சார்பாக அமையும். சராசரியின் அடுக்குக் கூடுதல்கள் (கூறு அளவு n) வரைபடத்தில் குறிக்கப்பட வேண்டும்.

தனி மதிப்புக்களின் திட்ட விலக்கம் σ ஆனது நமது அறிவுக்குட்பட்டதாக அமையின், ஏதேனும் ஒரு குறிப்பிட்ட K, h இவற்றின் மதிப்பிற்கு, சராசரி ஓட்ட நீளம் நேம வரையங்களின் (monograms) மூலம் பெறப்படலாம். L_aன் மதிப்பைக் கணக்கிடுவதற்கென, $\frac{(K-\mu_0)}{\sigma}\sqrt{n}$, $\frac{h}{\sigma}\sqrt{n}$ இவற்றின் மதிப்பைக் காண்கிறோம். $\frac{(K-\mu_0)}{\sigma}\sqrt{n}$, $\frac{h}{\sigma}\sqrt{n}$ இவற்றை இணைக்கும் வண்ணம் ஓர் அளவு கோலை நேம வரையத்தின் மேல் (nomogram) அமைத்து, நோமோகிராம் 1லிருந்து Laயின் மதிப்பைப் பெறலாம். Lrன் மதிப்பைப் பெற, இதே முறையைப் பின்

பற்றுகிறோம். நோமோகிராம் 2லிருந்து இதைப் பெறுகிறோம். ஆனால் நாம் $\frac{(\mu_1-K)}{\sigma}\sqrt{n}$ன் மதிப்பைக் கணக்கீடு செய்கிறோம்.

(நேமவரையம்) நோமோகிராமைப் (nomogram) பின்பற்றி, $\mu=\mu_0$, $\mu=\mu_1$ என்றிருக்கும்போது, La, Lr இவற்றிற்கு சம மதிப்புடைய, எண்ணிறந்த முறைகளை அமைக்கலாம். பார்வை மதிப்பை μ_0, μ_1ற்கு இடைநிலைப்பட்ட மதிப்பாகக் கொள்வதில் எண்ணிறந்த அனுகூலங்களை அடையலாம். எடுத்துக்காட்டாக, கட்டுப்பாட்டு முறைகளுக்காக கூறு சராசரியானது பயன்படுத்தப்படும்போது, $K=(\mu_0+\mu_1)/2$ என்றமையும் போது உள்ள முறையே குறைந்த கூறு அளவையோடு நிற்கின்றன. கூறு அளவிற்கு எதிராக பார்வை மதிப்புக்கள் குறிக்கப்படும் ஒரு வரைபடமானது, $K=(\mu_0+\mu_1)/2$ எனப்படும் பகுதியில் மட்டும் தட்டையாக அமைந்துள்ளது. எனவே, K-ன் மாறுபாடான மதிப்புக்கள், அதன் மத்திய மதிப்பு அமைந்த பகுதியில் புறக்கணிக்கத்தக்க மாறுதலையே ஏற்படுத்துகிறது. எனவே, Kன் மாறுபாடான மதிப்புக்கள், அதன் மத்திய மதிப்பு அமைந்த பகுதியில் புறக்கணிக்கத்தக்க மாறுதலையே ஏற்படுத்துகிறது. எனவே மத்தியமான அல்லது மத்திய மதிப்பிற்கு நெருக்கமான ஒரு மதிப்பை Kக்கு அளிக்கிறோம். ஏனெனில், நமக்குத் தேவையான அளவுக்கு மேற்பட்ட விவரங்களை நாம் ஆராயத் தேவையில்லை. கட்டுப்பாட்டு வரை முறைகளின் பண்பில் எவ்வித மாற்றங்களை ஏற்படுத்தாமல், K, h, இவற்றின் மதிப்புகளை முழு எண்களாக திருத்தி அமைக்கலாம். இத்தகைய திருத்தம், கணக்கீடுகளை சுலபமானதாக்கும்.

குறிப்பிடப்பட்ட La, Lr இவற்றின் மதிப்புக்களைக் கொண்டு, ஒரு தகுந்த முறையை வரையறுக்க, $K=(\mu_0+\mu_1)/2$ என்று எடுத்துக்கொண்டு, தீர்வினைத் தொடங்குகிறோம்.

$$\therefore \quad \frac{(K-\mu_0)}{\sigma}\sqrt{n}=\frac{(\mu_1-K)}{\sigma}\sqrt{n}=\frac{(\mu_1-\mu_0)}{2\sigma}\sqrt{n}$$

நேமவரையத்தைச் சார்ந்து, h, n மதிப்புக்களைக் கணக்கீடு செய்யலாம். nன் பின்னமான மதிப்பைப் பெற்றால், அப்பின்னமானது அடுத்த முழு எண்ணாக மாற்றப்படுகிறது. நோமோகிராமிலிருந்து பெறப்படும் அட்டவணை I-ன் மதிப்பையும் மாற்றாக பயன்படுத்தலாம். La, Lr இவற்றின் மதிப்புகளைச்

சார்ந்த ஏதேனுமொரு சேர்க்கை (combination)யைக் கொண்டு தகுந்த கட்டுப்பாட்டு வரைமுறையை அடையலாம்.

அட்டவணை I

குறிப்பிடப்பட்ட *La*, *Lr* மதிப்புகளுக்கான $\frac{(\mu_1-\mu_0)}{2\sigma}\sqrt{n}$, $\frac{h\sqrt{n}}{\sigma}$ இவற்றின் மதிப்புக்கள்.

Lr when	La when		
	200	500	1000
3	0·91 2·07	1·03 2·27	1·13 2·38
4	0·76 2·48	0.85 2·75	0.92 2·94
5	0·65 2.86	0·74 3·18	0·80 3·41
6	0·58 3·23	0·66 3·54	0 72 3.77
7	0·52 3·45	0·60 4·80	0·65 4·08
8	0·48 3·72	0·55 4·12	0·60 4·36
9	0·44 3·89	0·51 4·30	0·57 4·67
10	0·42 4·05	0·48 4·50	0·53 4·80

எடுத்துக்காட்டு :

$\mu_0 = 4{\cdot}00$, $\mu_1 = 4{\cdot}50$, $\sigma = 1$, $La = 500$, $Lr = 5{\cdot}00$ என்றமைந்த விவரத்திற்கு கட்டுப்பாட்டு முனையை அமைக்க.

$$K = \frac{4{\cdot}00+4{\cdot}50}{2} = 4{\cdot}25; \quad \frac{(\mu_1-\mu_0)}{2} = 0{\cdot}25$$

$La = 500$, $Lr = 5{\cdot}00$ இவற்றிற்காக அட்டவணையை நோக்கினால்,

$$\frac{(\mu_1-\mu_0)}{2\sigma}\sqrt{n} = 0{\cdot}25\sqrt{n} = 0{\cdot}74,\quad \frac{h\cdot\sqrt{n}}{\sigma} = 3{\cdot}18$$

அதாவது, $n = 8{\cdot}76$, $h = 1{\cdot}07$

எனவே தகுந்த கட்டுப்பாட்டு முறையானது கீழ்க்கண்ட சுட்டுறுப்புக்களைப் பெற்றுள்ளது. $n = 9$, $h = 1{\cdot}07$, $K = 4{\cdot}25$.

இருபுறத்த கட்டுப்பாட்டு வரைமுறைகளின் அமைப்பு

மோநோகிராம் 1, 2 அல்லது அட்டவணை I இவற்றை தகுந்த Vமுடி கட்டுப்பாட்டு முறைகளை அமைக்கப் பயன் படுத்தலாம். இரு புறத்த Vமுடி அமைப்பிற்கு, $La = 500$ என்பதற்கேற்ற மதிப்பானது தேவைப்பட்டால், $La = 1000$ என்றமையும் மதிப்பினை அட்டவணை I னின்றும் பெறுகிறோம்.

எடுத்துக்காட்டு:

செயற்பாங்கின் நிலை சராசரி 4.0 என்ற மதிப்பைக் கட்டுப் படுத்த எண்ணுகிறோம். சராசரி $\pm$ 0.50, $\sigma = 1$ என்பதின் மாற் றங்களைக் கண்டுபிடிக்க எண்ணி, $\mu = 4.00$ என்றிருக்கும்போது Laன் மதிப்பைக் காண விரும்புகிறோம். மேலும் $\mu = 4.50$ அல்லது 3.50 என்றிருக்கும்போது, $Lr = 5.00$

இரண்டு ஒருபுறத்தான முறைகள்

$K_1 = 4.25$, $K_2 = 3.75$. h, n இவற்றின் மதிப்புக்களை $La = 1000$ என்றிருக்கும் போதும், $Lr = 5.00$ என்றமையும் போதும் ஒருபுறத்தான முறையினின்றும் பெற விரும்புகிறோம்.

$$\frac{|\mu_1 - \mu_0|\sqrt{n}}{2\sigma} = 0.25\sqrt{n} = 0.80;\quad \frac{b.\sqrt{n}}{\sigma} = 3.41$$

$n = 10.24$, $h = 1.07$

இரண்டு ஒரு புறத்தான அமைப்புக்கள்,

$n = 11$

$K_1 = 4{\cdot}25$	$K_2 = 3.75$
$h = 1.07$	$h = 1.07$

Vமுடி அமைப்பு :

$W \tan\theta = K-\mu_0 : h = d\,w \tan\theta$

$W \tan\theta = 0.25\ ;\ 1.07 = d\,w \tan\theta$

$$d = \frac{1.07}{0.25} = 4.28$$

எனவே, அளவுக்காரணி 2 எனக்கொண்டால், $d = 4.28$ கிடைமட்ட இடைவெளிகள், $\theta = \tan^{-1}(0.125)$, கூறு அளவானது முன்பு போலவே 11 ஆகும்.

Lr-க்கான எளியதோர் திருத்தம் :

'நீக்கு தர நிலை' (RQL)யில் சராசரி ஓட்ட அளவு (ARL), நோமோகிராம் 2 லிருந்தும் பெறப்படலாம். $\mu_1 - K$, Lr ஆகியவை ஒரேமாதிரியான குறியைப் பெற்றிருக்கும்போது, ஓர் எளிய Lrக்கான திருத்தத்தைப் பயன்படுத்தலாம்.

$$Lr = 1 + \frac{h}{\mu_1 - K}$$

மேற் கூறப்பட்ட எளிய சமன்பாடானது, Lrன் மதிப்பிற்கு ஒரு திருத்தமாக அமைகிறது. ஆனால் h ஆனது தேவையான அளவு பெரியதாகவும், $(\mu_1 - K)$ பூச்சியத்தருகே இல்லாமலும் அமைய வேண்டுவது அவசியம். $h \geq \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$ $\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right.$ மதிப்பீட்டுச் சார்பின் திட்ட விலக்கம்$\left.\right)$ என்றமையும் போது, இந்த திருத்தமானது மிகுந்த பயனுள்ளதாக அமைகிறது. தொடர்ச்சியானதாக இயங்கும் ஒரு செயற்பாங்கின் தர நிலையைக் கட்டுப்படுத்த விருப்புகையில், மேற் கூறப்பட்ட சமன்பாட்டின் காரணமாய் ஏற்படும் சிறு பிழைகள் புறக்கணிக்கத் தக்கவையே.

சுவார்ட்-கட்டுப்பாட்டு வரைபடங்கள் — அடுக்குக் கூட்டு வரைபடங்கள் :

நீக்கு தர நிலை, ஏற்கத்தகு தர நிலை இவற்றிற்கிடையேயான வித்தியாசங்களின் மதிப்பை அட்டவணை II அளிக்கிறது. இவ் வித்தியாசமானது கூறு சராசரியின் திட்ட விலக்கத்தின் சார்பாக அளிக்கப்படுகிறது La, Lr இவற்றின் பலதரப்பட்ட மதிப்புக்களைக் கொண்ட அடுக்குக் கூட்டு வரைபடங்களின் $K = \frac{AQL + RQL}{2}$ கவனத்திற்குரியதாகும். அட்டவணையானது ஒப்பீட்டிற்கான அடிப்படையாக அமைகிறது. (அட்டவணை II பக்கம் 133)

ஆய்வுக்குட்பட்ட கூறு அளவைகள் சமமானதாக இருக்கும் போது, AQL, RQD நிலைகளிலுள்ள La,Lr இவற்றின் மதிப்புகளை முறைகளை ஒப்பிடுவதற்குப் பயன்படுத்தலாம். அட்டவணை III மற்றொருவிதமான ஒப்பீட்டை அளிக்கிறது. அட்டவணை IIன்

அட்டவணை - II

$\frac{(\mu_1 - \mu_0)\sqrt{n}}{\sigma}$ ன் மதிப்புக்கள், *La* *Lr* இவற்றின் பலதரப் பட்ட மதிப்புகளையொத்த அடுக்குக் கூட்டு வரைபடங்கள் அளிக்கப்பட்டுள்ளன.

Lr	*La*		
	250	500	1000
2.50	2.10	2.34	2.54
5.00	1.36	1.48	1.60
7.50	1.03	1.14	1.25
10.00	0.86	0.96	1.04

முறைகளுக்கான *Lr* மதிப்புகளையும், AQL நிலையில் ஒரே மதிப்புடைய *La*க்களை கொண்ட 'சுவார்ட்' கட்டுப்பாட்டு வரை படங்களுக்குமான மதிப்புக்களையும் அளிக்கப்படுகிறது.

அட்டவணை III

அடுக்குக் கூட்டு வரைபடத்திற்கான *Lr* மதிப்புக்களும் ஒரே கூறு அளவைக் கொண்ட ஒருபுறத்தான (கட்டுப்பாட்டு) (சுவார்ட்) வரைபடத்தின் மதிப்புக்களும். ஏற்கத்தக்க தர நிலையி லமைந்த சராசரி ஓட்ட நீளத்தின் மதிப்புக்களும் கொடுக்கப் பட்டுள்ளன.

அடுக்குக் கூட்டு வரைபடம் *Lr*	சுவார்ட் வரைபடம்—*Lr* *La* = 250	500	1000
2·50	3·4	3·4	3·4
5·00	10·0	12·3	14·7
7·50	18·9	24·4	30·4
10·00	27·0	36·5	49·5

அடுக்குக் கூட்டு வரைபடத்திற்கும், சுவார்ட் கட்டுப்பாட்டு வரைபடத்திற்கும் இடையில் RQL, AQL இவற்றின் வித்தியாச மானது, கூறு சராசரியின் திட்டவிலக்கத்தைபபோல் 2·5 மடங் காக அமைந்திருப்பின் ஒருவிதமான வேறுபாடும் காணப்பட வில்லை. ஆனால் இதைவிடக் குறைவான வித்தியாசங்கள் அடுக்குக் கூட்டு வரைபடத்தால் மிக தெளிவாகப் பிரதிபலிக்கப் படும்.

திட்ட அடுக்குக் கூட்டு அமைப்பு (Standard Cu Sum Scheme)

ஒரு புள்ளியல் முறையானது, புள்ளியல் பற்றிய தெளிவான அறிவு இல்லாதவர்களாலும் பயன்படுத்தப்பட வேண்டுமானல், முறையில் காணப்படும் சுருக்கமும், நிலைத்தன்மையும் மிகுந்த நலம் பயப்பனவாகும். நிலையான சுவார்ட் வரைபடத்தில் $2\sigma/\sqrt{n}$, $\frac{3\sigma}{\sqrt{n}}$ எல்லைகள் மேற்குறிப்பிட்ட குணதிசயங்களைப் விளங்குகிறது. எனவே அடுக்குக் கூட்டு வரைபடங்களுக்கும் இத்தகைய அமைப்புக்கள் பயன் நல்கும்.

$$K = \mu_0 \pm \tfrac{1}{2}\,\sigma/\sqrt{n},\; h = \pm\, 0.5\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

என்ற சுட்டுறுப்புக்களைக் கொண்ட அமைப்பானது, நிலைக் கட்டுப்பாட்டு வரைபடத்துடன், விரைவாக செயற்பாங்கில் ஏற்படும் மாற்றத்தைத் திருத்துதல், செயற்பாங்கில் ஏற்படும் மாற்றத்தைத் திருத்துதல், செயற்பாங்கில் எவ்வித மாற்றமும் ஏற்படாதபோதும், நடவடிக்கை எடுப்பதற்கான வாய்ப்பைக் குறைந்தல் என்ற அம்சங்களில் ஒரு சிறிதும் பொருந்தி அமையவில்லை. (மாற்றமானது $0{\cdot}5\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, $\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$ என்றமையும்போதே).

எனவே, விதிமுறையின் பொதுவான அமைப்பே பயனளிப்பதாகும். அட்டவணை IV பக்கம் 135 பார்க்க.

பல்வேறு செயல்நிலைகளில் கூறு அளவு, கூறு முறை இடைவெளி போன்றவை முன்பாகவே தீர்மானிக்கப்பட்டவையாக விளங்கும். புள்ளி விவரக் குறிப்பானது, கூறு முறையின்படி தேர்ந்தெடுக்கப்படாததாக அமையின், குறிப்பு நிலையானது நாட்களினுலே, ஒரு நாளின் கண்பட்ட பல்வேறு பிரிவுகளாகவோ இருக்கும். செயற்பாங்கின் சராசரி நிலையில் மாற்றம் ஏற்படுவதற்கான வாய்ப்பு ஏற்படும் சூழ்நிலையில், ஒரு நிலை சுவார்ட் கட்டுப்பாட்டு வரைபடத்திற்குப் பதிலாக, நிலை அடுக்குக் கூட்டு வரைபடம் விரும்பத்தக்கதாகும்.

ஆனுல், கூறு அளவு, கூறுமுறை இடைவெளி இவையிரண்டில் ஏதேனும் ஒன்று விருப்பப்படி தேர்ந்தெடுக்கப்படலாம் என்றமைந்தால், செயற்பாங்கின் நிலையில் காணப்படும் விலக்கத்தின் அளவு, M, சராசரி கால அளவு D, (அதாவது செயற்பாங்கு சீரமைக்கப்படுவதற்கு ஏற்படும் காலக்கழிவு) ஆகிய

அட்டவணை IV

அடுக்குக் கூட்டு வரைபடத்திற்கும், சுவார்ட் கட்டுப்பாடு வரைபடத்திற்குமான சராசரி ஓட்ட நீளங்களின் மதிப்புக்கள் (ARL)

இலக்கு மதிப்பு μ_0னின்றும் ஏற்படும் விலக்கம்	அடுக்குக் கூட்டு அமைப்பு	சுவார்ட் முறை-1 செயல் கோடுகள் எச்சரிக்கை எல்லைகள்	சுவார்ட் முறை-2 செயல் கோடுகள் $\mu_0 \pm 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
0	480	278	370
$0{\cdot}5\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$	37	101	161
$1{\cdot}0\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$	10·4	25·6	43·9
$1{\cdot}5\,\sigma/\sqrt{n}$	5·9	8·8	15·0
$2{\cdot}0\,\sigma/\sqrt{n}$	4·3	4·1	6·3
$2{\cdot}5\,\sigma/\sqrt{n}$	3·5	2·4	3·2

வற்றைக் கருத்தில் கொண்டு, பின்னரே ஒரு தீர்மானத்தைக் கைக்கொள்ளல் வேண்டும். நிலை அடுக்குக் கூட்டு முறையானது $\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}\right)$ என்ற பகுதியில் செயற்பாங்கில் அமைந்த மாற்றங்களைக் கண்காணிப்பதிலேயே செய்திறன் மிக்கதாய் அமைவதால், கூறு அளவானது, $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < M < \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$ என்றமைபடியும், 'கூறுமுறை இடைவெளி' $\frac{D}{10}$ லிருந்து $\frac{D}{4}$க்குள் அமையும்படியும் தேர்ந்தெடுக்கப்பட வேண்டும். பெரும்பான்மையான செயல் நிலைகளில், $M = \frac{1.5\,S}{n}$ என்றும், கூறுமுறை இடைவெளி $\geq D/6$ எனவும் அமையும்படி தெரிந்தெடுக்கப்படுகிறது. 'S' ஆனது மதிப்பீடு செய்யப்பட்ட தொகுதியின் திட்ட விலக்கமாகும்.

நிலை அடுக்குக் கூட்டு வரைபடத்திற்கான வழிமுறை (Standard Cusum Chart):

(i) கட்டுப்பாடு அமைப்பானது கண்டுபிடிக்கக்கூடிய தர நிலையில் ஏற்படும் முறை மாற்றம் Mஐயும் விலக்கத்தைக் கண்டுபிடிப்பதற்கென அனுமதிக்கப்படும் சராசரி கால அளவு Dஐயும் தீர்மானிக்கவும்.

(ii) தொகுதியின் திட்டவிலக்கம் σன் மதிப்பீடு Sயைக் கணக்கீடு செய்யவும். இம்மதிப்பீடு, அடுத்தடுத்த மதிப்புக்களின் வித்தியாசத்தைக் கொண்டு பெறப் படலாம். Z_i என்பது iஆவது மதிப்பிற்கும், $(i+1)$ ஆவது மதிப்பிற்கும் இடையேயான வித்தியாச மாகும் என்று கொள்க.

$$S = \sqrt{\sum_{i=1}^{n-1} \left\{ \frac{Z_i^2}{2(n-1)} \right\}}$$

தனித்தனி மதிப்புக்களுக்குப் பதிலாக, சராசரி யானது பயன்படுத்தப்பட்டால்: இதே முறையே பயன்படுத்தப்படும். ஆனல் முடிவில், கூறு அளவை யின் வர்க்க மூலத்தால் அம்மதிப்பைப் பெருக்கிட வேண்டும்.

(iii) கூறுமுறை இடைவெளி தோராயமாக $D/6$ என்று கொள்க.

(iv) $M = \frac{1.5\,S}{\sqrt{n}}$ அல்லது $n = \frac{2{\cdot}25\,S^2}{M^2}$

என்றிருக்கும் வண்ணம் கூறின் அளவு nன் மதிப்பைக் கணிக்க வேண்டும்.

(v) அளவுக்காரணி $(W) = \frac{2{\cdot}0\,\sigma}{\sqrt{n}}$ என்று கொண்டு,

V முடியின் சுட்டுறுப்புக்கள் $K-\mu_0\,W\tan\theta \pm 0{\cdot}5\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$$h = W d \tan\theta \pm \frac{5{\cdot}00K}{\sqrt{n}}$$

$\tan\theta = \pm\frac{0{\cdot}5K}{\sqrt{n}}, \frac{1}{W} = 0\ 25$ அல்லது $\theta = 14^\circ$

$d = \frac{h}{(K-\mu_0)} = 10{\cdot}0$ கிடை அச்சு இடைவெளி யாகும்.

(vi) ஒரு V மூடியை, அதன் ஒவ்வொரு நேர்கோட்டுப் பகுதியும், கிடைமட்டக் கோட்டுடன் 14° என்ற கோண அளவை ஏற்படுத்தும் வண்ணம் அமைக்க வேண்டும். கிடை அச்சு இடைவெளி 10 அலகுகளைப் பயன்படுத்த வேண்டும்.

(vii) அடுக்குக் கூடுதல்கள் $S_r = \sum_{i=1}^{r} (Xi - \mu_0)$, ($\mu_0$ என்பது இலக்கு மதிப்பு) இவற்றை வரைபடத்தில் குறியீடு செய்ய வேண்டும்.

(viii) ஒவ்வொரு புள்ளியும் குறிக்கப்பட்டவுடன், உச்சி V யானது முன்புறத்தில் அமையும்படி V மூடியை அமைக்கவும். மேலும் V மூடியானது, மிக அண்மையி லமைந்த புள்ளியினின்றும் 10 அலகுகள் தொலைவில் அமைந்திருக்கும்.

(ix) வரைபடத்தின் பாதையானது, V மூடியின் ஏதேனு மொரு கரத்தை வெட்டினால், செயற்பாங்கானது இலக்கு நிலையினின்றும் விலக்கம் காட்டுகின்றது என்று தீர்மானிக்க வேண்டும். பாதையானது, கீழ் கரத்தை வெட்டினால், செயற்பாங்கின் நிலையில் ஓர் ஏற்றத்தையும், மேல் நேர்கோட்டு கரத்தைக் கடந்தால், செயற்பாங்கின் சராசரி நிலையில் ஓர் இறக்கத்தையும் சுட்டிக்காட்டி நிற்கிறது.

மாறுபாட்டைக் கட்டுப்படுத்தும் விதம்—இயல்மாறி

செயற்பாங்கின் மாறுபாட்டை கட்டுப்படுத்துவதற்கு மிகவும் ஏதுவான வழிமுறை கூறு வரையறையைப் பயன் படுத்துதலேயாகும். அடுக்குக் கூடுதல் முடிவு இடைவெளி அமைப்புக்களையும் பயன்படுத்தலாம். ஆனால் சுவார்ட் கட்டுப் பாட்டு முறைகளைப் பின்பற்றுதலே போதுமானதாகும். $n = 1$ என்றமையும்போது, மாறுபாட்டின் கட்டுப்பாட்டிற்கு, தனித்தனியான மதிப்புக்களின் தனி வித்தியாசங்களின் (absolute difference) அடுக்குக் கூடுதலைக் கணக்கிடுதல் மூலம் நிலைநாட்டலாம்.

$$\bar{R}i = | Xi - X_{i+1} |$$

இத்தகைய முறைகளுக்கான சராசரி கூட்டு அளவுகள் வரையறை செய்யப்படவில்லை யெனினும், நோமோகிராமில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளவை இம்முறைக்கான தோராயமாக அமையும்.

பயிற்சிக் கணக்குகள்

1. (a) ஒரு வழி-வழி மரபான கட்டுப்பாட்டு வரைபடத்தின் முக்கிய குறைகள் யாவை?

(b) எப்போது நாம் அடுக்குக் கூட்டல் கட்டுப்பாட்டு வரைபடத்தை (cumulative sum chart) உபயோகிக்கிறோம்?

(c) இரு பக்க அடுக்குக் கூட்டல் கட்டுப்பாட்டு வரைபடங்கள் எவ்வாறு ஏற்படுத்தப்பட்டு, வரையப்படுகின்றன?

2. பாட்டரிகள் தயாரிக்கும் ஒரு தொழிற்சாலையில் கடைசிச் சோதனையில் சதவீதத் தள்ளுபடிகள் (% rejections) கீழே தரப்பட்டுள்ள விவரங்களை ஆராய்ந்து தொழில் பட்டறையில் செயல் நிறைவேற்றத்தின் ஒழுங்கினை நிறுவனத்தாருக்கு எடுத்துரைக்கவும். [ஒரு பக்க அடுக்குக் கூட்டல் கட்டுப்பாட்டு வரைபடம் வரை.]
தினசரி சோதனை செய்யும் சராசரி எண் = 2000.
சதவீதத் தள்ளுபடிகள் (நவம்பர் 1975) = 10%.

தேதி	சதவீதத் தள்ளுபடி	தேதி	சதவீதத் தள்ளுபடி
முதலாவது	12.05	16-வது	9.15
2-வது	10.95	17-வது	9.40
3-வது	10.10	18-வது	11.85
4-வது	8.40	19-வது	13.50
5-வது	10.00	20-வது	10.10
6-வது	12.20	21-வது	9.25
7-வது	8.00	22-வது	11.40
8-வது	12.40	23-வது	9.75
9-வது	7.90	24-வது	13.70
10-வது	12.20	25-வது	9.45
11-வது	10.15	26-வது	11.15
12-வது	9.50	27-வது	10.55
13-வது	7.75	28-வது	10.55
14-வது	12.35	29-வது	13.85
15-வது	8.60	30-வது	10.85

குறிப்பு.(i) இன்றைய செயலாக்கம் 'மோசம் இல்லை' என்றும், ஒரு சதவீதத் தள்ளுபடி அதிகமானால் அது 'மோசம்' என்றும் நிறுவனம் கொள்கிறது.

(ii) டிசம்பர் 15 தேதியிலிருந்து அளிக்கப்பட்ட மூலப் பொருட்கள் அதிக அளவு சதவீதக் குறைபாடு களுடன் காணப்படுகிறது.

3. கீழ்க்கண்ட விவரங்கள் சராசரி 2, திட்டவிலக்கம் 1 என்ற இயல்நிலைப் பரவலிலிருந்து எடுக்கப்பட்டவை. 16வது குறிப்பு முதல் சராசரி, ஒரு தெரியாத எண்ணிலிருந்து, மாறுபட்டு விலகி இருக்கிறது (mean is shifted by an unknown amount from 16th observation).

(a) விவரங்களை ஆராய்ந்து சராசரியில் உள்ள மாற்றத்தைக் கண்டுபிடி.

(b) சராசரியில் உள்ள மாற்றத்தை மதிப்பீடு செய்.

குறிப்பு எண்	மதிப்பு அளவு	குறிப்பு எண்	மதிப்பு அளவு
1	−0.054	16	−0.212
2	−0.021	17	−0.279
3	−0.060	18	+0.250
4	−0.159	19	+0.293
5	−0.060	20	+0.281
6	+0.022	21	+0.354
7	+0.145	22	−0.240
8	−0.084	23	+0.334
9	+0.172	24	+0.342
10	+0.093	25	+0.277
11	+0.017	26	+0.395
12	−0.127	27	+0.357
13	+0.048	28	−0.319
14	−0.083	29	−0.437
15	+0.014	30	+0.235

[குறிப்பு : இரு பக்க அடுக்குக் கூட்டு கட்டுப்பாட்டு வரைபடம் வரை.]

4. ‘பிளீடிங் மெட்ராஸ்’ (Bleading Madras) என்ற துணி வகைக்கான உத்தரவுகள், சமீப காலத்திய உத்தரவுகள், கீழே தரப்பட்டுள்ளன (1000 மீட்டர் அளவுகளில்) பிற்கால தேவையினை முன்கூட்டி அறிவதற்கு ஒரு விற்பனை நிறுவனம் கீழ்க்கண்ட சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்துகிறது.

இந்த மாதத்துக்கான தேவை = [(0·2) × சென்ற மாதத்திற்கு முன் கூட்டி அறிந்த தேவை] + [(0·8) × சென்ற மாதத்திற்கான உண்மையான தேவை].

முன்கூட்டி அறிவதன் உபயோகத்தை ஸ்திரப்படுத்துவதற்கு, உண்மையான மதிப்புகளுக்கும், முன்கூட்டி அறிந்த மதிப்புகளுக்கும் இடையில் உள்ள வேறுபாட்டை அறிவதற்கு, ஒரு கட்டுப்பாடு வரைபடம் பயன்படுகிறது. பெரிய வேறுபாடுகளைக் கண்டறிவதில் ஏற்படும் தாமதம், தொழிற்சாலையின் ஏற்றுமதி அளவுக்குப் பாதகம் ஏற்படுத்துகிறது.

விற்பனை நிறுவனத்தால் பயன்படுத்தப்படும் முன்கூட்டி அறியும் சூத்திரத்தின் உபயோகத்தைப் பற்றி ஆராய்ந்து எழுதுக.

ஆண்டு	மாதம்	முன் கூட்டி அறிந்ததேவை	உண்மையான தேவை
1974	ஜனவரி	24.0	30.6
	பிப்ரவரி	29.3	30.0
	மார்ச்	29.9	44.6
	ஏப்ரல்	41.7	30.2
	மே	32.5	41.2
	ஜுன்	39.5	15.0
	ஜுலை	20.0	36.7
	ஆகஸ்ட்	33.4	20.8
	செப்டம்பர்	23.3	38.1
	அக்டோபர்	35.1	29.8
	நவம்பர்	30.9	40.5
	டிசம்பர்	38.6	36.8
1975	ஜனவரி		27.8
	பிப்ரவரி		32.5
	மார்ச்		40.7
	ஏப்ரல்		40.8
	மே		36.8
	ஜுன்		37.0
	ஜுலை		40.0
	ஆகஸ்ட்		42.0
	செப்டம்பர்		51.1
	அக்டோபர்		41.3
	நவம்பர்		37.3
	டிசம்பர்		31.2

[குறிப்பு: இருபக்க அடுக்குக் கூட்டல் கட்டுப்பாட்டு வரைபடம் வரை.]

5. ஏற்புடைய கூறுமுறைகள்
(Acceptance Sampling)

அடிப்படைத் தத்துவங்கள்
(Basic Concepts)

அறிமுகம் :

ஒரு தொழிற்சாலையில் கூர் ஆய்வின் செய்கடமையானது தனிக்குறிப்பீட்டை ஒட்டிய ஒழுங்கு முறையைத் தீர்மானிப்பதாகும். தொழிற்சாலைக்கு வருகின்ற மூலப்பொருட்களை கூர் ஆய்வு செய்தல், உற்பத்தியாக்கங்களின் செயற்பாங்குகளை பல கட்டடங்களிலும் ஆய்வு (சோதனை) செய்தல், முழுமையாகப் பூர்த்தியான உற்பத்திப் பொருட்களை, உற்பத்தியாளர் அல்லது நுகர்வோர், அல்லது இருவராலும் கடைசியாகச் சோதனை (கூர் ஆய்வு) செய்தல் போன்றவற்றை இங்கு குறிப்பிடவேண்டியது அவசியமாகும். இத்தகைய நேரங்களில் தோன்றும் பிரச்சினையானது. எந்த அளவுக்கு இச் சோதனை செய்ய வேண்டும்? உற்பத்தியின் ஒவ்வொரு (பொருளை) அலகையும் நம்மால் எப்போதும் (சோதிக்க) கூர் ஆய்வு செய்ய இயலுமா? அது பயனெளிமை வாய்ந்தத ? அந்த ஆய்வு உண்மையாகவே அவசியமா? என்ற பல கேள்விகளை எழுப்புகின்றதாகும். இந்தக் கேள்விகளுக்குப் பதில் அளிக்கும் வகையில் பகுதி கூராய்வு (partial inspection) சிறந்ததென்று நாம் அறிகின்றோம்.

சில சமயங்களில் உற்பத்திப் போக்கில் (production line) காணப்படுகின்ற அவசரத் தேவைகளின் காரணமாக, ஒரு குவியலிலுள்ள எல்லா அலகுகளையும் முழுமையாக (கூர் ஆய்வு) சோதனை செய்ய முடியாமல் போகலாம். முழுமையான சோதனையை வலியுறுத்தினால், (மூலப்பொருட்கள்) பொருட்கள் தொடர்ந்தாற்போல் கிடைக்காமல், உற்பத்திப்போக்கில் தேக்க நிலைகள் ஏற்பட்டு, உற்பத்தித் தாமதத்தால் ஆகும் செலவானது, குறைபாடான பொருளை ஏற்றுக்கொள்ளும் செலவை விட மிகவும் அதிகமானதாய்க் காணப்படும். சில சமயங்களில்

தர நிர்ணயம் (quality evaluation), நேரத்தை விழுங்குவதாயும், அதிகச் செலவுடையதாகவும் இருக்கும்; மதிப்பீட்டுச் செலவு (appraisal cost) குறைபாடான பொருட்களை ஏற்றுக்கொள்வதால் விளையும் நஷ்டத்தை விட அதிகமாக இருக்கும். மேலும் அதிகமான பொருட்களைச் சோதனை செய்வதால் ஏற்படும் களைப்பு சோதனையாளரின் துல்லியத்தன்மை (accuracy)யை குறைத்துவிடக் கூடும். சோதனையாளரின் களைப்பினால், தடைகாப்பு ஏற்பாட்டில் (screening), எல்லாக் குறைபாடான உறுப்புக்களையும் நீக்குவது சாத்தியமாகிறது. மேலும் நூறு சதவீத சோதனையை சில இடங்களில் செய்யவும் முடியாது. (உதாரணமாக, உயிர்ச் சோதனைகளிலும் (life tests), மற்ற அறிவுச் சோதனைகளிலும் (destructive tests) இந்த 100% கூர் ஆய்வைச் செய்ய முடியாது.) எனவே, நடைமுறையில், எல்லா உறுப்புக்களையும் அன்றி, ஒரு சில உறுப்புக்களை மட்டுமே கூர்ந்து தேர்ந்து ஆய்ந்து அந்தப் பொருளின் தரத்தை நிர்ணயிக்க வேண்டியுள்ளது அத்தகைய கூர் ஆய்வை (சோதனையை), 'கூறுக்கான சோதனை' (sampling inspection) என்று அழைக்கிறோம்.

ஒரு தொழிலகத்தில் இதன் முக்கிய பலன்களாவன :

1. தரத்தை நிர்ணயித்தலும், வரும் மூலப்பொருட்களை ஏற்றுக்கொள்ளுதலும்.

2. ஓர் உற்பத்திப் பொருள், ஒரு பிரிவிலிருந்து மற்ற பிரிவுக்குச் செல்லும் உற்பத்தியாக்கச் சமயத்தில், பாதி முடித்த உற்பத்திப் பொருட்களை (அரைகுறையான பொருட்களை) (semi-finised products), ஏற்றுக் கொள்ளல், அவற்றின் தரம் இவற்றைப் பற்றி முடிவு எடுத்தல்.

3. வெளிச்செல்லும் உற்பத்திப் பொருளின் (outgoing product) தரத்தை நிர்ணயித்தல்.

4. தரத்தை நிர்ணயித்தலும், மேம்பாடு செய்தலும் (improvement) இப்போது தனித்தனியான பொருட்களைக் கொண்ட ஒரு குவியலிலோ அல்லது ஒரு பெரிய தொகுதியிலோ (lots or large consignments) உற்பத்திப் பொருட்களை அனுப்புவதோ பெறுவதோவான சூழ்நிலைகளைக் கவனிப்போம். நுகர்வோர் இயல்பாகவே, அதிக தரமுள்ள குவியலை ஏற்றுக் கொள்ளவும், குறைந்த தரமான குவியலைத் தள்ளிவிடவும் செய்வார். எனவே குவியலின் தரத்தை எவ்வாறு அளிப்பது,

எந்த அளவையில் உரைப்பது என்று தீர்மானிக்க வேண்டியது அவசியமாகிறது. ஒரு பொருளின் எந்த குணப் பண்புகளை நாம் விரும்பி ஏற்கிறோமோ அவற்றைப் பொறுத்தவாறு ஒரு குவியலின் தரத்தை விவரிப்பதற்கு கீழ்க்கண்ட பல (வழிகள்) வகைகள் உள்ளன. அவையாவன :

i) குவியலிலுள்ள குறைபாடான உறுப்புக்களின் விகிதம் (அதாவது சதவீதக் குறைபாடுகள்) (percentage defective).

ii) ஒவ்வொரு உறுப்புக்குமான சராசரிகளின் எண்ணிக்கை (defects per item) (அதாவது உறுப்பு ஒவ்வொன்றுக்குமான குறைகள்).

iii) ஒரு குவியலில் உறுப்பின் குறிப்பிடத்தக்க முக்கிய பண்புகளின் சராசரி, திட்ட விலக்கம் (அதாவது உறுப்புக்களின் மொத்த குவியலுக்கான சராசரி திட்டவிலக்கம்) (mean and standard diviation of whole lot of items).

கூறுமுறை (Sampling Plan) :

ஓர் உற்பத்திப் பொருளை ஏற்பதற்காக அனுப்பப்படும் போது, அதை ஏற்றுக்கொள்வதற்கோ, தள்ளி விடுவதற்கோ மேற்கொள்ளப்படும் கூறுக்கான வழிமுறையை 'கூறுமுறை' என்கிறோம். பொருளின் (உறுப்பு) தரத்தை (item quality), பண்புகளாலும் (attributes), குவியல் தரத்தை விகிதக் குறைபாடுகளாலும் (fraction defective) குறிக்கக் கூடிய முறைகளை (plans), 'பண்பு கூறு முறைகள், (attribute sampling plans) எனக் கூறுகின்றோம்.

பொருளின் தரம் ஒரு சரியான அளவாகவும், குவியல் தரம் பொறுத்தமைவுப் பண்பாகவும் (tolerance) (முழுக் குவியலுக்குமான சராசரி அளவையும் மாறுபாடும்) இருந்தால், அத்தகைய கூறுமுறைகளை மாறுபடும் கூறுமுறைகள் (variables sampling plans) என்றும் கூறுகின்றோம்.

பண்பு முறைகள் (Attribute Plans) :

எல்லா உறுப்புக்களும் சோதனைக்கு உட்படாததால் கூறுமுறைகள், பாடற்ற உறுப்புக்கள் மட்டுமே ஏற்றுக்கொள்ளப்படுகின்றன என்று உத்தரவாதம் அளிக்க முடியாது. சில சமயங்

களில் மிக உயர்ந்த தரமான குவியலும் தள்ளப்படுகிறது; மோசமான தரக் குவியலும் ஏற்றுக்கொள்ளப்படுகிறது; ஏனென்றால் குவியலிலிருந்து எடுத்த ஒரு கூறினை மட்டுமே சோதனை செய்து முடிவு எடுக்கப்படுகிறது. எனவே கூறு முறையைத் தேர்ந்தெடுப்பதில் முக்கியமாக கீழ்க்கண்டவற்றை நினைவில் கொள்ளவேண்டும். அவையாவன:

(1) உற்பத்தியாளர், துய்ப்போர் இருவருக்கும் அது தரும் பாதுகாப்பு.

(2) செயலாக்கத்திற்கான செலவு அல்லது சோதனையின் அளவு.

(3) நிர்வாகத் திறமை.

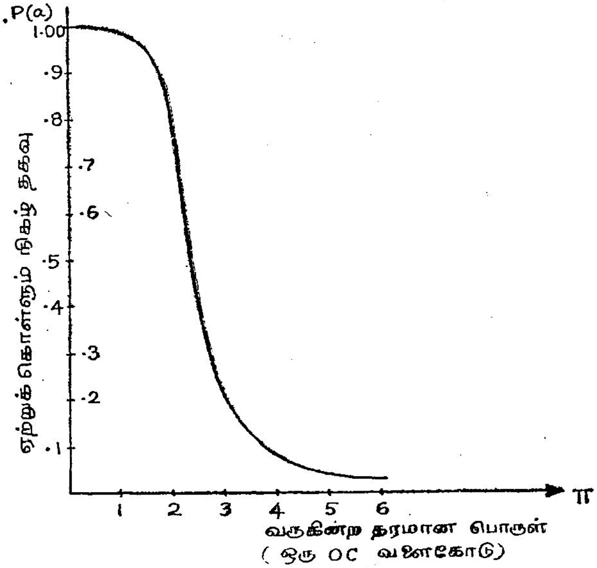
குணங்காட்டி வரைபடம் (OC வளைகோடு) Operating Characteristic வரை (OC curve):

எந்த ஒரு கூறுமுறையின் தகுதியை (பொருத்தத்தை)த் தீர்மானிப்பதற்கு, சோதனைக்கு அனுப்பப்படும் ஒரு பொருளின் சரியான தர அளவுகளின் ஒரு விரிந்த இடை(வெளி) வீச்சில், கூறுமுறையின் செயல் திறனை நாம் ஒப்பிட்டுப் பார்ப்போம். கூறுமுறையின் குணங்காட்டி வரைபடம் அல்லது OC வளைகோடு இதனை நன்கு விளக்குகிறது. மாறுபட்ட தரமுடைய குவியல் களை ஒரு கூறுமுறை எவ்விதத்தில் வேறுபடுத்திக் காட்டுகிறது என்பதை இந்த OC வளைகோடு விளக்கமாகக் கூறுகிறது. எந்த ஒரு கூறுமுறையையும் சார்ந்த இடர் வரவுகளை (risks) கணிக்கவும் இது உதவுகிறது.

OC வளைகோட்டின் நிலைத்தூரம் (ordinate), குவியலிலுள்ள விகிதக் குறைபாடு (fraction defective) π யாக இருக்கும்போது ஏற்றுக்கொள்ளப்படும் குவியல் விகிதத்தை (Pa)க் காட்டுகிறது.

குவியலின் அளவு, கூறின் அளவு, ஏற்றுக்கொள்ளுதற்கான எண், தள்ளிவிடுவதற்கான எண் இவை தெரிந்தால், ஏற்றுக் கொள்ளக்கூடிய குவியல் விகிதத்தை நாம் கண்டுபிடிக்க இயலும். எடுத்துக்கொள்ளும் ஒரு குறிப்பிட்ட கூறுமுறையைச் சார்ந்து OC வளைகோடு உள்ளது. வெவ்வேறு கூறுமுறை களுக்கு, வெவ்வேறு OC வளைகோடுகள் வரையலாம். எனவே ஒரு நிலைத்த தொகுதியிலிருந்து கூறு எடுக்கப்பட்டால், அது குவியல் அளவு N, கூறு அளவு n, ஏற்புடைய எண் C இம் மூன் றையும் சார்ந்து இருக்கும். கூறு அளவுடன் ஒப்பிடுகையில், குவியல் அளவு மிக அதிகமாக இருந்தால், OC வளைகோடு குவியல் அளவைச் சாராது இருக்கும்.

இங்கு இரண்டு மாறுபட்ட விதமான OC வளைகோடுகளை *A* வித வளைகோடு, *B* வித வளைகோடு என்று குறிப்பிடுவோம். நிலைத்த தொகுதியிலிருந்து கூறு எடுக்கப்படும்போது *A* வகையான OC வளைகோடு பயன்படுத்தப்படுகிறது. குவியல் தரமானது ஒரு பின்னக் குறைபாடு π ஆகவோ அல்லது சதவீதக் குறைபாடு 100 π ஆகவோ குறிக்கப்படும்போது, குவியல் தரத்தின் (lot quality) சார்பலனாக, ஒரு குவியலை ஏற்றுக்கொள்ளும் நிகழ்தகவை (probability of accepting a lot, as a function of 'lot quality') விளக்கும் ஒரு வளைகோடுதான் இந்த *A* வகை OC வளைகோடாகும். நிலைத்த குவியல் அளவுகளுக்கான *A* வகை OC வளைகோடு, தனித்த 6 புள்ளிகளின் ஒரு தொகுதியாகும்; ஏனெனில், குறைபாடுகள் முழு எண்களாக மட்டுமே நிகழக் கூடியது. *A* வகை OC வளைகோடுகளைச் சார்ந்த நிகழ்தகவுகள், இடர் வரவுகளின் மதிப்புகள், *A* வகை நிகழ்தகவுகள், இடர் வரவுகளாக அழைக்கப்படுகின்றன. ஹைபர் ஜியோமிதிப் பரவலை உபயோகித்து *A* வகை நிகழ்தகவுகள் கணக்கிடப்படுகின்றன.



படம் 28

ஒரு குறைபாடான பொருளை உற்பத்தி செய்யும் நிகழ்தகவு π என்று உள்ள ஒரு செயற்பாங்கிலிருந்து ஒரு கூறு எடுக்கப்

பட்டால் அது ஒரு B வகை OC வளைகோட்டைக் குறிப்பதாக அமையும். உற்பத்தித் தரத்தை ஒரு பின்னக் குறைபாடு π என்றோ ஒரு சதவீதக் குறைபாடு 100π என்றோ குறித்தால், ஒரு குவியலை உற்பத்தித் தரத்தின் சார்பலனாக ஏற்றுக் கொள்ளும் நிகழ்தகவை விளக்கக்கூடிய ஒரு வளைகோடுதான், ஒருகூறு முறையின் B வகை OC வளைகோடு ஆகும். ஈருறுப்பு, பாய்சான் பரவல்களைக்கொண்டு B வகை நிகழ்தகவுகள் கணிக்கப்படுகின்றன.

$N = \infty$ எனும்போது A வகை OC வளைகோடு எந்த ஒரு கூறு முறைக்குமான B வகை OC வளைகோடாக, கணித வடிவில் காண்கிறோம். கூறுகளின் அளவு அதிகரித்தால், OC வளைகோடு, செங்குத்தானதாக இருக்கும். இதனால் மோசமான குவியல்களை ஏற்றுக்கொள்ளும் இடர் வரவுகளையும், நல்ல குவியல்களைத் தள்ளிவிடக்கூடிய இடர் வரவுகளையும் நீக்குவதற்கு, இந்தக் கூறு முறையால் தரப்படும் பாதுகாப்பு அளவு அதிகரிக்கும் (கூடும்).

பாதுகாப்புத் தனிச் சிறப்புகள் (Protection Features)

கூறுமுறை விதியை உபயோகித்து உற்பத்திப் பொருள்களை ஏற்றுக்கொள்வதால், தனிக் குறிப்பீட்டுத் தேவைகளை (specification requirements) நூற்றுக்கு நூறு கடைப்பிடிப்பதாக அர்த்தம் இல்லை. நூற்றுக்கு நூறு (சதவீதம்) சோதனைக்கான செலவு பளுவை ஏற்பதைவிட ஒரு சிறிய சதவீதக் குறைபாடான உறுப்புகளுடன் (பின்னால் தள்ளுபடிக்கான) அடுத்தடுத்த கட்டச் சோதனைகளைச் செய்வது சிக்கனமான முறையாகும். இயல்பாகவே விற்பனையாளரால் தரப்படும் குவியல்களின் தரமானது, அவரது தயாரிக்கும் முறைகளில், உருவாகிய பொருள்களின் தரத்தையே குறிக்கிறது. அது மெதுவாக ஒரு குறிப்பிட்ட மட்டத்தை அடைகிறது; தினமும் கிட்டத்தட்ட அதே மட்டத்தில் நிலைத்து இருக்குமாறு எதிர்பார்க்கப்படுகிறது. சரியான செயற்பாங்குக் கட்டுப்பாடுகளால் அந்த மட்ட நிலை உற்பத்தியாளரால், நிலையாக இருக்குமாறு செய்யப்பட்டால், அவரால் அளிக்கப்படும் எல்லாக் குவியல்களின் சராசரித் தரம் இந்த மட்டத்திற்கு கட்டுப்பட்டிருக்கும். இதையே நாம் உற்பத்தியாளரின் 'செயற்பாங்கு சராசரி மட்டம்' (process average level) அல்லது உற்பத்தியாளரின் 'செயற்பாங்குச் சராசரித தரம்' (process average quality) என்று அழைக்கின்றோம். இந்தச் செயற்பாங்குச் சராசரித் தரத்தின் திருப்திகரமான ஒரு மதிப்பீட்டை, இயல்பான நிபந்தனைகளைக்கொண்ட கடந்த கால விவரங்களி

லிருந்து ஆராய்ந்து காணலாம். இன்றைய அல்லது எதிர்பார்க்கும் நிபந்தனைகளின் கீழ், உற்பத்திச் செய்முறைக்கான விவரங்களைக் கொண்டும் இந்த மதிப்பீட்டைக் கண்டுபிடிக்கலாம். செயற்பாங்குச் சராசரியாக, மீப்பெரு சதவீதக் குறைபாட்டை (maximum percent defective) (அல்லது ஒவ்வொரு 100 அலகுகளுக்குமான மீப்பெரு குறைகளின் எண்ணிக்கையை) 'ஏற்கத்தக்க தரமட்டம்' (Acceptable Quality Level) அல்லது AQL என்று சுருக்கமாகவும் அழைக்கின்றோம். ஒரு AQL தரமுடைய குவியல்களையோ அல்லது AQL தரத்துக்கு மேற்பட்ட தரம் உடைய குவியல்களையோ 'ஏற்கத்தக்க தரக் குவியல்கள்' (Acceptable Quality Lots) அல்லது 'நல்ல குவியல்கள்' என்று கூறலாம். இக் குவியல்களை, எப்போது தரப்பட்டாலும், நிறைய தடவை ஏற்றுக்கொள்ளவேண்டும்.

இதேபோல தரப்பட்ட குவியல்களில் காணப்படும் குறைபாடான உறுப்புகளுக்கான ஒரு நிலையான பொறுத்திசைவை (tolerance) ஓர் எல்லையுடைய சதவீதக் குறைபாடு (a limiting percent defective) என்று குறிக்கலாம். இதைத் திருப்தியான குவியலுக்கும் திருப்தியில்லாத குவியலுக்குமான ஓர் எல்லை வரம்புக்கோடு என்றும் கருதலாம். ஆகவே, ஒரு குவியலில் சதவீதக் குறைபாடு, இந்தப் பொறுத்திசைவுச் சதவீதக் குறைபாட்டைவிட (tolerance percent defective) அதிகமாக இருந்தால், அந்தக் குவியலை ஒதுக்கித் தள்ளிவிடவேண்டும், இத்தகைய குவியல் தரத்தைக் 'குவியல் பொறுத்திசைவுச் சதவீதக் குறைபாடு' (Lot Tolerance Percent Defective) அல்லது 'LTPD' என்று (சுருக்கமாகவும்) குறிக்கலாம்.

கூறு சோதனையானது (sampling inspection) நலந்தீங்கு வாய்ப்பினைக் கொண்டது; ஏனெனில், ஒரு பகுதியை மட்டும் சோதிக்கும்போது குவியலின் சரியான தரத்தை நாம் அறிய முடிவதில்லை. நிகழ்தகவு விதிகளின்படி, ஒரு கூறு, எப்போதாவது, மோசமான குவியல்களுக்குச் சாதகமான குறிப்புகளையும், நல்ல குவியல்களுக்குப் பாதகமான குறிப்புகளையும் தரும். ஒரு கொடுக்கப்பட்ட நல்ல குவியல் தரத்துக்கு (அல்லது நல்ல செயற்பாங்குத் தரத்துக்கு) ஒரு குவியலை ஒதுக்கித் தள்ளுவதற்கான நிகழ்தகவை அல்லது இடர்வரவை, 'உற்பத்தியாளரின் இடர்வரவு' (producer's risk α) என்கிறோம்.

இதேபோல ஒரு மோசமான குவியல் தரத்துக்கு, ஒரு குவியலை ஏற்கத்தக்க நிகழ்தகவை அல்லது இடர்வரவைத்

துய்ப்போரின் இடர்வரவு (consumers risk-β) என்று கூறுகின்றோம். சாதாரணமாக, LTPD (π_2)-ஐ மோசமான தரமுடைய குவியல்களை ஏற்றுக்கொள்வதற்கான நிகழ்தகவு 0·10-க்குக் குறைவாக உள்ளது. இதை ஒரு பொதுவிதியாக எடுத்துக் கொள்ளக்கூடாது. தனித்த வகைகளில், தேவைப்படும்போது, எந்த ஓர் இடர்வரவையோ, இரண்டு இடர்வரவுகளையோ சிறியதாக்க முடியும்.

உற்பத்தியாளர், துய்ப்போர் இவர்களின் முரண்பாடான கருத்துகள் (Conflicting Interests of Producer and Consumer)

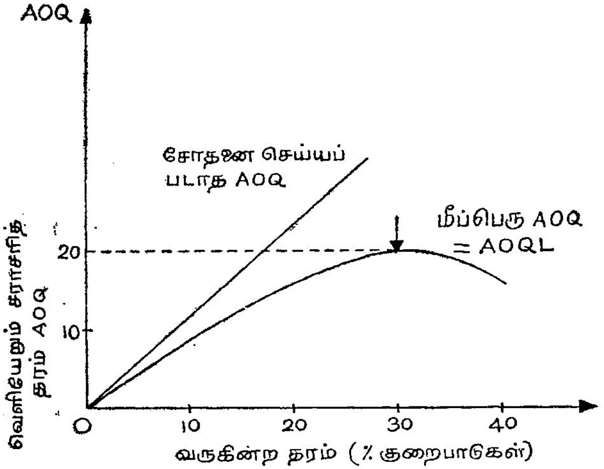
உற்பத்தியாளரும், துய்ப்பாளரும் கூறுமுறைகளைத் தேர்ந்து எடுக்கையில் முழுதும் மாறுபட்ட கருத்துகளைக் கொண்டிருப்பார்கள் என்று நாம் சாதாரணமாக நினைக்கிறோம். துய்ப்போர், மிக அதிகமான குறைபாடுகள் உள்ள பொருள்களை ஏற்றுக் கொள்வதைத் தவிர்க்கப் பாதுகாப்புத் தேடுகிறார். அதேசமயத்தில், உற்பத்தியாளர் மிக நல்ல பொருள்களைத் தள்ளுபடி செய்வதைத் தவிர்க்கப் பாதுகாப்புத் தேடுகிறார். மோசமான பொருள்களை நீக்கிடும் முயற்சியில், நல்ல பொருள்களின் குவியல் தள்ளுபடிகளைத் துய்ப்போரும் விரும்புவதில்லை என்பது நன்கு ஆராய்ந்து பார்த்தால் நமக்கு விளங்குகிறது. துய்ப்போர் தரத்தையே விரும்புகிறார். விலையின் மீதும் கண்காணிப்பாக இருக்கிறார். நல்ல பொருள்களின் தள்ளுபடியால் விளையும் செலவுகள் துய்ப்போரது தலையின்மேல் பின்னால் விழும். துய்ப்போர் இப்போதே அப்பொருளை உபயோகிக்கவும் பிரியப்படுவர். ஆனால், நல்ல பொருள்களைத் தள்ளுபடி செய்ததால், அப் பொருள் அவர் உபயோகத்துக்கு இப்போது கிடைக்கவில்லை. எனவே, துய்ப்போரது கருத்துப்படியும், துய்ப்போருக்குத் தேவைப்படும் அளவுக்குப் பாதுகாப்பு அளிக்கவல்ல ஒரு கூறுமுறையினைத் தேர்ந்தெடுக்கக் கூடாது என்று அறிகிறோம்.

வெளியேறும் சராசரித் தர (Average Outgoing Quality) AOQ—அளவு

ஒருகூறு முறையின்மூலம் குவியல்கள் தள்ளுபடி செய்யப்படும்போது கடைசியாக ஏற்றுக்கொள்ளப்படும் பொருள்களின் தரத்தைச் செம்மைப்படுத்த வழிவகைகள் உள்ளன. தள்ளி வைக்கப்பட்ட குவியல்களிலுள்ள எல்லா உறுப்புகளையும் தடைகாப்பு ஏற்பாட்டின் (screening) மூலம், சோதித்து அங்குள்ள எல்லாக் குறைபாடான உறுப்புகளையும் மாற்றீடு செய்து அக் குவியலை ஒரு சிறந்த நல்ல குவியலாக மாற்றுகிறோம். இந்த

தடைகாப்பு முறைக்குப் பிறகு கடைசியாக ஏற்றுக்கொள்ளப்படும் குவியல்களின் சராசரித் தரத்தை ‘வெளியேறும் சராசரித் தரம்’ (Average Outgoing Quality—AOQ) என்று அழைக்கிறோம்.

எந்த ஒருகூறு முறைக்கும், ஒவ்வொரு வருகின்ற குவியல் தரத்துக்குமான AOQ மதிப்பைக் கண்டுபிடித்து, புள்ளிகளை ஒரு வரைபடத்தில் குறிப்போம். அப் புள்ளிகளை ஓர் ஒழுங்கான வளைகோட்டில் சேர்த்தால் நமக்கு AOQ வளைகோடு கிடைக்கிறது. அந்த AOQ-வானது தரப்பட்ட குவியல்களின் தரத்தைச் சார்ந்து இருக்கும்.



படம் 29

குவியல் தரம் மாறுகையில் AOQ-ன் அளவு மீப்பெருமமாவதை ‘வெளியேறும் சராசரித் தர எல்லை’ (Average Outgoing Quality Level) அல்லது AOQL என்று கூறுகிறோம். எனவே AOQLஆனது, சராசரியாக மோசமாக இருக்கும், ஏற்கக்கூடிய பொருள்களின் தரத்தை விளக்குகிறது. கூறுமுறையினால் பெறக்கூடிய பாதுகாப்பின் ஓர் அளவினையும் இது தருகின்றது. ஒரு நீண்ட தொடர்ச்சியில் வெளியேறும் தரமானது, தரப்பட்ட உள்ளே வரும் தரத்தை (incoming quality submitted) ஒட்டியமையாமல் கூறுமுறையின் AOQL-ஐ விட மோசமாக இருக்கும் என்ற உத்தரவாதத்தை இது அளிக்கிறது. ஆனால், அந்த உத்தரவாதம் குறைந்தகாலத் தொடர்ச்சிக்கு ஒத்து வராது.

சராசரிச் சோதனை அளவு (Average Amount of Inspection)

தேவைப்படும் பொருள்களின் சோதனையின் அளவானது

(1) அந்த குறிப்பிட்ட கூறு முறை

(2) தள்ளுபடி செய்யப்பட்ட குவியலில் தடைகாப்பு (screening) செய்யப்படுகிறதா?

(3) அனுப்பப்பட்ட (தரப்பட்ட) குவியலின் தரம் இவற்றைச் சார்ந்து உள்ளது.

தள்ளுபடி செய்யப்பட்ட குவியல்களில் எல்லா உறுப்புகளையும் சேர்த்து ஒவ்வொரு குவியலுக்கும், சோதனை செய்யப்பட்ட சராசரி எண்ணிக்கையைச் சராசரிச் சோதனை அளவு (AOI) அல்லது சராசரி மொத்தச் சோதனை (Average Total Inspection-ATI) என்று அழைக்கிறோம்.

ஒருகூறு முறைச் சோதனை (Single Sampling Method of Inspection)

குவியலிலிருந்து n உறுப்புகளைக் கொண்ட ஒரு ராண்டம் கூறைத் தேர்ந்தெடுக்கிறோம். எல்லா n உறுப்புகளையும் கூர் ஆய்வு (சோதனை) செய்கிறோம். ஏற்புடைய எண் C ஆக இருக்கட்டும். கூறில் குறைபாடான எண், ஏற்புடைய எண் C-ஐத் தாண்டாமல் இருந்தால், குவியலை ஏற்றுக்கொள்ளவும். குறைபாடான எண் C-ஐத் தாண்டினால் குவியலைத் தள்ளிவிடவும். ஏற்புடைமை/தவறு நீக்கம் (acceptance/rectification) உபயோகப்படுத்தப்படாமல் குவியல் தள்ளுபடி செய்யப்பட்டால், குவியலில் எஞ்சியுள்ளவற்றின் எல்லா உறுப்புகளையும் சோதிக்கவேண்டும். கண்டுபிடித்த எல்லாக் குறைபாடான உறுப்புகளையும் தவறு நீக்கம் செய்யவும் அல்லது மாற்றீடு செய்யவும். கூறில், ஒத்துக்கொள்ளத்தக்க குறைபாடுகளின் எண்ணிக்கையை 'ஏற்புடைமை எண்' (Acceptance Number) என்று பெயரிட்டுக் குறிக்கிறோம்.

உற்பத்தியாளரின் இடர் வரவு α, AQL மதிப்பு π_1, துய்ப்போரின் இடர் வரவு β, LTPD-ன் மதிப்பு π_2 இவை கொடுக்கப்பட்டால் (ஒரு செயற்பாங்கிலிருந்து கூறு எடுக்கின்றோம் என்ற அனுமானத்தின்படி இவை தரப்பட்டால்), ஒரு கூறுமுறையினை தனிச் சிறப்புடன் (uniquely) தீர்மானிக்கின்றோம்.

பாய்சான் பரவலின் அனுமானத்தில், நமக்குக் கிடைப்பது :

AQL தரத்தின் ஏற்புடைமைக்கான நிகழ்தகவு

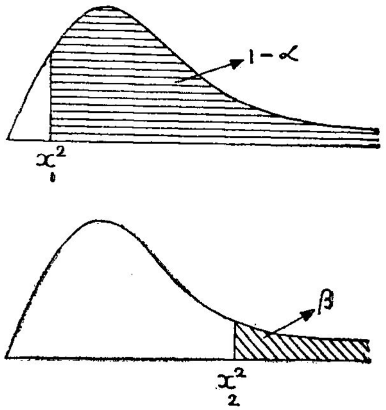
$$= \sum_{m=0}^{c} \frac{e^{-n\pi_1} (n\pi_1)^m}{m!}$$

$$= 1-\alpha \qquad (1)$$

LTPD தரத்தின் ஏற்புடைமைக்கான நிகழ்தகவு

$$= \sum_{m=0}^{c} \frac{e^{-n\pi_2} (n\pi_2)^m}{m!}$$

$$= \beta \qquad (2)$$



படம் 30

இங்கு, $$\sum_{m=0}^{c+1} \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^m}{m!} = \text{const.} \int_{x^2}^{\infty} f(x^2)\, dx^2$$

$\chi^2 = 2\lambda$; $v = 2c$ ஆகும்.

எனவே, $\chi_2 = 2\lambda_1 = 2n\pi_1$; $u = 2(c+1)$ என்றால்,

(1)-ஐ இவ்வாறு எழுதலாம் :

$$\text{const.} \int_{x_1^2}^{\infty} f(x^2)\, dx^2 = 1-\alpha$$

இதேபோல $\chi_2^2 = 2\lambda_2 = n\pi_2$; $u = 2(c+1)$ என்றால்

(2)-ஐ இவ்வாறு எழுதலாம் :

$$\text{const.} \int_{x_2^2}^{\infty} f(x^2)\, dx^2 = \beta$$

$$\therefore \frac{\chi_2^2}{\chi_1^2} = \frac{2n\pi^2}{2n\pi_1} = \frac{\pi_2}{\pi_1} = \frac{\text{LTPD}}{\text{AQL}} = \Delta \text{ (வேறுபாடு)}$$

α, β மதிப்புகள் தரப்பட்டிருந்தால், பயோமெட்ரிக்கா பட்டியல்களில் (Biometrika Tables) இருக்கும் χ^2 பரவல் பட்டியலின் சதவீதப்புள்ளி மதிப்புகளைப் பார்த்து χ_1^2, χ_2^2 மதிப்புகளைக்

கண்டறியலாம். பிறகு, வேறுபட்ட வரையற்ற பாகைகளுக்கான $\frac{\chi_2^2}{\chi^2_1}$ விகிதத்தை அமைக்கின்றோம். அதாவது, வெவ்வேறு C மதிப்புகளுக்கு இந்த விகிதங்களைக் கண்டுபிடித்துப் பட்டியலாக்குகிறோம். விரும்புகின்ற தரப்பாதுகாப்பு LTPD, AQL இவற்றுக்கு Δ விகிதத்தை $\Delta = \frac{LTPD}{AQL}$-ஐக் கண்டுபிடிக்கவும்.

எந்த C மதிப்புக்கு, Δ விகிதம் $\frac{LTPD}{AQL}$ மதிப்புக்குச் சமமாயிருக்குமாறு உள்ளதோ அந்த C-ன் மதிப்பைத் தேர்ந்தெடுக்கிறோம். $2n\,\pi_2 = \chi_2^2$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலம் n மதிப்பைக் கண்டுபிடிக்கிறோம் $n = \frac{\chi_2^2}{\chi\pi_1}$.

பாய்சான் தோராயத்தைப் பயன்படுத்தி $\alpha = 0{\cdot}05$; $\beta = 0{\cdot}10$ மதிப்புகளுக்கு Δ விகிதத்தைக்காணக் கீழ்க்காணும் பட்டியலை அமைப்போம்.

பட்டியல்

C	2 (C+1)	$\Delta = X_{2}^2/X_1^2$	$X_1^2 = 2n\pi_1$	$X_2^2 = 2n\pi_2$
0	2	44.89	0.1026	4.6052
1	4	10.95	0.7107	7.7794
2	6	6.51	1.6354	10.6446
3	8	4.89	2.7326	13.3616
4	10	4.06	3.9403	15.9871
5	12	3.55	5.2260	18.5494
6	14	3.21	6.5706	21.0642
8	18	2.77	9.3905	25.9894
10	22	2.50	12.3380	30.8133

பின்வரும் தனிக் குறிப்பீடுகளுக்கான ஒருகூறு முறையினைத் தேர்ந்தெடுப்பதற்கு,

மதிப்புகள் : $AQL = \pi_1 = 0{\cdot}01$

$LTPD = \pi_2 = 0{\cdot}04$

$\alpha = 0{\cdot}05$

$\beta = 0{\cdot}10$ என்று கொள்வோம்.

$$\frac{LTPD}{AQL} = \frac{0{\cdot}04}{0{\cdot}01} = 4$$

பட்டியலில் பார்த்தால் இதற்குச் சமீபமான மதிப்பு = 4·06. இதன்மூலம் $C = 4$ என்று அறிகிறோம்

இப்போது $v = 10$; $C = 4$-க்கு

$$\chi_2^2 = 2n\,\pi_2 = 15{\cdot}9871$$

$$\therefore\ n = \frac{15{\cdot}9871}{2\times 0{\cdot}4} = \frac{15{\cdot}9871}{0{\cdot}8} \simeq 200$$

எனவே, $n = 200$; $C = 4$ என்பது கூறுமுறையாகும். இரண்டாவது சமன்பாட்டைப் பூர்த்தி செய்யும் n மதிப்பைத் தேர்ந்தெடுத்தால், துய்ப்போரின் இடர்வரவு சரியாக 0·10 ஆகவும், ஆனால், உற்பத்தியாளரின் இடர்வரவு 0·05-க்குச் சிறிது குறைவாகவும் இருக்கும். முதல் சமன்பாட்டினைப் பூர்த்தி செய்யும் n மதிப்பைத் தேர்ந்தெடுத்தாலோ, உற்பத்தியாளரின் இடர்வரவு சரியாக 0·05 இருந்து, துய்ப்போரின் இடர்வரவு 0·10ஐவிடச் சற்றுக் கூடுதலாக இருச்கும். இந்த வேறுபாடுகளால் இரண்டு இடர் வரவுகளையும் சரியாகத் தீர்மானிக்க முடியாது. எனவே, சாதாரணமாகத் துய்ப்போரின் இடர்வரவை நிலையாக வைத்துக் கொண்டு, இரண்டாவது சமன்பாட்டைத் திருப்தி செய்யும் n-ஐத் தேர்ந்தெடுப்போம்.

இருகூறு முறை (Double Sampling Plan)

குவியலிலிருந்து எடுத்த ஒருகூறுக்கான சான்றின் அடிப்படையில் (on the basis of evidence) ஒரு குவியலை ஏற்கவோ தள்ளவோவான முடிவை ஒருகூறு முறை செய்கின்றது. இருகூறு முறையானது, ஒரு குவியலின் மீதான முடிவை இரண்டாவது கூறு எடுக்கப்படும்வரை, தள்ளிப்போட உதவுகின்றது. அதாவது, முதல் கூறு நல்ல மாதிரி இருந்தால், குவியலை ஏற்றுக் கொள்ளலாம்; அல்லது அந்தக் கூறு கெட்ட மாதிரி இருந்தால் குவியலைத் தள்ளிவிடலாம். ஆனால், முதல் கூறு ஆனது நல்ல மாதிரியும் இல்லாமல், கெட்ட மாதிரியும் இல்லாமல் இருந்தால், முதல் கூறு, இரண்டாம் கூறு இரண்டினையும் சேர்த்த சான்றின் அடிப்படையில் முடிவு எடுக்கப்படுகிறது. பொதுவாக, இரு கூறு

குவியலிலிருந்து ஒரு கூறினை எடுப்போம்

↓

அதன் அளவு n_1 ஆகும்

↓

சோதனை செய்வோம் (முதல் கூறில் குறைபாடுகளின் எண் d_1 என்க)

↓

குறைபாடுகளின் எண் $d_1\,SA_1$ ஆக இருந்தால் குவியலை ஏற்றுக் கொள்ளவும் (A_1 = முதல் ஏற்புடைமை எண்)

குறைபாடுகளின் எண் $d_1 \geq R_1$ ஆக இருந்தால் குவியலைத் தள்ளி ஒதுக்கி விடவும். (R_1 = முதல் தள்ளுபடி எண்)

$A_1 < d_1 < R_1$ என்றால்

↓

n_2 அளவுடைய இரண்டாம் கூறினை எடுப்போம்

↓

சோதனை செய்வோம் (இரண்டாம் கூறில் குறைபாடுகள் எண் = d_2 என்க)

↓

குறைபாடுகளின் மொத்த எண் $d_1 + d_2 \leq A_2$ ஆக இருந்தால் ஏற்றுக்கொள் (A_2 = இரண்டாம் ஏற்புடைமை எண்)

குறைபாடுகளின் மொத்த எண் $d_1 + d_2 \geq R_2$ ஆக இருந்தால் தள்ளிவிடு

$R_2 = A_2 + 1$ இங்கு (R_2 = இரண்டாம் தள்ளுபடி எண்)

முறைகள், எந்த ஒரு கொடுக்கப்பட்ட தரப்பாதுகாப்பினிற்கும், முதல் கூறைவிடக் குறைந்த அளவு மொத்தச் சோதனையையே கொண்டு அமைகின்றன. இவை, சந்தேகமான குவியல் களுக்கு இரண்டாவது வாய்ப்புக் கொடுக்கக் கூடிய உளநூல் பயன்களைப் (psychological advantages) பெற்றுள்ளன. கீழ்க் காணுமாறு இருகூறு முறையினை, எளிதான முறையில் விளக்கு வோம்.

'ஏற்புடைமை தள்ளுபடி செய்தல்' (Acceptance Rejection) உபயோகப்படுத்தப்பட்டால், குவியல் ஒன்றுக்கு, சோதிக்கப் பட்ட சராசரி உறுப்புகளின் எண்ணைச் 'சராசரிக் கூறு எண்' (Average Sample Number) என்று (ASN என்று சுருக்கமாகவும்) அழைக்கின்றோம். 'ஏற்புடைமை/தவறு நீக்கம்' உபயோகப் படுத்தப்பட்டால், குவியல் ஒன்றுக்கு, சோதிக்கப்பட்ட சராசரி உறுப்புகளின் எண்ணைச் 'சோதனையின் சராசரி அளவு' (Average Amount of Inspection-AOI) என்று கூறுகின்றோம்.

பலகூறு முறைகள் (Multiple Sampling Plans)

இரண்டாவது கூறு எடுக்கப்படும்வரை, பொருள்களை ஏற்கவோ தள்ளிவிடவோ ஆன முடிவினை இருகூறு முறை யானது எவ்வாறு ஒதுக்கி வைத்ததோ, அவ்வாறே ஒரு முடிவு எடுக்கப்படும் முன்னர், எத்தனை எண் கூறுகளையும் கொண்ட பல முறைகள் ஆராயப்படுகின்றன. மூன்றோ அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட எண்ணற்ற கூறுகளைக்கொண்டோ விளக்கப்படும் முறைகளைப் 'பலகூறு முறைகள்' அல்லது 'வரிசைத் தொடர்ச்சி யான கூறுமுறைகள்' (multiple sampling plans or Sequential sampling plans) என்று கூறுகிறோம். எந்த ஒரு கொடுக்கப்பட்ட ஒருகூறு முறை அல்லது இருகூறு முறைக்கு மான OC வளைகோடுகளை ஒட்டியவாறு அதேபோல அமைந்த OC வளைகோடுகளைக் கொண்டு பலகூறு முறைகளை அல்லது தொடர்ச்சிக் கூறுமுறைகளை உண்டாக்க முடியும். எனவே, எந்த ஒரு குறிப்பிட்ட தரத்தையும் கொண்ட ஒரு குவியலை ஏற்ப தற்கான நிகழ்தகவு, ஒரு, இரு, பலகூறு முறைகளின் வாய்ப் பைச் சாராமல அமைகின்றது.

ஒரு, இரு, பலகூறு முறைகளின் ஒப்பீடு (Comparison of Single, Double and Multiple Sampling Plans)

ஏற்புடைமைக் கூறின் பொது உபயோகத்தில், அதிக அளவில் அளிக்கப்பட்ட உற்பத்தியின் தரமானது, தரத்தின்

படியளவைவிடச் (quality standard) சிறந்ததாகவும் இருக்க லாம்; இருகூறு முறை உபயோகப்படுத்தப்படும் இடங்களில், முதல் கூறிலேயே தோராயமாக எல்லாக் குவியல்களையும் மோச மானது என்று ஒதுக்கித் தள்ளியும் விடுகின்றோம். இந்த இரு சமயங்களிலும் இருகூறு முறையின் சராசரிக் கூறு அளவானது (size) ஒருகூறு முறையின் அளவைவிடக் குறைவாக இருக்கும். இருகூறுகள் நிறைய அளவில் எடுத்துக்கொள்ளப்படும்போது அளிக்கப்படும் தரத்தின் இடைமதிப்புக்களுக்கு மட்டுமே, இணை யான (ஒரே மாதிரியான) *OC* வளைகோட்டைக் கொண்ட ஓர் ஒருகூறு முறையைவிட, இருகூறு முறையில் அதிகச் சோதனை தேவைப்படுகிறது. பலகூறு முறையில் பொதுவாக, இருகூறு முறையைவிடக் குறைவான சராசரிக் கூறுகளின் அளவுகள் தேவைப்படுகின்றன. இதேபோல இருகூறு முறைக்கும் ஒரு கூறுமுறையைவிடக் குறைந்த சராசரிக்கூறு அளவு தேவைப் படுகிறது. இரு கூறுகள் முறை, பல கூறுகள் முறைகள் ஓர் உள நூல் பயனைக் கொடுக்கின்றன; ஏனென்றால், விற்பனையாள ருக்கு, ஒரு குவியலில் 2 அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட வாய்ப்புகள் அளிக்கப்படுகின்றன. இந்த முறைகளின் பாதகங்கள் (disadvan- tages) என்னவென்றால், சோதனையாளர்களுக்குக் கூறு முறை களைத் தவறாக இல்லாமல், சரியாகச் செயல்பட வேண்டிய அளவுக்கு ஒரு தனிப் பயிற்சி அளிக்க வேண்டுமாதலால், செயல் முறைக்குக்கடினமானதாகக்காணப்படுகிறது. மேலும்,மாறுபடும் சோதனைப் பளுக்களைக்கொண்ட இம் முறைகள் சோதனையாளர் களுடைய மாறுபடும் நேரத்தை வரிசைப்படுத்துவதிலும் சிரமங் களைத் தருகிறது. அத்தகைய தருணங்களில் இருகூறு முறை, பல கூறுமுறைகளினால் சராசரிச் சோதனை அளவில் சிறிய சேமிப்புதான் ஏற்படுகிறதே தவிர, அதிகக் குழப்பமான முறை களின்மூலம் மொத்தச் சோதனைச் செலவு உண்மையாகவே அதிகரிப்பதைக் காண்கிறோம்.

கணிதத் தொடர்புகள் (Mathematical Relations)

சொல் வழக்கு (Nomenclature)

N = குவியலிலுள்ள உறுப்புகளின் (பொருள்களின்) எண் ணிக்கை.

β = நுய்ப்போரின் இடர்வரவு; LTPD-ஐக் கொண்ட ஓர் அளிக்கப்பட்ட குவியலை ஏற்றுக்கொள்வதற்கான நிகழ்தகவு.

π_2 = குவியல் பொறுத்திசைவுச் சதவீதக் குறைபாடு (LTPD).

π_1 = அளிக்கப்பட்ட பொருள்களில் உள்ள செயற்பாங்குச் சராசரி பின்னக் குறைபாடு (process average fraction defective).

C = ஏற்புடைமை எண்.

n = கூறில் உள்ள பொருள்களின் எண்ணிக்கை.

M = தரமான குவியலில் உள்ள குறைபாடுகளின் எண் = $N\pi$.

m = கூறில் காணப்படும் குறைபாடுகளின் எண்.

ஹைபர் ஜியோமிதி தொகுதி (Hypergeometric Series)

(பின்னக் குறைபாடு $\pi = \frac{M}{N}$-ஐக் கொண்ட) ஒரு நிலைத்த N உறுப்புகளின் குவியலில் இருந்து n உறுப்புகளைக்கொண்ட ஒரு ராண்டம் (மாதிரியை) கூறினை எடுத்துக்கொள்வோம். அக் கூறில் m குறைபாடுகள் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவை, ஒரு ஹைபர் ஜியோமிதித் தொகுதியின் $(m+1)$ஆவது உறுப்பால் சரியாகக் குறிக்கலாம்.

$$Pr\,(m \text{ குறைபாடுகள்}) = P_{m,n,N,M} = \frac{\binom{N-M}{n-m}\binom{M}{m}}{\binom{N}{n}}$$

Pr (C அல்லது அதைவிடச் சிறிய அளவு எண் குறைபாடுகள்)

$$= P_{C \text{ அல்லது குறைந்த},\, n,\, N,\, M} = \sum_{m=0}^{c} \frac{\binom{N-M}{n-m}\binom{M}{m}}{\binom{N}{n}}$$

'f' ஈருறுப்பு : (ஹைபர் ஜியோமிதியின் ஒரு தோராயமாக) $\pi = \frac{M}{N}$ என்ற பின்னக் குறைபாட்டைக் கொண்ட N உறுப்புகளாலான ஒரு நிலைத்த குவியலிலிருந்து n உறுப்புகளாலான ஒரு கூறில் m குறைபாடுகள், காணப்படுவதற்கான நிகழ்தகவானது, π சிறியதாக இருக்கும்போது, $f = \frac{n}{N}$ என்றவாறு $[(1-f)+f]_m$ என்ற ஒரு f ஈருறுப்புத் தொகுதியின் $(m+1)$ ஆவது உறுப்பினால் தோராயமாகக் குறிக்கப்படுகிறது.

அதாவது,

$$Pr\ (m\ \text{குறைபாடுகள்}) = P_{m,\ \frac{n}{N},\ M} = \binom{M}{m}\left(1-f\right)^{M-m} f^{m}$$

Pr (C அல்லது அதைவிடச் சிறிய குறைபாடுகள்)

$$= P_{C\ \text{அல்லது சிறிய},\ \frac{n}{N},\ M}$$

$$= \sum_{m=0}^{c} \binom{M}{m}\left(1-f\right)^{M-m} f^{m}$$

முறையான ஈருறுப்புப் பட்டியலை உபயோகித்து நிகழ்தகவுகளின் மதிப்புகளைப் பெறலாம்.

p மதிப்புகளுக்கான பட்டியலிற்கு $f = \frac{n}{N}$-ஐ உபயோகிக்கவும்.

n மதிப்புகளுக்கான பட்டியலிற்கு M-ஐ உபயோகிக்கவும்.

'தோராயம்—ஒரு நிலைத்த முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து எடுத்த கூறு' (அட்டவணை 159ஆம் பக்கம் பார்க்க).

வெளியேறும் சராசரித் தரம் (Average Outgoing Quality)

தள்ளுபடி செய்யப்பட்ட குவியல்களைத் தடைகாப்புச் செய்து தடைகாப்புச் சோதனையில் கண்ட எல்லாக் குறைபாடான உறுப்புகளையும் திருத்தியோ நல்ல உறுப்புகளால் மாற்றியோ அமைத்தால், ஏற்றுக்கொள்ளப்படும் பொருளின் சராசரித்தரம் செம்மைப்படும். π அளவு குறைபாடு விகிதம் கொண்ட ஒரு குவியல் தரப்பட்டால், அத்தகைய குவியலின் P_a விகிதத்தைக் கூறு முறை ஏற்றுக்கொள்ளும். அந்த ஏற்றுக்கொள்ளப்பட்ட குவியல்கள் ஒவ்வொன்றும் π குறைபாடு விகிதத்தைக் கொண்டிருக்கும். தள்ளி ஒதுக்கப்பட்ட குவியல்களின் $(1-P_a)$ அளவு விகிதமானது தடைகாப்புக்கு உட்பட்டு எல்லாக் குறைபாடுகளும் வேறு புது உறுப்புகளால் மாற்றீடு செய்யப்பட்டும், ஏற்றுக்கொள்ளப்படுகின்றன. எனவே, அங்கு '0' குறைபாடுகள் இருக்கும்.

எனவே, சராசரி வெளியேறும் தரம்

$$AOQ = \pi\ (P_a + (-P_a)\ 0 = \pi\ P_a$$

குவியல் ஒவ்வொன்றுக்கும் சராசரிச் சோதனை அளவை I என்றால், சோதனை செய்யாத உறுப்புகளின் பகுதி $= N-I$.

n/N	முழுமைத் தொகுதிக்கான பின்னக் குறைபாடுகள்	தோராயம்	m குறைபாடுகளுக்கான நிகழ்தகவு
0.10 அல்லது குறைவான	0.10-க்கு மேலான	'p' ஈருறுப்பு	$P_{m,n,\pi} = \binom{n}{M} \pi^m (1-\pi)^{n-m}$
0.10 அல்லது குறைவான	0.10 அல்லது குறைவான	பாய்சான்	$P_{m,n,\pi} = \frac{e^{-n\pi} (n\pi)^m}{m!}$
0.10-க்கு மேலான	0.10 அல்லது குறைவான	'f' ஈருறுப்பு	$P_{m, \frac{n}{N}, M} = \binom{M}{m} (1-f)^{M-m} f^m$
0.10-க்கு மேலான	0.10-க்கு மேலான	ஏதும் இல்லை (none)	$P_{m,n,N,M} = \frac{\binom{M}{m}\binom{N-M}{n-m}}{\binom{N}{n}}$

எனவே, N உறுப்புகளைக் கொண்ட ஒரு குவியல், குறைபாடுகளின் π விகிதத்தைக் கொண்டிருந்தால் சோதனை இல்லாமல் ஏற்றுக்கொள்ளப்பட்ட பொருள்கள் $\frac{(N-I)}{N}$ π குறைபாடுகளைக் கொண்டிருக்கும்.

∴ AOQஐ இப்படியும் எழுதலாம்.

$$\pi_A = \pi \frac{N-I}{N} \qquad \dots (1)$$

வெளியேறும் சராசரித் தர எல்லை π_1 ஆனது, எந்தக் கூறு முறைக்குமான π_A-ன் ஒரு மீப்பெரு மதிப்பு ஆகும். தரப்பட்ட உற்பத்திப் பொருள்களில் நிகழக்கூடிய எல்லா π மதிப்புகளையும் கொண்டு, எந்த π_a-க்கு, π-ன் மீப்பெரு மதிப்பு நிகழ்கிறதோ, அந்த πயை π_1 எனக் குறிப்பிடுவோம்.

$$\text{எனவே,} \quad \pi_L = \pi_1 \frac{N-I}{N} \qquad \dots (2)$$

$\pi_A = \pi_L$ என்றவாறு π_1-ன் மதிப்பினைச் (1) சமன்பாட்டை, πஐக் குறித்து வகையிடு (differentiate) செய்து, '0'-க்குச் சமமாக்கினால் π-க்குத் தீர்வு காணலாம்.

$$\text{அதாவது,} \quad \frac{\pi d_A}{d\pi} = 0 = \frac{N-I}{N} - \frac{\pi}{N} \cdot \frac{dI}{dp} \qquad \dots (3)$$

இப்போது, சராசரிச் சோதனை அளவு I, ஓர் ஒருகூறு முறைக்கு,

$$I = n + (N-n)(1-P_a)$$
$$= n P_a + N(1-P_a)$$

எல்லாத் தரப்பட்ட குவியல்களிலிருந்தும் n உறுப்புகள் சோதிக்கப்படுவதால், மேலும் தள்ளுபடி செய்யப்பட்ட அந்தக் குவியல்களிலிருந்து மட்டுமே ஒரு கூடுதலான உறுப்புகள் $(N-n)$ சோதிக்கப்படுவதால், இவ்வாறு ஏற்படுகிறது. இச் சோதனைக்கான நிகழ்தகவு $= 1-P_a$.

இங்கு Pa = ஏற்புடைமைக்கான நிகழ்தகவு

ஆகவே, $I = (n-N) P_a + N$

அல்லது, $N-I = (N-n) P_a$

இந்த $(N-I)$ ன் மதிப்பை (1)ல் சமனிட்டால், பாய்சான் தோராயத்தைப் பயன்படுத்தி கீழ்க்கண்டவாறு அடையலாம்.

$$\pi_A = \frac{N-n}{N} \cdot \pi Pa = \frac{\pi\, N-n}{N} \sum_{m=0}^{c} \frac{e^{-n\pi}(n\pi)^m}{m!} \qquad (4)$$

சமன்பாடு (3) ஐ ஒட்டியவாறு π ஐக் குறித்து வகையீடு பார்த்தால்

$$\frac{d\pi A}{d\pi} = \frac{N-n}{N}\left[\sum_{m=c}^{c} \frac{e^{-n\pi}(n\pi)^m}{m!} - \frac{e^{-n\pi}(n\pi)^{c+1}}{c!}\right] \quad \ldots (5)$$

$\frac{d\pi_A}{d} = 0$ என்று சமன்பாட்டிற்கு πக்குத் தீர்வு கண்டால் π_A ஐ மீப்பெருமப்படுத்தும் $\pi = \pi_1$ என்ற மதிப்பு கிடைக்கிறது. அதாவது $\pi_A = \pi_L$

இப்போது $n\,\pi_1 = \chi$ என்று இருக்கட்டும்.

$\pi = \pi_1$; $\pi_A = \pi_c$ என்றால் (4) சமன்பாட்டை கீழ்க்கண்டவாறு எழுதலாம்.

$$\pi = \frac{n\pi_1}{n} \; \frac{N-n}{n} \sum_{m=0}^{c} \frac{e^{-n\pi_1}(n\pi_1)^m}{m!}$$

$$= \frac{N-n}{N.n}\, \chi \sum_{m=0}^{n} \frac{e^{-x} k^m}{m!}$$

$$= y\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{N}\right) \cdot \text{இங்கு } y = x \sum_{m=0}^{c} \frac{e^{-k} x^m}{m!}$$

(5) ல் $n\pi_1 = \chi$ என்று போட்டு, $\frac{d\pi_A}{d\pi} = 0$ என்று சமனிட்டால், பிறகு எளிதாக்கினால்,

$$\sum_{m=0}^{c} \frac{e^{-\chi}\chi^{m}}{m!} - \frac{e^{-\chi}\chi^{c+1}}{c\,i} = 0$$

அல்லது $y = \chi \sum_{n=0}^{c} \frac{e^{-\chi}\chi^{m}}{m!} = \frac{e^{-\chi}\chi^{C+2}}{C!}$

இத்தொடர்பு முறையைக் கொண்டு தரப்பட்ட C மதிப்புக்களுக்கு X, y மதிப்புக்களை கணக்கிட்டு பட்டியலில் அமைப்போம்.

பட்டியல்

தரப்பட்ட C	X	Y	தரப்பட்ட C	X	Y
0	1.00	0.368	10	8.05	6.528
1	1.62	0.840	11	8.82	7.233
2	2.27	1.371	12	9.59	7.948
3	2.95	1.942	13	10.37	8.670
4	3.64	2.544	14	11.15	9.398
5	4.35	3.168	15	11.93	10.130
6	5.07	3.812	16	12.72	10.880
7	5.80	4.472	17	13.52	11.620
8	6.55	5.146	18	14.31	12.370
9	7.30	5.831			

இரு கூறுமுறைகள் .

முடிவில்லாத ஒரு முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து n உறுப்புக்களை கொண்ட ஒரு ராண்டம் கூறில் காணப்படும் m குறைபாடுகளுக்கான நிகழ்தகவானது, பின்னக் குறைபாடு π ஆக இருக்கும்போது, பாய்சான் தோராயத்தில்,

$$P_{m,r,\pi} = \frac{e^{-n\pi}(n\pi)^{m}}{m!}$$ என்று உள்ளது.

இரு கூறுமுறைக்கு, முதல் கூறில் C_1 அல்லது அதற்குச் சிறிய குறைபாடுகள் இருந்து, முதல் கூறின் அடிப்படையில் குவியலை ஏற்றுக்கொள்ளலாம்; அல்லது இரண்டு கூறுகளையும் சேர்த்த அடிப்படையில், முதல் கூறில் C_1+1, $C_1+2,\ldots\ldots C_2$ வரையான (upto C_2) குறைபாடுகள் தென்பட்டும், இரண்டாம் கூறில் C_2-C_1-1 அல்லது அதைவிடச் சிறிய, C_2-C_1-2 அல்லது அதைவிடச் சிறிய......முதலிய குறைபாடுகள் முறையே காணப்பட்டும் இருந்தால், குவியலை ஏற்றுக்கொள்ளலாம். எனவே இரு கூறுமுறைக்கு ஏற்புடைமைக்கான நிகழ்தகவு Pa கீழ்க்கண்டவாறு குறிக்கப்படுகிறது.

$$P_a = \sum_{m=0}^{C_1} P_{m,\,n,\,\pi} + P_{c1+1,\,n,}$$

$$\pi \sum_{m=0}^{C_2\text{-}C_1\text{-}1} P_{m,\,\mathrm{n},\,\pi} + P_{c_1+2,\,n}$$

$$\pi \sum_{m=0}^{C_2\text{-}C_1\text{-}2} P_{m,\,n,\,\pi} + < P_{c1+3,\,n}$$

$$\pi \sum_{m=0}^{C_2-C_1-3} P_{m,\,n,\,\pi} + \ldots\ldots P_{c_2\,n,\,\pi}\, P_{o,\,n,\,\pi}$$

இதைச் சுருக்கமாகக் கீழ்க்கண்டவாறும் எழுதலாம்.

$$P_a=\sum_{m=0}^{C_1} P_{m,\,n,\,\pi} + \sum_{C_1+1}^{C_2} P_{m,\,n,\,\pi} \times \sum_{m=0}^{C_{2-m}} \bar{P}_{m,\,n,\,\pi}.$$

சராசரிச் சோதனை அளவு I :

தர உற்பத்திக்கு, ஒவ்வொரு குவியலுக்கும், சோதனை செய்யப்பட்ட சராசரி எண்

$$1 = n_1 + n_2(1-\sum_{0}^{C_1} Pm,\,n,\,\pi) + (N-n_1-n_2)\ (1\ldots P_a)$$

எப்படி என்றால், எல்லாக் குவியல்களிலிருந்தும் n_1 உறுப்புக்கள் சோதனை செய்யப்படுகின்றன (நிகழ்தகவு 1 என்றவாறு) முதல் கூறின் அடிப்படையில், ஏற்றுக்கொள்ளப்படாத குவியல்

களிலிருந்து கூடுதலான n_2 உறுப்புக்களை மட்டுமே சோதிக்கிறோம். இதற்கான நிகழ்தகவு

$$=(1-\sum_{m=0}^{C_1} P_{m,n,}\ \pi)$$

இங்கு முதல் கூறினை ஏற்றுக்கொள்வதற்கான நிகழ்தகவு

$$=\sum_{m=0}^{C_1} P_{m,n,}\ \pi).$$

இப்போது இரண்டு கூறுகளிலும் தள்ளுபடி செய்யப்பட்ட எல்லா குவியல்களிலிருந்தும் $(N-n_1-n_2)$ கூடுதலான உறுப்புக்களை சோதனை செய்வோம். இரு கூறுமுறைக்கான ஏற்புடைமை நிகழ்தகவு Pa என்றால், இதற்கான நிகழ்தகவு $= 1-Pa$ ஆகும்.

சராசரிக் கூறு எண் (Average Sample Number) ASN :

ஏற்புடைமை/தள்ளுபடி செய்தலுக்காக குவியல் ஒவ்வொன்றுக்கும், சராசரி உறுப்புக்களின் எண்ணிக்கை

$$= \text{ASN} = n_1+n_2 \sum_{C_1+1}^{C_2} Pm,\ n,\ \pi$$

எல்லா குவியல்களிலிருந்து n_1 சோதிக்கப்பட்டு இரண்டாம் கூறுக்குச் சென்றால் மட்டுமே மேலும் n_2 கூடுதலான உறுப்புக்கள் சோதிக்கப்படுகின்றன. முதல் கூறில் C_1, C_1+1, C_1+2,...... C_2 வரை குறைபாடுகள் இருக்கும்போது இப்படி ஏற்படுகிறது.

டாட்ஜ்—ரோமிக் பட்டியல்கள் (Dodge—Romig Tables)

தொழிற்சாலைகளில் ஏற்புடைமைச் சோதனையின் பெரும் அளவு, குணப் பண்புகளின் அடிப்படையில் நடத்தப்படுகிறது. பொருட்கள் தனிக் குறிப்பீடுகளைச் சார்ந்ததாகவும், அவற்றைச் சாராமலும் இரு வேறுபாடுகளாகக் காணப்படும் சமயங்களில் இந்தக் குணப்பண்புகள் தோன்றுகின்றன. பண்புச் சோதனைக்காக திட்டமான கூறுமுறைகள் தோற்றுவிக்கப்பட்டுள்ளன. 'பெல்-சிஸ்டம்' (bell-system) ஒழுங்குமுறையினுள் உபயோகப்படுத்துவதற்காக முதன்முதலாக தயாரித்த 'டாட்ஜ்-ரோமிக் பட்டியல்கள்' திட்டமான கூறுமுறைகள் பலவற்றில் ஒரு தொகுப்பு ஆகும். கூறுச் சோதனையையும், தள்ளுபடி செய்யப்பட்ட குவியல்களுக்கான[தடைகாப்பு சோதனையையும்

கொண்டவாறு மொத்த சோதனை அளவை மீச்சிறுமமாக்கும் வண்ணம் முதலில் இத்தொகுப்பு தோற்றுவிக்கப்பட்டது.

'டாட்ஜ்-ரோமிக்'கின் அடங்கலேடு (Volume).

நான்கு தொகுப்புப் பட்டியல்களைக் கொண்டது. அவை :

I: ஒரு கூறு குவியல் பொறுத்திசைவு அட்டவணைகள் (Single Sampling Lot Tolerance Tables)

II: இரு கூறு பொறுத்திசைவு பட்டியல்கள் (Double Sampling Lot Tolerance Tables)

III: ஒரு கூறு AOQL பட்டியல்கள் (Single Sampling AOQL Tables)

IV: இருகூறு AOQL பட்டியல்கள் (Double Sampling AOQL Tables)

I, II தொகுப்புக்கள் கீழ்க்கண்ட குவியல் பொறுத்திசைவு சதவீதக் குறைபாடுகளுக்கு (LTPD)ப் பயன்படுகின்றன.

0·5%	3·0%	7·0%
1.0%	4·0%	10·0%
2·0%	5.0%	

நுய்ப்போரின் இடர்வரவு இந்த எல்லா முறைகளுக்கும் (all plans) 0·10 அதாவது 10% என்று நிலையாகக் கொள்ளப்பட்டுள்ளது. III, IV, தொகுப்புகள் கீழ்க்கண்ட AOQL மதிப்புகளுக்குப் பயன்படுகின்றன.

0·10%	1·5%	4·0%
0.25%	2·0%	5·0%
0·50%	2·5%	7·0%
0·75%	3.0%	10·0%
1·00%		

குவியல் பொறுத்திசைவு பட்டியல்கள் (Lot Tolerance Tables):

கீழ்க்கண்ட தேவைகளைப் பூர்த்தி செய்யுமாறு கூறுமுறைகள் தோற்றுவிக்கப்படுகின்றன.

(i) சோதனைக்காக அளிக்கப்படும் ஒரு குவியல்களில், எந்த ஒரு அதிருப்தியான குவியலையும் ஏற்றுக்கொள்ளாமலிருப்

பதற்கான, ஒரு நிச்சயமான உறுதிவடிவாக, முறைக்கான முதல் தேவை உள்ளது. இதற்காக ஒரு LTPD மதிப்பையும், அதிருப்தியான தரமுள்ள குவியலை ஏற்றுக்கொள்ளும் (நிகழ்தகவுக்கு) வாய்ப்புக்கான ஒரு எல்லை வரம்பையும் நாம் முதலில் குறிப்பிடுவோம். பின்னுல் குறிப்பிட்டது துய்ப்போரின் இடர் வரவு ஆகும். இதை எல்லாத் திட்டங்களுக்கும் 0·10 என்று நிலையாகக் கொள்கிருேம்.

(ii) முதல் தேவையில் தரப்பட்ட பாதுகாப்பை ஒட்டியவாறு சோதனைக்கான செலவை மீச்சிறுமப்படுத்துவதே இரண்டாவது முக்கிய அம்சம் (தேவை) ஆகும். கூறுகளின் அளவுகள், ஏற்புடைமைக் கட்டளை விதிகள் இவற்றின் பலவித சேர்க்கைகள் மூலம் முதல் தேவையைப் பூர்த்தி செய்ய முடியும். இத்தகைய பலவித (திட்டங்களின்) முறைகளின் தொகுப்புகளிலிருந்து இரண்டாவது தேவையைப் பூர்த்தி செய்யத் தக்கதொரு முறையை (திட்டத்தை)த் தேர்ந்தெடுக்கலாம். இரண்டாவது தேவையைப் பூர்த்தி செய்யும் நோக்கத்தில், கீழ்க்கண்டவற்றை முதலில் தீர்மானிக்க வேண்டியது அவசியமாகிறது : (i) பலவித சோதனைத் திட்டங்களுக்கு எதிர்பார்த்த சோதனை அளவு (expected amount of inspection), சோதனைச் செலவு இவற்றைக் கண்டுபிடித்து, கூறு முறைக்கான மற்ற செலவுகளையும் கூட்டி, மீச்சிறு சோதனைக்கான கூறுமுறையினை, மற்ற எல்லா முறைகளையும்விட பெரிதும் உகந்ததாக தேர்ந்தெடுக்கின்ருேம். எனினும், இது மிகவும் பளுவான காரியமானதாலும், மேலும் செலவில் பெரும்பகுதி சோதனை அளவை ஒத்து இருப்பதாலும், செயற்பாங்கு சராசரித்தரத்தைச் (process average quailty) சார்ந்தவாறு சோதனை அளவை மீச்சிறுமமாக்கக் கூடிய ஒரு திட்டத்தைத் தேர்ந்தெடுப்பது எளிதானதாகக் கொள்கிருேம்.

குவியல் அளவு தொகுதிகளையும், செயற்பாங்கு சராசரித் தரத்தின் வீச்சுக்களையும் பொறுத்தவாறு (திட்டங்கள்) முறைகள் பட்டியலாக்கப்படுகின்றன. ஒவ்வொரு நிரலும் வெவவேறு செயற்பாங்கு சராசரி சதவீதக் குறைபாட்டின் மதிப்பைக் குறிக்கிறது. இந்த வெவ்வேறு நிரல்களின் நோக்கமானது கூறுகளின் சோதனை, தள்ளுபடி செய்யப்பட்ட குவியல்களில் 100% சோதனை இவற்றைக் கொண்டு மீச்சிறு மொத்தச் சோதனையைத் தருகின்ற ஒரு திட்டத்தைக் குறிப்பதேயாகும்.

இந்த டாட்ஜ்-ரோமிக் பட்டியல்கள் குவியல் அளவுகள் 1 முதல் 1,00,000 வரைக்கும் பயன்படுகின்றன. ஏற்புடைமைக்காக அளிக்கப்படும் எந்தக் குவியல்களுக்கும் அவை உபயோகப்படுகின்றன. ஒரு கொடுக்கப்பட்ட தரப் பாதுகாப்பிற்குத் தேவையான கூறின் அளவைக் காணும்போது, சிறிய குவியல்கள், பெரிய குவியல்களை விட சாதகமானவையல்ல என்று அறிகிறோம். எங்கெங்கு முடியுமோ அங்கெல்லாம் சிறிய குவியல் அளவுகளைத் தவிர்ப்பது நல்லது. இதேபோல 10,000லிருந்து 1,00,000 வரையிலான மிகப் பெரிய குவியல் அளவுகளையும் நாம் தவிர்க்க வேண்டும். ஏனெனில் அவ்வளவு பெரிய குவியல் அளவுகளை வைத்துக்கொண்டு சோதனையை மேற்கொள்ளுதலும், அவற்றிலிருந்து உண்மையான ராண்டம் கூறுகளைத் தேர்ந்தெடுப்பதும் நடைமுறையில் பெரிய சிக்கலையும் சிரமத்தையும் விளைவிக்கும். மேலும், மிகப் பெரிய குவியல்களைத் தள்ளிவிட வேண்டிய சூழ்நிலையில் உற்பத்தியாளர் — துய்ப்போர் உறவு வெகுவாகப் பாதிக்கும்.

செயற்பாங்குச் சராசரியை மதிப்பீடு செய்வதற்கு எந்த ஓர் அடிப்படையும் இல்லையென்றால், பட்டியலின் வலது பக்க நிரலிலிருந்து கூறு முறையைத் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும். இது விரும்பிய அளவு தரப்பாதுகாப்பைத் தருகிறது. மேலும் திருப்தியான குவியல்களுக்கு ஏற்புடைமைக்கான நல்ல வாய்ப்பைத் தருகிறது. மேற்கொண்டு, செயற்பாங்குச் சராசரியின் நம்பத்தகு மதிப்பீடுகளை ஏற்றுக்கொள்வதற்கு, இது, விவரங்களை வெகு வேகமாகச் சேகரிக்கின்றது. பல்வேறு குவியல் அளவுகளுக்கும், செயற்பாங்குச் சராசரி குவியல் பொறுத்திசைவு பின்னக் குறைபாடு இவற்றின் விகிதங்களுக்கும், ஒரு, இரு கூறு முறைகளுக்குமான சோதனையை டாட்ஜும், ரோமிக்கும் ஒரு வரைபடத்தின் மூலம் ஒப்பிட்டு விளக்குகின்றார்கள். நடைமுறையில் பெரிதும் பயன்படும் அட்டவணைகள் பகுதியில் இரு கூறு முறைகளின் மூலமாக சோதனை செய்வதால் ஏற்படும் சேமிப்பு 10%க்குமேல் 50%க்குள் இருக்கிறது என்று அவர்கள் கூறுகின்றனர்.

AOQL பட்டியல்கள் (AOQL Tables) :

எல்லா டாட்ஜ்-ரோமிக் பட்டியல்களைப்போலவே வெவ்வேறு செயற்பாங்குச் சராசரிகளுக்காக நிரல்கள் தரப்பட்டுள்ளன. நிரலின் தலைப்பில் செயற்பாங்கு சராசரிக்கான மீச்சிறு மொத்த

சோதனையை ஒவ்வொரு நிரலிலும் உள்ள முறை (திட்டம்) தருகிறது. எனவே பட்டியலிலுள்ள எந்த ஒரு கோட்டிலும் உள்ள எல்லா முறைகளும் (திட்டங்களும்) தரப்பாதுகாப்பைப் பொறுத்தவரையில் (AOQL-லினால் அளவிடப்பட்ட தரப் பாதுகாப்பைப் பொறுத்தவரையில்) ஒரேமாதிரியாக உள்ளன. தேவையான மொத்தச் சோதனை அளவில் மட்டுமே அவை மாறுபடுகின்றன. செயற்பாங்குச் சராசரி தெரியாத சமயத்தில், பட்டியலின் வலதுபக்க நிரலிலிருந்து கூறுமுறையைத் தேர்ந் தெடுக்க வேண்டும்.

கூறு அளவும், ஒருதரப்பட்ட AOQLக்கான ஏற்புடைமை எண்ணும் அதிகரிக்கும்போது, LTPD குறைவாக இருப்பதை நாம் இங்கு கண்டறிகிறோம். பொதுவாக, எந்த ஒரு டாட்ஜ்-ரோமிக் பட்டியலை உபயோகிக்கும்போதும், உபயோகிக்கும் செயற்பாங்கு சராசரி அதிகமாக இருந்தால், எந்த ஒரு கொடுக் கப்பட்ட குவியல் அளவிற்குமான கூறின் அளவும் பெரிதாக இருக்கும். அதிகமான கூறு அளவு உடைய முறைகள் செங்குத் தான OC வளைகோடுகளைப் பெற்றிருக்கும். அவை, தர நிலைக்கு (quality standard) மேம்பட்ட குவியல்களையும், தர நிலைக்குக் கீழான குவியல்களையும் நல்ல வேறுபாட்டுடன் காட்டும்.

பொதுக் கருத்துரை (General Comments) :

ஒரு 100 சதவீத தடைகாப்புச் சோதனையை ஒரு கூறு சோதனையினால் மாற்றீடு செய்ய வேண்டிய ஒரு தனிப்பட்ட பிரச்சினையை எடுத்துக்கொள்வோம். இங்கு முதலில் கவனிக்க வேண்டியது என்னவென்றால், எந்தவித பாதுகாப்பு இங்கு விரும்பத்தக்கது என்று தீர்மானிக்க வேண்டும்; சதவீதக் குறைபாடுகளின் விரும்பத்தகு எல்லை வரம்பு,—மேற்கூறிய பாதுகாப்பிற்கான குவியல் பொறுத்திசைவு அல்லது AOQL மதிப்பு இதைத் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும்; பிறகு ஒரு கூறு முறை, இரு கூறுமுறையில் ஒன்றைத் தேர்ந்தெடுக்கவேண்டும். எனவே டாட்ஜ்-ரோமிக் அடங்கல் ஏட்டிலிருந்து ஒரு பட்டியலைத் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும். இரண்டாவது கட்டம் என்னவென்றால், கூறுமுறையினை அறிமுகப்படுத்தும் அளவிற்கு, பொருளின் தரம் நல்லதாக உள்ளதா என்று தீர்மானிக்க வேண்டும்.

கடந்த கால சோதனையின் ஒரு புள்ளியியல் ஆய்வை முதலில் மேற்கொண்டு, ஒரு குறிப்பிட்ட பண்பிற்கோ அல்லது

பண்புகளின் தொகுப்பிற்கோ ஆன சதவீதக் குறைபாடுகளில் உள்ள மட்டங்களையும் ஏற்றத் தாழ்வுகளையும் தீர்மானிக்க வேண்டும். இது தரக் கட்டுப்பாட்டு அளவையும், சதவீதக் குறைபாடுகளின் (சாதாரண) மட்டத்தையும் பற்றி அறிய உதவுகிறது. இதிலிருந்தும், மற்ற விபரங்களிலிருந்தும், கூறு முறை புகுத்தப்பட வேண்டும் என்ருல், சரியான கூறுப் பட்டியலைத் தேர்ந்தெடுத்து, பயன்படுவதற்கு ஏற்ற 'செயற்பாங்குச் சராசரி' சதவீதக் குறைபாட்டிற்கான மதிப்பினைத் தீர்மானித்தல் வேண்டும்.

செயற்பாங்குச் சராசரி சதவீதக் குறைபாட்டினைத் தீர்மானிப்பது ஒரு பொறியியல் பிரச்சினையாகும். கடந்தகால விவரங்களுக்கு 'கட்டுப்பாட்டு வரைபட ஆய்வின்' (control chart analysis) பயன்பாடு இங்கு சாலச் சிறந்தது.

இவ்வாறு தீர்மானிக்கப்பட்ட செயற்பாங்குச் சராசரி மதிப்பு, தேர்ந்தெடுத்த கூறுப்பட்டியலில் உள்ள செயற்பாங்குச் சராசரி மதிப்புக்களின் வீச்சினுள் அமைந்து காணப்பட்டால், கூறுமுறையைப் புகுத்துவது சாதகமான செயலாகும். இந்த வீச்சைத் தாண்டி வெகு தொலைவில் இருந்தால், பாதுகாப்பு முறையில், தேர்ந்தெடுத்த பட்டியலில் கடைசி செயற்பாங்கு சராசரி நிலை உபயோகிப்பது சிலாக்கியமானதாகும்.

செயற்பாங்குச் சராசரி மதிப்பு மிகக் குறைவாக மதிப்பீடு செய்யப்பட்டால் சோதனையின் அளவு தேவைக்குமேல் கொஞ்சம் அதிகமாகவே இருக்கும். ஆனல் குறிப்பிட்ட அளவு பாதுகாப்பு கிடைக்காது. செயற்பாங்குச் சராசரியைக் கண்டு பிடிக்க ஒரு நிச்சயமற்ற நிலை ஏற்படடால், அதன் மதிப்பை கீழ் மதிப்பீடு செய்வதை விட, மேல் மதிப்பீடு (over estimate) செய்வது சிறந்தது; ஏனென்ருல் இந்த பிழையின் அளவினுல் ஏற்படும் அதிகபட்ச சோதனை அளவுக்கான செலவு குறைவாகவே இருக்கும்.

குவியல்கள் தள்ளுபடி செய்யப்படும்போது ஏற்படும் தரக் குறைவினைச் சரிப்படுத்துவதற்கு உற்பத்தியாளர்கள் கீழ்க் கண்ட வழிமுறைகளைப் பின்பற்ற வேண்டும். தரமானது இயல்பாக எதிர்பார்க்கும் அளவிலிருந்து குறையும் சமயங்களில் எல்லாம், திருத்துகிற இயல்புடைய நடவடிக்கையை (corrective action) மேற்கொள்ள வேண்டும். செயற்பாங்கில் ஏற்பட்ட

சிக்கலின் காரணத்தை அறிந்து இதைத் தவிர்ப்பதற்கு ஆகும் செலவினையும் சேர்த்த கூட்டு மொத்த சோதனைச் செலவைக் குறைப்பதற்கு (மீச்சிறுமமாக்குவதற்கு) வழிவகைகளை மேற்கொள்ள வேண்டியது அவசியமாகிறது.

தரக்கட்டுப்பாடானது, சோதனைச் செயல்முறையை உபயோகப்படுத்தி கண்டுபிடிப்பதை விட, குறைவின் காரணங்களைக் கண்டு ஆராய்வதால்தான் சிறந்த முறையில் கண்டு உணரப்படுகிறது.

தரக்கட்டுப்பாட்டை கீழ்க்கண்ட முறைகளைப் பின்பற்றி விரைவாகச் செய்முறைப்படுத்தலாம். கூறுச் சோதனையின் கூட்டு முடிவுகளுக்கு ஒழுங்கான புள்ளியியல் ஆய்வினைப் பயன்படுத்தியும், சதவீதக் குறைபாட்டிற்கு தரக்கட்டுப்பாடு வரைபடங்களை வரைந்து, ஒவ்வொரு குவியலுக்கும், ஒவ்வொரு நாளுக்கும், ஒவ்வொரு வாரத்துக்குமான விளைவுகளை சிறு தொகுதிகளாகக்கொண்டு மேற்படி வரைபடங்களை வரைந்தும், அவற்றால் கிடைத்த விபரங்களை செயற்பாங்கிற்கு நேரடியாகச் சம்பந்தப்பட்டவர்களுக்கு (அறிய) விளங்கச் செய்வதால் தரத்தின் கட்டுப்பாட்டை மிகவும் சிறந்த முறையில் அமைக்கலாம்.

ஒவ்வொரு குவியலின் அடிப்படையிலும் ஏற்புடைமைக்கான உற்பத்திப் பொருளின் அளிப்பு அளவு தரப்பட்டால், கூறு முறைகள், அவற்றிற்கான பட்டியல்களின் உபயோகம், அவற்றால் கிடைத்த சோதனைக்கு தரக்கட்டுப்பாடு ஆய்வு செய்வது, ஆகியவை ஒரு நல்ல சமச்சீரான சிக்கனமான சோதனைத் திட்டத்தைத் தரும்.

சில விளக்கங்கள்

இரு கூறுமுறைகளும் பல கூறுமுறைகளும் :

இரு, பல கூறுமுறைகள், ஒரு கூறுமுறையின் விரிவாக்கமே; இவையும் குவியல்களை ஏற்றுக்கொள்வதற்காக சில கூடுதலான பயன்பாடுகளுடன் உபயோகப்படுத்தப்படுகின்றன.

ஏற்புடைமை/தள்ளுபடிதிட்டம் :

இம்முறையில், கூறுமுறையின் அடிப்படையிலான தீர்ப்பு குவியலைத் தள்ளுபடி செய்வது என்றால், பொருள்களின் தொகுதியை அளித்தவருக்கே திருப்பி அனுப்பிவிடுகின்றோம்.

ஏற்புடைமை தவறுநீக்கத் திட்டம் :

இம்முறையில், கூறுமுறையின் அடிப்படையிலான தீர்ப்பு குவியலைத் தள்ளிவிடுவது என்றால், குவியலில் மீதமுள்ளவற்றையும் சோதனை செய்து, எல்லாக் குறைபாடான உறுப்புக்களை நல்ல பொருட்களால் மாற்றீடு செய்தல் ஆகும்.

ஒரு குறிப்பிட்ட இரு கூறுமுறை :

I எந்த ஒரு இரு கூறு முறை (double sampling-DS) அல்லது DS முறைக்கும், 6 எண்களைக் கவனிக்க வேண்டும். அவை:

(i) முதல் கூறின் அளவு $= n_1$

(ii) இரண்டாம் கூறின் அளவு $= n_2$

(iii) முதல் ஏற்புடைமை எண் $= A_1$

(iv) இரண்டாம் ஏற்புடைமை எண் $= A_2$

(v) முதல் தள்ளுபடி எண் $= R_1$

(vi) இரண்டாம் தள்ளுபடி எண் $= R_2 \ (= A_2 + 1)$

II இம்முறை செயல்படுவதானது கீழ்க்கண்டவாறு அமைகிறது :

(i) குவியலிலிருந்து n_1 அளவுள்ள ஒரு கூறினை சோதனைக்கு எடு. அதில் குறைபாடான பொருட்களின் எண் d_1 என்க.

(ii) $d_1 \leq A_1$ என்றால் குவியலை ஏற்றுக்கொள்.

(iii) $d_1 \geq R_1$ என்றால் குவியலைத் தள்ளுபடி செய்.

(iv) $A_1 < d_1 < R_1$ என்றால், n_2 அளவுடைய மற்றொரு கூறினை எடு. இரண்டாம் கூறில் d_2 குறைபாடுகள் இருக்கட்டும். இப்போது

(v) $d_1 + d_2 < A_2$ எனில், குவியலை ஏற்றுக்கொள்.

(vi) $d_1 + d_2 \geq R_2$ எனில் குவியலைத் தள்ளுபடி செய்.

III $Pa =$ ஏற்புடைமைக்கான நிகழ்தகவு

$$= P(d_1 \leq A_1) + P(A_1 < d_1 < \bar{R}_1)\, P(d_2 \leq A_2 - d_1) \qquad (1)$$

பாய்சான் தோராய முறையில் இதைக் கீழ்க்கண்டவாறு எழுதலாம்.

$$Pa = \sum_{d_1=0}^{A_1} \frac{e^{-n_1p}(n_1p)^{d_1}}{d_1!} + \sum_{d_1=A_1+1}^{R_1-1} \frac{e^{-n_1p}(n_1p)^{d_1}}{d_1!} \sum_{d_2=0}^{A_2-d_1} \frac{e^{-n_2p}(n_2p)^{d_2}}{d_2!}$$

V. சராசரிச் சோதனை அளவு (AOI) கீழ்க்கண்டவாறு கணக்கிடப்படுகிறது.

வகை. ஏற்புடைமை/தள்ளுபடித்திட்டம்

நிலைமை	கூறு	நிகழ்தகவு
$d_1 \le A_1$ அல்லது $d_1 \ge R_1$	n_1	$P(d_1 \le A_1) + P(d_1 \ge R_1)$
$A_1 < d_1 < R_1$	$n_1 + n_2$	$P(A_1 < d_1 < R_1)$

$$\text{சராசரி} = \text{AOI} = n_1 [P(d_1 \le A_1) + P(d_1 \ge R_1)] + (n_1+n_2) P(A_1 < d_1 < R_1)$$

வகை: ஏற்புடைமை/தவறு நீக்கத் திட்டம்

நிலைமை	கூறு	நிகழ்தகவு
$d_1 \le A_1$	n_1	$P(d_1 \le A_1)$
$d_1 \ge R_1$	N	$P(d_1 \ge R_1)$
$d_1 < A < R_1$ and $d_1 + d_2 \le A_2$	$n_1 + n_2$	$P(d_1 < A < R_1) \times P(d_2 \le A_2 - d_1)$
$d_1 < A < R_1$ and $d_1 + d_2 \ge R_2$	N	$P(d_1 < A < R_1) \times P(d_2 \ge R_2 - d_1)$

$$\text{சராசரி} = \text{AOI} = n_1 P(d_1 \le A_1) + N\ P(d_1 \ge R_1) + (n_1+n_2)\ P(d_1 < A < R_1).\ P(d_2 \le A_2 - d_1) + N\ P(d_1 < A < R_1).\ P(d_2 \ge R_2 - d_1)$$

V. ஒரு DSன் அமைப்பு :

ஒரு இருகூறு முறையினை அமைப்பது பொதுவாகக் கடினமான வேலையாகும். எனினும் கீழ்க்கண்ட விதங்களில் ஏதேனும் ஒன்றை உபயோகிக்கும் முறைகள் :

(i) ($LTPD$ மதிப்பு $= p$ என்றால்) $Pa = 0{\cdot}10$ ஆக இருக்க வேண்டும்.

(ii) ஏற்புடைமை/தவறு நீக்கத் திட்டத்தில் AOI ஒரு மீச்சிறும மதிப்பாக இருக்க வேண்டும்.

நடைமுறையில், மற்ற சில கீழ்க்கண்ட நிபந்தனைகளையும் சேர்த்துக்கொள்ளலாம்.

$n_1 = n_2$

$n_1 = 2n_2$

$R_1 = R_2$ முதலியனவாம்.

ஒரு குறிப்பிட்ட பல கூறுமுறை (MS முறை) (Multiple Sampling Method) :

இங்கு $n_1, n_2, n_3, \ldots\ldots N_k$,

$A_1, A_2, A_3, \ldots\ldots, A_k$

$R_1, R_2, R_3, \ldots\ldots, R_k$ முதலியன முதல், இரண்டாம்,... kவது கூறுகளின் அளவுகளாகவும், ஏற்புடைமை எண்களாகவும் தள்ளுபடி எண்களாகவும் முறையே இருக்கட்டும்.

i-வது கூறில் உள்ள குறைபாடுகளின் எண் di ஆக இருக்கட்டும்.

MS முறையின் செயலாக்கம் : n_1 அளவுள்ள கூறை எடு. $d_1 \leq A$ என்றால் ஏற்றுக்கொள். $d_1 \geq R_1$ எனில், தள்ளிவிடு. n_2 அளவுள்ள இரண்டாவது கூறை இப்போது எடு. $A_1 < d_1 < R_1$ என்றால், $d_1 + d_2 \leq A_2$ என்றால், ஏற்றுக்கொள்; $d_1 + d_2 \geq R_2$ என்றால் தள்ளிவிடு. 3வது கூறை n_3 அளவில் எடு. $A_2 < d_1 + d_2 < R_2$ என்றால், $d_1 + d_2 + d_3 \leq A_3$ எனில் ஏற்றுக்கொள்; $d_1 + d_2 + d_3 \geq R_3$ எனில் தள்ளிவிடு. $A_3 < d_1 + d_2 + d_3 < R_3$ என்றால் கூறினைத் தொடர்ந்து எடு. இவ்வாறு MS செயலாற்றப்படுகிறது.

பட்டியல்—G

சோதனை மட்டங்களுக்கும், குவியல்கள் அளவுகளுக்கும் ஏற்ற கூறு அளவுக்குறி எழுத்துக்கள் (குணப்பண்பிற்கான கூறுமுறைகள்)

Sample Size Code letters by Inspection Levels and Sizes of Lots (Attributes Sampling Plan)

குவியல் அளவு				சோதனை மட்டங்கள் I	II	III	IV	V
2	முதல்	8	வரை	A	A	A	A	B
9	,,	15	,,	A	A	A	B	C
16	,,	25	,,	B	B	B	C	D
26	,,	50	,,	B	C	C	D	E
51	,,	100	,,	C	C	C	E	F
101	,,	150	,,	C	D	D	F	G
151	,,	300	,,	D	E	E	G	H
301	,,	500	,,	D	F	F	H	J
501	,,	1000	,,	E	F	G	J	K
1001	,,	3000	,,	E	G	H	K	L
3001	,,	10000	,,	F	G	J	L	M
10001	,,	35000	,,	F	H	K	M	N
35001	,,	150000	,,	G	J	L	N	P
150001	,,	500000	,,	G	J	M	P	Q
500000ம் அதற்கும் மேலும்			,,	H	K	N	Q	R

பட்டியல்–H

ஒரு கூறு AQL முறைகள் (பண்புக்கானவை)

கூறு அளவு குறி யெழுத்து	கூறு அளவு (n)	ஏற்கத்தகு தர மட்டம் (AQL) ஒவ்வொரு 100 உறுப்புக்களுக்கு குறைகளுக்கு மட்டும் காணப்படும் குறைபாடுகளுக்கு அல்லது ஒவ்வொரு 100 உறுப்புக்களுக்குமான குறைகள்																				
		0·10	0·15	0·25	0·40	0·65	1·0	1·5	2·5	4·0	6·5	10·0	15·0	25·0	40·0	65·0	100·0	150·0	250·0	400·0	650·0	1000·0
		ஏற்புடைமை எண் (a)												ஏற்புடைமை எண் (a)								
A	2									↓	0		↓	1	2	3	5	7	10	14	21	30
B	3								↓	0	↑	↓	1	2	3	5	7	10	14	21	30	41
C	5							↓	0	↑	↓	1	2	3	5	7	10	14	21	30	44	↑
D	8						↓	0	↑	↓	1	2	3	5	7	10	14	21	30	44	↑	
E	13					↓	0	↑	↓	1	2	3	5	7	10	14	21	30	44	↑		
F	20				↓	0	↑	↓	1	2	3	5	7	10	14	21	↑	↑	↑			
G	32			↓	0	↑	↓	1	2	3	5	7	10	14	21	↑						
H	50		↓	0	↑	↓	1	2	3	5	7	10	14	21	↑							
J	80	↓	0	↑	↓	1	2	3	5	7	10	14	21	↑								
K	125	0	↑	↓	1	2	3	5	7	10	14	21	↑									
L	200	↑	↓	1	2	3	5	7	10	14	21	↑										
M	315	↓	1	2	3	5	7	10	14	21	↑											
N	500	1	2	3	5	7	10	14	21	↑												
P	800	2	3	5	7	10	14	21	↑													
Q	1250	3	5	7	10	14	21	↑														
R	2000	5	7	10	14	21	↑															

தள்ளுபடி எண் (r), ஏற்புடைமை எண் (a)ஐவிட ஒன்று எண் எப்போதும் கூட இருக்கும்;
↓ அம்புக்குறிக்குக் கீழே முதல் கூறு முறையை உபயோகி. கூறு அளவு ≥ குவியல் அளவு என்றால், 100% சோதனையை மேற்கொள். ↑ அம்புக்குறிக்கு மேலே முதல் கூறு முறையை உபயோகி.

பட்டியல்-I

இருகூறு AQL முறைகள் (பண்புக்கானவை)

(Double Sampling AQL Plans)

கூறு அளவு குறி எழுத்து	கூறு	கூறு அளவு	கூட்டுக் கூறு அளவு	AQL - மட்டம் ஒவ்வொரு 100 உறுப்புக்களுக்குமான குறைகள் அல்லது சதவீதக் குறைபாடுகள் 0·10 (a r)	0·15 (a r)	0·25 (a r)	0·40 (a r)	0·65 (a r)	1·00 (a r)	1·50 (a r)	2·50 (a r)	4·00 (a r)	6·50 (a r)	10·0 (a r)
A		*		↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↓
B	முதலாவது	2	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↑	↓
	இரண்டாவது	2	4											
C	முதலாவது	3	3	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↑	↓	0 2
	இரண்டாவது	3	6											1 2
D	முதலாவது	5	5	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↑	↓	0 2	0 3
	இரண்டாவது	5	10										1 2	3 4
E	முதலாவது	8	8	↓	↓	↓	↓	↓	*	↑	↓	0 2	0 3	1 4
	இரண்டாவது	8	16									1 2	3 4	4 5
F	முதலாவது	13	13	↓	↓	↓	↓	*	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5
	இரண்டாவது	13	26								1 2	3 4	4 5	6 7
G	முதலாவது	20	20	↓	↓	↓	*	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7
	இரண்டாவது	20	40							1 2	3 4	4 5	6 7	8 9
H	முதலாவது	32	32	↓	↓	*	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9
	இரண்டாவது	32	64						1 2	3 4	4 5	5 7	8 9	12 13
J	முதலாவது	50	50	↓	*	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11
	இரண்டாவது	50	100					1 2	3 4	4 5	5 7	8 9	12 13	8 19
K	முதலாவது	80	80	*	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16
	இரண்டாவது	80	160				1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27
L	முதலாவது	125	125	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑
	இரண்டாவது	125	250			1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27	
M	முதலாவது	200	200	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑
	இரண்டாவது	200	400		1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27		
N	முதலாவது	315	315	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑
	இரண்டாவது	315	630	1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27			
P	முதலாவது	500	500	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑
	இரண்டாவது	500	1000	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27				
Q	முதலாவது	800	800	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑
	இரண்டாவது	800	1600	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27					
R	முதலாவது	1250	1250	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	இரண்டாவது	1250	2500	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27						

a = ஏற்புடைமை எண்.

r = தள்ளுபடி எண்.

* = { அதற்கேற்ற ஒரு கூறு முறையை உபயோகி. (அல்லது, கிடைக்கும் இடங்களில், இரு கூறு முறையை உபயோகி)

↓ = அம்புக்குறியினுக்குக் கீழே ஒரு கூறு முறையை உபயோகி. கூறு அளவு ≥ குவியல் அளவு என்றால் 100% சோதனை செய்.

↑ = அம்புக்குறிக்கு மேலே ஒரு கூறு முறையை உபயோகி.

பட்டியல் I தொடர்ச்சி

இரு கூறு AQL முறைகள்

(பண்புக்காணலை)

கூறு அளவு குறி எழுத்து	கூறு	கூறின் அளவு	அடுக்கு கூறின் அளவு	AQL — மட்டம் ஒவ்வொரு 100 உறுப்புக்களுக்குமான குறைகளுக்கு மட்டும்																			
				15·0		25·0		40·0		65·0		100·0		150·0		250·0		400·0		600·0		1000·0	
				a	r	a	r	a	r	a	r	a	r	a	r	a	r	a	r	a	r	a	r
A						*		*		*		*		*		*		*		*		*	
B	முதலாவது	2	2	0	2	0	3	1	4	2	5	3	7	5	9	7	11	11	16	17	22	25	31
	இரண்டாவது	2	4	1	2	3	4	4	5	6	7	8	9	12	13	18	19	26	27	37	38	56	57
C	முதலாவது	3	3	0	3	1	4	2	5	3	7	5	9	7	11	11	16	17	22	25	31	↑	
	இரண்டாவது	3	6	3	4	4	5	6	7	8	9	12	13	18	19	26	27	37	38	56	57		
D	முதலாவது	5	5	1	4	2	5	3	7	5	9	7	11	11	16	17	22	25	31	↑			
	இரண்டாவது	5	10	4	5	6	7	8	9	12	13	18	19	26	27	37	38	56	57				
E	முதலாவது	8	8	2	5	3	7	5	9	7	11	11	16	17	22	25	31	↑					
	இரண்டாவது	8	16	6	7	8	9	12	13	18	19	26	27	37	38	56	57						
F	முதலாவது	13	13	3	7	5	9	7	11	11	16	17	22	25	31	↑							
	இரண்டாவது	13	26	8	9	12	13	18	19	26	27	37	38	56	57								
G	முதலாவது	20	20	5	9	7	11	11	16	↑		↑		↑									
	இரண்டாவது	20	40	12	13	18	19	26	27														
H	முதலாவது	32	32	7	11	11	16	↑															
	இரண்டாவது	32	64	18	19	26	27																
J	முதலாவது	50	50	11	16	↑																	
	இரண்டாவது	50	100	26	27																		
K	முதலாவது	80	80	↑																			
	இரண்டாவது	80	160																				
L	முதலாவது	125	125																				
	இரண்டாவது	125	250																				
M	முதலாவது	200	200																				
	இரண்டாவது	200	400																				
N	முதலாவது	315	315																				
	இரண்டாவது	315	630																				
P	முதலாவது	500	500																				
	இரண்டாவது	500	1000																				
Q	முதலாவது	800	800																				
	இரண்டாவது	800	1600																				
R	முதலாவது	1250	1250																				
	இரண்டாவது	1250	2500																				

மாறிகளுக்கான ஏற்புடைமைக் கூறுமுறை (Acceptance Sampling by Variables) :

சோதனைக்கான பண்பு மாறுபடும் அலகில் அளவிடப்படும் போது, ஒவ்வொரு குவியலுக்குமான ஏற்புடைமையை விரும்பும் போதும், மாறிகளுக்கான ஏற்புடைமைக்கூறு உபயோகப் படுத்தப்படுகிறது. தரப்பண்புக்கான சராசரி, திட்டவிலக்கம் மூலமாக ஒரு குவியல் விவரிக்கப்பட்டு, ஏற்புடைமைக்கான தகுந்த ஒரு கட்டளை விதி பயன்படுத்தப்படுகிறது. இங்கு நாம் மேற்கொள்ளும் ஒரே அனுமானம் என்னவென்றால், கவனத்தில் உள்ள மாறியின் பரவல் ஓர் இயல் நிலைப் பரவலாக இருக்க வேண்டும் என்பதேயாகும்.

மாறிகளுக்கான கூறுமுறையின் பயனும் பாதகமும்

சிக்கல்களைத் தரக்கூடிய தரப்பண்புகளுக்குமட்டும் குணப் பண்புகளுக்கான ஏற்புடைமைக் கூறுமுறையைவிட, மாறி களுக்கான ஏற்புடைமைக் கூறுமுறை சிறந்ததாகும். இந்த முறையின் மூலம் தரப்பண்புகளைப்பற்றி மேலும் விபரங்கள் கிடைக்கின்றன. இதனால் நமக்கு கீழ்க்கண்ட நல்ல விளைவுகள் ஏற்படுகின்றன.

(i) ஒரு கொடுக்கப்பட்ட கூறு அளவுக்கு, குணப்பண்புக் கட்டளை விதியை (attribute criteria)விட, இந்த மாறி களுக்கான சட்டளை விதியில், சிறந்த தரப்பாது காப்பு (better quality protection) கிடைக்கிறது. அதாவது ஒரு கொடுக்கப்பட்ட தரப்பாதுகாப் பிற்கு, மாறிகளின் முறையில், கூறின் அளவு குணப் பண்பின் முறையைவிடக் குறைவாக உள்ளது.

(ii) இம்முறையில் துல்லியமான அளவில் தரத்தை அளந்து அதை மேம்பாடு அடையச் செய்ய வாய்ப்பு உண்டு.

(iii) தேவையான அளவில், ஒழுங்கு நியதியைக் கடைப் பிடிப்பதை இம்முறை வலியுறுத்துகிறது.

இம்முறையில் உள்ள ஒரு பெரிய பாதகம் என்னவென்றால், கவனத்தில் கொள்ளும் ஒவ்வொரு தரப்பண்பினிற்கும் ஒரு தனித்திட்டம் ஏற்படுத்த வேண்டியதாகும். உதாரணமாக ஒரு பொருளின் 10 வேறுபட்ட பண்புகளைச் சோதனை செய்ய 10 வேறுபட்ட மாறிகளுக்கான கூறுமுறைகளை உபயோகப்

படுத்தி, அப்பொருளை ஏற்பதா, தள்ளுவதா என்று முடிவு செய்கிறோம். ஆனால் குணப்பண்பிற்கான கூறுமுறை ஒன்றே ஒன்று முறையிலே இதைத் தீர்மானித்துவிடுகிறோம். ஆனால் இச்சமயங்களிலும் மிக முக்கியமான 1 அல்லது 2 பண்புகளுக்கு மட்டுமே மாறிகளுக்கான முறையைப் பயன்படுத்திவிட்டு, எஞ்சியுள்ள பண்புகளுக்கு ஒட்டுமொத்தமாக பண்பிற்கான கூறுமுறையைப் பயன்படுத்தி சோதித்துக் கொள்ளலாம். மேலும், மாறிகளுக்கான திட்டங்களில், தர அளவுகளைப் பதிவு செய்து பராமரிப்பதற்கு நிறைய எழுத்தர்கள் தேவைப்படுவதால், அதற்கான செலவு அதிகமாக இருக்கும்.

ஏற்புடைமைக் கட்டளை விதி (Acceptance Criteria)

தரப்பண்பானது ஒரு தனிக்குறிப்பிட்டு எல்லையைக் கொண்டிருக்க வேண்டும். அந்த எல்லையானது மேல் தனி குறிப்பீட்டு மட்டமாகவோ அல்லது கீழ்த் தனிக்குறிப்பீட்டு மட்டமாகவோ அல்லது இரண்டுமாகவோ இருக்கலாம். தரப் பண்பின் சராசரி, திட்ட விலக்கத்தைக் கணித்து பிறகு இந்த கீழ்க்கண்ட விதிகளைப் பயன்படுத்துவோம். 'மேல் தனிக் குறிப்பீடு வரம்பிற்கு $\bar{X} + K\sigma \leqslant U$ என்றால், ஏற்றுக்கொள். கீழ் தனிக்குறிப்பீட்டு (வரம்பிற்கு) மட்டத்திற்கு $\bar{X} + K\sigma \geq L$ என்றால், ஏற்றுக்கொள்.'

இங்கு K என்பது ஏற்புடைக்கான மாறிலி. இது ஒரு கூறு முறையினை ஏற்பதற்கோ தள்ளுபடி செய்வதற்கோ ஆன இடர்வரவைக் காட்டும் ஒரு மாறிலி எண்

அதாவது, $\dfrac{U - \bar{\bar{X}}}{\sigma} \geq K,\quad U$ தரப்பட்டபோது,

$$\frac{\bar{X} - L}{\sigma} \geq L,\quad L \text{ தரப்பட்டபோது,}$$

என்றால், குவியலை நாம் ஏற்றுக்கொள்கிறோம்.

மாறிகளுக்கான கூறு முறைகள் இருவகைப்படும் :

(i) திட்ட விலக்கம் மதிப்பு அறிந்திருந்தால்

(ii) திட்ட விலக்க மதிப்பு அறியாதபோது,

திட்ட விலக்க முறையில் மதிப்பீடு செய்தல்
↑
↓
வீச்சு முறையில் மதிப்பீடு செய்தல்

மேலும், இங்கு இருவிதமான ஏற்புடைமை விதிகள் உள்ளன.

படிநிலை I (Form I):

இங்கு $\frac{U-\bar{X}}{\sigma}$ அல்லது $\frac{\bar{X}-L}{\sigma}$ மதிப்பையோ கண்டு பிடித்து, ஒரு விரும்பிய AQL நிலைக்கு Kன் மதிப்பீடு செய்த மதிப்புடன் ஒப்பிட்டுப் பார்த்து, ஏற்புடைமை முடிவைச் செய்ய வேண்டும்.

படிநிலை II (From II) :

இங்கு கூறு மதிப்புக்களிலிருந்து மதிப்பீடு செய்யப்பட்ட குவியலின் சதவீதக் குறைபாடை ஒரு விரும்பிய AQLக்கான பட்டியலிலுள்ள சதவீதக் குறைபாடுடன் ஒப்பிட்டுப் பார்த்து, ஏற்புடைமை முடிவைச் செய்ய வேண்டும்.

முதல் வகை : திட்ட விலக்கம் அறிந்திருந்தால் கொடுக்கப்பட்ட AQL (P_1) LTPD (P_2). α, β, ஒரு பக்க தனிக் குறிப்பீடு மட்டம் இவற்றிற்கான ஒரு 'மாறி கூறு முறை'.

Kன் மதிப்பும் nன் மதிப்பும் தெரிந்திருந்தால், இந்த மாறி கூறு முறையை முழுமையாக வரையறுக்கலாம்.

ஏற்புடைமை மாறிலி Kன் மதிப்பையும் கூறு அளவு ஐயும் கண்டுபிடிக்கும் விதம் :

σ தரப்பட்டு, ஒரு தனிக் குறிப்பீடும் தரப்பட்டுள்ளது அந்தத் தனிக் குறிப்பீடு U எனக் கொள்வோம். குவியலி லிருந்து n அளவுடைய ஒரு கூறை எடுத்து தரப்பண்பிற்காகச் சோதனை செய்வோம்.

$\bar{X}+K\sigma \leq U$ என்றால் குவியலை ஏற்போம், இல்லாவிடில் நிராகரிப்போம்.

பின்னக்குறைபாடு p யுடன் ஒரு குவியலை ஏற்றுக்கொள்ளக் கூடிய நிகழ் தகவு $= L(p)$ என்க.

மேலும் ஒரு தரப்படுத்தப்பட்ட இயல்நிலைப் பரவலின் உயர்ந்த $100p\%$ புள்ளி $= Z_p$ ஆக இருக்கட்டும்.

$$L_p = Pr\,[\,\bar{X} + k\,\sigma \geq U\,]$$
$$= Pr\,[\,\bar{X} \leq U - K\,\sigma\,]$$

$$= P_r\left[\frac{\bar{X} - M}{\frac{\sigma}{\sqrt{\ }}} \geq \sqrt{n}\left(\frac{U - \bar{M}}{\sigma} - k\right)\right]$$

இங்கு $M \times$ பரவலின் சராசரி

$$Pr = \left[\frac{\bar{X} - M}{\sigma/\sqrt{n}} \leq \sqrt{n}\left(Z_p - k\right)\right] \quad (1)$$

$p = p_1$ என்றால் $L(p) = 1 - \alpha$

$$\therefore\ 1 - \alpha = P_r\left[\frac{\bar{X} - M}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \leq \sqrt{n}\left(Z_{p_1} - k\right)\right]$$

$$= P_r\left[\frac{\bar{X} - m}{\frac{\sigma}{(\sqrt{n})}} \leq Z_\alpha\right]$$

இங்கு $Z_\alpha = \sqrt{n}\,(Z_{p_1} - K)$ (2)

இதேபோல $Z_{1} - \beta = \sqrt{n}\,(Z_{p_2} - k)$

ஆனல் $Z_1 - \beta = -Z\beta$

$\therefore$ $-Z\beta = \sqrt{n}\,(Z_{p_2} - k)$ (3)

(2) ஐ (3) ஆல் வகுத்தால்,

$$-\frac{Z_\alpha}{Z_\beta} = \frac{Z_{p_1} - k}{Z_{p_2} - k}$$

$$K = \frac{Z_\alpha Z_{p_2} + Z_\beta Z_{p_1}}{Z_\alpha + Z_\beta}$$

(3) ஐ (2)லிருந்து கழித்தால்,

$$Z_\alpha + Z_\beta = \sqrt{n}\,(Z_{p_1} - Z_{p_2})$$

$$\sqrt{n} = \frac{Z\alpha + Z_\beta}{(Z_{p_1} - Z_{p_2})}$$

$$\therefore\ n = \frac{Zd + Z_\beta)^2}{(_{p_1} - Z_{p_2})}$$

இந்த K, n மதிப்புக்களைக் கொண்டு மாறிகளின் கூறு முறைத் திட்டத்தை விவரிக்கலாம்.

n அளவான ஒரு கூறினை எடு. ஒவ்வொரு உறுப்பினையும் அதன் தரப்பண்புகளுக்கு அளவிட்டு, அதற்கான $\bar{X}$ மதிப்பைக் கணக்கிடு.

பிறகு $\frac{U-\bar{X}}{\sigma}$ ன் மதிப்பைக் காண்.

முதல்படி நிலைக்கேற்ப, $\frac{U-\bar{X}}{\sigma} \geq K$ என்று இருந்தால், குவியலை ஏற்றுக்கொள். இல்லாவிடில் குவியலைத் தள்ளுபடி செய்.

இரண்டாம் படிநிலையை உபயோகிப்பதானால்,

$$Q_u = \frac{U-\bar{X}}{\sigma}\sqrt{\frac{n}{n-1}}$$ ஐக் கண்டுபிடி.

தரப்படுத்தப்பட்ட இயல்நிலைப் பரவலில் Q ஐத் தாண்டுகின்ற நிகழ்தகவில் p^1 என்ற பின்னக் குறைபாடின் மதிப்பைக் கண்டுபிடி.

$K\sqrt{\frac{n}{n-1}}$ ஐக் கணித்து, தரப்பட்ட இயல்நிலைப் பட்டியலிலுள்ள அந்தப்புள்ளியைத் தாண்டுவதற்கான அதற்கேற்ற நிகழ் தகவு pஐக் கண்டுபிடி. இப்போது $p^1 \leq p$ என்றால், குவியலை ஏற்றுக்கொள்; இல்லாவிடில் குவியலைத்தள்ளுபடி செய்.

U.S. பாதுகாப்புத் துறையினால் தயாரிக்கப்பட்ட மிலிடரி ஸ்டாண்டர்டு 414 (Military Standard 414) என்ற கூறுமுறைத் திட்டங்கள் — இவற்றுக்கான பட்டியல்கள் நமக்குப் பெரிதும் பயன்படுகின்றன. இப்பட்டியல்கள் இருக்கையில் K, n மதிப்புகளை மேலே குறிப்பிட்டபடி கணிக்கவேண்டிய அவசியம் இல்லை. கீழ்க்கண்ட முறையினை உபயோகிக்கலாம்.

(i) AQL மதிப்புப் பட்டியலைப் பார்த்து, தரப்பட்ட கூறு முறைக்கான AQL மதிப்பைக் கண்டுபிடி.

(ii) தரப்பட்ட குவியல் அளவுக்கு கூறு அளவுக்கான குறியெழுத்தை (code letter)க் கண்டுபிடி. மொத்தம் 5 சோதனை மட்டங்கள் உள்ளன. ஏதும் தரப்படாத நிலையில், IVவது மட்டத்தை இயல்பான சோதனையாகக் கொள்வோம்.

பட்டியல் J

AQL நிலை மாற்றுப் பட்டியல்

இவ் வீழ்ச்சிகளுக்குள் விழும் குறிப்பிட்ட AQL மதிப்புகளுக்கு	இந்த AQL மதிப்புகளைப் பயன்படுத்துக
0.00 லிருந்து 0.04 வரை	0.04
0.050 ,, 0.069 ,,	0.065
0.070 ,, 0.109 ,,	0.10
0.110 ,, 0.164 ,,	0.15
0.165 ,, 0.279 ,,	0.25
0.280 ,, 0.439 ,,	0.40
0.440 ,, 0.699 ,,	0.65
0.700 ,, 1.09 ,,	1.00
1.10 ,, 1.64 ,,	1.50
1.65 ,, 2.79 ,,	2.50
2.80 ,, 4.39 ,,	4.00
4.40 ,, 6.99 ,,	6.50
7.00 ,, 10.9 ,,	10.00
11.00 ,, 16.4 ,,	15.00

(iii) கூறின் அளவையும் ஏற்புடைமை விதியின் மூலம் k அல்லது mஐ படிநிலை Iஐயோ படிநிலை IIஐயோ பயன்படுத்திக் காணவும். பொதுவாக படிநிலை II உபயோகப்படுத்தப்படுகிறது.

(iv) Q_sஐக் கண்டுபிடித்து, அந்த Q_sக்கான, தரப்பட்ட AQLக்கான, பின்னக் குறைபாடு P_sன் மதிப்பை, பின்னக் குறைபாடுக்கான பட்டியலிலிருந்து கண்டு பிடித்து எழுது.

பட்டியல் K

கூறு அளவு குறி எழுத்துக்கள் : பட்டியல்

குவியல் அளவு			சோதனை மட்டங்கள்				
			I	II	III	IV	V
3 லிருந்து	8	வரை	B	B	B	B	C
9	15	,,	B	B	B	B	D
16	25	,,	B	B	B	C	E
26	40	,,	B	B	B	D	F
41	65	,,	B	B	C	E	G
66	110	,,	B	B	D	F	H
111	180	,,	B	C	E	G	I
181	300	,,	B	D	F	H	J
301	500	,,	C	E	G	I	K
501	800	,,	D	F	H	J	*L*
801	1300	,,	E	G	I	K	*L*
1301	3200	,,	F	H	J	L	M
3201	8000	,,	G	I	L	M	N
8001	22000	,,	H	J	M	N	O
22001	110000	,,	I	K	N	O	P
110001	550000	,,	I	K	O	P	Q
550001			I	K	P	Q	Q

இப்போது $P_u \leq M$ என்றால், குவியலை ஏற்றுக்கொள்; இல்லாவிட்டால். குவியலைத் தள்ளுபடி செய்.

இரட்டைத் தனிக் குறிப்பீடு எல்லை (Double Specification Limit) :

மேல் தனிக் குறிப்பீடு எல்லையும் கீழ்த் தனிக் குறிப்பீடு எல்லையும் தரப்பட்டால், படிநிலை IIஐ, ஏற்புடைமை விதிக்கு. உபயோகிக்கின்றோம்.

QU., *QL*ஐக் கண்டுபிடித்து, பின்னக் குறைபாடுகளுக்கான பட்டியலிலிருந்து P_u, P_lஐக் கண்டுபிடி. இப்போது $P = Pu \pm Pi \leq M$ என்றால், குவியலை ஏற்றுக்கொள்; இல்லாவிட்டால் தள்ளுபடி செய்.

வகை *II*: திட்ட விலக்கம் மதிப்பு தெரியாதபோது

திட்ட விலக்கம் தெரியாவிட்டால் இருமுறைகளில் அதை மதிப்பீடு செய்யலாம். (a) திட்ட விலக்க முறை, (b) வீச்சு முறை என்பவை அந்த இரு முறைகளாகும். மிலிடரி ஸ்டாண்டர்டு 414 இந்த இருமுறைகளுக்கும் தனித் தனியான திட்ட முறைகளைத் தருகின்றது. திட்ட விலக்கத்தைத் தீர்மானிக்கும் இருமுறைகளுக்கும் படிநிலை I, படிநிலை II என்ற இருவகையில் பட்டியல்கள் மேலும் விளக்கமாகத் தரப்பட்டுள்ளன. இங்கு வீச்சு முறைக்கு படிநிலை IIம் வகை மிகவும் அதிகமாக உபயோகப்படுத்தப்படுவதால், இந்த வகையைக் கீழே கண்டவாறு விளக்குவோம்.

மாறிகளின் கூறு முறையில் *AQL* திட்டத்துக்கான செய்முறை

(i) பட்டியல் I லிருந்து (M. S. 414ன் பட்டியல் I) YQL மதிப்பைக் கண்டுபிடி. அதற்கு நேராக கூறு முறை தரப்பட்டுள்ளது.

(ii) குவியல் அளவைக் கண்டுபிடித்து, செயல்படுத்தக் கூடிய சோதனை மட்டத்தைக் குறி. சோதனை மட்டத்தைப் பற்றிய விபரம் ஏதும் தெரியாவிடில், சோதனை மட்டம் IVஐ எடுத்துக்கொள். பட்டியல் IIலிருந்து கூறு அளவு குறி எழுத்தைக் கண்டுபிடி. (இங்கு டட்டியல்கள் மிகவும் பெரியதாக இருப்பதால் அவற்றை மிலிடரி ஸ்டாண்டர்டு பட்டியல் புத்தகத்திலிருந்துதான் பார்த்து அறியவேண்டும். இங்கு தரப்படவில்லை).

பட்டியல்-L

இயல்பான, இறுக்கப்பட்ட சோதனைகளுக்கான பட்டியல்

(மாறுபாடு தெரியாதபோதுள்ள அடிப்படையில் தயாரான திட்டம்)

(இரட்டை குறியீட்டு எல்லை; படிநிலை 2க்கு – ஒரு குறியீட்டு எல்லை)

கூறு அளவு குறி எழுத்து	கூறு அளவு	C காரணி	AQL (இயல்பான சோதனை) 0.04 M	0.065 M	0.10 M	0.15 M	0.25 M	0.40 M	0.65 M	1.00 M	1.50 M	2.50 M	4.00 M	6.50 M	10.00 M	15.00 M
B	3	1.910	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	7.59	18.86	24.94	33.69	40.47
C	4	2.234	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	1.53	5.50	10.92	16.45	22.86	29.45	36.90
D	5	2.474	↓	↓	↓	↓	↓	↓	1.42	3.44	5.93	9.90	14.47	20.27	26.59	33.95
E	7	2.830	↓	↓	↓	↓	0.28	0.89	1.99	3.46	5.32	8.47	12.35	17.54	23.50	30.66
F	10	2.405	↓	↓	↓	0.23	0.58	1.14	2.05	3.23	4.77	7.42	10.79	15.49	21.06	27.90
G	15	2.379	0.061	0.136	0.253	0.430	0.786	1.30	2.10	3.11	4.44	6.76	9.76	14.09	19.30	25.92
H	25	2.358	0.125	0.214	0.336	0.506	0.827	1.29	1.95	2.82	3.96	5.98	8.65	12.59	17.48	23.79
I	30	2.353	0.147	0.240	0.366	0.537	0.856	1.29	1.96	2.81	3.92	5.88	8.50	12.36	17.19	23.42
J	35	2.349	0.165	0.261	0.391	0.564	0.883	1.33	1.98	2.82	3.90	5.85	8.42	12.24	17.03	23.21
K	40	2.346	0.160	0.252	0.375	0.539	0.842	1.25	1.88	2.69	3.73	5.61	8.11	11.84	16.55	22.38
L	50	2.342	0.169	0.261	0.381	0.542	0.838	1.25	1.60	2.63	3.64	5.47	7.91	11.57	16.20	22.26
M	60	2.339	0.158	0.244	0.356	0.504	0.781	1.16	1.74	2.47	3.44	5.17	7.54	11.10	15.64	21.63
N	85	2.335	0.156	0.242	0.350	0.493	0.755	1.12	1.67	2.37	3.30	4.97	7.27	10.73	15.17	21.05
O	115	2.333	0.153	0.230	0.333	0.468	0.718	1.06	1.58	2.25	3.14	4.76	6.99	10.37	14.74	20.57
P	175	2.331	0.139	0.210	0.303	0.427	0.655	0.972	1.46	2.08	2.93	4.47	6.60	9.89	14.15	19.88
Q	230	2.330	0.142	0.215	0.308	0.432	0.661	0.976	1.47	2.08	2.92	4.46	6.57	9.84	14.10	19.82
		AQL (இறுக்கப்பட்ட சோதனை)	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.00	1.50	2.50	4.00	6.50	10.00	15.00	

எல்லா AQL மற்றும் பட்டியல் மதிப்புக்களும் சதவீதக் குறைபாடுகளில் உள்ளன,

அம்புக்குறிக் கீழ் முதல் கூறுமுறையினைப் பயன்படுத்துக (அ:.தாவது. m க்கும் கூறு அளவிற்கும் ஒத்தமதிப்பு)

கூறு அளவு ≥ குவியல் அளவு, ஆக இருக்கும் போது, குவியலின் ஒவ்வொரு உறுப்பும் சோதிக்கப் படுதல் வேண்டும்,

(iii) சரியான கூறு அளவு nஐக் கண்டுபிடிக்க பட்டியல் IIIஐப் பயன்படுத்துகின்றோம். கூறு அளவு nமட்டும் அல்லாமல், மாறிலி C, கூறு அளவு குறி எழுத்துக்கும், குறிக்கப்பட்ட AQL நிரலுக்கும் ஏற்றதொரு நிரைக்கு நேராக மீப்பெரு கொள்ளத்தக்க சதவீதக் குறைபாடு M (maximum allowable % defective) இவற்றைக் கண்டுபிடிக்கலாம்.

(iv) குவியலிலிருந்து n அளவுடைய ஒரு ராண்டம் கூறினைத் தேர்ந்து எடு. தரப் பண்புக்காக ஒவ்வொரு உறுப்பையும் அளந்து பார்த்து அவற்றை X_1, X_2, ... X_n என்று குறிப்பிடு.

(v) $\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \ldots + X_n}{n}$ ன் மதிப்பைக் கண்டுபிடி.

கூறினை $K = \frac{n}{5}$ பகுதிகளாக ஒவ்வொன்றிலும் 5 அடுத்தடுத்த அளவுகள் உள்ள மாதிரிப் பிரித்துக் கொள். ஒவ்வொரு சிறு தொகுதிக்கும் வீச்சைக் கண்டுபிடித்து பிறகு

$\bar{R} = \frac{R_1 + R_L + \ldots + R_k}{k}$ ஐக் கண்டுபிடி.

(vi) தரக்குறியீட்டு எண் (quality index) $Q_u = \frac{(U - \bar{X})}{\bar{R}}$

Cஜக் கணிக்கவும். மேல் தனிக்குறிப்பீடு மட்டம் தரப்பட்டால் Q_uஜக் கணிக்கலாம்.

அல்லது கீழ்த்தனிக் குறிப்பீடு மட்டம் தரப்பட்டால்

$Q_L = \frac{(\bar{X} - L)}{\bar{X}}$ Cஜக் கணிக்கலாம்.

தரக் குறி எண் Q_u, அல்லது Q_Lஜயும் AQLஜயுக் கொண்டு பட்டியல் IVஜ உபயோகித்து P_u அல்லது P_Lஜக் கண்டுபிடி.

(vii) இப்போது மேல் தனிக் குறிப்பீடுக்கு; ஏற்புடைமை விதியானது :

$P_u \leq M$ என்றால் குவியலை ஏற்றுக்கொள்.

$P_u > M$ என்றாலும் அல்லது Q_u எதிர்மறையாக இருந்தாலும் குவியலைத் தள்ளி ஒதுக்கு.

கீழ்த் தனிக் குறிப்பீடுக்கு :

ஏற்புடைமை விதியானது :

$P_L \leq M$ என்றால் குவியலை ஏற்றுக்கொள்.

$P_L > M$ என்றாலும் அல்லது Q_L எதிர்மறையாக இருந்தாலும், குவியலைத் தள்ளுபடி செய்.

(viii) தரப் பண்பு இரண்டு தனிக் குறிப்பீடுகளையும் கொண்டு இருந்தால், $P = P_u + P_L$ஐக் கண்டுபிடி. இப்போது $P \leq M$ என்றால் குவியலை ஏற்றுக்கொள். $P > M$ என்றாலும் Qu அல்லது Ql எதிர்மறையாக இருந்தாலும் குவியலை தள்ளுபடி செய்.

பயிற்சிக் கணக்குகள்

1. ஏற்புடைமைக் கூறு முறைகளில் கீழ்க்கண்டவற்றை விளக்கமாக விவரித்துக் கூறுக :

(i) AQL

(ii) LTPD

(iii) O.C. வளைகோடு

(iv) உற்பத்தியாளரின் இடர்வரவு

(v) துய்ப்போரின் இடர்வரவு

(vi) AOQL

(vii) சராசரிச் சோதனை அளவு

2. ஒரு கூறுமுறை, இரு கூறுமுறைகளுக்கு, டாட்ஜ்—ரோமிக் சோதனைப் பட்டியல்களைப் பயன்படுத்தி

(a) LTPD = 5%

செயற்பாங்குச் சராசரி = 0·8%

குவியல் அளவு = 2500க்கான ஒரு கூறுமுறையையும் இரு கூறுமுறையையும் தீர்மானிக்கவும்.

(b) AOQL = 2%

செயற்பாங்குச் சராசரி = 1%

குவியல் அளவுகள் = 200, 1000, 5000 என்றவற்றுக்கான ஒரு கூறுமுறைகளைத் தீர்மானிக்கவும்.

உற்பத்தியின் எந்த சதவீதமானது, இம்மூன்று குவியல்களிலும், கூறுமுறை, தடைகாப்பு சோதனை இரண்டிற்கும் பொருந்தி அமைகின்றது?

3. மாறிகளுக்கான ஏற்புடைமைக் கூறுமுறைகளுக்கும் குணப்பண்புகளுக்குமான ஏற்புடைமைக் கூறுமுறைகளுக்கும் உள்ள பயன்களும், பாதகங்களும் என்னென்ன என்று விளக்கிடுக.

4. சதவீதக் குறைபாடுக்கான மிலிடரி ஸ்டாண்டர்டு M. S. 414 கூறுமுறைகளுக்கு (மாறிகளுக்கான கூறுமுறைகளுக்கு), மாறுபாடு (variability) தெரியாதபோது, ஏற்புடைமை நியதியை விளக்குக. மேல், கீழ் தனிக்குறிப்பீடு மட்டங்களுக்கு வெவ்வேறு AQL மதிப்புக்கள் தரப்பட்டால், இரட்டை குறிப்பீடு மட்டங்களுக்கான வீச்சு + முறை யாது? தெளிவாக நிலைப்படுத்தி எழுதவும்.

5. (a) ஒரு பொருளின் குறியளவுகள் (தனிக் குறிப்பீடுகள்) (specifications) 4.350 ± 0·005. இந்தப் பொருட்பகுதிகளை உற்பத்தி செய்யும் இயந்திரம், 0·001 தரவிலக்கத்துடன் பகுதி அளவைகளில் இயல்நிலைப் பரவலில் அமைவதாகக் காணப்படுகிறது. $P_1 = 0{\cdot}02$, $P_2 = 0{\cdot}005$, $\alpha = 0{\cdot}10$ என்ற அளவுகள் கூறுமுறையைக் கண்டுபிடித்து, OC வளைகோடு வரைக.

(b) இதே அளவு P_1, P_2, α, β மதிப்புகளுக்கான, குணப்பண்புகளின் கூறுமுறையைக் கண்டுபிடித்து, இரண்டு முறைகளின் மூலம் கண்டறிந்த கூறு அளவினை ஒத்துப்பார்,

6. (a) தரப்பாதுகாப்பு கீழ்க்கண்டவாறு வரையறுக்கப்படுகிறது.

$P_1 = 0{\cdot}01$; $\alpha = 0{\cdot}05$;

$P_2 = 0{\cdot}08$; $\beta = 0{\cdot}10$; என்றால்

தெரிந்த திட்டவிலக்க வகைக்கு, ஒருபக்க குறியளவு (L) தரப்பட்டபோது மாறிகளுக்கான கூறுமுறையைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

(b) ஒரு குறிப்பிட்ட உற்பத்திக்கு விறைப்பாக்கத்தக்க வலிமை] முக்கிய (tensile strength)மான ஒரு குணப் பண்பு; அதன் மீச்சிறு அளவு 17,000 psi ஆகும். ஒரு குவியலிலிருந்து 10 எண்ணுடைய ஒரு கூறினை ராண்டம் முறையில் எடுத்து ஒவ்வொரு உறுப்பினுக்கும் விறைப்பு வலிமையின் அளவு அளவிடப்படுகிறது. சராசரி விறைப்பு வலிமையளவு 18030 psi என்றும், திட்டவிலக்கம் நீண்ட காலத்துக்கு நிலையாக 800 psi என்றும் தெரிகிறது. தரப்பாதுகாப்பு (*a*)ல் குறிப்பிட்டபடி என்றால், குவியலை ஏற்றுக் கொள்வதா?

7. (a) ஒரு மின்னியக்க உறுப்பின் மின்-ஓம்ஸ்—தடையமைவுக்கான (resistance) குறியளவு = 650 ± 30 ஓம்ஸ். 150 உறுப்புக்கள் கொண்ட ஒரு குவியலைச் சோதனைக்கு எடுத்துக்கொள்கிறோம். AQL=4% என்றால், சரியான கூறுமுறை ஒன்றினைக் கண்டுபிடி.

(b) (*a*)ல் கண்டுள்ள கூறுத்தடையமைவின் அளவுகள்

643,	651,	619,	627,	658
670,	673,	641,	630,	650
650,	671,	645,	629,	637

என்றால், குவியலானது குறியளவை ஒத்து அமைகின்றதா?

8. ஒருவிதமான மெழுகுவர்த்தியின் உருகும் குறியளவின் வீச்சு 60° Cக்கும் 70° Cக்கும் இடையே ஆகும். 150 பெட்டிகள் அடங்கிய குவியல் சோதனைக்கு அனுப்பப்படுகிறது. AQL=2·5%க்கான படிவ நிலை II—வீச்சு முறையைப் பயன்படுத்தி ஒரு மாறிகளுக்கான கூறுமுறையினைக் கண்டுபிடி.

ராண்டம் முறையில் எடுக்கப்பட்ட 15 பெட்டிகளில் உள்ள மெழுகுவர்த்தியின் உருகு நிலையானது கீழ்க்கண்டவாறு உள்ளது.

63·5, 66·0, 65·0, 68·5, 69·5, 66·5, 67·0, 62·5, 66·0, 67·5, 64·0, 69.0, 70.0, 66.0, 66.5.

இதற்கான குவியலை இப்போது ஏற்றுக்கொள்ளலாமா?

9. $N = 5000$; $n = 80$ $C = 1$; $Pa = 0{\cdot}90$க்கும் $1{\cdot}00$க்கும் இடையில் குறைந்தபட்சம் ஒரு புள்ளியானது கண்டுபிடித்த அளவிலும்,

இதேபோல $Pa = 0{\cdot}00$க்கும் $0{\cdot}10$க்கும் இடையே குறைந்த பட்சம் ஒரு ஒருகூறுமுறைக்கான OC வளைகோட்டை வரைக.

10. ஒரு சோதனையாளர் 80% திறமையுடன் $n = 100$; $C = 1$ என்ற கூறுமுறையை உபயோகிக்கிருர். (அதாவது ஒரு குறைபாடற்றதை, குறைபாடாக அவர் எடுத்துக்கொள்ளும் நிகழ்தகவு $= 0{\cdot}20 = P_2$ என்க.) இந்த கூறைமுறைக்கான ஒரு OC வளைகோட்டை வரைக. பிறகு இந்த சோதனையாளர் கூறு முறையை உபயோகித்து கணக்கிடும், நடப்பிலுள்ள OC வளை கோட்டை (effective OC curve) அதே வரைபடத்திலேயே வரைக.

11. $n = 150$; $C = 2$ என்ற ஒரு கூறுமுறைக்கு, தள்ளுபடி செய்யப்பட்ட குவியலை தடைகாப்பு செய்வதாகக்கொண்டால், அதற்கான AOQ வளைகோட்டினை வரைக. AOQLன் மதிப்பு என்ன?

12. ஒரு AOQL சோதனை முறையில் குவியல் அளவு $N = 2000$ ஆக இருக்கட்டும். விரும்பிய 0·2% AOQL மதிப்பை கீழ்க்காணும் மூன்று ஒரு கூறுமுறைகளில் ஏதேனும் ஒன்றைப் பயன்படுத்தி காணமுடியும். அவையாவன:

$n = 65$ $C = 2$

$n = 41$ $C = 1$

$n = 18$ $C = 0$

0·3% குறைபாடுகள் உடைய பெரிய குவியல்களை ஏற்புடைமைக்காக அனுப்பப்பட்டால், மேற்படி மூன்று முறைகளில் ஒவ்

வொன்றிலும், ஒவ்வொரு குவியலுக்கும் சோதனை செய்யப்பட்ட சராசரி எண்ணிக்கை யாவை?

13. கீழ்க்கண்ட விவரங்களுக்கு ஒரு கூறுமுறைகளை அமை :

(a) PR = 10%
CR = 10%
AQL = 0·04
LTPD = 0·10

(b) PR = 5%
CR = 10%
AQL = 0·02
LTPD = 0·05

14. குவியல் அளவு $N = 4079$; AQL=15 குறைகள் நூறுக்கு என்றால் இரு கூறு முறையைக் கண்டுபிடி.

15. $N = 2000$, AQL=1·5% குறைபாடுகளுக்கான பல கூறு முறையினைக் கண்டுபிடித்து எழுதுக.

6. நம்பகமை உருப்படிவங்கள்—I

Reliability Models—I

ஒரு கருவி ஒரு குறிப்பிட்ட வேலையினை தரப்பட்ட கால நேரத்திற்குள் செம்மையாகச் செய்துமுடிக்குமா முடியாதா என்பதைத் திட்டவட்டமாக நாம் அறியவிரும்புவோம். ஆனால் நடைமுறையில் இத்தகைய சீர்மை (ideal) எப்போதும் நமக்கு ஏற்படாது. எனவே ஒரு கருவி அல்லது திட்டம் வெற்றியுடன் செயல்படுவதற்கான 'நிகழ்தகவு' அல்லது சாத்தியக்கூறு இருப்பின் அந்தக் கருவி அல்லது திட்டம் அல்லது உபாயம் 'நம்பக் கூடியது' என்று எடுத்துக்கொள்கிறோம். இங்கு 'நம்பகமை' (reliability) என்பது வெற்றிக்கான நிகழ்தகவினைக் குறிக்கிறது.

நம்பகமை வரையறை :

தரப்பட்ட நிபந்தனைகளுடன் ஒரு குறிப்பிட்ட கால வரைக்குள் ஒரு குறிப்பிட்ட வேலையை தோல்வியின்றி செய்து முடிப்பதற்கான நிகழ்தகவை நாம் நம்பகமை என்று குறிப்பிடலாம்.

குறிப்பிட்ட காலவரை என்பது கடிகார நேரத்தை அதாவது மணிகள், நிமிடங்கள், வருடங்கள் முதலியவற்றைக் குறிப்பிடும். பொதுவாக ஒரு கருவியின் நம்பகமைக்காக எடுத்துக்கொள்ளப்படும் காலக் கூறினை அக்கருவியின் குறிக் கோள் பணிக்காலம் அல்லது பணி காலம் (mission time) என்று கூறுகிறோம்.

பராமரிப்பு (Maintainability) :

(மிலிடரி) இராணுவத் திட்டங்களில் சமீப காலமாக அதிக அக்கரை காட்டப்படுவது 'பராமரிப்பு' ஆகும். நம்பகமையைப் போன்று பராமரிப்பும் ஒரு அளவையாக அல்லது ஒரு ஒழுங்கு முறையாகக் கருதப்படுகிறது. ஒரு கருவி அல்லது சாதனம் ஒரு குறிப்பிட்ட காலக்கூறில் பழுதுபார்ப்பதற்கான நிகழ்தகவினை

'பராமரிப்பு' எனக் கூறுகிறோம். இந்த வரையறையின் மூலம் நம்பகமையை ஆராய்வதற்கான பல உத்திகள் பராமரிப்பு ஆய்விலும் உபயோகமாகின்றன என்று தெரியவருகின்றது.

கிடைக்கும் தன்மை (Availability) :

நம்பகமை, பராமரிப்பு இவற்றின் காரணிகளை இணைத்துப் பார்த்தால் கிடைக்கும் தன்மை புலப்படுகிறது. ஒரு கருவி ஒரு குறிப்பிட்ட வேலையினைச் செய்ய எடுத்துக்கொள்ளப்படும் பொழுது அந்தக் கருவி இயங்குவதற்கான நிகழ்தகவை கிடைக்கும் தன்மை என்று அழைக்கின்றோம். தொடர்ந்து இயங்கும் அமைப்புகளுக்கான ஒரு அளவாக 'கிடைக்கும் தன்மையை'க் கருதுவது இன்னும் பொருத்தமாக இருக்கும். மற்றும் ஒரு முக்கியமான காரணியானது ஒழுங்கு அமைப்பின் தோல்வியினுடைய விளைவு (effect) ஆகும்.

நம்பகமை உருவப்படிவங்கள் (Reliability Models) :

1. வெற்றி — தோல்வி உருப்படிவம்

ஒரு கருவியின் நம்பகமை உருப்படிவம் அமைக்கப்படும் ஒரு முறையானது குறிப்பிட்ட நிபந்தனைகளின் கீழ் குறிப்பிட்ட காலத்துக்கு அக்கருவி இயங்குகிறதா என அறியும் சோதனையைக் காண்பதாகும். அச்சோதனையின் விளைவுகள் 'வெற்றி' அல்லது 'தோல்வி'யாகிய இரு நிகழ்ச்சிகளைக் கொள்வதாக அனுமானிப்போம். வெற்றி என்ற விளைவை 'I' என்றும் தோல்வி எனும் விளைவை 'O' என்றும் குறிப்போம். சோதனையை n தடவைகள் திரும்பச் செய்வதால் கிடைக்கும் 'விளைவு'களின் கூடுதலே வெற்றியின் எண் (n சோதனைகளில்) என்று குறிக்கிறோம்.

இந்த சோதனைக்கான நிகழ்தகவு விதியை ஒரு தனித்த நிகழ்தகவு விதி (discrete probability law) என்று அழைக்கலாம் நிகழ்தகவுச் சார்பலன் $p(x)$ என்பது $x = 1$ எனும்போது p மதிப்பையும் $x = 0$ எனும்போது $1-p$ மதிப்பையும், மற்ற இடங்களில் 0 மதிப்பையும் கொண்டிருக்கும்.

அதாவது $p(x) = p, \quad x = 1$ என்றால்

$= 1-p, \quad x = 0$ என்றால்

$= 0,$ மற்ற இடங்களில்

இங்கு நிலைத்த (finite), எண்ணற்ற மதிப்புடன் கூடி மாதிரி வெளி (non-numerical valued sample space)யை S என்று குறித்து நிகழ்தகவு உருப்படிவம் ஏற்படுத்துவோம்.

S = மாதிரி வெளி = (வெற்றி, தோல்வி)

நம்பகமை R = $\{$ வெற்றி $\}$ என்ற நிகழ்ச்சிக்கான நிகழ்தகவு

$= Prob\ \{x=1\}$

$= p$ ஆகும்.

எனவே நம்பகமை உருப்படிவமானது

$p(X_i) = R$ $X_i = 1$ என்றால்

$= 1-R$ $X_i = 0$ என்றால்

$= 0$, மற்ற இடங்களில் எல்லாம்; ஆகும்.

நாம் இப்போது செய்து முடித்ததெல்லாம் என்னவென்றால் நம்பகமையைப் பற்றிய சொல் வடிவான வரையறையானது கணிதப் பணிச்சட்டத்திற்கு (mathematical frame-work) மாற்றப் பட்டுவிட்டது என்பதேயாகும், இத்தகைய சோதனையை 'பர்னௌலி சோதனை' எனக் கூறுகிறோம்.

2. தோல்வி உருப்படிவங்கள் (Failure Models) :

ஒரு கருவியினை சில குறிப்பிட்ட நிபந்தனைகளின் படி, தோல்வி ஏற்படும் வரை இயக்கும் ஒரு சோதனையை நாம் மேற்கொள்வோம். இது முந்தைய வெற்றி—தோல்வி உருப்படிவத்தை விட மாறுபட்ட ஒன்றாகும். இந்தக் கருவி பழுதுபார்க்கக் கூடியதா, பழுதுபார்க்க முடியாததா என்பதைப் பற்றி நாம் இப்போது ஆராய வேண்டிய அவசியம் இல்லை. இச்சோதனையின் ஒரு முயற்சியானது அக்கருவியின் தோல்வியுடன் முடிகிறது. விளைவு என்னவென்றால் தோல்வி எப்போது நிகழ்கிறதோ அந்த நேரமே விளைவு ஆகும். சோதனையின் விளைவு ஒரு கடிகார நேரமானதால், ஒரு தொடர்ச்சியான நிகழ்தகவு விதியினைக் குறிப்பது சரியாகும். அதாவது இயக்கும் நேரம் கூடினால், தோல்விக்கான நிகழ்தகவும் இழைவாக (smoothly)க் கூடுகிறது.

ஒரு கருவியின் தோல்விக்கான நேரத்தைக் கண்டறியும் சோதனையின் வாயிலாக நம்பகமையை விவரிக்கையில் நிலையான குறியீடுகளும் பதங்களும் அடிக்கடி திருத்தப்படுகின்றன. குறிப்பாக, நிகழ்தகவு விதி, நிகழ்தகவு உருப்படிவம், நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பலன் போன்றவற்றை தோல்வி விதி, தோல்வி உருப்படிவம், தோல்வி அடர்த்திச் சார்பலன் என்று மாற்றி அழைக்கின்றோம். மேலும் 'X' என்ற குறியீட்டுக்குப் பதில் 't' குறியீட்டினை சோதனையின் நிகழக்கூடிய விளைவுகளைக் குறிக்கப் பயன்படுத்துகிறோம். இப்பதங்களைப் பின்பற்றியவாறு, இந்தப் பதங்களைப் பயன்படுத்தி ஒரு கருவியின் தோல்வி விதியினை $f(t)$ என்ற தோல்வி அடர்த்திச் சார்பலன் அல்லது $F(t)$ என்ற ஒரு பரவல் சார்பலன் மூலமாகவோ குறிக்கலாம்.

இந்த தோல்வி அடர்த்திச் சார்பலனின் உதவியால் எந்த ஒரு இடைவெளியிலும் தோல்விக்கான நிகழ்தகவினை தொகையீடல் (integration) மூலமாகக் கண்டுபிடிக்கலாம்.

$$Pr(t_1 \leq t \leq t_2) = \int_{t_1}^{t_2} f(t)dt \qquad (1)$$

பரவற் சார்பலன் $F(t)$ என்பது ஒரு கருவி (சாதனம்) அல்லது திட்டம் t என்ற எந்த ஒரு கால நேரத்திற்கு முன்னரே தோல்வியுறுதற்கான நிகழ்தகவினைக் குறிக்கும் சார்பலனாகும்.

அதாவது $F(t) = P^r(y \leq t)$ (2)

இங்கு y ஒரு போலி மாறியாகும்.

$F(t)$க்கும் $f(t)$க்கும் உள்ள தொடர்பானது;

$$F(t) = \int_{-\infty}^{t} f(y)dy \qquad (3)$$

$t = 0$ என்பது சோதனையின் ஆரம்பத்தைக் குறிப்பதால்

$f(t) = 0, \quad t < 0$ என்ற மதிப்புகளுக்கு

எனவே (3)ல் தொகையீடலின் கீழ்மட்ட மதிப்பு $F(\infty) = 0$ ஆகும். இங்கு குறிப்பிட்ட நிபந்தனைகளின்கீழ், தோல்விக்கான நேரம் (time to failure) குறிப்பிட்ட இயக்க நேரத்தைத் தாண்டி

அமையும் நிகழ்ச்சிக்கான நிகழ்தகவுதான் நம்பகமை ஆகும். இந்தக் குறிப்பிட்ட நேரத்தை குறிக்கோள் பணிநேரம் (mission time) என்று அழைக்கிறோம். t_m என்பது இந்த பணி நேரமானல்,

நம்பகனமானது $R = Pr\ (t > t_m)$ (4) ஆகும்

(2)ன் மூலம், $R = 1-F(t_m)$ (5)

என்று அறிகின்றோம்.

இருப்பினும் இயக்க நேரம் தோல்வி உருப்படிவத்தில் வெளிப்படையாகக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளதால், எந்த ஒரு t நேரத்துக்குமான கருவியின் நம்பகமையை $R(t)$ என்ற சார்பலன் மூலம் அழைக்கலாம். எனவே சமன்பாடுகள் (4)ம் (5)ம் கீழ்க் கண்டவாறு அமைகின்றன.

$$R(t) = Pr\ \ (y > t) \qquad (6)$$

$$R(t) = 1-F(t) \qquad (7)$$

சமன்பாடு (5) நம்பகமைச் சார்பலன் $R(t)$ன் வரையறையாகும். சமன்பாடு (7) நம்பகமைச் சார்பலனுக்கும் பரவற் சார்பலனுக்கும் இடையேயான தொடர்பைக் காட்டுகிறது. மேலும் சமன்பாடு (6)லிருந்து நம்பகமைச் சார்பலனுக்கும் இடையேயான உதவிகளைக் கீழே சமன்பாடு (8)ல் காணலாம்.

$$R(t) = \int_t^{\infty} f(y)\,dy = 1-\int_{-\infty}^{t} f(y)dy \qquad (8)$$

tன் எதிர்மறை மதிப்புகளுக்கு $f(t) = 0$ என்பதால்

$t = 0$ என்ற மதிப்புக்கு $R(t) = 1$ ஆகும். அதாவது $t = 0$ என்ற சமயத்தில் கருவி வெற்றிகரமாக இயங்கிக் கொண்டிருக்கிறது என்று அர்த்தமாகிறது. இதைத்தான் 'நம்பகமை' என்கிறோம். ஆரம்ப சமயத்தில் கருவி இயங்காவிட்டால் அது பழுதடைந்துள்ளது (defective) என்று கூறலாம்.

இப்போது சமன்பாடு (1) ஐ எடுத்து கூர்ந்து ஆராயலாம் கருவிகளின் பெரிய எண் N அளவை $t = 0$ என்ற சமயத்தில்

சோதனைக்கு எடுத்துக்கொண்டால், அந்தச் சமயத்தில் எல்லாக் கருவிகளும் நல்லவையாக உள்ளன. சமன்பாடு (1) ஆனது (t_1, t_2) இடைவெளியில் தோல்வியுறக்கூடிய இந்த N கருவிகளின் பின்னத்தைக் குறிக்கிறது. $N_f(t_1, t_2)$ என்பது (t_1, t_2) இடைவெளியில் தோல்வியுறும் கருவிகளின் எண் ஆனால் சமன்பாடு (1) ஐக் கீழ்க்கண்டவாறு எழுதலாம்.

$$\int_{t_1}^{t_2} f(t)\,dt = \frac{N_f(t_1, t_2)}{N} \qquad (9)$$

ஆகவே சமன்பாடு (1)ல் உள்ள நிகழ்தகவானது (t_1, t_2) இடைவெளியில் தோல்வியுறும் ஆரம்ப முழுமைத் தொகுதியின் (original population) பின்னமாகக் கருதப்படுகிறது.

ஒரு கருவியின் தோல்விக்கான சார்புநிலை (failure proneness) யினை tன் சார்பலனாக விளக்குவதற்கு ஒரு கணித வடிவம் தேவைப்படுகிறது. இதையே $h(t)$ என்று கீழ்க்கண்டவாறு வரையறுக்கப்படுகிறது.

t நேரத்தில் ஒரு கருவியின் தோல்விக்கான சார்பு நிலை அளவு $= h(t)$

$$h(t) = \frac{f(t)}{R(t)} \text{ ஆகும்} \qquad (10)$$

$f(t)$ என்பது தோல்வி அடர்த்திச் சார்பலன் என்றால் $h(t)$ஐ தோல்வி வீதச் சார்பலன் (failure rate function) என்று கூறுகின்றோம். இந்த தோல்வி வீதச் சார்பலனை இடர் துணிந்த வீதம் (ஹாஜார்ட் வீதம்) (hazard rate), என்றும் நிபந்தனைத் தோல்வி அடர்த்தி அல்லது நிபந்தனை தோல்வி வீதம் (conditional failure rate) என்றும் கூறலாம்.

$h(t)$க்கும் $R(t)$க்கும் உள்ள உறவு:

$$R(t) = e^{-\int_0^t h(y)\,dy} \text{ ஆகும்.} \qquad (11)$$

இந்த சமன்பாடு எவ்வாறு கிடைக்கிறது என்பதனைக் கீழே காண்போம்.

சமன்பாடு (8)லிருந்து வகையீடு செய்வதன் மூலம்

$$f(t) = -\frac{d}{dt}[R(t)] \tag{12}$$

என்று அறிகின்றோம்.

இங்குள்ள எதிர்மறைக்குறியானது $R(t)$ ஒரு இறங்கும் சார்பலன் (decreasing function) அதாவது அதிகரிக்காத சார்பலன் (non-increasing function) என்பது தெரியவருகின்றது.

சமன்பாடு (10)ல், $f(t)$ன் மதிப்பாக (12) ஐ எழுதினால்

$$h(t) = -\frac{d}{dt}\frac{[R(t)]}{R(t)}$$

அல்லது

$$h(t)dt = \frac{-d[R(t)]}{R(t)} \tag{13}$$

என்று கிடைக்கும்.

நுண்கணிதத்தின்படி $\frac{d}{dx}(\log X) = 1/X$ என்பதாலும்

$$d(\log X) = \frac{dX}{X}$$ என்பதாலும்

$X = R(t)$ எனக் கொண்டு (13)வது சமன்பாட்டைக் கவனித்தால்

$$d[\log R(t)] = \frac{d[R(t)]}{R(t)}$$

மேலும் $h(t)\,dt = -d[\log R(t)]$ என்று புரிகின்றது. (14)

சமன்பாடு (14) ஐ தொகையீடு செய்தால்,

$$\log R(t) = -\int_{-\infty}^{t} h(y)\,dy + C \tag{15}$$

எனக் கிடைக்கும். இங்கு C என்பது ஒரு மாறிலியாகும்.

$t < 0$ என்ற மதிப்புகளுக்கு $f(t) = 0$ என்று வரையறுக்கப் பட்டுள்ளதால்

$t < 0$ என்ற மதிப்புக்களுக்கு, $h(t) = 0$ ஆகும்.

மேலும் $R(0) = 1$. எனவே $t = 0$ எனும்போது

$$\log 1 = -\int_{-\infty}^{0} 0.\ dt + C$$

$\therefore\ C = 0$ மேலும் $t < 0$க்கு $h(t) = 0$ என்பதால் (15)ல் தொகையீட்டின் கீழ்மட்டத்தை பூஜ்யமாகக் கொள்ளலாம். எனவே சமன்பாடு (15) கீழ்க்கண்டவாறு அமைகின்றது.

$$\log R(t) = -\int_{0}^{t} h(y)\, dy \qquad (16)$$

எனவே $R(t)$ன் மதிப்பு மேலே சமன்பாடு (11)ல் கொடுத்துள்ளதுபோல

$$R(t) = e - \int_{0}^{t} h(y)\, dy$$

ஆகின்றது என நிரூபித்தோம். $h(t)$ என்ற சார்பலன் ஒரு சரியான தோல்விவீதச் சார்பலனாக இருப்பதற்கான பண்புகள்:

(i) $h(t) > 0$, எல்லா t எண்களுக்கும்

(ii) $\int_{-\infty}^{t} h(y)\, d(y) \to \infty$, $t \to \infty$ என்ற மதிப்புகளுக்கு.

இங்கு $f(t)$ம் $R(t)$ம் எதிர்மறையற்ற சார்பலன்களானதால் $h(t)$ன் வரையறையிலிருந்து பண்பு (i) புலனாகிறது. $\lim R(t) = 0$ (11)வது சமன்பாட்டினாலும் (ii)வது பண்பு புலனாகிறது.

மேலே விளக்கப்பட்டவை கடிகார நேரத்தை அனுசரித்து கண்டறிந்த முடிவுகளாகும். கால நேரத்தை சுழற்சிகளால் (cycles) குறித்தால், ஒரு தனித்த (தொடர்ச்சியற்ற) நிகழ்தகவுச் சார்பலன் மூலம் விளக்க வேண்டும். ஒரு தனித்த தோல்வி உருப்படியத்தைக் (discrete failure model) குறிக்க, $f(t)$க்குப் பதிலாக ஒரு நிகழ்தகவுச் சார்பலன் $p(t)$ஐ இங்கு எடுத்துக்கொள்வோம்.

முன்போலவே நம்பகமையினை அதே முறையில் வரையறுக்கலாம். 't' என்று நேரத்தைக் குறிப்பதற்குப் பதிலாக 'c' என்ற குறியீட்டில் சுழற்சியைக் குறிக்கலாம். எனவே ஒரு குறிப்பிட்ட பணிக்காலம் C_mற்கு நம்பகமையானது, $R = Prob$ $(c > c_m)$ ஆகும். (17)

நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பலன் $p(c)$ன் வாயிலாக $c = 0, 1, 2, \ldots\ldots$க்கு நம்பகமை Rஐக் கண்டுபிடிக்கலாம்.

$$R = \sum_{i=m+1}^{\infty} p(i) = 1 - \sum_{i=0}^{m} p(t) \qquad (18)$$

பரவற் சார்பலன் $F(c)$ன் வாயிலாக நம்பகமையானது

$$R = 1 - F(c_m) \qquad (19)$$

இதைப்போலவே, நம்பகமைச் சார்பலன் $R(c)$யானது

$$R(c) = Prob\ (Ci > c) \text{ ஆகும்.} \qquad (20)$$

அதாவது,

$$R(c) = -1 \sum_{i=0}^{c} p(i) \qquad (21)$$

$$R(c) = 1 - F(c) \qquad (22)$$

சுழற்சி காலமுடைய கருவிகளுக்கு ஒரு தோல்வி வீதச் சார்பலன் $h(c)$ஐக் கீழ்க்கண்டவாறு வரையறுக்கலாம்.

$$h(c) = \frac{f(c)}{R(c-1)} \qquad (23)$$

c மாறியின் தனித்த (தொடர்ச்சியற்ற) தன்மையினை ஒட்டி, $R(c)$ என்பதற்குப் பதிலாக R $(c-1)$ என்று குறிக்கப்பட்டுள்ளது. அதாவது c-வது சுழற்சியின் ஆரம்பத்தில் செயலுடன் இருக்கும் ஆரம்ப முழுமைத் தொகுதியின் விகிதமானது $(c-1)$ வது சுழற்சிகள் வரை செயலுடன் இருந்து வந்தவற்றின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கும் என்பதால் $R(c-1)$ என்று எழுதப்பட்டுள்ளது.

ஒழுங்கு அமைப்பு—பகுதி உருப்படிவங்கள் (System—Part Models)

மேலே குறிப்பிட்ட இரண்டு நம்பகமை உருப்படிவங்களும் கருவியின் சோதனை விவரங்கள் (test data) கிடைத்துள்ள சூழ்நிலையில் பயன்படுகின்றன. ஒரு புதிய பொருளின் ஆரம்ப அமைப்புக் கட்டத்தில் அத்தகைய புள்ளிவிவரங்கள் கிடைக்காது; ஏனெனில் எந்த ஓர் உபாயமோ உத்தியோ அல்லது சாதனமோ அப்போது அமையப் பெற்றிருக்காது. இருப்பினும் அந்த சாதனங்களை உருவாக்கும் சில பகுதிகளை (parts)ப் பற்றிய சோதனைப் புள்ளிவிவரங்கள் கிடைக்க வாய்ப்புண்டு; ஏனெனில் இந்தப் பகுதிகள் மற்ற பழைய அமைப்புகளில் பயன்படுத்தப்பட்டிருக்கக் கூடும். இச்சமயத்தில் நம்பகமை உருப்படிவமானது ஒழுங்கு அமைப்பின் நம்பகமையை, 0 அதன் பகுதிகளின் நம்பகமையின் மூலமாக (வெளிக் கொணருகிறது) வெளிப்படுத்த முடியும். இப்போது கருவி அல்லது சாதனம் அல்லது உபாயம், ஒழுங்கு அமைப்பு, பகுதி இம்மூன்று பதங்களையும் நன்கு விளக்குவோம்.

கருவி : எந்த ஒரு பொருளையும் குறிக்கும் ஒரு பொதுவான பதம். மின்சாரத்திற்கு உறுதியான தடையமைவுக் கருவி (resistor), தொடர்புவலைப் பின்னல் அமைப்பு போன்றவை கருவி அல்லது உபாயம் இவற்றுக்கான உதாரணங்களாகும். இங்கு கருவி எனும் பதம் உறுப்புக்களை ஒன்றுகூட்டும் ஒரே ஒரு மட்டத்தைக் (only one level) காட்டுவதாகும். அதாவது அந்த பொருளையே குறிக்கும்.

ஒழுங்கு அமைப்பு பகுதி :

ஒரு கருவியில் உறுப்புக்களை ஒன்று சேர்க்கும் இரண்டு மட்டங்களை விளக்கும் சமயத்தில் பகுதிகள் என்று குறிக்கிறோம். மேல்மட்ட ஒன்றுசேர்த்தலை ஒழுங்கு அமைப்பு (system) என்றும் கீழ்மட்ட ஒன்றுசேர்த்தலை பகுதி (part) என்றும் கூறுகின்றோம்.

ஒரு கருவியினை n பகுதிகள் கொண்ட ஒரு ஒழுங்கு அமைப்பு எனக் கொள்வோம். ஒரு குறித்த கால நேரத்திற்கு அந்த ஒழுங்கு அமைப்பின் இயக்கத்தை நோக்குவது ஒரு 'சோதனை' என்றால், அந்த நேர முடிவில் ஒழுங்கமைப்பின் n பகுதிகள் ஒவ்வொன்றின் நிலை (condition) யைப் பற்றி விளக்குவது சோதனையின் விளைவு ஆகும்.

உதாரணமாக, இரு பகடைகளை உருட்டிவிடும் சோதனையை எடுத்துக்கொள்வோம். 2 'பகுதி'களைக் கொண்ட ஒரு 'ஒழுங்கு அமைப்'பாக ஒரு ஜோடி பகடைகள் விளங்கும். ஒவ்வொரு பகடையின் நிலையையும் சோதனையின் விளைவாகக் குறிக்கலாம். சோதனையின் விளைவு ஒரு இரு கூறடங்கிய (2 tuble) (X_1, X_2) ஆகும், $X_i = 1$ அல்லது 2, அல்லது 3,......அல்லது 6 ஆகும். ஒவ்வொரு மதிப்பும் ஒரு குறிப்பிட்ட பகடையின் நிலையைக் குறிக்கும். இரு கூறுகளான அமைப்பே, 'ஒழுங்கமைப்' பின் நிலையைக் குறிக்கிறது.

அடுத்தபடியாக ஒழுங்கமைப்பின் வெற்றி (system success) ஒரு முக்கிய நிகழ்ச்சியாகும். இந்நிகழ்ச்சிக்கான நிகழ்தகவு அமைப்பின் நம்பகமையாகும். இரு பகடைகளை உருட்டும் உதாரணத்தில் 'இரு பகுதி நிலைகளின் கூட்டல் 7' என்பதனை வெற்றி எனக் கொண்டால், அமைப்பு வெற்றி என்ற நிகழ்ச்சியினை G (good) என்று கீழ்க்கண்டவாறு எழுதுவோம்.

$$G = [(X_1, X_2) : X_1 + X_2 = 7]$$

எனவே $G = [(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)]$ ஆகும்.

அமைப்பு வெற்றியின் பல பாகைகளை (degrees) ஆராய்வோம். உதாரணமாக, பகடை உதாரணத்தில் கீழ்க்கண்டவாறு நிகழ்ச்சிகளையும், பகுதி நிலை கூட்டல்களை $(X_1 + X_2)$யும் குறித்து வரையறுக்கலாம்.

நிகழ்ச்சி	பகுதி நிலைகளின் கூட்டல் $(X_1 + X_2)$
வெற்றி $-G_1$	7. 11
அரைகுறை வெற்றி $-G_2$	4, 5, 6, 8, 9, 10
தோல்வி $-B$ (*bad*)	2, 3, 12

∴ முழு வெற்றிக்கான நிகழ்தகவு = $\frac{6+2}{36} = \frac{8}{36}$

(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1) நிகழ்ச்சிகள் 7 என்ற கூட்டலுக்கும் (5, 6), (6, 5) என்பன 11 என்ற கூட்டலுக்குமான (X_1+X_2) நிகழ்ச்சிகளாகும். எனவே இதற்கான

நிகழ்தகவு = $\frac{\text{8 சாதகமான நிகழ்ச்சிகள்}}{\text{36 மொத்த நிகழ்ச்சிகள்}} = \frac{8}{36}$

இதேபோல அரைகுறை வெற்றிக்கான நிகழ்ச்சிகள்

= (1, 3), (2, 2), (3, 1); (1, 4) (2, 3) (3, 2) (4, 1); (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2) (5, 1); (2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6,2); (3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3); (4, 6), (5, 5), (6, 4) ஆக மொத்தம் 24 நிகழ்ச்சிகள்.

∴ அரைகுறை வெற்றி (நிகழ்ச்சிகளு)க்கான நிகழ்தகவு = $\frac{24}{6}$

இதேபோல தோல்விக்கான நிகழ்தகவு = $\frac{4}{36}$ ஆகும்.

(1,1); (1,2), (2,1); (6, 6).

இப்போது n மடங்கு மதிப்புடைய சோதனைக்கான நிகழ்தகவு உருப்படிவம் ஒன்றைக் குறிக்க வேண்டியது அடுத்த கட்டம் ஆகும். n பகுதி நிலைகளின் தொடர்ச்சியை n தனித் தனியான முயற்சிகளின் விளைவுகளாகக் கொள்வோம். ஒவ்வொரு முயற்சியும் சார்பற்றவையானதால் n மடங்கு மதிப்புடைய சோதனைக்கான ஒரு நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பலனது, ஒவ்வொரு சோதனைக்குமான நிகழ்தகவுச் சார்பலன்களின் பெருக்குத் தொகையாகும். அதாவது

$$prob\,(X_1, X_2, \ldots\ldots, X_n) = \overset{n}{\underset{i=1}{\text{—}}}\; p(Xi) \tag{1}$$

பொதுவாக ஒவ்வொரு பகுதியும் ஒரு வெற்றி—தோல்வி நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பலன என்றவாறு கருதப்படுகிறது.

$$\left.\begin{aligned} &\text{அதாவது } i = 1, 2, \ldots\ldots n \text{ என்ற மதிப்புகளுக்கு} \\ &p_i(X_i) = R_i\,, \qquad X_i = 1 \\ &\qquad\quad = 1 - R_i, \quad X_i = 0 \\ &\qquad\quad = 0 \text{ மற்ற எல்லா மதிப்புக்களிலும்} \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

எனவே ஒழுங்கு அமைப்பின் நிலைகளுக்கான நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பலன $= p\,(X_1, X_2, \ldots\ldots, X_n)$

$$= \prod_{X_i=1} R_i \prod_{X_i=0} (1-R_i) \text{ ஆகும்.} \quad (3)$$

வலிவு—அழுத்தம் உருப்படிவம் (Strength—Stress Model)

ஒழுங்கு அமைப்பு—பகுதி உருப்படிவத்தில் கருவியின் ஒவ்வொரு பகுதியின் நிலையையும் 2 அல்லது 3 என்ற குறைந்த எண்ணிக்கையான நிலைகளில் வைத்தவாறு ஆராய்ந்தோம். இந்த உருப்படிவத்திலிருந்து நம்பகமை மதிப்பீட்டினை அடைவதற்கு ஒவ்வொரு பகுதிக்குமான நிலை நிகழ்தகவுகளை நாம் மதிப்பீடு செய்ய வேண்டியிருந்தது. முழுதும் இயந்திர நுட்பம் சார்ந்த பகுதிகளுக்கு நிறையப் பகுதிகள் இருப்பதாலும் அவை இயக்கும் நிலைகளும் அவற்றின் பயனகளும் மிக அதிமாக இருப்பதாலும் இத்தகைய புள்ளி விவரங்கள் கிடைப்பது மிகவும் அரிதாகும். எனவே இயந்திரப் பகுதிகளுக்கான வெற்றி—தோல்விகளுக்கான நிகழ்தகவு மதிப்பீடுகளைப் பெறுவதற்கான வேறொரு முறையானது வலிவு—அழுத்தம் பரவல்களின் உபயோகத்தின் மூலமாகும். இது பழைய முறையிலிருந்தும் மாறுபட்ட மெருகு ஏறியதொரு முறையாகும். தோல்வியைத் தவிர்ப்பதற்கு, ஒரு பகுதியின் வலிவானது (strength), வைக்கப்பட்ட பளுவைவிட அதிகமாக இருக்கவேண்டும். அதே சமயத்தில் பகுதியானது தேவைக்கும் மேற்பட்டவாறு அமைக்கப் பெறக்கூடாது (should not be over-designed) இதைச் சரிக்கட்டுவதற்கு காப்புறுதிக் காரணிகளை (safety factors) உபயோகிப்பது பழைய முறையாக இருந்து வந்தது.

இந்த நம்பகமை முறையில் (reliability approach), வலிவு, பளு இரண்டையும் நிலைத்த எண்களாகக் கருதாமல் மாறிகளாகக் கருதுகின்றோம். இந்தச் சோதனைக்கான நிகழ்தகவு உருப்படிவம் ஒரு தொடர்ச்சியான நிகழ்தகவுச் சார்பலன் ஆகும். மேலும் வலிவு, பளு இருமதிப்புக்களும் இயல்பாகவே சார்பற்றவையாகக் கருதுகின்றோம். எனவே நிகழ்தகவு

உருப்படிவமானது வலிவு, பளு இவற்றுக்கான நிகழ்தகவுச் சார்பலன்களின் பெருக்கலாகும். இதை நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பலன்கள் மூலமாகவோ அல்லது பரவற்சார்பலன்கள் மூலமாகவோ கீழ்க்கண்டவாறு எழுதலாம்.

$$f(S, L) = f(S) . f(L) \qquad (1)$$

$$F(S, L) = F(S) . F(L) \qquad (2)$$

இங்கு S வலிவையும், L பளுவையும் குறிக்கும். கருவியின் நம்பகமையை {வலிவு $\geq$ பளு} என்ற நிகழ்ச்சியாக சோதனை வாயிலாக எழுதலாம். எனவே

$$R = \text{prob}\,(S \geq L) \text{ ஆகும்.} \qquad (3)$$

வலிவு, பளுவின் பரவல்கள் மேற் சென்று கவிந்திருந்தால் (overlap), அதாவது குறுக்கீடாயிருப்பின் (interfere) கருவியின் நம்பகமையானது 1 ஐ விடக் குறைவாக இருக்கும், எனவே வலிவு—அழுத்தம் உருப்படிவத்தினை உபயோகித்து நம்பகமையைக்கணிக்கும் முறையை சில நேரங்களில் குறுக்கீடு கொள்கை (interference theory) என்றும் கூறலாம்.

தோல்வி உருப்படிவங்கள்
(Failure Models)

இங்கு ஒரு கருவி தோல்வியடையும் வரை இயக்கக்கூடிய ஒரு சோதனைக்கான நம்பகமை உருப்படிவத்தைக் கவனிப்போம். ஏதும் குறிப்பிட்டால் ஒழிய, கால நேரத்தை சுழற்சிகளாக எடுத்துக்கொள்ளாமல் கடிகார நேரமாகவே எடுத்துக் கொள்ளலாம். எனவே சோதனையானது எண்—மதிப்புடையதாகவும் தொடர்ச்சியான நிகழ்தகவு விதியால் குறிக்கப்படுகிறது. இதையே தோல்வி விதி அல்லது தோல்வி உருப்படிவம் என்றும் அழைக்கலாம். நிகழ்தகவு அடர்த்திச்சார்பலன் $f(t)$ ஐ ஒரு தோல்வி அடர்த்திச்சார்பலன் எனவும் பரவல்சார்பலனை $F(t)$ என்றும் கூறலாம் தோல்வி உருப்படிவத்தை ஒரு தோல்வி விதச்சார்பலன் $h(t)$ யால் குறிக்காலம்.

இச்சோதனை மூலமாய், நம்பகமையை எந்த ஒரு t நேரத்துக்கும் வெற்றியான இலக்கத்திற்கான நிகழ்தகவைத் தரும் ஒரு சார்பலனை கீழ்க்கண்டவாறு வரையறுக்கலாம்.

$$R(t) = \text{prob}(r > t) \qquad (1)$$

முன்பு கண்டறிந்த $f(t)$, $F(t)$, $h(t)$ க்கான உறவுகளை $\bar{R}(t)$ ன் வரையறைப்படி எழுதுவோம்.

$$R(t) = 1 - F(t) \qquad (2)$$

$$R(t) = 1 - \int_0^t f(y)\, dy \qquad (3)$$

$$R(t) = e - \int_0^t h(y)\, dy \qquad (4)$$

இயக்கும் நேரமும் ஆயுளும் (Operating Time vs Age)

ஒரு கருவியை தோல்வியடையும்வரை இயக்கக் கூடிய நேரத்தை கண்டறியும் சோதனை மூலமாக நம்பகமையை வரையறுத்தோம். இயக்கும் நேரத்தை 't' என்று குறிப்பிட்டோம். சோதனை ஆரம்பித்தபோது, அந்தக்கருவியின் ஆயுளைப்பற்றி ஏதொன்றும் கூறப்படவில்லை. ஒரு கருவியின் தோல்விக்கான நேரத்திற்குரிய நிகழ்தகவு விதி பொதுவாக வெவ்வேறு ஆயுள்கள் கொண்ட கருவிகளுக்கும் ஒரே மாதிரியாக இருக்கவேண்டும் என எதிர்பார்ப்பதற்கில்லை. எனவே ஒரு கருவியின் தோல்வி விதியினைப் பற்றிப்பேசுகையில், இயக்கும் நேரம் $t=0$ என்பதனை அக்கருவியின் ஒரு குறிப்பிட்ட ஆயுளுக்கு சுட்டிக் காட்டவேண்டியது அவசியமாகிறது. அதேசமயத்தில், நம்பகமையின் (பழைய) முந்தைய வரையறையானது

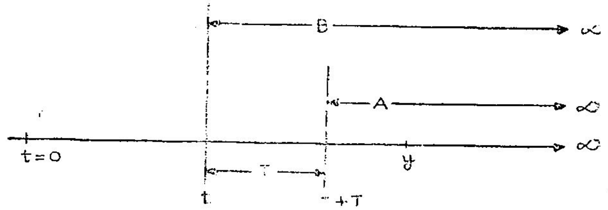
$R = \text{prob}(y > t)$ என்பது அந்த குறிப்பிட்ட ஆயுளை (particular age) யுடைய கருவிகளுக்கே பொருந்தும். அதாவது $t=0$ என்பது ஒரு'புதிய' கருவிக்கான நேரம் எனவைத்துக் கொண்டால், $R(10)$ என்பது அந்த 'புதிய' கருவியானது 10 மணிநேரங்களுக்கு வெற்றியுடன் செயல்படக்கூடிய நிகழ்தகவைக் கொடுக்கும்; ஆனால் ஒரு கருவி 100மணி நேரங்கள் இயங்கி இருந்து அடுத்த 10மணி நேரங்களுக்கும் வெற்றிகரமாக இயங்கக் கூடியதற்கான நிகழ்தகவு தான் $R(10)$ என்று கூற

முடியாது. இருப்பினும் இந்த நிகழ்தகவை நாம் கணிக்க முடியும். 100மணிநேரங்கள் வெற்றியுடன் இயங்கியதாகக் கொடுக்கப்பட்டபோது, 110 மணிகள்வரை வெற்றியுடன் இயங்கக் கூடியதற்கான நிபந்தனை நிகழ்தகவு என்று இதைக் கூறலாம்.

மொத்த இயக்கும் நேரத்தையும் (total operating time) பணி நேரத்தையும் (mission time) வேறுபடுத்திக் காட்டுவதற்கு முறையே t, T என்ற குறியீடுகளைப் பயன்படுத்துவோம் $F(t)$, $F(t)$, $h(t)$ சார்பலன்கள் பழையமாதிரியே இங்கு வரையறுக்கப்படுகின்றன எனக் கொள்வோம். $R(t)$யும் முன்போலவே $R(t) = \text{prob}\ (y>t)$ எனக் கொண்டபோதிலும் இங்கு ஒரு நிபந்தனை நிகழ்தகவு எனகீழ்க்கண்டவாறு வரையறுப்போம்.

$$R\,(T\,/\,t) = \text{prob}\,[\,y > t + T\,/\,y > t\,] \tag{1}$$

அதாவது பணி நேரம் T ஆகும். பணி (mission)யின் ஆரம்பத்தில் அதுவரை ஆகி இருந்த இயக்க நேரத்தை t குறிக்கிறது. நம்பகமை என்பது t நேரம்வரை வெற்றிகரமான இயக்கம் தரப்பட்டபோது, $t + T$ நேரம்வரை வெற்றிகரமாக இயக்கக்கூடியதன் நிகழ்தகவு ஆகும். இதை கீழ்க்கண்ட படம் 1 விளக்குகிறது



படம் 31.

இங்கு $A \{ y : y > t + T \}$

$B \{ y : y > t \}$ என்ற நிகழ்ச்சிகள் கருவி தோல்வியுறும் வரை சோதிக்கும் சோதனைக்கான மாதிரி வெளி (sample space)யில் உள்ள நிகழ்ச்சிகளாகும். இந்திகழ்ச்சிகள் மூலம் சமன்பாடு (1) ஆனது நம்பகமை $R(t)$ ஐ $P(A/B)$ என விளக்குகிறது.

$$P(A/B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$$

இருப்பினும் A தொகுதி, Bன் சிறு தொகுதி (subset) என்று படத்தின் மூலம் காண்கிறோம். அதாவது A நிகழ்ந்தால், B யும் நிகழ்ந்திருக்கவேண்டும் எனவே P(AB) = P(A).

$$\therefore P(A/B) = \frac{P(A)}{P(B)} \qquad (2)$$

இங்கு $P(A)$ என்பது $R(t+T)$ ஐயும் $P(B)$ என்பது $R(T)$ ஐயும் குறிக்கும் எனவே சமன்பாடு (1)ன் மூலம் வரையறுக்கப் பட்ட நம்பகமையானது.

$$R(T/t) = \frac{R(t+T)}{R(t)} \qquad (3)$$

மேலும்

$$R(t+T) = e^{-\int_0^{t+T} h(y)\,dy}$$

$$R(t) = e^{-\int_0^{t} h(y)\,dy}$$ ஆகும்

எனவே சமன்பாடு (3) ஐ கீழ்க்கண்ட விதம் எழுதுவோம்.

$$R(T/t) = e^{-\int_t^{t+T} h(y)\,dy} \qquad (4)$$

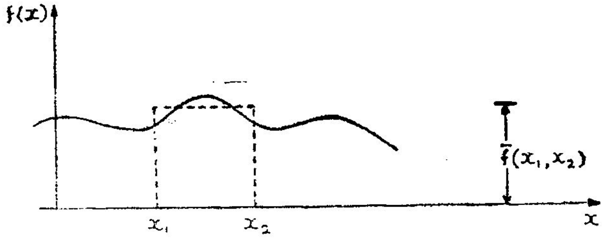
சமன்பாடு (4) ஒரு முக்கியமான விளைவாகும்.

நம்பகமையும் சராசரி தோல்வி விதமும்
(Reliability and Average Failure Rate) :

(X_1, X_2) இடைவெளியில் $f(x)$ என்ற ஒரு தொடர்ச்சியான சார்பலனின் சராசரி மதிப்பானது.

$$\bar{f}\,(X_1, X_2) = \frac{1}{X_2 - X_1} \int_{X_1}^{X_2} f(X)\, d\,X \qquad (1)$$

இதைக் கீழ்க்காணும் படம் விளக்குகிறது.



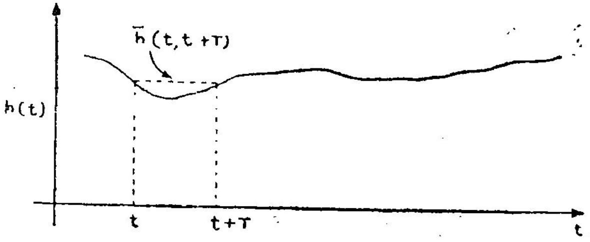
படம் 32.

சமன்பாடு (1)ன் மூலம் T என்ற பணிக்காலத்தில் ஒரு கருவியின் நம்பகமையை வேறுவிதமாகவும் எழுத முடியும்.

T பணிக்காலத்தில் சராசரி தோல்வி வீதம் $= \bar{h}\,(t, t+T)$, என்றால்,

$$R(T/t) = e^{-[\bar{h}\,(t,\, t+T)]\,T} \qquad (2)$$

படம் 2ன் மூலம் இது விளக்கப்படுகிறது.



படம் 33.

ஒரு கொடுக்கப்பட்ட பணிக்காலத்திற்கு ஒரு கருவியின் நம்பகமை அக்கருவியின் அதுவரை சேகரிக்கப்பட்ட இயக்கும் நேரத்தை (ஆயுளை)ப் பொறுத்து பொதுவாக மாறுகின்றது. பணிக்காலம் T சிறிதாயிருப்பின் சராசரி தோல்வி வீதமானது,

பணியின் ஆரம்பத்தில் உள்ள தோல்வி வீதத்தினுல் அணுகப் படுகிறது.

$$R(T/t) = e^{-[h(t)]\,T}$$

சிறிய T மதிப்புக்களுக்கு (3)

இப்போது $[h(t)]\,T$ சிறிய மதிப்பாக இருந்தால்,

$R(T/t) \simeq 1-[h(t)]\,T$; (4) அதாவது $[h(t)]\,T < 0{\cdot}1$ என்ருல்

பழுது பார்க்கக்கூடிய கருவிகளும் பழுது பார்க்க முடியாத கருவிகளும் (Repairable and Non-repairable Devices) :

நம்பகமைக்கான கணித வடிவத்தை இதுவரை ஆராய்ந்த போது கருவிகள் பழுதுபார்க்கக் கூடியதா இல்லையா என்பதைப் பற்றி நாம் கவனிக்கவில்லை. தோல்வி ஏற்பட்டவுடன் சோதனை முடிந்தது, விளைவுகளை தீர்மானிக்கப்பட்டது. எனவே தோல்வி உருப்படிவத்தை பழுதுபார்க்கக் கூடிய, பார்க்க முடியாத கருவிகளுக்கு பயன்படுத்துவோம். எனினும் கருவி பழுது பார்க்கக் கூடியதென்ருல், $t = 0$விருந்து அக்கருவி முதல் முறையாக தோல்வியுறும் நேரம் வரைக்குமட்டுமே அவ்வுருப்படிவம் செல்லுபடியாகும் (is valid), அதேபோல நம்பகமைச் சார்பலின் $R(T/t)$ என்பது (o, t) இடைவெளியில் தோல்வியுருத t ஆயுள் உள்ள ஒரு கருவி, அடுத்த பணிக்காலம் T வரை, வெற்றியுடன் இயங்குவதற்கான நிகழ்தகவைக் குறிக்கிறது. ஆகையால் நம்பகமை உருப்படிவம் எல்லா கருவிகளுக்கும் கொள்கையளவில் பயன்படாது; ஆனல் t ஆயுள்காலம் வரை தோல்வியுருத கருவிகளுக்கு மட்டும் பயன்படும். ஆனல் (o, t) இடைவெளியில் ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட தடவை தோல்வியுற்றும் பழுதுபார்க்கப்பட்டதும் ஆன கருவிக்கான நம்பகமையைக் கண்டுபிடிக்க எவ்வித உருப்படிவத்தை நாம் பயன்படுத்த வேண்டும்? இக்கேள்விக்குப் பதில் அளிக்கும் வகையில், கருவியின் தோல்வி சார்புநிலையில் பழுதுபார்த்தபின் விளைபயனை (effect) வரையறுத்தல் அவசியமாகிறது.

முதலில் ஒரு கருவியினைப் பழுதுபார்ப்பதால் அது ஒரு 'புதியது போன்ற' (like new) நிலைக்குத் திரும்பும் வகையைக் கவனிப்போம், மிகவும் குறைவான பகுதிகளைக்கொண்டகருவி

களுக்கு நடைமுறையில் இந்த சூழ்நிலை பொருந்தும். பழுது பார்த்த கருவிக்கான தோல்வி விதியானது ஒரு புதிய கருவிக்கு உள்ளதைப்போல எடுத்துக்கொள்ளப்படும். இங்கு பழுதுபார்க்கப்பட்ட கருவியின் நேரத்தை $t = 0$ என்று இயக்கும் நேரமாக எடுத்துக்கொள்ள வேண்டும். அதாவது கருவி இப்போது பழுது பார்க்க முடியாதது ஆகும். ஒரு தோல்வியுற்ற கருவி ஒரு 'புதிய' கருவியை உற்பத்தி செய்யப்பயன்படுகிறது.

இரண்டாவதாக, பழுதுபார்க்கப்பட்ட ஒரு கருவியை அது தோல்வியே ஏற்படாத ஒரு கருவிக்குச் சமமாக கருதும் வகையினைக் கவனிப்போம். அதாவது, இதற்கும், தோல்வியே நிகழாத கருவிக்கான அதே தோல்விச் சார்புநிலை உள்ளது எனக் கருதுவோம். இச் சூழ்நிலை நிறைய பகுதிகளைக் கொண்ட ஒரு ஒழுங்கு அமைப்பில் (தனித்தனியாக சிறிது பிரித்தல்மூலம் மாற்றீடு செய்யப்பட்டவாறு ஆன பகுதிகளைக்கொண்ட அமைப்பில்) உள்ள ஒரு கருவிக்கு ஏற்படும். இங்கும், பழுது பார்க்கப்பட்ட கருவிக்கும், ஒரு முறைகூட தோல்வியுறாத கருவிக்கும் ஒரே மாதிரியான தோல்வி விதி உள்ளது.

கடைசியாக பழுதுபார்க்கப்பட்ட கருவியை ஒரு புதிய கருவியாகவோ அல்லது ஒரு தோல்வியே எப்போதும் நிகழாத கருவியாகவோ எடுத்துக்கொள்ள முடியாத வகையைக் கவனிப்போம். உதாரணமாக, குறைந்த பகுதிகள் கொண்ட ஒரு கருவியை எடுத்துக்கொண்டால் ஒரு தோல்வியுற்ற பகுதியைப் பதிலமர்த்துவதால் அக்கருவியின் தோல்வி வீதம் பாதிப்பதில்லை. ஆனால் பழுதுபார்த்தலினால் கருவி புதிய நிலைக்கு திரும்பிவிடுகிறது என்று கூறுவதற்கும் இல்லை. இதற்கு மறுதலையாக (alternatively) ஒரு கருவியின் பழுதுபார்க்கும் செயல்முறை கருவியின் மற்ற பகுதிகளையும் சீர்கேடாக்கி மற்ற பகுதிகளின் தோல்விச் சார்புநிலையை அதிகரிக்கின்றது.

ஒரு பழுதுபார்க்கக் கூடிய கருவி பொதுவாக இரண்டாம் வகையினைச் சேர்ந்ததாகும். அதாவது பழுதுபார்க்கப்பட்ட கருவியின் தோல்வி வீதம் தோல்வியே ஏற்படாத அதே போன்ற ஒரு கருவியின் தோல்வி வீதத்துக்குச் சமமாக இருப்பதாக அனுமானிக்கின்றோம். இத்தகைய கருவியை இரண்டாம் வகை (type II) பழுதுபார்க்கக்கூடிய கருவி எனக் கூறுகின்றோம்.

கருவியின் 'சேவை காலம்' (service life) எனக் கூறப்படும் இயக்க நேரம் (t_1, t_2) இடைவெளி ஒன்றில் இரண்டாம் வகைக்

கான பழுதுபார்க்கக்கூடிய கருவியை எடுத்துக்கொள்வோம். (t_2-t_1)-உடன் T ஐ ஒப்பிட்டுப் பார்க்கையில் D மிகச் சிறியதாக இருக்கக்கூடிய T என்ற அடுத்தடுத்த பணிக்கால நேர அளவுகளைக் கொண்டு, கருவியின் சேவை காலத்தின்போது, சேர்க்கப்பட்ட இலக்க நேரம் ஆகும். எனவே கருவியின் (t_1, t_2) என்ற சேவைக் காலத்தில் $n = \frac{(t_2-t_1)}{T}$ பணிகள் (missions) மேற்கொள்ளப்படுகின்றன. உண்மையான பணிக்கான இடைவெளிகளுக்குள் 'செக்-அவுட்' நேரம் ஏதும் இருந்தால் அவையும் சேர்க்கப்படுகின்றன.

$i = 1, 2, 3, \ldots n$ பணிகள் என்றால் i-வது பணிக்கான நம்பகமையை

$$R(T/iT) = e^{-\int_{iT}^{(i+1)T} h(t)\,dt} \tag{1}$$

என்று எழுதலாம். (1)ல் உள்ள அடுக்குக் குறி 0·1 என்றவாறு குறைவாக இருப்பின், $R(T/iT)$ன் தோராய மதிப்பைக் கீழ்க் கண்ட விதத்தில் குறிக்கலாம்.

$$R(T/iT) \simeq 1 - \int_{iT}^{(i+1)T} h(t)dt \tag{2}$$

சேவைக் காலத்தில் செய்யப்பட்ட n பணிகளுக்கான, கருவியின் சராசரி நம்பகமையை $\bar{R}_l\,(t_1, t_2)$ என்று எழுதினால்

$$\bar{R}_1\ (t_1, t_2) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} R(T/iT) \tag{3}$$

சமன்பாடு (2) ஐ சமன்பாடு (3)க்கு உபயோகித்தால்

$$\bar{R}_l\,(t_1, t_2) \simeq 1 - \frac{1}{n} \int_{t_1}^{t_2} h(t)dt \tag{4}$$

$n = \frac{t_2-t_1}{T}$ என்பதனை (4)ல் உபயோகித்தால்

$$\bar{R}_I(t_1, t_2) \simeq 1 - \frac{1}{t_1 - t_2} \int_{t_1}^{t_2} h(t)dt \qquad (5)$$

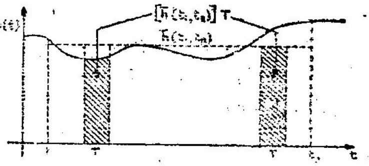
சேவைக் காலத்தின்போது சராசரி தோல்வி வீதம்

$$\bar{h}(t_1, t_2) = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} ht()dt$$ என்பதால்

சமன்பாடு (5) கீழ்க்கண்ட விதத்தில் எழுதப்படுகிறது:

$$\bar{R}_t(t_1, t_2) \simeq 1 - [\bar{h}(t_1, t_2)[\ T \qquad (6)$$

இச்சமன்பாடு கீழ்க்கண்ட படம் மூலமாக விளக்கப்படுகிறது.



படம் 34.

சமன்பாடு (6) ஒரு முக்கியத்துவம் வாய்ந்த விளைவு (IIம் வகை) பழுதுபார்க்கக் கூடிய கருவிக்கு ஒரு குறித்த $t_s = t_2 - t_1$ என்ற சேவைகாலத்தின்போதான சராசரி நம்பகமை அதே சேவைக்காலத்தின்போதான சராசரி தோல்வி வீதத்துடன் தொடர்பாக உள்ளது என்பதைக் காட்டுகிறது.

குளியல் தொட்டி தோல்வி வித குணப் பண்பு :
(Bath tub Failure Rate Characteristic) :

நிறைய கருவிகளின் எண்ணிக்கையை, தோல்வி வீதச் சார்பலன் $h(t)$ ஐ ஆராயும் பொருட்டு, சோதனை செய்து, எந்த நேரத்தில் இக்கருவிகளில் தோல்வி ஏற்படுகின்றது என இங்கு கண்டுபிடிக்கின்றோம். ஒரே கருவிக்கு வெவ்வேறு இயக்கும் நிலைகளில் வெவ்வேறு $h(t)$ சார்பலன்கள் கிடைக்கும் என்று

எதிர்பார்க்கலாம். எனவே சோதனை இந்த நிலைகளில் திடீர் மாற்றங்களை உண்டாக்கினால், ஒவ்வொரு மாற்றத்திற்கும் தோல்வி வீதச் சார்பலன் அதற்கேற்ற 'தாவுதல்களை' (jumps)க் காட்டமுற்படுகிறது. எனினும், எந்த ஒரு தரப்பட்ட நிலைத்த நிலையிலும், தோல்வி விதச் சார்பலன் மிருதுவாக (smooth) அல்லது மெல்லிழையாக இருக்க வேண்டியுள்ளது. கருவியின் திறமை (capability) அதிகரிக்கவில்லை என்ற அனுமானத்தின் பேரில், நிலைகளின் ஒவ்வொரு விருப்பத் தேர்விற்குமான (choice) தோல்வி வீதச் சார்பலன் ஒரே பொதுவான வடிவில் (shape) இருப்பதாக எதிர்பார்க்கப்படுகின்றது. எனவே $h(t)$ சார்பலனின் பொதுவடிவினை ஆராயும்பொருட்டு கருவியின் திறமைக்கேற்றவாறு நிலைத்த நிலையில் (constant conditions) சோதனை மேற்கொள்ளப்படுகிறது.

கருவியின் மொத்த தோல்வி வீதத்தை கீழ்க்கண்ட மூன்று தனித்தனியான தோல்வி வீதங்களின் கூட்டலாகக் கருத முடியும். அவையாவன :

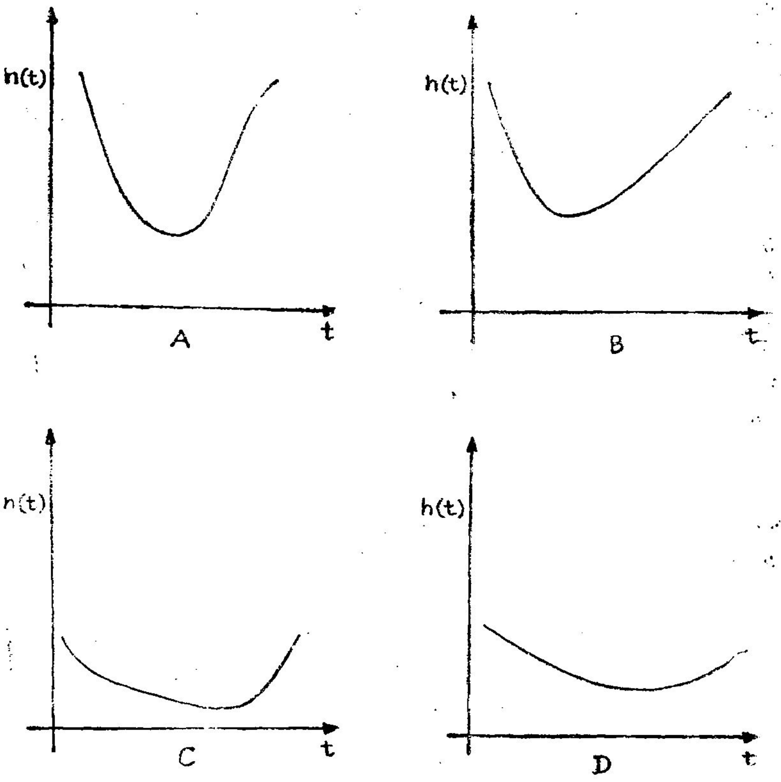
(i) தரம் குறைந்த கருவிகள், உறுதி நிலைப்பாடு இவற்றினால் (substandard devices and stabilization) ஏற்படும் தோல்வி வீதம்.

(ii) தேய்மானத்தால் ஏற்படும் தோல்வி வீதம்.

(iii) ராண்டம் தோல்விகளால் ஏற்படும் தோல்வி வீதம்.

இந்த தோல்வி வீதமானது ஆரம்பத்தில் (i)ன் விளைவாக குறைய ஆரம்பிக்கும்; (iii)ன் விளைவாக பூஜ்யத்துக்கும் அதிகமாக எப்போதும் இருக்கும்; (ii)ன் விளைவாக அதிகரிக்க ஆரம்பிக்கும்.

இந்த தோல்வி வீத வளைகோட்டின் ஏறும் இறங்கும் விதங்களைப் பற்றிய வடிவினையும் அவற்றின் தொடர்பினையும் கீழ்க்கண்ட படங்களின் மூலமாக சித்தரிக்கலாம்.



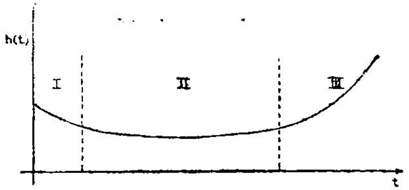
படம் 35.

இருந்தபோதிலும் கருவியின் அமைப்பு, உற்பத்தி, பயன்பாடு இவை ஒரு குறிப்பிட்ட சேவைக் காலத்தில் தோல்வி வீதத்தை மீச்சிறுமமாக்கும் நோக்கத்துடன் செயற்படுத்தப் பட்டால், மேலே கண்ட வடிவங்களின் வீச்சுக்களை மேலும் குறைக்க வழியுண்டு.

உதாரணமாக இறங்கி வரும் தோல்வி வீத காரணியின் அளவையும் காலவரையும் உற்பத்திச் செயற்பாங்கில் (கடின) இறுக்கமான கட்டுப்பாடு, சிறப்பான சோதனைகள் இவற்றின் மூலமாகக் குறைக்க முடியும். இத்தகைய சோதனைகளை 'தடை காப்பு சோதனைகள்' என்று (screening tests) அழைக்கின்றோம். ஏறி வரும் தோல்வி வீதக் காரணி அளவையும் பொருளுடையதாயிருப்பின் அதையும் சுட்டுறுப்பு விலக்கத்தில் இறுக்கமான

குறியீடுகள் முதலியன மூலம் கூட்டலாம். ராண்டம் தோல்வி வீதத்தினையும் எங்கெங்கு எவ்வாறு தோல்வி ஏற்படுகிற தென்று கண்டுபிடித்து குறைத்துவிடலாம்.

இம்மூன்று தோல்வி வீதங்களும் வெவ்வேறு இயக்கும் காலக்கூறுகளில் ஒவ்வொன்றும் சிறப்புப் பெற்றிருக்கும். கீழ்க் கண்ட படம் 2ல் காட்டப்பட்ட I, II, III படிநிலைகள் முறையே குழந்தை இறப்புப் படிநிலை (infant mortality rate) இயல்பான (வாழ்வு) ஆயுள் படிநிலை (normal life phase), தேய்மானப் படி நிலை (wearout phase) என்று அழைக்கப்படுகின்றன.



படம் 86.

இதன் கிடைக்கும் தோல்வி வீதச் சார்பலனை நாம் 'குளியல் தொட்டி' (bath tub) 'தோல்வி வீத வளைகோடு' அல்லது ஆயுள் குணப் பண்பு வளைகோடு (life characteristic curve) என அழைக் கிறோம். இந்த மூன்று தோல்வி வீதக் கூறுகள் யாவும், இயக் கும் காலக் கூறு முழுவதுக்கும் பரவிக் காணப்படுகின்றன.

அடுக்குக்குறி தோல்வி உருப்படிவம் (Exponential Failure Model):

இங்கு $h(t)$ ஒரு நிலைத்த மதிப்பு என்றவாறுன தோல்வி உருப்படிவத்தைக் கவனிப்போம். அதாவது தோல்வி உருப் படிவம்

$$\left.\begin{aligned} h(t) &= \lambda, \quad t > 0;\ \lambda > 0 \\ &= 0, \qquad t > 0 \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

என்றவாறு குறிப்பிடப்படுகிறது. நம்பகமையில் இத்தகைய உருப்படிவம் முக்கியத்துவம் வாய்ந்தது. இதை ஒரு நிலைத்த தோல்வி வீத உருப்படிவம் (constant failure rate model) என்று அழைக்கலாம். தோல்வி அடர்த்திச் சார்பலன் $f(t)$ யானது ஓர் அடுக்குக்குறி வடிவத்தில் இங்கு காணப்படுவதால் இதை

அடுக்குக்குறி தோல்வி உருப்படிவம் எனவும் அழைக்கின்றோம். இது எவ்வாறு என்பதை பின்னால் விளக்குவோம்.

$R(t)$ ன் மதிப்பை $$R(t) = e^{-\lambda t} \qquad (2)$$

என்று நாம் முன்பே கண்டறிந்தோம்.

ஒரு கருவியின் ஒரு குறிப்பிட்ட ஆயுளை $t = 0$ என்றவாறு குறிப்பிட்டால், அந்த குறிப்பிட்ட ஆயுள்காலத்தில் ஆரம்பிக்கும் ஒரு பணிக்கான நம்பகமை $R(t)$ எனப்படும். எந்த ஒரு குறிப்பிட்ட காலம் t யிலும் ஆரம்பித்த ஒரு பணிக்கால நேரம் T க்கான நம்பகமை

$$R(T/t) = e^{-\int_t^{t+T} h(y)\,dy}$$

$h(t) = \lambda$ என்றால்

$$R(T/t) = e^{-\lambda T} \qquad (3)$$

சமன்பாடு (3), சமன்பாடு (2)க்குச் சரிசமமாக இருப்பதைக் காணலாம். சுருக்கமாகக்கூறினால், T பணிக்காலத்தில் ஒரு கருவியின் நம்பகமை, பணி ஆரம்பித்த நேரமான t காலத்தைச் சாராமல் (independaent) இருக்கின்றது. தோல்வி வீதம் நிலைத்ததாக இருந்தால் மட்டுமே, $(t, t + T)$ இடைவெளியில் $h(t)$ன் பரப்பளவு, ஒரு நிலைத்த பணிகாலம் Tக்கு எல்லா t ஆயுள் காலங்களுக்கும் ஒரே அளவுடையதாக இருக்கும். சமன்பாடு (3)ல் குறிப்பிட்ட ஆயுள் நற்சார்பற்றதன்மை (Age Independence) யின் முக்கியபண்பு, எல்லா கருவிகளுக்குமான ஒரு தோல்வி உருப்படிவமாக சமன்பாடு (1)ஐக் கொள்ள முடியாது என்ற கருத்துவேறுபாட்டினை ஏற்படுத்துகிறது. அதாவது, 10 இலட்சம் மணிகள் இயங்கிய ஒரு கருவி, அடுத்த மணிநேரத்தில் தோல்வியடைவதற்கான வாய்ப்பு 100மணிகளுக்கு அப்புறம் தோல்வியடைவதற்கான வாய்ப்பை விடக்கூடுதலாகும்.

$t = 0$ முதல் $t = \infty$ வரையான வீச்சில் தோல்வி வீதம் நிலைத்ததாக உள்ளதை சமன்பாடு (1) கணிதவடிவில் காட்டு

கிறது என அறிகின்றேம் (^{0}, ∞) என்ற வீச்சில் எந்த ஒரு கருவியும் இத்தகைய பண்பினைக்காட்ட வாய்ப்பில்லை என்பது மெய்யாகும். இருப்பினும் குறைந்த தோல்வி வீதத்தையுடைய ஒரு கருவியானது இயங்கும் நேரத்தில் ஒரு குறித்த காலவரையில் ஓரளவுக்குக்குறைந்த தோல்வி வீதத்தைக் காட்ட முடியும் என்ற வாய்ப்பு உள்ளது. அதைத்தான் குளியல் தொட்டி தோல்வி வீதப்பண்பின் 'இயல்பான ஆயுள் காலம்' (normal life) என்கிறேம். இந்தக் காலவரையில் உருப்படிவத்தின் பயனைக் கவனித்தால் நிலைத்த தோல்வி வீதத்திற்கான எதிர்ப்பு குறைகிறது. நிலைத்த தோல்வி வீதமானது ஒருகுறித்த காலவரைக்கு மட்டுமே பொருந்துகிறது என்பதனை கணிதவடிவில் விளக்க முற்படுவோம்.

தோல்வி வீதச்சார்பலன் $h(t)$ ஐக் கீழ்க்கண்டவாறு எழுதுவோம்.

$$\left.\begin{aligned} h(t) &= \lambda\,; \quad 0 \le t_1 \le t_1 \le t_2;\ \lambda > 0 \\ &= 0, \qquad t < 0 \\ &= g(t), \quad 0 \le t \le t;\ t \ge t_2 \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

என்று வரையறுப்போம் (t_1, t_2) இடைவெளியில் தோல்வி வீதம் நிலைத்தும், மற்ற மதிப்புக்களில் அதாவது $t > 0$க்கு அதன் மதிப்பு $g(t)$ என்ற ஏதோ ஒரு சார்பலனுக்குச் சமம் என்றும் சமன்பாடு (4) வெளிப்படுத்துகிறது. (4) ஐ சமாளிப்பதைவிட சமன்பாடு (1) எவ்வளவோ தேவலை என்று தோன்றுகிறது. (4)ல் காட்டப்பட்ட உண்மையான (மெய்யான) நிலையை நாம் கவனத்தில் கொள்ளாவிட்டால், இந்த உருப்படிவத்திற்கு நிகழ்தகவுக் கொள்கையைப் பயன்படுத்தி ஏற்படும் விளைவுகளைத் தவறுதலாக அறியவாய்ப்பும் உண்டு. ஆகவே எந்த சமயத்தில் நிலைத்த தோல்வி வீத உருப்படிவம் (constant failure rate model) பயன்படும் என்பதைப்பற்றி பிறகு தீவிரமாக ஆராய்வோம். சமன்பாடு (1)ன் மூலம் காணப்பட்ட உருப்படிவத்தின் மற்ற பண்புகளைப்பற்றி இப்போது விவரிப்போம்.

சமன்பாடு (1) ஒரு நம்பிக்கையான நிகழ்தகவு உருப்படிவத்தைப் பெற்றுள்ளதா? அதாவது ஒரு தோல்வி வீதச் சார்பலனை ஒரு ஏதேச்சையான முறையில் எழுத முடியாது. அது நிகழ்தகவுக் கொள்கையைத் திருப்திப்படும் நிகழ்தகவுச் சார்பலனுல் குறிக்கப்பட்டிருக்கும்.

சமன்பாடுகள் (1), (2)ன் மூலமாக தோல்வி (நிகழ்தகவு) அடர்த்திச் சார்பலன் $f(t)$யைக் காணமுடியும்.

$h(t) = \dfrac{f(t)}{R(t)}$ என்று நாம் முதலில் வரையறுத்துள்ளோம். இங்கு (1), (2)-ன் மூலமாக $f(t)$ ஐ

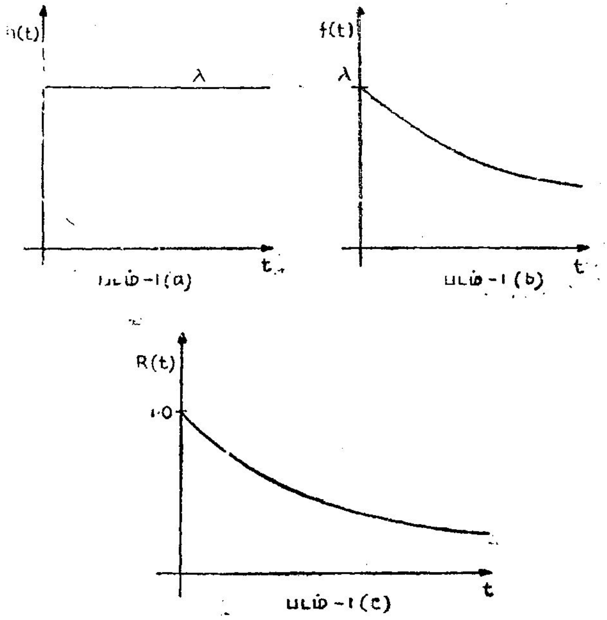
$$\left. \begin{aligned} f(t) &= \lambda \cdot e^{-\lambda t} & t &> 0 \\ &= 0 & t &\leq 0 \end{aligned} \right\} \qquad (5)$$

என்று எழுதலாம்.

எல்லா t க்கும் $f(t) >, 0$ என்று தெரிகிறது.

மேலும் $\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\, d = t \left[-e^{-\lambda t} \right]_{0}^{\infty} = 1$ என்றும் அறிகிறோம்.

எனவே $f(t)$யும், அதன் மூலமாக $h(t)$யும் ஒரு நம்பகமான தொடர்ச்சி நிகழ்தகவு விதியினை வரையறுக்கின்றது. சமன்பாடு (5)ன் மூலம் குறிக்கப்பட்ட நிகழ்தகவியல் விதியானது ஓர் அடிப்படைத்தத்துவம் ஆகும். இதை அடுக்குக் குறி நிகழ்தகவு விதி (exponential probability law) என்று அழைக்கிறோம். எனவே சமன்பாடு (5) அல்லது (1)ன் மூலமாக குறிக்கப்படுகின்ற இதைச் சார்ந்த தோல்வி உருப்படிவத்தை அடுக்குக்குறி தோல்வி விதி (exponential failure law) என்று கூறுகின்றோம். $h(t)$, $f(t)$, $R(t)$, சார்பலன்களுக்கான வடிவங்களைக் கீழ்க்கண்ட படம் விளக்குகிறது.



படம் 37.

இங்கு $h(t)$, $f(t)$ இரண்டும் $t = 0$க்கு λ மதிப்பில் ஆரம்பிக்கிறது. t கூடக்கூட, சோதனையில் இன்னும் இருக்கும் கருவிகளின் எண்ணிக்கை குறையத் தொடங்குகிறது. ஆகவே ஒவ்வொரு கருவியும் $h(t)$ என்ற தோல்விச் சார்புநிலையை நிலைத்ததாகக் கொண்டிருந்தபோதிலும் தோல்விகளின் அடர்த்தி குறையும்.

இப்போது அடுக்குக் குறி தோல்வி விதியின் சராசரியைக் கவனிப்போம்.

$$\mu = \int_0^\infty t.\,\lambda \quad e^{-\lambda} \quad dt \qquad (6)$$

(6)ன் மதிப்பைக் கணித்தால் $\mu = \frac{1}{\lambda}$ (7)

என்று அறிகிறோம். ஒரு கருவியின் தோல்விக்கான நேரத்தை (time to failure), $f(t)$ன் மூலமாகக் குறிப்பதால், அக்கருவியின்

யின் தோல்விக்கான சராசரி நேரம் என்று (mean time to failure) μ ஐக் குறிப்போம். அதாவது $t = 0$ முதல் தோல்வி ஏற்படும் வரை சோதிக்கப்பட்ட கருவிகளின் தோல்விக்கான சராசரி நேரம் என்று விவரித்துக் கூறுவோம்.

$1/\lambda$ என்ற அளவு தோல்விகளுக்கிடையேயான சராசரி நேரத்தை (mean time between failures) MTBF குறிக்கும் இதையே பழுது பார்த்தல்களுக்கிடையேயான சராசரி நேரம் என்றும் கூறலாம்.

தோல்விக்கான சராசரி நேரத்தை தோல்வி அடர்த்திச் சார்பலன் $f(t)$ன் சராசரி என்று எழுதுகிறோம். எனவே எந்த ஒரு தோல்வி உருப்படிவத்திற்கும், தோல்விக்கான சராசரி நேரம் என்பது ஒரு பொதுக் குறியீடு (general index) ஆகும். கணித வடிவில் தோல்விகளுக்கு இடையேயான சராசரி நேரம்.

$$m = \frac{1}{\lambda} \quad \text{ஆகும்} \tag{8}$$

அடுக்குக் குறி தோல்வி உருப்படிவத்துக்கு மட்டுமே இந்த தோல்விகளுக்கிடையேயான சராசரி நேரம் வரையறுக்கப்படுகிறது. இந்த உருப்படிவத்திற்கு இது தோல்வி வீதத்தின் தலைகீழ் பின்னமாகும்.

$$h(t) = \lambda \tag{9}$$

$$h(t) = \frac{1}{m} \tag{10}$$

$$h(t) = \frac{1}{\mu} \tag{11}$$

சமன்பாடு (9) ஐ இயற்பியலான (காரணங்களுக்கு) சூழ்நிலைகளுக்கு (physical consideration) உபயோகிக்கிறோம். பழுதுபார்க்க முடியாத கருவிகளுக்கு (9) ஐ உபயோகிக்கிறோம்.

பழுதுபார்க்கக்கூடிய கருவிகளுக்கு சமன்பாடு (10) ஐப் பயன்படுத்துகிறோம். அடுக்குக் குறி தோல்வி உருப்படிவத்திற்கு (11) ஐப் பயன்படுத்துவதே இல்லை எனலாம்.

தோல்விகளுக்கிடையேயான சராசரி நேரத்தை சுருக்கமாக MTBF (mean time between failures) எனக் குறிப்பிடலாம்.

தோல்விக்கான சராசரி நேரத்தை MTF (mean time to failure) எனச் சுருக்கி அழைக்கலாம். குழப்பத்தை அதிகரிக்க, வேறு பல பதங்களையும் சில ஆசிரியர்கள் பயன்படுத்துகின்றனர். அவை சராசரி ஆயுள் (mean life), தோல்விக்கு முன்னுல் சராசரி நேரம் போன்றவையாகும், சராசரி ஆயுள் என்பது MTF ஐயும், தோல்விக்கு முன்னுல் சராசரி நேரம் என்பது MTBF ஐயும் குறிப்பனவாகும். $h(t)$ ஐக் குறிப்பதற்கு (9), (10), (11) சமன்பாடுகளைத்தவிர வேறுவித வழிகளும் உண்டு. அடுக்குக் குறி தோல்வி விதியானது ஒரு சுட்டுறுப்பைக் கொண்டு இருக்கும். (9)ல் சுட்டுறுப்பானது கருவியின் தோல்வி வீதத்தைக் குறிக்கிறது. (10)ல் உள்ள ஒரு சுட்டுறுப்பானது கருவியின் MTBF ஐக் குறிக்கிறது. தோல்வி வீதச்சார்பலனை மற்றும் ஒரு முறையில் குறிப்பிடலாம். அதாவது.

$h(t) = A^2$ ஆகும்

இங்கு A என்பது ஒரு சுட்டுறுப்பு ஆகும். எப்படி இருந்த போதிலும் சமன்பாடு (9) அல்லது (10) மூலமாகவே அடுக்குக் குறி தோல்வி உருப்படிவம் வழக்கமாக எழுதப்படுகிறது. அவற்றுக்கான நம்பகமை சார்பலன்கள் முறையே

$$R(T/t) = e^{-\lambda T} \qquad (12)$$

$$R(T/t) = e^{-T/m} \qquad (13)$$

ஆகும். கருவியின் நம்பகமை அடுக்குக்குறி உருப்படிவத்திற்கான கருவி ஆயுளைச் சாராமல் இருப்பதால், (12), (13) சமன்பாடுகளில் t என்ற குறியீட்டைத்தவிர்த்து எழுதலாம். மேலும் இப்போது பணிக்காலத்திற்கும் இயக்கும் காலத்துக்கும் இடையேயான வேற்றுமையைக் காட்டவேண்டிய அவசியம் இங்கு இல்லாததால், t ஐயே பணிக் காலத்தைக் குறிக்க உபயோகிக்கலாம். எனவே (12), (13) சமன்பாடுகள் கீழே கண்டவாறு எழுதப்படுகின்றன.

$$R(t) = e^{-\lambda t} \quad (14)$$

$$R(t) = e^{-t/m} \quad (15)$$

ஆகும். இந்த வடிவங்களில் தான் 'அடுக்குக் குறி நம்பகமை உருப்படிவம்' (exponential reliability model) எழுதப்படுகின்றது. சிலசமயங்களில் MTBF ஐ Mக்குப் பதில் 'G' மூலமாகவும். λக்குப்பதில் Fஐயும் பயன்படுத்துகின்றனர். இன்னும் சில சமயங்களில் சார்பலன்களின் 't'யைத் தவிர்த்து கீழ்க்காணும் விதத்திலும் எழுதுகின்றனர்.

$$R = e^{-\lambda t} \quad (16)$$

$$R = e^{-t/m} \quad (17)$$

இங்கு t என்பது பணிக்கால நேரத்தைக் குறிக்கும்

இப்போது ஒரு கருவியின் இயக்கும் காலம் அதன் $MTBF$க்குச் சமமாக இருக்கும் விதத்தில் அதன் நம்பகமையைக் கவனிப்போம். அதாவது $t = m$ எனக் கொள்வோம். (17)வது சமன்பாட்டிலிருந்து

$$R = e^{-1} = 0{\cdot}368$$

எனவே கருவிகளில் 36.8% சதவீதமானது MTBF க்குச் சமமான பணிக்காலத்திற்கு வெற்றிகரமாக இயங்கும் என எதிர்பார்க்கப்படுகிறது. இதை 50 சதவீதமாக இருக்க வேண்டும் என்று சிலர் எதிர்பார்க்கின்றனர். MTBF ஆனது பரவலின் சராசரி மதிப்பு μக்குச் சமமாக இருக்கும் என்பதை இங்கு நினைவுபடுத்திப் பார்க்கவேண்டும் $f(t)$யை இரு சமபகுதிகளாகப் பிரிக்கும் ஓர் அளவை நாம் இடைநிலைச்சராசரி (median) என்று கூறுகிறோம். சமன்பாடு (17)ல் $R = 0{\cdot}5$ என்றுவைத்துக்கொண்டு tன் மதிப்பைக் கணிக்க முடியும்.

$$0.5 = e^{-t/m}$$

அல்லது $\log 0.5 = -t/m$

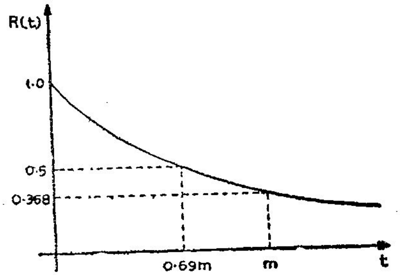
$$t = -m\,[\,\log_e(10) \times \log_{10}(0.5)\,]$$

$$= -m\,[\,2.3026 \times \bar{1}.69897\,]$$

$$= -m\,[\,2.3026 \times -0.30103\,]$$

$$t = 0.693\,m$$

எனவே ஒரு கருவி 100 மணிகளை MTBF ஆகக்கொண்டிருந்தால் அத்தகைய கருவிகளில் 50% சதவீதம், 70 மணி பணிக் காலத்தில் தோல்வியுறும் என்று எதிர்பார்க்கலாம். சராசரிக்கும், இடைவெளிச்சராசரிக்கும் இடையேயான (உறவு) தொடர்பினைக் கீழ்க்கண்ட படம் விளக்குகிறது.



படம் 38.

பொதுவாக பணிக்காலம் t ஆனது, MTBF உடன் நோக்குகையில், குறைவாக இருக்கும். $\frac{t}{m}$ என்ற விகிதம் குறைவாக இருக்குமானால் அதாவது $\frac{t}{m}$ அல்லது $\lambda t < 0.1$ என்றால், நம்பகமைச் சார்பலனை e^{-x}ன் முதல் இரண்டு பதங்களின் மூலமாக தோராயப்படுத்தி எழுதலாம்.

$$R \simeq 1 - \lambda t \tag{18}$$

$$R \simeq 1 - t/m \tag{19}$$

இத்தோராயம் $\frac{t}{m} < 0.1$ க்குப் பொருந்துவதுபோல $\frac{t}{m} > 0.9$ க்கும் பொருந்தும்.

சமன்பாடுகள் (16), (17), (18), (19), இவற்றினை விளக்கும் உதாரணங்களை இப்போது கவனிப்போம்.

1. ஒரு கருவியின் $MTBF = 100$ மணி நேரங்களானால், ஒரு 5 மணி பணிக்காலத்திற்கான அதன் நம்பகமை எவ்வளவாக இருக்கும்?

$$\frac{t}{m} = \frac{5}{100} = 0{\cdot}05$$

t/m குறைவானதால் (19) சமன்பாட்டிலிருந்து,

நம்பகமை $= R = 1 - 0{\cdot}05 = 0{\cdot}95 = 95\%$

2. 3 மணி பணிக்காலத்திற்கான ஒரு கருவியின் நம்பகமை 97% என்றால் அக்கருவியின் தோல்வி வீதம் யாது?

இங்கு Rன் மதிப்பு 1·0க்குச் சமீபத்தில் (அதாவது 0·9 க்கும் அதிகமாக) உள்ளதால், (18) சமன்பாட்டை மாற்றியமைப்பதன் மூலம்

$$\lambda \simeq \frac{1-R}{t} = \frac{1-0.97}{3} = \frac{0.03}{5} = 0{\cdot}01 \text{ தோல்விகள்/மணிக்கு.}$$

3. ஒரு கருவியின் $MTBF = 100$ மணிகள், ஒரு 50 மணி நேர பணிக்கான அதன் நம்பகமை யாது?

$$\frac{t}{m} = \frac{50}{100} = 0{\cdot}5$$

இங்கு $\frac{t}{m}$ ன் மதிப்பு (முன்போல) சிறியதல்ல என்பதால் (17)வது சமன்பாட்டினைப் பயன்படுத்துகிறோம்.

$$R = e^{-t/m} = e^{-0.5} = 0{\cdot}606 = 60{\cdot}6\%$$

4. ஒரு 30 மணி பணிக்காலத்திற்கான ஒரு கருவியின் நம்பகமை 75% என்றால் அக்கருவியின் தோல்வி வீதம் யாது?

இங்கு $R < 0{\cdot}9$ என்பதால் சமன்பாடு (16) ஐ உபயோகிக்கிறோம். (16)ன் இயல்பான இலாகிரிதத்தை எடுத்துக்கொண்டு λக்காக தீர்வு கண்டால்,

$$\log_e R = -\lambda t$$

$$\therefore \quad \lambda = \frac{-\log_e R}{t}$$

$$= \frac{-[\log_{10}(0.75) \times \log_e 10]}{t}$$

எனவே $\lambda = \dfrac{-(\bar{1}.87506)(2 \cdot 30256)}{t}$

$$= \frac{-(-0.288)}{30}$$

$= 0.0096$ தோல்விகள்/மணிக்கு

அடுக்குக்குறித் தோல்வி உருப்படிவத்தின் பயன்கள் (Applications):

அடுக்குக் குறி தோல்வி உருப்படிவம் அதாவது நிலைத்த தோல்வி உருப்படிவமானது நம்பகமை தத்துவத்தில் ஒரு முக்கிய பங்கினை ஏற்றுள்ளது. இந்த உருப்படிவத்தின் சிறப்பு அதன் ஏற்புடைமையை (validity) விட அதன் கணித வடிவின் எளிமையான முறையிலிருந்து விளங்குகிறது. எந்தெந்த சந்தர்ப்பங்களில் இந்த உருப்படிவம் பயன்படுகிறது என்பதை நன்கு விளக்கிக்காட்ட வேண்டியது அவசியமாகின்றது. இந்த உருப்படிவத்தைப் பற்றிய குறைபாடுகளையும் கவனித்தால் சில கருவிகளுக்கு இந்த உருப்படிவம் ஏற்றுக்கொள்ள முடியாத கீழ்க்கண்ட பண்புகளைப் பெற்றுள்ளதை அறிகின்றோம்.

(i) நம்பகமையானது ஒரு குறித்த பணிக்காலத்தில் அக்கருவியின் ஆயுளைச் சாராமல் உள்ளது.

(ii) ஒரு கருவி அதன் சேவைக்கால ஆயுளை விட அதிக மான ஒரு *MTBF* ஐக் கொண்டுள்ளது. உதாரணமாக ஒரு கருவியுன் சேவைக்காலம் 1000 மணிகள் என்றால், அதன் *MTBF* 10,000 அல்லது 1,00,000 மணிகளாகவும் இருக்கும்.

இத்தகைய குறைகள் எவ்வாறு ஏற்படுகின்றன என்றால், ஒரு நிலைத்த தோல்வி வீதத்தைக் குறிக்கக்கூடிய கணித உருப் படிவத்தின் இயக்கும் நேரம் $(0, \infty)$, அந்த உருப்படிவத்திற் கான காலவரை அதாவது அதன் சேவை ஆயுள் காலம் $T_s = t_2 - t_1$ இந்த இரண்டு கால நேரங்களையும் சரிவர பாகுபடுத் திக் காட்டமுடியாத காரணமேயாகும்.

'வீபுல்' தோல்வி உருவடிவம் :

(Weibull Failure Model):

ஒரு தோல்வி வீதக் குணப் பண்பின் சரியான வடிவத்தைச் சோதிக்கும்போது, நிலைத்த தோல்வி உருவடிவத்தைக் காட்டிலும் மேம்பட்டதொரு பொதுவான கணித இயல்புடைய உருவடிவத்தை கவனிக்க வேண்டியது அவசியமாகிறது. இத்தகைய சோதனைகள் பெரும்பாலும் தனித்தனி சிறிய பகுதிகளுக்கு மட்டுமே மேற்கொள்ளப்படுகின்றன. ஒழுங்கு அமைப்புகளில் அல்லது மொத்த சாதனங்களில் மேற்கொள்ளப் படுவதில்லை. நிலைத்ததல்லாத தோல்வி வீத உருவடிவம் விரும்பப்படும் சமயங்களில் வீபுல் உருவடிவம் பெரிதும் பயன் படுகிறது.

இந்த உருவடிவம் நெளிந்து கொடுக்கும் தன்மையினை (flexibility) உடையது. அதாவது சுட்டுறுப்புக்களைச் சரியான முறையில் தேர்ந்தெடுத்து அதிகரிக்கும் தோல்வி வீதப் பண்புகளையும், குறையும் தோல்வி வீதப் பண்புகளையும் இதன்மூலம் விளக்க முடியும். மேலும் தோல்வி வீதப் பண்பினை, இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட வீபுல் உருவடிவங்களின் தொகுப்பாகக் குறிப்பிட்டு, அதிகரிக்கும் குறையும் தோல்வி வீத நிலையினையும் காட்டக்கூடிய ஒரு தோல்வி வீத உருவடிவத்தை நாம் பெற முடியும். எனவே வீபுல் உருவடிவத்தைப் பயன்படுத்தி ஒரு ஒட்டுமொத்தமான 'குளியல் தொட்டி வளைகோடு' தோல்வி வீதப் பண்பினை உருவாக்க (இயக்க) முடியும்.

$\alpha>0$, $\beta>0$ என்றவாறு கீழ்க்கண்ட தோல்வி வீதச் சார்பலன் மூலமாக வீபுல் உருவடிவத்தைக் குறிக்கலாம்.

$$h(t) = \begin{cases} \dfrac{\beta}{\alpha} \cdot t^{\beta-i}, & t<0 \\ 0 & t<0 \end{cases} \qquad (1)$$

சமன்பாடு (1)ல் தோல்வி வீதம், t (ஆயுள்)யைச் சார்ந்தும், tன் ஓர் அடுக்குச் சார்பலனாகவும் (power function) அமைகிறது.

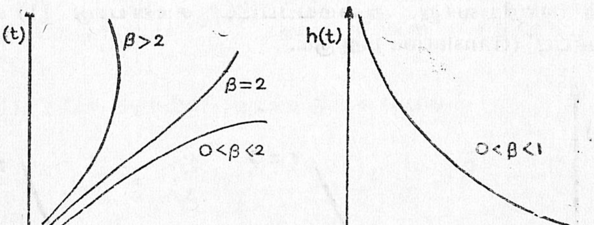
$\beta = 1$ எனும்போது

$$h(t) = \frac{1}{\alpha} \quad , \quad t < 0 \\ \quad = 0 \quad , \quad t < 0 \qquad (2)$$

சமன்பாடு (2) ஆனது ($MTBF = \alpha$ என்றவாறு $1/\alpha$ என்ற தோல்விவீதத்துடன் ஓர் அடுக்குக் குறி தோல்வி உருவடிவமாக உள்ளது. எனவே ஒரு கருவிக்கான வீபுல் உருவடிவம், ஒரு நிலைத்த தோல்வி வீதத்தை அக்கருவி கொண்டிருக்கக் கூடிய சாத்தியக் கூறினைத் தள்ளிவிடாது. அதையும் ஏற்றுக் கொண்டிருக்கும்.

சமன்பாடு (1)ல் வீபுல் உருவடிவத்தின் இரண்டு சுட்டுறுப்புக்கள் α, β ஆகும். அவற்றில் α என்பது 'அலகு சுட்டுறுப்பு' (scale parameter) என்றும், β என்பது உருவ சுட்டுறுப்பு' (shape parameter) என்றும் அழைக்கப்படுகின்றன. அதிகரிக்கும், குறைந்து போகும் தோல்வி வீதங்களையும் அதே சமயத்தில் நிலைத்த தோல்வி வீதங்களையும் குறிக்கும் தன்மையை உருவ சுட்டுறுப்பு 'β' உருப்படிவத்திற்கு அமைத்துத் தருகிறது. $\beta = 1$ என்ற சமயத்தில் நிலைத்த தோல்வி வீதத்தை அடைகின்றோம் என்று முன்பே கண்டோம். $\beta < 1$ என்ற சமயத்தில் அதிகரிக்கும் தோல்வி வீதம் ஏற்படுகிறது.

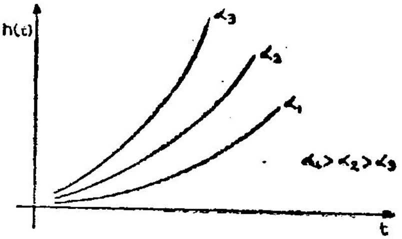
வரைபடத்தில் (படம் 39) அதிகரிக்கும் தோல்வி வீதம் காட்டப்பட்டுள்ளது. (இங்கு உள்ள மூன்று வளைகோடுகளிலும் αன் மதிப்பு ஒரே அளவாக இருக்கும்.) வரைபடம் 2ல் குறைந்து வரும் தோல்வி வீதம் $\beta < 1$ ன்மூலம் காட்டப்பட்டுள்ளது.



படம் 39.

ஒரு குறிப்பிட்ட β மதிப்பிற்கு, சுட்டுறுப்பு αன் பல மதிப்புக்களுக்கான தோல்வி வீத வளைகோடுகளின் ஒரு தொகுப்பு கிடைக்கிறது. αன் வேறுபட்ட மதிப்புக்கள் தோல்வி வீதச் சார்பலனின் உருவத்தை மாற்றுமல் அதன் (வேறுபாடுகளை)

பரவல்களை (spread) மாற்ற முயல்கின்றன. இது படம் 40 ன் மூலம் விளக்கப்பட்டுள்ளது.



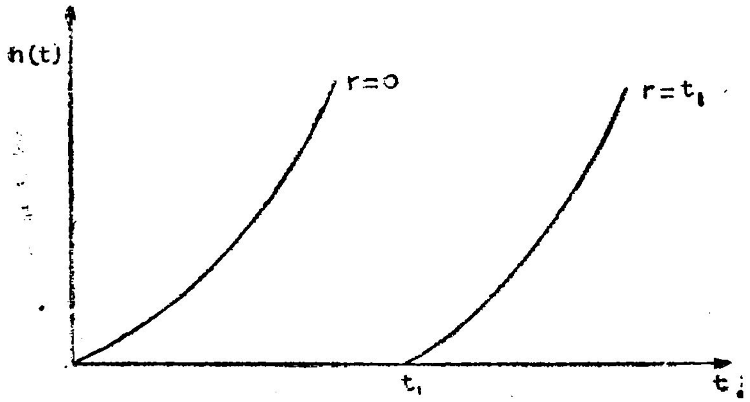
படம் 40.

இந்த மூன்று வளைகோடுகளிலும் $\beta > 2$ என்ற ஒரு குறிப்பிட்ட மதிப்பாக βஐ கருதுகின்றோம்.

சில சமயங்களில் வீபுல் உருவடிவத்தை இரு சுட்டுறுப்புக்கள் வாயிலாகக் குறிப்பதற்குப் பதில் மூன்று சுட்டுறுப்புக்களின் மூலமாக எழுதுகின்றோம். γ என்ற இட சுட்டுறுப்பு (location parameter) ஒன்றையும் $\gamma > 0$ என்றவாறு சேர்த்து வீபுல் தோல்வி வீதச் சார்பலன் $h(t)$ எழுதப்படுகின்றது.

$$\left.\begin{aligned} h(t) &= \frac{\beta}{\alpha} \cdot (t-\gamma)^{\beta-1}, \quad t > \gamma \\ &= 0 \qquad\qquad\qquad\quad t < \gamma \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

சமன்பாடு (3) ஆனது, கீழ்க்கண்ட வரைபடத்தில் (படம் 41) காட்டப்பட்டுள்ளது போன்று t அச்சில் γ அலகு தூரம் தள்ளி இடம் மாறியவாறு அமையப்பட்ட சமன்பாடு (1) ன் 'மறு பெயர்ப்பு' (translation) ஆகும்.



படம் 41.

எனினும் சமன்பாடு (1)ன் மூலம் வரையறுக்கப்பட்ட வீபுல் உருவடிவத்திற்கு 2 சுட்டுறுப்புக்கள் α, β இருப்பதாகவே நம் விளக்கங்களில் எடுத்துக்கொள்வோம்.

இப்போது $R(t) = e^{-\frac{1}{\alpha} t^{\beta}}$ என்று ஆகும்; ஏனென்றால்

முன்பு குறிப்பிட்டது போல

$$R(t) = e^{-\int_0^t h(y)\,dy}$$

$$= e^{-\int_0^t \left(\frac{\beta}{\alpha}\right) . t^{\beta-1}\,dt}$$

$$= e^{-\frac{\beta}{\alpha} t \left[\frac{t^{\beta}}{\beta}\right]_0^t}$$

$$= e^{-\frac{1}{\alpha} . t^{\beta}} \qquad (4)$$

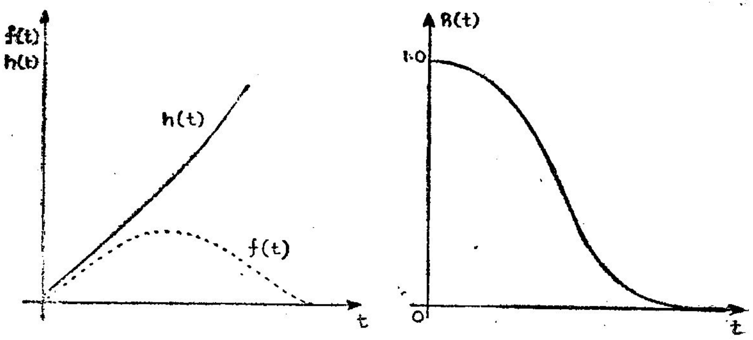
இப்போது $h(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$ என்று நினைவு கூர்ந்தால், சமன்பாடு (1)க்கான தோல்வி அடர்த்திச் சார்பலன்

$$f(t) = \frac{\beta}{\alpha} . t^{\beta-1} \times . e^{-\frac{1}{\alpha} . t^{\beta}} \qquad (5)$$

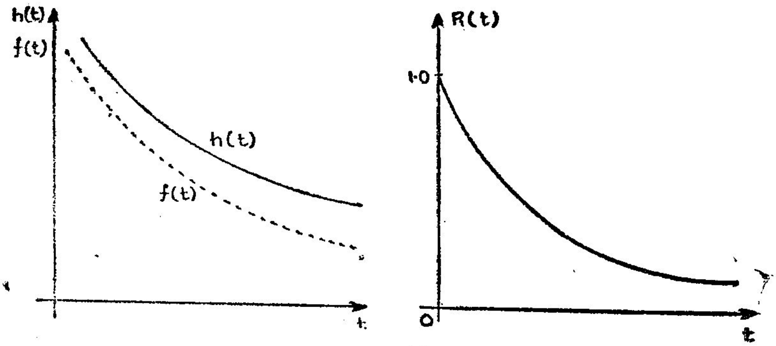
சமன்பாடு (5) ஒரு ஏற்புடையதான நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பலனை வரையறுக்கிறது. எனவே சமன்பாடு (1) குறிப்பிடப்பட்ட தோல்வி வீதச் சார்பலன் ஒரு ஏற்புடைமையான (valid) நிகழ்தகவு விதியினைக் குறிக்கின்றது.

வரைபடத்தில் (படம் 42) $\beta<2$க்கான $h(t)$, $f(t)$, $R(t)$ சார்பலன்களுக்கான வரைபடங்கள் காட்டப்பட்டுள்ளன.

$\beta < 1$க்கு மேற்கூறிய சார்பலன்களுக்கான வரைபடங்கள் படம்—6ல் விளக்கப்பட்டுள்ளன. $\alpha = 1$; βன் பல மதிப்புகளுக்கான $f(t)$ன் வரைபடத்தை படம் 44ல் காணலாம்.

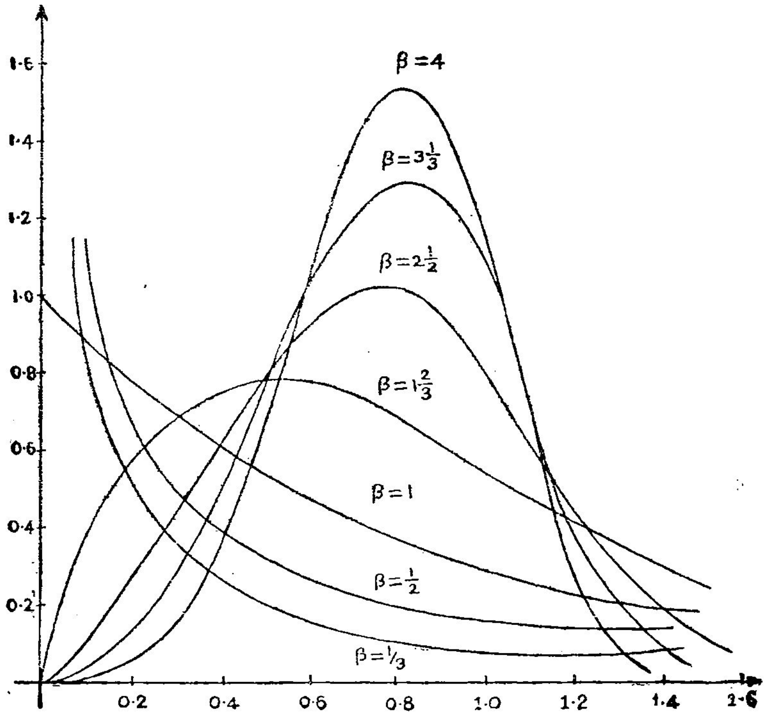


படம் 42.



படம் 43.

பெரும்பாலும் $T_s = t_2 - t_1$ என்ற சேவை ஆயுள் காலத்தில் ஒரு கருவியின் சராசரி தோல்வி வீதத்தை முக்கியமாக நாம்



படம் 44.

கவனத்தில் கொள்கிறோம். வீபுல் உருவடிவத்திற்கு (t_1, t_2) இடைவெளியில் சராசரி தோல்வி வீதமானது :

$$\bar{h}\ (t_1, t_2) = \frac{1}{\alpha} \left[\frac{t_2{}^{\beta} - t_1{}^{\beta}}{t_2 - t_1} \right] \tag{6}$$

சேவையின் ஆயுள் காலம் ஆரம்பிக்கும் புள்ளியை $t = 0$ எனக் கொண்டால் $t_1 = 0$, $t_2 = Ts$ ஆகும்.

எனவே

$$\bar{h}\ (0, T_s) = \frac{1}{\alpha} \cdot T_s{}^{\beta - 1} \tag{7}$$

α, β இரண்டின் கொடுக்கப்பட்ட மதிப்புக்களுக்கு, சமன்பாடுகள் (6), (7)ஐப் பயன்படுத்தி

(i) ஒரு தரப்பட்ட சேவைக் காலத்திற்கு சராசரி தோல்வி வீதத்தைக் கண்டுபிடிக்கவோ அல்லது

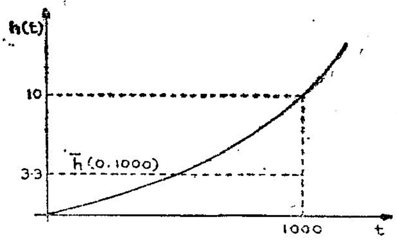
(ii) ஒரு குறிப்பிட்ட தோல்வி வீதத்தை அடைவதற்குண்டான சேவைக் காலத்தைக் கண்டுபிடிக்கவோ முடியும்.

சேவைக்காலம் $t=0$ல் தொடங்கும்போது சமன்பாடு (7 பயன்படுகிறது. இயக்கும் நேரத்தின் மாறுதலால் ஏற்படும் சராசரி தோல்வி வீதத்தின் மாற்றத்தை அறிவதற்கு சமன்பாடு (6) பயன்படும்.

உதாரணமாக ஒரு கருவியின் தோல்விவீதப்பண்பினை $\alpha=3{\cdot}0(10)^{11}$, $\beta=3$ என்ற சுட்டுறுப்பு மதிப்புக்கள் கொண்ட ஒரு வீபுல் உருவடிவத்தால் குறிப்பதாகக் கொள்வோம். சேவைக் காலம் ஆயுள் $t=0$ல் ஆரம்பித்தால் 1000 மணிகள் கொண்ட ஒரு சேவைக் காலத்தில் சராசரி தோல்வி வீதம் என்னவாக இருக்கும்? சமன்பாடு (7)ஐப் பயன்படுத்தினல்

$\bar{h}$ (0,1000) = $3{\cdot}3(10)^{-6}$ தோல்விகள்/மணிக்கு, ஆகும். $\beta=3$ என்பதால், அந்தக் கருவி ஒரு (ஏறிக்கொண்டு வரும்) அதிகரிக்கும் தோல்வி வீதத்தைக் கொண்டிருக்கும். $t=0$ எனும் சமயத்தில் தோல்வி வீதமும் '0' ஆகத்தான் இருக்கும். சமன்பாடு (1)லிருந்து $t=1000$ எனும்போது தோல்வி வீதமானது $h(1000)$ $=10\ (10^{-6})$ தோல்விகள்/மணிக்கு.

எனவே சரியான தோல்வி வீதம், சராசரி தோல்வி வீதம் இவை இரண்டினையும் 1000 மணி சேவைக்காலத்தில் கீழ்க் கண்டபடம் (படம் 45) காட்டப்பட்டுள்ளது.



படம் 45.

இதே கருவிக்கு சராசரி தோல்வி வீதம் $= 10(10)^{-6}$ தோல்விகள்/மணிக்கு என்று கொள்வோம். இப்போது சேவையின் ஆயுள் காலத்தைக் கண்டுபிடிக்க (7) சமன்பாட்டினைப் பயன்படுத்துகின்றோம்.

$$T_s = 1730 \text{ மணிகள்}$$

மேலும், இதே 1000 மணிகள் சேவைக்கால ஆயுளிற்கு 100 மணி இயக்க நேரமானது கருவியை நிறுவுவதற்காக எடுத்துக்கொள்ளப்பட்டால் சராசரி தோல்வி வீதம் எவ்விதத்தில் மாறுபடும்?

இங்கு சமன்பாடு (6)ஐப் பயன்படுத்தி

$t_1 = 100, \quad t_2 = 1100$ என்றால்

$\bar{h}(100,1100) = 4.43(10)^{-6}$ தோல்விகள்/மணிக்கு என்றுகும்.

ஆகவே கருவியை முன்னதாகவே நிறுவும் 100 மணிகள் சோதனையின் மூலம் சராசரி தோல்வி வீதத்தை 3·3 (10)-6 லிருந்து (4.43) $(10)^{-6}$க்கு உயர்த்தலாம். இதுபோலவே, ஒரு இறங்கும் தோல்வி வீதத்துக்கு கருவியை முன்னதாக நிறுவும் சோதனை (pre-installation testing) யானது ஒரு குறைவான சராசரி தோல்வி வீதத்தைக் காட்டுகிறது.

சமன்பாடு (6), அல்லது (7)ன் மூலம் தரப்படும் சராசரி தோல்வி வீதத்தை கீழ்க்கண்டவாறு ஒரு கருவியின் நிலைத்த தோல்வி வீதத்துக்குச் சமமாக ஏற்றுக்கொள்ளலாம். ஒரு கருவியின் நிலைத்த தோல்வி வீதம் λ_e என்றால், $T = t_2 - t_1$ என்ற எந்த ஒரு பணிக் காலத்திலும் அதன் நம்பகமையானது

$$R(T/t_1) = e^{-\lambda_e T} \tag{8}$$

முன்பு குறிப்பிட்டபடி நம்பகமையின் மதிப்பை இவ்வாறும் குறிப்பிட்டும் எழுதலாம்.

$$R(T/t_1) = e^{-[\bar{h}(t_1,\, t_1+t)]T} \tag{9}$$

(8), (9) சமன்பாடுகளின் வாயிலாக

$$\lambda e = \bar{h}\,(t_1, t_1 + T) \qquad (10)$$

என்று கிடைக்கப் பெறுகின்றோம்.

இந்த λe மதிப்பு $(t_1, t+T)$ இடைவெளியில் நம்பகமையைக் கண்டுபிடிப்பதற்கான நிலைந்த தோல்வி வீதமாகும். இதே இடைவெளியில் அந்தக் கருவியின் (உண்மையான) சரியான நம்பகமைக்குச் சமமாக, முற்கூறிய நம்பகமை மதிப்பு இருக்கும். λe என்பது $(t_1, t+T)$ இடைவெளியின் ஒரு சார்பலனாக உள்ளது.

இப்போது வீபுல் தோல்வி உருவடிவத்தின் தோல்விக்கான சராசரி நேரத்தைக் கவனிப்போம்,

$$\text{அதாவது MTF} = \mu = \alpha^{1/\beta}\,\Gamma(1+1/\beta) \qquad (11)$$

இங்கு 'Γ' என்பது 'காம்மா' சார்பலனைக் குறிக்கிறது. அதாவது எந்த ஒரு $t>0$க்கும்

$$\text{இங்கு } \Gamma(t) = \int^{\infty} x^{t-1}\, e^{-x}\, dx \qquad (12)$$

காம்மா சார்பலனின் முக்கிய பண்புகளை இங்கு குறிப்பிட வேண்டியது அவசியமாகிறது.

(i) $\Gamma(n+1) = n\,!$ (13)

(ii) $\Gamma(t) = (t-1)\ \Gamma(t-1)$ (14)

(iii) $t=1$ என்றால்

$$\Gamma(1) = 1 \qquad (15)$$

t என்பது ஒரு முழு எண் அல்ல என்றால்

$$\Gamma(t) = (t-1)\ (t-2)\ldots\ldots(t-r)\ \ \Gamma(t-r) \qquad (16)$$

உருவ சுட்டுறுப்பு $\beta=1$ என்றவாறான வீபுல் உருவடிவத்திற்கு MTF $= \mu$ என்றால்

$$\mu = \alpha\ [\,\Gamma(2)]$$

இப்போது $\Gamma(2) = 1! = 1$ என்பதால்

$$\mu = \alpha$$

முன்பு கூறியதுபோல $\beta=1$ எனும்போது வீபுல் உருவடிவம் $h=1/\alpha$ என்றவாறு ஒரு நிலைத்த தோல்வி வீத உருவடிவத்திற்கு மாறுகிறது.

$\beta=0{\cdot}5$ என்றால் (அதாவது குறைந்து வரும் தோல்வி வீதம்) தோல்விக்கான சராசரி நேரம் MTF என்பது

$$\mu = \alpha^2\ \Gamma(3)$$

$$= 2,\ \alpha^2$$

$\beta=2{\cdot}0$ என்றால் (அதாவது அதிகரிக்கும் தோல்வி வீதம்) MTF $= \mu = \alpha^{\frac{1}{2}}\quad \Gamma(1.5)$

காம்மா சார்பலன் பட்டியலின் மூலம் $\Gamma(1{\cdot}5)$ன் மதிப்பு

$\Gamma(1{\cdot}5) = 0{\cdot}886$ என்பதாகும்.

எனவே $\mu = 0{\cdot}886.\ \alpha^{\frac{1}{2}}$

இதேபோன்று βன் பலவித மதிப்புக்களுக்கு $\Gamma(1+1/\beta)$ன் மதிப்புக்களை கீழ்க்கண்ட பட்டியல் மூலம் பட்டியலிட்டுக் காட்டியுள்ளது.

β	$\Gamma(1+1/\beta)$	β	$\Gamma(1+1/B)$
0.25	24	1.5	0.903
0.33	6	2.0	C.886
0.50	2	2.5	C.887
0.67	1.33	3·0	0.893
0.75	1.19	3.5	0.900
1.00	1	4.0	0.906

முன்னர் விளக்கப்பட்ட உதாரணத்தில் $\beta=3$, $\alpha=3\ (10)^{11}$ என்ற மதிப்புகளுக்கு தோல்விக்குச் சராசரி நேரம் MTF

μ = 5970 மணிகள் ஆகும்.

பயிற்சிக் கணக்குகள்

கீழ்க்கண்ட 2 பிரச்சினைகளிலும், ஒரு கருவியானது ஒரு நிலைத்த தோல்வி வீதத்தைக் கொண்டுள்ளது என்று அனுமானிக்கவும்.

1. ஒரு நான்கு மணி பணிக்காலத்திற்கு 98.6% நம்பகமை தேவைப்படக் கூடியவாறு ஒரு குறியீடு விளக்குகிறது என்றால் அந்தக்குறியீட்டை (specification)த் திருப்திப்படுத்தக் கூடிய ஒருகருவிக்கான MTBFன் மதிப்பு யாது?

2. ஒரு கருவியின் MTBF = 150 மணி நேரங்களானால், கீழ்க்கண்ட பணிக் காலத்திற்கான அதன் நம்பகமை எவ்வளவாக இருக்கும்

(i) 1 மணி பணிக் காலம்

(ii) 2 மணிகள் ,,

(iii) 10 மணிகள் ,,

3. ஒரு கருவியானது ஒரு வீபுல் உருவடிவத்தில் விளக்கப்பட்ட ஒரு தோல்வி வீதப்பண்பினைக் கொண்டுள்ளது எனக் கொள்வோம். அலகு சுட்டுருப்பு $= 4\ (10)^{9}$; அளவை சுட்டுருப்பு $= 2.0$. என்றும் கொள்க.

(i) $t = 0$ல் ஆரம்பிக்கும் 2000 மணி சேவைக் கால ஆயுள் சமயத்தில் ஒரு கருவியின் சமமான தோல்வி வீதம் யாது?

(ii) 2000 மணி சேவைக்கால சமயத்தில் உண்மையான, சராசரியான தோல்வி வீதத்தை வரைக.

(iii) 2000 மணி சேவை இயக்க சமயத்தில் கருவிகளின் எந்த விகிதம் (பின்னம்) தோல்வியுறும் என எதிர்பார்க்கப்படுகிறது.

(iv) 2000 மணி சேவைக்கால ஆயுளுக்கான கருவியின் சமமான MTBF ன் மதிப்பு என்ன?

(v) அக் கருவியின் தோல்விக்குச் சராசரி நேரம் (MTF) என்ன?

4. ஒரு கருவியின் அமைப்பு ஆயுள் கால (design life) 2000 மணிகள் என்றும் கருவிகள் 10 சதவிகிதமானது. அக் காலத்திற்குள் தோல்வியுறலாம் என எதிர்பார்க்கப்படுகிறது. என்றும் கொள்க. இந்த 2000 மணி ஆயுள் கால சமயத்தில் அக் கருவியின் சராசரி தோல்வி வீதம் எவ்வளவு எனக் கண்டுபிடி.

7. நம்பகமை உருப்படிவங்கள்—II

(Reliability Models—II)

பொது அமைப்பு - பகுதி உருப்படிவம்
(General System-Part Model)

ஓர் அமைப்பு இயக்கப்படும் சோதனையின் வாயிலாக எழும் நம்பகமை உருப்படிவத்தை நாம் கீழ்க்கண்டவாறு விவரமாகப் பயில்கிறோம். இத்தகையதோர் உருப்படிவத்தின் பகுதிகளையும் கண்காணிக்கிறோம். இத்தகைய உருப்படிவம் முன்பே கருத்தில் கொள்ளப்பட்டதொன்றாகும். அமைப்பு (system) மற்றும் பகுதி (part)என்ற இரு சொற்றொடர்களும் கூட்டமைவின் (assembly) எந்த இரு வேறு மட்டங்களை வேறுபடுத்திக் காட்டும் வண்ணம் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. கருவி முழுமையும் 'அமைப்பு' எனவும், கீழ் கூட்டமைவு மட்டம் ஆனது பகுதி எனவும் அழைக்கப்படும். நடுநிலைமைத்தான கூட்டமைவு மட்டங்கள் 'உப அமைப்புக்கள்' (sub systems) எனப் பெயர் பெறும்.

ஓர் அமைப்பிலுள்ள பகுதிகள் 'n' என்று குறிக்கப்பட்டு அப்பகுதிகளெல்லாம் முழு எண்கள் $1, 2 \ldots\ldots n$. இவற்றின் மூலம் அறியப்படும் என்று ஊகம் செய்க. ஒவ்வொரு பகுதியும் திட்டவட்டமான நிபந்தனைகளைக் கொண்டுள்ளன என்றும் ஊகம் செய்க. இத்தகைய நிபந்தனைகளை 'நிலைகள்' (states) என்கிறோம். ஒவ்வொரு பகுதியின் 'நிலையும்' ஒரு முழு எண்ணோடு அறியப்படும். எனவே சோதனையின் முடிவானது $(x_1 \; x_2 \ldots x_n)$ என்ற n-tuple மூலம் உணர்த்தப்படலாம். x_i என்பது i ஆவது பகுதியின் நிலையாகும், $(x_1, x_2 \ldots x_n$ என்ற n-tuple, அமைப்பு நிலை (system state) எனப்படும்.

பகுதி நிலைகளெல்லாம் முழு எண்களால் குறிக்கப்படுகின்றமையால், n-பகுதி நிலைகளை அனுமானிக்கும் சோதனையானது n பரிமாண முழு எண் மதிப்பு கொண்ட சோதனையாகும். இத்தகையதொரு சோதனை முன்னரே விவரிக்கப்

பட்டுள்ளது. ஒவ்வொரு பகுதியும் முடிவான நிலைகளைப் பெற்றுள்ளமையால் இச் சோதனைக்கான நிகழ்தகவு விதி ஒரு n-பரிமாண நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பலனுகக் குறிக்கப் படலாம். நிகழ்தகவு $\{(x_1\ x_5 \ldots x_n)\}$ எனப்படும்.

ஓர் அமைப்பை இயக்குவதன் மூலமும், அவ்வமைப்பின் பகுதி நிலைகளை அனுசரிப்பதன் வாயிலாகவும் எழும் சோதனை யின் மூலம், நம்பகமையை வரையறை செய்ய இயலும். இதன் பொருட்டு, ஒவ்வொரு அமைப்பும், 'வெற்றி' அல்லது 'தோல்வி' என்று பாகுபாடு செய்யப்படவேண்டும். 'வெற்றி' என்ற மைந்த அமைப்பு கணத்தை 'G' என்று குறிப்பிட்டால்,

$$R = \text{prob}\ (G) \quad \ldots \quad (1)$$

அமைப்பு தோல்வியின் நிகழ்தகவு

$$Q = \text{prob}\ (G) \quad \ldots \quad (2)$$

என்று வரையறை செய்யப்படுகிறது. மேலும் $R = 1 - Q$ என்று பெறப்படும். எனவே அமைப்பு நம்பகமையை சமன் பாடு (1) அல்லது (2) லிருந்து கணக்கிடலாம். ஒரே மாதிரியாக அமைந்த, பயனற்ற (redundant) அமைப்புகளுக்கு, சமன் பாடு (2) யைப் பயன்படுத்துதல் மிகவும் எளியதாகும், சாலச் சிறந்ததாகும். Prob 2 $\{(x_1\ x_2 \ldots x_n)$ என்ற நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பலன் வாயிலாக சமன்பாடு (1) மற்றும் சமன்பாடு (2) இவை,

$$R = \sum_{(x_1\ x_2 \ldots x_n),\ G\text{.ல் அடங்கியுள்ளது}} \text{prob}(x_1,\ x_2 \ldots xx_n) \quad \ldots (3)$$

$$Q = \sum_{(x_1\ x_2\ \ldots x),\ G\text{ ல் அடங்கியுள்ளது}} \text{prob}\ (x_1\ x_4 \ldots x_n) \quad \ldots (4)$$

என்று அமைகின்றன எனவே, ஓர் அமைப்பு நம்பகமை உருப் படிவத்தை அமைத்தல் கீழ்க்கண்டவாறு அமைகிறது என்பது புலனுகும்.

(1) ஒவ்வொரு பகுதிக்குமான நிலைகளின் பகுதிகளின் எண்ணிக்கையைக் குறிப்பிட வேண்டும். அமைப்பானது, 'வெற்றி அமைப்பு' அல்லது 'தோல்வி அமைப்பு' என்னும் வீதத்தில் பாகுபடுத்துவதற்கு ஏதுவாக பகுதி நிலைகள் தேர்ந்தெடுக்கப்பட வேண்டும்.

(2) நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பலன், prob $(x_1\ x_2 \ldots x_n$, என்பது குறிக்கப்பட வேண்டும்,

(3) அமைப்பு வெற்றி கணம் G-ன் மூலகங்களைத் தீர்மானம் செய்ய வேண்டும். அமைப்பு நம்பகமை, சமன்பாடு (3) அல்லது (4)-லிருந்து கணக்கீடு செய்யப்படலாம்.

பிரிவு II

(சார்பிலா) தனித்த பகுதிகளைக் கொண்டு அமைப்புக்கள்

(Systems with Independent Parts)

ஓர் அமைப்பின் நம்பகமையை அமைப்பு - பகுதி உருப்படிவத்தின் வாயிலாகக் கணக்கிட (முன்னால் குறிப்பிட்டுள்ளது), n-பரிமாண நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பலன் prob $(x_1\ x_1\ x_3, \ldots x_n)$ என்பது குறிக்கப்படவேண்டும். நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பலன் நேரெண்ணாக அமையும் எந்த ஒரு புள்ளியிலும், n-பரிமாண வெளியானது ஒரு தகுந்த அமைப்பு நிலையைக் குறிப்பதால் prob $(x_1\ x_2 \ldots x_n)$ ன் மதிப்புக்களை நேரடியாகக் குறிப்பிடுவதற்கு ஓர் அமைப்பு மட்டத்தின் பாற்பட்ட விவரம் அளிக்கப்பட வேண்டும். எனினும் அமைப்பு மட்டத்தின் பாற்பட்ட விவரம் அளிக்கப்படவில்லையானால் எழும் நிலை இத்தகைய உருப்படிவத்தின் தோற்றத்தை இன்றியமையாததாக்குகிறது. அமைப்பின் விவரம் அளிக்கப்பட வில்லையாயினும், அவ்வமைப்பின் பகுதிகளைப் பற்றிய விவரம் அளிக்கப்படுதல் முன் நிபந்தனையாகும். பகுதிகளைப் பற்றிய விவரத்தை பழைய அனுபவத்தின் மூலம், பிற அமைப்புக்களின் பகுதிகளைக் கருத்தில் கொண்டு எளிதாக பெறமுடியும். பின்னர் நம் முன் எழும் கேள்வியாதெனில், 'இத்தகைய விவரக் குறிப்புகளை prob $\{(x_1\ x_2 \ldots x_n)\}$ என்பதன் மதிப்புகளை நிர்ணயம் செய்ய எவ்வாறு பயன்படுத்தலாம்' என்பதேயாகும்.

எடுத்துக்காட்டாக, இரண்டு பகுதிகளைக் கொண்ட ஓர் அமைப்பைக் கருதுக. மேலும் ஒவ்வொரு பகுதியும் இரண்டு நிலைகளை 'வெற்றி' அல்லது 'தோல்வி' எனப் பெற்றுள்ளன என்றும் கொள்க. வெற்றி மற்றும் தோல்வி முறையே 1, 0 என்று குறிக்கப்படுகிறது. பின்னர் அமைப்பு நிலைகள் (x_1, x_2) இவை, (1, 1) (1, 0), (0, 1,), (0, 0) என்று அமைய ஏதுவாகிறது. இந்த இரண்டு பகுதிகளின் பிற அமைப்புக்களில் பயன்படு தன்மையிலிருந்து கிடைத்த பழைய அனுபவத்தின் மூலம், இப் புதிய அமைப்பிற்குக் கீழ்க்கண்ட நிகழ்தகவுகளை நிர்ணயிக் கிறோம்.

$$\left.\begin{array}{l} \text{நிகழ்தகவு } (x_1 = 1) = 0{\cdot}6 \\ \text{நிகழ்தகவு } (x_1 = 0) = 0{\cdot}4 \\ \text{நிகழ்தகவு } (x_2 = 1) = 0{\cdot}7 \\ \text{நிகழ்தகவு } (x_2 = 0) = 0{\cdot}3 \end{array}\right\} \quad \ldots(1)$$

சமன்பாடு (1) என்பது கீழ்க்கண்டவாறு விளக்கம் பெறுகிறது. எண் 1, வெற்றி நிலையில் அமைவதற்கான நிகழ்தகவு 0·6, எண் 1 தோல்வி நிலையில் அமைவதற்கான நிகழ்தகவு 0·4 எனவும் இதேபோன்று எண் 2-ன் வெற்றி மற்றும் தோல்வி நிலை களின் அமைவதற்கான நிகழ்தகவுகள் முறையே 0·7 மற்றும் 0·3 என அமைகின்றன. சமன்பாடு (1) ல் கொடுக்கப்படும் மதிப்புக்களை எவ்வாறு கடந்த கால அனுபவத்திலிருந்து அமைக்கலாம் என்பதை பின்னர் ஓர் அத்தியாயத்தில் விரிவாக காண்போம். எனினும் இவ்விடத்தில் அம் மதிப்புக் களைக் கொடுக்கப்பட்ட மதிப்புக்கள் என்றே கொள்க. சமன்பாடு (1) ல் கொடுக்கப்படும் மதிப்புக்கள் எவ்வாறு நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பலன் prob $\{(x_1\ x_2)\}$ யை நிர்ணயிக்கப் பயன்படுத்தப்படலாம் என்பதே நமது அடுத்த பிரச்சனையாகும்.

(1, 1) என்ற அமைப்பு நிலையைக் கருத்தில் கொள்க. prob $\{(1, 1)\}$ என்பதன் மதிப்பு, $E = [(1, 1)]$ என்ற ஒரு தனி நிகழ்ச்சி ஏற்படுவதற்கான நிகழ்தகவை அளிக்கிறது. இந்த நிகழ்ச்சி ஏற்பட வேண்டுமாயின், பகுதி எண் 1 மற்றும் பகுதி எண் 2 இவையிரண்டும் வெற்றி நிலையில் அமைய வேண்டும். எனவே E_1 = பகுதி 1 ஆனது நிலை 1-ல் அமையும். E_2 = பகுதி 2 ஆனது, நிலை 2ல் அமையும் என்ற நிகழ்ச்சிகளின் சேர்வாக, E யை அமைக்கலாம் அதாவது $E = E_1\ E_2$

$$\text{prob } [(1, 1)] = \text{prob } (E)$$

$$= \text{prob } [E_1\, E_2]$$

$$= \text{prob } [E_1]\ P. \ \frac{E_2}{E_1} \qquad (2)$$

E_1 மற்றும் E_2 என்ற நிகழ்ச்சிகள் வரையறை செய்யப்படும் விதத்திலிருந்து, சமன்பாடு (2) ஆனது

$$\text{prob } \{(1, 1)\} = P\ (x_1 = 1)\ \ Pr \left(\frac{x_2 = 1}{x_1 = 1}\right) \qquad (3)$$

இதேபோன்று, prob $\{(0,1)\}$, prob $\{1, 0\}$, மற்றும் prob $\{(0, 0)\}$ இவற்றின் மதிப்புக்களும் முறையே,

$$\text{prob } (0, 1) = Pr\ (x_1 = 0)\ \ Pr \left(\frac{x_2 = 1}{x_1 = 0}\right)$$

$$\text{prob } (1, 0) = Pr\ (x_1 = 1)\ Pr \left(\frac{x_2 = 0}{x_1 = 1}\right)$$

$$\text{prob } (0, 0) = Pr\ (x_1 = 0)\ \ Pr \left(\frac{x_2 = 0}{x_1 = 0}\right)$$

என்று பெறப்படலாம் மேலும் சமன்பாடு (1)ல் அளிக்கப்படும் மதிப்புக்கள், நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பலன் prob $\{(x_1\ x_2)\}$ன் மதிப்புக்களை நிர்ணயம் செய்யப்போதுமானதாக அமைவதில்லை. சமன்பாடுகள் (3) மற்றும் (4), சமன்பாடு (1) – ஆல் அளிக்கப்படாத, நிபந்தனை நிகழ்தகவுகளைக் கொண்டுள்ளன. எனவே நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பலன் prob $\{x_1\ x_2\}$ ன் மதிப்புக்களைக் குறிக்க. சமன்பாடு (1) ஆல் குறிக்கப்படும் நிபந்தனையற்ற நிகழ்தகவுகளைத் தவிர மேலும் சிறிது அறிய வேண்டியுள்ளது. மேலும் பகுதிகளும் எவ்வாறு ஒன்றோடொன்று நிகழ்தகவின் வாயிலாக தொடர்புறுகின்றன என்பதையும் அறிய வேண்டுவது அவசியம். எனவே சமன்பாடு (1) ஆல் குறிக்கப்படும் நிகழ்தகவு மதிப்புக்களை, பகுதிகளுக்கிடையேயான நிகழ்தகவுத் தொடர்பு குறிக்கப்பட்டாலன்றி பெற இயலாது ஏனெனில் அந்நிலையில் கடந்த கால அனுபவத்தைப் பயன்படுத்த முடியாது.

எனவே, பகுதிகள் ஒவ்வொன்றும் தனித்தனியாக, ஒன்றையொன்று சாராமல் விளங்குகையில் (நிகழ்தகவு வாயிலாக) உண்டாகும் சூழ்நிலை இன்றியமையாததாகும். இரண்டு பகுதிகளைக் கொண்ட ஓர் அமைப்பில், இரண்டு பகுதிகளும் ஒன்றையொன்று சாராமல் விளங்குவதற்குகான நிபந்தனை,

$$\text{prob}\{x_1 = s, x_2 = t\} = \text{prob}\{x_1 = s\}\ \text{prob}\{x_2 = s\}$$

என்ற சமன்பாடு பூர்த்திசெய்யப்படுதலேயாகும். இவ்விடத்தில் பகுதி 1 ன் ஒவ்வொரு தகுந்த நிலை sக்கும் பகுதி-2-ன் ஒவ்வொரு இயன்ற t நிலைக்கும் இச்சமன்பாடு பொருத்தமானதாக வேண்டும். மேலும் சமன்பாடு (5)லிருந்து பகுதிகள் தனித்தனியாய் இருக்கையில், சமன்பாடுகள் (3) மற்றும் (4)

$$\left.\begin{array}{l} \text{நிகழ்தகவு } \{(1,1)\} = P(x_1 = 1)\, P(x_2 = 1) = 0.42 \\ \text{நிகழ்தகவு } \{(1,1)\} = P(x_1 = 0)\, P(x_2 = 1) = 0.28 \\ \text{நிகழ்தகவு } \{(1,0)\} = P(x_1 = 1)\, P(x_2 = 0) = 0.18 \\ \text{நிகழ்தகவு } \{(0,0)\} = P(x_1 = 0)\, P(x_2 = 0) = 0.12 \end{array}\right\} \quad (6)$$

என்றுகின்றன. இப்பொழுது சமன்பாடு 1 ல் கொடுக்கப்பட்டுள்ள நிகழ்தகவு மதிப்புக்களிலிருந்து, prob $(x_1\ x_2)$ என்ற மதிப்புக்கள் கணக்கிடப்படலாம். மேலும் சமன்பாடு (1) இப்போது கடந்த கால பழைய [8]அனுபவத்திலிருந்து நிகழ்தகவுகளை அமைக்க முடியும் என்ற நிலையில் (பகுதிகள் தனித்தனவாய் உள்ள போது) மிகுந்த பொருளுள்ளதாய் விளங்குகிறது.

சமன்பாடு (1) ஆனது, ஒவ்வொரு பகுதிக்கும், நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பலன் வாயிலாக $P_1(x_1)$ மற்றும் $P_2(x_2)$ என்று அமைக்கப்படலாம்,

$$\left.\begin{array}{rl} P_1(x_1) & = 0.6,\ x_1 = 1 \\ & = 0{,}4,\ x_1 = 0 \\ & = 0 \text{ வேறந்த இடத்திலும்} \end{array}\right\} \quad (7)$$

$$P_2 \quad (x_2) \left.\begin{aligned} &= 0.7 \quad x_2 = 1 \\ &= 0.3\, x_2 = 0 \\ &= 0 \text{ வேறெந்த இடத்திலும்} \end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

எனவே அமைப்பு நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பலன். இப்போது, பகுதி நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பலனாக,

$$\text{prob}\ \{(x_1\ x_2)\} = P_1\ (x_1)\ P_2\ (x_2) \qquad (9)$$

என அமைக்கப்படலாம். சமன்பாடு (9) ஆனது, தனித்தன்மை (சார்பிலாத்தன்மை) யின் வரையறை என்று கொள்ளப்படலாம். அதாவது நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பலன் $P(x_1\ x_2)$ ஆனது இரண்டு ஒரு பரிமாண நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பலனின் பெருக்கல் பலனாக அமைக்கப்பட முடியுமாயின், இரண்டு பகுதிகள் தனித்தனி என்று கருதப்படுகின்றன.

இந்த வரையறையை, இரண்டிற்கு மேற்பட்ட பகுதிகளைக் கொண்ட ஓர் அமைப்பிற்கு தனித்தன்மைக்கென விரிவாக்கினால், n பகுதிகளைக் கொண்ட ஓர் அமைப்பில், நிகழ்தகவு திணவு சார்பு.

$\mathbf{P}\ (x_1\ x_2 \ldots x_n)$ ஆனது, $P\ (x_1\ \ x_2 \ldots x_n) = P_1\ \ (x_1)\ \ \ P_2\ \ (x_2)$ $P_n\ (x_n)$ ... (10)

என அமைக்கப்பட முடியுமாயின், அந்த அமைப்பின் n பகுதிகளும் தனித்தன்மை வாய்ந்தன என்று வரையறை செய்கிறோம். இவ்விடத்தில், $P_i\ (x_i)$ என்பது, ith பகுதியின் தொடர்புடைய நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்ப்பலனாகும் $i = 1, 2 \ldots n$.

'n' தனித்த பகுதிகளைக் கொண்ட ஓர் அமைப்பினை விவரிப்பதற்கான மேலும் பொருத்தமான முறையானது, அமைப்பு நிலைகள், n தனித்த சோதனைகளின் முடிவுகளை வெளிப்படுத்துகின்றன என்று கூறுவதில் அமையும். எனவே, 'தனித்தன்மை' என்னும் சொற்றொடர், பகுதிகளுக்கிடையேயான நிகழ்தகவுத் தொடர்பினையே சார்பலனின் தொடர்பாக அன்றி, பெரிதும் குறிக்கிடுகின்றன என்பது குறிப்பிடவேண்டிய தொன்றாகும். மேலும் சொல்லப் போனால் ஓர் அமைப்பின் பல்வேறு பகுதிகள் சார்பலன் வாயிலாக நோக்கினால் ஒன்றோடொன்று தொடர்புடையதாக இருக்கும். ஆனால் சமன்பாடு (10)ன் வாயிலாகக் குறிக்கப்படும் நிகழ்தகவுத் தொடர்பினையே

கருத்தில் கொள்ள நாம் விரும்பலாம். எனவே இவ்விரண்டு வகையான 'தனித்தன்மையை' வேறுபடுத்திக் காட்ட, கீழ்க் கண்ட புள்ளியியல் தனித்தன்மை (statistical independence) என்னும் கருத்தை மேற்கொள்கிறோம். எனவே சமன்பாடு (10) ஆனது பூர்த்தி செய்யப்படுகிறது என்று ஊகம் செய்து கொள்ளும்போது, ஓர் அமைப்பின் பகுதிகள் புள்ளியியல் தனித் தன்மையைப் பெற்றுள்ளன என்கிறோம்.

ஓர் அமைப்பின் பகுதிகளெல்லாம் ஒன்றையொன்று சார்ந் தவை அல்ல என்பதை ஒருவர் நிரூபிக்கத் தேவையில்லை. பகுதி களின் தனித்தன்மைக்கு, $Pi\ (xi)$, மற்றும் $P\ (x_1\ x_2...x_n)$ என்ற இருசார்பலன்களும் நிர்ணயிக்கப்படுகின்றன. சமன்பாடு (10)ன் வாயிலாக தனித்தன்மையை சோதிக்கிறோம். ஆனால் செயல் நிலைகளில், $P\ (x_1\ x_2...x_n)$ என்பது அறியப்படமுடியாத ஒன்றாகும். மேலும், இந்தச் சார்பலனை, அமைப்பு நம்பகமையைக் கணக்கீடு செய்வதற்காக நாம் வேண்டி நிற்கிறோம். எனவே, தனித்தன்மை பிரச்சனையானது அமைப்பின் இயல்நிலைப் பண்புகளைக் கருத்தில் கொண்டும், அத்தன்மை பற்றிய ஊகம் நியாயமானதா என்று ஆராய்ந்தும் தீர்க்கப்படுகிறது. அமைப்பின் ஒவ்வொரு பகுதி நிலையின் நிகழ்தகவும், மற்ற பகுதிகளின் நிலைகள் ஏதுவாக இருப்பினும், சமமானவையா என்ற கேள்விக்குரிய விடை, 'ஆம்' என்று அமைந்தால், அமைப்பின் பகுதிகள் தனித்த சோதனைகளைக் கொண்டுள்ளன என்று ஊகம் செய்கிறோம்.

பிரிவு III

நம்பகமை முன்கூட்டி உரைத்தல்

(Reliability Prediction)

அமைப்பு நிலை $(x_1\ x_2...x_n)$ என்பது 'n' தனித்த சோதனை களின் முடிவுகளாகக் கருதப்படுமாயின், நிகழ்தகவு திணவு சார்பலன் $P\ (x_1\ x_2...x_n)$ என்பது, $P\ (x_1\ x_2...x_n = P_1\ (x_1)\ P_2\ (x_2)...$ $P_n\ (x_1)$ ... (1)

எனக் குறிப்பிடப்படலாம். (இவ்விடத்தில் $P_i\ (x_i)$ என்பது i ஆவது பகுதியுடன் தொடர்புறும் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார் பலனாகும் $i = 1, 2, 3...n$) என்பதை சென்ற பிரிவில் கண்டோம்

தனித்தன்மை தவிர, பெரும்பான்மையான சூழ்நிலைகளில், ஒவ்வொரு பகுதியும் இரண்டு நிலையில் பெறுகின்ற தன்மையையே அமைகிறது. இந்நிலைகள் 'வெற்றி' மற்றும் 'தோல்வி' நிலைகள் என்றழைக்கப்படுகின்றன. மேலும் 1 மற்றும் 0 என்ற எண்களால் முறையே குறிக்கப்படுகின்றன. பின்னர் ஒவ்வொரு அமைப்பு நிலையும் 'n' அளவுள்ள 0 அல்லது 1 என்ற இரு எண்களை மட்டுமே கொண்ட அடுக்காக அமைவுறும். எனவே பகுதி நிலை நிகழ்தகவுகள் ஒரு 'பெர்நௌலி நிகழ்தகவு விதி' (Bernoulli Probalility Law) மூலம் குறிக்கப்பட்ட ஏதுவாகிறது அதாவது , $i = 1,2......n$

$$\left.\begin{aligned} Pi\,(x_i) &= Ri,\ x_i = 1 \\ &= 1 - R_i\ ,\ x_i = 0 \\ &= 0 \text{ மற்றெந்த நிலையிலும்} \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

சுட்டுறுப்பு R_i ஆனது, i ஆவது பகுதியின் நம்பகமை (Rcliability) என்று விளக்கம் பெறுகிறது.

அமைப்பு நிலையானது, 'n' தனித்த சோதனைகளின் முடிவாகக் கருதப்படுமாயின், சமன்பாடு(2) யை சமன்பாடு (1) ல் பயன்படுத்தி,

$$P\,(x_1\ x_2 \ldots x_n) = \underset{x_i = 1}{\pi} \quad (R_i) \quad \underset{x_i = 0}{\pi} \left\{ (1 - R_i) \right\} \qquad \ldots(3)$$

என அமைக்கலாம். சமன்பாடு (3) ஆல் குறிக்கப்படும் நிகழ்தகவு விதியானது $R_1\ R_2 \ldots R^n$ என்ற 'n' சுட்டுறுப்புக்களைக் கொண்டுள்ளது. அமைப்பு நம்பகமையின் குறிப்பிட்ட மதிப்பைப் பெற இந்த சுட்டுறுப்புக்களின் மதிப்புக்களை நிர்ணயிக்க வேண்டும்.

இந்த n சுட்டுறுப்புக்களும், பொதுவாக, காலச் சார்புடையதாகும். (time dependent). அதாவது, சுட்டுறுப்புக்களின் மதிப்புக்கள் , அமைப்பு இயக்கம் கண்காணிக்கப்படும் கால இடைவெளியை, (கால நீளத்தை) சார்ந்து அமையும். மேலும், ஒவ்வொரு பகுதியின் நம்பகமையும், பொதுவாக, அப்பகுதியின் 'வயதையும்' அமைப்பின் இயக்ககால அளவையும் சார்ந்திருக்கும்.

சுட்டுறுப்புக்கள் R_i-ன் மதிப்பை நிர்ணயிக்க. முந்தைய அமைப்பில் L ஆவது பகுதியை இயக்கியதின் மூலம் கிடைத்த புள்ளி விவரக் குறிப்பு பயன்படுத்தப்படுகிறது. இத்தகைய விவரமானது, 'தோல்விக்கான நேரம்' (Time to failure) என்ற முறையில், முந்தைய பயன்படு நிலைகளில் அப்பகுதியினைப் பற்றியதாக அமையும். இத்தகைய விவரக் குறிப்பிலிருந்து R_i என்ற சுட்டுறுப்பின் மதிப்பீட்டை, தோல்வி 'உருப்படிவம் (failure model) மூலம், அமைத்துக்கொள்ள முடியும். i ஆவது பகுதியின் தோல்விக்கான நேரத்தின் நிகழ்தகவுப் பரவலையும் விவரிக்க இயலும்.

'தோல்வி உருப்படிவமானது' அதனது சுட்டுறுப்புக்களை உடையதாயிருக்கும். எடுத்துக்காட்டாக, அடிக்கடி பயன்படுத்தப்படும்தோல்வி உருப்படிவமானது அடுக்குப் பரவலாக (exponential distribution) அமைகிறது என்பதை முன்பே விளக்கியுள்ளோம். தோல்வி வீத சார்பலன் $h(t)$ யைக் குறிப்பதன் மூலம்; இத்த உருப்படிவம் வடிவம் பெறுகிறது.

$$h(t) = \lambda, \; t > 0 \\ = 0, \; t < 0 \qquad (4)$$

இந்த அமைவில் உருப்படிவானது λ என்ற ஒரே ஒரு சுட்டுறுப்பைப் பெறுகிறது. பகுதி நம்பகமை $R \frac{T}{t}$ என்பது,

$$R\left(\frac{T}{t}\right) = e^{-\lambda T} \qquad (5)$$

என்றமைகிறது. இந்த குறிப்பிட்ட தோல்வி வடிவமைப்பிற்கு, பகுதி நம்பகமையானது, பகுதியின் வயதைச் சாராது, தனித்து அமைகிறது. ஆனால் பொதுவாக, $R\left(\frac{T}{t}\right)$ என்பதற்கான

சமன்பாடு, இயக்க நேரம் T மற்றும் பகுதியின் வயது 't' ஆகிய இரண்டின் சார்பாகவும் அமையும். எனவே இந்த தோல்வி உருப்படிவத்தை பொறுத்த மட்டில், λ என்பது சுட்டுறுப்பாகும் $(R\ T/t)$ என்பது T மற்றும் t என்ற தனித்த மாறிகளைச் சார்ந்த சார்பலனாகும்,

பகுதியை முந்தைய காலகட்டங்களில் பயன்படுத்திய போது கிடைத்த தோல்விக்கான நேர புள்ளிவிவரக் குறிப்பைகொண்டு λன் மதிப்பை மதீப்பீடு செய்ய முடியும். புள்ளியியல் சார்ந்த இப்பிரச்சனை பின்வரும் அத்தியாயத்தில் விவரிக்கப்படும்.

λன் மதிப்பீடு அமைக்கப்பட்டவுடன், $R(T/t)$ க்கான ஒருங்கான மதிப்பீடும், சமன்பாடு (5) லிருந்து, குறிப்பிட்ட T மற்றும் t மதிப்புக்களுக்கு அமைக்காலம். $R(T/t)$ க்கான மதிப்பீடு அமைக்கப்பட்டவுடன், தோல்வி உருப்படிவத்தின் செயற்பாங்கு முடிவு பெற்றது எனலாம். $R\,(T/t)$ ன் இந்த மதிப்பீட்டை, அமைப்பு பகுதி உருப்படிவத்தில் சமன்பாடு (3) ஆல் காட்டப்படும் விதத்தில் பயன்படுத்தலாகும். இப்புதிய உருப்படிவத்தில் $R\,(T/t)$ என்பது ஒரு சுட்டுறுப்பாகிறது. ஒவ்வொரு பகுதிக்கு $Ri\,((T/t)$ என்ற சார்பலனை, t மற்றும் T இவற்றின் தேவையான நாம் விழையும் மதிப்புக்களுக்கு, கணக்கிட்டு Riக்கான மதிப்பிடுகள் பெறப்படுகின்றன.

அமைப்புப்பகுதி உருப்படிவத்தைக் கருத்தில் கொண்டு' புதிய அமைப்பின் நம்பகமையை, பிரிவு 1ல் காணப்படும் சமன்பாடுகள் (3) அல்லது (4) யைக் கொண்டு கணக்கிடலாம்.

அமைப்பு நம்பகமையின் இவ்வாறு கணக்கிடப்படும் மதிப்பு நம்பகமை முன்கூட்டி உரைத்தல் எனப்படும். பகுதிகளுக்கான Ri மதிப்புக்களின், மதிப்பீடுகளைக்கொண்டு அமையும் புதிய அமைப்பின் நம்பகமைக்கான மதிப்பீடாக இம்மதிப்பு அமையும். இந்த அமைப்பு நம்பகமையின் மதிப்பீடு, இப்புதிய அமைப்பினின்று பெறப்படும் விவரத்தைக் கொண்டு அமைவதில்லை. அமைப்பு நம்பகமைக் கென கணக்கிடப்படும் மதிப்பானது, அமைப்புப் பகுதி உருப்படிவம் எந்த சோதனை ஓட்டங்களைக் கொண்டு அமைகின்றனவோ அச்சோதனை ஓட்டங்களை உண்மையிலயே நிகழும்போது எழும் முடிவுகளுக்கான மதிப்பீடாக அமைகிறது. எனவேதான், அமைப்பு நம்பகமையின் மதிப்பீடானது 'முன்கூட்டி உரைத்தல்' என்று, 'மதிப்பீடு' என்ற சொற்றொடருக்குப் பதிலாக கூறப்படுகிறது. பொதுவாக, ஒருவர் ஒரு சோதனையை பல்வேறு முறைகள் மேற்கொண்டு, அதன் முடிவுகளின் அடிப்படையில், எந்த நிகழ்தகவு விதியின் ஊகத்தின் வாயிலாக அச்சோதனையினை மேற்கொண்டாரோ, அவ்விதியின் சுட்டுறுப்பின் மதிப்பைப் பெறுகிறரெனில், அம்மதிப்பை சுட்டுறுப்பின் 'மதிப்பீடு' என்கிறோம். அதாவது, ஒரு சோதனையின் கடந்த கால ஓட்டத்தின் மேற்கோளாக விளங்கும் நிகழ்

தகவு விதியின் சுட்டுறுப்பைச் சார்ந்தன 'மதிப்பீடு' எனப்படும்.

ஒரு சோதனையின் எதிர்கால ஓட்டத்தின் மேற்கோளாக விளங்கும் நிகழ்தகவு விதியின் சுட்டுறுப்பை மதிப்பிடுகையில் அம்மதிப்புக்கள் 'முன் கூட்டி உரைக்கப்படும் மதிப்புக்கள்' என்றே பெயர்பெறுகின்றன, இவ்வாறு முன்கூட்டி உரையப் படும் மதிப்புக்கள், கடந்தகால அநுபவத்திலிருந்து எந்த ஒரு சோதனையிலிருந்து புள்ளி விவரக்குறிப்பு பெறப்பட்டதோ அந்த சோதனை மட்டுமல்லாது, வேறு ஒரு சோதனையின் நிகழ்தகவு விதியோடும் தொடர்புடையதாயிருக்காலாம். நம்பகமை முன் கூட்டி உரைத்தல் பற்றிய பிரச்சனையில் எந்த சோதனையி லிருந்து விவரங்கள் பெறப்பட்டனவோ அந்த சோதனை யில்லாத வேறொரு சோதனை உள்ளடங்கியுள்ளது.

சமன்பாடுகள் (2) மற்றும் (3)லுள்ள சுட்டுறுப்புக்கள் இயக்க நேரம் T மற்றும் பகுதியின் வயது 't' இவற்றைச் சார்ந் துள்ளது என்பதை நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பலனில் தெளி வாகக் காட்டலாம். சமன்பாடு (2) ஆனது,

$$\left.\begin{aligned} P_i\,[x_i\,;\,F,\,t_i] &= R_i\,(T/t_i),\; x_i = 1 \\ &= 1 - R_i\,(T/t_i),\; x_i = 0 \\ &= 0 \text{ மற்றபடி} \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

சமன்பாடு (6) ல், இயக்கநேரம் T ஆனது, எல்லா பகுதி களுக்கும் சமமானதே என்று ஊகம் செய்துகொள்ளப்படுகிறது. எனவே Tக்கான எந்த ஒரு கீழ்க்குறியும் (subscript) பயன் படுத்தப்படுவதில்லை. ஆனல் அமைப்பின் பகுதிகளின் 'வயது' வெவ்வேருனவையாகவும் அமையும் என்பதை குறிக்க, பகுதியின் வயது t_i என்று குறிக்கப்படுகிறது. இயக்க நேரம் T, மற்றும் பகுதி வயது t_i இவற்றின் வாயிலாக, சமன்பாடு (3) ஆனது,

$$P\,(x_1,\,x_2\ldots x_n\,;\;T,\,t_1,\,t_2\ldots t_n) = \prod_{x_i=1} R_i\,(T/t_i)\,\prod_{x_i=0}\,[1 - R\,(T/t_i)] \qquad (7)$$

அடுக்குத் தோல்வி உருப்படிவமானது $R\ (T/t_i)$ என்றும் i பகுதி நம்பகமையை மதிப்பீடு செய்யப்பயன்படுத்திஞல்,

சமன்பாடுகள் (6) மற்றும் (7) பகுதி வயதுகளைச் சாராமல் அமையும்.

இயக்க நேரம் T ஆனது 't' எனவும் குறிக்கப்படும். அதாவது சமன்பாடுகள், பகுதி வயதுகளைப் பற்றிய குறிப்பை நீக்குவதன் மூலம் சுருக்கப்படலாம். எனவே சமன்பாடு (6) ஆனது, கீழ்க்கண்டவாறு அமையும்.

$$\left.\begin{aligned} P_i(x_i; t) &= e^{-\lambda_i t}, \quad x_i=0 \\ &= 1-e^{-\lambda_i t}, \quad x_i=0 \\ &= 0 \text{ மற்றபடி} \end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

இதேபோன்று சமன்பாடு (7) ஆனது,

$$P(x_1\, x_2 \ldots x_n\, t) = \prod_{x_i=1} e^{-\lambda_i t} \prod_{x_i=0} (1-e^{-\lambda_i t}) \qquad (9)$$

என்றவாறு அமையும்.

பிரிவு IV

தொடர் நம்பகமை அமைப்புக்கள்

(Series Reliability Systems)

இப்பிரிவில், G-அமைப்பு (வெற்றி)—ஒரே ஒரு தனி அமைப்பு நிலையை அதாவது எல்லா பகுதிகளுக்கும் வெற்றி நிலையில் அமைவுறும் நிலையைப்பற்றிய முக்கியமான வகையைக் கருத்தில் கொள்கிறோம். இதற்கு சரியாக, இந்த அமைப்பானது, அமைப்பு $\bar{G}$ அமைப்பு (தோல்வி) என்பது எந்த ஒரு பகுதியும் வெற்றி நிலையில் (இல்லாதவாறு அமையும் என்று வரையறை செய்யப்படலாம். இத்தகையதோர் அமைப்பிற்கு, இரண்டு பகுதி நிலைகள், ஒவ்வொரு அமைப்பு நிலையும் 'வெற்றி நிலை' இல்லது 'தோல்வி நிலை' என்று பாகுபாடு செய்யப் படுவதற்கேற்ப போதுமானதாக அமையும் என்பது கண்கூடு. தேவைப்படும் பகுதிநிலைகள் 'வெற்றி' அல்லது 'தோல்வி

எனப்படும். மேலும் இவை முறையே 1 மற்றும் '0' என்று குறிக்கப்படும். நிகழ்ச்சி G ஆனது பின்னர்

$$G = \left[\left(\underbrace{, 1, 1, \ldots 1}_{n} \right) \right] \qquad (1)$$

வெற்றியானது சமன்பாடு (1) ஆல் அளிக்கப்படும் எந்த ஓர் அமைப்பும் ஒரு தொடர் நம்பகமை அமைப்பு என்று அழைக்கப் படும். இந்தத் தொடரை ஒரு மின்னோட்டத் தொடருடன் ஒப்பிட இயலும். ஒரு மின்னோட்டத் தொடரின் ஏதேனும் ஓர் இடத்தில் 'தோல்வி' ஏற்படினும், அத்தொடர்பே துண்டிக்கப் படுவது போன்று அமைகிறது.

பிரிவு 1 ன் சமன்பாடு (3) யைக் கொண்டு, ஒரு தொடர் அமைப்பின் நம்பகமையானது·

$$R = P \underbrace{(1, 1 \ldots 1)}_{n}$$

என்றமைகிறது.

அதாவது, அமைப்பு நம்பகமையானது $\{(1, 1, \ldots 1)\}$ என்ற நிகழ்ச்சிக்கு, $P(x_1\ x_2 \ldots x_n)$ என்ற நிகழ்தகவுத் திணிவு சார் பலனால் அளிக்கப்படும் நிகழ்தகவாகிறது.

ஒரு தொடர் அமைப்பில், n பகுதிகளும் புள்ளியியல் வகையில் தனித்தன்மையுடைய என்று ஊகம் செய்வது நியாயமானதாகும். அதாவது அந்த அமைப்பு நிலையானது, n தனித்த சோதனை ஓட்டங்களின் முடிவாகக் கருதப்படலாம். அமைப்பு நிகழ்தகவு திணிவு சார்பலனானது, n பகுதி நிகழ் தகவு திணிவு சார்பலன்களின் பெருக்கல் பலனாக அளிக்கப் படலாம். அதாவது,

$$P(x_1, x_2 \ldots x_n) = P_1(x_1)\, P_2(x_2) \ldots P_n(x_n) \qquad (3)$$

பகுதிகள் ஒவ்வொன்றும் நிலை 0 அல்லது 1 யே பெற இயலும் ஆதலின் பகுதி நிகழ்தகவு திணிவு சார்பலன்கள்

P_i (x_i) ஆனவை, ஒரு பெர்னௌலி நிகழ்தகவு விதியின் வாயிலாய் குறிக்கப்படலாம். பிரிவு II ல் இது காட்டப்பட்டுள்ளது.

$$\left.\begin{aligned} Pi\,(x_i) &= R_i \quad , \quad x_i = 1 \\ &= 1-R_i,\ x_i = 0 \\ &= 0 \text{ மற்றபடி} \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

சுட்டுறுப்பு Ri ஆனது i ஆவது பகுதியின் நம்பகமை என விளக்கப்படலாம். சமன்பாடுகள் (3) மற்றும் (4) யைப் பயன்படுத்தி சமன்பாடு (2) ல் குறிக்கப்பட்டுள்ளது போன்றமைந்த அமைப்பின் நம்பகமை.

$$R = R_1\ R_2\ \ldots\ R_n \qquad (5)$$

என்று குறிக்கப்படலாம்.

சமன்பாடு (5) ஆனது ஓர் அமைப்பின் நம்பகமையானது, அந்த அமைப்பின் பகுதிகளின் நம்பகமைகளின் பெருக்கல் பலனாகும் என்பதை விளக்குகிறது. இதனை 'பெருக்கல் விதி' (product rule) என்கிறோம். சமன்பாடு (5) ஆனது நம்பகமை உருப்படிவம் எனப்படும். இந்த உருப்படிவம் மிகவும் முக்கியத்துவம் வாய்ந்த தொன்றாகும். ஏனெனில் பல்வேறு செயல் நிலைகளில் எழும் சூழ்நிலைகள், n தனித்த பகுதிகளைக் கொண்ட ஒரு தொடர் அமைப்பாக அமையும்.

பிரிவு III ல் கண்டபடி, பகுதி நிகழ்தகவுகள் $R_1, R_2, \ldots R_n$ இவை நம்பகமை உருப்படிவத்தின் சுட்டுறுப்புக்களாகும். பொதுவாக, ஒவ்வொரு சுட்டுறுப்பின் மதிப்பும், இயக்க நேரம் Ti மற்றும் பகுதியின் வயது 't_i' இவற்றின் சார்பாகும். இந்த உண்மைகள், அமைப்பு பகுதி உருப்படிவத்தின் மூலம், சமன்பாடு (4) யை

$$\left.\begin{aligned} Pi\,(x_i, T, t_t) &= R_i \quad (T/t_i)\ x_i = 1 \\ &= 1 - R_i\ (T/t_i),\ x_i = 0 \\ &= 0 \text{ மற்றபடி} \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

என்று அளித்து, கோடிட்டுக் காட்டலாம்.

சமன்பாடு (5) ஆன, பெருக்கல் விதியானது,

$$R(T/t_1 t_2 \ldots t_n) = \prod_{i=1}^{n} R(T/t_i) \qquad (7)$$

என்றுகிறது.

பகுதி நம்பகமை, இயக்கநேரம் மற்றும் பகுதியின் வயது இவற்றிற்கிடையேயான தொடர்பானது, ஒரு தோல்வி உருப்படிவத்தை ஒவ்வொரு பகுதிக்கும் குறிப்பிடுவதன் மூலம் விளக்கலாம். ஒரு தோல்வி உருப்படிவத்தை குறிப்பிடும் ஒரு விதமானது, தோல்வி வீத சார்பலன், $h(t)$யை குறிப்பிடுவதில் அமையும் ஒரு கருவியின் நம்பகமையானது, தோல்வி வீத சார்பலன் மூலம்

$$R(T/t) = e^{-\int_{t}^{t+T} h(y)\, dy} \qquad (8)$$

என அமைக்கப்படலாம். மேலும் சமன்பாடு (8) யை, சமன்பாடு (7) பயன்படுத்த, அமைப்பு நம்பகமைக்கான பெருக்கல் விதியானது

$$R(T/t_1, t_2 \ldots t_n) = e^{-\sum_{i=1}^{n} \int_{t_i}^{t_i+T} hi(y)\, dy} \qquad (9)$$

என்றுகிறது. சமன்பாடு (7) ஆல் அளிக்கப்படும் பெருக்கல் பலன், சமன்பாடு (9) ன் வலப்புறத்தின் அடுக்குக் குறியில் காணப்படும் கூட்டலாக அமைகிறது.

ஓர் அமைப்பின் எல்லா பகுதிகளும் ஒரே வயதை உடையன எனில், அதாவது $t_1 = t_2 = t_3 = \ldots t_n = t$ எனில், சமன்பாடு (9)-ன் தொகையீடுகள் ஒரே எல்லைகளை உடையதாயிருக்

கின்றன. எனவே கூட்டல் குறியை, தொகையீட்டின் உட்புறத்தில் எடுத்துச் சென்றால்,

$$R(T/t) = e^{-\int_{t}^{c+T} \left[\sum^{n} h_i(y) \right] dy} \qquad (10)$$

சமன்பாடு (10) ஆனது, தனித்தனியான பகுதி தோல்வி வீத சார்பலன்களின் கூடுதலாக அமைகிறது. சமன்பாடு (10) மற்றும் சமன்பாடு (8) இவற்றை ஒப்பிட்டு நோக்கினால், இக் கூடுதலை 'அமைப்பு தோல்வி வீத சார்பலன்' என்று விளக்க முடியும் என்பது தெளிவாகிறது. அதாவது, தோல்வி வீத சார்பலன் $h(t)$ எனக்கொண்ட ஒரு தோல்வி வீத உருப்படிவத்தைக் கொண்டுள்ள ஒரு கருவியை அமைப்பாகக் கொள்ளுகையில்

இயக்க நேரம் T, மற்றும் அமைப்பு வயது 't' என்று கொள்ளும்போது, சமன்பாடு (8) இத்தகையதோர் அமைப்பின் நம்பகமையை அளிக்கிறது. சமன்பாடு (10)-ல் t என்பது ஒவ்வொரு பகுதியின் வயதாகும். எனவே 't' என்பதை அவ்வமைப்பின் மொத்த வயதாகவும் கருத இயலும். எனவே சமன்பாடு (10) ஆனது. இயக்க நேரம் T, அமைப்பு வயது t இவற்றிற்கான, அமைப்பு நம்பகமையையும் அளிக்கிறது. ஆகவே, அமைப்பு தோல்வி சார்பலன் ஆனது, பகுதி தோல்வி வித சார்பலன்களுடன்

$$h(t) = \sum_{i=1}^{n} h_i(\lambda) \qquad (1)$$

என்று தொடர்புறுகிறது. சமன்பாடு (1)-யைப் பெறுவதற்கு, பகுதி தோல்வி வீத சார்பலன்களின் மீது எவ்வித நிபந்தனையும் விதிக்கப்படுவதில்லை. ஆனால் அமைப்பு-பகுதி உருப்படிவத்தின் மீது நிபந்தனைகள் விதிக்கப்பட்டன என்பது கருத்தில் கொள்ளவேண்டிய ஒன்றாகும். அதாவது சமன்பாடு (11) ஆனது, n தனித்தனியான பகுதிகளைக் கொண்ட ஒரு தொடர் அமைப்பின் அடிப்படையில் அமைகிறது. இம்மாதிரியான அமைப்பிற்கு, வெற்றி அமைப்பை நோக்கிச் செல்வதற்கு ஒரே ஒரு அமைப்பே உளது. இதன் பயனாய், அமைப்பு நம்பகமை

யானது, பெருக்கல் பலனின் வாயிலுல் பகுதி நம்பகமைகளின் பெருக்கலாய் அமைக்க இயலும். இந்த செயல்முறை, தோல்வி வீத சார்பலன்களின் கூடுதலுக்கு வழி கோலுகிறது. பிற அமைப்புகளின் உருவ அமைப்புக்களுக்கு (configurations), அமைப்பு நம்பகமையானது, ஒவ்வொன்றும் பல பகுதி நம்பக மைகளின் பெருக்கல் பலனுய் அமையும் பல படிவங்களின் கூடுதலாக அமைகிறது.

இத்தகைய உருவ அமைப்புக்களின் வெற்றி அமைப்பை நோக்கிச் செல்வதற்குப் பல அமைப்புக்கள் வழி கோறு கின்றன. இப்படிப்பட்ட உருவவமைப்புக்களுக்கு அமைப்பு தோல்வி வீத சார்பலனுனது. பகுதி தோல்வி வீத சார்பலன் களின் கூடுதலாக அமையாது.

ஓர் அமைப்பின் ஒவ்வொரு பகுதியின் பகுதி தோல்வி வீதமும் ஒரு மாறிலியாக (constant) அமையும் நிலையைக் கருத் தில் கொள்க. அதாவது, $i = 1.2 \ldots n$-க்கு,

$$h\,i\,(t) = \begin{cases} \lambda i & t > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} \qquad \ldots \quad (12)$$

இப்போது சமன்பாடு (11) ஆனது கீழ்க்கண்டவாறு மாற்றம் பெறும்.

$$h\,(t) = \begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i\,, & t > 0 \\ = 0, & t > 0 \end{cases} \qquad (13)$$

அதாவது அமைப்பு தோல்வி வீதமும் ஒரு மாறிலியாகும் மேலும் இவ்வீதம், பகுதி தோல்வி வீதங்களின் கூடுதலாகவும் அமையும். எனவே, மாறிலியாக அமையும் பகுதி தோல்வி வீதங்கள், மாறிலியான அமைப்பு தோல்வி வீதத்திற்கு அடிகோலுவதே இயற்கை என்று தோன்றலாம். ஆனுல் இது உண்மையல்ல. நன்கு ஆராய்ந்தால் n தனித்த பகுதிகளைக் கொண்ட ஒரு தொடர் அமைப்புக்கு மட்டுமே இது பொருந்தும்.

மாறிலியான தோல்வி வீதம் கொண்ட பகுதிகளை உடைய ஒரு தொடர் அமைப்பு, மாறிலியான அமைப்பு தோல்வி வீதத்தை இயற்கையாகப் பெறுவதால், *MTBF*, m என்ற அமைப்பைப் பற்றி ஆராய்வது பொருளுடையதாகும். மேலும் அமைப்பு தோல்வி வீதமானது λ என்று குறிக்கப்படின், *M T B F* வரையறை செய்யப்படும் வீதத்திலிருந்து,

$$m_i = 1/\lambda \tag{14}$$

இதே போன்று $i = 1, 2 \ldots n$ க்கு பகுதி i ன் *M T B F* ஆனது

$$m_i = 1/\lambda_i \tag{15}$$

என்று வரையறுக்கப்படுகிறது. சமன்பாடுகள் (13), (14) மற்றும் (15) லிருந்து, n தனித்த மாறிலியான தோல்வி வீதத்தைக் கொண்ட பகுதிகளைப் பெற்றிருக்கும் ஒரு தொடர் அமைப்பில், கீழ்க்கண்ட உடன்பாடுகள் உண்மையாகின்றன.

$$\lambda = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \tag{16}$$

$$\frac{1}{m} = \sum_{i=1}^{n} 1/mi \tag{17}$$

$$m = \frac{1}{\Sigma \lambda_i} \tag{18}$$

எனவே ஒரு தொடர் ஓட்டத்தில் தடை (resistance) எவ்வாறு இயங்குகின்றதோ அதேபோன்று பகுதி தோல்வி வீதங்கள் ஒன்று சேர்கின்றன என்பதும், பக்கவாட்டில் அமைந்த ஓட்டத்தில் தடையின் இயக்கத்தைப் போன்று MTBF க்களின் பகுதி இணைகின்றது என்பதும் புலனாகும்.

MTBF என்ற சொற்றொடரானது சீர்செய்யப்பட்ட ஏதுவாகும் கருவிகளுடன் (repairable devices) மட்டுமே தொடர்பு படுத்தப்படும் என்பதை முன்னரே கண்டோம். ஆனால் சீர்செய்யப்பட முடியாத கருவிகள் தோல்வி வீதத்தின் மூலம் குறிக்கப்படுகின்றன. எனவே அமைப்பு நம்பகமையானது *M T B F* ன் வாயிலாகவும், பகுதி நம்பகமையானது தோல்வி

வீதத்தின் வாயிலாகவும் அளிக்கப்படுகின்றன. எனவே சமன்பாடு (18) செயல்நிலைகளில் பெரும்பான்மையாக எழும் அமைப்பாகிறது. ஏனெனில், இச்சமன்பாடு (18) தான், பகுதி தோல்வி வீதங்களை λi களை, அமைப்பு $M\ T\ B\ F$, m-உடன் தொடர்புபடுத்துகிறது. பகுதி தோல்வி வீதங்களை 'ஒரு மில்லியன் மணிகளுக்கான தோல்விகள்' என்று கணக்கிடுவது எளிதாகும். ஆனால் $M\ T\ B\ F$ ஆனது சாதாரணமாக மணிகளில் அளிக்கப்படுகிறது. இந்த அலகுகளைக் கொண்டால்.

$$\lambda\ (\text{தோல்விகள்}/10^6\ \text{மணிகள்}) = \frac{10^6}{m\ (\text{மணிகள்})} \qquad (19)$$

$$m\ (\text{மணிகள்}) = \frac{10^6}{(\text{தோல்விகள்}/10^6\ \text{மணிகள்})} \qquad (20)$$

தோல்வி வீதத்திற்கான மற்றொரு பொதுவாகப் பயன்படுத்தப் படும் அலகு % (தோல்விகள் / 1000 மணிகள்) என்பதாகும். ஆனால் இந்த அலகானது, குறிப்பாக, தோல்வி வீதம் 100%/ 1000 மணிகள் என்பதையும் மிஞ்சக்கூடிய பெரிய அமைப்புக் களில் பயன்படுத்தப்படுங்கால் குழப்பங்களை உண்டாக்கும் தன்மையுடையது. எனினும் % என்பது "1/100" என்பதைக் குறிப்பதால் % தோல்விகள் / 1000 மணிகள் என்ற அலகை, 100,000 மணிகளுக்கான தோல்விகள் என்று விளக்கம் செய்யலாம். எனவே % / 1000 மணிகள் என்று குறிக்கப்படும் தோல்வி வீதங்களிலிருந்து, ஒரு மில்லியன் மணிகளுக்கான தோல்விகளைப் பெற 10 ஆல் பெருக்கவேண்டும். எடுத்துக் காட்டாக, 0·15 % தோல்விகள் / 1000 மணிகள் = 1.5 தோல்விகள் / 10^6 மணிகள் தோல்வி வீதங்களுக்குப் பயன்படுத் தப்படும் அலகுகள், ஓர் அலகு காலத்திற்கான தோல்வி வீதத் தால் மேற்கொள்ளப்படும் மொத்த கால அளவிற்கும் பொருத்த மாகிறது என்று கொள்ள இயலாது. எனவே, ஒரு கருவி யானது, ஒரு மில்லியன் மணிகளுக்கு 10 தோல்விகளை உடைய தாயிருக்கிறது என்ற கூற்றானது, ஒரு மில்லியன் மணிகளுக்கும் மேலாக அந்த இயந்திரம் இயங்கும் போதும், அதே தோல்வி வீதத்தை உடையதாயிருக்கும் என்று ஓர் அமைப்பு உடைய தாயிருக்கும்.

இத்தகைய சூழ்நிலைகளில், ஒரே தோல்வி வீதமானது பல பகுதிகள் ஒவ்வொன்றுக்கும் அளிக்கப்படுகின்றது. இத்தகைய சூழ்நிலையில் சமன்பாடு (6) ஆனது,

$$\lambda = N_1 \lambda_1 + N_2 \lambda_2 \ldots\ldots N_m \lambda_m \qquad \ldots \quad (21)$$

இவ்விடத்து, $\sum_{i=1}^{n} N_i = n$ (மொத்த பகுதிகளின் எண்ணிக்கை),

N_i என்பது 1 தோல்வி வீதம் λ_i எனக் கொண்ட பகுதிகள் என அமையும். எடுத்துக்காட்டாக, ஓர் அமைப்பு

N_1 = 500 டிரான்ஸிஸ்டர்கள்

N_2 = 1000 (diodes) டையோடுகள்

N_3 = 1500 தடை

N_4 = 500 (capacitors) கேபாசிட்டர்கள்

n = 3500 மொத்த பகுதிகள்

தோல்வி வீதங்கள் இந்த நான்கு பகுதிகளின் பிரிவுகளுக்கும் அளிக்கப்படுகின்றன என்று கொள்வோம்.

$\lambda_1 = 0{\cdot}7$ தோல்விகள் / 10^6 மணிகள் (ஒரு டிரான்ஸிஸ்டர்)

$\lambda_2 = 0{\cdot}3$ தோல்விகள் / 10^6 மணிகள் (ஒரு டையோடு)

$\lambda_3 = 0{\cdot}1$ தோல்விகள் / 10^6 மணிகள் (ஒரு தடைக்கு)

$\lambda_4 = 0{\cdot}2$ தோல்விகள் / 10^6 (ஒரு கேபாசிட்டருக்கு)

மொத்த அமைப்பு தோல்வி வீதத்தைக் கொண்டு கணக்கீடு செய்தல் ஒரு பட்டியலாக கீழ்க் கண்டவாறு அமையும்.

குறி எண்	பகுதி வகை	தோல்வி வீதம் λ_i	உபயோகப்படுத்தப் படும் எண்ணிக்கை N_i	பெருக்கல் $\lambda_i N_i$
1	டிரான்ஸிஸ்டர்	0·7	500	350
2	டையோடு	0.3	1000	300
3	தடை	0·1	1500	150
4	கேபாசிட்டர்	0·2	500	100

$$\lambda = \sum_{i=1}^{4} \lambda_i N_i = 900$$

தோல்வி வீதங்களெல்லாம். ஒரு மில்லியன் மணிகளுக்கு இவ்வளவு தோல்விகள் என்று அளிக்கப்படுவதால், அமைப்பு *M T B F*-யை, சமன்பாடு (20) ன் மூலம்,

$$m = \frac{10^6}{900} = 1111 \text{ மணிகள்}$$

என்றடைகிறோம்.

பிரிவு V

பகுதி தோல்வி வீதங்கள்

(Part Failure Rates)

சென்ற பிரிவில் தனித்தனவான பகுதிகள் கொண்ட ஒரு தொடர் அமைப்பின் நம்பகமையை அதன் பகுதிகளின் தோல்வி வீதங்களுடன் தொடர்புபடுத்த ஓர் உருப்படிவத்தை அமைத்தோம். இத்தகைய உருப்படிவங்களை அமைப்பதன் நோக்கம் யாதெனில், அமைப்பானது புதியது எனினும், அதன் பகுதிகள் முன்னரே பல்வேறு வித அமைப்புக்களில் பயன் படுத்தப்பட்டனவையாக இருக்கும். எனவே, கடந்த கால அனுபவத்தைக் கருத்தில் கொண்டு, புதிய அமைப்பின் 'பகுதிகளின்' தோல்வி வீதங்களை அவற்றிற்கு உரைக்க இயலும். இந்த புள்ளிவிவரக் குறிப்பினின்றும், புதிய அமைப் பின் நம்பகமை உருப்படிவத்தினின்றும் இப்புதிய அமைப்பின் தோல்வி வீதத்தை நிர்ணயிக்க இயலும். எனவே, பெரும் பான்மையான நம்பகமை பற்றிய செயற்பாங்குகளில், நம்பகமை பற்றிய கணக்கீடுகளின் பெரும் பகுதியை முன்கூட்டி உரைக் கும் நுணுக்கங்களே ஆக்கிரமித்துக் கொண்டுள்ளன.

இத்தகைய முறைகளின் அடித்தளமாக விளங்குவது தோல்வி வீதங்களே. இத்தகைய தோல்வி வீதங்களின் செல்லு படியாகும் தன்மை மற்றும் அதன் மீது நாம் கொள்ளும் நம்பிக்கையே, அமைப்பின் *M T B F*-ன் மதிப்பீடு பயன்படுவதை கொண்டிருக்கும்.

குறிப்பிட்ட பகுதி வகைகளுக்கு என்று அறிவிக்கப்படும் பகுதி தோல்வி வீதங்கள், பல்வேறு அளவு அடுக்குகளாய் விளங்குகிறது. தோல்வியானது வரையறுக்கப்படும் முறை, அறிவிக்கப்படும் நிலைகள், சுற்றுப்புற சூழ்நிலைகள் மற்றும்

மேற்பார்வை நிலைகள் அமைப்பின் திறம், செயற்பாங்கின், வகை மற்றும் உற்பத்தியின் விவரம் போன்ற காரணிகளை விரிவான மாறுபாடுகளைத் தோற்றுவிக்கும் திறம் படைத்தவை. எனவே, நாம் கணிசமான அளவு நம்பிக்கை வைக்கக்கூடிய ஒரே ஒரு தோல்வி வீதத்தைத் தனது சொந்த கடந்த கால அனுபவத்திலிருந்து ஒருவர் அமைக்கும் செயற்பாங்கிலிருந்தே பெற இயலும். எனினும் பகுதி தோல்வி வீதங்கள் மிகச் சிறியனவையே, அதாவது அவை 10^6 மணிகளுக்கு ஒரு தோல்வி அல்லது அதற்குக் குறைவு எனவே பகுதி தோல்வி வீதங்கள் அமைகின்றன. மேலும் இயக்க நேரம் மற்றும் தோல்விகளின் எண்ணிக்கை இவையிரண்டையும் ஒரே சமயத்தில் துல்லியமாகத் தரவல்ல விவரக் குறிப்பைப் பெறுவதும் எளியதல்ல. எனவே இதற்கென ஓர் உடன்பாடு ஏற்பட வேண்டுவது இன்றியமையாததாகிறது. முதலில். நாம் எந்த ஒரு வகையான கருவியில் அக்கறை கொண்டவர்களாயுள்ளோமோ அதற்கான பகுதி தோல்வி வீதங்கள், தகுந்த ஆராய்ச்சி மூலம், சம்பந்தமுடையோரிடம் தொடர்பு கொண்டும் பெறப்பட வேண்டுவது இன்றியமையாதது. இந்தத் தோல்வி வீதப்பட்டியலைக் கொண்டு, முந்தைய மற்றும் மதிய ஆக இரண்டு அமைப்புக்குமான $MTBF$ ஆனது மதிப்பீடு செய்யப்படவேண்டும் முன் கூட்டி உரைத்தல் மூலம் பெற்ற விவரத்திற்கும், உண்மையிலேயே நாம் பெற்ற விவரக் குறிப்பிற்கும் இடையே ஓர் உடன்பாடு காணத்தக்க வகையில் விளங்கும் விவரக் குறிப்பு சேகரிப்பு அமைப்பை நிர்ணயிக்க வேண்டும். இவ்வாறு ஒப்பீடு செய்வதன் மூலம், தோல்வி வீதங்கள் சிறிது மாற்றம் பெற்று அதிக நம்பிக்கையைப் பெற ஏதுவாகிறது. எனவே, இவ்வாறான உண்மையான தோல்வி வீதங்களைப் பெறுவதற்கு பயன்படுத்தப்படும் முறையே, முன்கூட்டி உரைத்தல் மற்றும் உண்மையின் நிகழ்தல் ஆகிய இரு நிகழ்ச்சிகளுக்கிடையேயான இடைவெளியைக் குறுகியதாக்கும் திறம் பெற்றது.

மிக விரிவாகப் பயன்படுத்தப்படும், பகுதி வீத தோல்விக்கான விவரத்தை அடைவதற்கான முறை MIL-HDB K-217* என்பதாக அமைகிறது. இந்தக் கைப்புத்தகத்தை U. S. அரசு அச்சு அலுவலகத்திலிருந்து பெற முடியும். இப்புத்தகமானது,

---

*MIL—HDB—K-217—*Reliability Stress and Failure Rate Data for Electronic Equipment* – 8 *A y* 1962

பகுதி தோல்வி வீதம் தவிர கணிசமான நம்பகமை சார்ந்த விவரத்தை அடக்கியுள்ளது. என்றாலும், அதிர்வு, சுழற்சி, ஈரப்பதம் மற்றும் வெப்பநிலை என்னும் முக்கியமான சுற்றுப்புற காரணிகளை MIL – HDB-K - 217–யில் காணப்படும் விவரத்துடன் சேர்த்துப் பயன்படுத்த வேண்டுமா என்பது பற்றி விவரமான கருத்து வேற்றுமைகள் இன்னும் உள. MIL - STD – 756 A*-ல் கீழ்க் கண்ட சுற்றுப்புற சீரிய காரணிகள் நம்பகமை முன் கூட்டி உரைத்தலுக்கு MIL - HDB-K-217 பயன்படுத்தப்படும்போது, சேர்த்துக் கொள்ளப்பட வேண்டும் என்று குறிக்கப்பட்டுள்ளது.

கப்பல் தளம் / குறித்த நிலப்பகுதி	1·0
மனிதனால் கட்டுப்படுத்தப்படும் விமானம்	6·5
வான ஊர்திகள்	80·0
உப கிரகங்கள்	1·0

இத்தகைய சீரிய காரணிகள், MIL - HDB-K - 217-இல் காணப்படும் தோல்வி வீதங்களை கையாளப்படும்போது, பெருக்கிகளாக (multipliers) பயன்படுத்தப்படவேண்டும். எனவே, ஒன்றைக் காட்டிலும் அதிகமான ஒரு காரணி அதிக தோல்வி வீதத்தை அல்லது குறைந்த MTBF-யைக் குறிக்கிறது. பொதுவாக, இக் காரணிகள் அதிகமான விளைவைக் கொண்டன என்பதே முடிவாக அமைகிறது.

பயிற்சி

1. ஒரு தொடர் அமைப்பு மூன்று தனித் தன்மையான பகுதிகள் A, B மற்றும் C-யைக் கொண்டுள்ளது. இம் மூன்று பகுதிகளின் MTBFஆனது முறையே 100, 400 மற்றும் 800 மணிகளாகும். கீழ்க் கண்டவற்றைக் கணக்கிடுக.

(a) அமைப்பின் MTBF

(b) அமைப்பின் தோல்வி வீதம், 10 மணிக்கு எவ்வளவு தோல்விகள் என்ற அலகுகளில்

---

* MIL –STD –756A: –" Reliability Prediction Procedure".

(c) அமைப்பின் தோல்வி வீதம், (1000 மணிகளில் 1% தோல்வி என்ற அலகில்)

(d) ஒரு 30 மணிநேர இயக்கத்திற்கு, அமைப்பின் நம்பகமை.

2. சென்ற கணக்கில் அமைப்பின் MTBF 30% அதிகரிக்கவேண்டுமாயின், பகுதி A-யின் MTBF எவ்வளவு அதிகரிக்க வேண்டும்'

3. கணக்கு (1)-ல் அமைப்பின் MTBF, 30 % அதிகரிக்க வேண்டுமாயின் பகுதி C-யின் MTBF, எவ்வளவு அதிகரிக்க வேண்டும்.

4. ஓர் அமைப்பானது 10,000 பகுதிகளைக் கொண்டது. தனித்த பகுதிகளைக் கொண்ட தொடர் அமைப்பினை ஊகம் செய்து கொண்டு, அமைப்பு MTBF ஆனது 250 மணிகள் பெறவேண்டுமாயின், சராசரி தோல்வி வீதமானது ஒரு பகுதிக்கு எவ்வளவு என்று கணக்கிடுக.

5. ஒரு தொடர் அமைப்பானது, கீழ்க்கண்ட தனித்தனவாக இருக்கும் பகுதிகளைக் கொண்டது.

500 டிரான்சிஸ்டர்கள்

1000 டையோடைடுகள்

1000 ரிசிஸ்டர்கள் (தடைப்பான்)

500 கேபாசிட்டர்கள்

கீழ்க் காணப்படும் தோல்வி வீதங்கள் தரப்பட்டுள்ளன.

பகுதி	தோல்வி வீதம்
டிரான்சிஸ்டர்கள்	0·7
டையோடைடு	0 3
தடைப்பான்	0 1
கேபாசிட்டர்	0·2

10 மணிகளுக்கு, அமைப்பின் நம்பகமையினைக் கணக்கிடுக.

8. தோல்வி உருப்படிவங்களின் சுட்டுறுப்புக்களுக்கான மதிப்பீடு

(Estimation of Parameters of the Failure Models)

முழுத் தொகுதியின் சுட்டுறுப்புகளுக்கான மதிப்பீடுகளை கண்டுபிடிக்கப் பயன்படும் மூன்று முறைகளை இங்கு விளக்கு வோம். அவையாவன,

1) வரைபட முறை

2) திருப்புத்திறன் முறை

3) மீப்பெரு நிகழ்தன்மை முறை

வரைபட முறை : இங்கு சுட்டுறுப்புகளின் மதிப்பீடுகளை நேரடியாகக் கண்டுபிடிப்பதைவிட ஒரு மாதிரி விவரங்களை உபயோகப்படுத்தி முழுமைத் தொகுதியின் பரவல் சார்பலன் $F(X)$ ன் மதிப்பீடுகளைக் கண்டுபிடிக்கிறோம். அந்த மதிப்பீடு செய்யப்பட்ட பரவற்சார்பலனை. வரைபடத்தில் பரவற் சார் பலனை ஒரு நேர்க்கோடாக மாற்று அலகில் அமைக்கும் வண்ணம் புள்ளியிட்டு வரையப்படுகிறது. உதாரணமாக அடுக்குக்குறி நிகழ்தகவு விதியினை கீழ்கண்ட பரவற் சார்பலன் குறிக்கிறது.

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t}, \quad t > 0 \qquad (1)$$

$$= 0 \text{ மற்ற எல்லா } t \text{ மதிப்புகளுக்கும்}$$

இதை $\log_e [1 - F(t)] = e^{-\lambda t}$, $t > 0$ க்கு, (2) என்பது ஒரு நேர்க்கோட்டு அமைப்பில் மாறி இருப்பதைக் காணலாம். எனவே பல்வேறு t மதிப்புகளுக்கு $\hat{F}(t)$ என்ற மதிப்பீடுகள் கிடைத்தால் சமன்பாடு (2) ல் F (t) க்கு பதிலாக $\hat{F}(t)$ஐ பயன்

படுத்தி இம் மதிப்பீடுகளை வரைபடத்தில் புள்ளியிட்டு காட்ட முடியும். இந்த புள்ளிகளின் மேல் வரையப்படும் நேர்க் கோட்டிலிருந்து λ வை மதிப்பீடு செய்ய முடியும்.

இந்த உதாரணத்திற்கு செமி-லாக் (semi-log) தாளை உபயோகித்து $[1 - \hat{F}(t)]$ மதிப்புகளை நேரடியாகப் புள்ளியிட்டு காட்டி வரையலாம். அல்லது ($\log_e [1 - \hat{F}(t)]$ மதிப்புகளைக் கண்டுபிடித்து சாதாரண வரைபடத்தாளில் (arithmetic graph paper) புள்ளியிட்டு காட்டியும், வரையலாம்.

மற்ற பரவல்களுக்கு, ஒரு சாதாரண லாகிரிதமிக் உருமாற்றம், ஒரு நேர்க் கோட்டில் அமையும் என்று கூறமுடியாது. எனினும் அதற்கேற்றவாறு அலகுகள் மாற்றப்பட்ட வரைபடத்தாளை எந்த ஒரு பரவற் சார்பலனுக்கும் அமைக்கமுடியும். அத்தகைய வரைபடத்தாளை ஒரு நிகழ்தகவுத்தாள் (probability paper) என்று கூறுகிறோம்.

இப்போது $\hat{F}(t)$ மதிப்பீடுகளை கண்டுபிடிக்கும் ஒரு பிரச்சனையை எடுத்துக்கொள்வோம். $F(t)$ என்ற ஒரு முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து n அளவுடைய ஒரு ரேண்டம் மாதிரியை எடுத்துக்கொள்வோம். பரவற் சார்பலன் $F(t)$ ன் மதிப்புகளைக் கண்டறிய, மாதிரி உறுப்புகளை முதலில் வரிசைப் படுத்தி எழுதுவோம். அதாவது மாதிரி மதிப்புகளில் மிகச் சிறியதை முதலிலும், அடுத்த சிறிய மதிப்பை இரண்டாவதாகவும்... இவ்வாறு எழுதினால் வரிசைப்படுத்தப்பட்ட மாதிரி மதிப்புகள் கீழ்கண்டவாறு அமையும்.

$$t_1 \leq t_2 \leq t_3 \leq \ldots \leq t_n.$$

$$\text{வரையறைப்படி } F(t) = P(y \leq t) \qquad (3)$$

என்று நாம் அறிகிறோம். அதாவது எந்த ஒரு t க்கும் பரவற் சார்பலன் மதிப்பு = ஒரு சோதனையில் கண்டறிந்த மதிப்பு t அல்லது அதற்குக் குறைவாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு. எந்த t_i க்கும் ($i = 1, 2, \ldots n$); i/n என்பது கண்டறிந்த மதிப்புகள் $\leq t$ க்கான கண்டறிந்த பின்னமாகும்; அதாவது சார்புடைய (relative frequency) ஆகும். இது $F(t_i)$ க்கான ஒரு 'நல்ல' மதிப்பீடாகத் தோன்றுகிறது. எனினும் $i/n+1$, $(i - \frac{1}{2})/n$ போன்ற பலவித மதிப்பீடுகளும் சரியாகத் தோன்றுகின்றன.

மிகப்பெரிய n மதிப்புகளுக்கு, இந்த எல்லா மதிப்புகளும் நடைமுறையில் ஒத்தனவையாக இருப்பதைக் காணலாம். சிறிய n மதிப்புகளுக்கும் இம்மதிப்பீடுகளில் அதிக வித்தியாசம் இருப்பதாகத் தெரியவில்லை.

$$\hat{F}(t_i) = \frac{(i - \frac{1}{2})}{n} \tag{4}$$

என்ற மதிப்பீடே அதிகமாக உபயோகப்படுத்தக்கூடிய ஒரு மதிப்பீடாகும்.

இந்த வரைபட உத்திமுறையில் ஒரு முக்கிய பயன் என்னவென்றால், இம்முறையானது, நிகழ்தகவு விதியின்படி சுட்டுறுப்புகளின் மதிப்பீட்டைத் தருவது மட்டுமல்லாமல், அனுமானிக்கப்பட்ட நிகழ்தகவு விதி $[F(t)]$ யுடன் கண்டறிந்த விவரங்கள் பொருந்தி அமைகின்றனவா என்பதையும் அறிந்து கொள்ளப்பயன்படுகிறது. மற்றொரு பயன் யாதெனில் இது ஒரு எளிய முறையாகும்.

திருப்புந்திறன் முறை மூலம் மதிப்பிடுதல்
(Estimation by Method of Moments) :

இம்முறையில், மாதிரி திருப்புத்திறன்களை உபயோகித்து, ஒரு நிகழ்தகவு விதியின் எல்லா சுட்டுறுப்புகளுக்குமான மதிப்பீடுகளைத் தீர்மானிக்கலாம். உதாரணமாக சமன்பாடு (1) ன் மூலம் விளக்கப்பட்ட அடுக்குக் குறி நிகழ்தகவு விதியில் ஒரே ஒரு சுட்டுறுப்பு உள்ளது. எனவே முதல் திருப்புத் திறன் ஒன்றே போதுமானது.

எனவே $\mu = \frac{1}{\lambda}$ வை முதல் மாதிரி திருப்புத் திறன் மூலம் மதிப்பீடு செய்யலாம். அதாவது மாதிரி சராசரி

$$m_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i = \bar{x}$$

ஆகையால்

$$\hat{\lambda} = \frac{1}{\bar{x}}$$

முதல் மற்றும் இரண்டாவது மாதிரி திருப்புத்திறன்களை பயன்படுத்தி இரண்டு சுட்டுறுப்புகளைப் பெற்றுள்ள பரவல்களின் சுட்டுறுப்பு மதிப்புகளை நிர்ணயிக்கலாம்.

n அளவு கொண்ட மாதிரிக்கு, மாதிரி திருப்புத்திறன்கள்

$$mr = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i^r \qquad r = 1, 2......n$$

என்று வரையறுக்கப்படுகிறது.

r வது முழுமைத்தொகுதியின் திருப்புத்திறனை r வது மாதிரித் திருப்புத் திறனை பயன்படுத்தி மதிப்பீடு செய்யலாம். மீதிப் பெரு நிகழ் தன்மை முறை கண்டுபிடிக்கும் முன்னர் மாதிரி திருப்புத்திறன்களைப் பயன்படுத்தியே சுட்டுறுப்புக்களின் மதிப்பீடு செய்யும் முறையே வழக்கத்தில் இருந்து வந்தது,

மீதிப் பெரு நிகழ்தன்மை

தொடர் நிகழ் தகவு விதியின் மூலம் விதிக்கப்பட்ட ஒரே ஒரு சுட்டுறுப்பைப் பெற்ற முழுமைத் தொகுதியின் அடர்த்திச் சார்பலன் $f(x_i, \theta)$ என்று இருக்கட்டும். இத்தகைய முழுமைத் தொகுதியில் இருந்து 2 அளவு (x_1, x_2) கொண்ட மாதிரியை எடுத்துக்கொள்வோம்.

இந்த (x_1,x_2) மாதிரியை ஒரு ஜ்யோமிதி சோதனை வெளியிலிருந்து பெறப்பட்ட ஒரு புள்ளியாகக் கொண்டு, நிகழ்தகவு விதியின் மூலம்

$$f(x_1, x_2 ; \theta) = f(x_1 ; \theta) \ (f x_2 ; \theta) \qquad ... (1)$$

என நோக்கலாம்.

(1) என்ற சமன்பாட்டில் x_1 மற்றும் x_2 ஆனது மாறிகளாகவும், குறிப்பிட்ட θன் மதிப்பு தெரியாத நிலையில் இருப்பதாகவும் கொள்வோம். ஒரு மாதிரியினை எடுக்கும்போது எப்போதும் (x_1, x_2) வின் மதிப்பு தெரிந்திருக்க இயலும். பிறகு சமன்பாடு (1)ஐ சுட்டுறுப்பு θ வினைச் சார்ந்துள்ள பலனுகும் என்றும்

குறிப்பிடலாம். ஒவ்வொரு θவின் மதிப்புக்கும் சமன்பாடு (1) ஆனது ஓர் உண்மை எண்ணை அளிக்கும். அந்த எண்ணே ஜியோமதி சோதனை வெளியில் கொடுக்கப்பட்ட (x_1, x_2) புள்ளியின் நிகழ்தகவு அடர்த்தி ஆகும். குறிப்பிட்ட நிறைய சார்பலன் $f(x\ ;\ \theta)$களில் இருந்து எந்த நிகழ்தகவு அடர்த்தியானது நாம் பெற்ற (x_1, x_2) கூறினை கொடுக்கக் கூடியதாய் உள்ளது என்பதை நிர்ணயிக்க முயற்சித்தல் வேண்டும். ஒவ்வொரு θவின் மதிப்பும் கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி (x_1, x_2)-யில் கொடுக்கப்பட்ட ஓர் நிகழ்தகவு அடர்த்தியை அளிக்கும். சில θ-வின் மதிப்புகள் பெரிய சார்பலன்களை, x_1, x_2) என்ற புள்ளியில், மற்ற θ வின் மதிப்புக்களைக் காட்டிலும் கொடுக்கக் கூடியதாய் உள்ளன, θவின் ஒரு குறிப்பிட்ட மதிப்பை எடுத்துக் கொள்வோமானால் அம் மதிப்பு $f(x_1, x_2)\ ;\ \theta)$ என்ற நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பலனை (x_1, x_2) என்ற புள்ளியில் பெரியதாக்கக் கூடிய நிலையில் இருத்தல் வேண்டும். அந்த மதிப்பே விரும்பக் கூடிய கொடுக்கப்பட்ட (x_1, x_2) மாதிரியை கொடுக்கக் கூடியதாகும். இதுவே மீப்பெரு நிகழ்தன்மையின் (principle of maximum likelihood) தத்துவமாகும்.

சமன்பாடு (1)ஐ θவின் சார்பலனாக (x_1, x_2) என்ற புள்ளியை பெற்றதாகக் கொண்டால்

$$L(\theta) = f(x_1\ ;\ \theta)\ f(x_3\ ;\ \theta) \qquad \ldots (2)$$

என்ற சார்பலனை பெறலாம். இங்கு L (θ) என்ற சார்பலனை நிகழ்தன்மை சார்பலன் (likelihood function) என்று கூறலாம்.

மேலும் (θ) வின் மீப்பெரு நிகழ்தன்மை மதிப்பீடு என்பது (θ)வின் மதிப்பு (2) என்ற சமன்பாட்டினை மிகை செய்தல் ஆகும்.

இதிலிருந்து நிகழ்தன்மை சார்பலனது n சாராத சோதனைகளிலிருந்து பெறப்படுகிறது எனவும் n காரணிகளை கொண்ட பெருக்கற் பலனாக உள்ளதெனவும் அறிய முடிகிறது.

இச் சார்பலன் பெருக்கற் பலனில் இருப்பதால், θ வின் மதிப்பைப் பெற, லாகிரிதம் எடுக்கவும், லாகிரிதத்தை [(log L (θ')] வகையீட்டுக் கெழு மூலம் பூஜ்ஜியத்திற்கு சமன் செய்து தீர்வு காணலாம். மீப்பெரு நிகழ் தன்மையின் உபயோகத்தைக் காண சில எடுத்துக்காட்டுகள் பின்வரும் இரு பிரிவுகளில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

பொதுவாக திருப்புத் திறன் முறையின் மூலம் பெறப்பட்ட மதிப்பீடும் மீப்பெரு நிகழ்தன்மை முறையில் ஏற்பட்ட மதிப்பீடும் ஒன்ருக இருப்பதைப் பார்க்கிரோம். எனினும் சில சமயங்களில் இவ்விரு முறைகளும் மாறுபட்ட மதிப்பீடுகளை கொடுக்கக்கூடிய நிலையிலும் உள்ளதாயிருக்கிறது. இந்நிலைக் கேற்ற ஓர் எடுத்துக்காட்டினை வேழல் (Neibull model) உருப் படிவும் கொடுக்கக் கூடியதாய் உள்ளது.

இரு முறைகளின் மதிப்பீடு மாறுபட்டு இருக்கையில் மீப்பெரு நிகழ்தன்மையே சிறப்புற்றதாய் விளங்குகிறது.

எடுத்துக்காட்டுகள் :

அடுக்குக் குறி தோல்வி உருப்படிவங்கள் :

அடுக்குக்குறி தோல்வி உருப் படிவத்தை கீழ்க் கண்ட தோல்வி விதி (failure rate function) சார்பலன் மூலம் குறிக்கலாம். அதாவது,

$$h(t) - \lambda, t > 0 \text{ எனில்}$$

$$= 0, t < 0 \text{ எனில்} \qquad \ldots (1)$$

இந்த தோல்வி வீத சார்பலன், தோல்வி (நிகழ்தகவு) அடர்த்தி சார்பலன்

$$f(t) = \lambda^{e^{-\lambda t}}, t > 0 \text{ எனில்}$$

$$= 0 \quad , t < 0 \text{ எனில்} \qquad \ldots (2)$$

என்பதனையும், மற்றும் பரவல் சார்பலன்

$$F(t) = 1e^{-\lambda t};\ t > 0 \text{ எனில்}$$

$$= 0 \quad , t < 0 \text{ எனில்} \qquad \ldots (3)$$

என்பதனையும் பின் பற்றுகிறதென முன்பே நாம் பார்த்தோம். இந்த உருப்படிவம் λ என்ற ஒரே ஒரு சுட்டுறுப்பைப் பெற்றுள்ளது. இங்கு λ ஆனது கருவியின் தோல்வி வீதத்தைக் குறிக்கிறது.

இங்கு $m = \frac{1}{\lambda}$ = தோல்வியினிடையேயான சராசரி நேரம் (MTBF) ஆகும்.

இங்கு λ (அல்லது m) ஐ $f(t$-யினின்று ராண்டம் மாதிரியின் அடிப்படையில் மதிப்பீடு செய்வதே நம் குறிக்கோளாகும். ஒரு திட்டம் கொடுக்கப்பட்ட சோதனையில் தோல்வியடை வதற்கான நிகழ்தகவு விதியினை அளிப்பதே ஒரு தோல்வி உருப்படிவத்தின் செய்கையாகும் என்பதை வரையறை மூலம் பெறலாம். எனவே $f(t)$-யினின்று n அளவு கொண்ட ராண்டம் மாதிரி என்பது n திட்டங்களை எப்போது தோல்வியடையும் என்பதனை சோதனைச் செய்வதாகும். இப்படிப்பட்ட ஒரு மாதிரி கிடைக்குமேயானல் λ அல்லது m-ன் மதிப்புக்களை திருப்புத்திறன் முறையில் அல்லது மீப்பெரு நிகழ்தன்மை முறையில் சுலபமாக பெறலாம்.

முழுமைத் தொகுதியின் மற்றும் (சராசரி) மாதிரிச் சராசரி யினை நேர் சமப்படுத்தும் போது

$$\hat{\lambda} = \frac{1}{\bar{t}} = n \Big/ \sum_{i=1}^{n} t_i \qquad (4)$$

எனத் தெரியவருகிறது என்பதை முன்பே கண்டோம். n திட்டங்களில் எடுத்துக்கொள்ளப்பட்ட மொத்த இயங்கு நேரத்தை T என்று குறிப்பிடுகையில்

$$\hat{\lambda} = n/T \qquad (5)$$

என்று பெறுகிறோம்.

எனவே $MTBF$ க்கு ஏற்ற மதிப்பீடு

$$\hat{m} = T/n \qquad (6)$$

ஆகும்.

மீப்பெரு நிகழ்தன்மை முறையின் பயனுக இதே மாதிரி யான தன்மையைப் பெறலாம்.

$$L(\lambda) = \prod_{i=1}^{n} \lambda\, e^{-\lambda t_i}$$

$$= \lambda^n e^{-\lambda T}$$

$$\log L(\lambda) = n(\log \lambda) - \lambda T$$

$$\frac{d}{dx}\{\log L(\lambda)\}\, n/\lambda - T \quad (7)$$

சமன்பாடு (7) ஐ பூச்சியத்திற்கு சமன்செய்தால் சமன்பாடு (5) ஐப் பெறலாம்.

நடைமுறையில் n அளவுகொண்ட ஒரு ராண்டம் மாதிரியினைப் பெறுதல் இயலாது. பார்க்கப்போனால், சோதனைக்கான n அளவுகளில் (observations), $r<n$ அளவுகள் தோல்வி அடைவதற்கான நேரம் உள்ளதாயும் $(n-r)$ அளவுகள் தோல்வியடையாமல் இயங்கும் நேரம் கொண்டதாகவும் உள்ளது. $(n-r)$ அளவுகளை முற்றுப்பெறாத (incomplete) அளவுகள் என்று கூறப்படுகிறது. $t_1, t_2 \ldots tr$ என்னும் r அளவுகள் தோல்வியடைவதற்கான நேரம் எனவும் மற்றும் $tr+1$, $tr+2$ ... tn எனும் $(n-r)$ முற்றுப் பெறாத அளவுகளுக்கான நேரம் எனவும் குறிப்பிடுக. முன்போல் T ஐ எல்லா திட்டங்களும் எடுத்துக்கொண்ட மொத்தம் இயங்கும் நேரம் எனக் குறிப்பிடுக.

அதாவது,

$$T = \sum_{i=1}^{n} t_i \quad (8)$$

ஒரு மாதிரி பெற்றிருக்கும்போது முற்றுப்பெறாத அளவுகளை திருப்புத்திறன் முறையை கையாள முடியாததாகும். வரையறையின் மூலம் கூறின் சராசரியானது தோல்வியடைவதற்கான n நேரங்களின் சராசரி ஆகும். ஆனால் இந்நேரங்களில் $(n-r)$ நேரங்கள் இதுவரையிலும் தெரியாதனவாகும். எனவே r தோல்வியுற்ற திட்டங்களின் மாதிரி சராசரியையே கணக்கிட முடியுமானால் r திட்டங்களை ஒரு ராண்டம் மாதிரியினை குறிப்பிடுவனவாயில்லை. r தோல்வியுள்ள திட்டங்களை பயன்படுத்தினால் $(n-r)$ தோல்வியுற்ற திட்டங்கள்

எடுத்துக்கொண்ட மொத்த இயங்கும் நேரத்தை பயன்படுத்த லாகாது. ஆகையால் கூறின் சராசரியை r தோல்வியுற்ற திட்டங்களின் மூலம் காண்பதால் இது ஒரு நடுநிலையற்ற (biased) மதிப்பீடேயாகும். முற்றுபெறு அளவுகளைக்கொண்டு, மீப்பெரு நிகழ்தன்மை மதிப்பீட்டை இங்கு காண்போம். முற்றுப்பெறு அளவுகளுக்கான நிகழ்தன்மை சார்பலன்

$$L(\lambda) = \prod_{i=1}^{r} f(t_i) \prod_{i=r+1}^{r} \{1 - F(t j)\} \qquad (9)$$

முற்றுப்பெறுத விவரங்களுக்கு நிகழ்தன்மைச் சார்பலன் கீழ்கண்டவாறு திருத்தியமைக்கப்படுகிறது. முற்றுப்பெறுத $t j$ மதிப்புகளுக்கு $f(t j)$ ஐ $[1 - F(t j)]$ என்றவாறு மாற்றி நிகழ் தன்மைச் சார்பலனைத் திருத்தி அமைக்கிறோம். இங்கு $j = r+1, r+2, \ldots n,$ சமன்பாடுகள். (2), (3), (8) இவற்றை சமன் பாடு (9) ல் பயன்படுத்தினால்

$$L(\lambda) = \lambda^{r} e^{-\lambda T} \qquad (10)$$

என்று கிடைக்கிறது. சமன்பாடு (10) ஐ மீப்பெருமத்திற்குத் தீர்வுகண்டால் $\hat{\lambda} = r/T$ ஆகிறது. இதற்கேற்ற $MTBF$ கான மதிப்பீடு,

$\hat{m} = T/r$ ஆகும்

$r = n$ எனும்போது எல்லா மதிப்புக்களும் முற்றுப்பெற்றவை யாக உள்ளன. மேலும் சமன்பாடுகள் (11), (12) இரண்டும் முறையே சமன்பாடுகள் (5), (6) இவற்றிற்கு சமமாக உள்ளன. இங்கு T என்பது எல்லாவிதமான n கருவிகளுக்குமான மொத்த விகிதத்தைக் குறிக்கிறது. தோல்வியுற்ற, தோல்வியுருத எல்லா n கருவிகளின் மொத்த நேரம் ஆகும். சமன்பாடு (6)ல் காணப்படும் T/n என்ற விகிதமும் தோல்விக்கான மாதிரி சராசரி நேரத்தைக் குறிக்கிறது. என்னும் சமன்பாடு (12) ல் காணப்படும் T/r என்ற விகிதம் தோல்விக்காண சராசரி நேரத்தைக் குறிக்கிறது. முழுமைத் தொகுதி சுட்டுறுப்பு m-க் கான ஒரு மதிப்பீடு T/m என்பதால் [இங்கு m என்பது தோல்வி களுக்கு இடையேயான சராசரி நேரம் MTBF ஆகும்.] T/r

என்பதை (t_1, t_2, t_n) என்ற மாதிரியின் தோல்விகளுக்கிடையே யான சராசரி நேரம் என்றழைப்பது பொருத்தமாகிறது. எனவே இதுவரையில் தோல்விக்கிடையேயான மாதிரி சராசரி நேரத்தை நாம் வரையறுக்கவில்லை. முற்றுப்பெறுத ஓரங்களைக் கொண்டு $r=0$ எனும் பொழுது சமன்பாடு (11) அல்லது (12) அர்த்தமற்றது என்பதைக் காண்கிறோம். $r=0$ எனும் பொழுது 'λ' $= 0$ ஆகிறது. ஆனால் $\lambda > 0$ இருக்கவேண்டும் என்று நிகழ்தகவு உருப்படிவம் அறிவிக்கிறது. மேலும் $r = 0$ எனும்பொழுது 'm'$= T/0$ ஆகும். இது வரையறுக்கப்படவில்லை. எனவே $r=0$ எனும்பொழுது வேறு ஏதாவது ஒரு மதிப்பீட்டை தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும். இதற்கான ஒரு பொது வழிமுறையானது, முதல் தோல்வி அடுத்த கண நேரத்திலேயே நிகழ்வதாக அனுமானிக்கவேண்டியதாகும். அதாவது $r=1$ என்பதைப் பயன்படுத்தி (11), (12) சமன்பாடுகளிலிருந்து λ, m இரண்டும் மதிப்பீடு செய்யப்படுகிறது. இது ஒரு மோசமான மதிப்பீடாகும் (worst case estimate). $r = 0$ என்ற வகையிலே கையாளும் மற்றொரு முறையானது λ க்கான ஒரு உயர்கட்ட 50% நம்பக எல்லையை கண்டுபிடிப்பதாகும். இவ்வாறு கண்டுபிடிக்கப்படும் நம்பக எல்லையானது

$$\lambda = 0.64 / T \qquad (13)$$

என்ற மதிப்பீட்டை λ க்கான ஒரு புள்ளி மதிப்பீடாக பயன்படுத்துவதற்குச் சமமானதாகும். m க்கான இதற்கேற்ற மதிப்பீடு (அதாவது m க்கான கீழ்மட்ட 50% நம்பக எல்லை ஆனது $m = 1.44\, T$ (14) ஆகும்.

வீபுல் தோல்வி உருப்படிவம்:

வீபுல் தோல்வி உருப்படிவமானது கீழ்கண்ட தோல்வி விகிதச் சார்பலன் மூலமாக விளக்கப்படுகிறது.

$$\left.\begin{aligned} H(K) &= \beta/\alpha\, t^{\beta-1} \quad t > 0 \text{ மதிப்புகளுக்கு} \\ &= 0 \qquad\qquad t < 0 \text{ மதிப்புகளுக்கு} \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

எனவே இதற்கான தோல்வி அடர்த்தி சார்பலன் $f(t) = \beta/\alpha\, t^{\beta-1}\, e^{-1/\alpha\, t^{\beta}}$ என்று முன்பே கண்டோம். இந்த வீபுல் உருப்படிவம் α, β என்ற இரண்டு சுட்டுறுப்புக்களை கொண்டுள்ளது. α என்பது அலகு சுட்டுறுப்பையும் β என்பது வடிவ சுட்டுறுப்பையும் குறிக்கிறது.

இந்த வடிவ சுட்டுறுப்பானது தோல்வி வீதம் அதிகரிக்கிறதா, ($\beta > 1$), அல்லது குறைகிறதா ($\beta < 1$), அல்லது நிலையாக உள்ளதா ($\beta = 1$) என்பதைத் தீர்மானிக்கிறது. இந்த இரண்டு சுட்டுறுப்புக்களையும் மேலே கூறப்பட்ட பல முறைகளில் ஏதாவது ஒரு முறையைக் கொண்டு மதிப்பீடு செய்கிறோம். இருப்பினும் முற்றுப்பெறாத விவரங்களுக்கு திருப்புத்திறன் முறையை உபயோகப்படுத்த முடியாது. ஏனென்றால் மாதிரி திருப்புத்திறன்கள் தெரியவில்லை. எனினும் முற்றுப்பெறு விவரங்களுக்கு மீப்பெரு நிகழ்தன்மை முறை அல்லது வரைபட முறை பயன்படுகிறது.

$t_1, t_2 \ldots t_r$ என்பன தோல்விக்கான நேரங்களாகவும், $t_r+1, t_r+2 \ldots tn$ என்பன முழுமையற்ற மதிப்புகளாகவும் கொள்வோம். இத்தகைய $(t_1, t_2 \ldots t_n)$ ஒரு ராண்டம் மாதிரியை அடிப்படையாகக் கொண்டு α, β இரண்டையும் மதிப்பீடு செய்வதைக் கவனிப்போம்.

$$L(\alpha, \beta) = \prod_{i=1}^{r} f(ti) \prod_{i=r+1}^{n} \{1 - F(t)\}$$

or $$L(\alpha, \beta) = (\beta/\alpha)^r (t_1, t_2 \ldots t_r)^{\beta-1} e^{-1/\alpha}$$

$$(t_1^{\beta} + t_2^{\beta} + \ldots t_r^{\beta}) \times e^{-1/2} (t_r^{\beta} + 1 \; r+1 \; t_n^{\beta})$$

$$= (\beta/\alpha)^r (t_1, t_2 \ldots t_r)^{\beta-1} e^{-1/\alpha} \sum_{i=1}^{n} ti^{\beta}$$

$$\text{or } \log > (\alpha, \beta) = r(\log \beta - \log \alpha) + \beta - 1 \sum_{i=1}^{n} \log ti - \frac{1}{\alpha} \sum_{i=1}^{n} ti^{\beta} \quad (4)$$

நிகழ்தன்மை சார்பலனானது, இரண்டு சுட்டுறுப்புக்கள் சார்பலனில் அமைவதால் இருப்பரிமாண சார்பலனாகும். மீப்பெரும் நிகழ்தன்மை மதிப்பீடுகளை சமன்பாடு (4) ன் பகுதி வகையீடுகளை கொண்டு பெறலாம்.

$$\frac{d}{d\alpha} \log_e (\alpha, \beta) = -\frac{n}{2} + \frac{1}{\alpha^2} \sum_{i=1}^{n} ti^{\beta} \text{ மற்றும்}$$

$$\frac{d}{\partial \beta} [\log_e (\alpha, \beta)] = \frac{r}{\beta} + \sum_{i=1}^{n}{}^{1} \log_e ti - \frac{1}{\alpha} \sum{}^{1} ti^{\beta} \log_e ti$$

$$\frac{d}{dt} (t^{\beta}) = t^{\beta} \log_e ti$$

என்பதனுல் பகுதி வகையீடுகளை பூச்சியத்திற்கு ஒப்பிடும் போது கீழேகண்ட சமன்பாடுகளைப் பெறுகிறேும்.

$$\frac{r}{\alpha} = \frac{1}{\alpha_2} \sum_{i...1}^{n}{}^{1} ti^{\beta} \qquad (5)$$

$$\frac{1}{\alpha} \sum_{i=1}^{n}{}^{1} ti^{\beta} \log_e ti = \frac{r}{\beta} + \sum_{i=l}^{n}{}^{1} \log_e ti \qquad (6)$$

$\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ க்களின் மதிப்புகள் சமன்பாடு (5), (6) ஐ பூர்த்தி செய்கின்றபடியால் இவற்றை முறையே α மற்றும் β வின் மீப்பெரும் நிகழ்தன்மை மதிப்பீடுகளாகப் பெறுகிறேும். α மற்றும் β க்கான நேர்த்தியான மதிப்பீடுகளைப் பெறுவதற்கு திரும்ப திரும்ப செய்யும் முறை கையாளுகிறேும். $\hat{\alpha}$ கான ஒவ்வொரு சமன்பாட்டையும் தீர்வு செய்து

$$\hat{\alpha} = \sum_{I=1}^{n} [ti \hat{\beta}]$$

$$\text{மற்றும் } \hat{\alpha} = \sum_{i=1}^{n} [ti^{\beta} \log_e ti] \; / \; [n/\beta + \sum_{I=1}^{n} \log_e ti] \qquad (8)$$

எனப் பெறுகிறேும். $\hat{\alpha}$ க்கான ஒரே மதிப்பை இரு சமன்பாடு களிலும் அளிக்கும் $\hat{\beta}$ ன் மதிப்பை கண்டுபிடிக்க சமன்பாடு

(7) மற்றும் (8) ல் பிரதியிடுவதின் மூலம் $\hat{\beta}$ ன் மதிப்புக்களை அடுத்தடுத்துப் பெறலாம். β வின் மதிப்பு தெரிந்து இருக்கும்போது அந்த மதிப்பைக் கொண்டு α க்கான மீப்பெரும் நிகழ்தன்மை மதிப்பீட்டை சமன்பாடு 7ல் இருந்து பெறுகிறோம். α மற்றும் β க்கான மதிப்பீடுகளான வரைபடமுறை கீழ்கண்டவாறு விவரிக்கப்படுகிறது. சமன்பாடு (3)

$$1 - F(t) = e^{-1/\alpha\, t^{\beta}}$$

அல்லது $$\frac{1}{1-F(t)} = e^{1/\alpha\, t^{\beta}}$$

அல்லது $$\log_e [1/1+F(t)] = 1/\alpha\, t^{\beta}$$

அல்லது $$\log_e [1/1-F(t)] = \beta \log_e t - \log_e \alpha \qquad (9)$$

சமன்பாடு (9) லிருந்து $\log [1/1-F(t)]$ ஐ $\log (t)$ க்கெதிராக குறித்தால் கிடைக்கும் வரைபடம் சரிவு β மாறுன வெட்டுத்தூரம் $\log(\alpha)$ கொண்டு ஒரு நேர்க்கோடாக அமைகிறது. கொடுக்கப்பட்ட விவரத்தை $t_1 \leq t_2 \leq \ldots \leq t_n$ என வரிசைப்படுத்தி

$$\hat{F}(t) = (i - 1/2)/n$$

என்பதை கணக்கிடுவதின் மூலம் $F(t)$ யின் மதிப்பீட்டைப் பெறலாம். $F(t)$ யின் மதிப்பீடுகளை மிகக் குறைந்த குறைவாகவுடைய மதிப்பு வகையில் கணக்கீடு செய்யலாம். வரைபடத்தில் குறிக்கப்பட்டிருக்கும் விவரத்திற்கு ஒரு நேர்கோட்டைப் பொருத்த α மற்றும் β க்கான மதிப்பீடுகளைப் பெறுகிறோம். α க்கான மதிப்பீடு $\log \left[\frac{1}{1-F(t)}\right]$ யிலிருந்தோ அல்லது $\log(t)$ அச்சில் இருந்தோ பெறப்படலாம். $\log(t)$ வெட்டுத்தூரத்தைப் பயன்படுத்தல் எளிதானதாகும். விவரத்திற்கு பொருத்தப்படும் நேர்கோடு $\log(t)$ அச்சை கடக்கும் புள்ளியை t_0 என்று குறிப்பிட்டால்

$$\hat{\beta} \log t_0 - \hat{\log}\, \alpha = 0$$

எனவே $\hat{\alpha} = \text{anti log } [\hat{\beta} \log \hat{t}_0]$ (11)

பொருத்தப்படும் நேர்கோட்டின் சரிவு $\hat{\beta}$, முதலிய நிர்ணயிக்கப்படுகிறது. பின்னர் $\log \hat{t}_0$ தீர்மானிக்கப்பட்டு சமன்பாடு (11) இருந்து முடிவான மதிப்பீடுகள் கணக்கிடப்படுகிறது. t_0 ன் மதிப்பு குணப்பண்பான உயிர் (characteristic life). α மற்றும் β க்கான மதிப்பீடுகளைப் பயன்படுத்தி β மது ஆய்வுக்குத் தேவையான மற்ற குணப்பண்புக்கான மதிப்பை பெறலாம். எடுத்துக்காட்டாக தோல்விக்கான சராசரி நேரத்தின் மதிப்பீடு

$$\hat{\mu} = \hat{\alpha} \frac{1}{\beta} \sqrt{\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)} \quad (12)$$

சமன்பாடு (11)ஐப் பயன்படுத்தி சமன்பாடு (12) ஐ கீழ்க்கண்டவாறு பெறலாம்.

$$\hat{\mu} = \hat{t}_0 \sqrt{\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)}$$

என்று அமையும் ஏனெனில் $\log \hat{\alpha} = \hat{\beta} \log \hat{t}_0 = \log \hat{t}_0$ (13)

எனவே $\hat{\alpha} = t_0 \hat{\beta}$

எந்த ஒரு பணிக்காலம் $(0, t_0)$ க்கும் சராசரி தோல்வி வீதம்

$\hat{n}(0, t_s) = \frac{1}{\hat{\alpha}} t_s^{\hat{\beta}} - 1$ என்று பெறுகிறோம்.

கணக்குகள்

(1) நான்கு கருவிகள் ஒவ்வொன்றும் 1000 மணிகளுக்கு சோதிக்கப்படுகின்றன. கீழ்க் கண்ட காலங்களில் தோல்விகள் அனுசரிக்கப்படுன்றன. அக்கருவியானது ஒரு மாறுத தோல்வி வீதத்தை அடைகிறது என்ற ஊகத்தில் கொண்டு அக்கருவியின் MTBF ன் மதிப்பீட்டை கணக்கிடுக.

கருவி எண்	
1	100, 600, 900 மணிகள்
2	500, 750 மணிகள்
3	50, 800 மணிகள்
5	200, 550, 950 மணிகள்

(2) கணக்கு (1) ல் கொடுக்கப்பட்ட விவரங்கள் மொத்தம் உள்ள n தோல்விக்கான காலத்தில் r-ஐ மட்டுமே அறிக்கின்றன என்று கொள்க. மற்ற மதிப்புகள் குறைபாடாக உள்ளன. கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரத்திற்கு n மற்றும் r மதிப்புகள் யாவை ?

(3) 25 கருவிகள் கொண்ட ஒரு மாதிரி சோதிக்கப்படுகிறது. 2000 மணிகள் சோதனை நிறுத்தப்படுகிறது. அச்சோதனைகளில் கீழ்க் கண்ட காலங்களில் தோல்விகள் ஏற்படுகின்றன.

50	165	500	1350
135	300	1100	1600

கருவிகளின் தோல்வி வீதம் ஒரு மாறிலி என்ற ஊகத்தைக் கொண்டு கருவியின் MTBF-ஐக் கணக்கிடுக.

(4) கணக்கு (3)-ல் கொடுக்கப்பட்ட விவரத்திற்கு ஒரு வெய்புல் உருப்படிவத்தைப் பொருத்துக. α மற்றும் β-வின் மதிப்பீடுகளைக் கண்டுபிடித்து அம்மதிப்பீடுகளில் இருந்து தோல்விக்கான சராசரி நேரம் μ மற்றும் $S(0, ts)$ இவற்றின் மதிப்பீடுகளைக் கண்டுபிடிக்க. $ts = 1000$ மணிகள், $ts = 2000$ மணிகள் என்ற நிலைகளை பயன்படுத்துக.

நம்பிக்கை இடைவெளிகளும் அவற்றின் அமைப்பும்

நம்பிக்கை இடை வெளிகளை அமைத்தல் :

ஒரு முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து பெறப்படும் மாதிரி அம்முழுமைத் தொகுதி எந்த ஒரு நிகழ்தகவு விதியால்கூட்டப்படுத்தப்படுகிறதோ அவ்விதியின் சுட்டுருப்புக்களை பற்றிய

விவரத்தை அளிக்கிறது. எனினும் மாதிரியானது சுட்டுருப்புக்களுக்கான தனித்த மதிப்புக்களை நிர்ணயிப்பதில்லை. அதாவது முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து மாதிரி வாயிலாய் பெறப்படும் சிறிய விவரம் சுட்டுருப்பின் ஒரு தனி மதிப்பை நிர்ணயிப்பதற்குச் சாதகமாக விளங்குவதில்லை. எடுத்துக்காட்டாக ஒரு சோதனைக்கு முழுமைத் தொகுதியின் நிகழ்தகவு விதி சுருக்கு நிகழ்தகவு விதியாக அமைகிறது என்று கொள்க.

$$f(t, \lambda) = n\lambda e^{-\lambda t}, \; t > 0 \qquad \ldots (1)$$

$$= 0 \, , t < 0$$

நிகழ்தகவு விதியானது சமன்பாடு (1) ஆல் குறிக்கப்படும் λ என்ற ஒரே ஒரு சுட்டுருப்பை பெறுகிறது. நிகழ்தகவு கட்டமைப்புகள் λ-வின் மதிப்பு நேர் எண்ணாக அமைய வேண்டும் என்று வலியுறுத்துகின்றன.

மேலும் சோதனை ஒரு முறை மேற்கொள்ளப்பட்டு $6 = 10$ என்ற மதிப்பு பெறப்படுகிறது என்று கொள்க. சமன்பாடு (1) லிருந்து $f(10 \, ; \lambda) > 0$ என்று பெறுகிறோம். அதாவது $t = 10$, என்ற அனுசரிக்கப்பட்ட மதிப்பிற்கு ஒரு நேர் எண்ணாக அமையும் நிகழ்தகவு அடர்த்தியை அளிக்கும் நிகழ்தகவு விதியை எந்த ஒரு நேர் எண்ணின மதிப்பும் அனுசரிக்கப்படும் விவரத்துடன் பொருத்தி அமைகிறது, என்றாலும் மாதிரி விவரத்தைப் பொறுத்த வரையில் λ-வின் ஒரு சில மதிப்புக்கள் மற்றவற்றை விட அனுசரிக்கப்படும் மதிப்பைக் காட்டிலும் குறைவானதாக அமையும். ஏனெனில்

$$P(t < 10/\lambda = 0{\cdot}3) = \int_0^{10} f(t \, ; \lambda) \, dt$$

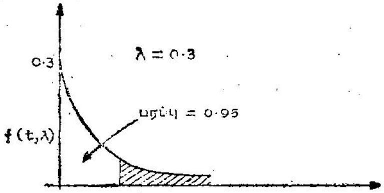
$$= 1 - e^{-10\lambda}$$

$$= 1 - e^{-3}$$

$$\simeq 0.95$$

எனவே $\lambda = 0{\cdot}3$ எனில் $t = 10$ எனப்படும். அனுசரிக்கப்படும் மதிப்பு வழக்கமற்றதாகும். ஏனெனில் இம்மதிப்பு

வலது பக்க ஓரத்தில் அமைகிறது இதனை படம் 46 விளக்குகிறது.

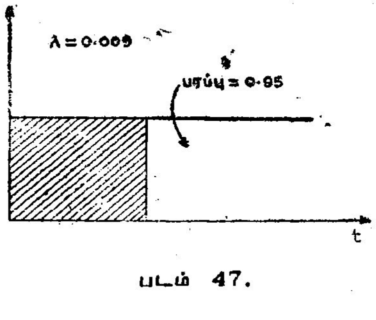


படம் 46.

$\lambda > 0{\cdot}3$ எனப்படும் மதிப்புக்கள் மிக மிக வழக்கமில்லாதவான் வாகும். ஏனெனில் இம்மதிப்புக்கள் $\lambda = 0{\cdot}3$ என்னும் மதிப்பைக் காட்டிலும் $f(t, \lambda)$ என்னும் அடர்த்தியில் மிக வலப்புறமாக அமைகின்றன. $\lambda = 0{\cdot}005$ என்று கொள்க. பின்னர் சோதனையளவு 10 -ஐக் காட்டிலும் அதிகமானதான ஒரு மதிப்பையே உண்டாக்கும். ஏனெனில்

$$P(t > 10 / \lambda = 0{\cdot}005) \simeq 0{\cdot}95$$

எனவே $\lambda = 0{\cdot}005$ எனில் $t = 10$ என்ற மதிப்பு மாறுன தொன்றும். ஏனெனில் இம்மதிப்பு படம் (47) ல் காட்டப் பட்டுள்ளபடி $f\ (t,\ \lambda)$ என்ற அடர்த்திக்கு இடப்புறமாக அமைகிறது.



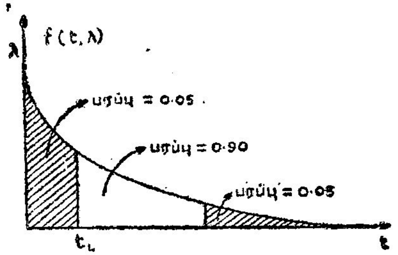
படம் 47.

$\lambda < 0{\cdot}005$ எனும் மதிப்புக்கள் மிக மிக வழக்கத்திற்கு மாறுன தாகும். ஏனெனில் இம்மதிப்புக்களுக்கு $t = 10$ என்ற அனுசரிப்பு மேலும் இடது புற ஓரத்தில் அமைகிறது. முடிவாக

0·005 மற்றும் 0·3க்கு இடையில் அமையும் λ மதிப்புக்களுக்கு $t = 10$ எனப்படும் அனுசரிப்பு மதிப்பு வழக்கத்திற்கு மாருனது அல்ல ஏனெனில் இத்தகைய λ மதிப்புகளுக்கு $t = 10$ எனப்படும் மதிப்பு $f(t, \lambda)$ என்ற அடர்த்தியின் மத்திய 90 சதவீத பகுதியில் அமைகிறது. படம் 48 ல் காட்டப்பட்டுள்ளபடி அனுமானிக்கப்படும் மதிப்பு $t_L \leq t \leqslant t_u$ என்ற இடைவெளியில் அமைகிறது. t_L மற்றும் t_u மதிப்புகளும்

$$\int_0^{t_L} f(t, \lambda)\, dt = \int_{t_u}^{\infty} f(t, \lambda)\, dt = 0{\cdot}05 \qquad \ldots (2)$$

என்று பெறுகிறோம்.



படம் 48.

மேற் காணப்படும் ஆய்வுகளின் பலனாய் λ வின் உண்மையான மதிப்பு 0·005 யிலிருந்து 0.3 வரையிலான எல்லையில் அமைகிறது என்று கூறலாம். இச் சோதனையானது ஓர் அடுக்கு நிகழ்தகவு விதியின் வாயிலாய் விளக்கப்படுவதாய் ஊகம் செய்து கொள்ளுகிறோம். தெரியாத சுட்டுறுப்பு λ வின் நிகழ்தகவு விதியை கட்டுப்படுத்தும் தன்மை கொண்ட உண்மையான λ வின் மதிப்பு என்கிறோம், சோதனையிலிருந்து ஒரே ஒரு மதிப்பு $t = 10$ மட்டும் பெற்று λ வின் மதிப்பு 0·005-க்கும் 0·3 க்கும் இடையில் அமைய வேண்டும் என்று மேற்கொள்ளல் நியாயமானது என்று தோன்றுகிறது. எனினும் இந்த முடிவு நிச்சயமானதொன்றல்ல ஏனெனில் λ வின் மதிப்பு மேற்கண்டபகுதிக்கு வெளியிலும் அமைவதற்கான வாய்ப்பு முழுமையானது இல்லை என்று கூறுவதற்கு இல்லை எனவே 0.005லிருந்து 0·3 க்குள் λ வின் உண்மையான மதிப்பு நிகழ்வதற்கு கருத்தில் கொள்ளுகிறோம். முதலில் (0.005, 0·3) என்ற இடைவெளி எவ்வாறு பெறப்பட்டது என்பதையும் அதற்கு நாம் அளிக்கும்

நிகழ்தகவு முக்கியத்துவத்தைப் பற்றியும் ஆராய்வோம் λ வின் உண்மையான மதிப்பை $\lambda 0$ என்று குறிப்பிடுவோம், எனவே $\lambda 0$ என்பது தெரியாத ஆனால் λ வின் குறிப்பிட்ட மதிப்பாகும் சோதனையின் நிகழ்தகவு விதியை

$$f_1\ (t,\ \lambda 0) = \lambda 0 e^{-\lambda t}\ ,\ t > 0$$

$$= 0\ ,\ t < 0 \qquad \ldots (3)$$

சமன்பாடு (3) ஆனது சமன்பாடு (1)க்கு ஒரே ஒரு மாற்றத்தைத் தவிர மற்ற எல்லா வகைகளிலும் ஒன்றுனது ஆகும். அம் மாற்றமானது யாதெனில் λ வின் குறிப்பிட்ட மதிப்பு $\lambda 0$ என்று வலியுறுத்தப்படுகிறது t யின் அனுசரிக்கப்பட்ட மதிப்பு $f(t,\ \lambda 0)$ என்ற அடர்த்தியின் மத்திய 90% பகுதியிலிருந்து பெறப்பட்டது என்றும் $t_i < t < tu$ ... (4)

என்றும் கொள்க.

t_L மற்றும் tu மதிப்புக்களை கீழ்க் கண்டவாறு பெறுகிறோம்.

$$\int_0^{t_L} f(t,\ \lambda 0)\ dt = 0{\cdot}05 \qquad \ldots (5)$$

$$\int_0^{\alpha} f(t,\ \lambda 0)\ d\ t = 0.05 \qquad \ldots (6)$$

சமன்பாடுகள் (5) மற்றும் (6) ன் வாயிலாக

$$P\ (t_L \leq \lambda\ t \leq t\ u) = 0.90 \qquad \ldots (7)$$

என்பது புலனுகிறது. அதாவது t யின் ஒரு தனி மதிப்பை பெறுமுன் $(t_L\ ,\ t\ u)$ என்ற இடைவெளியில் அம்மதிப்பு அமைவதற்கான நிகழ்கதவு 0·90 என்று பெறப்படுகிறது. இச் சமன்பாடு (3)ன் கீழ் சமன்பாடு (5) மற்றும் (6)ஐ $\lambda 0$ன் வாயிலாக $t\ u$ மற்றும் t_L க்கு தீர்வு காண இயலும்.

$$\int_0^{t_L} \lambda 0\ e^{-\gamma_0 t}\ d\ t = \Big[-e^{-\lambda 0\ t} \Big]_0^{t_L} = 1_e{}^{-\lambda 0\ t_L}$$

எனவே சமன்பாடு (5)-லிருந்து

$$e^{-\lambda_0 t_L} = 0{\cdot}95$$

எனவே $t_L \simeq \dfrac{0{\cdot}05}{\lambda_0}$ (8)

இதே போன்று சமன்பாடு (6) மற்றும் சமன்பாடு (1) ஐப் பயன்படுத்த

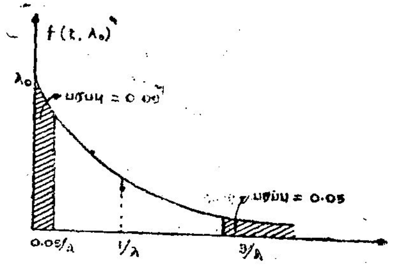
$$t_u \simeq \frac{0{\cdot}3}{\lambda_0} \qquad \ldots (9)$$

சமன்பாடு (8) மற்றும் (9) லிருந்து பெறப்படும் t_L, t_u மதிப்புக்களை சமன்பாடு (7) ல் பயன்படுத்த

$$\text{Prob}\left\{\frac{0.05}{\lambda_0} \;\lambda\; t \;\lambda\; \frac{3}{\lambda_0}\right\} = 0.90 \qquad (10)$$

என்று பெறுகிறோம்.

சமன்பாடு (10) மாதிரி வெளியில் அமைந்த ஒரு நிகழ்ச்சியை t யுடன் தொடர்பு படுத்துவதால் ஒரு பயனுள்ள நிகழ்தகவு கூற்றை அளிக்கிறது. இடைவெளியின் முடியும் புள்ளிகள் t_L மற்றும் t_u ன் மதிப்புகள் λ_0ன் வாயிலாக வரைபடம் 49 ல் காட்டப்பட்டுள்ளபடி அளிக்கப்படுகின்றன.



படம் 49.

சமன்பாடு (10) ல் காணப்படும் சமமான்மை

$$\text{Prob}\left\{\frac{0.05}{t} \le \lambda_0 \le \frac{3}{t}\right\} = 0.90 \qquad (11)$$

என மாற்றி அமைக்கப்படலாம். சமன்பாடு (11), சமன்பாடு (7)ஐ மற்றொரு விதத்தில் மாற்றி அமைப்பதாகும். எனவே இதுவும் பொருளுடைய நிகழ்தகவு கூற்றாகும். எனினும் $t=100$ என சமன்பாடு (11) ல் பிரதியிட

$$\text{Prob}\{0.005 \le \lambda_{o} \le 0.3\} = 0.90 \qquad (12)$$

என்ற கூற்றைப் பெறுகிறோம். இக் கூற்று (0.005, 0·3) என்ற இடைவெளியில் λ அமைவதற்கான நிகழ்தகவை அளிக்கிறது. சமன்பாடு (12) ல் காணப்படும் குறைபாடு யாதெனில் தகுந்த நிகழ்தகவு விதியை அக்கூற்று அளிக்கவில்லை என்பது ஆகும்.

ஒரு சோதனையின் விளைவு மதிப்பு கண்டுபிடிக்கப்பட்டு விட்டால், அவ்விளைவு கண்டறிந்த ஒரு மதிப்பாகி விடுவதால் அச்சோதனைக்கான நிகழ்தகவு விதியானது மதிப்புக்களுக்குப் பயன்படுவதில்லை. உதாரணமாக ஒரு காசைச் சுண்டிவிடுவதால் ஏற்படும் விளைவை x என்று குறிப்பிட்டால், H, T, என்பன முறையே தலை, பூ விளைவுகளானால், காசைச் சுண்டுவதற்கு முன்பாக

$$\left.\begin{aligned} P(x = H) &= \tfrac{1}{2}\ \& \\ P(x = T) &= \tfrac{1}{2} \end{aligned}\right\} \qquad (13)$$

என்று அறிகின்றோம்.

இப்போது காசைச் சுண்டிய பின்னர் தலை விழுந்தால் $x = H$ என்றும் அறிந்து கொள்கிறோம்.

எனவே (13) சமன்பாட்டில் x குப் பதிலாக H ஐ எழுதினால்

$$P(H = H) = \tfrac{1}{2}$$

$$P(H = T) = \tfrac{1}{2} \text{ என்றாகிறது.}$$

ஆனால் இவை சரியான நிகழ்தகவு விவரங்கள் (statements) அல்ல. இதேபோல அடுக்குக்குறி நிகழ்தகவு விதியினால் குறிக்கப்படும் சோதனையில்

$$\text{Prob}\ [t_L \le t \le t_U] = 0{\cdot}90$$

என்பது t ன் மதிப்பு கண்டுபிடிக்கப்படுவதற்கு முன்னால், ஒரு தகுந்த சரியான நிகழ்தகவு அறிக்கை விவரமாகும். ஆனால் உதாரணமாக $t = 10$ என்று நாம் கண்டறிந்த பின்னர் $t_L \le 10 \le t_U$ என்ற சமனிலி சரியாகவும் இருக்கலாம்; தவறாகவும் இருக்கலாம். இந்த உண்மை காசு சுண்டும் உதாரணத்தைப் போல அவ்வளவு தெளிவானதல்ல, ஏனென்றால் சுட்டுறுப்பு $\lambda 0$ன் மதிப்பும் t_L, t_U புள்ளிகளும் நமக்குத் தெரியாது. ஆனால் காசு சுண்டும் சோதனையில் அறியாத சுட்டுறுப்புக்கள் (unknown parameters) ஏதும் இல்லை. இதேபோல $0.005 \le \lambda 0 \le 0{\cdot}3$ என்ற சமனியானது $t_L \le 10 \le t_U$ என்ற சமனிலி எழுதக்கூடிய மற்றொரு முறையாதலால், இதுவும், சரியாக அல்லது தவறாக இருக்கக்கூடும்.

சமன்பாடு (12) ல் காணப்படும் $0.005 \le \lambda 0 \le 0.3$ என்ற சமனிலியைப்பற்றி என்ன அறிகிறோம் என்பதை கீழே காண்போம்.

$0.005 \le \lambda 0 \le 0.3$ எனும் சமனிலியானது ஒரு விதியிலிருந்து கிடைக்கிறது. சமன்பாடு (11) ஆனது, $\lambda 0$ ஐக் கொண்ட ஒரு இடைவெளியை 0.90 நிகழ்தகவுடன் தருகிறது.

அதாவது ஒரு சோதனையின் முயற்சிகளில் 90 சதவீதங் களில். $\lambda 0$ ஐக் கொண்ட ஒரு இடைவெளியை சமன்பாடு (11) தருகிறது என்றும் கூறலாம். எனவே, $f(t;\ \lambda 0)$ என்ற அடர்த்தியின் நடு 90 சதவீதங்களில் கண்டறிந்த t மதிப்பு அமைந்து இருந்தால் (11) சமன்பாட்டின் மூலம் கணக்கிடப் பட்ட சமனிலி சரியானதாகிறது. கண்டறிந்த மதிப்பு இந்த (சமனிலி) தேவையை 90% சமயங்களில் பூர்த்தி செய்கிறது. எனவே (11)ன் மூலம் தரப்பட்ட இடைவெளி 90% சமயங்களில் சரியாக இருக்கும்.

இத்தகைய விதிமுறையிலிருந்து $0{\cdot}005 \le \lambda 0 \le 0.3$ என்ற இடைவெளி கிடைக்கப்பட்டதற்கும் λ இந்த இடைவெளியில் அமைவதற்கான நிகழ்தகவை குறிப்பதை தவிர்ப்பதற்குமாக 'நம்பிக்கை' என்ற (confidence) சொல் பயன்படுத்தப்படுகிறது.

எனவே $0.005 \leq \lambda 0 \leq 0.3$ என்பதை λ க்கான 90% நம்பிக்கை இடைவெளி என அழைக்கலாம். இந்த இடைவெளிக்கான சதவிகிதத்தை (இங்கு 90%) நம்பிக்கை எல்லை (அல்லது நம்பிக்கை மட்டம் (confidence level) என்று கூறுகிறோம். வழக்கமாக சதவிகிதத்தை 0, 1 இரண்டுக்கும் இடையேயான ஒரு எண்ணாகக் குறித்தால் அந்த எண்ணை நம்பிக்கை கெழு (confidence coefficient) என்று கூறுகிறோம். நம்பிக்கைக் கெழுவை r எனும் குறியின் வாயிலாகக் குறிப்பிடலாம். இங்கு $r = 0.90$ ஆகிறது. தரப்பட்டுள்ள உதாரணத்திலிருந்து, 0.90 ஐத் தவிர மற்ற r மதிப்புகளுக்கான ஒரு நம்பிக்கை இடைவெளியை (5), (6), சமன்பாடுகளில் t_L, t_U இரண்டையும் தக்கவாறு வரையறுத்து கண்டுபிடிக்கமுடியும்.

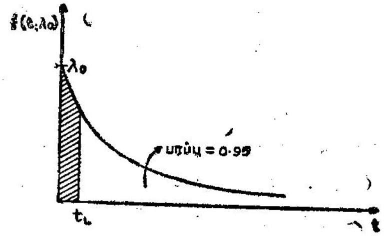
எனவே r என்ற நம்பிக்கைக் கெழுக்கான ஒரு நம்பிக்கை இடைவெளியை

$$\int_0^{t_L} f(t;\lambda 0)\,dt = \int_{t_U}^{\infty} f(t;\ \lambda 0)\,dt = \frac{1-r}{2} \tag{14}$$

என்ற சமன்பாட்டை திருப்திப்படுத்தக்கூடிய t_L, t_U மதிப்புக்களின் மூலமாகக் கண்டுபிடிக்க முடியும். முழுமைத் தொகுதியின் அடர்த்தியின் இருபக்கங்களிலும் சமமான பரப்பைக் குறித்து வெட்டிவிடக்கூடிய வகையில் t_L, t_U மதிப்புக்களைப் பெரும்பாலும் நாம் எடுத்துக்கொள்கிறோம். எனவே ஒரு சுட்டுறுப்புக்கான இத்தகையதொரு இடைவெளி தேவைப் படும்போது இம்முறையே பெரிதும் வழக்கத்தில் பொதுவாக இருந்து வருகிறது.

சில சமயங்களில் ஒரு இடைவெளியைக் காட்டிலும், சுட்டுறுப்பின் மேல் எல்லை மட்டும் அல்லது கீழ் எல்லை மட்டும்கண்டு பிடிக்கத் தேவைப்படுவதாகக் கொள்வோம். மேலே விளக்கிய உதாரணத்தில், t_L மட்டுமே பயன்படுத்தப்படுகிறது எனக் கொள்வோம். அதாவது, கண்டறிந்த மதிப்பு, அடர்த்தியின் நடு 90% லிருந்து வருவதாக அனுமானிப்பதைவிட, கீழே

தீர்ப்பட்ட படம் 50-ல் கண்டபடி வலதுபக்க 95% லிருந்து வருவதாக அனுமானித்துக் கொள்வோம்.



படம் 50

சமன்பாடு (7) இப்போது கீழ்க்கண்டவாறு அமையும்.

$$\text{Prob}\ \{t \geq t_L\} = 0.95$$

சமன்பாடு (10)ம் கீழ்க்கண்ட விதத்தில் மாறி அமைகிறது.

$$\text{Prob}\ \left\{ t \geq \frac{0.05}{\lambda 0} \right\} = 0.95$$

கடைசியாக நம்பிக்கை இடைவெளியை அமைக்கும் விதியர்னது அதாவது சமன்பாடு (11) கீழ்க்கண்டவாறு அமையும்.

$$\text{Porb}\ \left\{ \lambda 0 \geq \frac{0.05}{t} \right\} = 0.95 \qquad (15)$$

சமன்பாடு (15) $\lambda 0$ க்கான ஒரு கீழ் எல்லையைத்தான் தருமே தவிர ஒரு இடைவெளியைத் தராது. எனவே இத்தகைய சமனிலி ஒரு நம்பிக்கை எல்லை (confidence limit) ஆகும்.

அதாவது, சமன்பாடு (15)ல் உள்ள சமனிலி, λ க்கான ஒரு கீழ் நம்பிக்கை எல்லையைக் கொடுக்கிறது.

இதேபோன்று t_Lக்கு பதிலாக t_U ஐப் பயன்படுத்தி λ க்கான ஒரு மேல் நம்பிக்கை எல்லையைக்கண்ட (16) சமன்பாடு மூலம் கண்டுபிடிக்கலாம்.

$$\text{Prob}\ \left\{ \lambda\ 0 \geq \frac{0.3}{t} \right\} = 0.95 \qquad (16)$$

சமன்பாடுகள் (15)ம் (16)ம் ஒவ்வொன்றும் 95% நம்பிக்கை எல்லைகளாகும். இதிலிருந்து, எந்த ஒரு நம்பிக்கை இடைவெளியை மேலே விளக்கிய உதாரணத்தில் காட்டப்பட்டவாறு, இரண்டு நம்பிக்கை எல்லைகளாகப் பிரித்தும் காட்டமுடியும் என்று அறிகின்றோம். மாறெதிராக, மேல், கீழ் நம்பிக்கை எல்லைகள் தரப்பட்டிருந்தால் நாம் ஒரு நம்பிக்கை இடைவெளியைக் கண்டுபிடிக்கமுடியும் இரண்டு நம்பிக்கை எல்லைகளினால் குறிக்கப்பட்ட நம்பிக்கைக்கெழுவானது, தகுந்த நம்பிக்கை இடைவெளியினால் குறிக்கப்பட்ட நம்பிக்கைக் கெழுவைவிட அதிகமாக இருக்கும். உதாரணமாக λ_L, λ_U எனும் மேல், கீழ் நம்பிக்கை எல்லைகளுக்கேற்ற நம்பிக்கை கெழுக்கள் முறையே γ_L, γ_U என்றால் $[\lambda_L, \lambda_U]$ என்பது

$$\gamma = 1 - [(1-\gamma_L)+(1-\gamma_U)]$$

$$= \gamma_L+\gamma_U - 1$$

என்ற நம்பிக்கைக் கெழுவைக் கொண்ட ஒரு நம்பிக்கை இடைவெளியாகிறது. இங்கு $\gamma_L = \gamma_U = 0.95$ என்றால், $\gamma = 0.90$ ஆகும்.

$\gamma_L = \gamma_U = 0.90$ என்றால், $\gamma = 0.80$ ஆகும். அதாவது இரண்டு 95% நம்பிக்கை எல்லைகள் ஒரு 90% நம்பிக்கை இடைவெளியையும், இரண்டு 90% நம்பிக்கை எல்லைகள் ஒரு 80% நம்பிக்கை இடைவெளியையும் தருகின்றன.

சில சமயங்களில் நம்பிக்கை இடைவெளிகள், நம்பிக்கை எல்லைகள் இரண்டுமே நம்பிக்கை அறிக்கைகள் (விவரங்கள்) என்றும் அழைக்கப்படுகின்றன. ஒரு நம்பிக்கை விவரமானது, ஒரு நம்பிக்கை இடைவெளியையோ அல்லது ஒரு நம்பிக்கை எல்லையையோ குறிப்பதால், ''இருபக்க'' ''ஒருபக்க'' எனும் பதங்கள் இவற்றை விளக்கிக் காட்ட, உபயோகப்படுத்தப்படுகின்றன. எனவே ஒரு நம்பிக்கை இடைவெளியானது, ஒரு இருபக்க நம்பிக்கை விவரத்தைக் குறிக்கிறது; ஒரு நம்பிக்கை எல்லையானது ஒரு-பக்க நம்பிக்கை விவரத்தைக் குறிக்கிறது.

சில சமயங்களில் ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட சுட்டுறுப்புக்களுக்கான நம்பிக்கை இடைவெளிகள் கண்டுபிடிக்கப்பட வேண்டியிருக்கும். அந்த இடைவெளிகள் ஒன்றையொன்று சாராதவையாக இல்லாமல் (அதாவது சார்புடையவையாக) இருந்தால்,

ஒரே சமயத்தில் தேவைப்படும் எல்லா சுட்டுறுப்புக்களுக்குமான ஒரு நம்பிக்கை பரப்பு (confidence region) அமைக்க வேண்டியது அவசியமாகிறது. கீழ்க்காணும் பிரிவுகளில் ஒரு சுட்டுறுப்புவகையை மட்டுமே நாம் கவனிக்கின்றோம். அடுக்குக் குறி நிகழ்தகவு விதியைக் கொண்ட சோதனையிலிருந்து விளையும் விவரங்களை இங்கு நாம் கருத்தில் கொள்கிறோம்.

அடுக்குக்குறி தோல்வி உருப்படிவம் :

அடுக்குக்குறி தோல்வி உருப்படிவத்தை கீழ்க்கண்ட இரண்டு விதங்களில் ஏதாவது ஒரு விதத்தின் மூலம் எழுதலாம்.

$$f(t) = \lambda . e^{-\lambda t}, \quad t<0$$

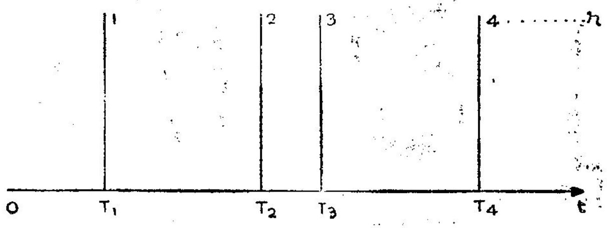
$$= 0 \quad , t<0 \qquad (1)$$

$$f(t) = 1/m . e^{-1/m\, t} \quad t < 0$$

$$= 0 \qquad < 0 \qquad (2)$$

இந்த உருப்படிவத்தில் ஒரே ஒரு சுட்டுறுப்பு உள்ளது. சமன்பாடு (1) ல் λ என்ற சுட்டுறுப்பு, கருவியின் தோல்வி வீதத்தைக் குறிக்கிறது. சமன்பாடு (2) ல் m என்ற சுட்டுறுப்பு கருவியின் MTBF ஐ (அதாவது தோல்விக்கிடையேயான சராசரி நேரத்தை)க் குறிக்கிறது. (ஒவ்வொன்றும் நிலையான ஒரே அளவு தோல்வி வீதத்துடன் கூடிய) ஒரு கருவியோ அல்லது கருவிகளின் ஒரு தொகுப்போ சோதனைக்கு எடுத்துக் கொள்ளப்படுகிறது என்று அனுமானிப்போம். கருவியின் செயலாக்க நேரமும், தோல்விகளும் தெரிந்த மதிப்பாகக் கொள்வோம். λ (அல்லது m) க்கு நம்பிக்கை இடைவெளிகளை அமைப்பதற்கென எல்லா கருவிகளின் மொத்த இயக்க நேரம் t ஐ குறித்துக் கொள்கிறோம். மற்றும் மொத்தத் தோல்விகளின் எண்ணிக்கை r ஐயும் பயன்படுத்துகிறோம். மொத்த இயக்க நேரம் T ஆனது வரைபடத்தில் x அச்சின் மீது குறிக்கப்படும் T மதிப்புக்கள் $T_1, T_2, T_3, \ldots, T_r$ என்று கருது

கிறோம். T_1, T_2 ... Tr என்ற காலங்களில் தோல்விகள் நிகழ்கின்றன. இதனை வரைபடம் எடுத்துக்காட்டுகிறது.



படம் 51.

ஒரு பழுதுபார்க்கத் தக்க தனி கருவியின் இயக்கத்தை அனுசரித்தலே சோதனையெனில் காலம் T_1 ஆனது தோல்விக்கு முன் கருவியின் இயக்க காலத்தை குறிக்கிறது. பழுதுபார்க்கத்தக்க அல்லது பழுதுபார்க்க முடியாத பலக் கருவிகள் ஒரே சமயத்தில் சோதிக்கப்படும்போது முதல் தோல்வி ஏற்படும் வரையிலான எல்லாக் கருவிகளின் இயக்கக் கூடுதல் நேரம் T_1 எனக் குறிக்கப்படும். எனவே T_1 எந்த ஒரு குறிப்பிட்ட இயந்திரத்திற்குமான தோல்விக்கான காலம் ஆகாது. எனினும் தனித்தனிக் கருவிகள் ஒரே அடுக்கு தோல்வி உருப்படிவத்தைப் பெற்றிருப்பின் அக்கருவிகளின் தோல்விக்கான காலங்கள் தனித்தனவாகும் (independent). இதே போன்று முதல் மற்றும் இரண்டாவது தோல்விக்கிடையே ஆன இயக்க நேரம் $T_2 - T_1$ அதே அடுக்கு நிகழ்தகவு விதியில் குறிக்கப்படுகிறது. மேலும் T_1 மற்றும் $T_2 - T_1$ தனித்தனவாகும். எனவே சோதனையானது பல கருவிகளை ஒரே சமயத்தில் இயங்குவதை சோதனையாகக் கொண்டாலும் சோதனையிலிருந்து கிடைக்கும் விவரத்தை ஒரு தனி பழுதுபார்க்கத்தக்க இயந்திரத்திற்கான அதே அடுக்குத்தோல்வி விதியைக் கொண்ட கருவிக்கான காலம் T என்று கொள்ள இயலும். தோல்விகள் T_1, T_2 ... Tr என்ற காலங்களில் அனுசரிக்கப்படுகின்றன. சோதனையானது ஒரு குறித்த $r=4$ தோல்விகள் ஏற்படும்வரை தொடரப்படுகிறது என்று கொள்க. இப்போது சோதனையை நான்கு தோல்விகள் ஏற்படும் வரையிலான இயக்கக் காலத்திற்கு ஏற்ற ஒரு தனி சோதனையாக கொள்ளலாம். ஒரு குறித்த நிலையான தோல்விகளின் எண்ணிக்கை r ஐப் பெறுவதற்கான இயக்கக் காலத்தை r தோல்விகளுக்கான காக்கும் நேரம் (waiting time to r failures) என்கிறோம். தனித்

தனி கருவிகளுக்கான தோல்விக் காலங்கள் தனித்தனி மற்றும் ஒவ்வொரு கருவியும் ஒரே அடுக்கு நிகழ்தகவு விதியை பின் பற்றுகின்றன என்ற ஊகங்களின் அடிப்படையில் r தோல்வி களுக்கான காக்கும் காலத்தைக் கட்டுப்படுத்தும் நிகழ்தகவு விதியைப் பெறலாம். இந் நிகழ்தகவு விதி λ மற்றும் r என்ற சுட்டுறுப்புக்களைப் பெற்றுள்ளது. சுட்டுறுப்பு λ ஆனது அடுக்கு நிகழ்தகவு விதியையும் சுட்டுறுப்பு r ஆனது ஏற்படும் தோல்வி களின் எண்ணிக்கையும் தழுவி அமைகின்றன. r வது தோல்வி ஏற்படும் வரையிலான காக்கும் காலத்திற்கான நிகழ் தகவு அடர்த்தி சார்பலன் .

$$f_r(t) = \lambda e^{-\lambda T} \frac{(\lambda T)^{r-1}}{(r-1)!} \qquad t > 0 \qquad (3)$$
$$= 0 \qquad t < 0$$

சமன்பாடு (3) ஆனது ஒரு காமா (gamma) நிகழ்தகவு விதி யாகும். அதாவது சமன்பாடு (3) ஆனது தனித்தனியான தோல்விகளெல்லாம் λ என்ற சுட்டுறுப்புள்ள ஒரே அடுக்குப் பரவலிலிருந்து தனித்தனவாக பெறப்படும்போது r தோல்வி களுக்கான காக்கும் காலம் r மற்றும் λ என்ற இரு சுட்டுறுப்பு களைக் கொண்ட ஒரு காமாப் பரவலாக அமைகிறது. λக்கான நம்பிக்கை இடைவெளி அமைக்க சமன்பாடு (3) ஐ கருத்தில் கொள்க. 90 சதவீத நம்பிக்கை இடைவெளியை அமைக்க விழைந்தால் (T_L, T_U) என்ற இடைவெளியை கீழ்கண்டவாறு அமைக்கவேண்டும்.

$$\text{Prob}\{T_L \leq T \leq T_U\} = 0.90 \qquad (4)$$

சமன்பாடு (3) ஐ பயன்படுத்தியும் 0.10 என்ற நிகழ்தகவு (T_L, T_U) என்ற இடைவெளிக்கு மேலும் கீழும் சமமாக அமையும் வண்ணம் அமைத்தால் T_L, T_U மதிப்புக்களை கீழ்க் கண்டவாறு தேர்ந்தெடுக்கவேண்டும்.

$$\int_0^{T} f_r(T)\,dT = \int_{TU}^{\infty} f_r(T)\,dT = 0.05 \qquad (5)$$

சமன்பாடு (5)ல் காணப்படும் தொகையீட்டை எளிதாகக் கண்டுபிடிக்கலாம். எனினும் $\lambda > 1$ எனில் அதன் பயனாய் எழும் சமன்பாட்டை T_L க்கென λ வின் வாயிலாய் எளிதில்

தீர்வு செய்ய இயலாது. எனவே சமன்பாடு (3) ஐ பயன் பயன்படுத்தி ஒரு நம்பிக்கை இடைவெளியை நேரடியாக அமைக்க முடியாது. எனினும் ஒரு சிறிய உருமாற்றத்தின் மூலம் இத்தடங்களை அகற்றுகிறோம்.

$$W = 2 > T \tag{6}$$

என்ற உருமாற்றத்தை கருத்தில் கொள்க. r வது தோல்வி வரையிலான காக்கும் காலம் T க்கான நிகழ்தகவு விதி ஆகிய வற்றை அளிக்கும் சமன்பாடு (3) ஐப் பயன்படுத்தி W க்கான நிகழ்தகவு விதியை

$$f(W) = \frac{e^{-w/2} \; (W)^{r-1}}{2^{r} \; \Gamma(r)}, \quad W > 0 \tag{7}$$

என்று பெறுகிறோம். நிகழ்தகவு விதி W ஆனது r என்ற ஒரே ஒரு சுட்டுறுப்பை மட்டுமே சார்ந்துள்ளது. r ன் மதிப்பும் தெரிந்துள்ளது. எனவே சமன்பாடு (7) ஐப் பயன்படுத்தி W_L மற்றும் W_U வின் குறிப்பிட்ட மதிப்புக்களை

$$\text{Prob} \{ WL \leq W \leq WU \} = 0{\cdot}90 \tag{8}$$

என்று பெறுகிறோம். சமன்பாடு (6) ஐ சமன்பாடு (8) ல் பிரதியிட

$$\text{Prob} \{ WL \leq 2 \lambda \, T \leq WU \} = 0{\cdot}90 \tag{9}$$

சமன்பாடு (9) ல் காணப்படும் நிகழ்தகவுக்கான சம மின்மையை மாற்றியமைக்க.

$$\text{Prob} \left\{ \frac{W_L}{2T} \leq \lambda \leq \frac{WU}{2T} \right\} = 0{\cdot}90 \tag{10}$$

என்று பெறுகிறோம். சமன்பாடு (10) ஆனது λ .க்கான 90 சதவீத நம்பிக்கை இடைவெளியாகும். T-யின் மதிப்பானது r வது தோல்விக்கான காக்கும் காலமாகும். WL, WU மதிப்புக்களை சமன்பாடு (7)லிருந்து பெறுகிறோம். அதாவது

$$\int_{0}^{WL} f(w)\, dw = 0{\cdot}05 \tag{11}$$

சமன்பாடு (11) ல் காணப்படும் தொகையீட்டை கணக்கிட வேண்டுவதில்லை. ஏனெனில் WL, WU மதிப்புக்களை x^2 பரவலின் அட்டவணையிலிருந்து பெறுகிறோம். இந்த நிகழ்தகவு விதியை x^2–ன் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பலன்

$$\frac{(x^2)^{n/2-1} \quad e^{-x\,2/2}}{\sqrt{n/2} \quad 2\,n/2} \tag{12}$$

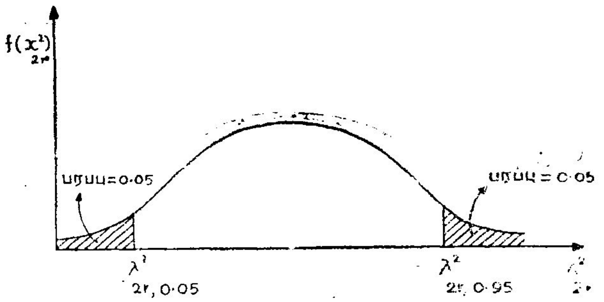
வாயிலாகப் பெறுகிறோம்.

இந்த நிகழ்தகவு விதியில் x^2 என்பது மாறியாகும். x^2க்கான இக்குறியீட்டைப் பயன்படுத்துவதற்குக் காரணம் யாதெனில், இந்த நிகழ்தகவு விதியானது சோதனை விவரங்களை வர்க்கப் படுத்துவதன் மூலம் பெறப்படுவதேயாகும். x^2 நிகழ்தகவு விதியானது ஒரே ஒரு சுட்டுறுப்பு n-ஐப் பெற்றுள்ளதை சமன் பாடு (12) விளக்குகிறது. பல செயல்நிலைகளில் n-ன் மதிப்பு x^2 நிகழ்தகவு விதியில் குறிக்கப்படும் வர்க்கங்களின் கூடுதலில் உள்ள வரையற்ற (free) மதிப்புக்களின் எண்ணிக்கையைக் கொண்டுள்ளது. எனவே n என்ற சுட்டுறுப்பை வரையற்ற பாகை என்கிறோம். சமன்பாடு (12) ஆனது ஒரு பயனுள்ள உண்மையான நிகழ்தகவு விதியை எல்லா நேர் எண்கள் nக்கும் வரையறை செய்கின்றது. எனினும் n ன் நேரான முழு எண் மதிப்புக்களை பல்வேறு செயல் நிலைகளில் நமது கவனத்தை ஈர்க்கும் தன்மையது. சமன்பாடுகள் (7), (12)ஐ ஒப்பிட்டுப் பார்க்க w-ன் நிகழ்தகவு விதியானது $n = 2r$ வரையற்ற பாகைகளைக் கொண்ட x^2 நிகழ்தகவு விதியாகும். எனவே $x^2 = w, n = 2\,r$ என சமன்பாடு (12) ல் பிரதியிட்டால், சமன் பாடு (7) ஐப் பெறுகிறோம். எனவே $2\,\lambda\,T$ என்ற அளவானது $2\,r$ வரையற்ற பாகைகளைக் கொண்ட x^2 நிகழ்தகவு விதியைப் பின்பற்றுகிறது. λ க்கான நம்பிக்கை இடைவெளியை x^2 நிகழ்தகவு விதியின் மூலமாகவும் அமைக்கலாம். 90 சதவிகித நம்பிக்கை இடைவெளியை அமைக்க $x^2{}_{2\,r,\ 0.05}$ மற்றும் $\lambda^2{}_{2\,r,\ 0.95}$ மதிப்புக்களை

$$\text{Prob}\left\{\chi^2{}_{2\,r,\,0\cdot05} \leq \lambda\,\chi^2{}_{2\,r} \leq x^2{}_{2r,\,0.95}\right\} = 0\cdot90 \tag{13}$$

என்ற விதத்தில் அமைக்க வேண்டும். சமன்பாடு (13)ல் $x^2{}_{2\,r}$

என்பது $n = 2r$ வரையற்ற பாகைகளைக் கொண்ட நிகழ்தகவு விதி கொண்ட ஒரு x^2 மாறியைக் குறிக்கிறது. $x^2_{2r,\ 0.05}$ மற்றும் $x^2_{2r,\ 0.95}$ என்ற மதிப்புக்கள் $f\left(x^2_{2r}\right)$ என்ற அடர்த்திச் சார்பலனின் மேலும் கீழும் சமபகுதியுள்ள 0.05 பரப்பை விலக்கும் தன்மையுடையன. இதனை படம் 52 எடுத்துக்காட்டுகிறது.



படம் 52

விரிவான எடுத்துக்காட்டு

$r = 2$ எனில் x^2 அட்டவணையிலிருந்து $x^2_{4,0.05} = 0.711$ $x^2_{4,0.95} = 9.49$ என்று பெறுகிறோம். இம்மதிப்புக்களைச் சமன்பாடு (13)ல் பிரதியிட்டால்

$$\text{Prob}\ \{0.711 \leq x^2_4 \leq 9.49\} = 0.90 \tag{14}$$

என்று பெறுகிறோம். $r = 2$ எனும்போது சமன்பாடு (14) உண்மையாகிறது.

x^2 அட்டவணை மதிப்புக்களைப் பயன்படுத்தி இதேபோன்று மற்ற பிற சமன்பாடுகளையும் பெற இயலும். $2\lambda T$ என்பது $2r$ வரையற்ற பாகைகளைக் கொண்ட ஒரு x^2 நிகழ்தகவுவிதியைப் பெறுவதால் சமன்பாடு (13) ஐ

$$\text{Prob}\ \left\{\chi^2_{2r,\ 0.05} \leq 2\lambda T \leq x^2_{2r,\ 0.95}\right\} = 0.90 \tag{15}$$

இச் சமன்பாட்டின் இடதுபுறத்தில் காணப்படும் சமனிலியை முழுவதும் $2T$ யால் வகுக்க,

$$\text{Porb}\left\{\frac{x^2\quad 2r,\,0.05}{2\,T} \leq \lambda \leq \frac{x^2\quad 2r,\,0.95}{2\,T}\right\} = 0.90 \qquad (16)$$

சமன்பாடு (16) ஆனது λ-வுக்கான 90% நம்பிக்கை இடை வெளியை r தோல்விகளுக்கான காக்கும் காலம் (waiting time) T ன் வாயிலாக அளிக்கிறது. பல கருவிகள் சோதனைக் குள்ளாக்கப்பட்டு இரண்டு தோல்விகள் நிகழ்ந்தவுடன் சோதனை நிறுத்தப்படுகிறது என்றும் $T = 500$ மணிகள் (hours) என்றும் கொண்டால்

$$\text{Prob}\left\{\frac{\cdot 711}{1000} \leq \lambda \leq \frac{9.49}{1000}\right\} = 0.90$$

என்பது λ-க்கான 90 சதவீத நம்பிக்கை இடைவெளியாகும்.

100 r சதவீத மட்டத்தில் அமைந்த நம்பிக்கை இடை வெளியைப் பெற நம்பிக்கை எல்லைகளைப் பயன்படுத்துகிறோம். $\underline{\lambda}\,r$ என்பது கீழ் 100 r சதவீத நம்பிக்கை எல்லையையும், $\overline{\lambda}\,r$ என்பது λ க்கான மேல் 100 r சதவீத நம்பிக்கை எல்லையையும் குறிக்கட்டும். சமன்பாடு (16) லிருந்து

$$\underline{\lambda}\,r = \frac{x^2\,2r,\,1-r}{2\,T} \qquad (17)$$

மற்றும்,

$$\overline{\lambda}\,r = \frac{x^2\quad 2r,\,r}{2\,T} \qquad (18)$$

λக்கான நம்பிக்கை இடைவெளியை, தகுந்த நம்பிக்கை எல்லைகளைச் சமன்பாடுகள் (17) மற்றும் (18)லிருந்து கணக்கிட்டு அடைகிறோம். தோல்விக்கிடையேயான சராசரி நேரம் MTBF, வின் தலைகீழ் பின்னமாக விளங்குவதால் சமன்பாடு (17), (18) ஐ MTBF (m)க்கான நம்பிக்கை எல்லைகளை அமைக்கப் பயன்படுத்தலாம். எனினும் λவின் பெரிய மதிப்பு mன் சிறிய மதிப்பிற்குச் சாதகமாக அமைவதால் λ வின் மேல் மட்ட எல்லை m-ன் கீழ் மட்ட எல்லையாகும். எனவே MTBF ன் நம்பிக்கை எல்லைகள்

$$\underline{m_r} = \frac{2\,T}{x^2\,2r,\ r} \qquad (19)$$

மற்றும் $$\overline{m_r} = \frac{2\,T}{x^2\,2r, 1-r} \qquad (20)$$

என்ற பெறுகிறோம். மேற் காணப்படும் விவரங்கள் அனைத்தும் r தோல்விகள் வரை சோதனை மேற்கொள்ளப்பட்டது என்ற ஊகத்தின் அடிப்படையில் பெறப்பட்டன. அதாவது ஒரு குறிப்பிட்ட எண்ணிக்கையை தோல்விகள் அடைந்தவுடன் சோதனை நடத்தப்பட்டது. இப்போது சோதனையானது ஏதேனும் ஒரு காலம் T யின் $(T_r \leq \Sigma T_{r+1})$ நிறுத்தப்படுகிறது என்று கொள்க. எனவே r தோல்விகளுக்கான காலத்தைக் குறிப்பதற்குப் பதிலாக ஒரு குறிப்பிட்ட காலத்தில் நிகழும் தோல்விகளின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கிறோம். இத்தகையதொரு சோதனை குறித்த கால (fixed time test) சோதனை எனப்படுகிறது. குறிப்பிட்ட r எண்ணிக்கை தோல்விகள் நிகழும் வரை மேற்கொள்ளப்பட்ட சோதனை குறித்த r சோதனை எனப்படுகிறது. எந்த மாதிரியான சோதனையை மேற்கொள்ள வேண்டும், என்பதற்கான விதியானது தடுப்பு விதி (stopping rule) எனப்படும்.

குறித்த கால சோதனையில் அனுசரிக்கப்படும் தோல்விகளின் எண்ணிக்கையைக் காண நிகழ்தகவு விதியைக் கருதுதல் இயற்கையானதாகும். இவ்விதியானது ஒரு தனித்த நிகழ்தகவு விதியாதலின் இதனை நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பலன் $P(r)$ ன் வாயிலாகக் குறிக்கிறோம். $r=0$ 1, 2, 3, ... க்கான நிகழ்தகவுகள் T என்ற காலத்தில் சரியாக r தோல்விகள் ஏற்படுவதற்கான நிகழ்தகவைத் தனித்தனியான தோல்விக் காலங்கள் எல்லாம் தனித்தன, மற்றும் அவை ஒவ்வொன்றும் ஒரே அடுக்கு நிகழ்தகவு விதியைப் பின்பற்றுகின்றன என்ற ஊகங்களைக் கொண்டால் ஒரு குறிப்பிட்ட நிலையான காலம் T யில் அனுசரிக்கப்படும் தோல்விகளுக்கான நிகழ்தகவு

$$P(r) = \frac{(\lambda\,T)^r}{r\,!}\,e^{-\lambda T}\ ,\quad r = 0, 1, 2 \qquad (21)$$

சமன்பாடு (21) ல் காணப்படும் விதியைப் பாய்ஸான் (poisson) நிகழ்தகவு விதி என்கிறோம். இவ்விதியானது ஒரே ஒரு சுட்டுறுப்பு λT யைப் பெற்றுள்ளது. இப்போது λக்கான நம்பிக்கை இடைவெளியை அமைக்கும் பிரச்சினையைக் கருத்தில் கொள்க. இதற்கென (r_L , r_U) என்ற இடைவெளியை

$$\text{Prob}\{ r_L \leq r \leq r_U \} = 0{\cdot}90 \qquad (22)$$

என்று அமையும் விதத்தில் தீர்மானிக்கிறோம். எனினும் சமன்பாடு (22) ஆனது முழு மதிப்புக்களை மட்டுமே ஏற்கும், தனித்த நிகழ்தகவு விதியாக அமைகிறது. எனவே λவின் எல்லா மதிப்புக்கும் சமன்பாடு (22)ஐப் பூர்த்தி செய்யும் (r_L, r_U மதிப்புக்களைப் பெறமுடியும். இதற்கான வழக்கமான நடைமுறை யாதெனில்

$$\text{Prob}\{ r_L \leq r \leq r_U \} \geq 0.90 \qquad (23)$$

என்னும் சமமின்மையை அமைப்பதாகும். γ-ஆனது இடைவெளிக்கு வெளியே அதாவது r_Lக்கு கீழும் r_U மேலும் சம அளவில் அமைவதற்கான நிகழ்தகவு 10 சதவீதம் எனில் r_L மற்றும் r_U கீழ்க் கண்ட சமன்பாடுகளைப் பூர்த்தி செய்ய வேண்டும்.

$$\sum_{r=0}^{r_L - 1} \text{Prob}\{ r \} \leq 0{\cdot}05 \qquad (24)$$

மற்றும்

$$\sum_{r = r_U + 1}^{\infty} \text{Prob}\{ r \} \leq 0{\cdot}05 \qquad (25)$$

குறித்த r சோதனையில் எழுந்த நிலையைப் போன்று இவ்விடத்திலும் சமன்பாடுகள் (24), (25) ஐ λவுக்காக நேரடியாக தீர்வு செய்ய முடியாது. எனவே λ வுக்கான நம்பிக்கை இடைவெளியும் அமைக்க முடியாது. ஆகவே பாய்ஸான் பரவலுக்கான குவித்திரள் நிகழ்தகவு அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி ஒரு குறிப்பிட்ட r மதிப்பிற்கு λ வுக்கான நம்பிக்கை இடைவெளியை அமைக்க முடியும். எனினும் x^2 பரவலை பயன்படுத்தி நேரடியாக ஒரு நம்பிக்கை இடைவெளியை

λ க்கு மட்டுமன்றி MTBF (m)க்கும் அமைப்பதற்கான முறையை கீழ்க் கண்டவாறு பெறுகிறோம்.

$$\underline{\lambda}_r = \frac{x^2\ 2r,\ 1-r}{2\ T} \quad \overline{\lambda}_r = \frac{x^2\ 2\ r+2,\ r}{2\ T} \qquad (26)$$

$$\underline{m}_r = \frac{2\ T}{x^2\ 2r+2,\ r} \quad \overline{m}_r = \frac{2\ T}{x^2\ 2r,\ 1-r} \qquad (27)$$

λ வுக்கான மேல் நம்பிக்கை எல்லை அதாவது m க்கான கீழ் எல்லையானது குறித்த r சோதனையினின்றும் மாறுபடாமல் அமைந்துள்ளது எனினும் λ வுக்கான மேல் நம்பிக்கை எல்லை எனவே m க்காக கீழ் நம்பிக்கை எல்லை சிறிது மாறுபட்டுள்ளது. ஏனெனில் x^2 அளவையில் $2r$ வரையற்ற பாகைளுக்குப் பதிலாக $2r+2$ வரையற்றப்பாகைகள் இடம் பெறுகின்றன. இதனைக் கீழ்க்கண்டவாறு நியாயப்படுத்துகிறோம். ஒரு குறித்த கால சோதனையில் ($Tr \leq T \leq T_{r+1}$) ஆதலின் r ஆவது தோல்விக்கான காக்கும் காலம் தாண்டடப்பட்டுவிடினும் $r+1$ வது தோல்விக்கான நேரத்தை என்றும் அடையவில்லை. λ க்கான 90% கீழ் எல்லை பெறுவதற்கு T யானது Tr க்கு மிக மிக அருகில் அமைந்துள்ளது. (உண்மையில் $Tr = T$) என்ற ஊகத்தின் அடிப்படையில் அமைக்கப்படுகிறது. இதே போன்று தோல்வி வீதத்திற்கான மேல் எல்லையும் T யானது T_{r+1} இரு மிக மிக அருகில் உள்ளது என்ற ஊகத்தின் அடிப்படையில் கணக்கிடப்படுகிறது. இடைவெளியின் நம்பிக்கைக் கெழு r எனில் கணக்கிடப்படும் நம்பிக்கை இடைவளி சுட்டுறுப்பின் உண்மையான மதிப்பை $100\ r$% தடவைகளுக்கு மேலாக அடக்கியிருக்கும் என்று கூறி வினைக் கொண்டு ஆராயும்போது நம்பிக்கை இடைவெளியானது மாருத்தன்மை கொண்டதாகும் என்று பெறுகிறோம்.

கணக்குகள்

(1) பழுது பார்க்க இயலாத 10 கருவிகள் 1000 மணிகள் நேர சோதனை ஒன்றிற்கு உட்படுத்தப்படுகின்றன. அச் சோதனையின்போது 4 கருவிகள் தோல்வி அடைகின்றன. தோல்வியடைந்த கருவிகளின் இயக்க நேரங்கள் 137, 440, 720, 960 என அடைகின்றன. இக்கருவிகளெல்லாம் ஒரு மாருத் தோல்வி வீதம் உடையன என்ற ஊகத்தின் அடிப்படையில்

(1) MTBF க்கான 90% நம்பிக்கை இடைவெளி.

(2) MTBF க்கான 90% கீழ் நம்பிக்கை எல்லை.

(3) தோல்வி வீதத்திற்கான 80% நம்பிக்கை இடைவெளி இவற்றை அமைக்கவும்.

(2) MTBF-ன் மதிப்பீட்டை ஒரு மாறிலியாகக் கொண்டு 90% MTBF-ன் நம்பிக்கை இடைளியை அனுசரிக்கப்படும் தோல்விகளின் எண்ணிக்கைக்கு எதிராக ஒரு வரைபடத்தில் குறிக்கவும். அதாவது 200 மணிகளில் இரு தோல்விகள் 300 மணிகளில் 3 தோல்விகள்.

இதற்கு எதிராக 90% நம்பிக்கை இடைவெளியின் நீளத்தை வரைபட மூலமாக ஒப்பிடுக. ஒரு குறித்த கால சோதனையை ஊகம் செய்துகொண்டு MTBF க்கு log அளவையைப் பயன்படுத்துக. r க்கென கீழ்க் கண்ட மதிப்புக்கள் குறிப்பிடப்படுகின்றன. $r = 2.3, 5, 9, 24, 49$.

9. ஆயுட்கால கணிப்பும் நம்பகமையும்

(Life Testing and Reliability)

ஆயூட்காலத்தின் பரவல்களின் தொகுதி
(Families of the Life Length Distributions) :

1. தோல்விக்கான காலத்தின் நிகழ்தகவுப் பரவலின் தோல்வி வீத சார்பலன் $h(t)$ ஆனது, 't' க்கு முந்தைய காலத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள கருவி பழுதடையவில்லை என்ற விவரம் அளிக்கப்பட்டிருக்கையில், தோல்விக்கான காலத்தின் நிபந்தனை நிகழ்தகவாகும் என வரையறை செய்யப் படுகிறது. தோல்விக்கான காலம் t யின் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பலன் $h(t)$ என்று கொள்க. $F(t)$ என்பது பரவல் சார்பாகவும் அமையட்டும்.

தோல்வி வீத சார்பலன் $h(t) = \dfrac{f(t)}{1-F(t)}$

$$F(t) = \int_0^t f(x)\,dx$$

மேலும், $F(t) = 1 - e^{-\int_0^t h(x)\,dx}$

$$f(t) = h(t)\, e^{-\int_0^t h(x)\,dx}$$

என்றும் நிரூபிக்க இயலும்

மேலும் நம்பகமை சார்பலன் $R(t) = 1 - F(t)$

$$= e^{-\int_0^t h(x)\,dx}$$

2. அடுக்குப் பரவல் (Exponential Distribution):

$h(t) = \lambda$ என்ற மாறிலியாக, t யைச் சாராமல் அமையட்டும். மேலும் $\lambda > 0$. $f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$ என்பது அடுக்குத் திணிவு சார்பலனாகும்.

மாறிலி λ ஆனது, தோல்வி வீதம் அல்லது தோல்விக்கான சராசரி காலம் (mean time to failure) $MTTF$ என்றழைக்கப்படும்.

3. விபுல் பரவல் (Weibull Distribution):

$$h(t) = \alpha \lambda t^{\alpha - 1}$$

$\alpha > 0$, $\lambda > 0$ என்ற விதத்தில் $h(t)$ என்பது காலத்தைச் சார்ந்த சார்பலன் எனில்,

$$\int_0^t h(x)\,dx = \lambda t^{\alpha} \text{ என்றும்,}$$

மேலும் $f(t) = \lambda^{\alpha-1} e^{-\lambda \alpha}$ என்பது ஓர் இரண்டு சுட்டுறுப்புக்களைக் கொண்ட வீபுல் பரவலாகும்,

$$E(t) = \Gamma\left(\frac{1}{\alpha} + 1\right) \lambda^{-1/\alpha}$$

$$V(t) = \lambda^{-2/\alpha} \left[\Gamma(2/\alpha + 1) = \left(\Gamma(1/\alpha + 1) \right)^2 \right]$$

λ என்பது அளவை சுட்டுறுப்பாகவும், (scale parameter), μ என்பது அமைப்பு சுட்டுறுப்பாகவுப் (shape parameter) அமை

கிறது. α வின் மதிப்பு அதிகரிக்க அதிகரிக்க, மாறுபாட்டின் மதிப்பு குறைகிறது. இதனை கீழ்க்கண்டவாறு பெறலாம்.

$$E(t^n) = \int_0^{\alpha} \alpha \lambda t^{n-1+\alpha} e^{-\lambda t^{\alpha}} dt$$

$$= \int_0^{\alpha} \lambda u^{n/\alpha} e^{-\lambda u} du, \quad (t^{\alpha} = u)$$

$$= \Gamma(n/\alpha + 1) \lambda^{-n/\alpha}$$

$n = 1, 2$ என்று அமைத்து, $E(t)$, $V(t)$ யைப் பெறலாம்.

3. மிகநலிந்த இணைப்புக் கொள்கை (Weakest Link Theory):

இக் கொள்கையின் கீழ் ஒவ்வொரு பகுதியின் தோல்வியும் பல்வேறு உப பகுதிகளைக் கொண்டதாகக் கருதப்படுகிறது. இந்த உப பகுதிகளெல்லாம் ஒரு தொடரின் பல்வேறு இணைப்புக்களைப் போன்றமைந்து முழு பகுதியை உருவாக்குகின்றன என்று கொள்கிறோம். பகுதிகளின் ஆயுட்காலம் அமையும் விதம், இணைப்புக்களில் மிக நலிவான உப பகுதியின் ஆயுட்காலத்தின் அமைவாக உள்ளது.

$F_1(t)$ மற்றும் $f_1(t)$ என்பது பகுதியின் குவிந்த திரள் பரவல் மற்றும் நிகழ்தகவு திணவுப் பரவலை முறையே குறிக்கும் என்றும், $F(t)$, $f(t)$ இவை முறையே ஓர் உப பகுதியின் குவிந்ததிரள் பரவல் மற்றும் நிகழ்தகவுப் பரவலைக் குறிக்கும் என்றும் கொண்டால் n உப பகுதிகளை உடைய ஓர் அமைப்பானது மிகக்குறைந்த வரிசை அளவை (smallest order statistic) யின் பரவலாகப் பெறும்.

$$F_1(t) = 1 - [1 - F(t)]^n$$

$$f_1(t) = n[1 - F(t)]^{n-1} f(t)$$

எனவே, உப பகுதிகள் ஒரு வீபுல் பரவலைப் பெற்றிருப்பின், அப்பகுதியின் தோல்வித் தினவும் வீபுல் பரவலையே பெறுகிறது.

$$1 - F(t) = e^{-\lambda t^{\alpha}}$$

$$F_1(t) = 1 - e^{-\lambda n t^{\alpha}}$$

$$f_1(t) = \lambda n \alpha t^{\alpha - 1} e^{-\lambda n t^{\alpha}}$$

இது (λn), α என்ற சுட்டுருப்புக்களைக் கொண்ட வீபுல் பரவலாக அமையும்.

குறிப்பு :

மேற்கண்ட கூற்றானது ஓர் அடுக்குப் பரவலுக்கும் உண்மையாக அமையும். ஏனெனில், $\alpha = 1$ எனில், வீபுல் பரவலின் ஒரு சிறப்பு வகையே அடுக்குப் பரவலாகும்.

4. லாக் நார்மல் பரவல்:

ஓர் ராண்டம் மாறி x ஆனது,

$$f(x) = \frac{1}{x \sigma \sqrt{2 \pi}} \exp \left[-1/2 \left(\frac{\log x - \mu}{\sigma} \right)^2 \right], \quad x > 0$$

என்ற திணவுச் சார்பலனைப் பெறுகின்றதெனில், α ஆனது லாக் நார்மல் பரவலைப் பெறுகிறது என்கிறோம்.

5. விகிதாசார விளைக்கொள்கை (Proportional Effect Theory) :

$x_1 < x_2 \dots < x_n$ என்பது அடுத்தடுத்த காலக்கட்டங்களில் ஏற்படும் தொய்வு விரிசல்களின் அளவுகளைக் குறிக்கும் ராண்டம் மாறிகளின் அடுக்குத் தொடராக அமையட்டும். விரிசலின் அளவு x_n ஆக வளரும்போது, அப்பகுதியானது செயலற்றுப்போகிறது. தோல்வியின் விகிதாசார விளைவுக் கொள்கையானது, i ஆவது நிலையில் ஏற்படும் $x_i - x_{i-1}$ என்ற விரிசல் வளர்ச்சி (crack growth) முந்தைய நிலையில் ஏற்படும் விரிசல் அளவு x_{i-1}க்கு விகிதாசாரமாக அமையும் என்று கூறுகிறது. இந்த கூற்று எல்லா நிலைகளுக்கும் பொருத்தமானதொன்றாகும். எனவே $x_i - x_{i-1} = \delta_i x_{i-1}$

$i = 1, 2 \ldots n$. இவ்விடத்து χ_0 = விரிசலின் தொடக்க அளவு என்றமைந்து, பகுதியிலுள்ள வெற்றிடம், குமிழ்கள் என வரையறுக்கப்படும்.

$\delta_1, \delta_2 \ldots$ என்பன தனித்தனவான நேரெண்ணுக அமையும் ராண்டம் மாறிகளாகும்.* இம் மாறிகள் எல்லா i-க்கும் ஒரேமாதிரியான பரவலைப் பெற்றிருக்கவும் முடியும்; பெற்றிருக்க முடியாமலும் அமையும்.

எனவே, $\chi_n = (1+\delta_n)(1+\delta_{n-1}) \ldots (1+\delta_i)\,\chi_o$

அல்லது $\log \chi_n = \sum_{i=1}^{n} \log (1+\delta_i) + \log \chi_o$

எனவே, நடு எல்லைத்தேற்றத்தின்படி (n என்பது பெரிதாயின்) $\log \chi_n$ என்பது தோராயமாக இயல்நிலைப் பரவலாக அமைகிறது. எனவே χ_n என்பது லாக் நார்மல் பரவலைப் பெறுகிறது.

[* குறிப்பு: லாக் நார்மல் பரவலானது, நீண்ட ஆயுட்கால அளவில், ஒரு குறையும் தோல்வி விதத்தைப் பெற்றுள்ளது. எனவே, லாக் நார்மல் பரவலானது இயந்திரங்கள் அல்லது பொருள்களின் தொய்வுடன் இயல்நிலைகளுக்கு ஏற்றதாய் அமையுமா என்பது சந்தேகத்துக்குரிய ஒன்றாகும். எனவே, லாக் நார்மல் பரவலானது, அதனது கணித இயல் தன்மையினுல் ஒரு தோல்விப் பரவலாக அமைவதைத் தவிர எத்தகைய சிறப்பையும் உடையதாயிருப்பதாய் கருத முடியாது. எனினும், கால அளவு பற்றிய பரவல்களைச் சீர்ப்படுத்த லாக் நார்மல் பரவலானது சிறந்த இழைவை அளிக்கும் வண்ணம் தோன்றுகிறது.]

5. காமா பரவல் (Gamma Distribution)

$$f(\chi) = \frac{\lambda^{\alpha}}{\Gamma\alpha}\, t^{\alpha-1}\, e^{-\lambda t}, \quad t > 0$$

என்ற அடர்த்திச் சார்பலனக் கொண்ட ஒரு ராண்டம் மாறியானது காமா பரவலைப் பெறுகிறது என்று கூறப்படுகிறது.

5-1. இணைவு இழைக் கொள்கை (Parallel Strand Theory)

தோல்வியின் மிக நலிந்த இணைவுக் கொள்கைக்கு மாறுபடும் விதத்தில், இணைவு இழைக் கொள்கையானது ஒவ்வொரு பகுதியும் பல்வேறு உப பகுதிகளை, எவ்வாறு ஒரு கயிற்றில் பல்வேறு இழைகள் அமைகின்றனவோ அதேபோன்று அமைவதாகக் கொள்கிறது. எனவே, கயிற்றிலுள்ள கடைசி இழை அறுபடும் வரையில் கயிறு அறுபடுவதில்லை என்றே கொள்கிறோம். எனவே, பகுதியின் குணப் பண்பு ஆயுட் காலத்தின் அமைவு முறை, எல்லா உப பகுதிகளின் ஆயுட்கால முறையின் சேர்வாக அமைகிறது.

$f(x)$ மற்றும் $g(x)$ என்பன உப பகுதி மற்றும் முழுமைப் பகுதியின் நிகழ்தகவுஅடர்த்திச் சார்பலன் என்று கொள்க.

$$g(X) = [f(x)]^{n*}$$

$$[f(x)]^{n*} = [f(x)]^{*} \quad [f(x)]^{n-1*}$$

$$= \int_0^{\alpha} f(X-t).\ f_{(t)}^{*(n-1)}\, dt.$$

எனவே, உபபகுதியானது ஓர் அடுக்கு அடர்த்திச் சார்பலனைக் அமைந்தால்,

$$f(t) = \lambda \exp[-\lambda t],\ t > 0$$

$$[f(X)]^{2*} = \int_0^{X} \lambda e^{-\lambda t} \cdot \lambda e^{-\lambda(X-t)}\, dt$$

$$= \int_0^{X} \lambda^2 e^{-\lambda t}\, d$$

$$= x\lambda^2 e^{-\lambda X}$$

$$[f(x)]^{3*} = \lambda^3 \int_0^t t\, e^{-\lambda t}\, e^{-(x-t)\lambda}\, dt$$

$$= \frac{x^2}{2} e^{-\lambda x} \lambda^3$$

$$[f(x)]^{4*} = \lambda^3 x^3 \frac{e^{-\lambda x}}{3!}$$

$$[f(x)]^{n*} = x^{n-1} e^{-\lambda x} \lambda^n / \Gamma n$$

இது ஒரு காமா பரவலாகும்.

5-2. பொதுவான காமா பரவல் (General Gamma Function)

$$f(x) = \frac{P}{a^d \,\Gamma d/P}\, x^{d-1} e^{-(x/a)^P} \;;\; a, d, p > 0, x \leq 0$$

என்ற நிகழ்தகவுப் பரவலை x என்ற ராண்டமாறி பெற்றிருப்பின், x ஆனது ஒரு பொதுமைப்படுத்தப்பட்ட காமா பரவலாக அமைகிறது என்கிறோம்.

குறிப்பு :

$d = p : I$ எனில், இப் பரவல் ஓர் அடுக்குப் பரவலாகும். $d = I$ எனில் இது ஒரு வீபுல் பரவலாகும்.

6. ஓர மதிப்புச் சார்பலன் (Extreme Value Function)

X என்ற ராண்டம் மாறியின் மீதான மதிப்புகளின் தனித்த அடுக்குத் தொடராக $x_1, x_2 \ldots\ldots x_n$ என்பது அமையட்டும்.

$Y_n =$ மீப்பெருமம் $(X_1, X_2 \ldots X_n)$

$Z_n =$ மீச்சிறுமம் $(X_1 \ldots\ldots X_n)$

$y_n = y$ என்பதின் தொடர்ந்து இணையாது சீராக அணுகிச் செல்லும் பரவல் ஆனது

$$F(y) = \exp\left[- e^{-\left(\frac{y-\mu}{\sigma}\right)}\right], -\infty < y < \infty$$

எனவும்,

$z_n = z$ என்பதன் பரவல்,

$$F(z) = 1 - \exp\left[e^{-\left(\frac{\chi-\mu}{\sigma}\right)}\right] - \infty < \geq < \infty$$

என்பதாகும்.

$\frac{y-\mu}{\sigma}$ அல்லது $\frac{2-\mu}{\sigma} = u$ என்பது குறைக்கப்பட்ட அல்லது தரப்படுத்தப்பட்ட ஓர மதிப்புப் பரவலாக அமைகிறது என்கிறோம்.

யுருதி 6-1: $h(t) = \alpha\, re^{nt}, \alpha > 0, r > 0$ என்றமையட்டும்.

$$\therefore \quad f(t) = \alpha\, r e^{nt} e^{-\alpha(e^{nt}-1)}$$

அல்லது $F(t) = 1 - e^{-\alpha(e^{rt}-1)}$

$e^{rt} - 1 = e^{z/\sigma}$, $\alpha = e^{-\mu/\sigma}$ என்று அமைந்தால், இதனை ஓர மதிப்புப் பரவல் என்கிறோம்.

குறிப்பு :

(1) v என்பது அளவை சுட்டுறுப்பாகும் (Scal eparameter)

$h(t) = \alpha\, e^{t}$ என்பதையும் பயன்படுத்துகிறோம்.

$h(t) = 2re^{rt}$ எனப்படும் முறை, திருத்தப்பட்ட ஓர மதிப்புப் பரவல் (Modified extreme value distribution) எனப்படும்,

(2) $h(t)$, ஆனது t-ன் மதிப்பைச் சார்ந்து ஏறுமுகமாக அமைகிறது.

ஓர மதிப்புப் பரவலின் ஒரு குறிப்பிட்ட செயலாக்கம் (An Application of Extreme Value Distribution)

எடுத்துக்காட்டு :

ஒரு திரவ விசை இயந்திரத்தின், தகன அறையின் கட்டுமான பொருளாக, உலோக குழாய் பயன்படுத்தப்படுகிறது. அக் குழாய்களே, தகன அறையைக் குளிர்வு செய்வதற்காகப் பொருளாக, எரிபொருள், இயக்கிகளை உடையதாயுள்ளன. அக் குழாய்களின் தடிப்பு மிகக் குறைந்தனவாக அமைதல் அவசியம். ஏனெனில், மிகக் குறைந்த தடிப்பே குளிர்வு திரவத்திற்குப் போதுமான அளவு வெப்பம் கடத்தப்படுதற்கேதுவாக அமையும். மிக மெல்லிய தடிப்பு கொண்ட அக் குழாய்களின் சுவர்களில், கடுமையான வெப்பத்தின் பயனாய் எழும் வாயுக்கள், எரிபொருள் தகன அறையினுள் கசிந்து செல்வதற்கான வாய்ப்பினை ஏற்படுத்துவதால், சிறிய துளைகளை உண்டாக்குகின்றன. இவ்வாறு துளைகள் ஏற்படின் அதனை ‘ தோல்வி ’ என்று உணருகிறோம். இத்தகைய சூழ்நிலைகளில் விசை இயந்திரத்தின் இயங்குதன்மை விரும்பத்தகாத விளைவுகளை ஏற்படுத்துகின்றது. இந்த வடிவமைப்பானது, குழாய்களின் உட்சுவரில் உண்டாகும் மிக நுண்ணிய பல்வேறு ஆழங்களைக்கொண்ட குழிகளைக் கருத்தில் கொள்கிறது. ஒவ்வொரு குழியின் ஆழமும், குழாயில் ஒரு துளை ஏற்படும் வரை அதிகரித்துக்கொண்டே செல்லும். எனவே, ஒரு குழியானது, போக்குக்குழாயில் ஒரு துளையை ஏற்படுத்திய உடன், தோல்வி நிகழ்ந்துவிட்டது என்று கொள்கிறோம். குழியானது, ஒரு துளையாக மாறுவதற்குரிய நேரமானது, குழாயின் தடிப்பு மற்றும் குழியின் முதல் ஆழம் இவற்றிற்கு இடையேயான வித்தியாசத்திற்கு நேர் விகிதத்தில் அமைகின்றது என்றும், குழிகளின் தொடக்க ஆழம் ஓர்

அடுக்கு நிகழ்தகவுப் பரவலைப் பெறுகிறது என்றும் கொண்டால், தோல்விக்கான நேரத்தின் பரவலாக ஓர மதிப்புப் பரவலை அடைகிறோம்.

தீர்வு (Derivation)

D என்பது குழியின் தடிப்பாகவும், di என்பது i ஆவது குழாயின் தொடக்க ஆழம் எனவும் கொள்க. i ஆவது குழிக்கான தோல்விக்கான நேரம் $ti = K\ (D-di)$ என்று கொள்க. $di\ (i=1,2...N)$ இவை ஒரு வெட்டப்பட்ட அடுக்குப் பரவலிலிருந்து பெறப்பட்ட ராண்டம் கூறு எனில்,

$$1-F(d) = P(pi \geq d)$$

$$= \frac{e^{-\lambda d} - e^{-\lambda d}}{1-e^{-\lambda d}}$$

$F(D)$ என்பது d-ன் பரவலாகும்,

$$G(t) = P(t_i < t)$$

$$= P\left(di \geq \frac{D-t}{k}\right)$$

$$= \frac{e^{-\lambda t/k} - 1}{e^{\lambda D} - 1}$$

t = தோல்விக்கான நேரம்.

t = மிகச்சிறுமம் $ti\ (i = 1,2...N)$

தோல்வியானது, குழியின் ஆழம் துளையாக மாறிய உடன் கொள்ளப்படுவதால்,

$$P[t \leq T] = H(T)$$

$$= 1-1-[G(T)]^N$$

$G\ (T)$ என்பது எந்த முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து கூறு எடுக்கப்பட்டதோ, அம் முழுமைத்தொகுதியின் பரவல் சார் பலனாகும்.

N ஆனது மிகப்பெரிய மதிப்பை உடையது என்று கொள்ள ஏதுவாகிறது.

$$N \to \alpha,\ \ H\ (T)\ \sim 1 - e^{-NG\,(T)}$$

$$H\ (T)\ \sim\ 1 - \exp\left[-\frac{N\,(e^{\lambda t/k} - 1)}{e^{\lambda D} - 1}\right]$$

$$\alpha = N/e^{\lambda D} - 1,$$

$r = \lambda/k$ என்றமைத்தால்,

$$H\ (T) \sim 1\ e^{-\alpha\ (e^{rt-1})},\ T > 0$$

$H^1\,(T) \sim \alpha\ r\ e^{rT}\ e^{-\alpha}\ (e^{\ rT} - 1)$ என ஓரமதிப்புப் பரவலாக அமைகிறது,

விளக்கம் :

ஓர் உண்மையான நிலையில் கீழ்கண்ட மதிப்புக்கள் பெறப் படுகின்றன.

$$D = 2 \times 10^{-2}\ in$$

$$K = 10^{7}\ \text{விநாடிகள்}$$

$$\lambda = 4 \times 10^{2}\ in^{-1}$$

$$N = 3 \times 10^{8}$$

$$\lambda D = 8$$

$e^{-\lambda D}$ ஆனது மிகக்குறைவானது அல்லது

$$P\,[di \geq d] = e^{-\lambda d}$$

$$1/\lambda = \text{சராசரி குழி ஆழம்}$$

$$= 0.0025.$$

(i) பிழை ஏற்படாமல் போவதற்கான நிகழ்தகவு $R = 0.5$ எனில், தகன நேரத்தின் அளவைக் கணக்கீடு செய்வோம்.

$$H(T) = 1 - R$$

$$= 1 - \exp\left[\frac{-3\times 10^{3}}{3\times 10^{8}}\left(e^{4\times 10^{-5}} - 1\right)\right]$$

$R = 0.5$ எனில், $0.693 = e^{4\times 10^{-5}t} - 1$

அல்லது $t = 13{,}200$ விநாடிகள்

(ii) $R = 0.95$ எனக்கொண்டு கணக்கிட்டால் $t = 1260$ என்றாகிறது.

7. வெட்டப்பட்ட இயல்நிலைப் பரவல் (Truncated Normal Distribution):

$$f(x) = \frac{1}{a\,\sigma\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad 0 < x < \infty$$

என்ற அடர்த்திப் பரவல் கொண்ட ராண்டம் மாறி x ஆனது, வெட்டப்பட்ட இயல்நிலைப் பரவலாக அமைகிறது என்கிறோம்.

குறிப்பு :

$h(\hat{T})$ என்பது $t \to \infty$ என்கையில் அதிகரிக்கிறது.

8. கம்பல் (Gambel) பரவல்

6.1-ல் கொடுக்கப்பட்டுள்ளவாறு, கூறிலுள்ள மிகச்சிறிய மதிப்பின் பரவல்

$$F(Z) = 1 - \exp\left[-e^{\left(\frac{Z-\mu}{\sigma}\right)}\right]$$ என்பது கம்பல் பரவல் எனப்படுகிறது.

வகை 1 : $$f(Z) = \frac{1}{\sigma}\exp\left[\frac{Z-\mu}{\sigma} - e^{\left(\frac{Z-\mu}{\sigma}\right)}\right]$$

என்ற அடர்த்திச் சார்பலன் கொண்டது முதல் வகையாகும்.

9. வெட்டப்பட்ட அடுக்கு வடிவமைப்பு (Truncated Exponential Model)

X என்பது, $f(x,\theta) = 1/\theta \; e^{-x/\theta}$

$$= (1 - e^{-x_0/\theta}) \quad 0 \leq x \leq x_0$$

$$= 0, \text{ மற்றபடி}$$

என்ற நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பலனைப் பெற்றிருப்பின் அதனை வெட்டப்பட்ட அடுக்கு வடிவமைப்பு என்கிறோம்.

10. அழுத்தம் மற்றும் வலிமைக்கான ஆய்வு (Stress *vs.* Strength Analyses)

$f(X)$ மற்றும் $g(X)$ இவை வலிமை மற்றும் அழுத்தத்திற்கான இயல்நிலை நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பலன்கள் என்று கொள்க இவற்றின் சராசரிகள் முறையே m_1, m_2 எனவும், திட்டவிலக்கங்கள் σ_1 மற்றும் σ_2 எனவும் கொள்க. m_1 மற்றும் m_2 இவை முறையே σ_1, σ_2 இவற்றைப் பொறுத்த விதத்தில் பெரியவை. ஆதலின், அழுத்தம் மற்றும் வலிமைக்கு மாறெதிரான மதிப்புகளையும் கொள்கை அளவில் அளிக்கிறோம். ஏனெனில், இவை ஏற்படுவதற்கான நிகழ்தகவு மிகமிகக் குறைந்ததாகும்.

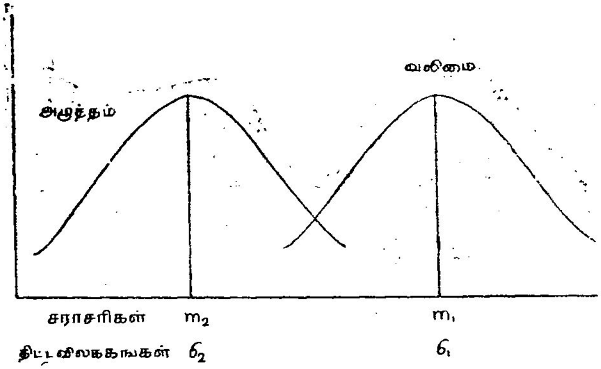
$\xi = x - y$ என்பது இயல்நிலைப் பரவலாகும். இதன் சராசரி $(m_1 - m_2)$ திட்டவிலக்கம் $\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$

$P(x > y) = Pr[\xi > 0]$ = நம்பகமை R_1,

$$R_1 = \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma_1^r + \sigma_2^r})} \right] \int_0^\infty \exp \left\{ -\frac{1}{2} \frac{(t - m_1 + m_2)^r}{(\sigma_1^r + \sigma_2^r)} \right\} dt$$

$$= \phi \left[\frac{m_1 - m_2}{\sqrt{\sigma_1^r + \sigma_2^r}} \right.$$ ϕ என்பது தரப்படுத்தப்பட்ட இயல்

நிலை மாறியின் பரவல் சார்பலனாகும்.



படம் 53

சுட்டுருப்புகளை மதிப்பீடு செய்தல் (Estimation of Parameters)

1. அடுக்குப் பரவல் : $t_1, t_2 \ldots t_n$ என்பன 'n' தனித்த மதிப்புகள் என்று கொள்க. L என்பது நிகழும் தன்மை சார் பலனாகட்டும்.

$$L = \theta^{-n} e^{-\Sigma ti/\theta}$$

$$\log L = -n \log \theta - \Sigma ti/\theta$$

$$\partial \log L / \partial \theta = -n/\theta + \Sigma ti/\theta^2$$

அல்லது $\hat{\theta} = \sum t_i/n$

மேலும் $E(\hat{\theta}) = \theta$

$$\log f = -\log \theta - t/\theta$$

$$\partial \log f/\partial\theta = -1/\theta + t/\theta^2, \frac{\partial^2 \log f}{\partial \theta^2} = 1/\theta^2 - t/\theta^3$$

$$E\left(\frac{\partial^2 \log f}{\partial \theta^2}\right) = -1/\theta^2, \quad V(\hat{\theta}) \geq \theta^2/n$$

ஆனல் $V(t) = \theta^2/n$. எனவே, $\hat{\theta} = t$ என்பது θ க்கான மிகத் திறமையான மதிப்பீடு என்கிறோம். மேலும், $\hat{\theta}$ என்பது சராசரி θ, திட்டவிலக்கம் $\theta/\sqrt{n}$ என தொடர்ந்து இணையாது அணுகிச் செல்லும் பரவலாக அமைகிறது.

மற்றும் $2n \times \hat{\theta}/\theta \; \chi^2_{2n}$ ஆகும்.

θ-க்கான நம்பிக்கை இடைவெளி :

$$\chi^2_{\alpha/2, 2n} = \chi^2_A, \quad \chi^2_{1-\alpha/2, 2n} = \chi^2_B.$$

என்பவற்றை $100\,\alpha/2\%$ கீழ் மற்றும் மேல்மட்டப் புள்ளிகளாகக் கொள்க. கைவர்க்கப் பரவலின் வரையற்ற

$$Pr\left[\chi^2_A < \frac{2n\hat{\theta}}{\theta} < \chi^2_B\right] = 1 - \alpha$$

அல்லது $Pr\left[\frac{2n\hat{\theta}}{\chi^2_B} < \theta < \frac{2n\hat{\theta}}{\chi^2_B}\right] = 1 - \alpha$

இவ்வாறு நம்பிக்கை இடைவெளி அமைக்கிறோம்.

2. காமா பரவல்

$$f(x, \lambda, \alpha) = \lambda^{\alpha} x^{\alpha-1} e^{-\lambda x}, \quad x>0, \alpha>0, \lambda>0$$
$$= 0, \quad \text{மற்றபடி}$$

$$\log L = \alpha n \log \lambda - n \log \overline{|\alpha} + (\alpha - 1) \sum \log x_i - \lambda \Sigma x_i$$

$$\frac{\partial \log L}{\partial \alpha} = n \log \lambda - n \chi(\alpha) + \Sigma \log x_i = 0$$

$$\frac{\partial \log L}{\partial \lambda} = \alpha n/\lambda - \sum xi = 0, \quad \chi(z) = \frac{d \log \overline{|z}}{dz}$$

$$\chi(\alpha) = \log(\alpha -) + \frac{1}{24(\alpha -)^2}, \quad \alpha \geq 2$$

$$\therefore \hat{\alpha} = \frac{\hat{\lambda}}{n} \Sigma x_i \qquad \ldots (1)$$

$$\hat{\lambda} = \exp \left[\chi(\hat{\alpha}) - 1/n \sum \log x_i\right] \qquad \ldots (2)$$

மேலும், $\exp[\chi(\alpha)] = (\alpha -)\left[1 + \frac{1}{24(\alpha -)^2}\right]$

$$= (\alpha -) + \frac{1}{24(\alpha -)} \quad \left\{ \begin{array}{l} e^x = 1 + x \\ x \text{ என்பது சிறிதானால்} \end{array} \right\}$$

$\hat{\omega} = \alpha - 1/2$ என்று அமைக்க. (1) மற்றும் (2)

$$\hat{\omega} = -1/2 + \hat{\lambda}/n \times \Sigma x_i \qquad \ldots (3)$$

$$\hat{\lambda} = \left(\hat{\omega} + \frac{1}{2\Delta \hat{\omega}}\right) (\pi X_i)^{-1/n} \qquad \ldots (4)$$

(3) மற்றும் (4) யைத் தீர்க்க, $\hat{\lambda}$, $\hat{\omega}$ எனவே $\hat{\alpha}$ இவற்றை அடைகிறோம்.

திருப்புதிறன்கள் முறை (Method of moments)

$$E(X) = \alpha/\lambda$$

$$V(X) = \alpha/\lambda^2$$

$\bar{x}$ மற்றும் s^2 [$(n-1)$ வகுக்கும் எண்], α இவற்றைக்கொண்டு α மற்றும் λ வைப் பெறுகிறோம்.

எடுத்துக்காட்டு:

ஒரு மின்விசை உற்பத்தி இயந்திரத்தின் தோல்விக்கான நேரத்தின் பரவல் காமா பரவலாக அமைகிறது என்று மதிப்பீடு செய்யப்படுகிறது. மேற்குறிப்பிட்ட வகை சார்ந்த ஏழு இயந்திரங்கள் தோல்விக்கான நேரமாக 100, 110, 150, 175, 185, 200 மற்றும் 220 மணிகளைப் பெற்றுள்ளன என்று கண்டறியப்படுகிறது. α மற்றும் λ வை மதிப்பீடு செய்க.

தீர்வு :

$$\bar{x} = 162.9, \quad \frac{\Sigma (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = 2032$$

$$\therefore \alpha/\lambda = 162{\cdot}9, \quad \alpha/\lambda^2 = 2032$$

$$\left.\begin{array}{l} \therefore \hat{\lambda} = \dfrac{162.9}{2032} = 0.0802 \\ \hat{\alpha} = 13{\cdot}06 \end{array}\right\}$$

இவை திருப்புதிறன்கள் முறையினால் பெறப்படும் மதிப்பீடுகள்.

$\hat{\alpha}$, $\hat{\lambda}$ இவற்றின் மாறுபாடு மற்றும் இணைமாறுபாடு (Variance and covariance of $\hat{\lambda}$ and $\hat{\alpha}$) n-ன் பெரிய மதிப்புகளுக்கு

$$\text{var}\ (\hat{\alpha}) = \alpha\ (\alpha-1)/n$$

$$\text{var}\ (\hat{\lambda}) = 2\lambda^2/n$$

$$\text{cov}\ (\hat{\alpha}, \hat{\lambda}) = \lambda\ (2\alpha - 1)/n$$

வீபுல் பரவல், மீப்பெரும நிகழ்தன்மை முறை

$$f(t) = \alpha \lambda\, t^{\alpha-1} e^{-\lambda t^{\alpha}}, \quad t>0,\ \alpha>0,\ \lambda>0$$

$$\log L = n \log \alpha + n \log \lambda + (\alpha-1)^n \sum_{t=1}^{n} \log t_i - \lambda \sum_{i=1}^{n} t_i^{\alpha}$$

$$\frac{\partial \log L}{\partial \lambda} = n/\alpha + \sum \log t_i - \lambda \sum t_i^{\alpha} \log t_i = 0$$

$$\frac{\partial \log L}{\partial \lambda} = n/\lambda - \sum t_i = 0$$

α மற்றும் λ இவைகளின் மதிப்பீடுகளை, $\hat{\lambda} = n/\Sigma t_i^{\alpha}$ ... (1)

$\hat{\alpha} = n/(\hat{\lambda}\Sigma t_i^{\alpha} \log t_i - \Sigma \log t_i)$ ... (2)

இவற்றின் மூலம் பெறுகிறோம்.

உயிரின் பரவல் அடுக்குப்பரவலாகும் என்ற ஊகம் உண்மையானதா என்பதற்கான சோதனைகள் (Tests for the validity of the assumption that the underlying distribution of life is exponential)

1. வரைபட முறை (Graphical Procedure)

ஒரு மாறெதிரான அடுக்குப் பரவலுக்கு (Negative Exponential Distribution)

$$F(t) = 0, \ t < 0$$

$$= 1 - e^{-t/\theta}, \ t \geq 0$$

$Y = \log \dfrac{1}{1 - F(t)} = t/\theta$ அதாவது $y = \log \dfrac{1}{1 - F(t)}$ என்ற

சார்பலனை t-க்கு எதிராக ஒரு வரைபடத்தில் குறித்தால், சரிவு $1/\theta$ எனக் கொண்ட ஒரு நேர்கோட்டைப் பெறுகிறோம். அடுக்குத் தன்மையிலிருந்து விலகுவதற்கான சோதனையையே வரைபடமுறை விளக்குகிறது.

உயிர் சோதனையில் 'n' பொருள்களைக் கருத்தில் கொள்கிறோம். $t_1 \leq t_2 \ldots \leq t_n$ என்றும் கொள்க. வரைபடத்தை அமைக்கையில் $F(t_i)$-ன் மதிப்பு, t_i உடன் $F(t_i) = i/n+1$ என்று தொடர்புறுகிறது. ஏனெனில் $E\{F(t_i)\} = i/n+1$ அடுக்குப் பரவல் சரியானதெனில் வரைபடத்தில் குறிக்கப்படும் புள்ளிகள் சேர்க்கப்பட்டால் (0, 0) வழியே செல்லும், நேர்

கோடாகிறது. சோதனையானது t_r $(r \leq n)$ என்ற காலத்தில் நிறுத்தப்படின், (அதாவது r ஆவது தோல்வி நிகழ்கையில்), t_r வரையில் ஒரு சிறந்த நேர் போக்காக அமைகிறது.

திணிவானது, இரண்டு சுட்டுறுப்பு கொண்ட அடுக்குப் பரவல் என,

$$f(t, \theta, A) = 1/\theta e^{-(t-A)/\theta}, \quad t \geq 0, A \geq 0$$

$$= 0, \text{ மற்றபடி}$$

என்றிருக்கட்டும்.

$$y = \log \frac{1}{1 - F(t, \theta, A)} = \frac{t - A}{\theta}$$

இவ்விடத்தும் ஒரு நேர்கோட்டுப் போக்கினைப் பெறுகிறோம். ஆனல் இந் நேர்கோடு ஆதாரப் புள்ளி (0, 0) வழியாகச் செல்வதில்லை.

மொத்த ஆயுட்களின் நியந்தனைப் பரவலை அடிப்படையாகக் கொண்ட ஒரு கொள்கை :

பாய்சான் செயற்பாங்கின் ஓர் அடிப்படைத் தன்மை :

(*i*) ஒரு குறிப்பிட்ட காலம் ‘ T ’-க்கு ஒரு பாய்சான் செயற் பாங்கை ஒருவர் அனுசரிக்கையில், (o, T) என்ற இடைவெளியில் ‘ r ’ நிகழ்ச்சிகள் ஏற்பட்டு, $T_1 \leq T_2 \ldots \leq T_r \leq T$ எனில், இந்தக் காலங்கள், (o, T) என்ற இடைவெளியில் சீரான பரவலாக (uniform distribution) அமைந்து ராண்டம் மாறிகளிலிருந்து பெறப்பட்ட ‘ r ’ தனித்த மதிப்புகள் எனக் கருதப் படலாம். ‘ r ’-ன் மதிப்பு ஓரளவு பெரிதாயின், $\sum_{i=1}^{r} T_i$ என்பது தோராயமாகச் சராசரி $r\,T/2$, மாறுபாடு $r\,T^2/12$ எனக் கொண்ட இயல்நிலைப் பரவலாக அமைகிறது.

(*ii*) ஒரு பாய்சான் பரவலைச் சரியாக ‘ r ’ நிகழ்ச்சிகள் ஏற்படும் வரை ஒருவர் அனுசரிக்கையில் $T_1 \leq T_2 \ldots \leq T_r$

எனில், பின்னர் $T_1, T_2 \ldots T_{r-i}$ என்னும் $(r-1)$ ராண்டம் மாறிகள் கருதப்படலாம். இம் மதிப்புக்கள் $(0\ T_r)$ என்ற இடை வெளியில் சீரான பரவலாக அமைந்த ராண்டம் மாறிகளி லிருந்து பெறப்பட்ட $(r-1)$ மதிப்புகள் எனப்படலாம். r ஓரளவு

பெரிதாயின். $\sum_{i=1}^{r-1} T_i$ என்பது சராசரி $\frac{(r-1)\ T_r}{2}$, மாறுபாடு

$(r-1)\ T_r^2/12$ என்ற விதத்தில் ஓர் இயல்நிலைப் பரவலாக தோராயமாக அமைகிறது.

ஆயுட்காலக் கணிப்புகளில், பாய்சான் செயற்பாங்கிற் கென மேற்கொள்ளப்படும் குறிப்புகள், சோதனையில் தோல்வி யடைந்த பொருள்கள் மீண்டும் உடனுக்குடன் பூர்த்தி செய்யப்படும் நிலையிலும் சரியானதாகவே அமையும். எனவே, இதன் பயனுய் மாறிலி வீதம் n/θ எனக் கொண்ட ஒரு பாய்சான் செயற்பாங்கு எழுகிறது. n என்பது சோதனைக்குட் படுத்தப்படும் பொருள்களின் எண்ணிக்கை. தோல்வியடைந்த பொருள்கள் பூர்த்திசெய்யப்படாவிடில், நாம் மொத்த ஆயுட்கள் $T\ (T_i)$யையே தோல்விக்கான காலங்கள் T_i-க்குப் பதிலாகக் கருதுகிறோம். $T\ (T_i) = i$ ஆவது தோல்விக்கான மொத்த அனுசரிக்கப்படும் ஆயுட்காலம் என்று கொள்க.

$$T\ (T_1) \leq\ T\ (T_2) \ldots\ldots \leq T\ (T_r)$$

$$T\ (T_1) = n\ T_1,\ \ T\ (T_2) =\ T_1 + (n-1)\ T_2\ \ldots\ldots$$

$$T\ (T_r) = \sum_{i=1}^{r} T_i + (m-r)\ T_r$$

$T(T_1)$, $T\ (T_2)$ எனப்படும் மொத்த ஆயுட்கள் $(0,\ T^*)$ என்ற இடைவெளியில் சீரான பரவலாக அமைந்த ராண்டம் மாறியின் தனித்த மதிப்புகள் என்று கொள்ள முடியும். 'r' ஆவது தோல்வி நிகழ்ந்தவுடனேயே, ஆயுட் சோதனை முடிவுறுகிறது எனில், $(r-1)$ ராண்டம் மாறிகள் $T\ (T_1) \ldots\ldots T\ (T_{r-1})$, $[0, T, (T_r)]$ என்ற இடைவெளியில் சீரான அடர்த்திப் பரவலிலிருந்து பெறப்பட்ட மதிப்புகள் என்று கொள்ள முடியும்.

3. நிபந்தனை தோல்வி விதத்தினை அடிப்படையாகக் கொண்ட சோதனை :

ஒரு மாறெதிரான அடுக்குப் பரவலுக்கு, $(0, t)$ என்ற இடைவெளியில் தோல்வி ஏற்படாத போது, $(t, t + dt)$ யில் தோல்வி ஏற்படுவதற்கான நிபந்தனை நிகழ்தகவு 't' யைச் சாராமல் விளங்குகின்றன. இந்த நிகழ்தகவு

$$\frac{f(t)}{[1 - F(t)]} dt = \frac{1}{\theta} \frac{e^{-t/\theta}}{e^{-t/\theta}} dt = dt/\theta,$$

இந்தக் குறிப்பின் செயல்நிலை முக்கியத்துவம் யாதெனில் நாம் ஏராளமான 'N' அளவு பொருட்களுடன் தொடங்கினு கிடை அச்சை $(0, T)$, $(T, 2T)$, $(2T, 3T)$...... ஒன்று பிரிவு செய்து, n_1, n_2, n_3...... இவை மேற்கண்ட பிரிவுகளில் முறையே அமையும் பொருட்களின் எண்ணிக்கையெனில்,

$$n_1/N \cdot \frac{n_2}{N - n_1}, \frac{n_3}{N - n_1 - n_2} \cdots\cdots \frac{n_k}{N - n_1 \ldots + n_{k-1}}$$

என்பது ஒரு குறிப்பிட்ட மாறிலி மதிப்பையெட்டி, நியாயமான எல்லைகளுக்குள் மாறுபடுகின்றன. அம்மாறிலி மதிப்பே, தோல்வி விதம் எனப்படும்.

4. எப்போதும் நாம் பயன்படுத்தும் கைவர்க்க நேர் போக்குக்கான சிறந்த பொருந்து சோதனை.

நம்பகமை சார்பலனுக்கான நம்பிக்கை எல்லைகள்
(Confidence Limits for the Reliability Function):

1. தேற்றம் :

$\hat{\theta}$ என்பது θக்கான கொள்கை மாறுத மதிப்பீடு என்றும், $G(\theta)$ என்பது θ வைச்சார்ந்த சார்பலன் என்றும் கொண்டால்

$$E[G(\hat{\theta})] = G(\theta) + 0(1/n)$$

$$V[(G\hat{\theta})] = \left(\frac{\partial G}{\partial \theta}\right)^2_{\partial = \theta} \text{var}(\hat{\theta}) + \theta(1/n^{3/2})$$

$\hat{\theta}, \hat{\lambda}$ இவை θ மற்றும் λ க்கான கொள்கை மாறுத மதிப்பீடுகள் என்றும், $G(\theta, \lambda)$ என்பது θ, λ வில் அமைந்த சார்பலன் என்றும் கொண்டால்.

$$E[G(\hat{\theta}, \hat{\lambda})] = G(\hat{\theta}, \lambda) + 0(1/n)$$

$$V[G(\hat{\theta}, \hat{\lambda})] = \left(\frac{\partial G}{\partial \theta}\right)^2 \text{var } \theta + \left(\frac{\partial G}{\partial \lambda}\right)^2 \text{var } \lambda + 2\frac{\partial G}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial G}{\partial \gamma} \text{cov } (\hat{\theta}\,\hat{\theta})$$

2. அடுக்குப் பரவல் : மதிப்புக்கள் $t_1, t_2 \ldots tn$ எனக் குறிப்பிட்டு, $T = t_1 + t_2 + \ldots tn$ என்று அமைக்க

(a) சரியான முறை (Exact Method) : $\hat{\theta}_c = 2n\,\hat{\theta}/\chi^2{}_{2n,\ 1-r}$ என்பது θ க்கான கீழ் நம்பிக்கை எல்லையெனில், $R(\hat{\theta}_0)$ $= \exp\{-T\chi x^2{}_{2n},\ 1_{-r}/2\hat{n}\theta\}$ என்பது $R(\theta$ க்கான கீழ் நம்பிக்கை எல்லையாகும். $\hat{\theta} = \hat{t}$ ஆகும்.

$\hat{\theta}$ என்பது θ க்கான மீப்பெரும் நிகழும் தன்மை மதிப்பீடு எனில், $R(\hat{\theta})$ என்பது $R(\theta)$ க்கான மீப்பெரும நிகழ்தன்மை மதிப்பீடாகும்.

(b) தோராயமான முறை (Approximate Method) :

$$E(\hat{R}) = e^{-T/\theta} = R\,;\ \sigma_R = \sqrt{\text{var}\hat{R}} = T/\theta\sqrt{n}\ e^{T^-/\theta}$$

இப்போது (c_1, c_2) என்ற நம்பிக்கை இடைவெளியை $e^{-T/\theta}$ $= R(\theta)$ க்கு பெறுகிறோம். இதனைப் பெற,

$$\frac{\hat{R} - R(\theta)}{\sqrt{\text{var }\hat{R}}} \wedge N(0, 1)$$

என்ற கோட்பாட்டைப் பயன்படுத்துகிறோம்.

. நம்பிக்கை இடைவெளி, $\hat{R} \pm Z \sqrt{\operatorname{var} \hat{R}}$ என்னும் விதத்தில் அமைகிறது. Z பொருத்தமானதாக தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறது. அல்லது $e^{-T/\hat{\theta}}(1 + Z\, T/\theta\sqrt{n})$ என்றமையும்.

2. வியுல் பரவல் :

α-ன் மதிப்பு தெரிகையில் நேரான முறை :

$$1/\hat{\lambda} = \sum t^{\alpha}/n; \quad F(t) = 1 - e^{-\lambda t^{\alpha}}$$

$$Z = t^{\alpha}$$

$$P[Z \leq y] = P(t^{\alpha} \leq y) = P(t \sum y^{1/\alpha})$$

$$\text{அல்லது} \quad P(Z \leq y) = 1 - e^{-\lambda y}$$

Z என்பது ஓர் அடுக்குப் பரவலைப் பெறுகிறது.

மாதிரி அளவு 'n' எனக்கொண்ட அடுக்குப்பரவலிலிருந்து பெறப்பட்ட கூறின் சராசரி $x^2\, 2n$ பரவலைப் பெற்றுள்ளது.

$$P\left[\frac{2n\lambda}{\hat{\lambda}} \leq y\right] = P\left[\chi^2\, 2n \leq y\right]$$

$$P\left[\chi^2 \geq \chi^2\, 2n,\ \alpha\right] = \alpha$$

$$\therefore P\left[\chi^2 \leq \chi^2\, 2n,\ 1-r\right] = 1-\gamma$$

$$P\left[2n\lambda/\hat{\lambda} \leq \chi^2\, 2nd,\ 1-r\right] = \alpha$$

$$P\left[\lambda \leq \frac{\hat{\lambda}}{2n}\, \chi^2\, 2n,\ 1-r\right] = r$$

$$\exp\left[-\lambda t^{\alpha}\right] \geq \exp\left\{-\frac{\hat{\lambda} t^{\alpha}}{2n}\, \chi^2\, 2n,\ 1-r\right\}$$

அல்லது $P\{R(T)\} \geq \exp\left\{-\hat{\lambda}\, t^{\alpha}\ \chi^2_{2n,\ 1-r}\right\} = r$

இதன்மூலம் $R(T)$ க்கான நம்பிக்கை இடைவெளியைப் பெறுகிறோம்.

எடுத்துக்காட்டு:

$$n=7,\quad 2=4.669,\quad \hat{\lambda}=3.04238 \times 10^{11}$$

$T=100$ என்று கொள்க. $X^2_{14,0.10} = 21.064$

T க்கான கீழ் எல்லை $= 100$ மணிகள்

$$\hat{R}_L = \exp\left\{\frac{-(3.04238\times 10^{-11})-100^{4.669})(21.064)}{14}\right\}$$

$$= e^{-0.0997}$$

$$= 0.905$$

காமா பரவல்:

$$f(t,\gamma,\alpha) = \frac{\lambda^{\alpha}\, t^{\alpha-1}\, e^{-\lambda t}}{\Gamma\alpha},\ t>0,\ \alpha,\ \lambda>0.$$

$\alpha/\lambda=\beta$ க்கான மீப்பெரும் நிகழ்தன்மைக்கு மதிப்பீடு $\Sigma ti/r$ என்றளிக்கப்படுகிறது.

$2n\,\hat{\beta}\,\lambda$ ஒரு $\chi^2_{2n\alpha}$ என அமைகிறது என்று காட்ட முடியும்.

$$\therefore\ P\left(2n\,\hat{\beta}\,\lambda \leq \chi^2_{2n\alpha,\ 1-r}\right) = r$$

$$Pr\left[\lambda \leq \frac{\chi^2_{2n\alpha,\ 1-r}}{2n\,\beta}\right] = r$$

இதனை λக்கான மேல் நம்பிக்கை எல்லை என்கிறோம்.

$$R(T) = \int_T^{\infty} f(t, \lambda, \alpha)\, dt$$

$$= \int_{\lambda T}^{\infty} \frac{u^{\alpha - 1} e^{-u}}{\Gamma\alpha}\, du = r(\lambda T)$$

இது λவில் அமைந்த குறைந்து செல்லும் சார்பலனாகும்.

U என்பது λ க்கான மேல் கட்டாக (upper bound) அமையின், $\gamma(UT)$ என்பது $\gamma(\lambda T) = R(T)$ என்பதற்கான கீழ் கட்டாகும்.

$$\therefore\ P\left[R(T) \geq r\left(\frac{T\chi^2_{2n\alpha,\,1-r}}{2n\beta}\right)\right] = \gamma.$$

எடுத்துக்காட்டு:

$$T = 100,\quad n = 7,\quad \hat{\beta} = 162.9,\quad \hat{\alpha} = 13.7,\quad r = 90\%$$

$$\chi^2_{2n\alpha,\,0.10} = \chi^2_{191.8,\,0.10}$$

nன் மதிப்பு மிகப் பெரிதாயின் $\sqrt{2\chi^2_n} \wedge N(\sqrt{2n-1}, 1)$

Z_{1-r} என்று குறிப்பிடின் (i) $Z \wedge N(0\ 1)$,
(ii) Prob $[Z > Z_{1-r}] = \gamma$

$$\therefore\ Z_{1-r} = \sqrt{2\chi^2_{n,\,1-r}} - \sqrt{2n-1}$$

அல்லது $\chi^2_{n,\,1-r} = \frac{1}{2}(Z_{1-r} + \sqrt{2n-1})^2$

$$r = 0.90.\quad 2n\alpha = 191.8$$

$$\chi^2_{191.8,\,0.10} = \tfrac{1}{2}(1.282 + \sqrt{382.6})^2 = 217{\cdot}2$$

எனவே $T \quad \frac{\chi^2 2n\ \alpha,\ 1-r}{2n\ \hat{\beta}} = \frac{100\ (217.2)}{14\ (162.9)} = 9.52$

மேலும், $R(T) = 1 - \sum_{K=2}^{\infty} \frac{(\hat{\lambda}T)^k - e^{-\hat{\lambda}T}}{k!}$

மோலினு அட்டவணையைப் பயன்படுத்தின், $\hat{\lambda}T = 9.52$, $\hat{\alpha} = 13.7$

$R(T) = 0.122$, அல்லது $\hat{R} = 1 - 0.122 = 0.878$

குறிப்பு:

உண்மையான நம்பகமையைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணக்கீடு செய்யலாம்.

$$T = 100, \quad a = \hat{\lambda}T = (0.0841)\ (100) = 8.41$$

$$C = \hat{\alpha} = 13.7; \quad R = 1 - 0.05924 = 0.941$$

a மற்றும் *c* மதிப்புக்கள் மோலினு அட்டவணையிலிருந்து பெறப்படுகின்றன.

இயல்நிலைப் பரவல் :

$\bar{X}$ என்பது மாதிரி சராசரியாகவும், S^2 என்பது மாதிரி மாறுபாடாகவும் அமையட்டும். இம்மாதிரியானது இயல்நிலைப் பரவலிலிருந்து ராண்டகமாகப் பெறப்பட்டது.

$$\hat{R} = 1 - \phi\left(\frac{T - \bar{X}}{S}\right)$$ என்று வரையறை செய்க.

ϕ என்பது குவிந்த தரப்படுத்தப்பட்ட இயல்நிலைப் பரவலாகும்.

R க்கான கீழ் நம்பிக்கை எல்லையைப் பெறுதல்:

$$\frac{\hat{R} - R}{\sqrt{\text{var}\ \hat{R}}} \quad \wedge \quad N(0,1)$$

$$V(\hat{R}) = \phi^2/n \left[1 + \tfrac{1}{2} \left(\frac{T-U}{\sigma} \right)^2 \right]$$

$$\phi = \phi \left(\frac{T-U}{\sigma} \right) = 1 / \sqrt{2\Pi} \exp \left[- \tfrac{1}{2} \left(\frac{T-U}{\sigma} \right)^2 \right]$$

எடுத்துக்காட்டு :

200 வாட் திறனுள்ள 50 மின்சார விளக்குகள் ஒவ்வொன்றும் தோல்வியடையும் வரையும் (பயனற்றுப்போகும் வரை) சோதிக்கப்படுகின்றன. தோல்விக்கான காலமானது தோராயமாக, தெரியாத சராசரி μ, திட்டவிலக்கம் σ காற்றுடன் இயல்நிலைப் பரவலாக அமைகிறது என்று ஊகம் செய்யப்படுகிறது. $\bar{X} = 1500$, $s = 100$ (வகுத்தல் $n = 100$). ஒரு விளக்கு 200 மணிக்கு முன்பு பயனற்றுப் போகாது என்பதற்கான நிகழ்தகவு 'R'க்கான 90% கீழ் நிகழ்தகவு எல்லையைக் கண்டறிக.

$$R = 1 - \phi \left(\frac{1200 - 1500}{100} \right) = 1 - \phi(-3) = 0{\cdot}99865$$

$$[\text{var}(\hat{R})]^2 = 0.00147$$

$$\therefore \hat{R}_L = 0.99365 - 1.282 (\cdot 00147)$$

$$= 0{\cdot}9968$$

இரு புறத்த குறியீடுகள் :

$$\text{Prob}\ [T_1 < \times < T_2] = R$$

$$= \phi\left(\frac{T_2 \quad u}{\sigma}\right) - \phi\left(\frac{T_1 - \mu}{\sigma}\right)$$

$$R = \phi \left(\frac{T_2 - \bar{X}}{s} \right) - \phi \left(\frac{T_1 - \bar{X}}{s} \right)$$

$$V(\hat{R}) = \frac{1}{n} \left[\phi_1^2 (1 + \tfrac{1}{2} \Delta_1^2) + \phi_1^2 (1 + \tfrac{1}{2} \Lambda_2^2) - 2\phi_1 \phi_2 (1 + \Delta_1, \Delta_2) \right\}$$

$$\phi i = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\tfrac{1}{2} \left(\frac{Ti-\mu i}{\sigma}\right)^2 \right] \quad i=1, 2$$

$$\Delta i = \frac{Ti-\mu i}{\sigma}$$

இதனைப் பயன்படுத்தி நம்பிக்கை இடைவெளிகளை அமைக்கலாம்.

எடுத்துக்காட்டு :

ஒரு விசை இயந்திரத்தின் மீது அளிக்கப்பட இருக்கும் விசையின் குறியீடு எல்லைகள் 20,000 lbs $\pm$ 3 χ என்று அமைகின்றன. ராண்டம் மாதிரியாக அமைந்த 20 இயந்திரங்கள் சோதிக்கப்படுகின்றன. $\bar{X}$=19,900, S = 290 என்று பெறப்படுகின்றன. விசை இயந்திரம் விசை தேவைகளைப் பூர்த்தி செய்வதற்கான நிகழ்தகவுக்கான கீழ் நம்பிக்கை எல்லையை 90%ல் அமைக்கவும் :

தீர்வு :

$$\Delta_2 = \frac{T_2 - \bar{X}}{S} = \frac{20600 - 19900}{250} = 2{\cdot}8$$

$$\Delta_1 = \frac{T_1 - \bar{X}}{S} = \frac{19400 - 19900}{250} = -2.0$$

$$\hat{R} = \phi\,(2{\cdot}8) - \phi\,(-2) = 0{\cdot}97469$$

$$\phi_1 = 0{\cdot}05399, \quad \phi_2 = 0{\cdot}00792$$

$$\text{var}\,(\hat{R} = 0{\cdot}00053, \quad \sqrt{\text{var}\,\hat{R}} = 0{\cdot}023$$

$$\therefore\ \hat{R}_L = 0{\cdot}9747 - 1{\cdot}282\,(.0230) = 0{\cdot}9452$$

நம்பகமைப் பாதுபாட்டிற்கான ஒரு முறை :

n உப அமைப்புகளைக் கொண்ட ஒரு தொடர் அமைப்பைக் கருத்தில் கொண்டு, அவற்றின் நம்பகமைகளை R_1, R_2...R_n என்று குறிப்பிடுவோம். பின்னர் அமைப்பு நம்பகமை $R = R_1\, R_2 ... R_n$. R-ன் மதிப்பை, $\bar{R} > R$ என்னும் விதத்தில் உயர்வாக்க விரும்புகிறோம். எனவே குறைந்தது ஒரு R-ன்

மதிப்பையேனும் உயர்த்த வேண்டியுள்ளது. எனவே இதற்கென சிறிது முயற்சி தேவைப்படுகிறது. இம்மாதிரியான முயற்சியை, மீச்சிறுமமாக்கும் (விரும்பிய $\bar{R}$-ன் மதிப்பைப் பெற) வகையில் அமையும் முறை கீழ்க் கண்டவாறு அமையும்.

முயற்சி சார்பலனின் வடிவமைப்பு (Model of an Effort Function) :

ஒரு முயற்சி சார்பலனை $G(R, \bar{R})$ என்று குறிக்கலாம். இச்சார்பலன் நம்பகமையை R-லிருந்து $\bar{R}$-க்கு உயர்த்த தேவையுள்ள முயற்சியைக் குறிக்கும். இதனைப் பொதுவாக $G(X, Y)$ என்றும் குறிக்கலாம்.

ஒரு கணித வடிவமைப்பிற்கான ஊகங்கள் :

$G(x, y) \geq 0$, $G(X, Y)$ என்பது

X-ன் மதிப்பு குறிப்பிட்டதாய் அமைகையில். Y-ல் குறையாத சார்பலனாய் அமையும். மற்றும் Yன் மதிப்பு குறிப்பிட்டதெனில். $G(x, y)$ x-ல் குறையாத சார்பலனாகும். (1)

அதாவது, $G(0{\cdot}35, 0{\cdot}65) \leq G(0{\cdot}35, 0.75)$

$$G(0{\cdot}25. 0{\cdot}65) \geq G(0{\cdot}35, 0{\cdot}65)$$

$x \leq y \leq z$ எனில் $G(x, y) + G(y, z) = G(x, z)$ (2)

இவை பொதுவான ஊகங்கள் எனினும், இம் முறையில் $G(o, x)$ என்பது $h(x)$ என்ற வகையீட்டை, $h(x)$ என்பது அதிகரிக்கும் வகையில் y-ல் அமைந்த சார்பலன் என்ற விதத்தில், பெற்றுள்ளது.

$$(0 < x < 1) \tag{3}$$

என்ற ஊகமும் கொள்ளப்படும்.

$G(x, y)$ ன் ஒரு பயனுள்ள வடிவம் :

$$G(O, y) = G(O, x) + G(x, y)$$

$$\frac{d\,G(O, y)}{dy} = \frac{d\,G(x, y)}{dy}$$

எனவே $\frac{d\,G(x,y)}{d\,y}$ என்பது முன் சார்பாக அமைந்த சார்பலனே, yயைப் பொறுத்த மட்டில் தொகையீடு காண,

$G(x,y) = H(y) + C(x)$; [$C(x)$ என்பது x ன் சார்பாக மட்டும் அமைந்தது.]

$$G(x,y) = G(x,x) + G(x,x) \text{ எனவே } G(x,x) = 0$$

$$\therefore \quad G(x,x) = H(x) + C(x) \text{ அல்லது } C(x) = -H(x)\,;$$

எனவே, $G(x,y) = H(y) - H(x)$.

எடுத்துக்காட்டாக, (i) $G(x,y) = y^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{1}{2}}$

$$\text{(ii)} \quad G(x,y) = a \log \frac{1-x}{1-y}, \quad 0 \leq x \leq y, \quad a > 0$$

$$= 0, \; x \geq y$$

பாதுபாட்டிற்கான முறை :

(1) ஒவ்வொரு உப அமைப்பும் ஒரே முயற்சி சார்பலன் $G(x,y)$ யைப் பெற்றுள்ளது.

(2) $R_{(1)}, R_{(2)} \ldots R_{(n)}$ என்னும் விதத்தில் நம்பகமைகளை வரிசைப்படுத்தவும். இவை ஏறு வரிசையில் அமையட்டும்.

(3) $R_{(1)}, R_{(2)} \ldots R_{(k)}$ எனப்படும் ஒவ்வொரு நம்பகமையையும் $\bar{R}_0$ என்ற ஒரு மதிப்பிற்கு உயர்த்துக. இவ்விடத்து k மற்று $\bar{R}_0$ கீழ்க்கண்டவாறு தீர்மானிக்கப்படுகின்றன.

K என்பது.

$$R_{(j)} < \left[\frac{R}{\prod_{i=j+1}^{n+1} R_{(i)}} \right]^{\frac{1}{j}} = r_j \; (R_{n+1} = 1)$$

மற்றும் $R_o = \frac{\bar{R}}{\prod_{i=KH}^{n+1} R(i)}$ என்னும் விதத்தில் அமைந்த j-ன் மீப்பெரும மதிப்பே 'k' ஆகும்.

இதனால் முயற்சி சார்பலன் $\sum_{i=1}^{n} G(R_i, \bar{R}_i)$ என்பது,

$\prod_{i=1}^{n} \bar{R}_i = \bar{R}$ என்ற நிபந்தனைக்குட்பட்டு, மீச்சிறுமமாகும்

புதிய அமைப்பு நம்பகமை $= R_0^k\, R_{k+1} \ldots R_n = \frac{\bar{R}}{R_{k+1} \ldots R_n} = \bar{R}$

என்று காண முடிகிறது.

எடுத்துக்காட்டு :

$R_1 = 0{\cdot}70, \quad R_2 = 0{\cdot}80, \quad R_3 = 0{\cdot}90$

$R = 0.504$. இந்த மதிப்பு $\bar{R} = 0{\cdot}65$ என்ற மதிப்பிற்கு உயர்த்த வேண்டின்

$$r_1 = \left[\frac{0{\cdot}65}{(\cdot 80)\ (\cdot 90)}\right]^1 = 0{\cdot}903$$

$$r_2 = \left(\frac{0{\cdot}65}{0{\cdot}90}\right)^{\frac{1}{2}} = (0{\cdot}722)^{\frac{1}{2}} = 0{\cdot}850$$

$$r_3 = \left(\frac{0{\cdot}65}{1{\cdot}00}\right)^{\frac{1}{3}} = 0{\cdot}866$$

எனவே. $f = 2, \quad \bar{R}_0 = r_2 = 0{\cdot}850$

எனவே மிகவும் உகந்த பாகுபாடானது கீழ்க் கண்ட நிலையில் பெறப்படும்.

உப அமைப்பு 1-ன் நம்பகமையை 0·70 லிருந்து 0·85 க்கும் உப அமைப்பு 2-ன் நம்பகமையை 0·80லிருந்து 0·85க்கும் உப அமைப்பு 3-ன் நம்பகமையை மாற்றுமலிருக்கும் போதும்.

குறிப்பு :

மிகப் பெரிது முகந்த வழியைப் பின்பற்றுவதற்குப் பதிலாக ஏதேனும் ஓர் உப அமைப்பின் நம்பகமையை விருப்பப்படி உயர்த்தியும பிரச்சினையைத் தீர்க்கலாம்.

$$\bar{R}_1 = \frac{0.65}{(0\cdot80)(0\cdot90)} = 0.903$$

முயற்சி சார்பலன் $G(x, y) = \log \frac{1-x}{1-y}, 0 \leq x \leq y \leq 1$

$= 0 \qquad , x = y$ எனில்.

என்பதைப் பயன்படுத்தி, முயற்சியை அடையலாம்.

மிகப் பெரிதுமுகந்த நிலையில் முயற்சி $= \log \frac{0\cdot3}{0\cdot15} + \log \frac{0\cdot2}{0\cdot5} = 3$

$= 3 \log 2 - \log 3$

$= 0\cdot43$

விருப்பப்பட்ட நிலையில், $\log \frac{0\cdot3}{0\cdot091} \qquad = 0\cdot4903$

$= 0\cdot49$

அதாவது 12·2% உயர்வான நம்பகமையை விருப்பப்பட்ட நிலையில் பெறுகிறோம்.

ஆயுட்கால கணிப்பு (Life Testing) — கணிதப்பின் குறிப்பு (Mathematical Appendix):

1. **குறியீடு (Notation) :**

X-நமது ஆய்வின் கீழுள்ள குணப் பண்பு, எடுத்துக்காட்டாக, உயிரிலிருந்து (இயக்க நேரம்) தோல்வி வரை.

$f(x; 0)$ — தோல்வி அடர்த்திச் சார்பலன்

அடுக்கு உருப்படிவம் (Exponential Model) ஆனது, தோல்வி வீதம் மாறிலியாக அமையுங்கால், பொருத்தமானதாக அமைகிறது.

அடுக்கு உருப்படிவம் (Exponential Model) :

$$f(x; \theta = 1/\theta e^{-x/\theta} \quad X \geq \theta, \theta \geq 0$$

$$= \qquad X \angle 0 \text{ எனில்}$$

2. $f(x; \theta)$ வின் வகைகளீடுகள் (Derivatives in $f(x, \theta)$]

$$E(x) = \int_0^{\infty} x/\theta e^{-x/\theta} dx = \theta$$

$$V(x) = \left[\int_s^{\infty} x^2/\theta e^{-x/\theta} d\theta\right] - \theta^2$$

$$= 2\theta^2 - \theta^2$$

$$= \theta^2$$

குவிந்த அலைவெண் பரவல் =

$$F(x) = \int_0^x f(x, \theta)\, dx = 1 - e^{-x/\theta}$$

குணப்பண்புச் சார்பலன் $= (1 - i t \theta) - 1$

3. சோதனை முறை (Method of Testing) :

உயிர்ச் சோதனைக்கென 'n' பொருட்கள் எடுத்துக் கொள்ளப்படுகின்றன. rஆவது தோல்விக்குப்பின்னர் சோதனை நிறுத்தப்படுகிறது. ஒவ்வொரு முறை தோல்வி ஏற்படும் போதும், தோல்விக்கான நேரம் குறிக்கப்படுகிறது. இந்தச் சோதனையை இரு வழிகளில் மேற்கொள்ளலாம். (i) தோல்வியைத் தழுவிய பொருட்கள் மீண்டும் சோதனையில் சேர்க்கப்

படுவதில்லை அதாவது ஈடுசெய்யப்படுவதில்லை. (ii) தோல்வியைத் தழுவிய பொருட்கள் உடனடியாக ஈடுசெய்யப்படுகின்றன.

மேற்கண்ட இரு முறைகளிலும் சுட்டுறுப்பு θ மதிப்பிடப் படும் விதம் கீழ்க்கண்ட வகையில் விளக்கப்பட்டுள்ளது.

4. தோல்வியைத் தழுவிய பொருட்கள் ஈடுசெய்யப்படாத நிலையில் θவின் மதிப்பீடு :

4 1 : எல்லா பொருட்களும் ஒரே சமயத்தில் சோதனையிடப்படும்போது அம்மதிப்புக்கள் ஏறுவரிசையாக அதாவது சிறிய மதிப்பு முதலில் என்னும் விதத்தில் அமைகின்றன. rஆவது மதிப்பை tr என்று குறிப்பிடுக.

நிகழ்தன்மை சார்பு $L(t_1, t_2 \ldots t\,r;\ \theta)$

$$= \frac{n!}{(n-r)!} \frac{e^{-t_1/\theta}}{\theta} \frac{e^{-t_2/\theta}}{\theta} \cdots \frac{e^{-tr/\theta}}{\theta} \left[1 - f(tr)_{k}\right]_{(n-r)}$$

$$= \frac{n!}{(n-r)!\,\theta^r} e^{-[t_1 + t_2 + \ldots t\,r + (n-r)\,tr]} \qquad (1)$$

$\frac{d \log L}{d\theta} = 0$ என்று கொள்ள, θ வின் மதிப்பீட்டை (θrn என்று குறிக்கப்படும்.)

$$\theta rn = \frac{t_1 + t_2 \ldots tr + (n-r)tr}{r}$$ என பெறுகிறோம்.

$$= \frac{\text{மொத்த குவிந்த உயிர்}}{r}$$

இப்பொழுது $\chi_1 = t_1, = \chi_2 = t_2 - t_1, \chi r = tr - tr$ என்று குறிப்பிடுக.

பின்னர் சமன்பாடு (1) மற்றும் $t_1 + t_2 + \ldots tr + (n-r)tr$

$$= \sum_{s=1}^{r} (n - i + 1) \chi_i$$

என்ற குறியீட்டின் வாயிலாக,

$\chi_1, \chi_2 \ldots \gamma_r$-ன் இணைந்த திணைவு சார்பலன்கள்,

$$= \frac{r}{\prod_{i=1}^{r} \left(\frac{n - i + 1}{\theta}\right)} e^{\frac{-(n - i + 1)\gamma_i}{\theta}}$$

எனக் காட்டலாம். எனவே (i) γ_i-க்களெல்லாம் தனித்தன.

(ii) $(n - i + 1)\gamma_i$ என்பது ஓர் அடுக்குப் பரவலே, பின்பற்றுகிறது என்று அறிகிறோம்.

$$\theta_{rn} = \sum_{i=1}^{n} \frac{(n - i + 1)y_i}{r} \tag{2}$$

x-ன் குணப் பண்பு சார்பலன் $(1 - i\, t\, \theta)^{-1}$ ஆதலின், சமன்பாடு (2)லிருந்தும் θ_{rn}-ன் குணப் பண்பு சார்பலன்

$$\left[\frac{1 - i\, t\, \theta}{r}\right]^n$$ என்று பெறுகிறோம்.

எனவே, θ_{rn}-ன் அலைவெண் பரவல்,

$$\left.\begin{aligned} fr(\gamma) &= \frac{1}{(r-1)!} (r/\theta)^r \gamma^{r-1} e^{-ry/\theta}, y \geq 0 \\ &= 0 \qquad\qquad\qquad\qquad , \text{மற்றபடி} \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

என்று பெறுகிறோம்,

4·2. θ_{kn}-ன் பண்புகள் (Properties of θ_{rn}) :

θ_{rn} ன் பண்புகளனைத்தும் சமன்பாடு (3) லிருந்து பெறப்படலாம்.

(i) $E(\theta_{rn}) = \theta$ (ii) $V(\theta_{rn}) = \theta^r{}_n/r$.

மேலும் θ_{rn} என்பது θ-ன் மிகத்திறம் வாய்ந்த, மீச்சிறும வேறுபாடு கொண்ட மதிப்பீடு என்றும் நிறுவ இயலும்.

4·3. காக்கும்நேரம் t^r (Waiting time t_r) :

r ஆவது தோல்வி வரை t_r என்பது காக்கும் நேரம் என்றிருக்கட்டும்.

$$t_r = (t_r - t_{r-1}) + (t_{r-1} - t_{r-2}) \ldots\ldots (t_2 - t_1)$$

$$= \sum_{i=1}^{r} \gamma_i$$

என்று பயன்படுத்த,

$$E(t_r) = \sum_{i=1}^{r} E(\gamma_i) = \theta \sum_{i=1}^{r} \frac{1}{(n - i + 1)^2}$$

$$V(t_r) = \sum_{i=1}^{r} V(\gamma_i) = \theta^2 \sum_{i=1}^{r} \frac{1}{(1 - i + 1)^2}$$

உதாரணம் : $n = 15$, $r = 4$ என்ற நிலையைக் கருத்தில் கொள்க.

$E(t_r)$ = எதிர்பார்க்கும் காக்கும் நேரம்

$$= \theta (1/15 + 1/14 + 1/13 + 1/12)$$

$$= \theta (0{\cdot}0667 + 0{\cdot}0714 + 0{\cdot}0769 + 0{\cdot}0833) = (0{\cdot}0983)\,\theta$$

$$= 0{\cdot}3\,\theta$$

4·4. χ^2 பரவலின் பயன்படு தன்மை : சமன்பாடு (3) லிருந்து, $\frac{2r\,\theta_{r,n}}{\theta}$ என்பது '2 r' வரையற்ற பாகைகளைக் கொண்ட கைவர்க்கப் பரவலாக அமைகிறது என்று நிறுவ இயலும். இந்த உண்மையே மதிப்பீட்டு முறையிலும், நம்பிக்கை இடைவெளி அமைப்பதிலும் பயன்படுத்தப்படுகிறது. இவை நம்பகமைப் பொறியியல் என்னும் பகுதியில் விளக்கப்பட்டுள்ளன.

4·5. சோதனை காலத்தில் திறம் அல்லது எதிர்பார்க்கும் சேமிப்பு (Efficiency or Expected Saving in Time of Testing) :

இரண்டு வித சோதனை முறைகளைக் கருத்தில் கொள்க-

(A) n பொருட்கள் எடுத்துக் கொள்ளப்பட்டு, r தோல்விகள் ஏற்பட்டவுடன் சோதனை முடிவுறுகிறது. r ஆவது தோல்வி வரையான மொத்த காக்கும் நேரத்தை t_r, n என்று குறிக்க.

(B) r பொருட்கள் எடுத்துக்கொள்ளப்பட்டு, எல்லா தோல்விகளுக்குப் பின்னரே சோதனை முடிவுறுகிறது. மொத்த காக்கும் நேரத்தை t_r, n என்று குறிப்பிடுக. பின்னர் $\frac{E(t_r, n)}{E(t_r, r)}$ என்பது முறை (A)மையப் பின்பற்றுவதால் சேமிக்கப்படும் காலத்தின் அளவாக அமையும்.

எடுத்துக்காட்டு :

முறை A : $n = 15, \quad r = 4$

முறை B : $n = r = 4$

$$E(t_4, 4) = \theta\,(1/1 + 1/2 + 1/3 + 1/4) = 2{\cdot}083\,\theta$$

முறை Aயைப் பயன்படுத்துவால், முறை Bயுடன் ஒப்பிடும் போது திறம் $= \frac{0{\cdot}3}{2{\cdot}085} = 0{\cdot}144.$

அல்லது முறை A ஆனது, முறை B கொள்வதில் 15% காலத்தையே கொள்கிறது.

பொதுவாக,

$$\frac{E(t_{rn})}{E(t_{rr})} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{r} \frac{1}{n-i+1}}{\sum\limits_{i=1}^{r} \frac{1}{r-i+1}}$$

5.0. தோல்வியைத் தழுவும் பொருட்கள் உடனடியாக ஈடு செய்யப்படும் போது 'θ' வின் மதிப்பீடு (Estimation of θ-Failure Items are Constantly Replaced) :

t_r மற்றும் γ_iக்கு முன்னர் பயன்படுத்திய அதே குறியீடுகளைப் பயன்படுத்த ஒவ்வொரு γ_i ம் தனித்தது, அதன் அலைவெண் பரவல் $n/\theta \, e^{-n t/\theta}$ என்று நிறுவ முடியும்.

நிரூபணம் :

(θ, t) என்ற இடைவெளியில், n பொருட்களில் ஒரு தோல்விக்கான நிகழ்தகவு = நிகழ்தகவு (ஒரு பொருள் தோல்வியடைதல் மற்ற $(n-1)$ பொருட்கள் தோல்வியைத் தழுவாமை)

$$= 1/\theta \, e^{-t/\theta} \frac{n\,!}{(n-1)\,!} \left(e^{-t/\theta}\right)^{n-1}$$

$$= n/\theta \, e^{-n t/\theta}$$

$\theta_{rn} = \dfrac{n\, t_r}{r}$ என்பதைக் கருதுக.

5·1. $E(\theta_{rn}) = n/r \, E(t_r) = n/r \sum_{1}^{r} \pm (\gamma_i) = n/r \sum_{1}^{r} \theta/n = \theta$

5·2. $V(\theta_{rn}) = \dfrac{n^2}{r^2} V(t_r) = \dfrac{n^2}{r^2} \sum_{t=1}^{r} V(\gamma_i) = \dfrac{n^2}{r^2} \Sigma\, \theta^2/n^2 = \theta^2/r.$

5.3. $F(t_r) = r\theta/n$

$V(t_r) = r\theta^2/n^2$

இந்த மூன்று சமன்பாடுகளையும், 4·3-ல் காணப்படும் சமன்பாடுகளுடன் ஒப்பிடுக.

6.0 பொறுமை இடைவெளி (Tolerance Intervel) :

பொறுமை இடைவெளி என்பது நம்பிக்கை இடைவெளியிலிருந்தும் நன்கு வேறுபடுத்திக் காட்டப்பட வேண்டும்.

வரையறை : முழுமைத் தொகுதியின் விகிதம் 'P' ஆவது, குறைந்தபடி, 100 ($t-\alpha$) நம்பிக்கையுடன், எந்த ஒரு இடைவெளியில் கட்டுண்டு விளங்குகிறதோ அந்த இடைவெளி 'பொறுமை இடைவெளி' எனப்படும்.

இதனின்றும் முற்றிலும் மாறுபடும் விதத்தில் நம்பிக்கை இடைவெளி என்பது, சுட்டுறுப்பின் மதிப்பினை கொடுக்கப் பட்ட நம்பிக்கையுடன் உள்ளடக்கி இருப்பதாகும்.

பொருட்களின் ஒரு விகிதம் P ஆனது உயிர் $\geq t_p$ என்று கொண்டுள்ளது என்று ஊகம் செய்துகொள்க.

பிறகு, $P =$ நிகழ்தகவு $\{ t \geq tp \} = 1/\theta \int_{t}^{\alpha} e^{-t/\theta} dt$

$= e^{-tp/\theta}$

அல்லது $tp = \theta \log_e 1/P$

$Tr = \sum_{i=1}^{r} ti + (n-r)\, tr$, தோல்வி பூர்த்தி செய்யப் படாவிடில்

$= ntr$ தோல்வி பூர்த்தி செய்யப்பட்டால்

பின்னர் $\theta rn = Tr/r$ (இரு நிலைகளிலும்)

எனவே, $\left[\frac{2\,Tr}{\chi^2\, \alpha/2\, {}^{2r}} \log_e (1/P) \; , \quad \frac{2\,Tr}{\chi^2\, {}_{1-\alpha/2,\, 2r}} \log_d (1/P) \right]$

என்பது

இருபுறத்த பொறுமை இடைவெளியாகும். மற்றும்

$t_p \geq \frac{2Tr}{\chi^2\, \alpha, 2r} \log_e (1/P) \; , \quad t_p \geq \frac{2Tr}{\chi^2\, 1\alpha/2, 2r} \log_e (1/P)$

என்பன ஒரு புறத்த பொறுமை இடைவெளிகளாகும்.

சோதனை முறை வகுக்கப்படும் விதம் (Deviation of a Test Procedure):

$H_0 : \theta = \theta_0$ என்பதை $H_1 : \theta = \theta_1$, ($\theta_0 > \theta_1$)-க்கு எதிராக சோதிக்க. நிகழ்தன்மை சார்பலனை $<$ எனவும், t_1, $t_2 \ldots tv$ என்பனவற்றை தோல்விக்கான நேரமாகவும் குறிக்கவும். தீர்வு கட்ட பகுதியானது,

$$\frac{L(t, t_2 \ldots tv_1\ \theta_1)}{L(t, t_2 \ldots tv, \theta_0)} > K$$

$$\text{அல்லது}\quad \frac{\left(\frac{1}{\theta}\right)^r e^{-[\Sigma ti + (n-r)tn]/\theta_1}}{\left(\frac{1}{\theta_0}\right)^r e^{-[\Sigma ti + (n-r)tr]/\theta_0}} > K$$

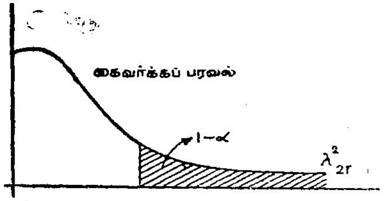
$$\text{அல்லது}\quad \left(\frac{\theta_0}{\theta_1}\right)^r e^{-r\hat{\theta}_{r,n}\left[\frac{1}{\theta_1} - \frac{1}{\theta_0}\right]} > K$$

எனவே $\theta_0 > \theta_1$ என்று பயன்படுத்த, கீழ்க்கண்ட முடிவை மேற்கொள்கிறோம். $\hat{\theta}_{r,n} \angle C$ எனில் H_0 யை நிராகரிக்க, $\hat{\theta}_{r,n} > C$ எனில் H_0 யை ஏற்றுக்கொள்க. E ஆனது நிர்ணயிக்கப்பட வேண்டிய மதிப்பாகும். $(1-\alpha)$ என்பது கிடைத்தன்மை மட்டமாகும்.

$\frac{2r\hat{\theta}_{r,n}}{\theta_0}$ என்பது $2r$ வரையற்ற பாகை கொண்ட கைவர்க்கப் பரவலாக அமைகிறது என்று கொண்டு

$$C = \theta_0 \frac{\chi^2_{1-\alpha,\ 2r}}{2r}$$ என்று பெறுகிறோம்.

இதனை குவிந்த உயிர் மூலமும், $Tv \angle A$ எனில் H_0 யை நிராகரிக்கவும், $T_v > A$ எனில் H_0 யை ஏற்றுக் கொள்ளவும்



படம் - 54.

என தீர்மானிக்கலாம், A-யின் மதிப்பு பொருத்தமாக நிர்ணயிக்கப்பட வேண்டும்.

2. கூறுகளைச் சோதிக்கும் மற்றும் குறைக்கும் முறைகள் (Methods of Testing Censoring of Samples) :

ஒரு கருவியின் ஆயுட் காலத்தைத் தீர்மானிக்க, அத்தகைய 'n' கருவிகளுடன் சோதனையைத் தொடங்குகிறோம் என்று கொள்க. சோதனையை r தோல்விகள் ஏற்பட்டவுடன் முடித்து விடுகிறோம் எனில் இம்முறையானது குறைத்தல் வகை I எனப்படும்.

r ஆவது தோல்வி வரை, மொத்த குவிந்த ஆயுட் காலத்தை T_r என்று குறிக்க. பின்னர் $\hat{\theta}_{rn} = T_r/r$. மேலும் $\hat{\theta}_{r,n}$ என்பது θ வின் நடுநிலை மாருத மதிப்பீடாகும்.

2.2. குறைத்தல் வகை II (Censoring type-II) : n கருவிகளுடன் சோதனையைத் தொடங்கி, முன்பே குறிக்கப்பட்ட மொத்த குவிந்த ஆயுட்காலம் Tயுடன் சோதனையை நிறுத்துகிறோம். T என்ற காலம் வரை ஏற்படும் தோல்விகளைக் கணக்கீடு செய்கிறோம். இந்த முறையானது குறைத்தல் வகை-II எனப்படும். பின்னர் $\hat{\theta}_{r,n} = T/r$ ஆனால் இம்மதிப்பீடு θவிற்கு ஒரு நிலை மாருதது அல்ல.

உண்மையில், $$E\,(\hat{\theta}_{rn}) = \theta - \frac{T' - e^{-T'/e}}{1 - e^{T'/e}} + n\cdot T'E\,(1/r) - T'$$

T' என்பது $T = \sum_{i=1}^{r} ti_e\,(n - r\,T'$ லிருந்து பெறப்படும்.

$$E\,(1/r) = \frac{n-2}{n\,(a-1)}$$ இவ்விடத்தில்

$$a = n - 1 \int_0^{T'} 1/\theta \; e^{-t/\theta}\, dt$$

$$= (n-1)\;(1 - e^{-T'/\theta})$$

3.0. ஒரு சோதனையின் துண்டிப்பு (Truncation of a Test) :

மேற்காணும் சோதனை முறையைக் கருத்தில் கொள்க. மேற்குறிப்பிட்ட முறையோடு சேர்த்து,

$r > r_0$ எனில் H_0யை நிராகரிக்கவும்,

$r \leq 0\, r_0$ எனில் H_0 யை ஏற்றுக் கொள்ளவும்,

என்றமையும் விதத்தில் r_0யை நிர்ணயிக்க முடிந்தால், சோதனையின் நேரம் குறைவானதாக அமைவதோடு மட்டுமன்றி, இம்முறை ' துண்டிப்பு ' (truncation) எனப்படுகிறது.

3.1. r-ன் நிர்ணயம் ;

α = உற்பத்தியாளரின் (producers risk)

β = துய்ப்பவரின் (consumers risk)

மேற்கூறப்பட்ட கருத்தில் பயன்படுத்தப்படும் மதிப்பு 'c' ஆனது

(i) நிகழ்தகவு $\left[\chi^2_{2r} > \frac{2\,r\,e}{\theta_0} \right] = 1 - \alpha$

(ii) நிகழ்தகவு $\left[\chi^2_{2r} > \frac{2rc}{\theta_1} \right] \leq \beta$

(iii) V மீச்சிறுமம்

என்றமையும் விதத்தில் நிர்ணயிக்கப்படும்.

$\frac{2r\,\hat{\theta}_{rn}}{\theta}$ என்பது $2\,r$ வரையற்ற பாகை கொண்ட கைவர்க்கப் பரவல் என அமைகிறது என்பதைப் பயன்படுத்துகிறோம்.

எனவே, (i) $2\,r\,c/\theta\chi_0 = \chi^2_{1-\alpha,\,2r}$

$$\text{அல்லது} \quad C = \frac{\theta_0\,\chi^2_{1-\alpha,\,2V}}{2r}$$

(ii) $2\,r\,c/\theta_1 \geq \chi^2_{\beta,\,2r}$

அல்லது $\theta_0/\theta_1 \chi^2_{1-\alpha, 2\beta} \geq \chi^2_{\beta, 2V}$

என்று பெறுகிறோம். அல்லது

$$\frac{\chi^2_{1-\alpha, 2r}}{\chi^2_{\beta, 2V}} \geq \theta_1/\theta_0$$

என்றிருக்கும் வண்ணம் மீச்சிறும r^1 தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறது.

எனவே α, β, θ_0 மற்றும் θ_1 கொடுக்கப்பட்டிருந்தால் n மற்றும் c நிர்ணயிக்கப்படலாம். இவையே அனுசரிப்பு மற்றும் நிராகரிப்பு முறைகளை உருவாக்குகின்றன.

ஆயுட்கால கணிப்பு—எடுத்துக்காட்டுக்கள் :

உதாரணம் 1 :

பத்து அலகுகள் உயிர் சோதனைக்கு உட்படுத்தப்படுகின்றன. தோல்வியைத் தழுவிய அலகுகள் மீண்டும் சேர்க்கப் படுவதில்லை. முதல் ஐந்து தோல்விகள் 50, 75, 125, 250 மற்றும் 300 மணிகள். உயிரின் புள்ளி மதிப்பீடு, 90% நம்பிக்கை இடைவெளி, $t = 400$ என்று கொண்டு நம்பகமைக் காண கீழ் நம்பிக்கை இடைவெளி, மதிப்பீடு இவற்றைப் பெறுக.

தீர்வு : θவின் மீப்பெரும நிகழ்தன்மை மதிப்பீடு

$$= \frac{50 + 75 + 125 + 250 + 300 + (10 - 5)\,300}{5}$$

$= 450$ மணிகள்

நம்பகமை சார்பலன் $= e^{-t/\theta}$

தேவைப்படும் நம்பகமை $= e^{-400/600} = 0.419$

θ-க்கான நம்பிக்கை இடைவெளி

$$\left[\frac{2r\hat{\theta}}{\chi^2_{0.95,\, 2r}},\quad \frac{2r\hat{\theta}}{\chi^2_{0.05,\, 2r}} \right]$$

அதாவது

$$\left[\frac{10 \times 460}{18.31}, \frac{10 \times 450}{3\ 94}\right] \text{ அல்லது } [\ 251.2,\ 1167.5\ ]$$

$t = 400$ எனில் நம்பகமைக்கான கீழ் நம்பிக்கை இடைவெளி மதிப்பீடு,

$$R_L = e^{-t/2r\hat{\theta}} \quad \chi^2_{0{\cdot}95,\ 2r}$$

$$= e^{-400/251.2} = 0.204$$

உதாரணம் 2 :

சென்ற எடுத்துக்காட்டில் உள்ள 5 அலகுகள் தோல்வியடைந்தவுடன் பூர்த்தி செய்யப்படுகின்றன என்று கொள்க. θ-க்கான இதே போன்ற மதிப்பீடுகளைப் பெறுக.

தீர்வு :

$$\hat{\theta} = \frac{n\,t\,r}{r} = 10 \times \frac{300}{5}\ 600 \text{ மணிகள்}$$

$$R = e^{-400/600} = 0{\cdot}512$$

$$R_L \qquad = e^{\frac{-400 \times 18{\cdot}31}{2 \times 5 \times 600}} = 0{\cdot}\ 293$$

உதாரணம் 3 :

எட்டு அலகுகள், நான்கு தோல்விகள் ஏற்படும் மட்டும் சோதனைக்கு உட்படுத்தப்படுகின்றன. தோல்வியைத் தழுவிய அலகுகள் மீண்டும் ஈடு செய்யப்படுவதில்லை. மேற்குறிப்பிட்ட சோதனைக்குத் தோல்விகள் 175, 250, 500, 600 மணிகள் எனில், சராசரி ஆயுட்காலம் 1200 மணிகளா என்பதைச் சோதிக்க. 90% நம்பிக்கை இடைவெளியை ஊகம் செய்து கொள்க.

தீர்வு :

ஆயுட்காலத்தின் மதிப்பீடு $= \hat{\theta}$

$$= \frac{175 + 250 + 500 + 600 + (4)(600)}{4}$$

$= 981\ 25$ மணிகள்

சூனிய எடுகோள் $H_0 : \ \theta_0 = 1200$

மாருன எடுகோள் $H_1 : \ \theta < 1200,$

$\hat{\theta} < \dfrac{\theta_0 \ \chi^2 \ 0.90, 2r}{2r}$ எனில் H_0யை நிராகரிக்கிறோம்.

$$\theta_0 \ \frac{\chi^2 \ 0{\cdot}90, 2r}{2r} = \frac{(200 \times 13{\cdot}36)}{8} = 2004 \text{ மணிகள்}$$

$\hat{\theta} = 981{\cdot}25 < 2004$ ஆதலின், H_0யை நிராகரிக்கிறோம்.

எனவே சராசரி ஆயுட்காலம் 1200 மணிகளுக்குக் குறைவானதே.

உதாரணம் 4 :

மேற்கண்ட எடுத்துக்காட்டில், $t = 100$ எனில், நம்பகமை 0·9 என்று அமைகிறதா என்பதைச் சோதிக்க.

தீர்வு :

சூனிய எடுகோள் : $\bar{R}\ (100) = 0\ 9$

மாறெதிரான எடுகோள் : $R\ (100) > 0{\cdot}9$

நம்பகமைச் சார்பலன் $= e^{-t/\theta}$

எனவே $R\ (100) = 0{\cdot}9$ என்பது, $t/\theta = 0.15$ அல்லது

$\theta = \dfrac{100}{0{\cdot}15}$ 667 மணிகளைக் குறிக்கிறது.

எனவே மேற்குறிப்பிட்ட சூனிய மற்றும் மாறெதிரான எடுகோளுக்கிணையாக, $H_0 : \theta_0 = 667$

$$H_1 > 667.$$

என்று உருமாற்றம் ஏற்படுகிறது.

$$\theta_0 \frac{x^2_{0.10,\, 2r}}{2r} = \frac{667\ 3.49}{8} = 291 \text{ மணிகள்}$$

எனவே. H_0யை ஏற்றுக்கொள்கிறோம். அதாவது $t = 100$ எனில், நம்பகமை 0·9 ஆகும்.

உதாரணம் 5: ஒரு மின் கருவியின் பகுதிகளைத் தோல்விக்கு ஈடு செய்யாமல் சோதிக்கையில் 5 தடவைகளில் பெறப்படும் தோல்விக்கான நேரம் 50, 75, 125, 250 மற்றும் 300 மணிகள் என்றமைகின்றன. வீபுல் தோல்வி உருப்படிவத்தை (Weibule failure model) $\beta = 1.2$ என்ற மட்டத்தில் ஊகம் செய்து கொண்டு, α வை மதிப்பிடுக. மேலும் $t = 400$ அலகுகள் எனில் நம்பகமையைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு :

$$\hat{\alpha} = \left[\sum_{i=1}^{5} t_i^{1.2} + (n-r)\, t_i^{1.2} \right] \Big/ 5$$

$$= \frac{2308.9 + 4693.7}{5} = 1400 \text{ அலகுகள்}$$

$$R = e^{-t^{\beta}/2} = 0.387 \quad (t = 400 \text{ எனில்})$$

உதாரணம் 6 :

குறைக்கப்பட்ட மதிப்புக்களைக் கொண்ட ஒரு சோதனையின் முடிவுகள் கீழ்க்கண்ட பட்டியலில் அளிக்கப்படுகின்றன. $MTBF$-க்கான 95% நம்பிக்கை இடைவெளி யாது?

நம்பகமை புள்ளி விவரக் குறிப்பு

தோல்விக்கான மணிகள்	திரும்பப் பெறுவதற்கான மணிகள்
1, 3, 10, 12, 16, 20	2, 15, 21, 29, 41,
23, 34, 36, 40, 63,	52, 65, 66, 83, 112.
78, 78, 83, 94, 102,	
111, 117, 118, 125.	

தீர்வு : $r = 20$

$$\hat{\theta} = \frac{\text{தோல்விக்கான மொத்த மணிகள் + திரும்பப் பெறுவதற்கான மொத்த மணிகள்}}{20}$$

$$= \frac{1650}{20} = 82.5$$

$$r_{0\cdot025, 40} = 24.4 \,, \quad r_{97\cdot55, 40} = 59.3$$

$MTBF$ க்கான நம்பிக்கை இடைவெளி $\frac{40\,(22.5)}{59\cdot3}$ லிருந்து

$\frac{40\,(82.5)}{24.4}$ அல்லது (55.6, 135.2)

உதாரணம் 7:

உதாரணம் 1 ன் புள்ளி விவரத்தைக் கொண்டு, 90% நம்பிக்கைக் கெழு கொண்ட, முழுமைத் தொகுதியின் 50%யை உடையதாயிருக்கும், பொறுமை இடைவெளியை அமைக்கவும்.

தீர்வு : $x^2_{\,0.9,\,10} = 2.56$

$$\left[\frac{2\,T}{x^2_{\,0.9,\,10}}\right] \log_e 1/P = \frac{2 \times 2300 \times \log_e (1/0.5)}{2.56}$$

$$= \frac{2 \times 2300 \times 0.6931}{2.56}$$

= 12450 மணிகள்

= 1245 மணிகள்

எனவே, (1245, ∞) என்ற இடைவெளி முழுமைத் தொகுதியின் 50%யை உடையதாயிருக்கிறது.

உதாரணம் 8 :

$\alpha = 0{,}05,\ \beta = 0.10$ எனக் கொண்டு, 25 பொருட்கள் சோதிக்கப்படுகின்றன.

$$H_0 :\ \theta_0 = 2000 \text{ மணிகள்}$$

$$\theta_1 = 500 \text{ மணிகள்}$$

என்ற சோதனைக்கான குறைத்தல் முறை (truncated) யாது?

தீர்வு : $\dfrac{\theta_1}{\theta} = 0.25$

$$Z = \frac{x^2_{0.95,2r}}{x^2_{0.1,2r}}$$ என்பதை $r = 5, 6, 4$-க்குக் கருதுக.

r	Z-ன் மதிப்பு
4	0.204
5	0·246
6	0.281

எனவே,

$$\frac{x^2_{0.95,\ 2r}}{x^2_{0.1,\ 2r}} > \theta_1/\theta_0$$ என்ற சமமின்மை (inequality)

மீச்சிறுமம் $r = 6$ என்ற புள்ளியில் பூர்த்தி செய்யப்படுகிறது.

மற்றும் $C = \dfrac{2000 \times 5\ 23}{12} = 872$

எனவே $r \geq 6$ அல்லது $\hat{\theta}_r < 872$ எனில்,

H_0 யை நிராகரிக்கவும்.

10. பராமரிப்பு அமைப்பின் நம்பகமை
(Reliability of Maintained Systems)

ஒரு பாய்சான் தோல்வி செயற்பாங்கு (A Poisson Failure Process):

ஊகங்கள் : (i) அமைப்பை 'n' கருவிகள் சேர்ந்து உருவாக்கியுள்ளன.

(ii) P_r [$t + dt$ என்ற இடைவெளியில் தோல்வி ஏற்படுகிறது] = 'a' dt

P_r [$t + dt$ என்ற இடைவெளியில் பழுது ஏற்படுகின்றது] = 'b' dt

P_r [$dt + t$ யில் இரு தோல்விகள் நிகழ்கின்றன] = 0

P_r [$t + dt$ யில் இரு பழுதுகள் ஏற்படுகின்றன] = 0

P_r [ஒரு பழுது மற்றும் ஒரு தோல்வி] = 0

மேலும் பழுதடைவதற்கான மற்றும் தோல்விக்கான நிகழ்தகவுகள் ஒன்றுக்கொன்று தனித்தன என்றும் கொள்க. இப்போது n கருவிகளைக் கொண்டமையும் அமைப்பின் நிலைகள் ஒரு மார்க்கோவ் தொடர் (Markov chain) மூலம் குறிப்பிடுவோம். அமைப்பிலுள்ள பழுது அடைந்துள்ள கருவிகளின் எண்ணிக்கையை 'k' என்று கொள்க.

அதாவது $K = 0$ ஒரு தோல்வி கூட இல்லை

$K = 1$ ஒரு தோல்வி

$K = n$ n தோல்விகள்

அமைப்பானது நிலை '0' விலிருந்தது. அதாவது தொடக்கத்தில் அமைப்பில் ஒரு தோல்வியுமில்லை என்பது கொடுக்கப்பட்டிருக்கும்போது, 't' என்ற காலத்தில் ஒவ்வொரு நிலையிலும் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைத் தீர்மானிப்போம். ஒரு

நிலையிலிருந்து அதற்கு மேலாக மற்றொரு நிலைக்கு செல்வதற்கான நிகழ்தகவு ($t + dt$ என்ற காலத்தில்) 'a' dt என்று அறிவோம். அதாவது, $t + d t$ யில் தோல்விக்கான நிகழ்தகவு 'a' dt ஆகும். $t + d t$ என்ற காலத்தில் ஒரு நிலையிலிருந்து மற்றொரு கீழான நிலைக்கு செல்வதற்கான நிகழ்தகவு 'b' $d t$. இந்த செயற்பாங்கை ஒரு மார்க்கோவ் அணியின் மூலம் குறிக்கலாம்.

பழுது பார்த்தல் இயலாது என்ற ஊகத்தை மேற்கொள்க இந்த எளியதொரு நிலையில்

	நிலை 0	1	2	3	…	$(n-1)$	n
$P = 0$	t 'a' dt	'a' dt	0		…	0	0
நிலை 1	0	t 'a' dt	'a' dt	0	…	0	0
2	0	0	t 'a' dt	'a' dt	…	0	0
3	0	0	0	$1 -$ 'a' dt	…	0	0
$n - 1$	0	0	0		…	t'a' dt	'a' dt
n	0	0				0	1

என்பது நிகழ்தகவுகளை அளிக்கிறது. குறிப்பிட்ட நிகழ்தகவுகளைப் பெறுவதற்கு கீழ்க்கண்ட முறையைப் பின்பற்றுகிறோம்.

$t + d t$ என்ற காலத்தில் '0' என்ற நிலையில் இருப்பதற்கு ஒரே வழியே உள்ளது. அதாவது 't' என்ற காலத்தில் அந்த இடத்திலேயும், $t + d t$ என்ற காலத்தில் ஒரு தோல்வியும் ஏற்படாமலிருத்தலும் ஆகும். $t + d t$ யில் ஒரு தோல்வியும் ஏற்படாமலிருப்பதற்கு ஏற்ற நிகழ்தகவு $1 - d t$ எனவே

$$P_0 (t + dt) = P_0 (t) (1 - \text{'}a\text{'}\, d t)$$

$t + d t$ யில், K ஆவது நிலையில் இருப்பதற்கு இரு வழிகள் உள்ளன. அதாவது t காலத்தில் K ஆவது நிலையில் இருத்தலும், ஒரு தோல்வி கூட ஏற்படாத நிலை மற்றும் $(K - 1)$ நிலையில் t என்ற காலத்தில் இருத்தலும். ஒரு தோல்வி நிகழுதலும் ஆகும்.

எனவே, $P_k(t+dt) = P_{k-1}(t)\text{`}a\text{'}\,dt + P_k(t)[1-\text{`}a\text{'}dt]$

$P_k(t) = v, K<0$ என்ற வரையறை செய்தல், $K=0$ என்ற சூழ்நிலையிலும் மேற்கண்ட சமன்பாடு பூர்த்தியாகிறது.

$$P_k(t+dt) - P_k(t) = P_{k-1}(t)\text{`}a\text{'}\,dt - P_k(t)\text{`}a\text{'}\,dt.$$

$$\frac{P(t+dt)-P(t)}{dt} = \text{`}a\text{'}[P_{k-1}(t) - P_k(t)]$$

$dt \to 0$ எனில் $P_k^1(t) = \text{`}a\text{'}[P_{k-1}(t) - P_k(t)]$

இதன் மூலம் 'n' தெரியாத மாறிகளிலமைந்த 'n' சமன் பாடுகள் கிடைக்கின்றன. எனவே எல்லா $Pi(t)$ க்களையும் அடைய முடிகிறது. எனவே லாப்லாஸ் உருமாற்றத்தைப் பயன்படுத்தி மேற்கண்ட எல்லா வகையீடு சமன்பாடுகளையும் தீர்வு செய்ய முடியும்.

$$P^1(S) = L[P^1(t)]\,SP=(s) - P(0)$$

நமது வகையில் $P_0(0)=1$, $P_k(0)=0$, $K \neq 0$ எனவே $K=0$ எனில், $\text{`}S\,P_0(S) - 1 + \text{`}a\text{'}\,P_0(S) = 0$ ஏனெனில் $P_{-1}(t) = 0$

$$S\,P_0(S) + \text{`}a\text{'}\,P_0(S) = 1$$

$$P_0(S) = \frac{1}{s+\text{`}a\text{'}}, \to P_0(t) = e^{-\text{`}a\text{'}\,t}$$

$K = 1$ எனில்

$$P_0^1(t) = -\text{`}a\text{'}\,P_1(t) + \text{`}a\text{'}\,e^{-\text{`}a\text{'}\,t}$$

$$S\,P_1(S) + \text{`}a\text{'}\,P_1(S) = \frac{\text{`}a\text{'}}{S+\text{`}a\text{'}}$$

$$P_2(S) = \frac{\text{`}a\text{'}}{(S+\text{`}a\text{'})^2}$$ அல்லது $P_1(t)\,\text{`}a\text{'}\,t\,e^{-\text{`}a\text{'}\,t}$

$$P_k(S) = \frac{a^k}{(S+\text{`}A\text{'})^{k+1}} \to P_k(^1) = \frac{(a\,t)^k}{k!}e^{-\text{`}a\text{'}\,t}$$

இது ஒரு பாய்சான் செயற்பாங்காகும்.

இதனைப் பயன்படுத்தி பழுது பார்க்க இயலாத அமைப்புக் களுக்கு நம்பகமை விவரங்களைக் கணக்கிட இயலும். இதனைக் கீழ்க்கண்டவாறு மேற்கொள்ளுகிறோம்.

(a) தொடர் முறையில் இணைக்கப்பட்டுள்ள அமைப்பில், ஒரு கருவி தோல்வியடையினும் அமைப்பு தோல்வியடைந்தது என்ற நிலையைக் கருத்தில் கொள்க.

$$R(t) = P_r\,[\text{‘0’ நிலையில், } t \text{ காலத்தில் இருத்தல்}]$$

$$= P_0(t) = e^{-\text{‘}a\text{’}t}$$

ஆனல் இணையான முறையில் அமைப்பு விளங்கினுல் அதாவது அமைப்பிலுள்ள எல்லா ‘n’ கருவிகளும் தோல்வியடைந்தால்தான் அமைப்பு தோல்வி காணுகிறது, எனில்

$$R(t) = P_r\,[\text{‘}t\text{’ காலத்தில் ‘}n\text{’ என்ற நிலையில் இல்லாமை}]$$

$$= \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(\text{‘}a\text{’}\,t)^k}{k\,!}\, e^{-\text{‘}a\text{’}t}$$

$$= 1 - \frac{(\text{‘}a\text{’}\,t)^n}{n!}\, e^{-\text{‘}a\text{’}t}$$

ஏனெனில் $\sum_{k=0}^{n} P_k(t) = 1$

பராமரிப்புக்குட்பட்ட அமைப்புக்கள்—அடிப்படைக்கருத்துக்கள்
(Maintainable Systems—Basic Ideas) :

சீர்படுத்தத்தக்க அதாவது பழுது பார்க்கத்தக்க அமைப்புக்களுக்குப் பயன்படுத்தும் முறையை ஈண்டு காண்போம். அதற்கு முன் சில அடிப்படைத் தன்மை வாய்ந்த கொள்கைகளையும், சொற்ருெடர்களையும் காண்போம்.

நாம் நான்கு அடிப்படையான காரணிகளைக் கருத்தில் கொள்கிறோம்.

1. (a) தோல்வி நேரம் மற்றும் பழுது பார்ப்பதற்குத் தேவையான நேரம் இவற்றை நமக்கு அறிவிக்கும் அதாவது இவற்றின் பரவல் எங்ஙனம் அமையும் என்பதை விளக்கவல்ல கருவிதோல்வி விதி மற்றும் பழுது பார்க்கப்படும் விதி இவை முதலாவதாகும். இவ்விரண்டும் தனித்தனவாக, அடுக்கு விதியைப் பெற்றுள்ளன என்று ஊகம் செய்து கொள்க.

அதாவது, தோல்விக்கு $f(t) = \text{'}a\text{'}\, e^{-\text{'}a\text{'}t}$

பழுது பார்ப்பதற்கு $g(t) = \text{'}b\text{'}\, e^{-\text{'}b\text{'}t}$

'$t + dt$' யில் ஒரு பழுதினை சீர் செய்வதற்கான நிகழ்தகவு = 'b' dt.

எனவே நாம் மார்க்கோவியன் உருப்படிவங்களைப் பயன் படுத்த ஏதுவாகிறது. அதாவது முன்புறம் மற்றும் பின்புறம் ஆகிய இரு பக்கங்களிலும் செல்லவல்ல ஒரு மார்க்கோ செயற் பாங்கினைப் பெறவேண்டியுள்ளோம். மேலும் கருவியானது தோல்வியடையின் உடனேயே தவறு கண்டுபிடிக்கப்பட்டு, பழுது பார்த்தல் ஆரம்பிக்கப்படுகிறது என்றும், தோல்விக்கான காலம் மற்றும் பழுது பார்த்தல் இவை தனித்தனவாக அடுக்குப் பரவலாக அமைந்துள்ளன என்றும் ஊகம் செய்து கொண்டால் நாம், பிறப்பு இறப்பு செயற்பாங்கினைப் பெறுகிறோம்.

2. (a) அமைப்பு (System Availability) :

$t = 0$ என்ற காலத்தில் அமைப்பு முற்றிலும் இயக்கத் திலுள்ளது என்பது கொடுக்கப்பட்டிருக்கும்போது, அந்த அமைப்பு ஏற்றுக்கொள்ளப்படும் நிலையில் காப்பதற்கான நிகழ்தகவே.

(b) சராசரி தொடர் நிகழ் காலம் (Mean Reccurrence Time) :

ஒரு தோல்வியடைந்த நிலையிலிருந்து (சில நேரங்களில் 'சராசரி தனி கீழ் காலம்' எனப்படும்) ஓர் ஏற்பு நிலைக்குத் திரும்புவதற்கான கால நீளமே 'சராசரி தொடர் நிகழ் காலம்' எனப்படும், இந்த மதிப்பை நிர்ணயித்தல் இன்றியமை யாதது. ஏனெனில் 'கிடைக்கும் தன்மை' (availability) கீழ் காலங்களின் நீளத்தைக் குறிப்பதில்லை. எடுத்துக்காட்டாக, 10,000 மணிகள் கொண்ட காலத்தில், ஓர் அமைப்பானது 10 மணிகளுக்கு ஒரு முறை அல்லது ஒரு மணிக்குப் பத்து முறை என தோல்வியைத் தழுவலாம். இரண்டு நிலைகளிலும் 'கிடைக்கும் தன்மை' 0·999 ஆகும்.

(c) தனிக் கருவி அமைப்புக்கள் (Single Equipment Systems) :

பழுது பார்க்கத்தக்க தனியாக ஒரே ஒரு கருவி கொண்ட அமைப்பைக் கருத்தில் கொள்வதன் மூலம், சீர் செய்யத் தக்க அமைப்புக்களுக்கு உருப்படிவங்களை உருவாக்குவோம். கீழ்க் கண்ட அணியில்,

$$P = \begin{array}{ccc} & 0 & 1 \\ 0 & t\,\text{'}a\text{'}\,dt & \text{'}a\text{'}\,dt \\ 1 & \text{'}b\text{'}\,dt & 1 - \text{'}b\text{'}\,dt \end{array}$$

0 என்பது இயக்க நிலையையும், 1 என்பது தோல்வியடைந்த, பழுது பார்க்கப்படும் நிலையையும் குறிக்கும். பின்னர்,

$$P_0(t + dt) = P_0(t)(t\,\text{'}a\text{'}\,dt) + P_1(t)\,\text{'}b\text{'}\,dt.$$

$$P_1(t + dt) = P_0(t)\,\text{'}a\text{'}\,dt + P_1(t)(1 - \text{'}b\text{'}\,dt)$$

மேற்கண்ட அணி Pயின் நிரல்களே (columns) குணகங்களாக மேற்கண்ட சமன்பாடுகளில் விளங்குகின்றன. மேலும்,

$$P_0(t) = \text{'}b\text{'}\,P_1(t) - \text{'}a\text{'}\,P_0(t)$$

$$P_1{}^1(t) = (\text{'}a\text{'}\,P_0(t) - \text{'}b\text{'}\,P_1(t).$$

$t = 0$ எனில், அமைப்பு இயக்கத்திலுள்ளது என்று ஊகம் செய்து கொண்டால், பின்னர்,

$P_0(0) = 1$, $P_1(0) = 0$ அல்லது தொடக்கத்திலேயே தோல்வியடைந்து பழுது பார்க்கப்படின் $P_0(0) = 0$, $P_1(0) = 1$.

தொடக்கத்திலேயே இயங்கும் நிபந்தனைகளில், லாப்லாஸ் உருமாற்றங்களைக் கருத்தில் கொள்ள,

$$SP_0(S) - 1 + \text{'}a\text{'}\,P_0(S) - \text{'}b\text{'}\,P_1(S) = 0$$

$$SP_1(S) + \text{'}b\text{'}\,P_1(S) - \text{'}a\text{'}\,P_0(S) = 0$$

அல்லது $(S + \text{'}a\text{'})\,P_0(S) - \text{'}b\text{'}\,P_1(S) = 1$

$$-\text{'}a\text{'}\,P_0(S) + (S + \text{'}b\text{'})\,P_1(S) = 0$$

கிராமர் விதியைப் பயன்படுத்த,

$$P_0(S) = \begin{vmatrix} 1 & -\text{'}b\text{'} \\ 0 & S + \text{'}b\text{'} \end{vmatrix} \div \begin{vmatrix} S + \text{'}a\text{'} & -\text{'}b\text{'} \\ -\text{'}a\text{'} & S + \text{'}b\text{'} \end{vmatrix}$$

அல்லது $P_0(S) = \dfrac{S + \text{'}b\text{'}}{S^2 + S\text{'}a\text{'} + S\text{'}b\text{'}} = \dfrac{S + \text{'}b\text{'}}{S(S + \text{'}a\text{'} + \text{'}b\text{'})}$

கிடைக்கும் தன்மையானது, $P_0(t)$ யின் மூலம்

$A(t) = L^{-1} \; [P_0 \; (S)]$ என்று வரையறுக்கப்படலாம். $P_0(S)$ யைப் பாரிச பின்னங்கள் மூலம் விரிவுபடுத்தி, தலைகீழ் உருமாற்றங்களைக் கருத்தில் கொள்ள,

$$\frac{S+\text{'}b\text{'}}{S(S+\text{'}a\text{'}+\text{'}b\text{'})} = B/S + \frac{C}{S+\text{'}a\text{'}+\text{'}b\text{'}}$$

$S=0$ எனில், $B = \dfrac{\text{'}b\text{'}}{\text{'}a\text{'}+\text{'}b\text{'}}$

$S = -(\text{'}a\text{'}+\text{'}b\text{'})$, எனில், $C = \dfrac{\text{'}a\text{'}}{\text{'}a\text{'}+\text{'}b\text{'}}$

$$\frac{S+\text{'}b\text{'}}{S(S+\text{'}a\text{'}+\text{'}b\text{'})} = \frac{\text{'}b\text{'}}{\text{'}a\text{'}+\text{'}b\text{'}}\frac{1}{5} + \frac{\text{'}a\text{'}}{\text{'}a\text{'}+\text{'}b\text{'}}\frac{1}{(S+\text{'}a\text{'}+\text{'}b\text{'})}$$

$$A(t) = P_0(t) = \frac{\text{'}b\text{'}}{\text{'}a\text{'}+\text{'}b\text{'}} + \frac{\text{'}a\text{'}}{\text{'}a\text{'}+\text{'}b\text{'}} \; e^{-(\text{'}a\text{'}+\text{'}b\text{'})\,t}$$

மேலும், $P_1(t) = 1 - A(t) = 1 - P_0(t) = \dfrac{\text{'}a\text{'}}{\text{'}a\text{'}+\text{'}b\text{'}}$

$$- \frac{\text{'}a\text{'}}{\text{'}a\text{'}+\text{'}b\text{'}} \; e^{-(\text{'}a\text{'}+\text{'}b\text{'})\,t}$$

இயக்கமின்மையை ஊகம் எனக் கொண்டால், அதாவது

$P_0(0)=0, \quad P_1(0)=1$ எனில்,

$$A(t) = P_0(t) = \frac{\text{'}b\text{'}}{\text{'}a\text{'}+\text{'}b\text{'}} - \frac{\text{'}a\text{'}}{\text{'}a\text{'}+\text{'}b\text{'}} \; e^{-(\text{'}a\text{'}+\text{'}b\text{'})\,t}$$

$$P_1(t) = \frac{\text{'}a\text{'}}{\text{'}a\text{'}+\text{'}b\text{'}} + \frac{\text{'}a\text{'}}{\text{'}a\text{'}+\text{'}b\text{'}} \; e^{-(\text{'}a\text{'}+\text{'}b\text{'})\,t}$$

t யின் மதிப்பு அதிகமாயிருப்பின், தொடக்க நிபந்தனைகளின் விளைவு மறையத் தொடங்குகின்றன. மேலும் நிலையான தீர்வுகளையும் பெற இயலுகிறது. எனவே $A(t)$ என்பது கிடைக்கும் தன்மைக்கான சார்பலன் ஆக அமைகிறது. மேலும் எந்த ஒரு காலம் 't'க்கும் அமைப்பு இயக்கத்தில் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவை அளிக்கிறது. ஒரு கொடுக்கப்பட்ட காலத்திற்கு, 'சராசரி மேல் காலம்' (average uptime) என்பதை அறிய விரும்புகிறோம். இதனை UTR என்கிறோம்.

$$A(T) = 1/T \int_{0}^{T} A(t)\, dt$$

கொடுக்கப்பட்ட பிரச்சினைக்கு, $UTR = A(T) =$

$$\frac{`b'}{`a'+`b'} + \frac{`a'}{T(`a'+`b')^2} - \frac{`a'\ e^{-(`a'+`b')T}}{T(`a'+`b')^2}$$

$$DTR = \frac{`a'}{`a'+`b'} - \frac{`a'}{(`a'+`b')^2 T} + \frac{`a'}{T(`a'+`b')^2}\ e^{-(`a'+`b')T}$$

நீண்டகால கிடைக்கும் தன்மை,

$$A(\infty) = \frac{`b'}{`a'+`b'}$$

இதனை நிலை கிடைக்கும் தன்மை என்கிறோம். நம்பகமை பற்றிய சுவடிகளில் கிடைக்கும் தன்மையானது,

$$A(\alpha) = \frac{\text{தோல்விக்கான சராசரி மூலம்}}{\text{தோல்விக்கான சராசரி நேரம்} + \text{பழுது பார்ப்பதற்கான சராசரி நேரம்}}$$

என்று வரையறை செய்யபடுவதைக் காண்கிறோம். ஆனால் ஒரு தனி கருவி அமைப்பிற்கே இது உண்மையாகும்.

C. கீழ்க் காலத்தின் பரவல் (Distribution of Down Time) :

கிடைக்கும் தன்மையின் எல்லை மதிப்பு (limiting values) எந்த நிலையில் அமைப்பு தொடங்குகிறதோ அதனைச் சாராமல் அமைகிறது. மேலும் நீண்ட கால கட்டத்தில், அமைப்பு ‘0’ நிலையை அடைவதற்கான நேரத்திற்கும் விதமாக அமைகிறது. x என்ற காலத்திற்கு மேற்பட்ட அமைப்பானது நிலை ‘1’ல் அமைவதற்கான நிகழ்தகவை அறிய விரும்புகிறோம்.

எடுத்துக்காட்டாக, $1/`a' = 100$ மணிகள் ; $\frac{1}{`b'} = 1$ மணி;

பின்னர் $A(\alpha) = \frac{1}{100 + 1} = 0{\cdot}9901.$

நிலை 1ல் இருப்பதற்கான எல்லைக் காலம் (limiting time) 0·0099. எனவே 10,000 மணிகள் இயக்கத்தில், அமைப்பு,

நிலை '0'ல் 9901 மணிக்கும்

நிலை 1ல் 99 மணிக்கும்

இருக்கும் என எதிர்பார்க்கிறோம்.

நிலை 1ல் 120 மணிகளுக்கோ அதற்கு மேலோ இருப்பதற்கான நிகழ்தகவில், விருப்பமுள்ளவர்களாயுள்ளோம். மார்க்கோவ் தொடருக்கான நடு எல்லைத் தோற்றத்தின் விளைவாக,

$$\phi = \underset{t \to \infty}{Lt} \left(\frac{D(t) - R(t)/m + R}{\dfrac{\sqrt{(R^2\sigma_F^2 + m^2\sigma_G^2)t}}{(m+R)^3}} \le X \right) \to \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z^2/2} dz$$

$D(t)$ என்பது $(0, 1)$ என்ற இடைவெளியில், நிலை 1 ல் அமைப்பு இருப்பதற்கான கால அளவாகும்.

$R = \frac{1}{'b'}$ (சராசரி பழுது பார்க்க நேரம்)

$m = \frac{1}{'a'}$ (சராசரி தோல்வி நேரம்)

σ_F^2 = தோல்வி விதி $F(t)$ன் மாறுபாடு.

σ_G^2 = பழுது பார்க்கும் விதி $G(t)$ ன் மாறுபாடு

முன் காணப்பட்டுள்ள எடுத்துக்காட்டில், அமைப்பானது 10,000 மணிகளுக்கு 99 மணிகள் நிலை 1ல் அமையும் என எதிர்பார்க்கும் நிலை 1ல் சரியாக 120 மணிகள் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் கணக்கிடுவோம்.

$D(t) = 120$; $R = 1$, $\mu = 100$

$F(t) = 1 - e^{-'a' t}$ $\qquad \sigma_F^2 = \frac{1}{'a'^2}\ 10{,}000$

$G(t) = 1 - e^{-'b' t}$, $\qquad \sigma_G^2 = \frac{1}{'b'^2} = 1$

$$\phi = \frac{120 - (1)(10{,}000)(101)}{1^2(10{,}000) + (10{,}000)(1)\dfrac{10{,}000}{(101/3)}} = \sqrt{2} = 1.41$$

$P_r\,[z > 1{\cdot}41] = 0.7.$ z என்பது தரப்படுத்தப்பட்ட இயல் நிலை மாறியாகும்.

எனவே மேல் காணப்படும் வகை கருவியின் பெரியதொரு அமைப்பில் 8 சதவீதமே, எதிர்பார்க்கும் கீழ்க் கால அளவு 99 மணிகளாக இருக்கையில் 120 மணிகளுக்கு மேற்பட்ட கீழ்க் காலங்களை வெளிப்படுத்தி நிற்கும்.

t-ன் மதிப்பு மிகச் சிறியதாயின் தோராயமானது மிகவும் பாதகமானதாகும். இந்நிலையில் ($F(t)$ மற்றும் $G(t)$ அடுக்குப் பரவலாக அமையின் கீழ்க் காணப்படும் மிகவும் நேர்த்தியான முடிவைப் பயன்படுத்தலாம்.

$$Pr\ D\ (t) > x \} = e^{-`a'\ (t-x)} \left[ t + \sqrt{`a'\ `b'\ (t-x)} \right.$$

$$\left. x \int_0^x e^{-`b'}\ I\,(z)\ d\ y \right]$$

இவ்விடத்து $z = \{z \sqrt{`a'\ `b'\ (t-x)\ y}$

மற்றும் $I,(z)$ என்பது முதல் வகையில் ஒன்றும் வரிசையில் பெசல் சார்பலனாகும் (Bessel function).

D. மாறுநிலை நடத்தை (Steady State Behaviour) :

ஒரு நிலையிலிருந்து மற்றொரு நிலைக்குச் செல்ல முடியுமாறு அமையும் எல்லா சூழ்நிலைகளிலும்

$$P_i = \lim_{t \to \infty} P_i\ (t)\ ;$$ துல்லியமாக அமைந்து விளங்குகிறது

என்று காட்ட இயலும். அதாவது $P_i\,(t)$யின் வகையீடுகளை பூஜ்ஜியத்திற்கு ஒப்புமைப்படுத்தி மாறுநிலைத் தீர்வுகளைப் பெற இயலும். எனவே ஒரு தனிக் கருவி அமைப்பிற்கு கீழ்க்கண்ட சமன்பாடுகளைப் பெறுகிறோம்.

$$0 = -\ `a'\ P_0 + `b'\ P_1$$

$$0 = `a'\ P_0 - `b'\ P_1$$

மற்றும் $P_0 + P_1 = 1$ என்ற உண்மையைப் பயன்படுத்தி மேற்கண்ட சமன்பாடுகளின் தீர்வுகள

$$P_1 = \frac{`a'}{`a' + `b'} ; \quad P_2 = \frac{`b'}{`a' + `b'}$$

எனப் பெறுகிறோம். எனவே மாறுநிலை தீர்வுகளை மட்டுமே பெறுதல் எளிதாகிறது.

கீழ்க் கண்ட பிரச்சினையைக் கருத்தில் கொள்க. ஓர் அமைப்பானது இரு விழிகளில் சீர்படுத்தப்படலாம். அந்த அமைப்பானது முதல் முறையாக தோல்வி அடைந்தால் (பழுது அடைந்தால்) அதனை மீண்டும் இயக்கத்திற்கு உள்ளாக்கும் வரையில் பகுதியாக சீர் செய்யலாம். எனினும் மேற்கண்ட தோல்வியானது அந்த எந்திரத்தின் தோல்வி விகிதத்தை அதிகரிக்கிறது. ஆனால் இரண்டாவது தோல்வி நிகழும்போது அமைப்பானது முழுவதும் பயனற்றுப் போவதால் அதனைப் புதியதொரு அமைப்பை போன்று, முழுமையாக சீர் செய்கிறோம்.

$`a'_1$, என்பது முழுவதும் பயனற்றுப் போனவுடன் அமைப்பின் தோல்வி வீதம் என்று கொள்க.

$`a'_2$ என்பது அமைப்பு முதல் முறை தோல்வி அடைந்து சீர் செய்யப்பட்டவுடன் தோல்வி வீதம் என்றும் கொள்க.

$`a'_1, < `a'_2$ ஆகும்.

$`b'_1$ என்பது முதல் முறை பகுதியாக சீர்படுத்தப்பட்டவுடன் பழுது பார்க்கும் வீதம் என்றும்

$`b'_2$ என்பது முழுவதும் பயனற்றுப் போனவுடன் சீர்பாட்டிற்குப் பின்பு பழுது பார்க்கும் வீதம் என்றும் கொள்க.

$`b'_1 > `b'_2$ ஆகும்.

எனவே அமைப்பானது நான்கு நிலைகளில் இருக்க ஏதுவாகிறது.

நிலை 0 — முழுமையாக சீர்படுத்தப்பட்டவுடன் இயக்கம்.

1 — தோல்வி பகுதியாக சீராக்கப்படுகிறது.

2 — பகுதியாக சீர் செய்யப்பட்டவுடன் இயக்கம்.

3 — தோல்வி முழுமையாக சீர் செய்யப்படுகிறது.

நிலைகள் 0 மற்றும் 2 அனுசரிப்பு நிலைகளாகும்.

நிலை மாற்று அணியானது ($d\,t$க்களை நீக்குகையில்)

$$P = \begin{array}{c} \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} \left(\begin{array}{cccc} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 - `a'_T & `a'_1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 - `b'_1 & `b'_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 - `a'_2 & `a'_2 \\ `b'_2 & 0 & 0 & 1 - `b'_2 \end{array} \right)$$

மாறு நிலைத் தீர்வுகளை நிர்ணயிக்க $P_1(t) = 0$ என அமைந்து கீழ்க்கண்ட சமன்பாடுகளைப் பெறுகிறோம்.

$$0 = -`a'_1 P_0 + `b'_2 P_3$$

$$0 = `a' P_0 - `b'_1 P_1$$

$$0 = `b'_1 P_1 - `a_2' P_2$$

$$0 = `a'_2 P_2 - `b'_2 P_3$$

$$1 = P_0 + P_1 + P_2 + P_2$$

கிடைக்கும் தன்மை சார்பலனானது

$$A\,\alpha = P_1 + P_2$$

$$= \frac{`b'_2\, `b'_1\, (`a'_2 + `a'_1)}{`a'_1\, `a'_2\, `b'_1 + `a'_1\, `b'_1\, `b'_2 + `a'_1\, `a'_2\, `b'_2 + `a'_2\, `b'_1\, `b'_2}$$

$`a'_1 = `a'_2$ மற்றும் $`b'_1 = `b'_2$ எனில்

$$A(\alpha) = \frac{`a'}{`a' + `b'}$$ என முன்போன்றே பெறுகிறோம்.

E. தொடர் முறையில் இணைக்கப்பட்டுள்ள அமைப்புக்களின் ஆய்வு (Analysis of Series Connected Systems)

இரு தொடர் முறையில் இணைக்கப்பட்டுள்ள கருவிகளைக் கொண்ட ஓர் அமைப்பு கீழ்க்கண்ட மூன்று நிலைகளில் ஏதேனும் ஒன்றில் இருக்கும்.

நிலை 0 — இரண்டமைப்புகளும் இயக்கம்.

1 — ஓரமைப்பு இயக்கம் — மற்றொன்று பழுது பார்க்கப்படுகிறது.

2 — இரண்டும் பழுது பார்க்கப்படுகிறது.

மேற்கண்ட வகையில் நிலை '0' மட்டுமே அனுசரிப்பு நிலையாகும். மேலும் $A(t) = P_0(t)$. $A(t)$. என்பது தோல்வி அடைந்த கருவிகளைப் பழுது பார்க்க ஏதுவாயுள்ள பழுது பார்ப்பவர்களின் எண்ணிக்கையை சார்ந்தவையும் எடுத்துக் காட்டாக இரு பழுது பார்ப்பவர்களே கிடைத்தால் அமைப்பானது, ஒரே ஒரு பழுது பார்ப்பவர் மட்டும், கிடைத்தால் நிலை 0வில் எடுத்துக்கொள்ளும். இந்த வகையான பிரச்சினைக்கு அமைப்புக் கீழ்க் காலமானது பழுது பார்ப்பதற்கான நேரம் மற்றும் பழுது பார்க்கப்படுவதற்குக் காத்திருக்கும் நேரம் இவ்விரண்டின் கூடுதலாக அமையும்.

முதலில் ஒரே ஒரு பழுது பார்ப்பவர் மட்டும் கிடைக்கும் தன்மையை ஆராய்வோம்.

இந்த மார்க்கோவ் தொடரில் ஏதுவாயுள்ள எல்லா மாற்றங்களையும் ஆராய்வோம்.

(a) t என்ற காலத்தில் நிலை 0வில் இருக்கும் அமைப்பு உள்ளதென்றாலும், எந்த ஒரு கருவியும் $(t_1\ t + dt)$ என்ற காலத்தில் தோல்வியடைவில்லை என்றாலும், அந்த அமைப்பானது $(t + dt)$ என்ற காலத்திலும் அதே நிலையில் இருக்கிறது.

இதற்கென நிகழ்தகவு,

$$(1 - 'a'\,dt)^2 = 1 - 2\,'a'\,dt + 0\,(dt)\cdot\ 1 - 2\,'a'\,dt.$$

(b) t என்ற காலத்தில் நிலை 0வில் இருக்கும் அமைப்பு $t+dt$ என்ற காலத்தில் எந்த ஒரு கருவியும் தோல்வியடையவில்லை என்றாலும் அந்த அமைப்பானது $(t, t + dt)$ என்ற காலத்தில் நிலை 1க்குச் செல்லும். இதற்கான நிகழ்த்தகவானது $'a'\,dt$ $(1 - 'a'\,dt) + 'a'\,dt\ (1 - 'a'\,dt) = 2\ 'a'\,dt + 0\,(dt)$

என்றமைந்து கருவி 1 தோல்வியடைந்து விடுகிறது. ஆனால் கருவி 2 தோல்வியடைவதில்லை. கூடுதல் கருவி 1 தோல்வியடைவதில்லை. ஆனால் கருவி 2 தோல்வியடைகிறது என்பதற்கான நிகழ்தகவுகளின் கூடுதல் என விளக்கம் பெறுகிறது.

(c) t என்ற காலத்தில் நிலை 0வில் இருக்கும் அமைப்பு $t + dt$ என்ற காலத்தில் நிலை 2க்குச் செல்வதற்கான

நிகழ்தகவு மிகமிகச் சிறியதாகும். இதனை $0\,(d\,t)$ எனக் குறிப்பிடுகிறோம்.

(d) t என்ற காலத்தில் நிலை 1ல் இருக்கும் அமைப்பு $(t + d\,t)$ என்ற காலத்தில் நிலை 0க்குத் திரும்புவதற்கான நிகழ்தகவு $\text{'}b\text{'}\,d\,t$ எனப்படும்.

(e) t என்ற காலத்தில் நிலை 1ல் இருக்கும் அமைப்பானது தோல்வி அடைந்த ஒரு கருவி பழுது பார்க்கப்படவில்லை என்றாலும் இரண்டாவதாக மற்றொரு தோல்வி ஏற்படாவிட்டாலும் $(t + dt)$ என்ற காலத்தில் அதே நிலை 1ல் அந்த அமைப்பு தொடர்ந்து இருக்கும்.

$$(1 - \text{'}b\text{'}\,dt)\,(1 - \text{'}a\text{'}\,dt) = 1 - (\text{'}a\text{'} + \text{'}b\text{'})\,dt + 0\,(dt)$$

$$= 1 - (\text{'}a\text{'} + \text{'}b\text{'})\,dt$$

(f) t என்ற காலத்தில் நிலை 1ல் இருக்கும் அமைப்பானது பழுது பார்க்கும் வேலை முடிவடையாத நிலையில் இரண்டாவது கருவி ஒன்றும் $t + dt$ என்ற காலத்தில் தோல்வி அடையுமாயின் அந்த அமைப்பு நிலை 2க்குச் செல்லலாம்.

இதற்கான நிகழ்தகவு

$$(1 - \text{'}b\text{'}\,dt)\,\text{'}a\text{'}\,dt - 0\,(dt) = \text{'}a\text{'}\,dt$$

(g) t என்ற காலத்தில் நிலை 2ல் இருக்கும் அமைப்பானது இரண்டு எந்திரங்கள் தோல்வி அடைந்துள்ளதாலும் ஆனால் ஒரே ஒரு பழுது பார்ப்பாளர் மட்டுமே கிடைப்பதாலும் $t + dt$ என்ற காலத்தில் நிலை 0க்குச் செல்ல இயலாது.

(h) t என்ற நேரத்தில் நிலை 2ல் இருக்கும் அமைப்பானது ஒரு கருவி பழுதுபார்த்துவிட்டால் $t + dt$ என்ற காலத்தில் நிலை 1க்குத் திரும்பலாம். இதற்கான நிகழ்தகவு $\text{'}b\text{'}\,dt$.

(i) t என்ற காலத்தில் நிலை 2ல் இருக்கும் அமைப்பானது ஒரு கருவி பழுது பார்க்கப்படில் முற்றிலும் முடிவடையவில்லையாயின் அந்த அமைப்பானது $t + dt$ என்ற காலத்திலும் அதே நிலையிலே தொடர்ந்து இருக்கும். இதற்கான நிகழ்தகவு $1 - \text{'}b\text{'}\,dt$.

எனவே ஒரே ஒரு பழுது பார்ப்பவரே உள்ளார் என்ற நிலையில் நிலைமாற்று அணியானது கீழ்க்கண்டவாறு அமைகிறது.

$$P = \begin{array}{c} \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 0 & 1 & 2 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1-2\,`a' & 2\,`a' & 0 \\ `b' & 1-(`a'+`b') & `a' \\ 0 & `b' & 1-`b' \end{pmatrix} \end{array}$$

எனவே

$$P'_0(t) = -2\,`a'\,P_o(t) + `b'\,P_1(t)$$

$$P'_1(t) = 2\,`a'\,P_o(t) - (`a'+`b')\,P_1(t) + `b'\,P_2(t)$$

$$P'_2(t) = `a'\,P_1(t) - `b'\,P_2(t)$$

இச் சமன்பாடுகளை லாப்லாஸ் உருமாற்றத்தின் மூலம் தீர்வு காணலாம். எனினும் நீண்ட கால நிபந்தனைகள் தொடக்கத்தில் காணப்படும் நிபந்தனைகளிலிருந்து தனித்து விளங்குவதால் நாம் பொதுவாக மாறுநிலை நிபந்தனைகளிலேயே நமது கவனத்தைச் செலுத்துகிறோம். மேலும் $\lim Pi\,(t) = P_i$ என்பது ஒரு மாறிலியாக t ஐச் சாராமல் அமையுமாறு எதிர்பார்க்கிறோம். Pi ஆனது t ஐச் சாராமல் அமைவதால்

$$\lim Pi\,(t) = 0 \qquad \sum_{i=0}^{n} Pi = 1$$

என்ற உண்மையை $t \rightarrow \infty$ என்ற பண்புடன் சேர்த்துப்பயன்படுத்தி கீழ்க்கண்ட சமன்பாட்டு தொகுதியைப் பெறுகிறோம்.

$$0 = -2`a'\,P_0 + `b'\,P_1$$

$$0 = 2\,`a'\,P_0 - (`a' + `b')\,P_1 + `b'\,P_2$$

$$0 = `a'\,P_1 - `b'\,P_2$$

$$1 = P_o + P_1 + P_2$$

மேற்கண்ட சமன்பாடுகளுக்குத் தொடர்ச்சியாக தீர்வு காணலாம்.

முதல் சமன்பாட்டிலிருந்து $P_0 = \dfrac{'b' P_1}{2 'a'}$

மூன்றும் சமன்பாட்டிலிருந்து $P_1 = \dfrac{'b' P_2}{'a'}$

எனவே $P_o = \dfrac{'b'^2 P_2}{2'a'^2}$

இத்தீர்வுகளை கடைசிச் சமன்பாட்டில் பயன்படுத்த,

$$1 = \frac{'b'^2 P_2}{2'a'^2} + \frac{'b'}{'a'} P_2 + P_2$$

எனவே $P_2 = \dfrac{2 'a'^2}{'b'^2 + 2 'a' + 'b' + 2'a'^2}$

மற்றும் $P_0 = \dfrac{'b'^3 P_2}{2'a'^2} = \dfrac{'b'}{'b'^2 + 2'a' 'b' + 2'a'^2} = A(\propto)$

கீழ்க்கண்ட உண்மைகள் n கருவிகள் கொண்ட அமைப்பிற்கு உண்மையானதாகும்.

$x = 'b'/'a'$ எனக்கொள்க.

பிறகு

$$P_n = x^0 P_n$$

$$P_{n-1} = x P_n$$

$$P_{n-2} = \frac{x^2}{2!} P_n ;$$

$$P_o = \frac{x^n}{n!} P_n$$

$\sum\limits_{i=0}^{n} Pi = 1$ ஆதலில் $P_n \sum\limits_{i=0}^{n} \dfrac{x^i}{i!} = \sum\limits_{i=0}^{n} Pi = 1$

மற்றும் $P_n = \dfrac{1}{\sum\limits_{i=0}^{n} \dfrac{x^i}{i!}}$

எனவே $A(\infty) = P_0$

$$= \frac{x^n}{n!} P_n$$

$$= \frac{x^n}{n! \sum_{i=0}^{n} \frac{x^j}{j!}}$$

பழுதடையும் கருவிகளின் எதிர்பார்க்கும் எண்ணிக்கை

$$E(n) = \sum_{j=0}^{n} n_j p_j$$

$$= \frac{\sum_{j=0}^{n} j\, x^{n-j}/(n-j)!}{\sum_{j=0}^{n} x^j / j!} \times 1$$

மற்றும்

$$\sigma^2(n) = \sum n_j^2\, P_j - [E(n)]^2$$

$$= \frac{\sum_{j=0}^{n} j^2\, x^{n-j}/(n-j)! - [E(n)]^2}{\sum_{j=0}^{n} x^j / j!}$$

'a' < 1 எனில் பழுது பார்ப்பவர் ஒருபோதும் தனது தேவையினைப் பூர்த்தி செய்ய முடியாதவாறு அமைகிறது என்று காண்க. அடுத்து தொடர்முறையில் இணைக்கப்பட்டுள்ள அமைப்புக்களில் $r = n$ பழுது பார்ப்பவர்கள் வேலை மேற்கொள்ளும்போது ஏற்படும் நிலையைக் கருத்தில் கொள்வோம்.

மேலும் ஒரே ஒரு பழுது பார்ப்பவரே ஓர் அமைப்பில் வேலை மேற்கொள்ள நேரிடும் என்னும் ஊகம் செய்து கொள்க. இந்த இரட்டை சோதனை அமைப்பிற்கு நிலை மாற்ற அணியானது முன்பு நாம் குறிப்பிட்ட அணியினின்றும் ஒரே ஒரு

மாற்றத்தைப் பெற்றுள்ளது. அதாவது நிலை இரண்டை குறிக்கும் நிரல் (row) ஆனது மாற்றம் பெறுகிறது. t என்ற காலத்தில் நிலை 2ல் இருக்கும் அமைப்பு ஒரே சமயத்தில் பழுது பார்த்தல் தேவைப்படுவதால் நிலை 1க்கு செல்ல இயலாது. எனினும் நிலை 1க்கு செல்வதற்கான நிகழ்தகவு ஒரு பழுது பார்த்தல் ஒரு கருவியில் முடிக்கப்பட்டு மற்றொன்றில் முடிவடையாமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவாக அமைகிறது.

எனவே $P_{21} = 2\,\text{‘}b\text{’}\,dt\,(1 - \text{‘}b\text{’}\,dt) \simeq 2\,\text{‘}b\text{’}\,dt$

மற்றும் $P_{22} = (1 - \text{‘}b\text{’}\,dt)\ \ (1 - \text{‘}b\text{’}\,dt)$

$$\simeq (1 - 2\,\text{‘}b\text{’}\,dt)$$

எனவே நிலைமாற்ற அணியானது (dtஐ நீக்க)

$$P = \begin{array}{c} \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 0 & \quad 1 & \quad 2 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 - 2\,\text{‘}a\text{’} & 2\,\text{‘}a\text{’} & 0 \\ \text{‘}b\text{’} & 1 - (\text{‘}a\text{’} + \text{‘}b\text{’}) & \text{‘}a\text{’} \\ 0 & 2\,\text{‘}b\text{’} & 1 - 2\,\text{‘}b\text{’} \end{pmatrix} \end{array}$$

எனவே மாருநிலை சமன்பாடுகள்

$$0 = -2\,\text{‘}a\text{’}\,P_0 + \text{‘}b\text{’}\,P_1$$

$$0 = 2\,\text{‘}a\text{’}\,P_0 - (\text{‘}a\text{’} + \text{‘}b\text{’})\,P_1 + 2\,\text{‘}b\text{’}\,P_2$$

$$0 = \text{‘}a\text{’}\,P_1 - 2\,\text{‘}b\text{’}\,P_2$$

$$1 = P_0 + P_1 + P_2$$

முன்போல், தீர்வு செய்தால்

$$P_0 = A(\infty) = \frac{\text{‘}b\text{’}^2}{(\text{‘}a\text{’} + \text{‘}b\text{’})^2}$$

இந்த முடிவை n கருவிகள் n பழுது பார்ப்பவர்கள் கொண்ட அமைப்புக்கு பொதுமைப்படுத்தி

$$P_n \left(\frac{n}{n}\right) x^0 P_n,\ P_{n-1} = \left(\frac{n}{n-1}\right) x^1 P_n, \ldots\ldots, P_0$$

$$= \left(\frac{n}{n-n}\right) x^n P_n$$

$$A(\infty) = P_0$$

$$= \frac{n}{\sum_{j=0}^{n} x_j \left(\frac{n}{n-j}\right)}$$

$$= \frac{x^n}{(1+x)^n}$$

$$= \frac{[\text{'}b\text{'}]^n}{(\text{'}a\text{'})} \frac{1}{\left(1 + \frac{\text{'}b\text{'}^n}{\text{'}a\text{'}}\right)}$$

$$= \frac{[\text{'}b\text{'}]^n}{[\text{'}a\text{'} + \text{'}b\text{'}]^n}$$

ஒவ்வொரு பழுது பார்ப்பவரும் மற்றவரைச் சாராமல் தனியே வேலை மேற்கொள்ளுகின்றபடியால் இந்த முடிவானது சரியானது. மேலும் ஒரு கருவியின் கிடைக்கும் தன்மை மற்ற கருவிகளைச் சாராமலாயும் ஒரு தனிக் கருவிக்கு

$$A(\infty) = (\text{'}b\text{'} / \text{'}a\text{'} + \text{'}b\text{'})$$

எனவே எல்லா n களும் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு

$$(\text{'}b\text{'}/\text{'}a\text{'} + \text{'}b\text{'})^n$$

இப்போது

$$P_j = \sum_{j=0}^{n} \frac{\left(\frac{n}{n-j}\right) x^{n-j}}{\left(\frac{n}{n-j}\right) x\ j}$$

$$= \left(\frac{n}{n-j}\right) \left(\frac{1}{y+x}\right)^j \left(\frac{x}{1+x}\right)^{n-j}$$

எனவே P_j என்பது ஒரு ஈறுப்பு மாறியாகும்.

$$E(n) = \sum_{j=0}^{n} n_j P_j = \frac{n}{1+x}$$

$$\sigma^2(n) = n P^* (1 - P)$$

$$= \frac{n x}{(1+x)^2}$$

பழுது பார்ப்பவர்களை ஒருவர் மற்றொருவருக்கு உதவியாளராய் அமைய அனுமதிப்பின் ஏற்படும் நிலை முந்திய நிலையைக் காட்டிலும் செயல்நிலைத் தன்மை உடையதாகும் ஒரு கருவியில் வேலை மேற்கொள்ளும் இரண்டு பேர்கள் அவ்வேலையே இரு மடங்கு வேகத்துடன் செய்ய முடியாதாகையால் பழுது பார்க்கும் வீதத்தைப் பற்றியதோர் ஊகத்தை மேற்கொள்ளுகிறோம். இந்த எடுத்துக்காட்டிற்கு ஒரு கருவியில் இரண்டு பழுது பார்க்கும் பணியாளர்கள் வேலை மேற்கொள்ளும் போது பழுது பார்க்கும் வீதம் 1·5 'b' என்றும் ஒருவர் வேலை மேற்கொள்ளும் போது பழுது பார்க்கும் வீதம் 'b' என்றும் கொள்வோம். மேலும் ஒரு கருவியில் இரண்டு பேர் பணி மேற்கொள்ளும் போது இரண்டாவதாக மற்றொரு கருவி தோல்வி அடையின் இருவரில் ஒருவர் இரண்டாவது கருவியை சீர் செய்ய உடனடியாக செல்கின்றார் என்ற கொள்கையினை பயன்படுத்துகிறோம். இப்போது நிலைமாற்ற அணியானது

$$P = \begin{array}{c} \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 0 & \quad 1 & \quad 2 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 - 2\,\text{`}a\text{'} & 2\,\text{`}a\text{'} & 0 \\ 1{\cdot}5\,\text{`}b\text{'} & 1 - (1{\cdot}5\,\text{`}b\text{'} + \text{`}a\text{'}) & \text{`}a\text{'} \\ 0 & 2\,\text{`}b\text{'} & 1 - 2\,\text{`}b\text{'} \end{pmatrix} \end{array}$$

மற்றும் முன்போல் தீர்வு செய்தால்

$$A(\infty) = P_6$$

$$= \frac{3\,\text{`}b\text{'}^2}{3\,\text{`}b\text{'}^2 + 4\,\text{`}a\text{'}\,\text{`}b\text{'} + 2\,\text{`}a\text{'}^2}$$

இப்போது மூன்று உருப்படிவங்களுக்கான முடிவுகளை ஒப்பிடுக.

'a' = ·05 / hr (20 மணிகளுக்கு ஒரு தோல்வி)

'b' = 1·0 / hr (ஒரு கருவியை பழுது பாாக்க ஒரு மணி)

பழுது பார்க்கும் கொள்கை	அமைப்பு கிடைக்கும் தன்மை	10,000 மணிகளுக்கு குவிந்த கீழ்காலம்
ஒரு பழுது பார்ப்பாளர்	0·905	950 மணிகள்
தனித்தனியாக பழுது பார்க்கும் இரு பழுது பார்ப்பாளர்கள்	0·907	930 மணிகள்
இணைந்து செயலாற்றும் இரு பழுது பார்ப்பாளர்கள்	0·936	640 மணிகள்

மேற்கண்ட பட்டியலிலிருந்து தனித்தனியாக பணியாற்றும் பழுது பார்ப்பவர்களை வேலைக்கு அமர்த்துதல் இலாபகரமானதல்ல. ஏனெனில் ஒருவர் மட்டும் தனியாக சற்றேறக்குறைய அதேதிறனுடன் செயலாற்றமுடியும்என்பதை பட்டியல்விளக்குகிறது. 'a' மற்றும் 'b' மதிப்புகளுக்கு இந்த உண்மை பொருத்தமானது. ஏனெனில் ஒரு குறைந்த பகுதி காலக்கட்டத்தில் தான் ஒன்றிற்கு மேற்பட்ட கருவிகள் தோல்வி அடைகின்றன. ஆனல் பணியாளர்கள் இணைந்து செயலாற்றினுல் கணிசமான முன்னேற்றம் அடைய ஏதுவாகிறது.

$r < n$ என்ற பொது வகையை கருத்தில் கொள்வோம். இதனை விளக்க $n = 3$, $r = 2$ எனக் கொண்டு நிலைமாற்ற அணியை கீழ்க் கண்டவாறு பெறுகிறேம்.

$$P = \begin{matrix} & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1-3\text{'}a\text{'} & 3\text{'}a\text{'} & 0 & 0 \\ 1 & \text{'}b\text{'} & 1-(2\text{'}a\text{'}+\text{'}b\text{'}) & 2\text{'}a\text{'} & 0 \\ 2 & 0 & 2\text{'}b\text{'} & 1-(\text{'}a\text{'}+2\text{'}b\text{'} & \text{'}a\text{'} \\ 2 & 0 & 0 & 2\text{'}b\text{'} & 1-2\text{'}b\text{'} \end{matrix}$$

அமைப்பானது நிலை 3 அல்லது 3 ல் இருப்பின் $(t_1\ t + t\ d\ t)$ என்ற காலத்தில் மற்றொரு குறைந்த நிலைக்கு செல்வதற்கான நிகழ்தகவு 2 'b' $d\ t$ ஆகும்.

n கருவிகள் மற்றும் n பழுது பார்ப்பவர்கள் கொண்ட பொது வகைக்கு நிலைமாற்ற நிகழ்தகவுகள் தோல்விடடையும் கருவிகளின் எண்ணிக்கையை சார்ந்தமையும்.

$K = 0, 1, 2 \ldots\ldots n$ எனக் குறிப்பிடுக. ஒரு நிலையிலிருந்து மற்றொரு நிலைக்கு செல்வதற்கான நிகழ்தகவு $K < r$ அல்லது $K \geq r$ என்ற சமமின்மைகளை சார்ந்தவை.

$K < r$ எனில்

$$P_k(t + dt$$

$$= P_{k-1}(t)[(n - K + 1)]dt + P_k(t)[1 - \{(n - K) \text{'}a\text{'} + K \text{'}b\text{'}\} dt] + P_{k-1}(t)[K + 1) \text{'}b\text{'}\ dt].$$

$K \geq r$ எனும் போது

$$P_k(t + dt) = P_{l-1}(t)(n - K + 1) \text{'}a\text{'}\ dt + P_k(t)[1 - \{(n - K) \text{'}a\text{'} + r \text{'}b\text{'}\} dt] + P_{k+1}(t)\, r \text{'}b\text{'}\ dt$$

மாறு நிலை சமன்பாடுகள்

$K < r$ எனில்

$$0 = (n - K + 1) \text{'}a\text{'} P_{k-1} - [n - K) \text{'}a\text{'} + K \text{'}b\text{'}] P_k + (K + 1) \text{'}b\text{'} (P_{k+1}).$$

$K \geq r$ எனில்

$$0 = (n - K + 1) \text{'}a\text{'} P_{k-1} - [(n - K) \text{'}a\text{'} + r \text{'}b\text{'}] P_k + r \text{'}b\text{'} P_{k+1}$$

$$1 = \sum_{i=0}^{n} P_i$$

எனவே $n = 3$, $r = 2$ என்பதற்கு

$K = 0$, $0 = -3 \text{'}a\text{'} P_0 + \text{'}b\text{'} P_1$

$K = 1$, $0 = 3 \text{'}a\text{'} P_0 - (2 \text{'}a\text{'} + \text{'}b\text{'}) P_1 + 2 \text{'}b\text{'} P_2$

$K = 2$, $0 = 2 \text{'}a\text{'} P_1 - (\text{'}a\text{'} + 2 \text{'}b\text{'}) P_2 + 2 \text{'}b\text{'} P_3$

$K = 3$, $0 = \text{'}a\text{'} P_2 - 2 \text{'}b\text{'} P_3$

$0 = P_0 + P_1 + P_2 + P_3$

என்ற சமன்பாடுகளைப் பெறலாம்.

இதற்கு தீர்வு காண

$$A(\infty) = P_0$$

$$= \frac{2\,'b'^3}{2\,'b'^3 + 6\,'a'\,'b'^2 + 6\,'a'^2\,'b' + 3\,'a'^3}$$

n கருவிகள் n பழுது பார்ப்பவர்கள் கொண்ட அமைப்பிற்கு பொதுமைப்படுத்த

$$P_r = \frac{n!}{(n-k)!\;k!}\,\alpha^k P_0, \quad K < r$$

$$P_k = \frac{n!}{(n-k)!\;r!}\,\alpha^q (\alpha/r)^{k-r} P_0, \quad K \geq r$$

$$P_0 = \Big[\sum_{K=0}^{r-1} \frac{n!}{(n-k)!\;k!}\,\alpha^k + \sum_{k=r}^{n} \frac{n!}{(n-k)!\;r!}\,\alpha^r (\alpha/r)^{k-r}\Big]^{-1}$$

இவ்விடத்து $\alpha = \frac{'a'}{'b'}$

F. இணை மிகை வடிவமைப்புகளின் ஆய்வு (Analysis of Parallel Redundant Configurations)

இணை மிகை அமைப்புக்களின் ஆய்வு தொடர் அமைப்புக்களின் ஆய்விலிருந்து சிறிய அளவில் மாறுபட்டது அதாவது தொடர் அமைப்பில் தோல்வியானது 0 விற்கு வெளியே எவ்விடத்தன்மையினும் வரையறுக்கப்படுவது போன்று இணை மிகை அமைப்பில் நிலை n ல் அமையும்போது தோல்வி வரையறுக்கப்படுகிறது.

இரண்டு அளவைகளைக் கொண்டு ஆய்வினை மேற்கொள்ள இயலும். நாம் முன்னரே வரையறை செய்த கிடைக்கும் தன்மை சார்பலனும், ஒரு கருவியானது தோல்வி நிலையை அடைவதற்கான நிகழ்தகவை அளிக்கும் நம்பகமை சார்பலனும் நமது ஆய்வுக்குட்படுகிறது. ஒரு தொடரமைப்பு பராமரிப்பு அமைப்பின் நம்பகமை:

$R.(t) = -n\,'a'\,t$ ன் மதிப்பை மாற்றுவதில்லை எனினும் இணை அமைப்பின் நம்பகமையை அதிகரிக்கிறது. ஏனெனில் அமைப்பு இயக்கத்தில் இருக்கையில் ஏதேனும் ஒரு கருவி பழுதடையும். அது உடனடியாக சீர் செய்யப்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டாக இணையாக இயங்கும் ஒருவருக்கொருவர் துணை செய்யாத இரு பழுதுபார்ப்பவர்களை கருவிக்கு ஒன்றுகக் கொண்ட எளிய இக்கருவி சம அமைப்பை கருத்தில் கொள்க. நிலை மாற்ற அணியானது கீழ்கண்டவாறு அமைகிறது.

$$P = \begin{array}{c} \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 0 & 1 & 2 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1-2\,`a' & 2\,`a' & 0 \\ `b' & 1-(`a'+`b') & `a' \\ 0 & 2\,`b' & 1-2`b' \end{pmatrix} \end{array}$$

ஆனல் இப்போது $A(t) = P_0(t) + P_1(t)$. எனவே முன் போல ஒரே மாதிரியான சமன்பாடுகளை பெறுகிறோம். மற்றும் $P_0(t)$ மற்றும் $P_1(t)$ இவற்றிற்கு தீர்வுகளைக் காணலாம். ஆனல் நமது கவனம் மாருநிலை நிபந்தனைகளைப் பற்றியதாக மட்டும் அமையும்.

$$P_0 = \frac{`b'^2}{(`a'+`b')^2}$$

$$P_1 = \frac{2\,`a'\,`b'}{(`a'+`b')^2}$$

$$P_2 = \frac{`a'^2}{(`a'+`b')^2}$$ மற்றும்

$$A(\infty) = P_0 + P_1$$

$$= \frac{`b'^2 + 2\,`a'\,`b'}{(`a'+`b')^2}$$

மேலும்

$$A(\infty) = 1 - \left(1 - \frac{`b'}{(`a'+`b')^2}\right)^2$$ என்று அறிக. இவ்விடத்து $\frac{`b'}{`a'+`b'}$ என்பது ஒரு தனிக்கருவியின் கிடைக்கும் தன்மையாகும். இதனை ஈறுருப்பு நிகழ்தகவாகப் பெறுகிறோம். மேலும் கருவிகள் தனித்தனியாக செயலாற்றுகின்றன. தனித்தனியாக தோல்வியடைகின்றன என்றும் ஊகம் செய்து கொண்டுள்ளோம்.

எனவே $r=n$ எனப்படும் மிகப் பொதுவான நிலையில் (இவ்விடத்து n கருவிகளில் m கருவிகள் அமைப்பு வெற்றிகரமாக இயங்குவதற்கு இன்றியமையாதன.)

$$A(\infty) = \sum_{j=m}^{n} \binom{n}{j} \left(\frac{'b'}{'a' + 'b'}\right)^{j} \left(\frac{'a'}{'a' + 'b'}\right)^{n-j}$$

$r < n$ என்ற நிபந்தனையானது உண்மையானதல்ல. ஏனெனில் தனித்தன்மை பற்றிய நிபந்தனை உண்மையல்ல. ஒரு கருவி பழுது பார்க்கப்படுவதும் பழுது பார்ப்பவர் அமைவதிலேயே சார்ந்துள்ளது. எடுத்துக்காட்டாக ஒரே ஒரு பழுது பார்ப்பவர் மட்டும் உள்ள நிலையில் நிலை மாறு அணி கீழ்க் கண்டவாறு அமைகிறது.

$$P = \begin{array}{c} \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 0 & 1 & 2 \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc} 1 - 2\,'a' & 2\,'a' & 0 \\ 'b' & 1 - ('a' + 'b') & 'a' \\ 0 & 'b' & 1 - 'b' \end{array}\right) \end{array}$$

மற்றும்

$$A(\infty) = P_0 + P_1$$

$$= \frac{'b'^2 + 2\,'a'\,'b'}{'b'^2 + 2\,'a'\,'b' + 2\,'a'^2}$$

ஒரு தனி பழுது பார்ப்பவர் கொண்ட n கருவிகள் சேர்ந்த இணை மிகை அமைப்பிற்கான பொதுத் தீர்வை பெற

$$A(\infty) = 1 - P_n$$

$X = 'b' / 'a'$ எனில்,

$$P_n = \frac{1}{\sum_{j=0}^{n} X^j / j!}$$ என்று அறிகிறோம்.

e^{-x} ஆல் பெருக்கி வகுக்க

$$P_n = \frac{e^{-x}}{\sum_{j=0}^{n} \frac{e^{-x}\, x^j}{j!}}$$

[பகுதியினை (Denominator) ஒரு பாய்சான் அட்டவணையிலிருந்து பெறலாம்]

$P_n \simeq e^{-x}$, (n-ன் மதிப்பு பெரிதாயின்)

இப்போது அவசர நிலையில் நிறுத்தப்பட்டிருக்கும் மிகைக் கருவிகளை ஆராய்வோம். இத்தகைய மிகைக் கருவிகள் தேவை ஏற்படும் வரை இயக்கப்படுவதில்லை. அவசர காலத்திற்காக நிறுத்தப்பட்டிருக்கும் சமயத்தில் தோல்வியடைவதில்லை ஆதலின் இத்தகைய கருவிகளோடு கூடிய அமைப்பின் நம்பகமை இணை மிகைக் கருவிகளைக் காட்டிலும் அதிகமானதாகும்.

இந்நம்பகமை எந்திரங்களின் தோல்வி வீதத்தையும் சார்ந்திருக்கும். இக்கருவிகளைக் கொண்ட ஓர் அமைப்பை கருத்தில் கொள்க. இவ்விரண்டு கருவிகளில் ஒன்று எப்போதும் தோல்வியடையாது. மற்றொன்று தோல்வி வீதம் 'a' எனக் கொள்கிறது. ஒரு பழுது பார்ப்பவரை கொண்டால் நிலைமாற்ற அணியானது

$$P = \begin{array}{c} \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 0 & 1 & 2 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 - `a' & `a' & 0 \\ `b' & 1 - (`a' + `b') & `a' \\ 0 & `b' & 1 - `b' \end{pmatrix} \end{array}$$

$$A(\infty) = P_0 + P_1$$

$$= 1 \ldots P_2 = \frac{`b'^2}{`b' + `a'\,`b' + `a'^2}$$

$$A(\infty) = 1 - P_n$$

எனவே n கருவிகொண்ட அவசர கால மிகைத் தன்மைக்கு

$$Pn = \left(\sum_{j=0}^{n} x^j\right)^{-1}, \quad x = `b' \,/\, `a'$$

மற்றும் $A(\infty) = 1 - \left(\sum_{j=0}^{n} x^j\right)^{-1}$

n பழுதுபார்ப்பவர்களை கொண்ட $(n-1)$ அவசரகாலத்திற்கென நிறுத்தி வைக்கப்பட்டுள்ள n கருவிகளைக் கொண்ட அமைப்பிற்கு

$$Pn = \left[\sum_{j=0}^{n} \left(\frac{n}{j!} x^{n-j} \right) \right]^{-1}$$

மற்றும் $A(\infty) = 1 - Pn$

பராமரிப்பிற்கான சில அளவைகள்
(Certain Measures on Maintainability)

பராமரிப்பிற்கான சில நிலைத்தரம் வாய்ந்த அளவைகள் முப்பிரிவில் விளக்கப்படுகின்றன. இதற்கான குறியீடுகள் எதிர்மறை அடுக்கு உருப்படிவத்தைக் கொண்டு பெறப்படுகின்றன.

பராமரிப்பு (Maintainability)

பூஜ்ஜிய கால அளவில் தோல்வி நிலையில் உள்ள ஒரு கருவி T கால அளவிற்குள் இயக்க நிலைக்கு திரும்ப மாற்றப்படுவதற்கான நிகழ்தகவு பராமரிப்பு எனப்படுகிறது. ஓர் அடுக்கு உருப்படிவத்தில் பணி நேரம் (service time) அடுக்குப் பரவலை be^{-bt} என்ற வீதத்தில் பின்பற்றுகிறது. இவ்விடத்து b என்பது பணிவீத எல்லைக்கால (service rate limit time) மாகும். அல்லது $1/b$ என்பது சராசரி பணிக்காலமாகும். எனவே பராமரிப்பு $= 1 - e^{-bt}$ என்று அமைந்து $M(T)$ என குறிக்கப்படுகிறது.

2·1 ஓர் எடுத்துக்காட்டு :

கீழ்க்கண்ட அட்டவணையானது ஒரு கருவிக்கான பழுது பார்க்கும் நேர விவரத்தை அளிக்கிறது.

பராமரிப்பு கால அளவு (Ti) மணிகளில்	அலைவெண் (fi)
1	—2
2	—4
3	—7
4	—13
5	—16
6	—16
7	—24
8	—10
9	—6
10	—4
11	—3
12	—1
மதிப்புகள்	106

மேற்கண்ட விவரத்தைக் கொண்டு $= \frac{1}{b}$

$$= \Sigma \frac{Ti\,fi}{\Sigma fi} = 6{\cdot}09 \text{ மணிகள்}$$

அல்லது $b = 0{\cdot}162$ பராமரிப்பு செயல்கள்/மணி

$$M\,(1 \text{ மணி}) = 1 - e^{-0{\cdot}62}$$
$$= 15\%$$
$$M\,(2 \text{ மணிகள்}) = 1 - e^{-2\,(0{\cdot}162)}$$
$$= 28\%$$
$$M\,(10 \text{ மணிகள்}) = 1 - e^{-10\,(0{\cdot}162)}$$
$$= 80\%$$

பராமரிப்பின் நிபந்தனை (Maintenance Constraint)

ஒரு சீர்குலைவானது குறிப்பிட்ட கால அளவு t க்குள்ளாக சீர் செய்யப்படவில்லை எனில் அதனால் முழு அமைப்பிற்கு ஊறு நேரிடக்கூடும். அதனால் தோல்விகளின் தன்மையை யொட்டி

இத்தகைய நிபந்தனைகள் அமைந்துள்ளன. பராமரிப்பு நிபந்தனை எனப்படுகிறது. இயக்கத்திறனை அதிகரிக்க எந்த ஒருவகை தோல்வியிலும் இத்தகைய நிபந்தனைகளை விதிக்க இயலும்.

பராமரிப்பு அதிகரிப்பு (Maintainability Increment)

பராமரிப்பு நடவடிக்கைகளின் வாயிலாக T என்ற காலத்தில் ஏற்படும் தோல்விகளில் t என்ற காலத்திற்குள் மீண்டும் இயக்கத்தை ஏற்படுத்தும் கருவிகளின் விகிதமே பராமரிப்பு அதிகரிப்பு எனப்படும். இதனை $M\Delta$ எனக் குறிப்பிடுகிறோம்.

$$M\Delta = 1-e^{-aT}-e^{-bt}(1-e^{-aT})$$

$$= (1-e^{-aT})(1-e^{-bt})$$

இவ்விடத்து a என்பது தோல்வி வீதமாகும்.

நிரூபணம் :

$(0, T)$ என்ற இடைவெளியில் r தோல்விகள் ஏற்படுகின்றன என்று கொள்க. $(0, t)$ என்ற இடைவெளிக்குள் ஒவ்வொரு தோல்வியையும் சீர் செய்வதற்கான நிகழ்தகவு $1-e^{-bt}$ என்றும் கொள்க.

சீர்படுத்தத்தக்க கருவிகளின் எண்ணிக்கை

$$= r(1-e^{-bt})$$

சீர்படுத்திய கருவிகளின் விகிதம் $= 1-e^{-bt}$

$$\therefore M\Delta \sum_{r=1}^{\infty} (1-e^{-bt})\, P(n)$$

$$= \sum_{r=1}^{\infty} (1-e^{-bt})\, e^{-aT} \frac{(aT)^r}{r!}$$

$$= (1-e^{-aT})(1-e^{-bt})$$

எடுத்துக்காட்டு:

$a = \cdot 001$ தோல்விகள் 1 மணி

$h = 1$ பராமரிப்பு 1 மணி; $t = 1$ மணி; $T = 100$ மணிகள்

$$M\Delta = 1 - e^{-\cdot 001\,(100)} - e^{-1}\left(1 - e^{-\cdot 001\,(100)}\right)$$

$$= 1 - 0{\cdot}904 - \cdot 368\,(1 - 0{\cdot}904)$$

$$= 0{\cdot}061$$

$$= 6{\cdot}1\%$$

சராசரி மறுதரவு நேரம் (Mean Recurrence Time)

ஒரு தோல்வி நிலையிலிருந்து ஓர் அனுசரிப்பு நிலைக்கு திரும்புதற்கான சராசரி மறுதரவு நேரம் எனப்படும் $= 1/b$

கருவி கிடைக்கும் தன்மை (Equipment Availability)

கருவிகளின் கிடைக்கும் தன்மை = Prob (t க்கால அளவிற்குள் பராமரிப்புத் தன்மை கையாளப்படுவதால் திரும்பவும் இயக்க நிலைக்கு Tக் காலத்தில் அமைப்பு மாற்றப்படுதல்).

$$= 1 - e^{-bt} + e^{-(bt + aT)}$$

$$= 1 - e^{-bt}\left(1 - e^{-aT}\right)$$

நிரூபணம்:

Tக் காலத்தில் தோல்வி நிலை நிகழ்தகவை கருத்தில் கொள்க. (O, T) இடைவெளியில் தோல்விக்கான நிகழ்தகவு $= 1 - e^{-aT}$

t க் காலத்திற்குள் ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட தோல்விகள் சீர் செய்யப்படாமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு c^{-bt}

$\therefore$ Tக் காலத்தில் தோல்வி நிலை நிகழ்தகவு

$$= \left(1 - e^{-aT}\right) e^{-bt}$$

$\therefore$ T என்ற காலத்தில் இயக்க நிலைக்கான

$$\text{நிகழ்தகவு} = 1 - e^{-bt}\left(1 - e^{-aT}\right)$$

இந்நிகழ்தகவு $T \rightarrow \infty$ எனில்

$M(t) = 1 - e^{-bt}$ ஐ அணுகுகிறது

செயற்பணி கிடைக்கும் தன்மை (Mission availability) :

செயற்பணி கிடைக்கும் தன்மை : குறிப்பிட்ட கால அளவு t க்குள் பராமரிப்பின் மூலம் திரும்ப இயக்க நிலைக்கு கொண்டு வர முடியாத செயற்பணியின் குறித்த சதவீதம் தோல்வி யடையாது என்பதற்கான நிகழ்தகவு ஆகும்.

$$= e^{-aT} e^{-bt}$$

நிரூபணம் :

(O, T) என்ற இடைவெளியில் r தோல்விகளுக்கான

$$\text{நிகழ்தகவு} = \frac{e^{-aT} (aT)^r}{r!}$$

அவை அனைத்தையும் t என்ற காலத்திற்குள் சீர் செய்வ தற்கான நிகழ்தகவு

$$= \frac{e^{-aT} (aT)^r}{r!} (1 - e^{-bt})^r$$

அல்லது தேவைப்படும் நிகழ்தகவு

$$= \sum_{r=0}^{\infty} \frac{e^{-aT} (aT)^r}{r!} (1 - e^{-bt})^r$$

$$= e^{-aT} \sum_{r=0}^{\infty} \frac{[dT(1 - e^{bt})]^r}{r!}$$

$$= e^{-aT(1 - e^{-bt})} e^{aT}$$

$$= 1 - e^{-bt}$$

$t \rightarrow \infty$ எனில்

$$(1 - e^{-bt}) \rightarrow 0$$

எடுத்துக்காட்டு (1)

a = ·001 தோல்விகள் 11 மணி
h = 1 பராமரிப்பு / மணி
t = 1 மணி
T = 100 மணிகள்

(1) கருவி கிடைக்கும் தன்மை

$$= 1 - e^{-bt}\left(1 - e^{-aT}\right)$$
$$= 1 - e^{-1}\left(1 - e^{-.001(100)}\right)$$
$$= 1 - (\cdot 368)(1 - 0{\cdot}904)$$
$$= 1 - (\cdot 368)(0{\cdot}096)$$
$$= 1 - 0{\cdot}035328$$
$$= 0{\cdot}\,964672 \text{ or } 96{\cdot}5\,\%$$

(2) செயற்பணி கிடைக்கும் தன்மை

$$= e^{-(0.1)}\, e^{-1}$$
$$= e^{-(01)}\,(0.368)$$
$$= e^{-0{\cdot}0368}$$
$$= 0{\cdot}96445$$
$$= 96{\cdot}4\,\%$$

எடுத்துக் காட்டு (2)

a = ·001 தோல்விகள் / மணி
b = 4 / மணி
t = 0·25 மணி
T = 1000 மணிகள்

(1) உயிர்ப் பிழைப்பதற்கான நிகழ்தகவு

$$= e^{-aT}$$
$$= e^{-1}$$
$$= \cdot 368$$
$$= 36{\cdot}8\,\%$$

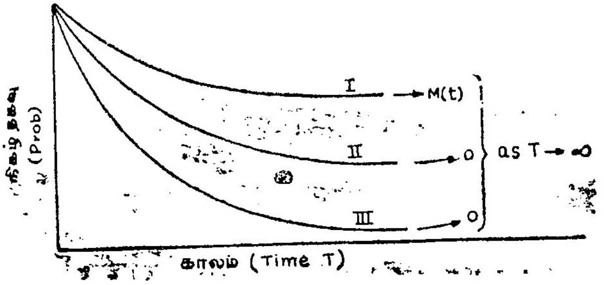
(2) செயற்பணி கிடைக்கும் தன்மை

$$= e^{-aT} \, e^{-bt}$$
$$= e^{-1} (e^{-1})$$
$$= e^{-0.368}$$
$$= \cdot 7356 \text{ or } 73 \cdot 6\%$$

(3) கருவி கிடைக்கும் தன்மை

$$= 1 - e^{-bt} \left(1 - e^{-aT} \right)$$
$$= 1 - (e^{-1}) (1 - e^{-1})$$
$$= 1 - (0 \cdot 368) (\cdot 632)$$
$$= 1 - 0 \cdot 2326$$
$$= 0 \cdot 7674 \text{ or } 76 \cdot 7\%$$

பொதுவாக கருவி கிடைக்கும் தன்மை, செயற்பணி கிடைக்கும் தன்மை மற்றும் உயிர்பிழைப்பதற்கான நிகழ்தகவு இவை b யின் மதிப்பு மிகக் குறைவாக இருக்கையில் கீழ்க் கண்ட வாறு வரையப்படலாம்.



I கருவி கிடைக்கும் தன்மை.

II செயற்பணி கிடைக்கும் தன்மை.

III உயிர் பிழைப்பதற்கான நிகழ்தகவு.

முன் அத்தியாயத்தில் கொடுக்கப்பட்டிருந்த வரையறைப்பற்றிய குறிப்பு:

a என்பது தோல்வி வீதம் என்றும் b பணி வீதம் என்றும் கொண்டால் சென்ற அத்தியாயத்தில் Tக் காலத்தில் அமைப்புக் கிடைக்கும் தன்மை.

$$A(T) = \frac{b}{a+b} + \frac{a}{a+b} \; e^{-(a+b)T}$$

t-ஐப் பற்றிய எந்த ஒரு கால நிபந்தனை இல்லாத போதிலும் கருவி கிடைக்கும் தன்மை இம் மதிப்பையே கொள்ளும். பொதுவாக Tக் காலத்தில் n கருவி கொண்ட ஓர் அமைப்பு இயங்கும் தன்மையில் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவை அமைப்பு கிடைக்கும் தன்மை என்று குறிப்பிடுவதே நல்லது. ஒரு கருவி கொண்ட அமைப்பிற்கான இத்தகைய நிகழ்தகவை 'கருவி கிடைக்கும் தன்மை' என்கிறோம்

UTR :

எந்த ஒரு பராமரிப்பு பற்றிய நிபந்தனையும் இல்லாத ஒரு கருவி கொண்ட அமைப்பைக் கருத்தில் கொள்க.

UTR = மேல் கால விகிதம்

= கிடைக்கும் தன்மை T-க்கும், (O, T) என்ற இடைவெளியில் அமைப்பு இயக்கத்திலிருக்கும் என்பதற்கான விகிதமாகும்.

$$= \frac{1}{T} \int_0^T A(t)\, dt$$

இதனை சென்ற பிரிவில் கண்டபடி

$$= \frac{b}{a+b} + \frac{a}{T(a+b)^2} - \frac{a}{T(a+b)^2} \, e^{-(a+b)T}$$

என்று பெறுகிறோம்.

DTR = கீழ்க் கால விகிதம்

$= 1 - UTR$

$= \frac{b}{a+b}$ ஆகும்.

மேற்கோள் நூல்களின் பட்டியல் (அல்லது) பார்வைக்குரிய நூல்கள்
(Bibliography)

(செயல்முறை ஆராய்ச்சி)
(Operations Research)

1. **Ackoff, R. L.,** Scientific Method: Optimizing Applied Research.

2. **Ackoff, R. L.,** and **Maurice W. Sasieni:** Fundamentals of Operation Research, John Wiley & Sons, 1963.

3. **Arnoll, E. L.,** and **S. S. Sen Gupta:** 'Mathematical Programming in Progress in Operation, Vol.I, R. L. Ackoff (ed.) John Wiley & Sons, New York, 1961, pp. 106-210.

4. **Arrow, Kenneth J. Leonid Hurice** and **Hirofumi Uzawa:** Studies in Linear and Non-Linear Programming, Stanford University Press, 1958.

5. **Arrow, Kenneth J. Samuel, Karlin** and **Herbert Scraf** (eds) Studies in the Mathematical Theory of Inventory and Production, Stanford University Press, 1958.

6. **Baumol, W. J.,** Economic Theory and Operation Analysis, Prentice-Hall, 1963.

7. **Bellman Richard E.,** Dynamic Programming, Princeton University Press, 1957.

8. **Bellman, Richard E.** and **Stuart E. Dreyfus**, Applied Programming, Princeton University Press, 1962.

9. **Benes, Vaclav. E.,** General Stochastic Processes in the Theory of Queues, Addison Wesley, 1963.

10. **Beale E. M. L.,** Mathematical Programming in Practice. Pitman, 1961.

11. **Beer Stafford,** Decision and Control, John Wiley & Sons, New York, 1966.

12. **Bowman E. H., Fetter R. B.,** Analysis for Production Management, Richard-Irwin, Home Wood Ill, 1961.

13. **Brown R.,** Statistical Forecasting for Inventory Control, McGraw Hill Book Co., New York, 1959.

14. **Buchan, Joseph** and **Ernest Koenigsbrg:** Scientific Inventory Management, Prentice-Hall, 1963.

15. **Buffa Elwood S.** Production Management, John Wiley & Sons, 1965.

16. **Charnes A.** and **W. W. Copper:** An Introduction To Linear Programming, John Wiley & Sons, New York, 1953

17. **Churchman C. West, Russell, L. Ackoff** and **Leonard E. Arnoff,** Introduction to Operation Research, John Wiley & Sons, 1957.

18. **Conway, Richard W. William L. Maxwell** and **Louis W. Miller:** Theory of Scheduling, Addison-Wesley, 1967.

19. **Cox D. R.** and **W.L. Smith,** Queues, John Wiley & Sons, 1961.

Dantzig G., Linear Programming and Extension; Princeton University Press, Princeton N.J., 1963.

20. **Dorfman R., P. A. Samuelson** and **Solow R. M.,** Linear Programming and Economic Analysis, Mc Graw Hill Book Co., New York, 1958.

21. **Dresher M.,** Games of Strategy, Theory and Applications Prentice Hall, Engle Wood Cliff N. J., 1961.

22. **Ferguson R. O.,** and **Sargent L. F.,** Linear Programming; Fundamentals and Applications, Mc Graw Hill Book Co., New York, 1958.

23. **Fetter, R. B.** and **W. C. Dalleck,** Decision Models of Inventory Management, Richard Irwin, Home Wood, Itl. 1961.

24. **Ford. L. R. Jr.** and **D. R. Fulkerson,** Flows in Networks, Princeton University Press, 1962.

25. **Gale, David,** The Theory of Linear Economic Models, Mc-Graw-Hill, 1960.

26. **Gass. Saul, I.,** Linear Programming: Methods and Applications, Mc Graw-Hill, Third Edition, 1969.

27. **Garvin, W. W.,** Introduction to Linear Programming, Mc Graw Hill Book Co., New York, 1960.

28. **Hadley, G.**, Linear Programming, Addison-Wesley, 1962.

29. **Hadley, G.,** and **T. M. Whitin,** Analysis for Inventory Systems, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J. 1963.

30. **Hammersley, J. M.** and **D. C. Hauds,** Comb Monte Carlo Methods, John Wiley & Sons, 1964.

31. **Hadley, G.,** Non-Linear and Dynamic Programming, Addison-Wesley, 1964.

32. **Hertz, David, B.** and **Roger, T.,** Eddison, Progress in Operations Research, Vol. II, John Wiley & Sons, 1964.

33. **Hillier, Frederic, S.** and **Genald, J. Lieberman,** Introduction to Operations Research, Holderday, Inc., 1967.

34. **Howard, Ronald, A.,** Dynamic Programming and Marker Processes, The Massachusetts, Princeton University Press, 1962.

35. **Houlden, B. T.**: Some Techniques of Operations Research, The English Universities Press, London, 1962.

36. **Hu. T. C.**, Integer Programming and Net Work Flows, Addison-Wesley, 1967.

37. **Jorgenson, D. W., J. J. Mc Call** and **R. Radner**, Optimal Replacement Policy, Rand McNally, 1967.

38. **Karlin, Samuel**; Mathematical and Theory in Games Programming and Economics, Vol. I., Addison Wesley, 1959.

39. **Kuhn, H. W.** and **A. Tucker** (eds.), Contribution to the Theory of Games, Vol. I.

40. **Koopman, S., Tjalling, C.**; Activity Analysis of Production and Allocation., Proceeding of a Conference, John Wiley & Sons, 1951.

41. **Lee, Alec. M.**, Applied Queueing Theory.

41(a) **Loomba, N. Paul,** Linear Progamming, T. M. H.; 1964 Edn.

42. **Magee. J. F.**, Production Planning and Inventory Control, Mc-Graw Hill Book Co., New York, 1956.

43. **Mangasarian, O. L.**, Non-Linear Programming, Mc-Graw Hill, 1969.

44. **Mckinsey, J. C. C.**, Introduction to the Theory of Games, Mc-Graw Hill Book Co., New York, 1952.

45. **Meier, Robert, C., William, T., Newell** and **Harold, L.**; Pazer Simulation in Business and Economics, Prentice-Hall, 1969.

46. **Meyer, H. A.** (ed). Symposium on Monte Carlo Methods, John Wiley and Sons, New York, 1956.

47. **Millier, David, W.** and **Martin, K., Starr**: Excecutive Decision and Operations Research, Prentice-Hall, 1960.

48. **Mize, Joe, H.** and **J, Grady Cox**.,. Essentials of Simulation, Prentice-Hall, 1968.

49. **Morse, Philip, M.**, Queues, Inventories and Maintenance: The Analysis of Operations Systems with Variable Demand and Supply, John Wiley and Sons, 1958.

50. **Nadder, Eliezer,** Inventory Systems, John Wiley and Sons, 1966.

51. **Nemhauser, George. L.**, Introduction to Dynamic Programming, John Wiley & Sons, 1966.
Operation Research in Production and Inventory Control, John Wiley and Sons, New York, 1962.

52. **Orchard-Hays, Williams**, Advanced Linear Programming Computing Teehniques, McGraw Hill, 1968.

53. **Prabhu**, **N. V.**, Queues and Inventories : A Study of their Basic Stochastic Processes, John Wiley & Sons, 1965.

54. **Pratt, John W. Howard Raiffu** and **Robert Schlaifer :** Introduction to Statistical Decision Theory, McGraw-Hill, 1965.

55. **Raiffa**, **Howard** and **Robert** : Schlai fer Applied Statistical Decision Theory, Division of Research, Graduate School of Business Administration, Harvard University Boston, Massch., 1961.
L. Sasieni, W. A. Yaspan and **M. Friedman**, Operations Research : Methods and Problems, John Wiley and Sons, New York, 1959.

56. **Saaty, Thomas, L.** and **Joseph Bram**, Non-linear Mathematics, McGraw Hill, 1964.

57. **Saaty, Thomas, L.**, Elements of Queueing Theory with Applications, McGraw Hill, 1961.

58. **Scarf, Herbert E. Dorothy Gilford** and **Maynard, W. Shelly** (eds.): Inventory Models and Techniques, Stanford University Press, 1963.

59. **Sengupta, S. Sankar** : Operations Research in Sellers's Competition, John Wiley and Sons, 1968.

60. **Starr, Martink**, Production Management Systems and Synthesis, Prentice-Hall, 1962.

61. **Sasieni, M. W. A., Yaspan** and **L. Friedman**: Operations Research : Methods and Problems, John Wiley and Sons, New York, 1959.

62. **Takacs Lajos** : Introduction to the Theory of Queues, Oxford University Press, 1962.

63. **Teichrdew, Daniel.,** : An Introduction to Management Science Deterministic Models, John Wiley and Sons, 1964.

64. **Vajda. S.**, The Theory of Games and Linear Programming, John Wiley and Sons, New York, 1956.

65. **Valda, S.** Mathematical Programming, Addison Wesley, 1961.

66. **Whitin T. M.**, Theory of Inventory Management, Princeton University Press, Princeton N. J. 1953.

67. **Wagner, Harvey, M.**, Statistical Management of Inventory Systems; John Wiley & Sons, 1962.

68. **Whitin, Thomson, M.**, The Theory of Inventory Management, Second Edition, Princeton University Press, 1957.

69. **Zang Will, Willard. I.**, Non-Linear Programming, A Unified Approach, Prentice-Hall, 1969.

பார்வைக்குறிய நூல்கள்

(புள்ளியல் தரக்கட்டுப்பாடு)

(BIBLIOGRAPHY)

(Statistical Quality Control)

1. **Anolos Edwing,** Organization Concerned with Statistical Quality Control by OPRD Quality Control Reports No. 2.

2. **Browulee, K. A.,** Industrial Experimentation 2nd revised American Edition, Chemical Publishing Co. Inc., Brooklyn N. Y., 1948.

3. **British Standards Institution,** 'The Application of Statistical Methods to Industrial Standardisation and Quality Control, London.

4. **Burr W., Irving,** Engineering Statistics and Quality Control, McGraw Hill Book Company.

5. **Chew, Victor Leo :** Experimental Designs in Industry, John Wiley & Sons Inc., New York, 1958.

6. **Cowden, Dudley, J.,** Statistical Methods of Quality Control, N. J. Prentic Hall, Inc., Engle Wood Cliffs, 1957

7. **Davies Owen, L.** (ed.) The Design and Analysis of Industrial Experiments, Oliver and Boyd Ltd., London, 1954.

8. **Deming, Edwards, W.,** Some Theory of Sampling, John Wiley and Sons Inc., New York, 1950.

9. **Dodge Harold, F.,** A General Procedure for Sampling, Inspection by Attributes—Based on the AQL Concept.

10. **Technical Report No. 10**. Statistical Centre Rutgers, The State University, December 15, 1959.

11. **Dudding B. P.** and **Jennett, W. T.**, Quality Control Charts, [British Standard 600 R: 1942], British Standards Institution, London, 1942.

12. **Ekambaram, S. K** ; The Statistical Basis of Acceptance Sampling, Asia Publishing House.

13. **Ekambaram, S. K.** : The Statistical Basis of Quality Control Charts.

14. **Grant, Eugenel**, Statistical Quality Control, 3rd. ed., McGraw Hill Book Co. Inc., New York, 1964.

15. **Hansen, Bertrand, L.** Quality Control : Theory and Applicaiions, N. J. Prentice Hall Inc., Engle Wood Cliffs, 1963.

16. **Juran, J.M.** (Ed.) Quality Control Handbook, 2nd edition McGraw Hill Book Co., Inc. New York, 1963.

18. **Mainland, Donald Herrera Lee** and **Sutclifee Marion, I.**, Tables for Use with Binomial Samples, University College of Medicine, New York, 1956.

19. **Peach Paul**, Industrial Statistics and Quality Control, 2nd edition, Releigh, N. C. Edwards and Broughton Co., 1947.

20. **Pearson, E. S.** and **Harley, H. O.** [eds.] Bio-metrika Tables for Statisticians, Vol. I., 2nd edition, Cambridge University Press, London, 1958.

21. **Rand Corporation**, A Million Randon Digits with 1,00,000 Normal Deviates, Glencoe Ill. The Free Press, 1955.

22. **Rice William, B.**, In Control Charts in Factory Management, John Wiley and Sons. Inc., New York, 1947.

23. **Ruther Ford John, G.**, Quality Control in Industry – Methods and Systems, Pirtman Publishing Corporation, New York, 1948.

24. **Schrock, Edward, M.** : Quality Control in Industry—Methods, Rein Hold Publishing Corporation, New York, 1950.

25. **Seder, Leonarda** and **Cowan David**, The Span Plan Method Process Capability Analysis, General Publication No. 3, American Society for Quality Control Inc., Milwankee, 1956.

26. **Shewhart, W. A.**, Economic Control of Quality of Manufactured Product, D. Vaunostrand Co. Inc., New York, 1931.

27. **Shew Hart, W. A.** Economic Control of Quality of Manufactured Product, D. Vaunostrand Co., New York.

28. **Simon, L. E.**, An Engineering's Manual of Statistical Methods, John Wiley.

29. **Smith Edward, S.**, Control Charts, McGraw Hill Book Co. Inc., New York, 1947.

30. **Statistical Research Group,** Columbia University, 'Sampling Inspection.'

31. United States Department of the Army Bureau of Ordnance Procedures and Tables for Continuous Sampling by Attributes, Ordnance Inspection Handbook, ORD—M 608-11, (1954).

32. United States Department of Defence: Military Standard Sampling Procedure and Tables for Inspection by Attributes (Mil. Std. 105 D). U. S. Printing Office, Washington D. C., 1963.

33. Variable for Percent Defective : (Mil. Std. 414) U. S. Govt. Printing Office, Washington, D. C. Military, Standard Sampling Procedure and Tables for Inspection, U. S. Government Printing Office, Washington, D. C., 1957.

34. **Wald, A.** Sequential Analysis, John Wiley.

35. **Working, Holb Rook,** A Guidebook of Utilization of the Binomial and Poisson Distribution in Industrial Quality Control Standard, Stanford University Press.

கலைச் சொற்கள்
(GLOSSARY)

செயல்முறை ஆராய்ச்சியும், புள்ளியில் தரக்கட்டுப்பாடும்

A

Acceptance	—	ஏற்புடைமை
,, Sampling	—	ஏற்புடைமை கூறுமுறை
Acceptable quality level	—	ஏற்கதகு தரமட்டம்
Action line	—	செயற்கோடுகள்
Activity	—	செயல் நடவடிக்கை
Adaptation	—	தழுவல்
Adjust	—	தக்கவாறு அமை
Advanced	—	முற்போக்கான
Alleviate	—	எளிதாக்கி மட்டப்படுத்து
Allocation	—	இட ஒதுக்கீடு
Allowable	—	ஒத்துக்கொள்ளக்கூடிய
Alternative	—	ஒற்றை மாற்று
Analysis	—	பகுப்பாய்வு
Analytic	—	பகுமுறை
Application	—	செயற்பாடு
Approach	—	அணுகு நெறி
Approval	—	ஏற்றல்
Approximate	—	தோராயமான
Arithmetic mean	—	கூட்டுச் சராசரி
Arrival	—	வருகை
,, rate	—	வருகை வீதம்
Arrival service time	—	வருகை-சேவை-நேரம்
Assignment	—	பங்கீடு, வகுப்பீடு
Assinable	—	குறிப்பிடத்தக்க, நியமிக்கப் பட்ட
Attribute	—	குணப்பண்பு
Automobile	—	தானியங்கி,மோட்டார்வண்டி

Availability — கிடைப்பன
A.O.I.—Average Amount of Inspection — சராசரிச் சோதனை அளவு
Average — சராசரி
AQRL : Average Outgoing Quality Level — சராசரி வெளியேறும் தரமட்டம்
AQL : Average Quality Level — சராசரி தரமட்டம்

B

Bad lot — தரமில்லா குவியல்
மோசமான குவியல்
Backing — பின் தள்ளுதல்
Back log — திருப்பு
Basic — அடிப்படை
Basis — அடித்தளம்,அடிப்படைதளம்
,, Matrix — அடித்தள அணி
,, Vector — அடித்தள திசையிலி
Behaviour — நடத்தை
Bias — சாய்வு, ஒருசார்பு
Bidding — கெலிப்பு
Binomial Distribution — ஈருறுப்புப் பரவல்
Breakdown — நிலைகுலைவு, சீர்குலைவு
Break-even-point — ஆதாயமோ, இழப்போ இல்லாத நிலை
Buffer Stock — காப்புக் கையிருப்பு
Bulb — மின்விளக்கு

C

Capacity — கொள்ளளவு, பரும அளவு
Capital Investment — பண முதலீடு
Category — வகையினம்
Cause-and-effect — காரணம்-விளைவு
Cell — கூறு
Chance — தற்செயல் நிகழ்வு
Chance Causes — தற்செயல் காரணங்கள்
Channel — பாதை; வழி
Characteristic — குணப்பண்பு
Chart — வரைபடம்

Check-out Station	—	பணி செய்பவர் வெளியே சென்றதை பதிவு செய்யும் இடம்
Class	—	பிரிவு, வகுப்பு
Collution	—	உடன்படிக்கை
Corollary	—	கிளைத்தேற்றம்
Column	—	நிரல்
Common	—	பொதுவான
Camparison	—	ஒப்புவமை
Completely	—	முழுமையாக
Components	—	பொருட்கள்
Compute	—	கணி
Computer	—	கணிப்பான்
,, Codes	—	;, குறியீடுகள்
,, Memory	—	,, நினைவகம்
Computation	—	கணிப்பு
Concave	—	குழிவான
Condition	—	நிபந்தனை
Conflicting	—	முரண்பாடான
Conformance	—	ஒழுங்கு முறையை கடைபிடித்தல்
,, Quality	—	ஒத்த நிலைதரம்
Congestion	—	நெருக்கடி
Consequence	—	தொடர் விளைவு
Consistent	—	நிலைபேறுள்ள
Constant	—	நிலையெண்; மாறிலி
Constraint	—	நிபந்தனை, கட்டுப்பாடு
Consumer	—	துய்ப்போர், நுகர்வோர்
Consumer's Risk (CR)	—	துய்ப்போர் இடர்வரவு
Control Charts	—	கட்டுப்பாட்டு வரைபடங்கள்
,, Limits	—	;, எல்லைகள்
Converse	—	தரவு முடிவாகிய மாறிய நிலை
Co-ordination	—	ஒத்திசைவு
Corrective action	—	திருத்தும் இயல்புடைய நடவடிக்கை
Convex	—	புறங்குவிந்த
Cost	—	செலவு தொகை; விலை
Criterion	—	கட்டளை விதி
Cumulative sum (Cusum)	—	அடுக்குக் கூட்டல்
,, Plotting	—	அடுக்குப் புள்ளி இடல்

Current	—	நடப்பு, மின்சாரம்
Customer	—	வாங்குபவர், வாடிக்கையாளர்
Cycle	—	சுற்று, சுழற்சி
Cycling	—	சுழற்சி
Cycle system	—	சுழற்சி அமைப்பு

D

Damage	—	சிதைவு
Decision	—	முடிவு, தீர்மானம்
Decomposition	—	கூறுகச் சிதைவு
Defects	—	குறைகள்
Defectives	—	குறைபாடுகள்
Degenerate	—	சிதைவுடைய, சீர்குலைவான
Degree	—	நிர்ணயம்
,, of freedom	—	சமன்பாட்டுப்படி
Depreciation	—	குறைக் கணிப்பு
Design	—	திட்டம், அமைப்பு
Destination	—	சேருமிடம்
Deterioration	—	தரக்குறைவு,
	—	அழிகேடாக்குதல்
Determinant	—	அணிக்கோவை
Deviation	—	விலக்கம், திசைமாற்றம்
Diameter	—	விட்டம்
Difference	—	வித்தியாசம், வேறுபாடு
Dilemma	—	இரண்டக நிலை
Dimension	—	பரிமாணம்
Direction	—	திசை
Directory	—	பெயர்க்குறிப்பு நூல்
Discipline	—	ஒழுங்கு
Distribution	—	பரவல்
Doctrine	—	கோட்பாடு, தத்துவம்
Double sampling plan	—	இரு கூறு முறை
Dual	—	இருமையான, இரட்டையான
Duality	—	இருமை, இரட்டைத் தன்மை
Dummy	—	போலியான
Dynamic	—	விசை இயக்க

E

Economic — சிக்கனமான
Economic Order Quantity (EOQ) — சிக்கன உத்தரவு அளவு
Effect — விளைவு
Effectiveness Matrix — பயனுறுதி அணி
Efficiency — பயில் திறன், வினை திறன்
Effort — திறன்
Elapsed time — கழிந்த நேரம், செலவான நேரம்
Element — மூலகம், உறுப்பு
Elimination — நீக்குதல்
Embed — பதித்துவை
Entry — பதிவு, நுழைவு
Engineering — பொறியியல்
Equation — சமன்பாடு
Equipment — சாதனம்
Error — பிழை
Event — நிகழ்ச்சி
Evidence — சான்று
Exact — சரியான
Example — உதாரணம், மாதிரி, எடுத்துக் காட்டு
Exit — வெளியேறும் வழி
Expression — கோவை, எண்ணுருக் கோவை
Extra — அதிகப்படியான
Extreme point — முனைப்புள்ளி

F

Facilitate — எளிதாக்கு
Facilities — வாய்ப்பு நலங்கள்
Factor — காரணி
Factory — தொழிற்கூடம்
Failure — தோல்வி, செயலொழிவு
Feasible — பயனெளிமையுடைய
Fields — களங்கள்
Figure — இலக்கணம், எண் உருவம்

Financial	—	நிதிபற்றிய
Finite	—	முடிவுள்ள
First-Come-First-Served	—	முதல் வருகைக்கு முதல் சேவை
Fixed charge	—	நிலைத்த விலை
Fluctuating	—	ஏறி இறங்குகிற
Fluctuation	—	ஏற்றத்தாழ்வுகள்
Force	—	விசை
Form	—	படிவ நிலை
Formulation	—	உருவாக்கம்
Formulas	—	சூத்திரங்கள், வாய்ப்பாடுகள்
Forecast	—	முன் கணிப்பு
Fork	—	எஃகு கவை முள் கருவி
Fraction	—	பின்னம்
Fraction defectives	—	பின்னக் குறைபாடுகள்
Frame	—	உறுப்பு இணைவமைதி
Frequency	—	அலைவெண்
,, Distribution	—	,, பரவல்
Function	—	சார்பலன்

G

Game	—	விளையாட்டு
,, Theory	—	,, தத்துவம், கொள்கை
Gain	—	ஈட்டிப்பு
Generalise	—	பொது வடிவாக்கு
Generalisation	—	பொதுவரை, பொது விதி
Generate	—	இயக்கு
Good lot	—	நல்ல (தரமான) குவியல்
Gradual	—	படிப்படியாக
Group	—	தொகுதி
Group Control Charts	—	தொகுதி கட்டுப்பாட்டு வரைபடங்கள்
Guide	—	கையேடு

H

Heterogeneity	—	பல இனத் தன்மை
Heterogeneous	—	பல்படித்தான
Highways	—	நெடுஞ்சாலை

Holding cost — தேக்கச் செலவு
Homogeneous — ஒருபடித்தான, ஓரினத் தன்மை உடைத்த
Horizontal — கிடைமட்டம்; படுக்கைக் கோடு
Hyper Geometric Distribution — ஹைபர் ஜியோமிதி பரவல்
Hypothesis — எடுகோள்

I

Identical — சர்வ சமமான
Identity — முற்றொருமை
,, Matrix — ,, அணி
Idle — செயலாற்றுத, பயனற்ற, வீணான
Illusion — பொய்மையான செம்மை
Illustration — எடுத்துக்காட்டு, விளக்கம்
Improvement — முன்னேற்றம், மேம்பாடு
Implimentation — செயல் நிறைவேற்றம்
Imprest level — முன்னதாக தீர்மானிக்கப் பட்ட மட்டம்
Inconsistent — இசைவில்லாத
Indefinite — எல்லையற்ற
Independent — சார்பற்ற, தற்சார்பில்லாத
Index — குறியீடு, அட்டவணை
,, number — குறியீட்டெண்
Indirect — மறைமுகமான
Individual — தனித்த
Industry — தொழிற் பட்டரை
Industrial — தொழில் அமைப்புடைய
Inequality — சமனிலி
Infinite — முடிவற்ற
Influence — செயல் விளைவு, பலன்
Inegenuity — கூர்மதி
Inner product — உட்பெருக்கம்
Inpute — உட்பாடு
Insight — உள்நோக்குத் திறன்
Insistence — வற்புறுத்தல்
Inspection — சோதனை, கண்காணிப்பு
Inspection Judgement Method — ஆய்வு தீர்ப்பு முறை

Integer — முழு எண்
,, programming — ,, திட்ட அமைப்பு
Integrate — தொகை காண்
Integrals — முழு நிறை
Inter-arrival time — இடை வருகை நேரம்
Interpolation — இடைச்செருகல்
Interpretation — கருத்து விளக்கம்
Inter relationship — இடைஉறவுத் தன்மைகள்
Interruption — இடைவினைவுகள்
Interval — இடைவெளி
Intrinsic difficulty — உள்ளியல்பான இடர்ப்பாடு
Intutive — திறனுய்வுசார்ந்த
Inventory control — சரக்குப்பட்டியல்கட்டுப்பாடு
Inventory carrying cost — சரக்குத் தேக்கச் செலவு, சரக்குப் பட்டியல் சுமைச் செலவு
Item — உறுப்பு
Inverse Matrix — நேரெதிர் அணி

J

Jockeying — தாவுதல்
Judgement — தீர்ப்பு

K

Key column — ஆதார நிரல்
,, number — ,, எண்
,, row — ,, நிரை
Known — தெரிந்த, அறிந்த

L

Lag — பின்னடைவு
Last-come-first-served — கடைசி வருகைக்கு முதல் சேவை
Large — பெரிய
Lathe — கடைசல் இயந்திரம்
Law — சட்டம்
Lead time — காலக்கழிவு நேரம்
Legitimate — ஏற்புடைய, நேரிய

Lemma — துணைக்கோட்பாடு
Length — நீளம்
Lethargy — அசட்டை மனப்பான்மை
Level — மட்டம்
Life — ஆயுள்
Light — ஒளி, வெளிச்சம்
Limited — எல்லைக்குட்பட்ட
Line — கோடு
Linear — நேர்கோட்டுக்குரிய, ஒருபடிக் குரிய
Linear programming — நேர்கோட்டு அமைப்புத் திட்டம்
,, equation — ஒருபடிச் சமன்பாடு
Logic — தருக்க நூல்
Loop — சுழல்மடி வளைவு
Loss — இழப்பு
Lost-sales-case — இழந்த விற்பனை நிலை
Lot — குவியல்
Lot-tolerance-Percent-Defective (LTPD) — குவியல் பொருத்திசைவுச் சதவீதக் குறைபாடு
Lower control limit — கீழ்க் கட்டுப்பாட்டு எல்லை

M

Machine — இயந்திரம்
Magnitude — பருமன் அளவு
Maintenance — பராமரிப்பு
Major — பெரிய
Manufacturer — உற்பத்தியாளர்
Marginal cost — விடுமிகை விலை
Mark — குறி
Marketing — சந்தைக்களம்
Mass — திணிவு
Mathematical — கணிதத்திற்குரிய, கணித
Materials — பொருள்கள்
Matrix — அணி
,, identity — முற்றொருமை அணி
,, square — சதுர அணி
,, pay off — இழப்பு ஈட்டு அணி

Maximum — மீப்பெரு, உச்ச
Maxmini — உச்ச நீச
Mean — சராசரி
Measure — அளவு
Method — செய்முறை
Methodology — செய்முறைக் கல்வி
Method of least squares — மீச்சிறும வர்க்கமுறை
Minimax — நீச உச்ச
Minimum — மீச்சிறு, நீச
Minus — கழி, குறை
Misleading — தவறான வழிகாட்டுகிற
Mistake — தவறு
Mixed strategies — கலப்புத் தந்திரங்கள்
Models — உருப்படிவங்கள், மாதிரிப் படிவங்கள்
Modification — (முறை) மாற்றம்
Modified limits — திருத்தப்பட்ட எல்லைகள்
MODI-Method (Modified Distribution Method) — 'மோடி' முறை (திருத்தப் பட்ட பரவல்முறை)
Motion — இயக்கம்
Mortality — இறப்பு
,, rate — ,, வீதம்
,, table — ,, பட்டியல்
Motivation techniques — செயல்நோக்க உத்திகள்
Movement — அசைவு, நகர்ச்சி
Moving average — நகரும் சராசரி
,, range — ,, வீச்சு
Multiple — பல, மடங்கு
Multi stage — பல கட்டம், பல்வேறு நிலை

N

National — தேசிய
Natural — இயற்கையான
Nearly — நெருங்கிய, ஏறத்தாழ
Necessary — தேவையான
Negative — எதிர்மறை
Negligible — மிகக் குறைவான, தவிர்க்கக் கூடிய

Net income	—	நிகர வருமானம்
,, profit	—	நிகர லாபம்
Network	—	குறுக்குமறுக்குக் கட்டம்
Network analysis	—	குறுக்குமறுக்குக் கட்ட ஆய்வு
Nomenclature	—	சொல்வழக்கு
Non-degenerate	—	சீர்குலைவற்ற, சிதைவற்ற
Non-linear	—	நேர்கோடற்ற
Non-negative	—	எதிர்மறையற்ற
Normal	—	இயல்பான
,, Distribution	—	இயல்நிலைப் பரவல்
North-West Corner Rule	—	வடமேற்கு மூலை விதிமுறை
Notation	—	குறிமானம்
Null-hypothesis	—	சூன்ய எடுகோள்
Number	—	எண்
Numerically	—	எண் அளவில்

O

Object	—	பொருள்
Objective	—	குறிக்கோள், கொள்குறி
,, function	—	கொள்குறி சார்பலன்
,, priority	—	,, முந்துரிமை
Observed	—	கண்டறிந்த
,, data	—	,, விவரங்கள்
O C curve	—	O C வரைபடம்
Odd	—	ஒற்றைப் படை எண்
One-to-one	—	ஒன்றுக்கொன்றான
Open	—	திறந்த
Operation	—	செயல்முறை
Operating Characteristic curve (O. C. curve)	—	குணங்காட்டி வரைகோடு
Operating cost	—	இயக்கச் செலவு
Operations Research (O.R.)	—	செயல்முறைகள் ஆராய்ச்சி
Opposite	—	எதிரான
Opportunity cost	—	சந்தர்ப்ப விலை (செலவு)
Optional	—	விரும்பிய
Optimality	—	பெரிதும் உகந்த தன்மை, உத்தமத் தன்மை
Optimum	—	பெரிதும் உகந்த
Order	—	தரம், உத்தரவு, ஆணை, நிலை

Ordering cost — உத்தரவுக்கான செலவு
Ordinary — சாதாரணமான
Origin — ஆதி, மூலம்
Origins — தோற்றுவாய்கள், ஆரம்பிக்கும் இடங்கள்
Output — வெளிப்பாடு, ஆக்க அளவு
Over all — எல்லாவற்றையும் உள்ளிட்ட
Over estimate — மேல் மதிப்பீடு
Over stock cost — அதிகப்படியான கையிருப்பிற்கான செலவு
Over time — அதிகப்படியான நேரம்

P

Pair — சோடி
Parallel — இணையான
Parameter — சுட்டுறுப்பு
Passing permitted — கடந்துசெல்லல் அனுமதிக்கப்பட்டது
Pay-off table — இழப்பு ஈட்டுப் பட்டியல்
Penalty — தண்டத் தொகை
Percent — சதவீதம்
Perfect — நிறைவான
Performanee — செயலாக்கம்
Period — காலவரை
Periodic review — காலவரை ஆய்வு
Permutation — வரிசை மாற்றம்
Pertinent — ஏற்புடைய
Phenonmenon — தோற்றப்பாடு
Plan — திட்டம், முறை
Plane — தளம்
Play — ஆட்டம்
Plot — வரை
Plus sign — கூட்டல் குறி
Point — குறிப் புள்ளி
Poisson Distribution — பாய்சான் பரவல்
Policy — செயல்திற நுட்பம்,கொள்கை
Poligon — பல்கோணம்
Population — முழுமைத் தொகுதி
Positive — நேர் எண்

Possibility	—	சாத்தியக்கூறு
Potential	—	அழுத்தம், நிலைப்பண்பு
Power	—	திறன்
Practical	—	செய்முறை
Practice	—	பயிற்சி
Precaution	—	முன்னெச்சரிக்கை
Precedence	—	முன்னோடி
Precise	—	திட்டமான
Predict	—	முன்கூறு, வருவது உரை
Prediction	—	வருவது உரைத்தல்
Premium	—	கட்டணம்
Present value	—	தற்போதைய மதிப்பு, இன்றைய மதிப்பு
Preventive replacement	—	தடுப்புப் பதிலமர்த்தீடு
Price	—	விலை
Primal problem	—	முதல்நிலைப் பிரச்சினை
Principal	—	தலையாய
Priority	—	முந்துரிமை
Probable	—	நிகழத்தக்க
Probabilistic	—	நிகழ்தகவுக்கான
Probability	—	நிகழ்தகவு
Problem	—	பிரச்சினை
Procedure	—	வழிமுறை
Process	—	செயற்பாங்கு, செயல்முறை
Process capacity	—	செயற்பாங்கின் திறமை
Produce	—	உற்பத்திசெய்
Producer's risk (P.R.)	—	உற்பத்தியாளரின் இடர்பாடு
Product	—	உற்பத்திப் பொருள்
Production	—	உற்பத்தி
Profit	—	இலாபம்
Profitability	—	இலாபம் ஏற்படக்கூடிய தன்மை
Program	—	திட்டம்
Programming	—	திட்ட அமைப்பு
,, dynamic	—	விசையியக்கத் திட்ட அமைப்பு
,, integer	—	முழு எண்ணிற்கான திட்ட அமைப்பு
,, linear	—	நேர்கோட்டுத்திட்ட அமைப்பு

Programming mathematical — கணித முறையில் திட்ட அமைப்பு
,, non-linear — நேர்கோடற்ற திட்ட அமைப்பு
,, parameter — சுட்டுறுப்புக்கான திட்ட அமைப்பு
,, quadratic — இரு விசைப்படி திட்ட அமைப்பு
Proof — நிருபணம்
Property — பண்பு
Proportion — விகிதம்
Prove — நிருபி
Psychological — உளநூல் சார்ந்த
Public — பொதுவான
,, utilities — பொதுநலத் துறைகள்
Purturbation — கலக்கும் முறை
Pure strategies — தூய தந்திரங்கள்

Q

Quadratic equation — இருவிசைப்படிச் சமன்பாடு
Quality — தரம்
,, control (Q. C.) — தரக் கட்டுப்பாடு
;, control charts — தரக் கட்டுப்பாட்டு வரைபடங்கள்
,, improvement — தர முன்னேற்றம்
,, standard — தரப் பண்பு
Quantity — அளவு
Quantitative — அளவு சார்ந்த
Queue — முறை, வரிசை
Queueing Theory — முறைவரிசைத் தத்துவம் (கொள்கை)
,, troubles — முறைவரிசைச் சிக்கல்கள்

R

Random — ராண்டம், இங்கொன்றும் அங்கொன்றுமான
Range — வீச்சு
Rank — மதிப்பிடும் தரம்
Rate — வீதம்
Ratio — விகிதம்

Rational	—	விகிதமுறுகின்ற, வரம்பு மீருத
,, sub groups	—	வரம்புமீருத குறுந் தொகுதிகள்
Raw data	—	சீர்ப்படாத விவரங்கள்
,, material	—	மூலப் பொருள்கள்
Re-action	—	எதிர்வினை
Real	—	மெய்யான, உண்மையான
Reason	—	காரணம்
Reciprocal	—	தலைகீழ், தலைகீழான
Record	—	பதிவுசெய், குறி
Recurring	—	தொடர்ச்சியான, மறு தடர்வு
Recurrence relation	—	மறுதடர்வுத் தொடர்பு
Recognise	—	கண்டு உணர்
Reduced	—	குறைந்த
Reduction	—	கழிவு
Reduntant	—	தேவைக்கு மேற்பட்ட
Reference	—	குறிப்பீடு
Regular	—	ஒழுங்கான
Rejection	—	தள்ளுபடி, நீக்கம்
Rejectable Quality Level (RQL)		தள்ளுபடிக்கான தரநிலை
Relation	—	தொடர்பு
Relative	—	சார்புடைய, சாருகின்ற
Reliable	—	நம்பத்தக்க
Reliability	—	நம்பகமை
,, Engineering	—	பொறியியல் நம்பகமை
,, Techniques	—	நம்பகமைக்கான உத்தி முறைகள்
Remainder	—	மீதம்
Reneging	—	பாதியில் விலகல்
Re-order	—	மறு-உத்தரவு
,, level (ROL)	—	,, மட்டம்
,, point	—	,, புள்ளி
,, quantity (ROQ)	—	,, அளவு
Replace	—	பதில் அமர்த்து, மாற்றிடு
Replacement	—	பதிலமர்த்தீடு, மாற்றீடு
Replenishment	—	நிறைவாக்குதல், பூர்த்தி செய்தல்
Represent	—	குறித்துக்காட்டு, தெரிவி
Representation	—	தெரிவிப்பு, உருவமைப்பு

Required	—	தேவையான
Requirements	—	தேவைகள்
Resale value	—	மறுவிற்பனை மதிப்பு
Residual	—	கழித்துவந்த மீதி
Resistance	—	எதிர்ப்பு, தடையமைவு
Return	—	மீட்சி
Returns	—	திரும்பக் கிடைப்பன
Resolve	—	பகுதிகளாகப் பிரி
Resources	—	வாய்ப்பு வளங்கள்
Resultant	—	கூட்டு விளைவாக்கம்
Restriction	—	தடை வரம்பு
Retrospective	—	பின்னோக்கிய
Reverse	—	மறுதலையான
Revision	—	புனராய்வு
Rigid	—	கட்டுறுதியான
Rigorous	—	கடும் கண்டிப்பான
Ring-around the rosy method	—	சுற்றிச்சுற்றி வரும் முறை
Risk	—	இடர்ப்பாடு, இடர்வரவு
Root	—	மூலம்
Rotate	—	சுழற்று
Rough	—	கரடுமுரடான
Route	—	வழித்தடம், பாதை
Routine	—	நடைமுறை ஒழுங்கான
Row	—	நிரை
Run	—	ஓட்டம்
Rule	—	சட்டம்
Rusty patches	—	துருப்பிடித்த துண்டுகள்

S

Saddle point	—	சேணப் புள்ளி
Safety risk	—	காப்பு இடர்
,, stock	—	பாதுகாப்புக் கையிருப்பு
Sample	—	கூறு
,, size	—	கூறு அளவு
Sampling distribution	—	கூறின் பரவல்
,, methods	—	கூறு முறைகள்
,, plan	—	கூறு திட்டம்
Sampling plan, single	—	ஒருகூறு முறை
,, , double	—	இருகூறு முறை

Sampling plan, multiple	—	பலகூறு முறை
Sampling, random	—	ராண்டம் கூறுகள்
,, , acceptance	—	ஏற்புடைமைக் கூறுகள்
Sale	—	விற்பனை, விற்றல்
Salesman	—	விற்பனையாளர்
,, , travelling	—	பயண விற்பனையாளர்
Sales, potential	—	விற்பனை வாய்ப்பு
Scale	—	அளவுகோல்
,, factor	—	அளவுக் காரணி
Scarce	—	பற்றுக்குறையான
Schedule	—	விளைப்பட்டியல்
Scheduling	—	வரிசைமுறைப்படுத்துதல்
Scope	—	நோக்கம்
Score	—	கணிப்பு எண்
Scrap	—	உடைசல் துண்டுகள்
Scratches	—	கீறல்கள்
Screening	—	தடைகாப்பு ஏற்பாடு
Screw	—	திருகு
Seasonal	—	பருவ காலத்திற்குரிய
Second degree	—	இரண்டாம் படி
Secondary	—	துணையான
Section	—	பிரிவு
Segments	—	துண்டுக் கோடுகள்
Sense of optimization	—	உத்தமத் தன்மையின் பாங்கு
Sensitivity analysis	—	கூர் உணர்வு ஆய்வு
Sequence	—	தொடர்ச்சி
Sequencing	—	தொடர் வரிசை, வரிசை முறை
Sequential decision problems	—	வரிசை முறையான முடிவுப் பிரச்சினைகள்
Series	—	தொடர்
,, complex	—	சிக்கல் தொடர்
,, infinite	—	முடிவற்ற தொடர்
Series parallel-facilities	—	தொடர்ச்சி - இணையான வாய்ப்பு நலங்கள், தொடர்-இணை வசதிகள்
Set-up	—	அமைப்பு, நிறுவன அமைப்பு
,, cost	—	நிறுவன அமைப்புச் செலவுத் தொகை
Service	—	சேவை, பணி

Service rate — சேவை வீதம்
,, station — சேவை நிலையகம், பணியகம்
,, ratio — சேவை விகிதம்
Servicing centre — பணியகம்
Shadow — நிழல்
,, variable — நிழல் மாறி
Shift — முறைமாற்றம், இடப்பெயர்ச்சி
Shortage — குறைபாடு, தட்டுப்பாடு
Shortest — மிகச்சிறிய
Side — பக்கம்
Sign — சுட்டுக்குறி, குறி
Significance — முக்கியத்துவம், பொருளுடைய தன்மை
Similar — வடிவொத்த
Simple — எளிய
Simplify — எளிதாக்கு
Simplex techniques — 'சிம்ப்ளக்ஸ்' உத்திமுறைகள்
,, ,, , revised — திருத்தப்பட்ட 'சிம்ப்ளக்ஸ்' உத்திமுறைகள்
Simultaneous — ஒருங்கமைந்த
Simulation — செயற்போலி, பாவிப்பு
,, models — செயற்போலி உருப் படிவங்கள்
,, techniques — செயற்போலி உத்திமுறைகள்
Simplex sampling plan — ஒருகூறு முறை
Situation — நிலைமை
Slack variable — தளர் மாறி
Slanting (sloping) control charts — சரியான (சாய்வான) கட்டுப்பாட்டு வரைபடங்கள்
Slope — சாய்வு, சரிவு
Smooth — வழவழப்பான, உராய்வற்ற
Solid — திடப்பொருள்
Solution — தீர்வு
Space — வெளி
Special — தனித்த, சிறப்பான, சிறந்த
Speed — வேகம்
Specification — தனிக் குறியீட்டு அளவு, குறியீடு
,, lower — கீழ்க் குறியீட்டு அளவு
,, upper — மேல் ,, ,,

Specification limits — குறியீட்டு மட்ட எல்லைகள்
Sphere — கோளம்
Spindles — உடைச்சு முனைகள், நூற்புக் கதிர்கள்
Square — சதுரமான
Stable — நிலைத்த, உறுதியான, சீரான, ஒரேசீரான
Stability — நிலைப்புத் தன்மை, ஒரே சீரான தன்மை
Stages — கட்டங்கள், படிநிலைகள்
Standard — தரமான
,, plans — ,, திட்டங்கள்
,, of performance — இயங்கு தரம்
,, process range — நிலை செயற்பாங்கு வீச்சு
,, control chart — நிலைக் கட்டுப்பாட்டு வரைபடம்
,, cusum charts — நிலையான அடுக்குக் கூட்டு வரைபடங்கள்
States — நிலைகள்
Stationary — கண நிலையான
Statistic — புள்ளியியல் அளவை
Statistical — புள்ளியியல், புள்ளியியலுக் குரிய
Steady decreasing — ஓர் இயல்பாய் இறங்கும்
Stepping-stone-method — நீர் தாண்டற் கல் முறை, படிவளர்ச்சிக்குரிய முறை, சகதி மேல் கல் முறை
Steps — படிகள், படிநிலைகள்
Stock — கையிருப்பு
Strategy — தந்திரம், போர் முறைத் திறமை முடிவு
Stratified sampling — படுகை மாதிரி முறை
Substitute — பிரதி
Successive — அடுத்தடுத்த
Sudden — திடீரென, திடீர்
Sum — தொகை, கூட்டுத்தொகை
Summary — சுருக்கத் திரட்டு
Supplement — பிற்சேர்ப்பு, துணை நிறைவு
Surface — மேல் பரப்பு
Surplus — உபரி
,, variable — ,, மாறி

Symbols	—	கணிதவடிவக் குறியீடுகள்
Symmetric	—	சமச்சீர், சமச்சீரான
Synthetic	—	தொகுமுறை
Synthesis	—	தொகுப்பு
System	—	ஒழுங்கு அமைப்பு, அமைப்பு

T

Table	—	பட்டியல், அட்டவணை
,, , life	—	உயிர்ப் பட்டியல்
,, , mortality	—	ஆயுள் பட்டியல்
Tableau	—	பட்டியல்
Target	—	குறியிலக்கு, இலக்கு மதிப்பு
Technique	—	உத்தி முறை
Tensile strength	—	விறைப்பு உறுதி, இழுப்பு பலம்
Terms	—	உறுப்புகள்
,, , like	—	ஒத்த உறுப்புகள்
,, , unlike	—	ஒவ்வா உறுப்புகள்
Test	—	சோதனை, சோதி
Theorem	—	தேற்றம்
Theoretical	—	அறிமுறைக்குரிய
Theory	—	அறிமுறை, கொள்கை, தத்துவம்
Thickness	—	தடிப்பு
Thin	—	மெல்லிய
Ties	—	ஒத்தவை
Time	—	நேரம், காலம்
,, series	—	கால நேரம்
Time-consuming	—	நேரத்தை விழுங்குகிற
Time-lag	—	காலக் கழிவு
Tolerance	—	பொறுத்திசைவு
,, factor	—	,, காரணி
,, limits	—	,, எல்லைகள்
,, lot	—	,, குவியல்
,, ratio	—	,, விகிதம்
Tool wear	—	தேய்மானம்
Total variation	—	மொத்த மாற்றம்
Traffic analysis	—	போக்குவரத்து நடமாட்ட ஆய்வு

Transformation — உருமாற்றம்
Transition — இடைப்பெயர்வு நிலை
,, probability — இடைக்கால நிகழ்தகவு
Transportation problem — சரக்கேற்றப் போக்குவரத்துப் பிரச்சினை
Transpose matrix — திருப்பு அணி
Travelling salesman — பயண வியாபாரி
Trend line — போக்குக் கோடு
True — உண்மையாகவே
Turning point — திருப்புமுனை
Two-bin-system — இரு-தொட்டி அமைப்பு

U

Unambiguously — ஐயப்பாடின்றி
Unbounded — கட்டுப்பாடற்ற, வரையறையற்ற
Under-estimate — கீழ் மதிப்பீடு
Uncertainty — நிச்சயமற்ற தன்மை
Undesirable — விரும்பத்தகாத
Unduly — முறையற்று
Uniform — ஒரேசீரான, மாறாத்
Unique — ஒரேவிதமான, ஒப்பற்றதான
Unit — அலகு
,, vector — ,, திசையிலி
,, matrix — ,, அணி
Unitary — ஒன்றன் அடிப்படையான, ஒற்றுமை வாய்ந்த
Unity — ஒன்று, ஒருமை அளவு
Unlimited — எல்லையற்ற
Unpleasant — வெறுப்பு விளைகிற
Upper-control-limit (UCL) — மேல்மட்டக் கட்டுப்பாடு

V

V-mask — V-மூடி
Value — மதிப்பு
Variable — மாறி
,, artificial — செயற்கை மாறி
,, legitimate — ஏற்புடைய மாறி
,, random — ராண்டம் மாறி

Variable slack — தளர் மாறி
„ surplus — உபரி மாறி
Variable Order Quantity (VOQ) — மாறுபடும் உத்தரவு அளவு
Vector — திசையிலி
„ basis — அடிப்படைத் திசையிலி
„ column — நிரல் „
„ row — நிரை „
Vector transformation formula — திசையிலி உருவமாற்ற வாய்பாடு
Vendor — விற்பனையாளர்
Verify — சரிபார்
Vertex — உச்சி
Vertical — செங்குத்தான
Vice-versa — நிலை எதிர்மாறுத
View point — கருத்துக்கோணம்
Vigorous — கடுமையான, பிசகாத
Viscosity — பாகுநிலை
Vogels's Approximation Method — வோகலின் தோராய முறை

W

Waiting — காத்திருக்கை
„ line — காத்திருக்கும் வரிசைகள்
Ware house — பண்ட சாலை
Waste — கழிவுப்பொருள்கள்
Waited — எடையுள்ள
Whole — முழுதுமான
Width — அகலம்
Worth — பெருமதி

Y

Yield — விளைவு

Z

Zero — பூச்சியம்

தமிழ்நாட்டுப் பாடநூல் நிறுவனம்

சென்னை - 600 031

★

தமிழில் பயில்பவர்க்குக் கல்லூரிப் பாடநூல்கள்

(Tamil Medium Books for Colleges)

1978 ஏப்ரல் முடிய 830 நூல்கள் வெளியிடப்பட்டுள்ளன

★

மேலும், விரைவில் வெளிவருபவை

மருத்துவவியல்	—	2	நூல்கள்
இயற்பியல்	—	8	,,
வேதியியல்	—	3	,,
விலங்கியல்	—	6	,,
கணிதவியல்	—	6	,,
வணிகவியல்	—	9	,,
பொருளியல்	—	8	,,
புவியியல்	—	5	,,
வரலாற்றியல்	—	20	,,
உளவியல்	—	2	,,
புள்ளியியல்	—	5	,,
கல்வியியல்	—	1	,,
அரசியல்	—	4	,,
தாவரவியல்	—	5	,,
சட்டவியல்	—	4	,,

கிடைக்குமிடம் :

தமிழ்நாட்டுப் பாடநூல் நி

(கல்லூரிக் கல்வி இயக்குநர் அ

கல்லூரிச் சாலை, நு

சென்னை-60

கல்லூரிப் பாடநூல்களுக்கு