கணக்கு

8

தமிழ்நாட்டுப்
பாடநூல் நிறுவனம்

கணக்கு

எட்டாம் வகுப்பு

தீண்டாமை ஒரு பாவச் செயல்

தீண்டாமை ஒரு பெருங்குற்றம்

தீண்டாமை மனிதத் தன்மையற்ற செயல்

தமிழ்நாட்டுப்
பாடநூல் நிறுவனம்
சென்னை.

© தமிழ்நாட்டு அரசு
முதல் பதிப்பு 1982

ஆசிரியர்கள் :

1. **திரு. ந. கணேசன்**
   தலைமை ஆசிரியர்
   முத்தியாலுபேட்டை மேல்நிலைப் பள்ளி
   சென்னை.

2. **திரு. ச. சிவாஜி**
   தலைமை ஆசிரியர்
   அரசினர் உயர்நிலைப் பள்ளி
   நெடுவாசல்
   புதுக்கோட்டை மாவட்டம்.

மதிப்புரையாளர்கள் :

1. **திரு. எஸ். எஸ். இராஜகோபாலன்**
   தலைமை ஆசிரியர்
   சர்வஜன மேல்நிலைப் பள்ளி
   கோவை.

2. **திரு. எஸ். நடராஜன்**
   தலைமை ஆசிரியர்
   டாக்டர் குருசுவாமி முதலியார்
   தொ. து. வே. மேல்நிலைப் பள்ளி
   சென்னை.

விலை ரூ. 4-20

இந்திய அரசு சலுகை விலையில் வழங்கிய 60 ஜி.எஸ்.எம். தாளில் இந்நூல் அச்சிடப்பட்டுள்ளது.

அச்சிட்டோர் : ரெக்ஸ் பிரிண்டர்ஸ், சென்னை-600 004.

பொருளடக்கம்

		பக்கம்
1.	கணமொழி	1
2.	எண்ணியல்	20
3.	அல்ஜீப்ரா	110
4.	அளவியல்	163
5.	(அ) வடிவியல்	203
	(ஆ) செய்முறை வடிவியல்	236
6.	வரை படங்கள்	259
7.	பயனியல்	283

விடுதலை தொடர்பான சிக்கல்களுக்கெல்லாம் உலகளாவிய வகையில் தீர்வு காண்பதற்குக் கல்வியே முதல் புகலிடம் கல்வியே இறுதிப் புகலிடமும்கூட

—எச். எம். காலன்.

1. கணமொழி

1—1. கணம்—அறிமுகம் :

கீழ்க்கண்ட சொற்களைக் கவனிக்க :

கிளிக்கூட்டம், பூங்கொத்து, எட்டுத்தொகை, திட்டக் குழு ஆகியவற்றில், கூட்டம், கொத்து, தொகை, குழு போன்ற சொற்கள் ஓர் இனத்தைச் சேர்ந்த பலவற்றின் தொகுப்பைக் குறிக்கின்றன. இவ்விதம் உள்ள தொகுப்பின் பொதுப் பெயராக **கணம்** என்ற சொல் பயன்படுத்தப் படுகிறது.

இதே போன்ற தொகுப்புகளைக் கூறும் சொற்களை உம்மால் கூற முடியுமா? மாலை, மந்தை, வகுப்பு என்பன மேலும் சில சொற்களாகும். எனவே, கிளிகளின் கணம் கிளிக் கூட்டத்தையும், ஆடுகளின் கணம் ஆட்டுக் கூட்டத்தையும் குறிக்கும்.

ஆனால், கணத்திற்கும் மேற்குறிப்பிட்ட தொகுப்பு சொற்களுக்கும் உள்ள வேறுபாடு ஒன்றினை இப்பொழுது காண்போம். கிளிக் கூட்டம் என்றால் குறைந்தது இரண்டு கிளிகளாவது இருக்கவேண்டும். ஆனால் கிளிக் கணத்தில் இவ்வாறு இருக்கத் தேவையில்லை. ஒன்று மட்டும் இருக்கலாம், ஒன்றும் இல்லாமலும் இருக்கலாம். பின்னர் இவை பற்றி விரிவாகப் பார்ப்போம். கணத்தில் உள்ள உறுப்புகளுக்கு இடையில் ஒரு பொதுப் பண்பு இருக்கலாம், இல்லாமலும் இருக்கலாம். எடுத்துக்காட்டாக, மல்லிகை, ரோஜா, சாமந்தி, முல்லை இவை மலர்களின் கணமாகும். சதுரம், இராமன், வீடு, பேனா இவற்றின் தொகுப்பையும், ஒரு கணம் எனக் குறிப்பிடலாம். இவற்றிற்கிடையே பொதுத் தன்மை இல்லாததைக் கவனிக்கவும்.

பொதுத்தன்மையுள்ள கணங்களை வர்ணிக்க இயலும். சதுரம், செவ்வகம், இணைகரம், சாய்சதுரம், சரிவகம், நாற்கரம் இவற்றின் பொதுத் தன்மை என்ன? இவையனைத்தும் நான்கு பக்கங்களைக் கொண்ட உருவங்கள். எனவே இக்கணத்தை நான்கு பக்கங்களைக் கொண்ட உருவங்களின் கணம் எனக் கூறலாம். இக்கணத்தில் சதுரம் ஓர் உறுப்பு. வேறு உறுப்புகள் செவ்வகம், இணைகரம், சாய்சதுரம், சரிவகம், நாற்கரம் ஆகியவை ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 1:

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

இங்கே A என்பது கணம்.

2, 4, 6, 8, 10 என்பன அக்கணத்தின் உறுப்புகளாகும்.

இதனை $2 \in A$, $4 \in A$, ... போன்று எழுதலாம். $2 \in A$ என்றால் A என்ற கணத்தின் உறுப்பு 2 எனப் பொருள்படும்.

5, கணம் Aயின் உறுப்பல்ல.

இதனை $5 \notin A$ என்று எழுதுவோம்.

எடுத்துக்காட்டு 2:

உன்னுடைய நண்பர்களில் மூவரின் பெயர்களைக் கொண்ட ஒரு கணத்தை எழுதுக.

F = { சங்கர், சலீம், சைமன் }

பயிற்சி 1-1

I. கீழ்க்கண்ட கணங்களின் உறுப்புகள் சிலவற்றை எடுத்துக் கூறுக.

(அ) நீர் பள்ளியில் படிக்கும் பாடங்களின் கணம்.

(ஆ) நோபல் பரிசு பெற்ற இந்தியர்களின் பெயர்களின் கணம்.

(இ) 9-க்கும் குறைவான இயல் எண்களின் கணம்.

(ஈ) 10-க்கும் குறைவான இயல் எண்களில் உள்ள ஒற்றை எண்களின் கணம்.

(உ) ஒரு வாரத்தின் நாள்களின் கணம்.

II. கீழ்க்கண்ட உறுப்புகளைக்கொண்ட கணங்களை வர்ணிக்கவும்.

(அ) காகம், புறா, மைனா, கிளி, ஆந்தை.

(ஆ) வெள்ளை, கறுப்பு, நீலம், சிவப்பு, பச்சை.

(இ) ஜனவரி, பிப்ரவரி, மார்ச், ஏப்ரல், மே, ஜூன்.

(ஈ) 3, 6, 9, 12, 15.

(உ) பீரோ, கட்டில், நாற்காலி, மேஜை.

III. கீழே சில கணங்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. அவற்றிற்கடுத்தாற்போல கொடுக்கப்பட்டுள்ளவை அக்கணங்களின் உறுப்புகளா, இல்லையா எனக் கூறுக.

(அ) மொகலாய அரசர்களின் கணம். — சிவாஜி

(ஆ) 26-க்கும் குறைவான 5-ஆல் வகுபடும் எண்களின் கணம். — 25

(இ) இந்தியாவில் உள்ள மாநிலங்களின் கணம். — மத்தியப் பிரதேசம்

(ஈ) வகுப்பறையில் உள்ள பொருள்களின் கணம். — கரும்பலகை

(உ) தமிழகத்தில் ஓடும் நதிகளின் கணம். — சிந்து நதி

விடைகள்

I. (அ) { தமிழ், ஆங்கிலம், கணிதம், அறிவியல், சரித்திரம், பூகோளம் }

(ஆ) { ஜெகதீச சந்திரபோஸ், சி. வி. இராமன், இரவீந்தரநாத் டாகூர், கோரானா }

(இ) { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 }

(ஈ) { 1, 3, 5, 7, 9 }

(உ) { ஞாயிறு, திங்கள், செவ்வாய், புதன், வியாழன், வெள்ளி, சனி }

II. (அ) பறவைகளின் கணம்.

(ஆ) வண்ணங்களின் கணம்.

(இ) ஆங்கில மாதங்களில் முதல் ஆறு மாதங்களின் பெயர்களின் கணம்.

(ஈ) 16-க்குக் குறைவான 3இன் மடங்குகளின் இயல் எண்களின் கணம்.

(உ) வீட்டிலுள்ள சில மரச் சாமான்களின் கணம்.

III. (அ) உறுப்பு அல்ல — (ஆ) உறுப்பு

(இ) உறுப்பு — (ஈ) உறுப்பு

(உ) உறுப்பு அல்ல.

1—2. கணம்—வரையறை :

கணம் நன்கு வரையறுக்கப்பட்டிருக்க வேண்டும். அதாவது, ஒரு பொருள் குறிப்பிட்ட கணத்தின் உறுப்பா, இல்லையா எனத் தெளிவாகக் கூற இயலவேண்டும்.

'அழகான பூக்கள்' — இத்தொகுப்பில் முல்லை, தும்பை சேர்ந்தவையா, இல்லையா எனப் பார்ப்போம். ஒருவர் தும்பை அழகானதென்பார். மற்றொருவர் தும்பை அழகில்லை எனலாம். எனவே, அழகான பூக்கள் என்ற தொகுப்பில் தும்பை சேர்ந்ததா, அல்லவா என்று கூற இயலாது. அழகான பூக்கள் என்பது நன்கு வரையறுக்கப்படவில்லை. எனவே, இது ஒரு கணமாகாது. அதுபோல, 'உயரமான பையன்கள்' என்பது நன்கு வரையறுக்கப்படவில்லை. '150 செமீக்கு மேல் உயரமுள்ள பையன்கள்' என்பது வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது. எனவே,

'உயரமான பையன்கள்' — கணமல்ல.

'150 செமீக்கு மேல் உயரமுள்ள பையன்கள்'— கணம்.

கணம், பொருள்களின் நன்கு வரையறுக்கப்பட்ட தொகுப்பு ஆகும்.

பயிற்சி 1-2

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள தொகுப்புகள் நன்கு வரையறுக்கப்பட்டவையா அல்லவா என்று கூறுக.

(அ) கால்கள்	(ஆ) மாதங்கள்
(இ) பெரிய மனிதர்	(ஈ) படிக்காதவர்
(உ) கிழமைகள்	(ஊ) வெப்பமான ஊர்

விடைகள்

(அ) இல்லை	(ஆ) ஆம்
(இ) இல்லை	(ஈ) இல்லை
(உ) ஆம்	(ஊ) இல்லை

1—3. கணக் குறியீடு (பட்டியல் முறை) :

கணத்தைப் பல வகைகளிலும் நாம் குறிக்கலாம். மிக எளிய முறை, கணத்திலுள்ள உறுப்புகள் அனைத்தையும் தொகுத்து, இரட்டைப் பிறையடைப்பில் இடுவதாகும்.

எடுத்துக்காட்டு:

ஆங்கில உயிரெழுத்துக்களின் கணம்

$V = \{a, e, i, o, u\}$

பயிற்சி 1-3

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளவற்றின் உறுப்புகளை பிறை அடைப்பினுள் இட்டுக் காட்டுக.

(அ) தமிழ்நாட்டில் உள்ள ஊர்களில் 'ம' என்ற எழுத்தில் தொடங்கும் மூன்று ஊர்களின் கணம்.

(ஆ) 5க்கும் 9க்கும் இடையிலுள்ள எல்லா முழு எண்களின் கணம்.

(இ) உனது வகுப்பில் மொழிப்பாடமல்லாத பிற பாட ஆசிரியர்களின் கணம்.

(ஈ) இந்தியாவில் பாயும் மூன்று நதிகளின் கணம்.

(உ) 40க்குக் குறைவான 7இல் முடியும் மூன்று இயல் எண்களின் கணம்.

விடைகள்

(அ) { மதுரை, மணியாச்சி, மன்னார்குடி }

(ஆ) { 6, 7, 8 }

(இ) { அறிவியல் ஆசிரியர், வரலாற்று ஆசிரியர், கணித ஆசிரியர் }

(ஈ) { கங்கை, யமுனை, காவிரி }

(உ) { 17, 27, 37 }

1—4. கண அமைப்புக் குறியீடு:

கணத்தைக் குறிக்கும் மற்றொரு முறை, கண உறுப்புகளின் பண்பைக் கூறிக் குறிப்பதாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 1:

$A = \{$திங்கள், செவ்வாய், ..., வெள்ளி$\}$

இதனை, $A = \{x | x \in$ பள்ளி நடக்கும் வாரக் கிழமைகள்$\}$ எனக் குறிப்பிடுகின்றோம்.

எடுத்துக்காட்டு 2 :

$A = \{x | x < 5, x \in N\}$

இதைப் படிக்கும் முறை பின்வருமாறு :

'5ஐ விடக் குறைவாக இருக்குமாறு அமையும் இயல் எண் 'x'களால் ஆன ஒரு கணம்.'

இது பட்டியல் முறையில் $A = \{1, 2, 3, 4\}$

[குறிப்பு : $<$ குறைவானது; $>$ அதிகமானது]

எடுத்துக்காட்டு 3 :

$A = \{x \mid 7 < x < 10, x \in N\}$

இக்கணம் 7ஐ விட அதிகமாகவும், 10ஐ விடக் குறைவாகவும் உள்ள இயல் எண்களால் ஆனது. பட்டியல் படுத்த,

$A = \{8, 9\}$

பயிற்சி 1-4

I. பின்வரும் கணங்களைப் பட்டியல் முறையில் எழுதுக.

(அ) $\{x \mid x < 10, x \in N\}$

(ஆ) $\{x \mid x \leqslant 7, x \in N\}$

(இ) $\{x \mid x > 8, x \in N\}$

(ஈ) $\{x \mid x < 4, x \in W\}$

(உ) $\{x \mid 10 < x, x \in N\}$

(ஊ) $\{m \mid m < 13,$ m என்பது ஒற்றை இயல் எண்$\}$

(எ) $\{m \mid m < 15,$ m என்பது இரட்டை இயல் எண்$\}$

(ஏ) $\{p \mid p < 9,$ p ஒரு பகா எண்$\}$

(ஐ) $\{x \mid 7 < x < 12, x \in N\}$

(ஒ) $\{q \mid 12 < q < 21, q \in N\}$

II. கண அமைப்புக் குறியீட்டில் எழுதுக.

(அ) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

(ஆ) $\{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$

(இ) $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

(ஈ) $\{1, 2, 3, 5, 7, 11, 13\}$

(உ) $\{101, 102, 103, \ldots, 999\}$

(ஊ) $\{102, 104, 106, 108, 110\}$

(எ) $\{105, 107, 109, 111, 113, 115\}$

(ஏ) $\{41, 43, 47\}$

(ஐ) $\{4, 9, 16, 25\}$

(ஒ) $\{36, 49, 64, 81\}$

விடைகள்

I. (அ) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

(ஆ) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

(இ) $\{9, 10, 11, \ldots\}$

(ஈ) $\{0, 1, 2, 3\}$

(உ) $\{11, 12, 13, \ldots\}$

(ஊ) $\{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$

(எ) $\{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$

(ஏ) $\{1, 2, 3, 5, 7\}$

(ஐ) $\{8, 9, 10, 11\}$

(ஒ) $\{13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$

II. (அ) $\{x \mid x < 10,\ x \in N\}$

(ஆ) $\{x \mid x < 15,$ x என்பது இரட்டை இயல் எண்$\}$

(இ) $\{x \mid x < 10,$ x என்பது ஒற்றை இயல் எண்$\}$

(ஈ) $\{x \mid x < 14,$ x ஒரு பகா எண்$\}$

(உ) $\{x \mid 100 < x < 1000,\ x \in N\}$

(ஊ) $\{x \mid 101 < x < 111,$ x என்பது இரட்டை இயல் எண்$\}$

(எ) $\{x \mid 104 < x < 116,$ x என்பது ஒற்றை இயல் எண்$\}$

(ஏ) $\{x \mid x$ என்பது 40க்கும் 48க்கும் இடையிலுள்ள பகா எண்$\}$

(ஐ) $\{x \mid 1 < x < 26,$ x என்பது வர்க்க எண்$\}$

(ஒ) $\{x \mid 35 < x < 82,$ x என்பது வர்க்க எண்$\}$

1—5. முடிவுறா, முடிவுறு, வெற்றுக் கணங்கள்:

முடிவுறா கணம்:

எண்ணும் செயல் முடிவுறாதவாறு உறுப்புகளைக் கொண்டிருக்குமேயானால், அக்கணத்தை முடிவுறா கணம் என்கிறோம்.

$$N = \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$$

இது முடிவுறா கணம்.

முடிவுறு கணம்:

ஓரிலக்க இயல் எண்களின் கணம், உனது வகுப்பு மாணவர் கணம், தோட்டத்திலுள்ள மரங்களின் கணம் போன்றவை முடிவுறு கணங்களாகும்.

$$A = \{1, 2, 3, \ldots, 9\}$$

வெற்றுக் கணம்:

(அ) 9க்கு மிகாத ஈரிலக்க இயல் எண்.

(ஆ) 40 நாள்கள் கொண்ட மாதம்.

(இ) 2ஆல் வகுபடும் ஒற்றை எண்.

(ஈ) 20மீ உயரமுள்ள உனது வகுப்பு மாணவன்.

(உ) 4 பக்கமுள்ள முக்கோணம்.

(ஊ) சமமற்ற கோணங்களைக் கொண்ட சதுரம்.

மேற்கண்டவற்றின் கணங்களைப் பட்டியல்படுத்தினால், பட்டியலில் ஓர் உறுப்பும் இல்லாமல் இருப்பதைக் காணலாம். இத்தகைய கணங்கள் வெற்றுக் கணங்கள் எனப்படும். வெற்றுக் கணத்தை { } எனக் குறிக்கின்றோம்.

பயிற்சி 1-5

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள கணங்களில் எவை முடிவுறா கணம், முடிவுறு கணம், வெற்றுக் கணம் என்பதனைக் காண்க.

(அ) இயல் எண்களின் கணம்.

(ஆ) தலையில்லாத மனிதர்களின் கணம்.

(இ) உன் வகுப்பிலுள்ள மூக்குக் கண்ணாடி அணியாத மாணவர்களின் கணம்.

(ஈ) இயல் எண்ணிலுள்ள இரட்டை எண்களின் கணம்.

(உ) நம் நாட்டில் ஓடும் நதிகளின் கணம்.

(ஊ) நான்கு இலக்கங்களையுடைய இயல் எண்களின் கணம்.

(எ) இந்தியாவில் உள்ள மக்கள் தொகையின் கணம்.

(ஏ) 3 ஆல் வகுபடும் இயல் எண்களின் கணம்.

(ஐ) 27 நாள்களைக் கொண்ட மாதங்களின் கணம்.

(ஒ) உன் வீட்டிலுள்ள ஆங்கில கதைப் புத்தகங்களின் கணம்.

விடைகள்

(அ) முடிவுறா கணம் (ஆ) வெற்றுக் கணம்

(இ) முடிவுறு கணம் (ஈ) முடிவுறா கணம்

(உ) முடிவுறு கணம் (ஊ) முடிவுறு கணம்

(எ) முடிவுறு கணம் (ஏ) முடிவுறா கணம்

(ஐ) வெற்றுக் கணம் (ஒ) முடிவுறு கணம்

1—6. அனைத்துக் கணம், உட்கணம் :

பலவிதமான விளையாட்டுகள் விளையாடுபவர்களின் கணத்தை ஆய்வுக்கு எடுத்துக் கொள்வோம்.

A = பந்தாட்டம் விளையாடுபவர்கள்.

B = கிரிக்கெட் விளையாடுபவர்கள்.

C = கூடைப்பந்தாட்டம் விளையாடுபவர்கள்.

D = பூப்பந்தாட்டம் விளையாடுபவர்கள்.

இம்மாதிரி எக்கணத்தை ஆய்வுக்கு எடுத்துக் கொள்கிறோமோ அக்கணத்தை **அனைத்துக் கணம்** என்கிறோம். இவ்வனைத்துக் கணத்தை செவ்வகம் அல்லது $\mathcal{E}$ என்னும் குறியீட்டால் குறிப்பிடுவது வழக்கம்.

A, B, C, D என்ற கணங்களின் உறுப்பினர்கள் $\mathcal{E}$ என்ற அனைத்துக் கணத்தின் உறுப்பினர்களென்க. இப்படி அமையும் போது A, B, C, D என்பன $\mathcal{E}$ அனைத்துக் கணத்தின் **உட்கணங்க**ளாகும்.

பொதுவாக, உட்கணத்தில் உள்ள ஒவ்வோர் உறுப்பும், அனைத்துக் கணத்தின் உறுப்பாக இருக்கவேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 1 :

$$A = \{3, 4\}$$
$$B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

A கணத்தில் உள்ள 3, 4 என்ற உறுப்புகள், B என்ற கணத்தில் இருப்பதால், A கணம், B யின் உட்கணமாகும்.

குறிப்பு : (1) வெற்றுக் கணத்தை எல்லாக் கணங்களின் உட்கணமாகக் கொள்கிறோம்.

(2) ஒரு கணம் அக்கணத்தின் உட்கணமாகக் கொள்ளப்படும்.

எடுத்துக்காட்டு 2:

$A = \{2, 3, 4, 5\}$

$\{2, 3\}, \{3, 4, 5\}, \{3, 5\}$ $\{2, 3, 4\}$ $\{2, 3, 4, 5\}$ ஆகியவை கணம் Aஇன் சில உட்கணங்கள். $\{2, 3, 4, 5\}$ என்ற உட்கணம், **A** என்ற கணமே ஆகும். இது கணம் Aஇன் **தகா உட்கணமாகும்.** பிற உட்கணங்கள் **தகு உட்கணங்களாகும்.**

பயிற்சி 1-6

(அ) $\{x \mid x > 4,\ x \in N\}$ என்ற கணத்தில் $\{4\}$ என்ற கணம் ஓர் உட்கணமா?

(ஆ) எல்லா ஒற்றை எண்களையும் கொண்ட கணம் பகா எண்களைக் கொண்ட ஒரு கணத்தை உட்கணமாகப் பெற்றிருக்குமா? காரணம் கூறுக.

(இ) {பேனா, பென்சில், இரப்பர்} என்ற கணத்தில் உள்ள அனைத்து உட்கணங்களை எழுதுக.

(ஈ) {தமிழ், கணக்கு} என்ற கணத்தில் உள்ள அனைத்து உட்கணங்களை எழுதுக.

(உ) $S = \{6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16\}$. கீழே கேட்கப்பட்டுள்ளதற்கொப்ப கணம் Sஇலிருந்து உட்கணங்களை எழுதுக.

(1) இரட்டை எண்களின் கணம்.

(2) 8க்கு அதிகமான ஒற்றை எண்களின் கணம்.

(3) 15க்கும் குறைவான இரட்டை எண்களின் கணம்.

(4) 3ஆல் வகுபடக் கூடிய எண்களின் கணம்.

(5) 7க்கும் 14க்கும் இடையிலுள்ள எல்லா எண்களின் கணம்.

(ஊ) கொடுக்கப்பட்டுள்ள கணத்திற்குச் சமமான உட்கணம் எத்தனை கிடைக்கும்?

விடைகள்

(அ) உட்கணமல்ல.

(ஆ) உட்கணமாகப் பெற்றிருக்காது. ஏனெனில் **பகா** எண் கணத்தில் 2 என்ற இரட்டை எண் **உள்ளது.**

(இ) {பேனா}, {பென்சில்}, {இரப்பர்}, {பேனா, பென்சில்}, {பேனா, இரப்பர்}, {பென்சில், இரப்பர்}, {பேனா, பென்சில், இரப்பர்}, { }.

(ஈ) {தமிழ்}, {கணக்கு}, {தமிழ், கணக்கு}, { }.

(உ) (1) { 6, 8, 10, 12, 14, 16 }

(2) { 9, 11, 13, 15 }

(3) { 6, 8, 10, 12, 14 }

(4) { 6, 9, 12, 15 }

(5) {8, 9, 10, 11, 12, 13 }

(ஊ) ஒரே ஒரு உட்கணம்.

1—7. நிரப்புக் கணம் :

$\mathcal{E}$ = { 5, 8, 9, 10, 12 } என்றால்,

A = { 8, 10, 12 } இதன் உட்கணமாகும்.

B = { 5, 9 } மற்றோர் உட்கணமாகும்.

ஆனால் இது கணம் *A*யில் இல்லாத பிற உறுப்புகளைக் கொண்டு ஆன கணம். இதனை *A*யின் **நிரப்புக் கணம்** *B* என்று கூறலாம். *A'* என்று குறிப்பதும் உண்டு.

எடுத்துக்காட்டு 1 :

$\mathcal{E}$ = { ஓரிலக்க இயல் எண்கள் }

A = { ஓரிலக்க ஒற்றை இயல் எண்கள் }

A' = { ஓரிலக்க இரட்டை இயல் எண்கள் }

எடுத்துக்காட்டு 2 :

$\mathcal{E} = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 \}$

$A = \{ 1, 3, 5, 7, 9 \}$

$A' = \{ 2, 4, 6, 8, 10 \}$

பயிற்சி 1-7

(அ) $\mathcal{E}$ = 12க்கும் குறைவான இயல் எண்களின் கணம்.

$X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ எனில்

X' இன் உறுப்புகள் யாவை ?

(ஆ) கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள கணக்குகளில் A' ஐ நிர்ணயிக்கவும்.

(i) $\mathcal{E}$ = ஒரு குடும்பத்திலுள்ள எல்லாக் குழந்தைகளின் கணம்.

A = எல்லா மகன்களின் கணம்.

(ii) $\mathcal{E}$ = ஒரு வாரத்தில் உள்ள எல்லா நாள்களின் கணம்.

A = { செவ்வாய், புதன், வெள்ளி }

(iii) $\mathcal{E}$ = ஒரு தேர்வுக்குச் சென்ற மாணவர்களின் கணம்.

A = தேறிய மாணவர்களின் கணம்.

(iv) $\mathcal{E}$ = janet என்ற சொல்லில் உள்ள எழுத்துகளின் கணம்.

A = 'ant' என்ற சொல்லில் உள்ள எழுத்துகளின் கணம்.

(இ) A' இன் நிரப்புக் கணம் எது ?

(ஈ) $\mathcal{E} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$A = \{1, 2, 4, 6\}$

$B = \{7, 8, 9\}$

A', B' இவற்றை எழுதுக.

(உ) $\mathcal{E}$ = { ஆங்கிலத்தில் உள்ள எல்லா எழுத்துகள் }

A = { உயிரெழுத்துகள் }

B = { மெய்யெழுத்துகள் }

A', B' இவற்றை எழுதவும்.

விடைகள்

(அ) $X' = \{6, 7, 8, 9, 10, 11\}$

(ஆ) (i) எல்லா மகள்களின் கணம்.

(ii) { ஞாயிறு, திங்கள், வியாழன், சனி }

(iii) தேறாத மாணவர்களின் கணம்.

(iv) j, e என்ற எழுத்துகளின் கணம்.

(இ) A' இன் நிரப்புக் கணம் A.

(ஈ) $A' = \{3, 5, 7, 8, 9, 10\}$

$B' = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10\}$

(உ) A' = { மெய்யெழுத்துகள் }

B' = { உயிரெழுத்துகள் }

1—8. சம கணங்கள்:

A = { ஓரிலக்கப் பகா எண்கள் }

$B = \{2, 3, 5, 7\}$

இவ்விரு கணங்களிலும் உள்ள உறுப்புகள் ஒன்றேயல்லவா?

உறுப்புகள் ஒன்றாக உள்ள கணங்கள் **சம கணங்கள்** எனப் படும்.

எடுத்துக்காட்டு 1 :

(i) $\{a, e, i, o, u\}$, { ஆங்கில உயிரெழுத்துகள் }

(ii) $\{2, 5, 7, 8\}$, $\{5, 2, 8, 7\}$

சமான கணங்கள் :

$A = \{m, n, p\}$

$B = \{u, t, s\}$

என்ற இரு கணங்களை ஆய்வுக்கு எடுத்துக்கொள்வோம்.

இவை ஒவ்வொன்றின் உறுப்புகளையும் ஒன்றுக்கொன்று பொருத்துவோம்.

$$A = \{m, \quad n, \quad p\}$$
$$\updownarrow \quad \updownarrow \quad \updownarrow$$
$$B = \{u, \quad t, \quad s\}$$

இவை ஒன்றுக்கொன்று பொருந்துகின்றன.

$$P = \{a, \quad b, \quad c, \quad d\}$$
$$\updownarrow \quad \updownarrow \quad \updownarrow$$
$$Q = \{x, \quad 7, \quad 8\}$$

இதில் Pயிலுள்ள ஓர் உறுப்பிற்குப் பொருந்த Qயில் உறுப்பு இல்லை. கணம் P, கணம் Qவை விடப் பெரிய கணமாகும்.

$$X = \{a, \quad 6\}$$
$$\updownarrow \quad \updownarrow$$
$$Y = \{l, \quad m, \quad n, \quad o, \quad p\}$$

இதில் Yயில் உள்ள மூன்று உறுப்புகளுக்குப் பொருந்த Xஇல் உறுப்புகள் இல்லை. கணம் X, கணம் Yயைவிடச் சிறிய கணமாகும்.

ஒன்றுக்கொன்று பொருத்தம் வாய்ந்த கணங்கள் **சமான கணங்கள்** எனப்படும். சமான கணங்களில் உள்ள உறுப்புகள் வெவ்வேறாக இருந்தாலும் அவைகளை ஒன்றுக்கொன்று பொருத்த முடியும். சமான கணங்களின் பொதுத்தன்மை **ஆதி எண்** எனப்படும். ஆதி எண் $n\ (A)$ என்று குறிக்கப்படும். அது ஒரு கணத்தில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 2 :

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$
$$B = \{a, b, c, d\}$$

என்ற இரு கணங்களும் சமான கணங்களா அல்லது சம கணங்களா என ஆய்க.

A, B என்ற கணங்களில் உள்ள உறுப்புகளைப் பட்டியல் படுத்துவோம்.

$$1, 2, 3, 4, 5, a, b, c, d$$

இதில் a, b, c, d என்ற உறுப்புகள் A கணத்திலும் $1, 2, 3, 4, 5$ என்ற உறுப்புகள் B கணத்திலும் காணப்படவில்லை.

எனவே, இவை சம கணங்கள் அல்ல.

A கணத்தில் உள்ள உறுப்புகளையும், *B* கணத்தில் உள்ள உறுப்புகளையும் ஒன்றுக்கொன்று பொருத்திப் பார்ப்போம்.

$$\begin{array}{llllll} A = \{1, & 2, & 3, & 4, & 5\} \\ \phantom{A = \{}\updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \\ B = \{a, & b, & c, & d\} & \end{array}$$

A, *B* என்ற கணங்களில் உள்ள உறுப்புகள் பொருத்தம் உடையனவாய் அமையவில்லை. அதாவது, *A* கணத்தில் உள்ள 5 என்ற உறுப்புக்கு *B* கணத்தில் பொருத்த உறுப்பு இல்லை.

அதாவது, $n(A) = 5$, $n(B) = 4$ என்று அமைந்துள்ளன. எனவே, இவைகள் சமான கணங்கள் அல்ல.

பயிற்சி 1-8

(அ) கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள கணங்களில் எவை சம கணங்களாகும்?

$E = \{p, q, r, s, t\}$

$F = \{r, t, q, p, s, l\}$

$G = \{r, s, t, p, q\}$

(ஆ) சம கணங்களைக் கண்டுபிடிக்க.

$A = \{a, p, r, t\}$

$B = \{1, 2, 3, 4\}$

$C = \{2, 4, 6, 8\}$

$D = \{r, a, t, p\}$

$E = \{8, 6, 4, 2\}$

$F = \{2, 4, 1, 3\}$

(இ) $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ என்ற கணமும், இயல் எண்களில் 10க்குக் குறைவான ஒரிலக்க எண்களின் கணமும் சமகணங்களா எனக் கண்டுபிடிக்க.

(ஈ) $\{2, 3, 5, 7\}$ என்ற கணமும், இயல் எண்களில் 10க்குக் குறைவான பகா எண்களின் கணமும் சமகணங்களா என்று கண்டுபிடிக்க.

(உ) இயல் எண்களில் 7க்குக் குறைவான ஒற்றை எண்களின் கணமும், 8க்குக் குறைவான இரட்டை எண்களின் கணமும் சமான கணங்களா ?

(ஊ) எந்த இரண்டு கணங்களில் உள்ள உறுப்புகள் ஒன்றுக்கொன்று பொருத்தம் பெற்றுள்ளன ?

(i) $\{a, b, c, d, e\}$, $\{3, 4, 7, 8, 5\}$

(ii) 20க்கும் குறைவான இயல் எண்களில் உள்ள ஒற்றை எண்களின் கணமும், 10க்கும் குறைவான இயல் எண்களின் கணமும்.

(iii) {ஜிம், டேன், மைக்}, {மேரி, ஜேன், ஜானைட், மோலி}

(iv) 10க்குக் குறைவான இயல் எண்களில் ஒற்றை எண்களின் கணமும், 11க்குக் குறைவான இயல் எண்களில் இரட்டை எண்களின் கணமும்.

(எ) எந்த இரண்டு கணங்கள் சமான கணங்கள் ஆகும்?

(i) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $\{6, 12, 18, 24, 30, 36\}$

(ii) $\{5, m, \triangle, \theta\}$, $\{\square, t, l, p\}$

(iii) $\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}\}$, $\{2, 3, 4, 5\}$

(ஏ) கொடுக்கப்பட்டுள்ள கணங்களின் ஆதி எண்களைக் கண்டுபிடிக்க.

(i) {ஆங்கில மொழியிலுள்ள எழுத்துகள்}

(ii) {20க்குக் குறைவான இயல் எண்களில் உள்ள ஒற்றை எண்கள்}

(iii) {உன் வகுப்பில் படிக்கும் மாணவர்கள்}

(ஐ) எல்லா சமகணங்களும் சமான கணங்களா? எடுத்துக் காட்டுடன் விளக்குக.

(ஒ) எல்லா சமான கணங்களும் சமகணங்களா? எடுத்துக் காட்டுடன் விளக்குக.

விடைகள்

(அ) E யும் G யும் சமகணங்கள்.

(ஆ) A யும் D யும்; B யும் F உம்; C யும் E யும்.

(இ) சமகணங்கள் அல்ல.

(ஈ) சமகணங்கள்.

(உ) சமான கணங்கள்.

(ஊ) (i) பொருத்தம் உடையது.

(ii) பொருத்தம் உடையதல்ல.

(iii) பொருத்தம் உடையதல்ல.

(iv) பொருத்தம் உடையது.

(எ) (i)உம் (ii)உம் சமான கணங்களாகும்.

(ஏ) (i) 26 (ii) 10 (iii) 50

(ஐ) சமான கணங்களே.

(ஒ) சமகணங்கள் அல்ல.

1. கணமொழி — தன்னறிவுச் சோதனை

1. 10க்கும் 20க்கும் இடையே உள்ள இயல் எண்களின் கணத்தை எழுதுக.

2. அரிசி, கோதுமை, சோளம், ராகி—இவற்றை உறுப்புகளாகக் கொண்ட கணத்தை வர்ணிக்கவும்.

3. 52க்குக் குறைந்த இயல் எண்களில் 7ஆல் வகுபடும் எண்களை அடைப்பினுள் இட்டுக் காட்டுக.

4. கண அமைப்பு குறியீட்டில் எழுதுக.

   51, 52, 53, ... 99

5. முடிவுறு கணமா, முடிவுறா கணமா என்று கூறுக.

   (i) இயல் எண்களில் உள்ள 5ஆல் வகுபடும் எண்களின் கணம்.

   (ii) உன் பள்ளியில் உள்ள ஆசிரியர்களின் கணம்.

6. $\{a, b\}$. இக்கணத்தின் எல்லா உட்கணங்களையும் எழுதுக.

7. $\mathcal{E} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A = \{1, 2, 5, 6\}$ எனில் Aஇன் நிரப்புக் கணத்தை எழுதுக.

8. சம கணங்களா, சமான கணங்களா என்று கூறுக.

   (i) $\{a, b, c, d\}$, $\{4, 6, 8, 9\}$

   (ii) $\{1, 2, 3\}$, $\{2, 1, 3\}$

9. {தமிழ் மொழியிலுள்ள உயிர் எழுத்துகள்}. இக் கணத்தின் ஆதியெண் என்ன?

10. எல்லா இயல் எண்களையும் கொண்ட கணம், பகா எண் களைக் கொண்ட ஒரு கணத்தை உட்கணமாகப் பெற்றிருக்குமா ? காரணம் கூறுக.

11. {கணிதம், அறிவியல், புவியியல்} என்ற கணத்தில் உள்ள எல்லா உட்கணங்களையும் எழுதுக.

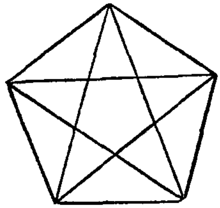
12. எல்லாச் சமான கணங்களும், சம கணங்களா? எடுத்துக் காட்டு தந்து விளக்குக.

13. கண அமைப்பு குறியீட்டில் எழுதுக.
    $\{1, 4, 9, 16, 25, 36, 49\}$

14. $\mathcal{E} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
    $A = \{1, 2, 3, 4, 6\}$
    $B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ எனக் கொண்டு A', B' ஆகியவற்றைக் காண்க.

கணித மன்றம் — மேடை 1

கீழ்க்காணும் படத்தில் எத்தனை முக்கோணங்கள் உள்ளன ?



படம் 1-1.

2. எண்ணியல்

1—1. பத்து அடிமான எண்ணுரு (அ):

6243 என்பதனை அடுக்கு விரிவுக் குறியீட்டில் எழுத முன் வகுப்புகளில் கற்றுள்ளீர்கள்.

$$6243 = 6 \times 1000 + 2 \times 100 + 4 \times 10 + 3$$
$$= \mathbf{6 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 + 3}$$

பயிற்சி 1-1

அடுக்கு விரிவுக் குறியீட்டில் எழுதுக.

(1) 39	(6) 5302
(2) 527	(7) 70001
(3) 999	(8) 75032
(4) 1002	(9) 94201
(5) 1539	(10) 100001

விடைகள்

(1) $3 \times 10 + 9$ (2) $5 \times 10^2 + 2 \times 10 + 7$

(3) $9 \times 10^2 + 9 \times 10 + 9$ (4) $1 \times 10^3 + 2$

(5) $1 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 3 \times 10 + 9$

(6) $5 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 2$ (7) $7 \times 10^4 + 1$

(8) $7 \times 10^4 + 5 \times 10^3 + 3 \times 10 + 2$

(9) $9 \times 10^4 + 4 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 1$

(10) $1 \times 10^5 + 1$

1—2. பத்து அடிமான எண்ணுரு (ஆ):

$7 \times 10^3 + 9 \times 10^2 + 5 \times 10 + 8$ என்று அடுக்குக் குறியீட்டிலுள்ள எண்ணின் நியம எண்ணுரு

$$7000 + 900 + 50 + 8 = \mathbf{7958}$$

என்று அறிவோம்.

பயிற்சி 1-2

நியமக் குறியீட்டில் எழுதுக.

(1) $1 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 3 \times 10 + 1$

(2) $5 \times 10^3 + 8 \times 10 + 4$

(3) $7 \times 10^5 + 5 \times 10^3 + 3 \times 10$

(4) $8 \times 10^4 + 7 \times 10^3 + 2$

(5) $9 \times 10^3 + 1$

(6) $5 \times 10^5 + 3 \times 10^3 + 2 \times 10 + 1$

(7) $9 \times 10^5 + 3$

(8) $7 \times 10^4 + 3 \times 10^2 + 2$

(9) $8 \times 10^5 + 7 \times 10^4 + 3 \times 10^3$

(10) $1 \times 10^4 + 1 \times 10^3 + 1 \times 10^2 + 1 \times 10 + 1$

விடைகள்

(1) 1231 (2) 5084 (3) 705030 (4) 87002

(5) 9001 (6) 503021 (7) 900003

(8) 70302 (9) 873000 (10) 11111

2—1. ஐந்து அடிமான எண் — அறிமுகம் :

நாம் அன்றாட வாழ்வில் 10இன் அடிமானத்தைத்தான் அதிகமாக உபயோகிக்கிறோம். இவ்வடிமானத்தில் 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 என்ற பத்து இலக்கங்களைப் பயன்படுத்துகிறோம்.

27 என்பதனை $2 \times 10 + 7$ என்றும்,

136 என்பதனை $1 \times 100 + 3 \times 10 + 6$ என்றும்,

நாம் எழுதுகிறோம்.

இப்போது நாம் 5இன் அடிமானத்தைப் பற்றிச் சற்று ஆராய்வோம். இந்த அடிமானத்தில் உள்ளவை 0, 1, 2, 3, 4 என்ற 5 இலக்கங்களேயாகும். நம் ஒவ்வொருவருக்கும் கையில் உள்ளது 5 விரல்களே. இவ்விரல்களைக் கொண்டு எண்களை எண்ண முயல்வோம்.

1, 2, 3, 4, ஒரு கை.
1, 2, 3, 4, 10

1கை 1,	1கை 2,	1கை 3,	1கை 4,	இரண்டு கை
11,	12,	13,	14,	20
2கை 1,	2கை 2,	2கை 3,	2கை 4,	மூன்று கை
21,	22,	23,	24,	30

எனவே 10இன் அடிமானத்தில்

5 என்பதனை, 10_5 என ஐந்தின் அடிமானத்திலும்
10 என்பதனை, 20_5 என ஐந்தின் அடிமானத்திலும்
15 என்பதனை, 30_5 என ஐந்தின் அடிமானத்திலும்
20 என்பதனை, 40_5 என ஐந்தின் அடிமானத்திலும்
25என்பதனை, 100_5 என ஐந்தின் அடிமானத்திலும்
எழுதலாம்.

100_5 என்பதனை $1\times 5^2+0\times 5+0\times 1$ என விரிவுக் குறியீட்டு முறையில் எழுதலாம் அன்றோ!

நூறு, ஆயிரம் என்று பத்தடிமான எண்மானத்தில் இருப்பதுபோல, ஐந்தடிமானத்தில்,

10 என்பதனை கை என்றும்
100 ,, சை என்றும்
1000 ,, டை என்றும்
விளையாட்டாகப் பெயரிடுவோம்.

32_5 என்பதை ஐந்தடிமானத்தில் மூன்று இரண்டு என்று படிக்கவேண்டும். முப்பத்திரண்டு என்று படிக்கக் கூடாது.

பயிற்சி 2-1

I. பின்வருவனவற்றை 10 அடிமானத்தில் எழுதுக.

(1) 3 கை 2 விரல் (4) 4 கை 2 விரல்

(2) 3 கை 4 விரல் (5) 4 கை 3 விரல்

(3) 4 கை 1 விரல்

II. பின்வரும் 10 அடிமான எண்களை, கை, விரல் மூலம் கூறுக.

(1) 13 (2) 17 (3) 24 (4) 25 (5) 15

III. (1) சை (100) என்பது 10 அடிமானத்தில் எந்த எண்ணைக் குறிக்கின்றது ?

(2) டை (1000) என்பது 10 அடிமானத்தில் எந்த எண்ணைக் குறிக்கின்றது ?

விடைகள்

I. (1) 17 (2) 19 (3) 21 (4) 22 (5) 23

II. (1) இரண்டு கை 3 விரல் (4) ஐந்து கை

(2) மூன்று கை 2 விரல் (5) மூன்று கை

(3) நான்கு கை 4 விரல்

III. (1) 25 (2) 125

2—2. ஐந்தடிமான எண்ணுரு :

பத்தடிமான எண்ணுருக்களுக்குப் பொருத்தமான ஐந்தடிமான எண்ணுருக்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

எண்	பத்தடிமான எண்ணுரு	ஐந்தடிமான எண்ணுரு
பூச்சியம்	0	0
ஒன்று	1	1
இரண்டு	2	2
மூன்று	3	3
நான்கு	4	4
ஐந்து	5	10
ஆறு	6	11
ஏழு	7	12
எட்டு	8	13
ஒன்பது	9	14
பத்து	10	20
இருபத்துநான்கு	24	44
இருபத்தைந்து	25	100
இருபத்தாறு	26	101
இருபத்தேழு	27	102
முப்பது	30	110
நாற்பத்தொன்பது	49	144
ஐம்பது	50	200

பயிற்சி 2-2

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள 10 அடிமான எண்ணுருக்களைக் குறிக்கும் 5 அடிமான எண்ணுருக்களை எழுதுக.

(1) 8	(2) 9	(3) 11	(4) 12
(5) 15	(6) 19	(7) 21	(8) 27
(9) 34	(10) 36	(11) 49	(12) 51
(13) 60	(14) 64	(15) 69	(16) 100
(17) 101	(18) 111	(19) 124	(20) 125

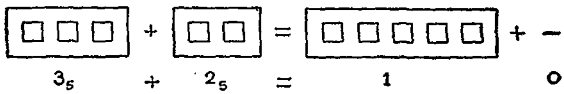
விடைகள்

(1) 13 (2) 14 (3) 21 (4) 22 (5) 30
(6) 34 (7) 41 (8) 102 (9) 114 (10) 121
(11) 144 (12) 201 (13) 220 (14) 224 (15) 234
(16) 400 (17) 401 (18) 421 (19) 444 (20) 500

2—3. ஐந்தடிமான எண்ணுரு — கூட்டல் :

ஐந்தடிமான எண் அமைப்பில் கூட்டல் செயலைச் செய்ய அறிந்து கொள்வோம்.

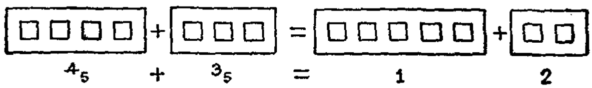
(i) $3_5 + 2_5 = ?$



படம் 2-1

$$3_5 + 2_5 = 10_5$$

(ii) $4_5 + 3_5 = ?$



படம் 2-2.

$$4_5 + 3_5 = 12_5$$

கீழ்க்காணும் கூட்டல் அட்டவணையைச் சரிபார்க்கவும்.

கூட்டல் அட்டவணை

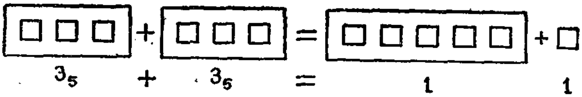
+	0	1	2	3	4
0	0	1	2	3	4
1	1	2	3	4	10
2	2	3	4	10	11
3	3	4	10	11	12
4	4	10	11	12	13

படம் 2-3.

எடுத்துக்காட்டு :

கொடுக்கப்பட்டுள்ள கூட்டல் அட்டவணையைக் கவனிக்க.

$3_5 + 3_5 = ?$



படம் 2-4.

$3_5 + 3_5 = 11_5$

பயிற்சி 2-3

கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையைப் பயன்படுத்திக் கீழ்க்கண்ட கணக்குகளைச் செய்யவும்.

(1) $1_5 + 1_5$ (2) $0_5 + 4_5$ (3) $1_5 + 2_5$

(4) $1_5 + 4_5$ (5) $2_5 + 3_5$ (6) $3_5 + 4_5$

(7) $4_5 + 2_5$ (8) $0_5 + 3_5$ (9) $4_5 + 4_5$

(10) $3_5 + 3_5$

விடைகள்

(1) 2_5 (2) 4_5 (3) 3_5 (4) 10_5 (5) 10_5

(6) 12_5 (7) 11_5 (8) 3_5 (9) 13_5 (10) 11_5

2—4 ஐந்தடிமான எண்கள் — செயல்கள் :

எடுத்துக்காட்டுகள் :

சுருக்குக:

(அ) $24_5 + 11_5 = ?$

$$\begin{array}{r} 24_5 \\ 11_5 \\ \hline 40_5 \\ \hline \end{array} \qquad 4 + 1 = 10_5$$

$24_5 + 11_5 = 40_5$

(ஆ) $44_5 + 22_5 = ?$

$$\begin{array}{r} 44_5 \\ 22_5 \\ \hline 121_5 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4 + 2 = 11_5 \\ 1 + 4 + 2 = 12_5 \end{array}$$

$44_5 + 22_5 = 121_5$

(இ) 444_5 இன் தொடரியைக் காண்க.

ஓர் எண்ணின் தொடரியைக் காண அவ்வெண்ணோடு 1-ஐக் கூட்டவேண்டும்.

$$\begin{array}{r} 444_5 \\ 1_5 \\ \hline 1000_5 \end{array}$$

$4_5 + 1_5 = 10_5$

444_5 இன் தொடரி 1000_5.

(ஈ) $13_5 - 4_5$ என்ன?

$$\begin{array}{r} 13_5 \\ -4_5 \\ \hline 4_5 \end{array}$$

1 கை 3 விரலிலிருந்து 4 விரல்களை மடக்கி மீதி இருப்பது 4 விரல்களாகுமல்லவா?

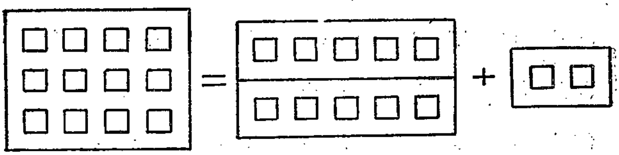
(உ) 3000_5 இன் முன்னியைக் காண்க.

$$\begin{array}{r} 3000_5 \\ -1_5 \\ \hline 2444_5 \end{array}$$

$10_5 - 1_5 = 4_5$

30005_5 இன் முன்னி 2444_5.

(ஊ) $4_5 \times 3_5$ இன் மதிப்பு என்ன?



$4_5 \times 3_5$ = 2 கை 2

படம் 2-5.

$4_5 \times 3_5 = 22_5$ என்பது நமக்குப் புலனாகிறது.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள பெருக்கல் அட்டவணையைக் கவனித்துப் புரிந்து கொள்ளவும்.

பெருக்கல் அட்டவணை

×	0	1	2	3	4
0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4
2	0	2	4	11	13
3	0	3	11	14	22
4	0	4	13	22	31

படம் 2-6.

பயிற்சி 2-4

சுருக்குக :

I. (அ) $34_5 + 3_5$ (ஆ) $23_5 + 14_5$

(இ) $13_5 + 12_5$ (ஈ) $24_5 + 21_5$

(உ) $2_5 + 33_5$

II. (அ) $44_5 - 14_5$ (ஆ) $13_5 - 4_5$

(இ) $30_5 - 12_5$ (ஈ) $33_5 - 24_5$

(உ) $41_5 - 24_5$

III. (அ) $443_5 + 123_5 + 420_5$

(ஆ) $1234_5 + 234_5 + 34_5 + 4_5$

(இ) $10344_5 + 23134_5 + 31323_5 + 20234_5$

(ஈ) $12044_5 + 2314_5 + 321_5 + 40_5 + 4_5$

(உ) $1232_5 + 23_5 + 303_5 + 4444_5 + 10001_5$

IV. (அ) $3032_5 - 1033_5$ (ஆ) $4443_5 - 444_5$

(இ) $10001_5 - 302_5$ (ஈ) $4321_5 - 432_5$

(உ) $1342_5 - 441_5$

V. பின்வரும் கணக்குகளில் தொடரியையும், முன்னியையும் எழுதுக.

(அ) 444_5 (ஆ) 430_5 (இ) 434_5

(ஈ) 100_5 (உ) 10000_5

VI. சுருக்குக:

1. (அ) $2_5 \times 3_5$ (ஆ) $4_5 \times 2_5$ (இ) $3_5 \times 3_5$
   (ஈ) $4_5 \times 4_5$ (உ) $4_5 \times 1_5$

2. (அ) $12_5 \times 4_5$ (ஆ) $34_5 \times 4_5$ (இ) $44_5 \times 4_5$
   (ஈ) $41_5 \times 2_5$ (உ) $43_5 \times 3_5$

3. (அ) $111_5 \times 4_5$ (ஆ) $234_5 \times 3_5$
   (இ) $342_5 \times 3_5$ (ஈ) $444_5 \times 4_5$
   (உ) $334_5 \times 2_5$

4. (அ) $4321_5 \times 2_5$ (ஆ) $4034_5 \times 3_5$
   (இ) $3004_5 \times 3_5$ (ஈ) $4124_5 \times 4_5$
   (உ) $4444_5 \times 4_5$

விடைகள்

I. (அ) 42_5 (ஆ) 42_5 (இ) 30_5 (ஈ) 100_5 (உ) 40_5

II. (அ) 30_5 (ஆ) 4_5 (இ) 13_5 (ஈ) 4_5 (உ) 12_5

III. (அ) 2041_5 (ஆ) 2121_5 (இ) 141200_5 (ஈ) 20333_5
(உ) 22113_5

IV. (அ) 1444_5 (ஆ) 3444_5 (இ) 4144_5 (ஈ) 3334_5
(உ) 401_5

V. (அ) 1000_5, 443_5 (ஆ) 431_5, 424_5 (இ) 440_5, 433_5
(ஈ) 101_5, 44_5 (உ) 10001_5, 4444_5

VI. 1. (அ) 11_5 (ஆ) 13_5 (இ) 14_5 (ஈ) 31_5 (உ) 4_5

2. (அ) 103_5 (ஆ) 301_5 (இ) 341_5 (ஈ) 132_5
   (உ) 234_5

3. (அ) 444_5 (ஆ) 1312_5 (இ) 2131_5 (ஈ) 3441_5
   (உ) 1223_5

4. (அ) 14142_5 (ஆ) 22212_5 (இ) 14022_5
   (ஈ) 32111_5 (உ) 34441_5

2—5. இரண்டடிமான எண்ணுரு:

ஐந்து அடிமானத்தில் உள்ள இலக்கங்கள் 5 என்பதனை நாம் பார்த்தோம். அதே போன்று இரண்டு அடிமானத்தில் உள்ள இலக்கங்கள் 0, 1 ஆகும்.

இவற்றைப் பத்து அடிமானத்தோடு ஒப்பிட்டுப் பார்ப்போம்.

பத்து அடிமானம்	ஐந்து அடிமானம்	இரண்டு அடிமானம்
0	0	0
1	1	1
2	2	10
3	3	11
4	4	100
5	10	101
6	11	110

என எழுதுகிறோம். இதே போன்று

7	12	111
8	13	1000
9	14	1001
10	20	1010
11	21	1011
12	22	1100
13	23	1101
14	24	1110
15	30	1111

என்று எழுதுகிறோம்.

$$11_2 = 1 \times 2 + 1 = 3_{10}$$

$$1101_2 = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2 + 1 = 8 + 4 + 0 + 1$$

$$= 13_{10}$$

பயிற்சி 2-5

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள 10 அடிமான எண்களை இரண்டு அடிமான எண்களாக எழுதுக.

(அ)	7	(ஆ)	9	(இ)	11	(ஈ)	13	(உ)	17
(ஊ)	19	(எ)	24	(ஏ)	25	(ஐ)	31	(ஒ)	32
(ஓ)	35	(ஔ)	60	(க)	61	(கா)	63	(கி)	64
(கீ)	65	(கு)	100	(கூ)	120	(கெ)	127	(கே)	128

விடைகள்

(அ)	111	(ஆ)	1001	(இ)	1011
(ஈ)	1101	(உ)	10001	(ஊ)	10011
(எ)	11000	(ஏ)	11001	(ஐ)	11111
(ஒ)	100000	(ஓ)	100011	(ஔ)	111100
(க)	111101	(கா)	111111	(கி)	1000000
(கீ)	1000001	(கு)	1100100	(கூ)	1111000
(கெ)	1111111	(கே)	10000000		

2—6. இரண்டடிமான எண்கள்—செயல்கள் :

இரண்டடிமான கூட்டல் அட்டவணையைக் கவனிக்கவும்.

இரண்டடிமான
கூட்டல் அட்டவணை

+	0	1
0	0	1
1	1	10

படம் 2-7.

□ + □ = □□   +   −

$1_2 + 1_2 =$ 1   0

படம் 2-8.

$1_2 + 1_2 = 10_2$ என்பது தெளிவாகிறது.

எடுத்துக்காட்டுகள் :

(i) சுருக்குக : $111_2 + 11_2$

10 அடிமான எண் முறையில் செய்வது போலவே இங்கும் நாம் செய்யலாம்.

$$\begin{array}{r} 111_2 \\ 11_2 \\ \hline 1010_2 \\ \hline \end{array}$$

வலப்புறத்தில் உள்ள $1 + 1 = 10$. எனவே ஒன்றாம் தான இடத்தில் 0 போடுகிறோம். இரண்டாம் தானத்தில் 1ஐச் சேர்க்கிறோம். $1 + 1 = 10_2$; $10_2 + 1_2 = 11_2$. எனவே இரண்டாம் தான இடத்தில் 1 போடுகிறோம். அடுத்த எண் 1 உடன் 1ஐக் கூட்ட 10 கிடைக்கிறது. எனவே கூட்டுத் தொகை 1010 என ஆகிறது.

(ii) சுருக்குக : $100_2 - 11_2$

$$\begin{array}{r} 100_2 \\ -\ 11_2 \\ \hline 1_2 \\ \hline \end{array}$$

இரண்டடிமான பெருக்கல் அட்டவணை

×	0	1
0	0	0
1	0	1

படம் 2-9.

இரண்டு அடிமான பெருக்கல் அட்டவணையைப் பார்ப்போம்.

$$1_2 \times 0_2 = 0_2$$
$$1_2 \times 1_2 = 1_2$$

எடுத்துக்காட்டு :

(iii) சுருக்குக : $10101_2 \times 101_2$

$$\begin{array}{r} 10101_2 \times \\ 101_2 \\ \hline 10101 \\ 00000 \\ 10101 \\ \hline 1101001_2 \\ \hline \end{array}$$

பயிற்சி 2-6

சுருக்குக :

I. (அ) $1_2 + 1_2$ (ஆ) $11_2 + 11_2$ (இ) $111_2 + 111_2$
(ஈ) $1111_2 + 1111_2$ (உ) $11111_2 + 11111_2$

II. (அ) $10_2 + 11_2$ (ஆ) $100_2 + 111_2$
(இ) $1000_2 + 1111_2$ (ஈ) $10000_2 + 11111_2$
(உ) $11111_2 + 10010_2$

III. (அ) $1101_2 - 1010_2$ (ஆ) $1001_2 - 101_2$
(இ) $10101_2 - 11_2$ (ஈ) $1110_2 - 101_2$
(உ) $1001_2 - 111_2$

IV. (அ) $1111_2 - 101_2$ (ஆ) $1011_2 - 111_2$
(இ) $101_2 - 11_2$ (ஈ) $1101_2 - 111_2$
(உ) $1101_2 - 1011_2$

V. (அ) $1001_2 \times 11_2$ (ஆ) $111_2 \times 10_2$
(இ) $1111_2 \times 101_2$ (ஈ) $101_2 \times 111_2$
(உ) $1001_2 \times 1001_2$

VI. கீழ்க்கண்ட எண்களின் முன்னியை எழுதுக:
(அ) 11_2 (ஆ) 101_2 (இ) 1001_2 (ஈ) 1110_2
(உ) 1000_2

VII. கீழ்க்கண்ட எண்களின் தொடரியை எழுதுக:
(அ) 111_2 (ஆ) 1010_2 (இ) 101_2 (ஈ) 1111_2
(உ) 10101_2

விடைகள்

I. (அ) 10_2 (ஆ) 110_2 (இ) 1110_2 (ஈ) 11110_2
(உ) 111110_2

II. (அ) 101_2 (ஆ) 1011_2 (இ) 10111_2 (ஈ) 101111_2
(உ) 110001_2

III. (அ) 11_2 (ஆ) 100_2 (இ) 10010_2 (ஈ) 1001_2
(உ) 10_2

IV. (அ) 1010_2 (ஆ) 100_2 (இ) 10_2 (ஈ) 110_2
(உ) 10_2

V. (அ) 11011_2 (ஆ) 1110_2 (இ) 1001011_2
(ஈ) 100011_2 (உ) 1010001_2

VI. (அ) 10_2 (ஆ) 100_2 (இ) 1000_2 (ஈ) 1101_2
(உ) 111_2

VII. (அ) 1000_2 (ஆ) 1011_2 (இ) 110_2 (ஈ) 10000_2
(உ) 10110_2

3—1. அடிமானம் மாற்றம் (அ):

பத்தடிமானத்திலுள்ள எண்ணுருவை ஐந்தடிமான எண்ணுருவாக மாற்ற, அதனை ஐந்தின் தொகுப்புகளாக மாற்ற வேண்டும்.

(1) $8_{10} = 13_5$

$$\begin{array}{r|l} 5 & 8 \\ \hline & 1-3 \end{array}$$

1 ஐந்தும் 3 ஒன்றுகளும் $= 13_5$

(2) $32_{10} = 112_5$

$$\begin{array}{r|l} 5 & 32 \\ \hline 5 & 6-2 \\ \hline & 1-1 \end{array}$$

1 இருபத்தைந்தும்
1 ஐந்தும்
2 ஒன்றுகளும் $= 112_5$

(3) $435_{10} = 3220_5$

$$\begin{array}{r|l} 5 & 435 \\ \hline 5 & 87-0 \\ \hline 5 & 17-2 \\ \hline & 3-2 \end{array}$$

3 நூற்றிருபத்து ஐந்தும்
2 இருபத்தைந்தும்
2 ஐந்தும்
0 ஒன்றுகளும் $= 3220_5$

எடுத்துக்காட்டுகள் :

(1) 132_{10}ஐ ஐந்தடிமானத்தில் எழுதுக.

$132_{10} = 1012_5$

$$\begin{array}{r|r} 5 & 132 \\ \hline 5 & 26-2 \\ \hline 5 & 5-1 \\ \hline & 1-0 \\ \hline \end{array}$$

(2) 638_{10}ஐ ஐந்தடிமானத்தில் எழுதுக.

$638_{10} = 10023_5$

$$\begin{array}{r|r} 5 & 638 \\ \hline 5 & 127-3 \\ \hline 5 & 25-2 \\ \hline 5 & 5-0 \\ \hline & 1-0 \\ \hline \end{array}$$

(3) 1734_{10}ஐ ஐந்தடிமானத்தில் எழுதுக.

$1734_{10} = 23414_5$

$$\begin{array}{r|r} 5 & 1734 \\ \hline 5 & 346-4 \\ \hline 5 & 69-1 \\ \hline 5 & 13-4 \\ \hline & 2-3 \\ \hline \end{array}$$

பயிற்சி 3-1

பின்வரும் பத்து அடிமான எண்ணுருக்களை ஐந்தடிமான எண்ணுருக்களாக மாற்றவும்.

(அ) 28 (ஆ) 126 (இ) 624 (ஈ) 1000

(உ) 1251 (ஊ) 2500 (எ) 5001 (ஏ) 5225

(ஐ) 3125 (ஒ) 15626

விடைகள்

(அ) 103_5 (ஆ) 1001_5 (இ) 4444_5 (ஈ) 13000_5

(உ) 20001_5 (ஊ) 40000_5 (எ) 130001_5 (ஏ) 131400_5

(ஐ) 100000_5 (ஒ) 1000001_5

3—2. அடிமானம் மாற்றம் (ஆ) :

ஐந்தடிமானத்திலுள்ள எண்ணுருவை பத்தடிமானமாக மாற்ற, அடுக்கு விரிவு காணவேண்டும்.

(i) $23_5 = 2 \times 5 + 3 \times 1 = 10 + 3 = 13_{10}$

(2) $342_5 = 3 \times 5^2 + 4 \times 5 + 2 \times 1 = 75 + 20 + 2 = 97_{10}$

(3) $4421_5 = 4 \times 5^3 + 4 \times 5^2 + 2 \times 5 + 1 = 500 + 100 + 10 + 1 = 611_{10}$

பயிற்சி 3-2

பின்வரும் ஐந்தடிமான எண்களை 10 அடிமான எண்களாக மாற்றுக,

(அ) 14_5 (ஆ) 44_5 (இ) 1004_5 (ஈ) 4014_5

(உ) 1111_5 (ஊ) 40404_5 (எ) 404310_5 (ஏ) 101110_5

(ஐ) 43210_5 (ஒ) 12341_5

விடைகள்

(அ) 9 (ஆ) 24 (இ) 129 (ஈ) 509

(உ) 156 (ஊ) 2604 (எ) 13080 (ஏ) 3280

(ஐ) 2920 (ஒ) 971

3—3. அடிமானம் மாற்றம் (இ) :

பத்தடிமான எண்ணுருவை இரண்டடிமான எண்ணுருவாக மாற்ற, எண்ணுருவை இரண்டின் தொகுப்புகளாகக் காணவேண்டும்.

(1) $3_{10} = 11_2$

```
2 | 3
  1—1
```

1 இரண்டு, $1 = 11_2$

(2) 23_{10} இன் மதிப்பை இரண்டடிமானத்தில் எழுதுக.

```
2 | 23
2 | 11—1
2 |  5—1
2 |  2—1
     1—0
```

$23_{10} = 10111_2$

(3) 128_{10} இன் மதிப்பை இரண்டடிமானத்தில் எழுதுக.

2	128
2	64—0
2	32—0
2	16—0
2	8—0
2	4—0
2	2—0
	1—0

$128_{10} = 10000000_2$

பயிற்சி 3-3

பின்வரும் 10 அடிமான எண்ணுருக்களை இரண்டடிமான எண்ணுருக்களாக மாற்றவும்.

(அ) 27 (ஆ) 35 (இ) 63 (ஈ) 100

(உ) 99 (ஊ) 128 (எ) 129 (ஏ) 127

(ஐ) 256 (ஒ) 255

விடைகள்

(அ) 11011_2 (ஆ) 100011_2 (இ) 111111_2

(ஈ) 1100100_2 (உ) 1100011_2 (ஊ) 10000000_2

(எ) 10000001_2 (ஏ) 1111111_2 (ஐ) 100000000_2

(ஒ) 11111111_2

3—4. அடிமானம் மாற்றம் (ஈ):

இரண்டடிமான எண்ணுருவினை பத்தடிமான எண்ணுருவாக மாற்ற, அடுக்கு விரிவு காணவேண்டும்.

(1) $110_2 = 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 0 \times 1 = 4 + 2 + 0 = 6_{10}$

(2) $11111_2 = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1$

$= 16 + 8 + 4 + 2 + 1 = 31_{10}$

(3) $1001_2 = 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2 + 1 \times 1$

$= 8 + 0 + 0 + 1 = 9_{10}$

பயிற்சி 3-4

பின்வரும் இரண்டடிமான எண்ணுருக்களை 10 அடிமான எண்ணுருக்களாக மாற்றுக.

(அ) 11_2 (ஆ) 101_2 (இ) 1001_2 (ஈ) 1011_2

(உ) 1000_2 (ஊ) 11101_2 (எ) 11110_2 (ஏ) 11011_2

(ஐ) 10111_2 (ஒ) 10001_2

விடைகள்

(அ) 3 (ஆ) 5 (இ) 9 (ஈ) 11 (உ) 8

(ஊ) 29 (எ) 30 (ஏ) 27 (ஐ) 23 (ஒ) 17

4—1. தசம எண்கள் — விரிவுக் குறியீடு:

நினைவு கூர்க :

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

(i) $\frac{9}{10} = 9 \cdot 10^{-1}$

(ii) $\frac{8}{100} = \frac{8}{10^2} = 8 \cdot 10^{-2}$

(iii) $\frac{6}{1000} = \frac{6}{10^3} = 6 \cdot 10^{-3}$

432·986 என்பதனை அடுக்குக் குறியீட்டில் விரிவுபடுத்துக.

$4 \times 10^2 + 3 \times 10 + 2 \times 1 + 9 \times 10^{-1} + 8 \times 10^{-2} + 6 \times 10^{-3}$ என எழுதுகிறோம்.

பயிற்சி 4-1

அடுக்கு விரிவுக் குறியீட்டில் கீழ்க்காணும் எண்களை அமைக்கவும்.

(அ) 27.1 (ஆ) 315·27 (இ) 2000·01

(ஈ) 1539·001 (உ) 7630·201 (ஊ) 9572·56

(எ) 8402·076 (ஏ) 5001·607 (ஐ) 4444·44

(ஒ) 1110·01

விடைகள்

(அ) $2\times 10+7\times 1+1\times 10^{-1}$

(ஆ) $3\times 10^{2}+1\times 10+5\times 1+2\times 10^{-1}+7\times 10^{-2}$

(இ) $2\times 10^{3}+0\times 10^{2}+0\times 10+0\times 1+0\times 10^{-1}+1\times 10^{-2}$

(ஈ) $1\times 10^{3}+5\times 10^{2}+3\times 10+9\times 1+0\times 10^{-1}+0\times 10^{-2}+1\times 10^{-3}$

(உ) $7\times 10^{3}+6\times 10^{2}+3\times 10+0\times 1+2\times 10^{-1}+0\times 10^{-2}+1\times 10^{-3}$

(ஊ) $9\times 10^{3}+5\times 10^{2}+7\times 10+2\times 1+5\times 10^{-1}+6\times 10^{-2}$

(எ) $8\times 10^{3}+4\times 10^{2}+0\times 10+2\times 1+0\times 10^{-1}+7\times 10^{-2}+6\times 10^{-3}$

(ஏ) $5\times 10^{3}+0\times 10^{2}+0\times 10+1\times 1+6\times 10^{-1}+0\times 10^{-2}+7\times 10^{-3}$

(ஐ) $4\times 10^{3}+4\times 10^{2}+4\times 10+4\times 1+4\times 10^{-1}+4\times 10^{-2}$

(ஒ) $1\times 10^{3}+1\times 10^{2}+1\times 10+0\times 1+0\times 10^{-1}+1\times 10^{-2}$

4—2. தசம எண்கள் — விஞ்ஞானக் குறியீடு :

எவ்வெண்ணையும் பத்தின் அடுக்குகளாக எழுதமுடியும் எனக் கண்டோம்.

$$4736 = 473{\cdot}6\times 10$$
$$= 47{\cdot}36\times 10^{2}$$
$$= 4{\cdot}736\times 10^{3}$$

என்று எழுதலாமல்லவா?

முழு எண் பகுதியில் ஓரிலக்க எண் மட்டும் கொண்டு, பிற வற்றை தசமப் பகுதியில் எழுதி, அவ்வெண்ணைத் தேவைப் பட்ட பத்தின் அடுக்கால் பெருக்கி எழுதும் முறை **விஞ்ஞானக் குறியீட்டு முறை** எனப்படும்.

மிகப் பெரிய எண்களையும் மிக நுண்ணிய அளவுகளையும் ஒப்பிட விஞ்ஞானக் குறியீட்டு முறை உதவும்.

எடுத்துக்காட்டுகள் :

(1) $53876 = 5{\cdot}3876 \times 10^4$

(2) $45{\cdot}32 = 4{\cdot}532 \times 10$

(3) $\cdot457 = 4{\cdot}57 \times 10^{-1}$

(4) $236.5 = 2{\cdot}365 \times 10^2$

(5) $\cdot0236 = 2{\cdot}36 \times 10^{-2}$

(6) விஞ்ஞானக் குறியீட்டில் அமைக்க.

(i) $75{\cdot}6 \times 10^2$ (ii) 276×10^{-3} (iii) $\cdot214 \times 10^{-3}$

(i) $75{\cdot}6 \times 10^2 = 7{\cdot}56 \times 10 \times 10^2$
$= 7{\cdot}56 \times 10^3$

(ii) $276 \times 10^{-3} = 2{\cdot}76 \times 10^2 \times 10^{-3}$
$= 2{\cdot}76 \times 10^{-1}$

(iii) $\cdot214 \times 10^{-3} = 2{\cdot}14 \times 10^{-1} \times 10^{-3}$
$= 2{\cdot}14 \times 10^{-4}$

பயிற்சி 4-2

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களை விஞ்ஞானக் குறியீட்டு முறையில் எழுதுக.

I. (அ) $\cdot37$ (ஆ) $\cdot578$ (இ) $\cdot4387$ (ஈ) $\cdot8713$

(உ) $\cdot00823$

II. (அ) $35{\cdot}7 \times 10^2$ (ஆ) $6387{\cdot}52 \times 10^5$

(இ) $736{\cdot}01 \times 10^3$ (ஈ) 4271×10^2

(உ) $5000{\cdot}1 \times 10^7$

III. (அ) $\cdot765 \times 10^{-3}$ (ஆ) $\cdot0732 \times 10^{-1}$

(இ) $\cdot12035 \times 10^{-2}$ (ஈ) $\cdot0034 \times 10^{-3}$

(உ) $\cdot01001 \times 10^{-5}$

விடைகள்

I. (அ) 3.7×10^{-1} (ஆ) 5.78×10^{-1}

(இ) 4.387×10^{-1} (ஈ) 8.713×10^{-1}

(உ) 8.23×10^{-3}

II. (அ) 3.57×10^{3} (ஆ) 6.38752×10^{8}

(இ) 7.3601×10^{5} (ஈ) 4.271×10^{5}

(உ) 5.0001×10^{10}

III. (அ) 7.65×10^{-4} (ஆ) 7.32×10^{-3}

(இ) 1.2035×10^{-3} (ஈ) 3.4×10^{-6}

(உ) 1.001×10^{-7}

5—1. முழு எண்கள்—கூட்டலின் பண்புகள் :

இயல் எண்கள் 1, 2, 3, 4, ... என்றும்,

முழு எண்கள் 0, 1, 2, 3, ... என்றும் முன் வகுப்பில் படித்துள்ளோம்.

$$N = \{1, 2, 3, 4, ...\}$$

$$W = \{0, 1, 2, 3, ...\}$$

என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

முழு எண்களின் சில பண்புகளைப் பார்ப்போம்.

(1) இரண்டு முழு எண்களைக் கூட்ட முழு எண்ணே கிடைக்கும்.

$$3 \in W, \quad 5 \in W, \quad 3 + 5 = 8 \in W$$

ஆனால் கழித்தலில் இப்பண்பு இல்லை எனக் காணலாம்.

$$3 \in W, \quad 5 \in W, \quad 3 - 5 = -2$$

-2 முழு எண் கணத்தில் இல்லை.

(2) இரண்டு எண்களைக் கூட்டும்பொழுது, எண் வரிசையை மாற்றினாலும் கூடுதல் பலன் மாறாது.

$5 + 3 = 8; \quad 3 + 5 = 8$

$5 + 3 = 3 + 5$

(3) மூன்று எண்களைக் கூட்டும்பொழுது, முதலிரண்டு எண்களைக் கூட்டிப் பின்னர் மூன்றாம் எண்ணைக் கூட்டலாம். அல்லது, பின் இரண்டு எண்களைக் கூட்டி அதனோடு முதல் எண்ணைக் கூட்டலாம்.

$(3 + 5) + 9 = 8 + 9 = 17$

$3 + (5 + 9) = 3 + 14 = 17$

$(3 + 5) + 9 = 3 + (5 + 9)$

(4) மேலிரண்டு பண்புகளை ஒன்றுபடுத்தி முழு எண்களைக் கூட்டும்பொழுது, எவ்வரிசையிலும் எண்களை வரிசைப்படுத்திக் கூட்டலாம்.

$$\begin{aligned}(3 + 5) + 9 &= (5 + 3) + 9\\ &= 5 + (3 + 9)\\ &= 5 + (9 + 3)\\ &= (5 + 9) + 3\\ &= (9 + 5) + 3\end{aligned}$$

எனப் பலவிதமாக இக் கூடுதலைச் செய்யலாம்.

(5) ஒரு முழு எண்ணுடன் 0ஐக் கூட்டினாலும் அல்லது 0உடன் ஒரு முழு எண்ணைக் கூட்டினாலும் அம் முழு எண்ணே பலனாகக் கிடைக்கும்.

$0 + 3 = 3 + 0 = 3$

0 கூட்டல் சமனியாகும்.

குறிப்பு: 7இன் கூட்டல் தலைகீழி —7.
—7 முழு எண் கணத்தில் இல்லை.
எனவே முழு எண் கணத்தில் கூட்டல் தலைகீழி இல்லை என்பதனை மனதிற் கொள்க.

பயிற்சி 5-1

I. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளவை சரியா, இல்லையா என்று ஆராய்க.

(அ) $6 + 5 + 4 = 6 + 4 + 5$

(ஆ) $7 + 8 + 2 = 7 + 10$

(இ) $5 + 0 = 5$

(ஈ) $15 + 3 = 9 + 9$

(உ) $6 + 0 + 6 = 11 + 1$

II. காலி இடங்களை நிரப்புக :

(அ) $8 + \square + 3 = 8 + 5 + \square$

(ஆ) $\square + 6 + 9 = 9 + \square + 7$

(இ) $10 + 2 + \square = 15$

(ஈ) $4 + \square = \square + 6$

(உ) $\square + 8 = 8$

III. (அ) 10இன் தொடரி என்ன? 17இன் முன்னி என்ன?

(ஆ) $156 + 72 = 156 + \square + 12$ எனில் $\square$இன் மதிப்பு என்ன ?

(இ) 'இரு முழு எண்கள் கொடுக்கப்பட்டால் அவற்றிற்கு இடையில் மற்றொரு முழு எண்ணைக் கண்டுபிடிக்க முடியும்'— இது எப்போதும் மெய்யா? இல்லையென்றால் மறுப்பு எடுத்துக்காட்டு தருக.

விடைகள்

I. (அ) சரி (ஆ) சரி (இ) சரி (ஈ) சரி (உ) சரி

II. (அ) 5, 3 (ஆ) 7, 6 (இ) 3 (ஈ) 6, 4 (உ) 0

III. (அ) தொடரி 11; முன்னி 16 (ஆ) 60

(இ) மெய்யல்ல. ஒரு முழு எண்ணிற்கும் அதன் முன்னிக்கும் அல்லது தொடரிக்கும் இடையில் முழு எண் இல்லை.

5—2. முழு எண்கள்—பெருக்கல் :

(i) இரண்டு முழு எண்களின் பெருக்கற் பலன் ஒரு முழு எண் என்பதனை நீங்கள் அறிவீர்கள்.

அதாவது, $8 \times 7 = 56$. 8, 7 என்ற முழு எண்களைப் பெருக்கும்போது 56 என்ற ஒரு முழு எண் கிடைக்கிறது. இதனை $x, y \in W$ எனில் $x \times y \in W$ எனக் குறிக்கிறோம்.

(ii) $5 \times 8 = 8 \times 5$ என்பது $40 = 40$ ஆகும். இது மெய்.

அதாவது, $x \in W$, $y \in W$ எனில் $x \times y = y \times x$ என நாம் அறிகிறோம்.

(iii) $(8 \times 5) \times 4 = 8 \times (5 \times 4)$ இது சரியா என நாம் சற்று ஆராய்வோம்,

$$(8 \times 5) \times 4 = 8 \times (5 \times 4)$$
$$40 \times 4 = 8 \times 20$$
$$160 = 160$$

$(8 \times 5) \times 4$ம், $8 \times (5 \times 4)$ம் சமம் என நமக்கு விளங்குகிறது. இதனைக் குறியீட்டு முறையில் $a \in W$, $b \in W$, $c \in W$ எனில்,

$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ ஆகும்.

(iv) $4 \times (7+3) = 4 \times 10 = 40$

$4 \times 7 + 4 \times 3 = 28 + 12 = 40$

$4 \times (7+3) = 4 \times 7 + 4 \times 3$ எனக் காண்கிறோம்.

இதனைக் குறியீட்டு முறையில் $a \in W$, $b \in W$, $c \in W$ எனில்,

$a(b+c) = ab + ac$ ஆகும்.

இப்பண்பைப் பயன்படுத்திச் சில கணக்குகளை எளிமையாகச் செய்யலாம்.

$$24 \times 105 = 24 \times (100+5)$$
$$= 24 \times 100 + 24 \times 5 = 2400 + 120$$
$$= 2520.$$

குறிப்பு : 8இன் பெருக்கல் தலைகீழி $\frac{1}{8}$ ஆகும்.
$\frac{1}{8}$ முழு எண் கணத்தில் ஓர் உறுப்பு அல்ல.
எனவே முழு எண் கணத்தில் பெருக்கல் தலைகீழி இல்லை என நினைவு கொள்க.

பயிற்சி 5-2

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள கூற்றுகள் சரியானவையா என ஆராய்க.

I. (அ) $6 \times (7 \times 4) = (6 \times 7) \times 4$

(ஆ) $(7 \times 5) \times 2 = 7 \times 10$

(இ) $4 \times 5 \times 6 = 5 \times 6 \times 4$

(ஈ) $7 \times 3 = 3 \times 7$

(உ) $8 \times 1 = 8$

(ஊ) $9(2+3) = (9 \times 2) + (9 \times 3)$

II. காலி இடங்களை நிரப்புக:

(அ) $[8 \times \square] \times 5 = \square \times [8 \times 7]$

(ஆ) $4(3+7) = 4 \times 3 + \square$

(இ) $\square(5+6) = 20 + 24$

(ஈ) $7 \times 8 = \square \times 7$

(உ) $6 \times \square \times 3 = 18$

(ஊ) $10 \times \square = 10$

விடைகள்

I. (அ) சரி (ஆ) சரி (இ) சரி (ஈ) சரி

(உ) சரி (ஊ) சரி

II. (அ) 7, 5 (ஆ) 4×7 (இ) 4

(ஈ) 8 (உ) 1 (ஊ) 1

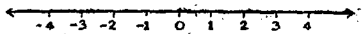
6—1-1. முழுக்கள்—கூட்டல் (ஒரே குறியுடையவை):

சென்ற வகுப்பில் முழுஎண் கணத்தோடு முழு எண்களின் கூட்டல் தலைகீழியைச் சேர்த்து, முழுக்கள் கணத்தை உருவாக்கியதை நினைவு கூர்வோம்.

முழு எண் கணம் W $= \{0, 1, 2, 3, ...\}$

முழுக்கள் கணம் Z $= \{0, 1, -1, 2, -2, 3, -3, ...\}$

முழுக்கள் கணத்தின் உறுப்புகளை எண் கோட்டில் அமைத்துக் காண்பித்தோம்.



படம் 2-10.

எண் கோட்டு வரிசையில் முழுக்கள் கணத்தை

$$Z = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$$

என்று எழுதலாம்.

இப்பொழுது முழுக்கள் கணத்தில் கூட்டல் செயல்களை மீண்டும் பார்ப்போம். இன்றைய பாடத்தில் ஒரே குறியுள்ள முழுக்களைக் கூட்ட முற்படுவோம்.

எடுத்துக்காட்டுகள்:

(1) $(+5) + (+\ 8) = +13$

(2) $(+4) + (+15) = +19$

(3) $(-5) + (-\ 8) = -13$

(4) $(-4) + (-15) = -19$

> ஒரே குறியுள்ள இரு முழுக்களைக் கூட்டும் பொழுது முழு எண்களைக் கூட்டுவதுபோல் கூட்டிப் பொதுக் குறியை இடுதல் வேண்டும்.

மேலும் $(+5) + (0) = (0) + (+5) = +5$

$(-8) + (0) = (0) + (-8) = -8$

எனபதால் முழுக்களில் 0 கூட்டல் சமனியாகும் என அறியவும்.

> மிகை முழு + மிகை முழு = மிகை முழு
> குறை முழு + குறை முழு = குறை முழு

பயிற்சி 6-1-1 (அ)

சுருக்குக :

(அ) $5+(+1)$ (ஆ) $9+(+4)$

(இ) $13+(+5)$ (ஈ) $27+(+12)$

(உ) $30+(+1)$ (ஊ) $15+(+20)$

(எ) $21+(+30)$ (ஏ) $50+(+100)$

(ஐ) $100+(+101)$ (ஒ) $498+(+798)$

(ஓ) $272+(+172)$ (ஔ) $368+(+68)$

(க) $215+(+115)$ (கா) $618+(+318)$

(கி) $711+(+611)$ (கீ) $67+(+167)$

(கு) $317+(+717)$ (கூ) $0+(+10)$

(கெ) $215+(+1215)$ (கே) $1+(+1)$

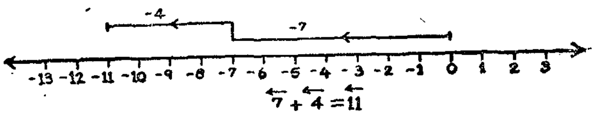
விடைகள்

(அ)	6	(ஆ)	13	(இ)	18	(ஈ)	39
(உ)	31	(ஊ)	35	(எ)	51	(ஏ)	150
(ஐ)	201	(ஒ)	1296	(ஓ)	444	(ஔ)	436
(க)	330	(கா)	936	(கி)	1322	(கீ)	234
(கு)	1034	(கூ)	10	(கெ)	1430	(கே)	2

எடுத்துக்காட்டு :

$-7+(-4)$

எண்கதிரைக் கொண்டு இக் கணக்கினைச் செய்க.



படம் 2-11.

அதாவது $-7+(-4) = -11$

பயிற்சி 6-1-1 (ஆ)

சுருக்குக:

(அ) $-10 + (-15)$ (ஆ) $-20 + (-10)$

(இ) $-15 + (-17)$ (ஈ) $-16 + (-14)$

(உ) $-100 + (-200)$ (ஊ) $-105 + (-105)$

(எ) $-110 + (-101)$ (ஏ) $-99 + (-22)$

(ஐ) $-66 + (-55)$ (ஒ) $-61 + (-31)$

(ஓ) $-79 + (-21)$ (ஔ) $-1000 + (-1)$

(க) $-201 + (-501)$ (கா) $-111 + (-222)$

(கி) $-444 + (-666)$ (கீ) $-1111 + (-999)$

(கு) $-211 + (-789)$ (கூ) $-600 + (-400)$

(கெ) $-1000 + (-1000)$ (கே) $-777 + (-223)$

விடைகள்

(அ) (-25) (ஆ) (-30) (இ) (-32)

(ஈ) (-30) (உ) (-300) (ஊ) (-210)

(எ) (-211) (ஏ) (-121) (ஐ) (-121)

(ஒ) (-92) (ஓ) (-100) (ஔ) (-1001)

(க) (-702) (கா) (-333) (கி) (-1110)

(கீ) (-2110) (கு) (-1000) (கூ) (-1000)

(கெ) (-2000) (கே) (-1000)

6—1-2. முழுக்கள் — கூட்டல் (மாறிய குறிகள்):

இன்றைய பாடத்தில் மாறிய குறிகளுள்ள முழுக்களைக் கூட்டுதலை மீண்டும் பார்ப்போம்.

$$(-4) + (+4) = 0$$
$$(+4) + (-4) = 0$$

என அறிவோம்.

(i) $(+8) + (-5)$

$= [(+3) + (+5)] + (-5)]$

$= 3 + [5 + (-5)] = 3 + 0 = 3$

(ii) $3 + (-7)$

$= 3 + [(-3) + (-4)]$

$= [3 + (-3)] + (-4) = 0 + (-4) = -4$

> மாறிய குறியுள்ள முழுக்களைக் கூட்டும்பொழுது, குறியை நீக்கிக் கிடைக்கப் பெற்ற முழுக்களில், பெரிய முழு எண்ணிலிருந்து சிறிய முழு எண்ணைக் கழித்து, கிடைத்த எண்ணிற்குப் பெரிய எண்ணின் குறியை இடவும்.

எடுத்துக்காட்டுகள் :

(1) $(-15) + (+25) = ?$

குறிநீக்கிக் கிடைத்த முழு எண்கள் 15, 25

பெரிய எண் 25இலிருந்து சிறிய எண் 15ஐக் கழிக்கக் கிடைப்பது 10.

பெரிய எண் 25இன் குறி +.

எனவே, $(-15) + (+25) = +10$.

(2) $(-12) + (+8) = ?$

குறியை நீக்கிக் கிடைத்த முழு எண்கள் 12, 8

பெரிய எண்ணிலிருந்து சிறிய எண்ணைக் கழிக்கக் கிடைப்பது 4.

பெரிய எண் 12இன் குறி −.

எனவே, $(-12) + (+8) = -4$.

எனவே, மிகை முழுவோடு குறை முழுவைக் கூட்டக் கிடைக்கும் எண் மிகை முழுவாகவோ அல்லது குறை முழுவாகவோ இருக்கலாம்.

பயிற்சி 6-1-2

சுருக்குக:

(அ) − 5 + 7	(ஆ) − 7 + 9
(இ) − 17 + 20	(ஈ) − 25 + 50
(உ) − 30 + 100	(ஊ) − 100 + 70
(எ) − 11 + 10	(ஏ) − 101 + 110
(ஐ) − 99 + 90	(ஒ) − 1001 + 999
(ஓ) − 15 + 10	(ஔ) − 70 + 50
(க) − 1000 + 200	(கா) − 800 + 1
(கி) − 600 + 1000	(கீ) − 1 + 100
(கு) − 111 + 200	(கூ) − 300 + 1000
(கெ) − 10 + 70	(கே) − 75 + 130

விடைகள்

(அ) 2	(ஆ) 2	(இ) 3	(ஈ) 25
(உ) 70	(ஊ) − 30	(எ) − 1	(ஏ) 9
(ஐ) − 9	(ஒ) − 2	(ஓ) − 5	(ஔ) − 20
(க) − 800	(கா) − 799	(கி) 400	(கீ) 99
(கு) 89	(கூ) 700	(கெ) 60	(கே) 55

6—2-1. முழுக்கள்—மிகை முழுவைக் கழித்தல் :

கழித்தல் என்பது கூட்டலின் எதிர்ச் செயல் என அறிவோம்.

> ஓர் எண்ணிலிருந்து மற்றோர் எண்ணைக் கழிக்க, இரண்டாம் எண்ணின் கூட்டல் தலைகீழியை முதலெண்ணோடு கூட்டவேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டுகள்:

(1) $(+115) - (+93)$

$= 115 + (-93) = 22$

(2) $(-37) - (+23)$

$= (-37) + (-23) = -60$

பயிற்சி 6-2-1

I. சுருக்குக:

(அ) 15 − (+12) (ஆ) 27 − (+17)
(இ) 39 − (+19) (ஈ) 48 − (+18)
(உ) 99 − (+19) (ஊ) 101 − (+11)
(எ) 125 − (+25) (ஏ) 130 − (+70)
(ஐ) 150 − (+100) (ஒ) 200 − (+150)
(ஓ) 250 − (+200) (ஔ) 315 − (+215)
(க) 418 − (+318) (கா) 527 − (+227)
(கி) 599 − (+199) (கீ) 601 − (+601)
(கு) 611 − (+311) (கூ) 719 − (+419)
(கெ) 837 − (+537) (கே) 1001 − (+991)

II. (அ) −7 − (+5) (ஆ) −11 − (+12)
(இ) −25 − (+10) (ஈ) −37 − (+13)
(உ) −46 − (+14) (ஊ) −59 − (+31)
(எ) −64 − (+136) (ஏ) −79 − (+96)
(ஐ) −83 − (+136) (ஒ) −126 − (+126)
(ஓ) −197 − (+131) (ஔ) −281 − (+359)
(க) −311 − (+375) (கா) −456 − (+543)
(கி) −599 − (+376) (கீ) −600 − (+300)
(கு) −759 − (+241) (கூ) −801 − (+100)
(கெ) −999 − (+1111) (கே) −0 − (+1)

விடைகள்

I. (அ) 3 (ஆ) 10 (இ) 20 (ஈ) 30
(உ) 80 (ஊ) 90 (எ) 100 (ஏ) 60
(ஐ) 50 (ஒ) 50 (ஓ) 50 (ஔ) 100
(க) 100 (கா) 300 (கி) 400 (கீ) 0
(கு) 300 (கூ) 300 (கெ) 300 (கே) 10

II. (அ) (−12) (ஆ) (−23) (இ) (−35)
(ஈ) (−50) (உ) (−60) (ஊ) (−90)
(எ) (−200) (ஏ) (−175) (ஐ) (−219)
(ஒ) (−252) (ஓ) (−328) (ஔ) (−640)
(க) (−686) (கா) (−999) (கி) (−975)
(கீ) (−900) (கு) (−1000) (கூ) (−901)
(கெ) (−2110) (கே) (−1)

6—2-2. முழுக்கள்—குறை முழுவைக் கழித்தல் :

எடுத்துக்காட்டுகள்:

(1) $(-25)-(-30)$

$= (-25) + (+30) = +5$

(2) $(-40)-(-25)$

$= (-40) + (+25) = -15$

(3) சுருக்குக:

$632 - (-535)$

632 என்ற நிறை எண்ணிலிருந்து 535 என்ற குறை எண்ணைக் கழிக்க வேண்டும். அப்படிக் கழிக்கும்போது, கழிக்கப் படுகின்ற எண்ணின் குறியினை மாற்றிக் கூட்ட வேண்டும் என்பதனை நீங்கள் அறிவீர்கள். எனவே,

$632 - (-535)$

$= 632 + 535 = 1167$

பயிற்சி 6-2-2

I. சுருக்குக:

(அ) $15-(-5)$ (ஆ) $27-(-13)$

(இ) $38-(-42)$ (ஈ) $46-(-34)$

(உ) $55-(-45)$ (ஊ) $67-(-33)$

(எ) $76-(-76)$ (ஏ) $82-(-128)$

(ஐ) $96-(-112)$ (ஒ) $108-(-121)$

(ஓ) $127-(-111)$ (ஔ) $215-(-418)$

(க) $355-(-265)$ (கா) $429-(-411)$

(கி) $551-(-777)$ (கீ) $639-(716)$

(கு) $716-(-284)$ (கூ) $827-(-1000)$

(கெ) $901-(-225)$ (கே) $1005-(-995)$

II. சுருக்குக :

(அ) − 7 − (−5)	(ஆ) − 17 − (−12)
(இ) − 28 − (−11)	(ஈ) − 38 − (−27)
(உ) − 48 − (−18)	(ஊ) − 57 − (−37)
(எ) − 69 − (−19)	(ஏ) − 76 − (−17)
(ஐ) − 89 − (−18)	(ஒ) − 99 − (−98)
(ஓ) − 129 − (−119)	(ஔ) − 257 − (−195)
(க) − 369 − (−213)	(கா) − 428 − (−399)
(கி) − 556 − (−499)	(கீ) − 698 − (−567)
(கு) − 717 − (−328)	(கூ) − 817 − (−718)
(கெ) − 920 − (−120)	(கே) − 1000 − (−900)

III. சுருக்குக :

(அ) − 9 − (−10)	(ஆ) − 17 − (−22)
(இ) − 26 − (−75)	(ஈ) − 38 − (−41)
(உ) − 46 − (−71)	(ஊ) − 51 − (−100)
(எ) − 69 − (−200)	(ஏ) − 76 − (−176)
(ஐ) − 89 − (−211)	(ஒ) − 90 − (−222)
(ஓ) − 115 − (−215)	(ஔ) − 231 − (−356)
(க) − 333 − (−555)	(கா) − 440 − (−515)
(கி) − 1005 − (−2000)	(கீ) − 1215 − (−1915)
(கு) − 1427 − (−1742)	(கூ) − 1639 − (−2500)
(கெ) − 1826 − (−3010)	(கே) − 750 − (−1250)

விடைகள்

I.	(அ) 20	(ஆ) 40	(இ) 80	(ஈ) 80
	(உ) 100	(ஊ) 100	(எ) 152	(ஏ) 210
	(ஐ) 208	(ஒ) 229	(ஓ) 238	(ஔ) 633
	(க) 620	(கா) 840	(கி) 1328	(கீ) 1355
	(கு) 1000	(கூ) 1827	(கெ) 1126	(கே) 2000

II.	(அ) — 2	(ஆ) — 5	(இ) — 17
	(ஈ) — 11	(உ) — 30	(ஊ) — 20
	(எ) — 50	(ஏ) — 59	(ஐ) — 71
	(ஒ) — 1	(ஓ) — 10	(ஔ) — 62
	(க) — 156	(கா) — 29	(கி) — 57
	(கீ) — 131	(கு) — 389	(கூ) — 99
	(கெ) — 800	(கே) — 100	

III.	(அ) 1	(ஆ) 5	(இ) 49	(ஈ) 3
	(உ) 25	(ஊ) 49	(எ) 131	(ஏ) 100
	(ஐ) 122	(ஒ) 132	(ஓ) 100	(ஔ) 125
	(க) 222	(கா) 75	(கி) 995	(கீ) 700
	(கு) 315	(கூ) 861	(கெ) 1184	(கே) 500

6—3-1. முழுக்களின் பெருக்கல் (அ):

சென்ற வகுப்பில் முழுக்களின் பெருக்கலைப் பற்றி அறிந்தவற்றை நினைவு கூர்வோம்.

முழுக்களின் பெருக்கல் அட்டவணை

×	மிகைமுழு	குறைமுழு
மிகைமுழு	மிகைமுழு	குறைமுழு
குறைமுழு	குறைமுழு	மிகைமுழு

படம் 2-12.

எடுத்துக்காட்டுகள் :

(1) $(+8) \times (+7) = (+56)$
(2) $(-8) \times (-7) = (+56)$
(3) $(+8) \times (-7) = (-56)$
(4) $(-8) \times (+7) = (-56)$

இன்றைய பாடத்தில் ஒரு மிகை முழு, ஒரு குறை முழு ஆகியவற்றைப் பெருக்கினால் கிடைப்பது ஒரு குறை முழு என்பதைப் பார்ப்போம்.

எடுத்துக்காட்டுகள் :

$(-8) \times (+12) = -96$
$(12) \times (-6) = -72$

பயிற்சி 6-3-1

பெருக்குக :

(அ) $(-2) \times (+3)$ (ஆ) $(-5) \times (+7)$
(இ) $(-9) \times (+11)$ (ஈ) $(-15) \times (+8)$
(உ) $(-16) \times (+10)$ (ஊ) $(-20) \times (+10)$
(எ) $(-25) \times (+16)$ (ஏ) $(-31) \times (+12)$
(ஐ) $(-45) \times (+15)$ (ஒ) $(-61) \times (+8)$
(ஓ) $(+25) \times (-8)$ (ஔ) $(+76) \times (-10)$
(க) $(+83) \times (-15)$ (கா) $(+97) \times (-50)$
(கி) $(+110) \times (-60)$ (கீ) $(+133) \times (-11)$
(கு) $(+200) \times (-200)$ (கூ) $(+225) \times (-20)$
(கெ) $(+414) \times (-30)$ (கே) $(+500) \times (-1000)$

விடைகள்

(அ) -6	(ஆ) -35	(இ) -99
(ஈ) -120	(உ) -160	(ஊ) -200
(எ) -400	(ஏ) -372	(ஐ) -675
(ஒ) -488	(ஓ) -200	(ஔ) -760
(க) -1245	(கா) -4850	(கி) -6600
(கீ) -1463	(கு) -40000	(கூ) -4500
(கெ) -12420	(கே) -500000	

6—3-2. முழுக்கள் — பெருக்கல் (ஆ):

இரு குறை முழுக்களின் பெருக்கற்பலன் ஒரு மிகை முழு.

எடுத்துக்காட்டு:

$(-8) \times (-6) = 48$

பயிற்சி 6-3-2

கருக்குக :

(அ) $(-2) \times (-3)$	(ஆ) $(-10) \times (-8)$
(இ) $(-19) \times (-9)$	(ஈ) $(-27) \times (-10)$
(உ) $(-35) \times (-15)$	(ஊ) $(-42) \times (-11)$
(எ) $(-54) \times (-4)$	(ஏ) $(-62) \times (-5)$
(ஐ) $(-76) \times (-6)$	(ஒ) $(-81) \times (-14)$
(ஓ) $(-99) \times (-10)$	(ஔ) $(-111) \times (-20)$
(க) $(-127) \times (-25)$	(கா) $(-139) \times (-30)$
(கி) $(-146) \times (-17)$	(கீ) $(-151) \times (-19)$
(கு) $(-167) \times (-21)$	(கூ) $(-176) \times (-23)$
(கெ) $(-191) \times (-29)$	(கே) $(-217) \times (-31)$

விடைகள்

(அ) 6	(ஆ) 80	(இ) 171	(ஈ) 270
(உ) 525	(ஊ) 462	(எ) 216	(ஏ) 310
(ஐ) 456	(ஒ) 1134	(ஓ) 990	(ஔ) 2220
(க) 3175	(கா) 4170	(கி) 2482	(கீ) 2869
(கு) 3507	(கூ) 4048	(கெ) 5539	(கே) 6727

6—4-1. முழுக்கள் — வகுத்தல் (அ):

நினைவு கூர்க :

முழுக்களின் வகுத்தல்
அட்டவணை

÷	மிகைமுழு	குறைமுழு
மிகைமுழு	மிகைமுழு	குறைமுழு
குறைமுழு	குறைமுழு	மிகைமுழு

படம் 2-13.

எடுத்துக்காட்டுகள்:

(1) $(+15) \div (+5) = +3$

(2) $(-15) \div (-5) = +3$

(3) $(+15) \div (-5) = -3$

(4) $(-15) \div (+5) = -3$

சுருக்குக :

$$(+20) \div (-4)$$

வெவ்வேறு குறிகளையுடைய எண்களை ஒன்றை மற்றொன்றால் வகுக்கும்போது விடை குறை எண்ணாக வரும் என்பதனை மனதிற் கொள்க.

அதாவது,

$$\frac{+20}{-4} = -5 \text{ ஆகும்.}$$

பயிற்சி 6-4-1

சுருக்குக :

(அ) (+6) ÷ (−2) (ஆ) (+18) ÷ (−3)

(இ) (+27) ÷ (−9) (ஈ) (+24) ÷ (−6)

(உ) (+39) ÷ (−13) (ஊ) (+49) ÷ (−7)

(எ) (+64) ÷ (−8) (ஏ) (+81) ÷ (−9)

(ஐ) (+100) ÷ (−4) (ஒ) (+125) ÷ (−25)

(ஓ) (−130) ÷ (+13) (ஔ) (−150) ÷ (+15)

(க) (−180) ÷ (+12) (கா) (−200) ÷ (+50)

(கி) (−250) ÷ (+125) (கீ) (−330) ÷ (+11)

(கு) (−444) ÷ (+111) (கூ) (−550) ÷ (+22)

(கெ) (−700) ÷ (+35) (கே) (−1000) ÷ (+250)

விடைகள்

(அ) (−3) (ஆ) (−6) (இ) (−3) (ஈ) (−4)

(உ) (−3) (ஊ) (−7) (எ) (−8) (ஏ) (−9)

(ஐ) (−25) (ஒ) (−5) (ஓ) (−10) (ஔ) (−10)

(க) (−15) (கா) (−4) (கி) (−2) (கீ) (−30)

(கு) (−4) (கூ) (−25) (கெ) (−20) (கே) (−4)

6—4—2. முழுக்கள்—வகுத்தல் (ஆ) :

எடுத்துக்காட்டு :

சுருக்குக : (−27) ÷ (−9)

ஒரே குறியுடைய இரண்டு எண்களில் ஒன்றை மற்றொன்றால் வகுக்கும்போது, விடை ஒரு மிகை எண் என்பதனை நினைவிற் கொள்க. அதாவது,

$$\frac{-27}{-9} = +3$$

பயிற்சி 6-4-2

விடை காண்க ;

(அ) $(-20) \div (-2)$ (ஆ) $(-27) \div (-3)$

(இ) $(-32) \div (-4)$ (ஈ) $(-35) \div (-5)$

(உ) $(-42) \div (-6)$ (ஊ) $(-49) \div (-7)$

(எ) $(-56) \div (-4)$ (ஏ) $(-63) \div (-9)$

(ஐ) $(-88) \div (-11)$ (ஒ) $(-100) \div (-25)$

(ஓ) $(-121) \div (-11)$ (ஔ) $(-169) \div (-13)$

(க) $(-176) \div (-88)$ (கா) $(-225) \div (-15)$

(கி) $(-330) \div (-33)$ (கீ) $(-405) \div (-9)$

(கு) $(-550) \div (-110)$ (கூ) $(-108) \div (-12)$

விடைகள்

(அ) 10 (ஆ) 9 (இ) 8 (ஈ) 7 (உ) 7

(ஊ) 7 (எ) 14 (ஏ) 7 (ஐ) 8 (ஒ) 4

(ஓ) 11 (ஔ) 13 (க) 2 (கா) 15 (கி) 10

(கீ) 45 (கு) 5 (கூ) 9

கணித மன்றம் — மேடை 2

நான்கு இலக்க எண்கள் மூன்றினை எழுதுக. அவற்றில் ஒன்றின் நூறுத்தான இலக்கம் ஒன்றைவிட அதிகமாக இருக்கட்டும். நான் இரண்டு எண்களை எழுதி உடனே அந்த 5 எண்களின் கூடுதலையும் கூறுவேன்.

உங்கள் எண்கள்	1.	7 1 2 3
	2.	2 6 3 5
	3.	3 4 0 2
எனது எண்கள்	4.	2 8 7 6
	5.	6 5 9 7
		2 2 6 3 3

நான் எழுதும் எண்கள் உங்கள் எண்களோடு கொண்டுள்ள தொடர்பு என்ன ? இதுபோல நண்பர்களோடு எண்காணும் விளையாட்டை ஆடுக.

7—1-1. விகிதமுறு எண்கள் :

இதுவரை நாம் கற்றவை :

இயல் எண்கள் : $\{1, 2, 3, ...\}$

முழு எண்கள் : $\{0, 1, 2, 3, ...\}$

முழுக்கள் : $\{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$

$\frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{7}{12}$ போன்ற பின்ன எண்களைப் பற்றியும் படித்தோம்.

பின்ன எண்கள் பகுதி 0 அல்லாது, இரு முழு எண்களை உறுப்புகளாகக் கொண்டது எனக் கண்டோம்.

பின்ன எண்களைப் போல, முழுக்கள் கணத்தின் இரு உறுப்புகளினால் உண்டாவது **விகிதமுறு எண்.**

எடுத்துக்காட்டுகள் :

$$\frac{-5}{7}, \frac{-2}{-5}, \frac{4}{-9}, \frac{3}{10}$$

விகிதமுறு எண்கள் இரண்டு முழுக்களிடையேயுள்ள விகிதத்தைக் கூறும்.

மேற்கண்ட விகிதமுறு எண்களில் $-5, -2, 4, 3$ ஆகியவை தொகுதியாகும். $7, -5, -9, 10$ ஆகியவை பகுதியாகும்.

விகிதமுறு எண்களை $(-5, 7), (-2, -5), (4, -9), (3, 10)$ என்று முதல் உறுப்பு தொகுதி, இரண்டாம் உறுப்பு பகுதி என்று எண்ணிரட்டையாக எழுதவும் செய்யலாம்.

எடுத்துக்காட்டுகள் :

$$\text{(i)} \quad \frac{2}{5} = \frac{-2}{-5} = +\frac{2}{5}$$

$$\text{(ii)} \quad \frac{-2}{5} = \frac{2}{-5} = -\frac{2}{5}$$

அதாவது, முதல், இரண்டாம் உறுப்புகள் ஒரே குறியுடையனவாக இருந்தால் அவ்வெண் மிகை விகிதமுறு எண் என்றும், உறுப்புகள் வெவ்வேறான குறியுடையனவாக இருந்தால் அவ்வெண் குறை விகிதமுறு எண் என்றும் நினைவில் வைத்துக் கொள்க.

எடுத்துக்காட்டுகள் :

(i) $\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = \frac{6}{15} = \frac{8}{20} = \frac{20}{50}$

(ii) $\frac{-2}{5} = \frac{-4}{10} = \frac{-6}{15} = \frac{-8}{20} = \frac{-20}{50}$

இவ்விதம் விகிதமுறு எண்களின் தொகுதி பகுதிகளைப் பெரிதாக்கிக் கொண்டோ அல்லது சுருக்கிக் கொண்டோ செல்லலாம். மேற்கண்ட எண்களில் தொகுதி, பகுதிகள் மாற்றம் பெற்றுள்ளனவே அல்லாமல், எண்கள் மாறவில்லை. அவை ஒன்றுக்கொன்று சமம். அவை ஒரே விகிதமுறு எண்ணின் வேறு பெயர்கள் அல்லது உருக்கள் எனலாம். இத்தகைய விகிதமுறு எண்களைச் **சமான விகிதமுறு எண்கள்** என்கிறோம்.

பயிற்சி 7-1-1

I. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள விகிதமுறு எண்களை எண்ணிரட்டையாக எழுதுக.

(அ) $\frac{1}{2}$ (ஆ) $\frac{5}{7}$ (இ) $\frac{3}{11}$ (ஈ) $\frac{17}{15}$

(உ) $\frac{22}{27}$ (ஊ) 8 (எ) -6 (ஏ) $\frac{-3}{4}$

(ஐ) $\frac{-5}{7}$ (ஒ) $\frac{-7}{-9}$

II. கீழ்க்கண்ட விகிதமுறு எண்கள் மிகையா, குறையா என்று எழுதுக.

(அ) $\frac{-4}{5}$ (ஆ) $\frac{3}{-8}$ (இ) $\frac{-2}{-8}$

(ஈ) $\frac{6}{9}$ (உ) $\frac{-12}{10}$ (ஊ) $\frac{10}{-12}$

(எ) $\frac{8}{9}$ (ஏ) $\frac{-15}{-16}$ (ஐ) $\frac{-6}{11}$

(ஒ) $\frac{9}{8}$

III. கீழ்க்கண்ட விகிதமுறு எண்களுக்கு இரு சமான விகிதமுறு எண்களை எழுதுக.

(அ) $\frac{1}{2}$ (ஆ) $\frac{-3}{4}$ (இ) $\frac{5}{-6}$

(ஈ) $\frac{7}{8}$ (உ) $\frac{-9}{11}$

விடைகள்

I. (அ) (1, 2) (ஆ) (5, 7) (இ) (3, 11)

(ஈ) (17, 15) (உ) (22, 27) (ஊ) (8, 1)

(எ) (−6, 1) (ஏ) (−3, 4) (ஐ) (−5, 7)

(ஒ) (−7, −9)

II. (அ) குறை (ஆ) குறை (இ) மிகை (ஈ) மிகை

(உ) குறை (ஊ) குறை (எ) மிகை (ஏ) மிகை

(ஐ) குறை (ஒ) மிகை

III. (அ) $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$ (ஆ) $\frac{-9}{12}$, $\frac{-6}{8}$

(இ) $\frac{15}{-18}$, $\frac{10}{-12}$ (ஈ) $\frac{21}{24}$, $\frac{14}{16}$

(உ) $\frac{-27}{33}$, $\frac{-18}{22}$

7—1-2. விகிதமுறு எண்கள்— கூட்டல்:

இரு விகிதமுறு எண்களைக் கூட்ட,

(1) ஒரே பகுதிகள் கொண்ட சமான பின்னங்களைக் காண்க. இவற்றின் பொதுப் பகுதி கூடுதற் பலனின் பகுதியாகும்.

(2) அச்சமான பின்னங்களின் தொகுதிகளைக் கூட்டுக. இது கூடுதற் பலனின் தொகுதியாகும்.

எடுத்துக்காட்டுகள் :

(1) கூட்டுக : $\frac{2}{5}, \frac{1}{5}$

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{2+1}{5} = \frac{3}{5}$$

(2) சுருக்குக : $\frac{7}{11} + \frac{8}{33}$

$$\left(\frac{7}{11} = \frac{21}{33} \text{ என எழுதலாம்.}\right)$$

$$\frac{7}{11} + \frac{8}{33} = \frac{21}{33} + \frac{8}{33} = \frac{21+8}{33} = \frac{29}{33}$$

(3) சுருக்குக : $\frac{2}{5} + \frac{3}{7}$

(5, 7இன் மீ. பொ.ம. 35)

$$\frac{2}{5} = \frac{14}{35}, \quad \frac{3}{7} = \frac{15}{35}$$

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{7} = \frac{14}{35} + \frac{15}{35} = \frac{14+15}{35} = \frac{29}{35}$$

பயிற்சி 7-1-2

I. கீழ்வரும் விகிதமுறு எண்களைச் சுருங்கிய வடிவில் தருக.

(அ) $\frac{21}{42}$ (ஆ) $\frac{-3}{27}$ (இ) $\frac{+15}{-25}$

(ஈ) $\frac{-77}{99}$ (உ) $\frac{-100}{-1000}$ (ஊ) $\frac{3}{9}$

(எ) $\frac{27}{30}$ (ஏ) $\frac{-48}{64}$ (ஐ) $\frac{-13}{-39}$

(ஒ) $\frac{7}{7}$

II. கூட்டுக :

(அ) $\frac{3}{5}, \frac{7}{5}$ (ஆ) $\frac{7}{9}, \frac{11}{9}, \frac{13}{9}$

(இ) $\frac{7}{4}, \frac{11}{4}$ (ஈ) $8\frac{1}{2}, 7\frac{1}{2}$

(உ) $\frac{11}{8}, \frac{33}{8}$

III. கூட்டுக :

(அ) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ (ஆ) $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}$

(இ) $\frac{3}{8}, \frac{4}{9}$ (ஈ) $\frac{2}{11}, \frac{4}{33}$

(உ) $\frac{5}{13}, \frac{2}{39}$ (ஊ) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$

(எ) $\frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}$ (ஏ) $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}$

(ஐ) $\frac{1}{5}, \frac{1}{10}, \frac{1}{15}$ (ஒ) $\frac{2}{7}, \frac{3}{14}, \frac{1}{2}$

விடைகள்

1. (அ) $\frac{1}{2}$ (ஆ) $\frac{-1}{9}$ (இ) $\frac{+3}{-5}$

(ஈ) $\frac{-7}{9}$ (உ) $\frac{1}{10}$ (ஊ) $\frac{1}{3}$

(எ) $\frac{9}{10}$ (ஏ) $\frac{-3}{4}$ (ஐ) $\frac{1}{3}$

(ஒ) 1

II. (அ) 2 (ஆ) $3\frac{4}{9}$ (இ) $4\frac{1}{2}$

(ஈ) 16 (உ) $5\frac{1}{2}$

III. (அ) $\frac{5}{6}$ (ஆ) $1\frac{5}{12}$ (இ) $\frac{59}{72}$

(ஈ) $\frac{10}{33}$ (உ) $\frac{17}{39}$ (ஊ) $1\frac{1}{12}$

(எ) $\frac{37}{60}$ (ஏ) $\frac{3}{4}$ (ஐ) $\frac{11}{30}$

(ஒ) 1

7—1-3. விகிதமுறு எண்கள் — கழித்தல் :

ஒரு விகிதமுறு எண்ணிலிருந்து மற்றொரு விகிதமுறு எண்ணைக் கழிக்க,

(1) இரண்டுக்கும் ஒரே பகுதிகள் கொண்ட சமான பின்னங்களைக் காண்க. இவ்வற்றின் பொதுப் பகுதி கழித்தற்பலனின் பகுதியாகும்.

(2) அச்சமான பின்னங்களின் தொகுதிகளைக் கழிக்கக் கிடைப்பது கழித்தற்பலனின் தொகுதியாகும்.

எடுத்துக்காட்டுகள் :

(1) $\frac{7}{5} - \frac{3}{5}$

5 பொதுப் பகுதி

எனவே, $\frac{7}{5} - \frac{3}{5} = \frac{7-3}{5} = \frac{4}{5}$

(2) $\frac{5}{-9} - \frac{3}{7}$

9, 7 இன் மீ.பொ.ம. 63. எனவே,

$$\frac{5}{-9} = \frac{-5}{9} = \frac{-35}{63}; \quad \frac{3}{7} = \frac{27}{63}$$

$$\frac{5}{-9} - \frac{3}{7} = \frac{-35}{63} - \frac{27}{63} = \frac{-35-27}{63}$$

$$= \frac{-62}{63}$$

(3) $\frac{-3}{4} - \left(-\frac{3}{8}\right)$

$$= \frac{-3}{4} + \left(\frac{3}{8}\right)$$

$$= \frac{-6}{8} + \frac{3}{8}$$

$$= \frac{-6+3}{8} = \frac{-3}{8}$$

பயிற்சி 7-1-3

1. முதல் எண்ணிலிருந்து இரண்டாவது எண்ணைக் கழிக்கவும்.

(அ) $\frac{5}{7}, \frac{4}{7}$ (ஆ) $\frac{6}{13}, \frac{-5}{13}$

(இ) $\frac{7}{9}, \frac{5}{-9}$ (ஈ) $\frac{11}{13}, \frac{-10}{13}$

(உ) $\left(\frac{-3}{5}\right), \left(\frac{8}{5}\right)$ (ஊ) $\frac{4}{11}, \frac{-3}{11}$

(எ) $\frac{6}{9}\ \frac{2}{-9}$ (ஏ) $\frac{8}{14}, \frac{-5}{14}$

(ஐ) $\frac{4}{6}, \frac{3}{6}$ (ஒ) $\frac{2}{4}, \frac{-1}{4}$

II. சுருக்குக:

(அ) $\frac{5}{9} - \frac{7}{18}$ (ஆ) $\frac{3}{7} - \frac{2}{21}$

(இ) $\frac{4}{11} - \frac{3}{22}$ (ஈ) $\frac{5}{13} - \left(\frac{-7}{26}\right)$

(உ) $\frac{7}{12} - \left(\frac{-13}{24}\right)$ (ஊ) $\frac{4}{12} - \frac{3}{24}$

(எ) $\frac{3}{5} - \left(\frac{-4}{20}\right)$ (ஏ) $\frac{5}{8} - \frac{3}{16}$

(ஐ) $\frac{5}{6} - \left(\frac{-2}{12}\right)$ (ஒ) $\frac{8}{9} - \frac{8}{27}$

III. சுருக்குக:

(அ) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ (ஆ) $\frac{11}{9} - \frac{9}{13}$

(இ) $\frac{7}{10} - \frac{3}{7}$ (ஈ) $\frac{7}{9} - \frac{10}{13}$

(உ) $\frac{3}{5} - \frac{2}{9}$ (ஊ) $\frac{5}{8} - \frac{3}{9}$

(எ) $\frac{4}{5} - \frac{2}{11}$ (ஏ) $\frac{7}{13} - \frac{7}{15}$

(ஐ) $\frac{3}{14} - \frac{2}{15}$ (ஒ) $\frac{7}{12} - \frac{5}{11}$

விடைகள்

I. (அ) $\frac{1}{7}$ (ஆ) $\frac{11}{13}$ (இ) $1\frac{1}{3}$

(ஈ) $1\frac{8}{13}$ (உ) $-2\frac{1}{5}$ (ஊ) $\frac{7}{11}$

(எ) $\frac{8}{9}$ (ஏ) $\frac{13}{14}$ (ஐ) $\frac{1}{6}$

(ஒ) $\frac{3}{4}$

II. (அ) $\frac{1}{6}$ (ஆ) $\frac{1}{3}$ (இ) $\frac{5}{22}$

(ஈ) $\frac{17}{26}$ (உ) $1\frac{1}{8}$ (ஊ) $\frac{5}{24}$

(எ) $\frac{4}{5}$ (ஏ) $\frac{7}{16}$ (ஐ) 1

(ஒ) $\frac{16}{27}$

III. (அ) $\frac{1}{6}$ (ஆ) $\frac{62}{117}$ (இ) $\frac{19}{70}$

(ஈ) $\frac{1}{117}$ (உ) $\frac{17}{45}$ (ஊ) $\frac{21}{72}$

(எ) $\frac{34}{55}$ (ஏ) $\frac{14}{195}$ (ஐ) $\frac{17}{210}$

(ஒ) $\frac{17}{132}$

7—2. விகிதமுறு எண்கள்—பெருக்கல் :

விகிதமுறு எண்களின் பெருக்கல் விதிகளை நினைவு கூர்வோம்

(1) இரு விகிதமுறு எண்களின் பெருக்கற் பலனின் தொகுதி, அவ்விகிதமுறு எண்களின் தொகுதிகளின் பெருக்கற் பலனாகும்.

(2) பெருக்கற்பலனின் பகுதி, விகிதமுறு எண்களின் பகுதிகளின் பெருக்கற் பலனாகும்.

முழுக்கள், 1ஐ பகுதியாகக் கொண்ட விகிதமுறு எண்களென நினைவு கூர்க.

$$-5 = \frac{-5}{1}; \qquad 8 = \frac{8}{1}$$

எடுத்துக்காட்டுகள்:

(1) $\left(\frac{-5}{9}\right) \times 7 = \frac{-5}{9} \times \frac{7}{1} = \frac{-35}{9}$

(2) $\frac{2}{3} \times \frac{5}{6} = \frac{10}{18} = \frac{5}{9}$

(3) $\frac{3}{5} \times \frac{-5}{9} = \frac{(3)(-5)}{5 \times 9} = \frac{-15}{45} = -\frac{1}{3}$

(4) $\left(\frac{-2}{3}\right) \times \left(\frac{-5}{8}\right) = \frac{(-2)(-5)}{3 \times 8} = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}$

பயிற்சி 7-2

சுருக்குக:

I. (அ) $3 \times \frac{7}{16}$ (ஆ) $(-15) \times \frac{9}{17}$

(இ) $8 \times \frac{(-7)}{13}$ (ஈ) $7 \times \frac{9}{(-2)}$

(உ) $6 \times \left(\frac{-21}{11}\right)$ (ஊ) $\frac{730}{111} \times 1$

(எ) $\frac{2005}{3003} \times 0$ (ஏ) $\frac{1101}{-801} \times 0$

II. (அ) $\frac{4}{9} \times \frac{5}{7}$ (ஆ) $\frac{5}{8} \times \frac{-3}{7}$

(இ) $\frac{6}{7} \times \frac{2}{-5}$ (ஈ) $\frac{8}{9} \times \frac{-3}{4}$

(உ) $\frac{-11}{12} \times \frac{6}{7}$ (ஊ) $\frac{10}{57} \times \left(\frac{-19}{8}\right)$

(எ) $\left(\frac{-52}{17}\right) \times \left(\frac{-51}{26}\right)$ (ஏ) $\frac{7}{9} \times \frac{9}{7}$

III. (அ) $\frac{3}{7} \times \frac{14}{9}$ (ஆ) $\frac{-5}{9} \times \frac{27}{15}$

(இ) $\frac{8}{-9} \times \frac{27}{32}$ (ஈ) $\frac{2}{7} \times \frac{-21}{32}$

(உ) $\frac{15}{21} \times \frac{-42}{45}$ (ஊ) $\frac{19}{23} \times \frac{69}{-95}$

(எ) $\frac{-13}{27} \times \frac{-63}{39}$ (ஏ) $\frac{16}{-29} \times \frac{5}{-}$

(ஐ) $\frac{-27}{-48} \times \frac{-64}{36}$ (ஒ) $\frac{289}{160} \times 0$

IV. (அ) $\frac{2}{3} \times \frac{11}{12} \times \frac{15}{22}$

(ஆ) $\frac{11}{13} \times \frac{-17}{15} \times \frac{15}{11}$

(இ) $\frac{7}{9} \times \frac{4}{11} \times \frac{88}{21} \times \frac{-27}{8}$

(ஈ) $\frac{6}{7} \times \frac{-21}{17} \times \frac{51}{18} \times \frac{-1}{3}$

(உ) $\frac{111}{101} \times \frac{205}{28} \times 0 \times \frac{119}{126}$

(ஊ) $\frac{27}{-32} \times \frac{25}{36} \times \frac{-32}{60} \times \frac{100}{-31}$

(எ) $\frac{66}{-111} \times \frac{707}{303} \times \frac{-666}{252} \times \frac{-3}{11}$

விடைகள்

I. (அ) $\frac{21}{16}$ (ஆ) $\frac{-135}{17}$ (இ) $\frac{-56}{13}$

(ஈ) $\frac{-63}{2}$ (உ) $\frac{-126}{11}$ (ஊ) $\frac{730}{111}$

(எ) 0 (ஏ) 0

II. (அ) $\frac{20}{63}$ (ஆ) $\frac{-15}{56}$ (இ) $\frac{-12}{35}$

(ஈ) $\frac{-2}{3}$ (உ) $\frac{-11}{14}$ (ஊ) $\frac{-5}{12}$

(எ) 6 (ஏ) 1

III. (அ) $\frac{2}{3}$ (ஆ) -1 (இ) $\frac{-3}{4}$

(ஈ) $\frac{-3}{16}$ (உ) $\frac{-2}{3}$ (ஊ) $\frac{-3}{5}$

(எ) $\frac{7}{9}$ (ஏ) 1 (ஐ) -1 (ஒ) 0

IV. (அ) $\frac{5}{12}$ (ஆ) $\frac{-17}{13}$ (இ) -4

(ஈ) 1 (உ) 0 (ஊ) $\frac{-125}{124}$

(எ) -1

7—3. விகிதமுறு எண்கள்—வகுத்தல்:

நினைவு கூர்க:

(1) $\frac{2}{3}$ இன் பெருக்கல் தலைகீழி $\frac{3}{2}$

$-\frac{4}{7}$ இன் பெருக்கல் தலைகீழி $-\frac{7}{4}$

$\frac{8}{5}$ இன் பெருக்கல் தலைகீழி $\frac{5}{8}$

$\frac{a}{b}$ இன் பெருக்கல் தலைகீழி $\frac{b}{a}$ ஆகும்.

(2) $\frac{2}{3} \div \frac{4}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{4} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$

$-\frac{4}{5} \div \frac{7}{10} = \frac{-4}{5} \times \frac{10}{7} = \frac{-40}{35} = \frac{-8}{7}$

$\frac{3}{8} \div \left(\frac{-9}{4}\right) = \frac{3}{8} \times \frac{(-4)}{9} = \frac{-12}{72} = \frac{-1}{6}$

$\left(\frac{-5}{6}\right) \div \left(\frac{-8}{12}\right) = \left(\frac{-5}{6}\right) \times \left(-\frac{12}{8}\right)$

$= \frac{60}{48} = \frac{5}{4}$

சுருக்கமாக, ஒரு விகிதமுறு எண்ணை மற்றொரு விகிதமுறு எண்ணால் வகுக்க,

(1) வகுக்கும் எண்ணின் பெருக்கல் தலைகீழியைக் காண்க.

(2) வகுபடும் எண்ணை வகுக்கும் எண்ணின் தலைகீழியால் பெருக்குக.

பயிற்சி 7-3

I. கீழ்க்காணும் எண்களின் தலைகீழிகளைக் கண்டுபிடிக்க.

(அ) $\frac{5}{7}$ (ஆ) $\frac{7}{9}$ (இ) $\frac{3}{4}$

(ஈ) $\frac{1}{2}$ (உ) $\frac{1}{100}$ (ஊ) $\frac{-3}{5}$

(எ) $\frac{-7}{11}$ (ஏ) $\frac{17}{-20}$ (ஐ) 7

(ஒ) -1

II. சுருக்குக :

(அ) $5 \div \frac{5}{7}$ (ஆ) $4 \div \frac{8}{9}$

(இ) $1 \div \frac{5}{9}$ (ஈ) $3 \div \frac{7}{3}$

(உ) $9 \div \frac{11}{18}$ (ஊ) $\frac{7}{9} \div 3$

(எ) $\frac{5}{8} \div 15$ (ஏ) $\frac{17}{19} \div 51$

(ஐ) $\frac{3}{7} \div 1$ (ஒ) $\frac{15}{16} \div 60$

III. சுருக்குக :

(அ) $\frac{4}{9} \div \frac{9}{16}$ (ஆ) $\frac{3}{4} \div \frac{9}{16}$ (இ) $\frac{5}{6} \div \frac{25}{36}$

(ஈ) $\frac{7}{11} \div \frac{35}{66}$ (உ) $\frac{7}{3} \div \frac{10}{9}$ (ஊ) $\frac{-4}{5} \div \frac{4}{5}$

(எ) $\frac{9}{-13} \div \frac{81}{91}$ (ஏ) $\frac{2}{5} \div \frac{-7}{15}$ (ஐ) $\frac{13}{15} \div \frac{39}{-45}$

(ஒ) $\frac{-17}{24} \div \frac{51}{-480}$

IV. சுருக்குக :

(அ) $\frac{16}{21} \div \left(\frac{-32}{24}\right)$ (ஆ) $\frac{-16}{24} \div \frac{56}{480}$

(இ) $\frac{-3}{4} \div \frac{9}{2}$ (ஈ) $4 \div \frac{-1}{3}$

(உ) $\frac{-3}{8} \div 8$ (ஊ) $\frac{8}{9} \div \left(\frac{-8}{9}\right)$

(எ) $\frac{15}{17} \div \frac{15}{17}$ (ஏ) $\frac{-6}{-13} \div \frac{7}{26}$

(ஐ) $1 \div \frac{5}{7}$ (ஒ) $0 \div \frac{13}{15}$

விடைகள்

I. (அ) $\frac{7}{5}$ (ஆ) $\frac{9}{7}$ (இ) $\frac{4}{3}$ (ஈ) 2

(உ) 100 (ஊ) $\frac{-5}{3}$ (எ) $\frac{-11}{7}$ (ஏ) $\frac{-20}{17}$

(ஐ) $\frac{1}{7}$ (ஒ) -1

II. (அ) 7 (ஆ) $\frac{9}{2}$ (இ) $\frac{9}{5}$ (ஈ) $\frac{9}{7}$

(உ) $\frac{162}{11}$ (ஊ) $\frac{7}{27}$ (எ) $\frac{1}{24}$ (ஏ) $\frac{1}{57}$

(ஐ) $\frac{3}{7}$ (ஒ) $\frac{1}{64}$

III. (அ) $\frac{64}{81}$ (ஆ) $\frac{4}{3}$ (இ) $\frac{6}{5}$ (ஈ) $\frac{6}{5}$

(உ) $\frac{21}{10}$ (ஊ) -1 (எ) $\frac{-7}{9}$ (ஏ) $\frac{-6}{7}$

(ஐ) -1 (ஒ) $\frac{20}{3}$

IV. (அ) $\frac{-4}{7}$ (ஆ) $\frac{-40}{7}$ (இ) $\frac{-1}{6}$

(ஈ) -12 (உ) $\frac{-3}{64}$ (ஊ) -1

(எ) 1 (ஏ) $\frac{12}{7}$ (ஐ) $\frac{7}{5}$

(ஒ) 0

7—4. விகிதமுறு எண்கள்—பண்புகள் :

(அ) கூட்டல் :

முழுஎண்கள் (W)	முழுக்கள் (Z)	விகிதமுறு எண்கள் (Q)
(i) $a, b \in W$ எனில் $a + b \in W$	$a, b \in Z$ எனில் $a + b \in Z$	$a, b \in Q$ எனில் $a + b \in Q$
(ii) $a, b, c \in W$ எனில் $a + (b+c) = (a+b) + c$	$a, b, c \in Z$ எனில் $a + (b + c) = (a + b) + c$	$a, b, c \in Q$ எனில் $a + (b + c) = (a+b)+c$
(iii) $a, b \in W$ எனில் $a+b = b+a$	$a, b \in Z$ எனில் $a + b = b + a$	$a, b \in Q$ எனில் $a + b = b + a$
(iv) கூட்டல் சமனி 0 உண்டு	கூட்டல் சமனி 0 உண்டு	கூட்டல் சமனி 0 உண்டு
(v) கூட்டல் தலைகீழி இல்லை	கூட்டல் தலைகீழி உண்டு	கூட்டல் தலைகீழி உண்டு

(ஆ) பெருக்கல் :

	முழு எண்கள் (W)	முழுக்கள் (Z)	விகிதமுறு எண்கள் (Q)
(i)	$a, b \in W$ எனில் $a \times b \in W$	$a, b \in Z$ எனில் $a \times b \in Z$	$a, b \in Q$ எனில் $a \times b \in Q$
(ii)	$a, b, c \in W$ எனில் $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$	$a, b, c \in Z$ எனில் $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$	$a, b, c \in Q$ எனில் $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$
(iii)	$a, b \in W$ எனில் $a \times b = b \times a$	$a, b \in Z$ எனில் $a \times b = b \times a$	$a, b \in Q$ எனில் $a \times b = b \times a$
(iv)	பெருக்கல் சமனி 1 உண்டு	பெருக்கல் சமனி 1 உண்டு	பெருக்கல் சமனி 1 உண்டு
(v)	பெருக்கல் தலைகீழி இல்லை	பெருக்கல் தலைகீழி இல்லை	பெருக்கல் தலைகீழி உண்டு
(vi)	$a, b, c \in W$ எனில் $a(b+c) = ab + ac$	$a, b, c \in Z$ எனில் $a(b+c) = ab+ac$	$a, b, c \in Q$ எனில் $a(b+c) = ab+ac$

ஒற்றுமை, வேற்றுமைகள் :

W-உம், Z-உம் : கூட்டல் தலைகீழி Zஇல் உண்டு; ஆனால் Wஇல் கிடையாது.

W-உம், Q-உம் : (i) கூட்டல் தலைகீழி Qஇல் உண்டு; ஆனால் Wஇல் கிடையாது.

(ii) பெருக்கல் தலைகீழி Qஇல் உண்டு; ஆனால் Wஇல் கிடையாது.

Z-உம், Q-உம் : பெருக்கல் தலைகீழி Qஇல் உண்டு; ஆனால் Zஇல் கிடையாது.

பயிற்சி 7-4

I. (i) $a, b, c \in W$, (ii) $a, b, c \in Z$ (iii) $a, b, c \in Q$ எனில் கீழ்க்காணும் கூற்றுகளில் எவை மெய்யானவை எனக் கூறுக :

(அ) $(a + b) \times c = ac + bc$

(ஆ) $a(b - c) = ab - ac$

(இ) $\dfrac{a + c}{b} = \dfrac{a}{b} + \dfrac{c}{b}$

(ஈ) $a - (b - c) = a - b + c$

(உ) $(a \times b) \div c = \dfrac{a}{c} \cdot \dfrac{b}{c}$

(ஊ) $(a \times b) \div c = \dfrac{a}{c} \cdot b = a \cdot \dfrac{b}{c}$

II. (அ) கூட்டல் தலைகீழி எக்கணங்களில் (W, Z, Q) உள்ளது ?

(ஆ) பெருக்கல் தலைகீழி எக்கணங்களில் உள்ளது ?

(இ) பெருக்கல் சமனி எக்கணங்களில் உள்ளது ?

விடைகள்

I. (அ), (ஆ), (இ), (ஈ), (ஊ) மெய் ; (உ) மெய்யல்ல

II. (அ) Z, Q-இல் உள்ளது (ஆ) Q-இல் உள்ளது

(இ) W, Z, Q-இல் உள்ளது

7—5. விகிதமுறு எண்கள்—அடர்த்திப் பண்பு :

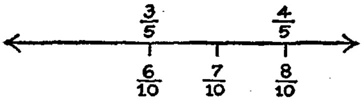
நினைவு கூர்க :

$$\frac{4}{5} = \frac{8}{10}; \quad \frac{7}{12} = \frac{14}{24} = \frac{28}{48} = \frac{56}{96}.$$

இரு விகிதமுறு எண்கள் கொடுக்கப்பட்டால் அவற்றிற்கிடையேயுள்ள விகிதமுறு எண்களைக் காண முற்படுவோம்.

எடுத்துக்காட்டுகள் :

(i) கொடுக்கப்பட்ட விகிதமுறு எண்கள் $\frac{3}{5}, \frac{4}{5}$



$\frac{3}{5} = \frac{6}{10}; \quad \frac{4}{5} = \frac{8}{10}$

படம் 2-14.

$\frac{6}{10}, \frac{8}{10}$ என்ற விகிதமுறு எண்களுக்கு இடையேயுள்ள விகிதமுறு எண் $\frac{7}{10}$

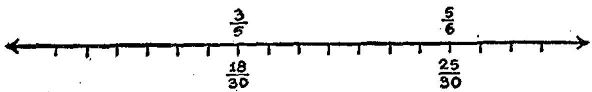
அதாவது, $\frac{6}{10} < \frac{7}{10} < \frac{8}{10}$

அதாவது, $\frac{3}{5} < \frac{7}{10} < \frac{4}{5}$

(ii) $\frac{3}{5}, \frac{5}{6}$ இவற்றிற்கிடையேயுள்ள ஒரு விகிதமுறு எண்ணைக் காண்க.

5, 6 இவற்றின் மீ.சி.ம. $= 30$

$\frac{3}{5} = \frac{18}{30}; \quad \frac{5}{6} = \frac{25}{30}$



படம் 2-15.

$\frac{18}{30}$க்கும் $\frac{25}{30}$க்கும் இடையேயுள்ள விகிதமுறு எண்கள் $\frac{19}{30}, \frac{20}{30}, \frac{21}{30}, \frac{22}{30}, \frac{23}{30}, \frac{24}{30}$ ஆகியவையாகும்.

பயிற்சி 7-5

(அ) $\frac{5}{11}$க்கும் $\frac{6}{11}$க்கும் இடையேயுள்ள ஒரு விகிதமுறு எண்ணை எழுதுக.

(ஆ) $\frac{2}{9}$ க்கும் $\frac{37}{90}$ க்கும் இடையேயுள்ள ஒரு விகிதமுறு எண்ணை எழுதுக.

(இ) $\frac{1}{2}$க்கும் $\frac{1}{3}$க்கும் இடையே ஒரே பகுதியுள்ள 4 விகிதமுறு எண்களை எழுதுக.

(ஈ) $\frac{32}{3}$க்கும் $\frac{32}{5}$க்கும் இடையே 8 என்ற எண் அமைகிறதா எனக் காண்க.

(உ) 1க்கும் 2க்கும் இடையே எத்தனை விகிதமுறு எண்கள் உள்ளன ?

விடைகள்

(அ) $\frac{1}{2}$ (ஆ) $\frac{23}{90}$ (இ) $\frac{11}{30}, \frac{12}{30}, \frac{13}{30}, \frac{14}{30}$

(ஈ) ஆம் (உ) எண்ணற்றவை

8. பெருக்கல் தலைகீழி அட்டவணை :

மூன்றிலக்க எண்களுக்குத் தலைகீழிகள்

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	1.000	9901	9804	9709	9615	9524	9434	9346	9259	9174
1.1	.9091	9009	8929	8850	8772	8696	8621	8547	8475	8403
1.2	.8333	8264	8197	8130	8065	8000	7937	7874	7813	7752
1.3	.7692	7634	7576	7519	7463	7407	7053	7299	7246	7194
1.4	.7143	7092	7042	6993	6944	6897	6849	6803	6757	6711
1.5	.6667	6623	6579	6536	6494	6452	6410	6369	6329	6289
1.6	.6250	6211	6173	6135	6098	6061	6024	5988	5952	5917
1.7	.5882	5848	5814	5780	5747	5714	5682	5650	5618	5587
1.8	.5556	5525	5495	5464	5435	5405	5376	5348	5319	5291
1.9	.5263	5236	5208	5181	5155	5128	5102	5076	5051	5025
2.0	.5000	4975	4950	4926	4902	4878	4854	4831	4808	4785
2.1	.4762	4739	4717	4695	4673	4651	4630	4608	4587	4566
2.2	.4545	4525	4505	4484	4464	4444	4425	4405	4386	4367
2.3	.4348	4329	4310	4292	4274	4255	4237	4219	4202	4184
2.4	.4167	4149	4132	4115	4098	4082	4065	4049	4032	4016
2.5	.4000	3984	3968	3953	3937	3922	3906	3891	3876	3861
2.6	.3846	3831	3817	3802	3788	3774	3759	3745	3731	3717
2.7	.3704	3690	3676	3663	3650	3636	3623	3610	3597	3584
2.8	.3571	3559	3546	3534	3521	3509	3497	3484	3472	3460
2.9	.3448	3436	3425	3413	3401	3390	3378	3367	3356	3344
3.0	.3333	3322	3311	3300	3289	3279	3268	3257	3247	3236
3.1	.3226	3215	3205	3195	3185	3175	3165	3155	3145	3135

3.2	.3125	3115	3106	3096	3086	3077	3067	3058	3049	3040
3.3	.3030	3021	3012	3003	2994	2985	2976	2967	2959	2950
3.4	.2941	2933	2924	2915	2907	2899	2890	2882	2874	2865
3.5	.2857	2849	2841	2833	2825	2817	2809	2801	2793	2786
3.6	.2778	2770	2762	2755	2747	2740	2732	2725	2717	2710
3.7	.2703	2695	2688	2681	2674	2667	2660	2653	2646	2639
3.8	.2632	2625	2618	2611	2604	2597	2591	2584	2577	2571
3.9	.2564	2558	2551	2545	2538	2532	2525	2519	2513	2506
4.0	.2500	2494	2488	2481	2475	2469	2463	2457	2451	2445
4.1	.2439	2433	2427	2421	2415	2410	2404	2398	2392	2387
4.2	.2381	2375	2370	2364	2358	2353	2347	2342	2336	2331
4.3	.2326	2320	2315	2309	2304	2299	2294	2288	2283	2278
4.4	.2273	2268	2262	2257	2252	2247	2242	2237	2232	2227
4.5	.2222	2217	2212	2208	2203	2198	2193	2188	2183	2179
4.6	.2174	2169	2165	2160	2155	2151	2146	2141	2137	2132
4.7	.2128	2123	2119	2114	2110	2105	2101	2096	2092	2088
4.8	.2083	2079	2075	2070	2066	2062	2058	2053	2049	2045
4.9	.2041	2037	2033	2028	2024	2020	2016	2012	2008	2004
5.0	.2000	1996	1992	1988	1984	1980	1976	1972	1969	1965
5.1	.1961	1957	1953	1949	1946	1942	1938	1934	1931	1927
5.2	.1923	1919	1916	1912	1908	1905	1901	1898	1894	1890
5.3	.1887	1883	1880	1876	1873	1869	1866	1862	1859	1855
5.4	.1852	1858	1845	1842	1838	1835	1832	1828	1825	1821
5.5	.1818	1815	1812	1808	1805	1802	1799	1795	1792	1789
5.6	.1786	1783	1779	1776	1773	1770	1767	1764	1761	1757
5.7	.1754	1751	1748	1745	1742	1739	1736	1733	1730	1727
5.8	.1724	1721	1718	1715	1712	1709	1706	1704	1701	1698
5.9	.1695	1692	1689	1686	1684	1681	1678	1675	1672	1669

எடுத்துக்காட்டு: $\frac{1}{4.9} = .2041$; $\frac{1}{4.93} = .2028$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
6.0	.1667	1664	1661	1658	1656	1653	1650	1647	1645	1642
6.1	.1639	1637	1634	1631	1629	1626	1623	1621	1618	1616
6.2	.1613	1610	1608	1605	1603	1600	1597	1595	1592	1590
6.3	.1587	1585	1582	1580	1577	1575	1572	1570	1567	1565
6.4	.1562	1560	1558	1555	1553	1550	1548	1546	1543	1541
6.5	.1538	1536	1534	1531	1529	1527	1524	1522	1520	1517
6.6	.1515	1513	1511	1508	1506	1504	1502	1499	1497	1495
6.7	.1493	1490	1488	1486	1484	1481	1479	1477	1475	1473
6.8	.1471	1468	1466	1464	1462	1460	1458	1456	1453	1451
6.9	.1449	1447	1445	1443	1441	1439	1437	1435	1433	1431
7.0	.1429	1427	1425	1422	1420	1418	1416	1414	1412	1410
7.1	.1408	1406	1404	1403	1401	1399	1397	1395	1393	1391
7.2	.1389	1387	1385	1383	1381	1379	1377	1376	1374	1372
7.3	.1370	1368	1366	1364	1362	1361	1359	1357	1355	1353
7.4	.1351	1350	1348	1346	1344	1342	1340	1339	1337	1335
7.5	.1333	1332	1330	1328	1326	1325	1323	1321	1319	1318
7.6	.1316	1314	1312	1311	1309	1307	1305	1304	1302	1300
7.7	.1299	1297	1295	1294	1292	1290	1289	1287	1285	1284
7.8	.1282	1280	1279	1277	1276	1274	1272	1271	1269	1267
7.9	.1266	1264	1263	1261	1259	1258	1256	1255	1253	1252

8.0	.1250	1248	1247	1245	1244	1242	1241	1239	1238	1236
8.1	.1235	1233	1232	1230	1229	1227	1225	1224	1222	1221
8.2	.1220	1218	1217	1215	1214	1212	1211	1209	1208	1206
8.3	.1205	1203	1202	1200	1199	1198	1196	1195	1193	1192
8.4	.1190	1189	1188	1186	1185	1183	1182	1181	1179	1178
8.5	.1176	1175	1174	1172	1171	1170	1168	1167	1166	1164
8.6	.1163	1161	1160	1159	1157	1156	1155	1153	1152	1151
8.7	.1149	1148	1147	1145	1144	1143	1142	1140	1139	1138
8.8	.1136	1135	1134	1133	1131	1130	1129	1127	1126	1125
8.9	.1124	1122	1121	1120	1119	1117	1116	1115	1114	1112
9.0	.1111	1110	1109	1107	1106	1105	1104	1103	1101	1100
9.1	.1099	1098	1096	1095	1094	1093	1092	1090	1089	1088
9.2	.1087	1086	1085	1083	1082	1081	1080	1079	1078	1076
9.3	.1075	1074	1073	1072	1071	1070	1068	1067	1066	1065
9.4	.1064	1063	1062	1060	1059	1058	1057	1056	1055	1054
9.5	.1053	1052	1050	1049	1048	1047	1046	1045	1044	1043
9.6	.1042	1041	1039	1038	1037	1036	1035	1034	1033	1032
9.7	.1031	1030	1029	1028	1027	1026	1025	1024	1022	1021
9.8	.1020	1019	1018	1017	1016	1015	1014	1013	1012	1011
9.9	.1010	1009	1008	1007	1006	1005	1004	1003	1002	1001

$\frac{1}{49.3} = .02028$; $\frac{1}{0.493} = 2.028$

எடுத்துக்காட்டுகள் :

அட்டவணையைப் பயன்படுத்திக் கீழ்க்கண்ட எண்களின் தலைகீழியைக் காண்க.

(i) 7 (ii) 9·1 (iii) 5·39

அட்டவணையைப் பார்க்கும்போது,

7-இன் தலைகீழி = ·1429

9·1-இன் தலைகீழி = ·1099

5·39-இன் தலைகீழி = ·1855

எடுத்துக்காட்டுகள் :

(அட்டவணையைப் பயன்படுத்துக.)

$$\frac{1}{6\cdot 9} = \cdot 1449$$

$$\frac{1}{6\cdot 97} = \cdot 1435$$

$$\frac{1}{69\cdot 7} = \cdot 01435$$

$$\frac{1}{\cdot 697} = 1\cdot 435$$

பயிற்சி 8

கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையைப் பயன்படுத்திக் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களின் தலைகீழிகளின் மதிப்பை எடுத்தெழுதுக:

I. (அ) 1·8 (ஆ) 1·87 (இ) 2·52 (ஈ) 2·79

(உ) 3·3 (ஊ) 3·38 (எ) 4·9 (ஏ) 4·99

(ஐ) 7·3 (ஒ) 7·33

II. (அ) 0·075 (ஆ) 0·083 (இ) 0·0021

(ஈ) 0·00013 (உ) 0·00017

9. தசம பின்னம் :

தசம பின்னங்களைப் பின்ன உருவில் எழுதவும், பின்ன உருவில் உள்ள எண்களைத் தசம உருவில் எழுதவும், நீங்கள் ஏற்கெனவே முன் வகுப்பில் படித்துள்ளீர்கள். அவைகளை நினைவிற் கொள்க.

எடுத்துக்காட்டுகள் :

(i) $\frac{1}{5}$ என்ற பின்னத்தைத் தசம உருவத்தில் எழுதுக.

$$\frac{1}{5} = \frac{2}{10} = \cdot 2$$

(ii) $\cdot 7$ என்ற தசம உரு எண்ணைப் பின்ன எண்ணாக எழுதுக.

$$\cdot 7 = \frac{7}{10}$$

(iii) $\cdot 18$ என்ற தசம உரு எண்ணைப் பின்ன எண்ணாக எழுதுக.

$$\cdot 18 = \frac{18}{100} = \frac{9}{50}$$

(iv) $-\cdot 35$ என்ற தசம உரு எண்ணைப் பின்ன எண்ணாக எழுதுக.

$$-\cdot 35 = \frac{-35}{100} = \frac{-7}{20}$$

பயிற்சி 9

I. பின்வரும் விகிதமுறு எண்களைத் தசம பின்ன உருவில் எழுதுக.

(அ) $\frac{3}{5}$ (ஆ) $\frac{1}{8}$ (இ) $\frac{32}{5}$ (ஈ) $\frac{81}{25}$

(உ) $\frac{1}{16}$ (ஊ) $\frac{-2}{5}$ (எ) $\frac{-7}{8}$ (ஏ) $\frac{-27}{5}$

(ஐ) $\frac{-11}{25}$ (ஒ) $\frac{-13}{16}$

II. கீழ்வரும் தசம உரு எண்களை விகிதமுறு எண்களாக எழுதுக. (விடையைச் சுருங்கிய வடிவில் தருக.)

(அ) ·4 (ஆ) ·27 (இ) ·35 (ஈ) 7·25

(உ) 5·125 (ஊ) ·7 (எ) —1·27 (ஏ) —8·211

(ஐ) —9·1 (ஒ) —·002

III. பின்வரும் கணக்குகளின் தசம உரு, முடிவடையும் தசம உருவா அல்லது முடிவடையா தசம உருவா எனக் கண்டு பிடிக்கவும்.

(அ) $\frac{3}{5}$ (ஆ) $\frac{5}{6}$ (இ) $\frac{5}{7}$ (ஈ) $\frac{2}{11}$

(உ) $\frac{1}{16}$ (ஊ) $\frac{3}{8}$ (எ) $\frac{213}{20}$ (ஏ) $\frac{527}{13}$

(ஐ) $\frac{2}{17}$ (ஒ) $\frac{1}{32}$

விடைகள்

I. (அ) ·6 (ஆ) ·125 (இ) 6·4 (ஈ) 3·24

(உ) ·0625 (ஊ) — ·4 (எ) —·875 (ஏ) —5·4

(ஐ) —·44 (ஒ) —·8125

II. (அ) $\frac{2}{5}$ (ஆ) $\frac{27}{100}$ (இ) $\frac{7}{20}$ (ஈ) $\frac{29}{4}$

(உ) $\frac{41}{8}$ (ஊ) $\frac{7}{10}$ (எ) $\frac{-127}{100}$ (ஏ) $\frac{-8211}{1000}$

(ஐ) $\frac{-91}{10}$ (ஒ) $\frac{-1}{500}$

III. (அ), (உ), (ஊ), (எ), (ஒ) — முடிவடையும்.

(ஆ), (இ), (ஈ), (ஏ), (ஐ) — முடிவடையாது.

10. சுழல் தசம பின்னங்கள் :

சுழல் தன்மையுள்ள தசம பின்ன உருக்களைப் பற்றி இப்பொழுது கற்றுக் கொள்வோம்.

(அ) $\frac{1}{3} = 0{\cdot}3333 \ldots = 0{\cdot}\dot{3}$

(ஆ) $\frac{24}{7} = 3{\cdot}428571428571428571\ldots$

$= 3{\cdot}\dot{4}2857\dot{1}$ என்று எழுதுகிறோம்.

(அ)-இல் தசம பின்னத்தில் 3, 3, 3...என்று திரும்பத் திரும்ப வருகிறது. (ஆ)-வில் 428571 என்று திரும்பத் திரும்ப சுழன்று வருகிறது. இத்தகைய தசம பின்னங்களைத்தான் நாம் சுழல் தன்மையுள்ள தசமபின்னங்கள் என்று கூறுகிறோம்.

சுழல் தன்மையுடைய முடிவுறா தசம எண் உருக்களைப் பின்ன எண்களாக மாற்றும் முறையினை நாம் இப்போது தெரிந்து கொள்வோம்.

எடுத்துக்காட்டுகள் :

(i) $\cdot6666\ldots$ என்ற தசம உரு எண்ணைப் பின்ன வடிவில் எழுதுக.

$x = \cdot6666\ldots$ என்க.

$10x = 6{\cdot}666\ldots$ (இருபுறமும் 10ஆல் பெருக்க) (1)

$x = \cdot666\ldots$ (2)

(1)இலிருந்து (2)ஐக் கழிக்கவும்

$9x = 6{\cdot}000$

$x = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

சரிபார்க்க : $\frac{2}{3} = \cdot6666\ldots$

(ii) $\cdot0303\ldots$ என்ற தசம உரு எண்ணைப் பின்ன வடிவில் எழுதுக.

$x = \cdot0303\ldots$ என்க.

$100x = 3{\cdot}0303\ldots$ (இருபுறமும் 100ஆல்பெருக்க) (1)

$x = \cdot0303\ldots$ (2)

(1)இலிருந்து (2)ஐக் கழிக்கவும்.

$99x = 3$

$x = \frac{3}{99} = \frac{1}{33}$

(iii) 0·1666.... என்ற தசம உரு எண்ணைப் பின்ன வடிவில் எழுதுக.

$x = \cdot 1666...$

$10x = 1\cdot 666...$ (10ஆல் இருபுறமும் பெருக்க) (1)

$x = 0\cdot 166...$ (2)

(1)இலிருந்து (2)ஐக் கழிக்கவும்.

$9x = 1\cdot 5$

$$x = \frac{1\cdot 5}{9} = \frac{\overset{5}{\cancel{15}}}{\underset{2}{\cancel{10}}} \times \frac{1}{\underset{3}{\cancel{9}}} = \frac{1}{6}$$

(iv) $\cdot\dot{1}4285\dot{7}$ என்ற தசம உரு எண்ணை விகிதமுறு எண்ணாக எழுதவும்.

$x = \cdot\dot{1}4285\dot{7}$

$10^6 x = 142857\cdot\dot{1}4285\dot{7}......$ (1)

$x = \cdot\dot{1}4285\dot{7}......$ (2)

(1)இலிருந்து (2)ஐக் கழிக்கவும்.

$999999x = 142857$

$$x = \frac{\cancel{142857}}{\underset{7}{\cancel{999999}}} = \frac{1}{7}$$

பயிற்சி 10

பின்வரும் சுழல் தன்மையுடைய தசம உரு எண்களைப் பின்ன உருவில் எழுதுக.

(அ) 0·1818... (ஆ) 1·185185...

(இ) 0·3333... (ஈ) 2·16666...

(உ) $0\cdot\dot{9}2307\dot{6}...$

விடைகள்

(அ) $\frac{2}{11}$ (ஆ) $\frac{1184}{999}$ (இ) $\frac{1}{3}$

(ஈ) $\frac{13}{6}$ (உ) $\frac{34188}{37037}$

11—1. தோராயம்—கூட்டல் :

கூட்டல், பெருக்கல் கணக்குகள் செய்யும்போது அவை சரியாக செய்யப்பட்டனவா என்று பார்க்க தோராய மதிப்புகள் நமக்கு உதவி செய்யும்.

எடுத்துக்காட்டு :

352 + 478 = 450 என எழுதப்பட்டதாக எடுத்துக் கொள்வோம்.

3 நூறு + 4 நூறு கூட்டினால் 7 நூறு வரும். ஆனால் 4 நூறுதான் விடை எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. எனவே இது சரியல்ல என நாம் உறுதியாகக் கூறமுடியுமல்லவா ?

பயிற்சி 11.1

கீழே சில எண்களும் அவற்றின் கூடுதல்களும் கொடுக்கப் பட்டுள்ளன. முழுமையாகக் கூட்டாது, அவை சரியானவையா எனக் காண்க.

(அ) 500 + 700 = 1000 (ஆ) 615 + 315 = 230

(இ) 918 + 112 = 1030 (ஈ) 512 + 615 = 927

(உ) 5630 + 4370 = 9000

(ஊ) 3010 + 7070 = 6080

(எ) 15000 + 5000 = 20000

(ஏ) 13628 + 6372 = 15000

(ஐ) 15021 + 10029 = 25050

(ஒ) 1001 + 908 = 1209 (ஓ) 202 + 305 = 1107

(ஔ) 101 + 508 = 1009 (க) 707 + 203 = 1100

(ங) 999 + 1001 = 5000 (ச) 6666 + 4444 = 9000

(ஞ) 7079 + 6021 = 12000 (ட) 9215 + 785 = 8000

(ண) 5018 + 2082 = 10000

(த) 12036 + 7064 = 20000

(ந) 10001 + 8001 = 19002

11—2. தோராயம்—கழித்தல்:

எடுத்துக்காட்டு :

6075 — 2075 = 5000 என எழுதப்பட்டதாகக் கொள்வோம். 6 ஆயிரத்திலிருந்து 2 ஆயிரம் கழிக்கப்பட்டால் 5 ஆயிரம் நிச்சயமாக வராது என்பது நமக்குத் தெரியும். எனவே இக்கூற்று சரியானதல்ல என்பது நமக்கு எளிதாகத் தெரிகிறதன்றோ!

பயிற்சி 11-2

சில கழித்தற் பலன்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. கழித்தல்களை முழுமையாகச் செய்யாது, அவை தோராயமாகச் சரியா எனக் காண்க.

(அ)	717 — 515 = 302	(ஆ)	919 — 212 = 1007
(இ)	1015 — 805 = 410	(ஈ)	1212 — 212 = 900
(உ)	1319 — 349 = 1020	(ஊ)	1579 — 679 = 1000
(எ)	1749 — 249 = 1500	(ஏ)	1827 — 927 = 1000
(ஐ)	1925 — 825 = 1000	(ஒ)	2215 — 2214 = 100
(ஓ)	2579 — 2465 = 115	(ஔ)	2711 — 2521 = 1090
(க)	2934 — 734 = 1200	(ங)	3033 — 1033 = 3000
(ச)	3075 — 2075 = 1009	(ஞ)	4111 — 3111 = 1111
(ட)	5527 — 4526 = 1000	(ண)	6911 — 3911 = 4000
(த)	7000 — 5500 = 4500	(ந)	8818 — 8718 = 10

11—3. தோராயம்—பெருக்கல் :

35 × 48 = 12340 என எழுதப்பட்டிருப்பதாகக் கொள்வோம். 30 × 40ஐப் பெருக்கினால் 1200தான் கிடைக்கும். ஆனால் இங்கே 12 ஆயிரத்து 340 என எழுதப்பட்டிருப்பதால் இவ்விடை தவறாகத்தான் இருத்தல் வேண்டும்.

பயிற்சி 11-3

தோராயப் பெருக்கல் செய்து கொடுக்கப்பட்ட பெருக்கற் பலன்கள் சரியா என ஆராய்க.

(அ)	$25 \times 15 = 75$	(ஆ)	$28 \times 20 = 380$
(இ)	$37 \times 55 = 1235$	(ஈ)	$49 \times 62 = 2318$
(உ)	$57 \times 85 = 3935$	(ஊ)	$68 \times 32 = 1516$
(எ)	$79 \times 91 = 6019$	(ஏ)	$81 \times 31 = 2001$
(ஐ)	$99 \times 21 = 991$	(ஒ)	$125 \times 100 = 10500$
(ஓ)	$218 \times 121 = 738$	(ஔ)	$313 \times 215 = 5195$
(க)	$418 \times 312 = 1026$	(ங)	$527 \times 521 = 3041$
(ச)	$630 \times 270 = 2210$	(ஞ)	$711 \times 529 = 2919$
(ட)	$825 \times 211 = 2935$	(ண)	$937 \times 100 = 9370$
(த)	$1218 \times 10 = 121800$	(ந)	$1515 \times 37 = 2235$

11—4. தோராயம்—வகுத்தல் :

$\frac{1555}{5} = 31$ என எழுதப்பட்டிருப்பதாகக் கொள்வோம். 1500ஐ 5 ஆல் வகுத்தால் 300 வரவேண்டும். ஆனால் இங்கே 31 என்று எழுதப்பட்டிருப்பதால் இக்கூற்று மெய்யான கூற்றல்ல என்பது திண்ணம்.

பயிற்சி 11-4

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள பலன்கள் மெய்யானவையா எனத் தோராய மதிப்பு கண்டு ஆராய்க :

(அ)	$\frac{25}{3} = 22$	(ஆ)	$\frac{121}{15} = 11$	(இ)	$\frac{225}{25} = 12$
(ஈ)	$\frac{313}{39} = 7$	(உ)	$\frac{420}{22} = 35$	(ஊ)	$\frac{517}{9} = 23$
(எ)	$\frac{629}{23} = 43$	(ஏ)	$\frac{900}{30} = 300$	(ஐ)	$\frac{1012}{204} = 3$
(ஒ)	$\frac{1525}{505} = 25$	(ஓ)	$\frac{1600}{200} = 80$	(ஔ)	$\frac{2000}{100} = 200$

(க) $\frac{2525}{25} = 11$ (ங) $\frac{2727}{27} = 11$

(ச) $\frac{37037}{37} = 101$ (ஞ) $\frac{39219}{39219} = 0$

(ட) $\frac{4444}{11} = 44$ (ண) $\frac{7070}{35} = 22$

(த) $\frac{8008}{8} = 101$ (ந) $\frac{9900}{90} = 110$

11—5. π யும் அதன் தோராய மதிப்புகளும் :

π × விட்டம் = வட்டத்தின் சுற்றளவு என்பதனை நீங்கள் படித்திருக்கிறீர்கள் அல்லவா? πஇன் தோராய மதிப்பினை இப்பயிற்சியில் அறிந்து கொள்ளலாம்.

$$\pi = \frac{\text{வட்டத்தின் சுற்றளவு}}{\text{விட்டம்}}$$

πஇன் மதிப்பு, விகிதமுறு எண்ணில் $\frac{22}{7}$ என்பதும், தசம பின்னமாக எழுதும்போது 3·14159 என்பதும் நீங்கள் மனதிற் கொள்ள வேண்டியதாகும்.

πஇன் மதிப்பு 5	தசமத்தான	திருத்தமாக	3·14159
4	,,	,,	3·1416
3	,,	,,	3·142
2	,,	,,	3·14
1	,,	,,	3·1

முழு எண் திருத்தமாகக் கூறும்போது 3 ஆகும். ஒரு தோராய எண்ணால் π-யைப் பெருக்கும்போதும் அல்லது வகுக்கும்போதும் தோராய எண்ணில் எத்தனை பொருளுடைய இலக்கங்கள் உள்ளனவோ அதைக்காட்டிலும் ஒன்று அதிகமான பொருளுடைய இலக்கங்களுக்கு πஇன் மதிப்பை எடுத்துக்கொள்வது நலம்.

எடுத்துக்காட்டுகள் :

(i) $9 \times \pi = 9 \times 3.1$

(ii) $7.5 \times \pi = 7.5 \times 3.14$

(iii) $8.72 \times \pi = 8.72 \times 3.142$

(iv) $5.713 \times \pi = 5.713 \times 3.1416$

(v) $2.5678 \times \pi = 2.5678 \times 3.14159$

π இன் மதிப்பை $\frac{22}{7}$ எனத் தோராயமாகக் கொள்ளலாம். இதனின் மதிப்பு 3.142857. மூன்று பொருளுடைய இலக்கங்களுக்குத் திருத்தமாக எடுத்துக்கொள்ளும் நிலையில் $\frac{22}{7}$ என்பது π இன் மதிப்பாக அமைவதை நீங்கள் காணலாம். மேலும் துல்லியமாக மதிப்பு வேண்டின் π இன் மதிப்பை $\frac{355}{113}$ எனக் கொள்வோம்.

$$\frac{355}{113} = 3.141592 \text{ ஆகும்.}$$

பயிற்சி 11-5

பின்வருவனவற்றின் தோராய மதிப்புகளைக் காண்க.

(அ) 7π (ஆ) 9.2π (இ) 5.32π (ஈ) 4.121π

(உ) 4.01π (ஊ) $\frac{\pi}{9}$ (எ) $\frac{\pi}{7.1}$ (ஏ) $\frac{\pi}{1.92}$

(ஐ) $\frac{\pi}{2.231}$ (ஒ) $\frac{\pi}{3.1111}$

விடைகள்

(அ) 22 (ஆ) 28 (இ) 16 (ஈ) 12

(உ) 12 (ஊ) 1 (எ) 4 (ஏ) 1

(ஐ) 1 (ஒ) 1

12. சார்பகா எண்கள் :

நினைவு கூர்க:

ஓர் எண்ணிற்கு மூன்றும், மூன்றிற்கு மேற்பட்ட வகுத்திகளும் இருந்தால் அந்த எண் **பகு எண்** என்றும், ஓர் எண்ணிற்கு இரண்டு வகுத்திகள் மட்டும் இருந்தால் அது **பகா எண்** என்றும் அறிவோம்.

எண்கள்	வகுத்திகள்
1	1
2	1, 2
3	1, 3
4	1, 2, 4
5	1, 5
6	1, 2, 3, 6

பகு எண்கள் 4, 6; பகா எண்கள் 2, 3, 5.

1க்கு ஒரே வகுத்தி உண்டு. அது பகு எண்ணும் அல்ல, பகா எண்ணும் அல்ல.

கவனிக்க:

(1) 6இன் வகுத்திகள் = 1, 2, 3, 6
8இன் வகுத்திகள் = 1, 2, 4, 8
6, 8 இரண்டும் பகு எண்களாகும்,
இரண்டிற்கும் பொதுவான வகுத்திகள் 1, 2.

(2) 10இன் வகுத்திகள் 1, 2, 5, 10
21இன் வகுத்திகள் 1, 3, 7, 21

10, 21 ஆகிய இரண்டு எண்களும் பகு எண்களே, ஆனால் இவற்றிற்கு 1ஐத் தவிர, வேறு பொது வகுத்தி கிடையாது. இவ்வாறு, ஒன்றைத் தவிர, வேறு பொது வகுத்தியில்லாத பகு எண்கள் **சார்பகா எண்கள்** எனப்படும்.

நினைவிற் கொள்க:

(1) 1 என்ற எண்ணைப் பகு எண்ணாகவோ அல்லது பகா எண்ணாகவோ நாம் கொள்வதில்லை.

(2) 2 என்ற எண்தான் மிகக் குறைந்த பகா எண்ணாகும்.

(3) இரட்டை எண்களுள் 2 ஒன்றே பகா எண் ஆகும்.

(4) சார்பகா எண்கள் பகு எண்களே.

பயிற்சி 12

I. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களில் எவை பகா எண்கள் எனக் கண்டுபிடிக்க.

(அ) 16 (ஆ) 19 (இ) 37 (ஈ) 91
(உ) 53 (ஊ) 87 (எ) 79 (ஏ) 93
(ஐ) 101 (ஒ) 121

II. 10க்கும் குறைவான எல்லாப் பகா எண்களையும் எழுதுக.

III. 10க்கும் குறைவான ஒற்றைப்படை பகா எண்களையும், இரட்டைப்படை பகா எண்களையும் எழுதுக.

IV. 7க்கும் 23க்கும் இடையேயுள்ள எல்லாப் பகா எண்களையும் எழுதுக.

V. பின்வரும் எண் சோடிகள் சார்பகா எண்களா என ஆராய்க.

(அ) 48, 141 (ஆ) 17, 37 (இ) 19, 57
(ஈ) 21, 104 (உ) 31, 63 (ஊ) 50, 21
(எ) 95, 102 (ஏ) 100, 81 (ஐ) 100, 1000
(ஒ) 1001, 5005

விடைகள்

I. (ஆ), (இ), (ஈ), (உ), (எ), (ஐ) — பகா எண்கள்.

II. 2, 3, 5, 7

III. 2 — இரட்டைப்படை பகா எண்.
3, 5, 7 — ஒற்றைப்படை பகா எண்கள்

IV. 11, 13, 17, 19

V. (ஆ), (இ), (ஈ), (உ), (ஊ), (எ), (ஏ) — சார்பகா எண்கள்;
(அ), (ஐ), (ஒ) — சார்பகா எண்கள் அல்ல.

13—1. தொடர்கள் (அ):

கீழ்க்கண்ட எண்களைக் கவனிக்கவும் :

(1) 4, 9, 14, 19, ...
(2) 1, 3, 9, 27, ...
(3) 3, 4, 6, 9, 13, ...

இவை ஒவ்வொன்றும் ஒரு விதிக்குட்பட்டு அமைந்துள்ளன.

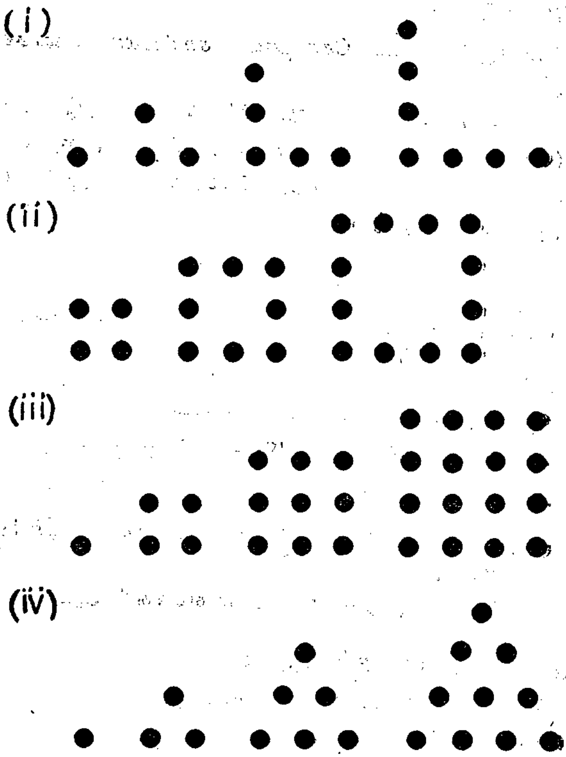
(1)இல் அடுத்த இரு எண்களிடையே வித்தியாசம் 5. எனவே, 19க்கு அடுத்த எண்கள் 24, 29, ...

(2)இல் ஒவ்வோர் எண்ணின் 3 மடங்கு அதன் தொடரீயாகிறது. 27க்கு அடுத்த எண் 81.

(3)இல் வித்தியாசங்கள் 1, 2, 3 என்றிருக்கின்றன. 13க்கு அடுத்த எண் 18.

பயிற்சி 13-1

I. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள புள்ளிகளைக் கவனிக்க. அவை ஓர் அமைப்பில் அமைந்துள்ளன. ஒவ்வொன்றிலும் மேலும் இரண்டு இரண்டு உருவங்கள் புள்ளிகள் மூலம் அமைக்க



படம் 2-16.

II. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களின் வரிசைகளைக் கவனிக்க. ஒவ்வொரு வரிசையிலும் மேலும் இரண்டிரண்டு எண்களை எழுதுக.

(அ) 1, 2, 3, 4, ... (ஆ) 1, 3, 5, 7, ...

(இ) 2, 4, 6, 8, ... (ஈ) 1, 4, 7, 10, 13, ...

(உ) 99, 90, 81, 72, ... (ஊ) 0, 1, 1, 2, 3, 5, ...

(எ) 1, 2, 4, 7, 11, ... (ஏ) 3, 4, 7, 11, 18, ...

(ஐ) $a, a+d, a+2d, a+3d, \ldots$ (ஒ) 1, 4, 9, 16, 25, ...

(ஓ) 1, 8, 27, 64, ... (ஔ) 0, —7, —14, —21, ...

(க) 2, $3\frac{1}{2}$, 5, $6\frac{1}{2}$, ... (ங) 1, 11, 111, 1111, ...

(ச) 1, 10, 101, 1010, 10101, ...

(ஞ) 2, 6, 12, 20, 30, ... (ட) 1, —1, —3, —5, ...

(ண) 2, 4, 8, 16, ... (த) 1, —1, 1, —1, 1, —1, ...

(ந) 2, —10, 50, —250, ...

விடைகள்

II. (அ) 5, 6 (ஆ) 9, 11 (இ) 10, 12

(ஈ) 16, 19 (உ) 63, 54 (ஊ) 8, 13

(எ) 16, 22 (ஏ) 29, 47

(ஐ) $a+4d$, $a+5d$ (ஒ) 36, 49 (ஓ) 125, 216

(ஔ) —28, —35 (க) 8, $9\frac{1}{2}$

(ங) 11111, 111111 (ச) 101010, 1010101

(ஞ) 42, 56 (ட) —7, —9 (ண) 32, 64

(த) 1, —1 (ந) 1250, —6250

13—2. தொடர்கள் (ஆ):

கீழ்க்கண்ட தொடர்களில் அடுத்துள்ள எண்களிடையே உள்ள வித்தியாசம் சமமாக இருப்பதைக் காண்க.

(அ) 5, 12, 19, 26, ... (ஆ) 8, 5, 2, —1, —4, ...

இத்தொடர்களில் அடுத்த உறுப்புகள்

(அ) 33, 40, ... (ஆ) —7, —10, ...

பயிற்சி 13-2

கீழ்வரும் எண்களின் வரிசைகளைக் கவனிக்க. ஒவ்வொரு வரிசையிலும் மேலும் இரண்டு எண்கள் எழுதுக.

I. (அ) 99, 97, 95, 93, ... (ஆ) 27, 31, 35, 39, ...
(இ) 9, 2, −5, −12, ... (ஈ) −11, −18, −25, ...
(உ) $2a$, $2a+1$, $2a+3$, ...

II. (அ) $2m$, $2m+2$, $2m+4$, ...
(ஆ) $2t$, $2t-2$, $2t-4$, ...
(இ) $2s$, $4s$, $6s$, $8s$, ...
(ஈ) 100, 50, 0, ...
(உ) 2, 20, 202, 2020, ...

விடைகள்

I. (அ) 91, 89 (ஆ) 43, 47 (இ) −19, −26
(ஈ) −32, −39 (உ) $2a+5$, $2a+7$

II. (அ) $2m+6$, $2m+8$ (ஆ) $2t-6$, $2t-8$
(இ) $10s$, $12s$ (ஈ) −50, −100
(உ) 20202, 202020

13—3. தொடர்கள் (இ):

கீழ்க்கண்ட தொடர்களில் ஓர் எண்ணின் மடங்காக அதன் தொடரி உள்ளதைக் காண்க. அவற்றின் அடுத்த உறுப்புகளைக் காண்க

(அ) 5, 15, 45, 135, ... (ஆ) 8, 4, 2, 1, ...

அடுத்த எண்கள் (அ) 405, 1215, ... (ஆ) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, ...

பயிற்சி 13-3

பின்வரும் எண்களின் வரிசைகளைக் கவனிக்க. ஒவ்வொரு வரிசையிலும் மேலும் இரண்டு எண்கள் எழுதுக.

I. (அ) 1, 2, 4, 8, 16, ...
(ஆ) 1, 5, 25, 125, 625, ...

(இ) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \ldots$

(ஈ) $1, \frac{-1}{3}, +\frac{1}{9}, \frac{-1}{27}, +\frac{1}{81}, \ldots$

(உ) $1, \frac{2}{5}, \frac{4}{25}, \frac{8}{125}, \frac{16}{625}, \ldots$

(ஊ) $3, 2, \frac{4}{3}, \frac{8}{9}, \ldots$

(எ) $1, \frac{-5}{2}, +\frac{25}{4}, \frac{-125}{8}, +\frac{625}{16}, \ldots$

(ஏ) $4, 4^2, 4^3, 4^4, \ldots$

(ஐ) $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{3^2}, \frac{1}{3^3}, \frac{1}{3^4}, \ldots$

(ஒ) $\frac{4}{3}, \frac{2}{9}, \frac{1}{27}, \frac{1}{162}, \frac{1}{972}, \ldots$

(ஓ) $1^2, 3^2, 5^2, 7^2, 9^2, \ldots$

II, (அ) $1 \cdot 3, 2 \cdot 5, 3 \cdot 7, 4 \cdot 9, 5 \cdot 11, \ldots$

(ஆ) $1 \cdot 4, 4 \cdot 7, 7 \cdot 10, 10 \cdot 13, 13 \cdot 16, \ldots$

(இ) $3 \cdot 7, 7 \cdot 11, 11 \cdot 15, 15 \cdot 19, 19 \cdot 23, \ldots$

(ஈ) $3 \cdot 5 \cdot 7, 5 \cdot 7 \cdot 9, 7 \cdot 9 \cdot 11, 9 \cdot 11 \cdot 13, 11 \cdot 13 \cdot 15, \ldots$

(உ) $1 \cdot 3 \cdot 4, 2 \cdot 4 \cdot 5, 3 \cdot 5 \cdot 6, 4 \cdot 6 \cdot 7, 5 \cdot 7 \cdot 8, \ldots$

விடைகள்

I. (அ) 32, 64 (ஆ) 3125, 15625

(இ) $\frac{1}{64}, \frac{1}{128}$ (ஈ) $\frac{-1}{243}, +\frac{1}{729}$

(உ) $\frac{32}{3125}, \frac{64}{15625}$ (ஊ) $\frac{16}{27}, \frac{32}{81}$

(எ) $\frac{-3125}{32}, +\frac{15625}{64}$ (ஏ) $4^5, 4^6$

(ஐ) $\frac{1}{3^5}, \frac{1}{3^6}$ (ஒ) $\frac{1}{5832}, \frac{1}{34992}$

(ஓ) $11^2, 13^2$

II. (அ) 6·13, 7·15 (ஆ) 16·19, 19·22

(இ) 23·27, 27·31 (ஈ) 13·15·17, 15·17·19

(உ) 6·8·9, 7·9·10

13—4. தொடர்கள் (ஈ):

பயிற்சி 13-4

கீழ்வரும் தொடர் வரிசைகளின் முன்னுறுப்பையும், பொது வித்தியாசத்தையும் கண்டுபிடிக்கவும்.

(அ) 3, 7, 11. 15, ... (ஆ) $4, 4\frac{2}{5}, 4\frac{4}{5}, 5\frac{1}{5}, \ldots$

(இ) 0, −3, −6, −9, ... (ஈ) 3, 0, −3, −6, ...

(உ) $-2, -1\frac{1}{2}, -1, -\frac{1}{2}, \ldots$

விடைகள்

(அ) முன்னுறுப்பு −1 ; பொது வித்தியாசம் 4

(ஆ) ,, $3\frac{3}{5}$; ,, $\frac{2}{5}$

(இ) ,, 3 ; ,, −3

(ஈ) ,, 6 ; ,, −3

(உ) ,, $-2\frac{1}{2}$; ,, $\frac{1}{2}$

13—5. தொடர் வரிசையின் கூட்டல் :

கணித உலகில் உள்ள ஒரு கதை நிகழ்ச்சியைக் காண்போம். தலையாய கணித மேதை கௌசு பள்ளியில் படிக்கும் பொழுது, ஒரு நாள் அவர் ஆசிரியர் மாணவரை 1 முதல் 100 வரையில் எண்களைக் கூட்டி விடை காணச் சொன்னார். மாணவர்கள் எண்களை எழுதி, ஒவ்வொன்றாகக் கூட்டிக் கொண்டிருந்தார்கள். ஆனால் கௌசு ஒரு நொடியில் 5050 என்று சொன்னாராம். வியப்படைந்த ஆசிரியர் எவ்விதம் கண்டறிந்தாய் என வினவ, கௌசு தமது முறையை விவரித்தார்.

$$S = 1 + 2 + 3 + \dots + 100$$

$$S = 100 + 99 + 98 + \dots + 1$$ (எண்களின் இறங்கு வரிசை)

$$2S = 101 + 101 + 101 + \dots + 101 = 100 \times 101$$

$$S = \frac{100 \times 101}{2} = 5050$$

1 முதல் n வரையிலுள்ள இயல் எண்களின் கூடுதல்

$$S = \frac{n(n+1)}{2}$$

1 முதல் 10 வரை கூட்ட

$$S_{10} = 1+2+3+4+5+6+7+8+9+10$$

$$S_{10} = 10+9+8+7+6+5+4+3+2+1$$

$$2 \times S_{10} = 11+11+11+11+11+11+11+11+11+11$$

(பத்து 11கள் கிடைக்கின்றன.)

$$2 \times S_{10} = 10 \times 11$$

$$S_{10} = \frac{10 \times 11}{2} = 55$$

அதாவது 1 முதல் 10 வரை கூட்ட, பத்துக்கு அடுத்த எண்ணான 11ஆல் 10ஐப் பெருக்கி 2ஆல் வகுக்கவேண்டும்.

1 முதல் 50 வரை கூட்ட $= \frac{50 \times 51}{2}$ ஆகும்.

1 முதல் 100 வரை கூட்ட $= \frac{100 \times 101}{2}$ ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு :

1 முதல் 70 முடிய உள்ள எல்லா இயல் எண்களின் கூட்டுத் தொகை என்ன?

$$\text{கூட்டுத் தொகை} = \frac{\overset{35}{\cancel{70}} \times 71}{\cancel{2}} = 2485$$

பயிற்சி 13-5

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள இயல் எண்களின் கூட்டுத் தொகையைக் காண்க :

(அ) 1 முதல் 60 முடிய (ஆ) 1 முதல் 85 முடிய
(இ) 1 முதல் 200 முடிய (ஈ) 1 முதல் 799 முடிய
(உ) 1 முதல் 1000 முடிய

விடைகள்

(அ) 1830 (ஆ) 3655 (இ) 20100
(ஈ) 319600 (உ) 500500

14—1. வர்க்க மூலம் (அ):

ஒரே எண்ணை அதனாலேயே பெருக்கக் கிடைப்பது அந்த எண்ணின் வர்க்கம் என நாம் அறிந்திருக்கிறோம்.

$$6 \times 6 = 36$$

6 இன் வர்க்கம் 36.
36 இன் வர்க்க மூலம் 6.
வர்க்கமூலத்திற்கு இடும் குறி $\sqrt{}$
$\sqrt{36} = 6$ என எழுதலாம்.

எடுத்துக்காட்டுகள் :

(i) 2916 இன் வர்க்கமூலத்தைக் கண்டுபிடிக்க.

$$\begin{aligned}2916 &= 2 \times 1458\\ &= 2 \times 2 \times 729\\ &= 2 \times 2 \times 3 \times 243\\ &= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 81\\ &= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 9 \times 9\\ 2916 &= 2^2 \times 3^2 \times 9^2\\ \sqrt{2916} &= \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 9^2}\\ &= 2 \times 3 \times 9 = 54\end{aligned}$$

(ii) $\frac{484}{729}$ இன் வர்க்க மூலத்தைக் கண்டுபிடிக்க.

$$484 = 2 \times 242$$
$$= 2 \times 2 \times 121$$
$$= 2 \times 2 \times 11 \times 11$$
$$\sqrt{484} = \sqrt{2 \times 2 \times 11 \times 11} = 2 \times 11 = 22$$
$$729 = 3 \times 243$$
$$= 3 \times 3 \times 81$$
$$= 3 \times 3 \times 9 \times 9$$
$$\sqrt{729} = \sqrt{3 \times 3 \times 9 \times 9} = 3 \times 9 = 27$$
$$\sqrt{\frac{484}{729}} = \frac{22}{27}$$

(iii) 0·1764 இன் வர்க்க மூலத்தைக் கண்டுபிடிக்க.

$$1764 = 2 \times 882$$
$$= 2 \times 2 \times 441$$
$$= 2 \times 2 \times 3 \times 147$$
$$= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 49$$
$$= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 \times 7 = 2^2 \times 3^2 \times 7^2$$
$$\sqrt{\cdot 1764} = \sqrt{\frac{1764}{10000}} = \frac{2 \times 3 \times 7}{100} = \cdot 42$$

பயிற்சி 14–1

கீழே கொடுத்திருக்கும் எண்களின் வர்க்க மூலத்தைக் காரணிகள்மூலம் கண்டுபிடிக்கவும்.

I. (அ) 1296 (ஆ) 2401 (இ) 2916 (ஈ) 3969
(உ) 5184 (ஊ) 6561 (எ) 7225 (ஏ) 7744
(ஐ) 9801 (ஒ) 10000

II. (அ) $\frac{36}{49}$ (ஆ) $\frac{169}{225}$ (இ) $\frac{7056}{7225}$ (ஈ) $\frac{784}{2025}$
(உ) $\frac{6561}{7744}$ (ஊ) 0·64 (எ) 0·0121 (ஏ) 1·69
(ஐ) 0·2025 (ஒ) 4·41

III. (அ) 63×28 (ஆ) 112×63

(இ) $27 \times 7{\cdot}5 \times 4{\cdot}4 \times 11$

(ஈ) $27{\cdot}5 \times 99 \times 2{\cdot}4 \times 54$

(உ) $72 \times 21 \times 243 \times 14$

(ஊ) $1\frac{13}{36}$ (எ) $1\frac{114}{128}$ (ஏ) $4\frac{41}{100}$

(ஐ) $2\frac{14}{25}$ (ஒ) $8\frac{56}{121}$

விடைகள்

I. (அ) 36 (ஆ) 49 (இ) 54 (ஈ) 63

(உ) 72 (ஊ) 81 (எ) 85 (ஏ) 88

(ஐ) 99 (ஒ) 100

II. (அ) $\frac{6}{7}$ (ஆ) $\frac{13}{15}$ (இ) $\frac{84}{85}$ (ஈ) $\frac{28}{45}$

(உ) $\frac{81}{88}$ (ஊ) $\cdot 8$ (எ) $\cdot 11$ (ஏ) $\cdot 13$

(ஐ) $\cdot 45$ (ஒ) $2{\cdot}1$

III. (அ) 42 (ஆ) 84 (இ) 99 (ஈ) 594

(உ) 2268 (ஊ) $\frac{7}{6}$ (எ) $\frac{11}{8}$ (ஏ) $2{\cdot}1$

(ஐ) $\frac{8}{5}$ (ஒ) $\frac{32}{11}$

14—2. வர்க்க மூலம் (ஆ) :

எடுத்துக்காட்டுகள் :

(i) $2^2 \times 5^2$ இன் வர்க்க மூலத்தைக் கண்டுபிடிக்க.

$$\sqrt{2^2 \times 5^2} = 2 \times 5 = 10$$

(ii) 9×16 இன் வர்க்க மூலத்தைக் கண்டுபிடிக்க.

$$\sqrt{9 \times 16} = \sqrt{3^2 \times 4^2} = 3 \times 4 = 12$$

(iii) 6561 இன் வர்க்க மூலத்தைக் கண்டுபிடிக்க.

$$\begin{aligned} 6561 &= 9 \times 729 \\ &= 9 \times 9 \times 81 \\ &= 9 \times 9 \times 9 \times 9 \\ &= 9^2 \times 9^2 \end{aligned}$$

$$\sqrt{6561} = \sqrt{9^2 \times 9^2} = 9^2 = 81$$

பயிற்சி 14-2

கீழே கொடுத்துள்ள எண்களின் வர்க்க மூலத்தைக் கண்டு பிடிக்க.

I. (அ) 5^2 (ஆ) $5^2 \times 3^2$ (இ) $15^2 \times 5^2 \times 7^2$

(ஈ) $9 \times 16 \times 25$ (உ) $49 \times 64 \times 100$

(ஊ) 189×84 (எ) 336×189

(ஏ) $144 \times 42 \times 486 \times 28$ (ஐ) $36 \times 32 \times 8$

(ஒ) $82.5 \times 198 \times 7.2 \times 108$

II. (அ) 2^6 (ஆ) $3^4 \times 7^6$ (இ) $5^{10} \times 6^8 \times 2^4$

(ஈ) $9x^2 \times 16x^2$ (உ) $25m^4 \times 121n^6$

விடைகள்

I. (அ) 5 (ஆ) 15 (இ) 525 (ஈ) 60

(உ) 560 (ஊ) 126 (எ) 252 (ஏ) 9072

(ஐ) 96 (ஒ) 3564

II. (அ) 2^3 (ஆ) $3^2 \times 7^3$ (இ) $5^5 \times 6^4 \times 2^2$

(ஈ) $12x^2$ (உ) $55m^2n^3$

14—3. கன மூலம்:

ஓர் எண்ணை அதனாலேயே மும்முறை பெருக்கக் கிடைப்பது கனம் என நாம் அறிவோம்.

$6 \times 6 \times 6 = 216$

6 இன் கனம் $= 216$

216 இன் கன மூலம் $= 6$

கன மூலத்திற்கு இடும் குறி $\sqrt[3]{\ }$

$$\sqrt[3]{216} = 6$$

எடுத்துக்காட்டுகள் :

(1) 9261 இன் கன மூலத்தைக் கண்டுபிடிக்க.

$9261 = 3 \times 3087$

$= 3 \times 3 \times 1029$

$= 3 \times 3 \times 3 \times 343$

$= 3 \times 3 \times 3 \times 7 \times 49$

$= 3 \times 3 \times 3 \times 7 \times 7 \times 7$

$\sqrt[3]{9261} = \sqrt[3]{3 \times 3 \times 3 \times 7 \times 7 \times 7} = \sqrt[3]{3^3 \times 7^3}$

$= 3 \times 7 = 21$

(2) $\frac{1728}{15625}$ இன் கன மூலத்தைக் கண்டுபிடிக்க.

$1728 = 3 \times 576$

$= 3 \times 3 \times 192$

$= 3 \times 3 \times 3 \times 64$

$= 3 \times 3 \times 3 \times 4 \times 16$

$= 3 \times 3 \times 3 \times 4 \times 4 \times 4$

$\sqrt[3]{1728} = \sqrt[3]{3 \times 3 \times 3 \times 4 \times 4 \times 4}$

$= \sqrt[3]{3^3 \times 4^3} = 3 \times 4 = 12$

$15625 = 5 \times 3125$

$= 5 \times 5 \times 625$

$= 5 \times 5 \times 5 \times 125$

$= 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 25$

$= 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$

$\sqrt[3]{15625} = \sqrt[3]{5^3 \times 5^3} = 5 \times 5 = 25$

$\sqrt[3]{\frac{1728}{15625}} = \frac{12}{25}$

பயிற்சி 14-3

கீழ்க்காணும் எண்களுக்குக் கன மூலத்தைக் கண்டு பிடிக்கவும்.

I. (அ) 729 (ஆ) 3375 (இ) 5832

(ஈ) 19683 (உ) 32768

II. (அ) $\frac{729}{8000}$ (ஆ) $\frac{216}{15625}$ (இ) $\frac{5832}{42875}$

(ஈ) $\frac{262144}{421875}$ (உ) $\frac{250047}{262144}$

III. (அ) $9 \times 15 \times 10 \times 20$ (ஆ) $30 \times 24 \times 20 \times 15 \times 8$

(இ) $20 \times 16 \times 50 \times 4$ (ஈ) $64 \times 25 \times 9 \times 30 \times 4$

(உ) $21 \times 14 \times 9 \times 28$

விடைகள்

I. (அ) 9 (ஆ) 15 (இ) 18 (ஈ) 27 (உ) 32

II. (அ) $\frac{9}{20}$ (ஆ) $\frac{6}{25}$ (இ) $\frac{18}{35}$ (ஈ) $\frac{64}{75}$ (உ) $\frac{63}{64}$

III. (அ) 30 (ஆ) 120 (இ) 40 (ஈ) 120 (உ) 44

2. எண்ணியல் — தன்னறிவுச் சோதனை

1. நியமக் குறியீட்டில் எழுதுக.
   $3 \times 10^4 + 8 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 6 \times 10 + 5$
2. சுருக்குக : $114_5 + 133_5$
3. விடை காண்க : $44_5 - 14_5$
4. 100_2, 214_5 — இவற்றின் தொடரி, முன்னி யாவை ?
5. சுருக்குக :
   (அ) $1111_2 + 1111_2$ (ஆ) $10101_2 - 11_2$
6. 15625 — இதை ஐந்தின் அடிமானமாக மாற்றுக
7. விஞ்ஞானக் குறியீட்டு முறையில் எழுதுக.
   (அ) $35{\cdot}7 \times 10^2$ (ஆ) $\cdot 12035 \times 10^{-2}$

சுருக்குக :

8. (அ) $215 + (-1215)$ (ஆ) $-201 + (-501)$

9. (அ) $(+83) \times (-15)$ (ஆ) $(+24) \div (-6)$

10. (அ) $\frac{3}{5} + \frac{7}{5}$ (ஆ) $\frac{5}{7} - \frac{4}{7}$ (இ) $\frac{7}{9} - \frac{10}{13}$

11. $a^0 = ?$

12. $a^m \times a^n = ?$

13. சுழல் தன்மையுடைய தசம உரு எண் $\cdot\dot{1}\dot{6}$ஐப் பின்ன உருவில் எழுதுக.

14. சார்பகா எண்களா என ஆய்க:
(அ) 48, 141 (ஆ) 19, 57

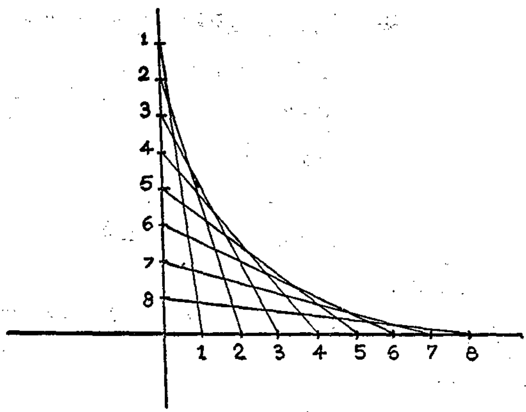
15. பெருக்கல் சமனி எக்கணங்களில் உள்ளன?

16. சுருக்குக :
(அ) $9 \div \frac{11}{18}$ (ஆ) $\frac{4}{9} \times \frac{5}{7}$

17. மெய்யா, மெய்யற்றவையா என ஆராய்க:
(அ) $7079 + 6021 = 12000$
(ஆ) $717 - 515 = 302$

கணித மன்றம் — மேடை 3

ஒரு காகிதத்தில் இரு அச்சுக்கோடுகளை வரைக, படத்தில் குறித்தவண்ணம் எண்களை அமைத்து, (1, 1), (2, 2), (3, 3), ... என்றவாறு புள்ளிகளை இணைக்க, கிடைத்த உருவத்தை ஆய்க. கோடுகள் வளைந்த மாயம் என்ன ?

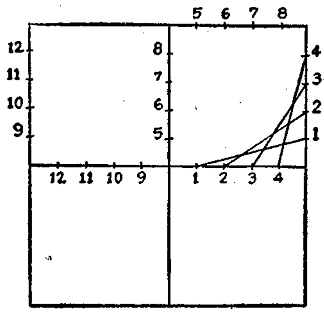


படம் 2-17.

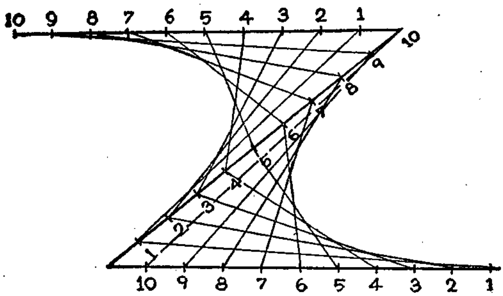
இதுபோலவே, பிற கால் பகுதிகளிலும் எண்களிட்டுக் கோடுகள் வரைக.

கீழ்க்காணும் அமைப்புகளிலும் கோடுகள் வரைந்து பார்க்க.

அடுத்த கால் பகுதிகளிலும் வடிவங்கள் அமைக்க.



படம் 2-18.



படம் 2-19.

அட்டையில் வண்ண நூல் பின்னல் மூலம் அழகுக் கோலங்களை அமைக்க.

3. அல்ஜீப்ரா

1—1. அடுக்குகள்—பெருக்கல் :

நினைவு கூர்க :

$4^2 = 4 \times 4$

$4^3 = 4 \times 4 \times 4$

4^2 இல் உள்ள 2ம், 4^3 இல் உள்ள 3ம் **அடுக்குக் குறிகள்** எனப்படும்.

$4\times4\times4\times4\times4$ என்பதனை 4^5 என்றும்,

$4\times4\times4\times4\times4\times4$ என்பதனை 4^6 என்றும் எழுதலாம்.

4^6 என்பதனை 4 இன் 6ம் அடுக்கு எனப் படிப்போம்.

அடுக்குக் குறி 6 என்றால் ஓர் எண்ணை அதே எண்ணால் 6 முறை பெருக்கவேண்டும் எனப் பொருள்படும்.

$5^8 = 5\cdot5\cdot5\cdot5\cdot5\cdot5\cdot5\cdot5$

$3^4 = 3\cdot3\cdot3\cdot3$

$6^5 = 6\cdot6\cdot6\cdot6\cdot6$

$9^2 = 9\cdot9$

5, 3, 6, 9 என்பன **அடிமானங்கள்** என்றும், 8, 4, 5, 2 என்பன முறையே அவ்வெண்களின் **அடுக்குக் குறிகள்** என்றும் கூறப்படும்.

x^m என்றால் xஐ xஆல் 'm' முறை பெருக்கியுள்ளோம் எனப் பொருள்படும்.

கீழ்க்காணும் பெருக்கற் பலன்களைக் கவனிக்கவும்.

(அ) $3^2\times3 = (3\times3)\times3 = 3^3 = 3^{2+1}$

(ஆ) $5^3\times5^2 = (5\times5\times5)\times(5\times5) = 5^5 = 5^{3+2}$

(இ) $6^4\times6^3 = (6\times6\times6\times6)\times(6\times6\times6) = 6^7 = 6^{4+3}$

(ஈ) $x^5\times x^7 = (x\times x\times \ldots 5\text{முறை})\times(x\times x\times\ldots 7\text{முறை})$
$= x^{12} = x^{5+7}$

இவற்றினின்று நாம் அறிவது :

பூச்சியம் அல்லாத ஒரே அடிமானத்தைக் கொண்ட இரு எண்களைப் பெருக்கும்பொழுது, அடுக்குக் குறிகளைக் கூட்ட வேண்டும். அடிமானம் மாறாது.

இதனால்,

$$a^m \times a^n = (a \times a \times a \times \ldots m\text{ முறை}) \times (a \times a \times a \times \ldots n\text{ முறை})$$
$$= [a \times a \times a \times \ldots (m+n)\text{ முறை}]$$
$$= a^{m+n}$$

$$\boxed{a^m \times a^n = a^{m+n}}$$

$$a^3 = a \times a \times a$$
$$3a = a + a + a = 3 \times a$$

என்பனவற்றை நினைவிற் கொள்க.

எனவே, $3a^2 \times 4a^3$

$$= 3 \times a^2 \times 4 \times a^3$$
$$= (3 \times 4) \times (a^2 \times a^3)$$
$$= 12a^5$$

எடுத்துக்காட்டுகள் :

(அ) $c^4 \times c^8 = c^{4+8} = c^{12}$

(ஆ) $6m^2 \times 8m^6 = 6 \times m^2 \times 8 \times m^6$
$$= 6 \times 8 \times m^2 \times m^6$$
$$= 48m^{2+6} = 48m^8$$

(இ) $(-3d^3) \times (-4d^4)$
$$= (-3) \times d^3 \times (-4) \times d^4$$
$$= (-3)(-4) \times d^3 \times d^4$$
$$= +12d^{3+4} = 12d^7$$

(ஈ) $(6s^4) \times (-8s^6)$
$$= 6 \times s^4 \times (-8) \times s^6$$
$$= (6) \times (-8) \times s^4 \times s^6$$
$$= -48s^{4+6} = -48s^{10}$$

பயிற்சி 1-1

சுருக்குக :

I. (அ) $3^7 \times 3^6$ (ஆ) $5^8 \times 5^7$ (இ) $7^3 \times 7$
(ஈ) $x^8 \times x^7$ (உ) $y^8 \times y^9$ (ஊ) $m^{10} \times m^{12}$
(எ) $t^{29} \times t^{71}$ (ஏ) $a^m \times a^n$ (ஐ) $b^a \times b^b$
(ஒ) $d^a \times d^a$

II. (அ) $6a^5 \times 7a^8$ (ஆ) $3b^7 \times 10b^9$
(இ) $8x^6 \times x^7$ (ஈ) $8y^6 \times 6y^8$
(உ) $15p^9 \times 20p$ (ஊ) $7x^{99} \times 15x^{11}$
(எ) $11q^2 \times 2q^{11}$ (ஏ) $4f^5 \times 5f^8$
(ஐ) $10g^6 \times 13g^4$ (ஒ) $20k^m \times 5k^t$

III. (அ) $(-4x^6) \times (-5x^4)$ (ஆ) $(-15y^7) \times (-8y^{13})$
(இ) $(-12a^8) \times (-6a^{12})$ (ஈ) $(-8c^8) \times (-5c^{12})$
(உ) $(-b^8) \times (-21b^{13})$ (ஊ) $(-11d^{10}) \times (-10d^{11})$
(எ) $(-13n^6) \times (-12n^8)$ (ஏ) $(-14t^{10}) \times (-10t^{10})$
(ஐ) $(-5r^5) \times (-6r^6)$ (ஒ) $(-al^5) \times (-bl^7)$

IV. (அ) $8a^{15} \times (-9a^2)$ (ஆ) $(-13a^2) \times 5a^8$
(இ) $12b^8 \times (-5b^{12})$ (ஈ) $21d^{100} \times (-9d^{50})$
(உ) $8c^8 \times (-5c^4)$ (ஊ) $14t^{10} \times (-14t^{10})$
(எ) $13y^6 \times (-12y^8)$ (ஏ) $(-b^8) \times 21b^{13}$
(ஐ) $15m^a \times (-6m^b)$ (ஒ) $at^x \times (-bt^y)$

விடைகள்

I. (அ) 3^{13} (ஆ) 5^{15} (இ) 7^4 (ஈ) x^{15}
(உ) y^{17} (ஊ) m^{22} (எ) t^{100} (ஏ) a^{m+n}
(ஐ) b^{a+b} (ஒ) d^{2a}

II. (அ) $42a^{13}$ (ஆ) $30b^{16}$ (இ) $8x^{13}$ (ஈ) $48y^{14}$
(உ) $300p^{10}$ (ஊ) $105x^{110}$ (எ) $22q^{13}$ (ஏ) $20f^{13}$
(ஐ) $130g^{10}$ (ஒ) $100k^{m+t}$

III. (அ) $20x^{10}$ (ஆ) $120y^{10}$ (இ) $72a^{20}$

(ஈ) $40c^{20}$ (உ) $21b^{21}$ (ஊ) $110d^{21}$

(எ) $156n^{14}$ (ஏ) $140t^{20}$ (ஐ) $30r^{11}$

(ஒ) abl^{12}

IV. (அ) $-72a^{17}$ (ஆ) $-65a^{10}$ (இ) $-60b^{20}$

(ஈ) $-189d^{150}$ (உ) $-40c^{12}$ (ஊ) $-196t^{20}$

(எ) $-156y^{14}$ (ஏ) $-21b^{21}$ (ஐ) $-90m^{a+b}$

(ஒ) abt^{x+y}

1—2. அடுக்குகள் — வகுத்தல் (அ) :

கீழே கொடுத்துள்ள எடுத்துக்காட்டுகளைக் கவனிக்கவும்.

(அ) $3^8 \div 3^3 = \dfrac{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}{3 \cdot 3 \cdot 3} = 3^5 = 3^{8-3}$

(ஆ) $x^7 \div x^3 = \dfrac{x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x}{x \cdot x \cdot x} = x^4 = x^{7-3}$

(இ) $m^7 \div m = \dfrac{m \cdot m \cdot m \cdot m \cdot m \cdot m \cdot m}{m} = m^6 = m^{7-1}$

(ஈ) $8c^6 \div 4c^4 = \dfrac{8 \times c \cdot c \cdot c \cdot c \cdot c \cdot c}{4 \times c \cdot c \cdot c \cdot c} = 2c^2 = \dfrac{8}{4}\, c^{6-4}$

இவற்றினின்று நாம் அறிவது :

ஒரே அடிமானத்தைக் கொண்ட இரு எண்களை வகுக்கும்பொழுது அடுக்குக் குறிகளைக் கழிக்கவேண்டும். அடிமானம் மாறாது.

எனவே,

$$\frac{a^m}{a^n} = \frac{a \cdot a \cdot a \ldots m \text{ முறை}}{a \cdot a \cdot a \ldots n \text{ முறை}} \qquad (m > n)$$

$$= a^{m-n}$$

$$\boxed{\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \qquad (m > n)}$$

பயிற்சி 1-2

சுருக்குக :

I. (அ) $\frac{x^{10}}{x^7}$ (ஆ) $\frac{a^{17}}{a}$ (இ) $\frac{9^9}{9^7}$ (ஈ) $\frac{3^4}{3}$

(உ) $\frac{d^{18}}{d^{17}}$ (ஊ) $\frac{c^{15}}{c^{14}}$ (எ) $\frac{b^{29}}{b^{15}}$ (ஏ) $\frac{y^{20}}{y^{10}}$

(ஐ) $\frac{m^8}{m^8}$ (ஒ) $\frac{t^{29}}{t^{20}}$

II. (அ) $\frac{4a^8}{2a^7}$ (ஆ) $\frac{9b^9}{3b^3}$ (இ) $\frac{27c^8}{6c^4}$ (ஈ) $\frac{125d^9}{25d^8}$

(உ) $\frac{64f^5}{36f^3}$ (ஊ) $\frac{35g^7}{15g^5}$ (எ) $\frac{38b^6}{6b^3}$ (ஏ) $\frac{27a}{9}$

(ஐ) $\frac{2x^3}{14x^2}$ (ஒ) $\frac{13x^2}{17x^2}$

III. (அ) $\frac{4b^2}{-2b}$ (ஆ) $\frac{-c^2}{c}$ (இ) $\frac{27m^4}{-18m^3}$

(ஈ) $\frac{-42t^2}{7t}$ (உ) $\frac{-54x^2}{6x}$ (ஊ) $\frac{64t^2}{-32t}$

(எ) $\frac{23s^2}{-23}$ (ஏ) $\frac{-25x^6}{-5x^3}$ (ஐ) $\frac{-18x^2}{-3x^2}$

(ஒ) $\frac{-15b^4}{-5b^3}$

விடைகள்

I. (அ) x^3 (ஆ) a^{16} (இ) 9^2 (ஈ) 3^3 (உ) d

(ஊ) c (எ) b^{14} (ஏ) y^{10} (ஐ) 1 (ஒ) t^9

II (அ) $2a$ (ஆ) $3b^6$ (இ) $\frac{9c^4}{2}$ (ஈ) $5d$

(உ) $\frac{16f^2}{9}$ (ஊ) $\frac{7g^2}{3}$ (எ) $\frac{19b^3}{3}$ (ஏ) $3a$

(ஐ) $\frac{x}{7}$ (ஒ) $\frac{13}{17}$

III. (அ) $-2b$ (ஆ) $-c$ (இ) $\frac{-3m}{2}$ (ஈ) $-6t$

(உ) $-9x$ (ஊ) $-2t$ (எ) $-s^2$ (ஏ) $5x^3$

(ஐ) 6 (ஒ) $3b$

1—3. அடுக்குகள்—வகுத்தல் (ஆ):

எடுத்துக்காட்டுகள் :

(அ) $$\frac{x^7}{x^{10}} = \frac{x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x}{x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x}$$

$$= \frac{1}{x \cdot x \cdot x} = \frac{1}{x^3} = \frac{1}{x^{10-7}}$$

(ஆ) $$\frac{35b^6}{25b^9} = \frac{\cancel{5} \times 7 \times b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b}{\cancel{5} \times 5 \times b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b}$$

$$= \frac{7}{5 \times b \cdot b \cdot b} = \frac{7}{5b^3}$$

$$= \frac{7}{5} \cdot \frac{1}{b^{9-6}}$$

(இ) $$\frac{-27t^3}{12t^5} = \frac{(-9) \times \cancel{3} \times t \cdot t \cdot t}{4 \times \cancel{3} \times t \cdot t \cdot t \cdot t \cdot t}$$

$$= \frac{-9}{4} \cdot \frac{1}{t \cdot t} = \frac{-9}{4t^2}$$

$$= \frac{-9}{4} \cdot \frac{1}{t^{5-3}}$$

எனவே, $$\frac{a^m}{a^n} = \frac{a \times a \times a \times \ldots m \text{ முறை}}{a \times a \times a \times \ldots n \text{ முறை}} \quad (n > m)$$

$$= \frac{1}{a^{n-m}}$$

$$\boxed{\frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}} \qquad (n > m)}$$

பயிற்சி 1-3

சுருக்குக:

I. (அ) $\frac{x^{15}}{x^{20}}$ (ஆ) $\frac{a}{a^{16}}$ (இ) $\frac{9^8}{9^{10}}$ (ஈ) $\frac{5^{15}}{5^{16}}$

(உ) $\frac{d^{20}}{d^{21}}$ (ஊ) $\frac{b^{100}}{b^{200}}$ (எ) $\frac{s^{29}}{s^{32}}$ (ஏ) $\frac{m^{14}}{m^{26}}$

(ஐ) $\frac{m^{70}}{m^{100}}$ (ஒ) $\frac{t^2}{t^4}$

II. (அ) $\frac{4r^7}{4r^9}$ (ஆ) $\frac{15b^{15}}{15b^{21}}$ (இ) $\frac{21p^7}{7p^{13}}$

(ஈ) $\frac{28b^7}{42b^8}$ (உ) $\frac{7t}{42t^3}$ (ஊ) $\frac{17s^{17}}{34s^{34}}$

(எ) $\frac{23}{23s^2}$ (ஏ) $\frac{17x^2}{51x^6}$ (ஐ) $\frac{32t^2}{96t^4}$

(ஒ) $\frac{11b^{15}}{21b^{31}}$

III. (அ) $\frac{-9^6}{9^{10}}$ (ஆ) $\frac{3^6}{-3^7}$ (இ) $\frac{-a^{11}}{2a^{13}}$

(ஈ) $\frac{18a^6}{-27a^{10}}$ (உ) $\frac{21t^7}{-7t^{31}}$ (ஊ) $\frac{63b}{189b^2}$

(எ) $\frac{25r^2}{-55r^7}$ (ஏ) $\frac{-3l^6}{-6l^{18}}$ (ஐ) $\frac{-77m^3}{-121m^9}$

(ஒ) $\frac{-120p^{20}}{-15p^{28}}$

விடைகள்

I. (அ) $\frac{1}{x^5}$ (ஆ) $\frac{1}{a^{15}}$ (இ) $\frac{1}{9^2}$ (ஈ) $\frac{1}{5}$

(உ) $\frac{1}{d}$ (ஊ) $\frac{1}{b^{100}}$ (எ) $\frac{1}{s^3}$ (ஏ) $\frac{1}{m^6}$

(ஐ) $\frac{1}{m^{30}}$ (ஒ) $\frac{1}{t^2}$

II. (அ) $\frac{1}{r^2}$ (ஆ) $\frac{1}{b^6}$ (இ) $\frac{3}{p^6}$ (ஈ) $\frac{2}{3b}$

(உ) $\frac{1}{6t^2}$ (ஊ) $\frac{1}{2s^{17}}$ (எ) $\frac{1}{s^2}$ (ஏ) $\frac{1}{3x^4}$

(ஐ) $\frac{1}{3t^2}$ (ஒ) $\frac{11}{21b^{16}}$

III. (அ) $-\frac{1}{9^4}$ (ஆ) $-\frac{1}{3}$ (இ) $-\frac{1}{2a^2}$

(ஈ) $-\frac{2}{3a^4}$ (உ) $-\frac{3}{t^{24}}$ (ஊ) $\frac{1}{3b}$

(எ) $-\frac{5}{11r^5}$ (ஏ) $\frac{1}{2b^{12}}$ (ஐ) $\frac{7}{11m^6}$

(ஒ) $\frac{8}{p^8}$

1—4. அடுக்குகள்—பூச்சியம், குறை முழு அடுக்குகள் :

(அ) பூச்சியம் அடுக்கு:

$a^5 \div a^5 = a^{5-5} = a^0$ (வகுத்தல் விதிப்படி)

ஆனால், $a^5 \div a^5 = 1$. (பூச்சியம் அல்லாத ஓர் எண்ணை அதே எண்ணால் வகுத்தால் ஈவு 1 என்பது ஏற்கெனவே நாம் அறிந்த ஒன்றாகும்.)

எனவே, $a^0 = 1$

பொதுவாக,

$$a^m \div a^m = a^{m-m} = a^0 = 1$$
$$\therefore a^0 = 1$$

(ஆ) குறை முழு அடுக்கு:

$$a^6 \div a^{10} = a^{6-10} = a^{-4}$$

ஆனால், $$\frac{a^6}{a^{10}} = \frac{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a}{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a}$$
$$= \frac{1}{a^4}$$

எனவே, $a^{-4} = \frac{1}{a^4}$ எனலாம் அல்லவா!

பொதுவாக,

$$\frac{1}{a^m} = \frac{a^0}{a^m} = a^{0-m} = a^{-m}$$

மனதிற் கொள்க:

$$a^0 = 1$$
$$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

எடுத்துக்காட்டு :

சுருக்குக :

(அ) $2^5 \div 2^7 = \frac{2^5}{2^7} = 2^{5-7} = 2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$

(ஆ) $\frac{x^{-5}}{x^3} = x^{-5-3} = x^{-8}$

(இ) 7^9 இன் பெருக்கல் தலைகீழி என்ன ?

ஓர் எண்ணையும் அதன் பெருக்கல் தலைகீழியையும் பெருக்கினால் விடை 1 கிடைக்கவேண்டும்.

எனவே, $7^9 \times (\,?\,) = 1$

$$7^9 \times (\,?\,) = 7^0$$

$$\frac{7^9}{7^9} \times (\,?\,) = \frac{7^0}{7^9}$$

$$(\,?\,) = 7^{0-9}$$

$$= 7^{-9}$$

பயிற்சி 1-4

I. பின் வருவனவற்றை சாதாரண பின்னங்களாக எழுதுக.

(அ) 9×10^{-2} (ஆ) 17×10^{-3} (இ) 33×10^{-4}

(ஈ) 7×10^{-1} (உ) $x^2 \times 10^{-1}$

II. கீழ் வருவனவற்றை தசம பின்னங்களாக எழுதுக.

(அ) 3×10^{-2} (ஆ) 6×10^{-1} (இ) 17×10^{-2}

(ஈ) 21×10^{-3} (உ) 1×10^{-4}

III. சுருக்குக :

(அ) $4^{20} \times 4^{-21}$ (ஆ) $12^{-5} \times 12^4$

(இ) $41^{22} \div 41^{21}$ (ஈ) $3^{-5} \times 3^5$

(உ) $x^x \times x^{-2x}$

IV. இறங்கு வரிசையில் எழுதுக:

(அ) $10^4,\ 10^{-6},\ 10^{-5},\ 10^3$

(ஆ) $2^6,\ 2^9,\ 2^{-7},\ 2^{-6},\ 2^0$

(இ) $3^7,\ 3^9,\ 3^{11},\ 3^{-7},\ 3^{-9},\ 3^{-11},\ 1$

V. பின் வருவனவற்றின் பெருக்கல் தலைகீழிகளைத் தருக:

(அ) 5^8 (ஆ) 3^7 (இ) 4^{-4} (ஈ) 2^{-1}

(உ) $\left(\frac{1}{3}\right)^2$ (ஊ) $\left(\frac{2}{5}\right)^3$ (எ) $(-7)^3$ (ஏ) $(-x)^n$

(ஐ) $\left(\frac{2}{5}\right)^4$ (ஒ) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$

விடைகள்

I. (அ) $\frac{9}{100}$ (ஆ) $\frac{17}{1000}$ (இ) $\frac{33}{10000}$

(ஈ) $\frac{7}{10}$ (உ) $\frac{x^2}{10}$

II. (அ) ·03 (ஆ) ·6 (இ) ·17 (ஈ) ·021

(உ) ·0001

III. (அ) $\frac{1}{4}$ (ஆ) $\frac{1}{12}$ (இ) 41 (ஈ) 1 (உ) $\frac{1}{x^x}$

IV. (அ) 10^4, 10^3, 10^{-5}, 10^{-6}

(ஆ) 2^9, 2^6, 2^0, 2^{-6}, 2^{-7}

(இ) 3^{11}, 3^9, 3^7, 1, 3^{-7}, 3^{-9}, 3^{-11}

V (அ) 5^{-8} (ஆ) 3^{-7} (இ) 4^4

(ஈ) 2 (உ) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$ (ஊ) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-3}$

(எ) $(-7)^{-3}$ (ஏ) $(-x)^{-n}$ (ஐ) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-4}$

(ஒ) $\left(\frac{1}{2}\right)$

1—5. அடுக்குகளின் அடுக்குகள் :

கீழ்க்காணும் கணக்குகளைக் கவனிக்கவும்:

(அ) $(x^3)^2 = x^3 \times x^3 = x^{3+3} = x^6$

அதாவது $x^{3\times2}$

(ஆ) $(x^4)^5 = x^4 \times x^4 \times x^4 \times x^4 \times x^4$

$= x^{4+4+4+4+4}$

$= x^{20}$

அதாவது $x^{4\times5}$

(இ) x^{30}ஐ x^5இன் அடுக்காக எழுதவும்.

$$(x^5)^m = x^{30}$$
$$x^{5m} = x^{30}$$
$$\therefore \; 5m = 30$$
$$m = 6$$
$$\therefore \; x^{30} = (x^5)^6$$

(ஈ) $a^5 = 2$ எனில், a^{20}இன் மதிப்பு என்ன?

$$a^{20} = (a^5)^4$$
$$= 2^4 \qquad (a^5 = 2)$$
$$a^{20} = 16$$

பொதுவாக, $(a^m)^n = a^m \times a^m \times \ldots$ n முறைகள்

$= a^{m+m+m+} \ldots$ n முறைகள்

$= a^{mn}$

$$\boxed{(a^m)^n = a^{mn}}$$

(உ) $2^m = 256$ எனில்,

2^{m+1}, 2^{m-1}இன் மதிப்புகளைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

$$2^{m+1} = 2^m \times 2^1$$
$$= 256 \times 2 = 512$$
$$2^{m-1} = 2^m \div 2^1$$
$$= 256 \div 2 = 128$$

(ஊ) சுருக்குக : $\dfrac{8^2 \times 9^3 \times 6^2 \times 4^5}{64^2 \times 27^3 \times 32}$

$$= \frac{(2^3)^2 \times (3^2)^3 \times (2\times 3)^2 \times (2^2)^5}{(2^6)^2 \times (3^3)^3 \times (2^5)}$$
$$= \frac{2^6 \times 3^6 \times 2^2 \times 3^2 \times 2^{10}}{2^{12} \times 3^9 \times 2^5}$$
$$= \frac{2^{6+2+10} \,.\, 3^{6+2}}{2^{12+5} \,.\, 3^9}$$
$$= \frac{2^{18} \,.\, 3^8}{2^{17} \,.\, 3^9}$$
$$= 2^{18-17} \,.\, 3^{8-9}$$
$$= 2^1 \,.\, 3^{-1} = \frac{2}{3}$$

பயிற்சி 1-5

I. கீழ்க்காணும் கணக்குகளில் 'm' இன் மதிப்பைக் கண்டு பிடிக்கவும்.

(அ) $3^m \times 3^2 \times (3^3)^7 = 3^{25}$

(ஆ) $5^2 \times 25^2 \times 125^2 = 5^m$

(இ) $7^m \times 49^3 = 1$

(ஈ) $(2^m)^2 \times (4^3)^2 \times 16^3 = 8^8$

(உ) $x^{m+2} \times x^{3m+4} = x^{30}$

II. கீழ்க்காணும் கணக்குகளை x^5 இன் அடுக்காக எழுதவும்.

(அ) x^{25} (ஆ) x^{125} (இ) x^{30}

(ஈ) $\frac{x^{30}}{x^{75}}$ (உ) $\frac{x^{25}}{x^{30}}$

III. $2^m = 512$ எனில், கீழ்க்கண்டவற்றின் மதிப்பைக் கண்டு பிடிக்கவும்.

(அ) 2^{m+1} (ஆ) 2^{m-1} (இ) 2^{m+2}

(ஈ) 2^{m-2} (உ) 2^{2m}

IV. $3^n = 81$ எனில். கீழ்க்கண்டவற்றின் மதிப்பைக் கண்டு பிடிக்கவும்.

(அ) 3^{n+1} (ஆ) 3^{n-1} (இ) 3^{2n}

(ஈ) 3^{2n-1} (உ) 3^{2n+1}

V. $5^n = 3$ எனில்,

(அ) 5^{2n} (ஆ) 5^{3n} (இ) 5^{4n} (ஈ) 5^{-n}

(உ) 5^{-2n} ஆகியவற்றின் மதிப்பைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

VI. $2^m = 5$, $3^m = 7$ எனில்,

6^m இன் மதிப்பைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

VII. $2^{p+1} \times 4^{2p+5} \times 8^3 = 1$ எனில்,

p இன் மதிப்பைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

VIII. சுருக்குக :

(அ) $\frac{2^3 \times 2^8 \times 4^2 \times 16^3}{8^3 \times 32^7}$ (ஆ) $\frac{3^3 \times 9^9}{27^2}$

விடைகள்

I. (அ) $m = 2$ (ஆ) $m = 12$ (இ) $m = -6$

(ஈ) $m = 0$ (உ) $m = 6$

II. (அ) $(x^5)^5$ (ஆ) $(x^5)^{25}$ (இ) $(x^5)^6$

(ஈ) $\frac{(x^5)^6}{(x^5)^{15}}$ (உ) $\frac{(x^5)^5}{(x^5)^6}$

III. (அ) 1024 (ஆ) 256 (இ) 2048

(ஈ) 128 (உ) 512^2

IV. (அ) 243 (ஆ) 27 (இ) 81^2

(ஈ) 81×27 (உ) $81 \times 81 \times 3$ (அல்லது) 3^9

V. (அ) 9 (ஆ) 27 (இ) 81

(ஈ) $\frac{1}{3}$ (உ) $\frac{1}{9}$

VI. 35 VII. $p = -4$

VIII. (அ) 2^{-17} (ஆ) 3^{15}

2—1. ஒருபடிச் சமன்பாடுகள்—(திருப்புதல்) (அ) :

நினைவு கூர்க :

(அ) $x + 6 = 10$ என்றால் $x = 10 - 6 = 4$

(ஆ) $x - 8 = 12$ என்றால் $x = 12 + 8 = 20$

பயிற்சி 2.1

I. x இன் மதிப்பைக் கண்டுபிடிக்கவும்: $(x \in Z)$

(அ) $x + 2 = 6$ (ஆ) $x + 3 = 9$

(இ) $x + 7 = 10$ (ஈ) $x + 10 = 13$

(உ) $x + 9 = 12$

II. y இன் மதிப்பைக் கண்டுபிடிக்கவும்: $(y \in Z)$

(அ) $13 + y = 12$ (ஆ) $25 + y = 25$

(இ) $17 + y = 10$ (ஈ) $19 + y = 16$

(உ) $13 + y = 13$

III. a இன் மதிப்பைக் கண்டுபிடிக்கவும்: $(a \in Z)$

(அ) $7 = a + 14$ (ஆ) $10 = a + 17$
(இ) $15 = a + 14$ (ஈ) $13 = a + 13$
(உ) $21 = a + 31$

IV. b இன் மதிப்பைக் கண்டுபிடிக்கவும்: $(b \in Z)$

(அ) $9 = 16 + b$ (ஆ) $13 = 21 + b$
(இ) $21 = 20 + b$ (ஈ) $10 = 25 + b$
(உ) $100 = 82 + b$

V. x இன் மதிப்பைக் கண்டுபிடிக்கவும்: $(x \in Z)$

(அ) $x - 1 = -5$ (ஆ) $x - 7 = -3$
(இ) $x - 9 = -8$ (ஈ) $x - 10 = -10$
(உ) $x - 3 = -97$

VI. r இன் மதிப்பைக் கண்டுபிடிக்கவும்: $(r \in Z)$

(அ) $11 - r = 15$ (ஆ) $15 - r = 20$
(இ) $28 - r = 30$ (ஈ) $100 - r = 100$
(உ) $99 - r = 101$

VII. t இன் மதிப்பைக் கண்டுபிடிக்கவும்: $(t \in Z)$

(அ) $9 = t - 7$ (ஆ) $13 = t - 11$
(இ) $-90 = t - 70$ (ஈ) $-85 = t - 5$
(உ) $-99 = t - 1$

VIII. y இன் மதிப்பைக் கண்டுபிடிக்கவும்: $(y \in Z)$

(அ) $15 = 18 - y$ (ஆ) $12 = 15 - y$
(இ) $11 = 19 - y$ (ஈ) $17 = 10 - y$
(உ) $16 = 8 - y$

விடைகள்

I.	(அ) 4	(ஆ) 6	(இ) 3	(ஈ) 3	(உ) 3
II.	(அ) -1	(ஆ) 0	(இ) -7	(ஈ) -3	(உ) 0
III.	(அ) -7	(ஆ) -7	(இ) 1	(ஈ) 0	(உ) -10
IV.	(அ) -7	(ஆ) -8	(இ) 1	(ஈ) -15	(உ) 18
V.	(அ) -4	(ஆ) 4	(இ) 1	(ஈ) 0	(உ) -94
VI.	(அ) -4	(ஆ) -5	(இ) -2	(ஈ) 0	(உ) -2
VII.	(அ) 16	(ஆ) 24	(இ) -20	(ஈ) -80	(உ) -98
VIII.	(அ) 3	(ஆ) 3	(இ) 8	(ஈ) -7	(உ) -8

2—2. ஒருபடிச் சமன்பாடுகள்—திருப்புதல் (ஆ):

நினைவு கூர்க:

(அ) $3x = 15$ என்றால் $x = 15 \div 3 = 5$

(ஆ) $7x = 21$ என்றால் xஇன் மதிப்பு என்ன?

(7இன் பெருக்கல் தலைகீழி $\frac{1}{7}$ ஆல் இருபுறமும் பெருக்குக.)

$$\frac{1}{7} \times 7x = \frac{1}{7} \times 21$$

$$x = 3$$

(இ) $5x = 21$ எனில், xஇன் மதிப்பு என்ன?

$$\frac{1}{5} \times 5x = \frac{1}{5} \times 21$$

$$x = \frac{21}{5}$$

பயிற்சி 2-2

I. x இன் மதிப்பைக் காண்க: $(x \in Z)$

(அ) $4x = 12$ (ஆ) $5x = 25$ (இ) $8 = 2x$

(ஈ) $32 = 16x$ (உ) $70 = 10x$

II. y இன் மதிப்பைக் காண்க; $(y \in Z)$

(அ) $3y = -12$ (ஆ) $4y = -24$

(இ) $5y = -30$ (ஈ) $7y = -140$

(உ) $12y = -12$

III. x இன் மதிப்பைக் காண்க: $(x \in Q)$

(அ) $2x = 3$ (ஆ) $3x = 5$ (இ) $4x = 21$

(ஈ) $5x = 27$ (உ) $7x = 39$

விடைகள்

I. (அ) 3 (ஆ) 5 (இ) 4 (ஈ) 2 (உ) 7

II. (அ) -4 (ஆ) -6 (இ) -6

(ஈ) -20 (உ) -1

III. (அ) $\frac{3}{2}$ (ஆ) $\frac{5}{3}$ (இ) $\frac{21}{4}$

(ஈ) $\frac{27}{5}$ (உ) $\frac{39}{7}$

2—3. ஒருபடிச் சமன்பாடுகள் — திருப்புதல் (இ) :

எடுத்துக்காட்டு :

தீர்க்க : $14 + 7x = 35$

$7x = 35 - 14$

$7x = 21$

$x = \frac{21}{7} = 3$

பயிற்சி 2-3

தீர்க்க : $(a, b, m, r, x, y \in Z)$

I. (அ) $18 + 3r = -33$ (ஆ) $57 + 7x = 22$
(இ) $25 + 9y = 16$ (ஈ) $67 + 5b = 42$
(உ) $55 + 6m = 103$

II. (அ) $9 = 2x + 1$ (ஆ) $14 = 5a + 24$
(இ) $12 = 6x + 36$ (ஈ) $15 = 11y + 48$
(உ) $11 = 10d + 101$

III. (அ) $18 = 15 - 3x$ (ஆ) $25 = 13 - 6x$
(இ) $54 = 19 - 7y$ (ஈ) $157 = 85 - 8y$
(உ) $71 = 46 - 5y$

IV. (அ) $-4x + 19 = 19$ (ஆ) $-5x - 14 = 6$
(இ) $5 - 3x = -19$ (ஈ) $16 - 8x = 24$
(உ) $71 - 12m = 35$

விடைகள்

I. (அ) -17 (ஆ) -5 (இ) -1
(ஈ) -5 (உ) 8

II. (அ) 4 (ஆ) -2 (இ) -4
(ஈ) -3 (உ) -9

III. (அ) -1 (ஆ) -2 (இ) -5
(ஈ) -9 (உ) -5

IV. (அ) 0 (ஆ) -4 (இ) 8
(ஈ) -1 (உ) 3

2—4. ஒருபடிச் சமன்பாடுகள் (ஈ) :

எடுத்துக்காட்டுகள் :

தீர்க்க:

(அ)
$$7x = 5(x + 3)$$
$$7x = 5x + 15$$
$$7x - 5x = 15$$
$$2x = 15$$
$$x = \frac{15}{2} = 7\frac{1}{2}$$

(ஆ)
$$2(4a + 2) = 3(a + 5)$$
$$8a + 4 = 3a + 15$$
$$8a - 3a = 15 - 4$$
$$5a = 11$$
$$a = \frac{11}{5} = 2\frac{1}{5}$$

பயிற்சி 2-4

தீர்க்க : $(x \in Q)$

I. (அ) $4x = 8(x + 2)$ (ஆ) $6x = 5(2x + 3)$
(இ) $5x = 2(4x + 10)$ (ஈ) $14x = 3(5x + 4)$
(உ) $4x = 2(4x + 5)$

II. (அ) $3(4x - 7) = 10x$ (ஆ) $5(5x - 6) = 9x$
(இ) $8(4x - 5) = 29x$ (ஈ) $2(2x - 5) = 7x$
(உ) $3(3x + 7) = 19x$

III. (அ) $5(3x + 1) = 4(2x + 5)$
(ஆ) $3(4x + 3) = 4(x + 3)$
(இ) $4(2x + 3) = 3(5x + 2)$
(ஈ) $6(6x + 5) = 10(2x + 9)$
(உ) $3(3x + 7) = 5(3x + 3)$

IV. (அ) $2(2x - 5) = 3(3x + 1)$
(ஆ) $16(4x - 3) = 10(7x + 9)$
(இ) $12(6 - x) = 6(2x - 9)$
(ஈ) $3(11 - 3x) = 2(6 + x)$
(உ) $3(3x - 7) = 5(2x - 3)$

விடைகள்.

I. (அ) -4 (ஆ) $-\frac{15}{4}$ (இ) $-\frac{20}{3}$

(ஈ) -12 (உ) $-\frac{5}{2}$

II. (அ) $\frac{21}{2}$ (ஆ) $\frac{15}{8}$ (இ) $\frac{40}{3}$

(ஈ) $-\frac{10}{3}$ (உ) $\frac{21}{10}$

III. (அ) $\frac{15}{7}$ (ஆ) $\frac{3}{8}$ (இ) $\frac{6}{7}$

(ஈ) $\frac{15}{4}$ (உ) 1

IV. (அ) $-\frac{13}{5}$ (ஆ) 23 (இ) $\frac{63}{12}$

(ஈ) $\frac{45}{11}$ (உ) 6

2—5. இரு மாறிகளின் சமன்பாடுகள் (அ):

எடுத்துக்காட்டு :

தீர்க்க : $x + y = 9$
$x - y = 3$

$x + y = 9$ ... (1)
$x - y = 3$ ... (2)

(1) + (2) $2x = 12$

$\frac{1}{2} \times 2x = \frac{1}{2} \times 12$

$x = 6$

(1) இல் $6 + y = 9$ ($x = 6$ எனப் பிரதியிட)

$-6 + 6 + y = -6 + 9$

$y = 3$

$\therefore\ x = 6;\ \ y = 3$

(2) இல் பிரதியிட்டுச் சரிபார்த்தால்,

$6 - 3 = 3$ என்பது சரியாகிறது.

பயிற்சி 2-5

தீர்க்க : $(a, b, c, d, r, s, x, y \in Z)$

(அ) $x + y = 12$, $x - y = 2$

(ஆ) $x + y = 10$, $x - y = 2$

(இ) $c + d = 26$, $c - d = 10$

(ஈ) $a + b = 18$, $a - b = 2$

(உ) $a + b = 15$, $a - b = 5$

(ஊ) $r + s = 20$, $r - s = 0$

(எ) $c + d = 13$, $c - d = 3$

(ஏ) $a + b = -3$, $a - b = -7$

(ஐ) $a + b = 4$, $a - b = 10$

(ஒ) $x + y = 1$, $-x + y = -19$

விடைகள்

(அ) (7, 5) (ஆ) (6, 4) (இ) (18, 8)

(ஈ) (10, 8) (உ) (10, 5) (ஊ) (10, 10)

(எ) (8, 5) (ஏ) (−5, 2) (ஐ) (7, −3)

(ஒ) (10, −9)

2—6. இரு மாறிகளின் சமன்பாடுகள் (ஆ):

எடுத்துக்காட்டு :

தீர்க்க :

$$2a + 3b = 12$$
$$2a - 3b = 0$$

$$2a + 3b = 12 \quad \ldots \quad (1)$$
$$2a - 3b = 0 \quad \ldots \quad (2)$$

(1) + (2) $\quad 4a = 12$

$$\frac{1}{4} \times 4a = \frac{1}{4} \times 12$$
$$a = 3$$

(1)இல் $6 + 3b = 12$ ($a = 3$ எனப் பிரதியிட)

$$3b = 12 - 6 = 6$$
$$b = 2$$
$$\therefore a = 3; \quad b = 2$$

பயிற்சி 2-6

தீர்க்க: $(a, b \in Z)$

(அ) $3a + 2b = 4$
$3a - 2b = 8$

(ஆ) $2a + 5b = 3$
$2a - 5b = -7$

(இ) $5a + b = -11$
$5a - b = -9$

(ஈ) $a + 4b = -9$
$a - 4b = 7$

(உ) $3a - 5b = 3$
$3a + 5b = -27$

(ஊ) $7a + 2b = 5$
$7a - 2b = 9$

(எ) $6a + 5b = 9$
$6a - 5b = 39$

(ஏ) $9a + 7b = 11$
$9a - 7b = 25$

(ஐ) $10a + 7b = -34$
$10a - 7b = -6$

(ஒ) $10a + 11b = -1$
$10a - 11b = 21$

விடைகள்

(அ) 2, —1 (ஆ) —1, 1 (இ) —2, —1
(ஈ) —1, —2 (உ) —4, —3 (ஊ) 1, —1
(எ) 4, —3 (ஏ) 2, —1 (ஐ) —2, —2
(ஒ) 1, —1

2—7. இரு மாறிகளின் சமன்பாடுகள் (இ):

எடுத்துக்காட்டு:

தீர்க்க:

$$4x + 3y = 5$$
$$4x - 2y = 10$$

$$4x + 3y = 5 \quad \ldots \quad (1)$$
$$4x - 2y = 10 \quad \ldots \quad (2)$$

(1) — (2) $5y = -5$

$$\frac{1}{5} \times 5y = \frac{1}{5} \times (-5)$$
$$y = -1$$

(1)இல் $4x - 3 = 5$ ($y = -1$ எனப் பிரதியிட)

$$4x - 3 + 3 = 5 + 3$$
$$4x = 8$$
$$x = 2$$

$$\therefore \; x = 2; \quad y = -1$$

பயிற்சி 2-7

தீர்க்க: $(x, y \in Z)$

(அ) $x + y = 0$, $x - 3y = 8$

(ஆ) $2x + 3y = 1$, $2x - 5y = -7$

(இ) $3x + 4y = 5$, $3x - 5y = 14$

(ஈ) $4x + 3y = -11$, $4x - 5y = -3$

(உ) $5x + 2y = -26$, $5x - 3y = 36$

(ஊ) $6x + 4y = -28$, $6x - 5y = -19$

(எ) $7x + 6y = 22$, $7x - 5y = 33$

(ஏ) $8x + 3y = -74$, $8x - 5y = -26$

(ஐ) $9x + 4y = 39$, $9x - 7y = 105$

(ஒ) $10x - 7y = 39$, $10x + 6y = -52$

விடைகள்

(அ) $2, -2$ (ஆ) $-1, 1$ (இ) $3, -1$

(ஈ) $-2, -1$ (உ) $6, -2$ (ஊ) $-4, -1$

(எ) $4, -1$ (ஏ) $-7, -6$ (ஐ) $7, -6$

(ஒ) $-1, -7$

2—8. இரு மாறிகளின் சமன்பாடுகள் (ஈ):

எடுத்துக்காட்டு:

தீர்க்க:

$$3x + 4y = 1$$
$$5x + 4y = 7$$

$$3x + 4y = 1 \quad \ldots (1)$$
$$5x + 4y = 7 \quad \ldots (2)$$

(1) − (2) $$-2x = -6$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)(-2x) = \left(-\frac{1}{2}\right)(-6)$$

$$x = 3$$

(1)இல் $$9 + 4y = 1 \quad (x = 3 \text{ எனப் பிரதியிட})$$

$$-9 + 9 + 4y = -9 + 1$$

$$4y = -8$$

$$y = -2$$

$$\therefore\ x = 3;\quad y = -2$$

பயிற்சி 2-8

தீர்க்க: $(x, y \in Z)$

(அ) $x + 2y = -1$
$3x + 2y = 1$

(ஆ) $4x + 3y = -7$
$5x + 3y = -5$

(இ) $2x + 4y = 0$
$8x + 4y = 48$

(ஈ) $5x + 7y = -29$
$6x + 7y = -25$

(உ) $7x + 13y = -16$
$11x + 13y = 12$

(ஊ) $3x + 5y = -1$
$4x + 5y = 2$

(எ) $5x + 6y = 2$
$7x + 6y = -14$

(ஏ) $7x + 8y = -8$
$3x + 8y = -40$

(ஐ) $8x + 9y = -16$
$5x + 9y = -37$

(ஒ) $2x + 7y = 35$
$5x + 7y = 14$

விடைகள்

(அ) 1, −1 (ஆ) 2, −5 (இ) 8, −4

(ஈ) 4, −7 (உ) 7, −5 (ஊ) 3, −2

(எ) −8, 7 (ஏ) 8, −8 (ஐ) 7, −8

(ஒ) −7, 7

2—9. இரு மாறிகளின் சமன்பாடுகள் (உ) :

எடுத்துக்காட்டு :

தீர்க்க :

$$2x + 3y = -4$$
$$5x + 7y = -9$$

இச்சமன்பாடுகளில் x இன் குணகங்களும் சமமல்ல; y இன் குணகங்களும் சமமல்ல. எனவே, அவற்றில் ஏதேனும் ஒன்றின் குணகங்களைச் சமன்படுத்தும் சமானச் சமன்பாடுகளைக் காண்போம்.

$$2x + 3y = -4 \quad \dots (1)$$
$$5x + 7y = -9 \quad \dots (2)$$

x இன் குணகங்கள் 2, 5. அவற்றின் மீ.சி.ம. 10.

x இன் குணகங்களைப் 10ஆக மாற்றுக.

(1) $\times 5$ $\quad 10x + 15y = -20 \quad \ldots (3)$

(2) $\times 2$ $\quad 10x + 14y = -18 \quad \ldots (4)$

(3) − (4) $\quad y = -2$

(1) இல் $\quad 2x - 6 = -4$ ($y = -2$ எனப் பிரதியிட)

$$2x - 6 + 6 = -4 + 6$$

$$2x = 2$$

$$\frac{1}{2} \cdot 2x = \frac{1}{2} \cdot 2$$

$$x = 1$$

$$\therefore \; x = 1; \; y = -2$$

பயிற்சி 2-9

தீர்க்க : $(x, y \in Z)$

(அ) $2x + 3y = 2$
$3x + 4y = 2$

(ஆ) $5x + 7y = -7$
$3x + 7y = -10$

(இ) $4x + 5y = -4$
$7x + 3y = 16$

(ஈ) $6x + 7y = 3$
$11x + 9y = 17$

(உ) $9x + 5y = 12$
$3x + 2y = 3$

(ஊ) $11x + 9y = 14$
$5x + 7y = -14$

(எ) $4x + 7y = -45$
$5x + 8y = -51$

(ஏ) $11x + 12y = -38$
$7x + 9y = -31$

(ஐ) $13x + 11y = -28$
$11x + 12y = -21$

(ஒ) $3x + 7y = -18$
$5x + 9y = -22$

விடைகள்

(அ) $-2, 2$ (ஆ) $-1, -1$ (இ) $4, -4$

(ஈ) $4, -3$ (உ) $3, -3$ (ஊ) $7, -7$

(எ) $1, -7$ (ஏ) $2, -5$ (ஐ) $-3, 1$

(ஒ) $1, -3$

2—10. இரு மாறிகளின் சமன்பாடுகள் (ஊ):

எடுத்துக்காட்டு :

தீர்க்க : $5x - 7y = 9$
$9x - 5y = 1$

$5x - 7y = 9 \quad \ldots \ (1)$
$9x - 5y = 1 \quad \ldots \ (2)$

x இன் குணகங்கள் 5, 9. அவற்றின் மீ.சி.ம. 45.
x இன் குணகங்களை 45 ஆக மாற்றுக.

(1) × 9 $\quad 45x - 63y = 81 \quad \ldots \ (3)$

(2) × 5 $\quad 45x - 25y = 5 \quad \ldots \ (4)$

(3) — (4) $\quad -38y = 76$

$$\left(-\frac{1}{38}\right)\left(-38y\right) = \left(-\frac{1}{38}\right) \times 76$$

$$y = -2$$

(1)இல் $5x + 14 = 9$ ($y = -2$ எனப் பிரதியிட)

$$5x = 9 - 14 = -5$$
$$x = -1$$
$$\therefore \ x = -1; \quad y = -2$$

பயிற்சி 2-10

தீர்க்க : $(x, y \in Z)$

(அ) $3x - 4y = 25$
$4x - 5y = 33$

(ஆ) $2x - 7y = 39$
$3x - 5y = 31$

(இ) $5x - 6y = 33$
$7x - 9y = 48$

(ஈ) $4x - 7y = 23$
$5x - 8y = 28$

(உ) $7x - 8y = -15$
$3x - 11y = -14$

(ஊ) $9x - 7y = 32$
$11x - 10y = 42$

(எ) $5x - 7y = 36$
$6x - 11y = 51$

(ஏ) $11x - 9y = 42$
$13x - 11y = 50$

(ஐ) $3x - 7y = 24$
$4x - 9y = 31$

(ஒ) $x - 13y = 15$
$10x - 11y = 31$

விடைகள்

(அ) 7, — 1 (ஆ) 2, — 5 (இ) 3, — 3
(ஈ) 4, — 1 (உ) —1, 1 (ஊ) 2, — 2
(எ) 3, — 3 (ஏ) 3, — 1 (ஐ) 1, — 3
(ஒ) 2, — 1

2—11. இரு மாறிகளின் சமன்பாடுகள் — பல்வகைக் கணக்குகள் :

எடுத்துக்காட்டு :

கண்ணன் சைமனைவிட 4 ஆண்டுகள் வயதில் மூத்தவனாகும். இருவரின் வயதுகளின் கூட்டுத் தொகை 20 ஆண்டுகள் எனில், ஒவ்வொருவரின் வயது என்ன ?

சைமனின் வயது x ஆண்டுகள்,

கண்ணனின் வயது y ஆண்டுகள் எனக் கொள்வோம்.

இருவரின் வயதுகளின் கூட்டுத் தொகை

$(x + y)$ ஆண்டுகள்

இவ்விருவரின் வயதுகளின் கூட்டுத் தொகை 20 ஆண்டுகள் எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

$$\therefore \quad x + y = 20 \qquad \ldots \ (1)$$

கண்ணனின் வயதிற்கும் சைமனின் வயதிற்கும் உள்ள வித்தியாசம் 4 ஆண்டுகள்.

$$y - x = 4$$

அதாவது $-x + y = 4 \qquad \ldots \ (2)$

தீர்க்கவும் :

$$x + y = 20 \qquad \ldots \ (1)$$

$$-x + y = 4 \qquad \ldots \ (2)$$

$(1) + (2)$ $\quad 2y = 24$

$$\frac{1}{2} \times 2y = \frac{1}{2} \times 24$$

$$y = 12$$

(1)இல் $\quad x + 12 = 20$ ($y = 12$ எனப்பிரதியிட)

$$x = 20 - 12$$

$$x = 8$$

$\therefore$ கண்ணனின் வயது $= 12$ ஆண்டுகள்

சைமனின் வயது $= 8$ ஆண்டுகள்

பயிற்சி 2-11

கீழ்க்கண்ட கணக்குகளுக்குச் சமன்பாடுகளை எழுதித் தீர்க்கவும்.

(அ) தொடர்ச்சியான இரு இயல் எண்களின் கூட்டுத் தொகை 15 எனில், அவ்வெண்கள் யாவை?

(ஆ) இரண்டு இயல் எண்களின் கூட்டுத் தொகை 20; அவைகளின் வித்தியாசம் 2. அவ்வெண்கள் யாவை?

(இ) A, Bயைக் காட்டிலும் ரூ. 40 அதிகம் பெறும்படியாக ரூ. 500ஐ இருவருக்கும் பங்கிடுக.

(ஈ) ஒருவர் தம் மகனைப்போல் எட்டு மடங்கு வயதுடையவர். 3 ஆண்டுகளுக்கு முன்னர் அவர் தம் மகனைப்போல் 15 மடங்கு வயதுடையவராக இருந்தார் எனில், இப்போது தந்தை, மகன் இவர்களின் வயதுகளைக் கண்டுபிடிக்க.

(உ) பத்மினி, ஷீலாவைவிட 3 ஆண்டுகள் வயதில் மூத்தவள். 6 ஆண்டுகளுக்குப் பின்னர் அவர்களின் வயதுகளின் விகிதம் 7 : 6 எனில், தற்போது அவர்களின் வயதுகள் என்ன?

(ஊ) தற்போது இரவியின் வயது தன் தந்தையின் வயதில் மூன்றில் ஒரு பங்காகும். 12 ஆண்டுகளுக்குப் பின்னர் இரவியின் வயது தன் தந்தையின் வயதில் இரண்டில் ஒரு மடங்காகிறது. அவர்களின் தற்போதைய வயதுகள் என்ன?

(எ) ஒரு புத்தகமும் ஒரு பேனாவும் சேர்ந்து ரூ. 64 விலையாகிறது. புத்தகத்தின் விலை பேனாவின் விலையை விட ரூ. 16 குறைவு என்றால், பேனா, புத்தகம் இவை ஒவ்வொன்றின் தனித்தனி விலை என்ன என்று கண்டுபிடிக்கவும்.

(ஏ) 5 போட்டோ ஆல்பமும், 7 பிலிம் சுருளும் சேர்ந்து மொத்த விலை ரூ. 86 ஆகிறது. 4 போட்டோ ஆல்பம், 8 பிலிம் சுருள் இவற்றின் மொத்த விலை ரூ. 88 என்றால், ஒரு போட்டோ ஆல்பம் விலை என்ன? ஒரு பிலிம் சுருள் விலை என்ன?

(ஐ) 8 கிகி காப்பிக் கொட்டையும், 10 கிகி சர்க்கரையும் சேர்ந்து ரூ. 198 ஆகிறது. 13 கிகி காப்பிக் கொட்டையும், 15 கிகி சர்க்கரையும் சேர்ந்து ரூ. 313 ஆகிறது. ஒரு கிகி காப்பிக்கொட்டையின் விலையையும் ஒரு கிகி சர்க்கரையின் விலையையும் கண்டுபிடிக்க.

(ஒ) 3 கிகி அரிசியும், 4 கிகி கோதுமையும் சேர்ந்து ரூ. 17 ஆகிறது. 5 கிகி அரிசியும், 6 கிகி கோதுமையும் சேர்ந்து ரூ. 27 ஆகிறது. 4 கிகி அரிசியும், 5 கிகி கோதுமையும் சேர்ந்து என்ன விலையாகும்?

(ஓ) ஒரு மாம்பழம் ஓர் ஆரஞ்சுப் பழத்தைக் காட்டிலும் 30 பை அதிக விலையில் விற்கப்படுகிறது. 9 மாம்பழங்களும், 3 ஆரஞ்சுகளும் சேர்ந்து விலை ரூ. 9-90 என்றால், ஒவ்வொரு பழத்தின் விலை என்ன?

(ஔ) ஓர் எண் மற்றோர் எண்ணைப் போல் 3 இல் 2 பங்கு மதிப்புடையது. அவ்விரு எண்களின் கூட்டுத் தொகை $\frac{28}{3}$ எனில், அவ்வெண்களைக் கண்டுபிடிக்க.

(க) ஒரு நீராவிப் படகின் வேகம் ஓர் ஆற்றில் தண்ணீர் திசையில் மணிக்கு 30 கிமீ; தண்ணீர் செல்லும் திசையின் எதிர்த் திசையில் அதன் வேகம் மணிக்கு 16 கிமீ. அப்படகு நிலையான நீரில் என்ன வேகத்தில் செல்லும் என்பதையும், ஆற்று நீரின் வேகம் என்ன என்பதையும் கண்டுபிடிக்க.

(ங) ஒரு செவ்வகத்தின் அகலம் அதன் நீளத்தில் 3 இல் 2 பங்காகும். அச்செவ்வகத்தின் சுற்றளவு 90 மீ எனில் அதன் நீள, அகலங்களைக் கண்டுபிடிக்க.

(ச) ஒரு நாடகச் சாலையில் முதல் வகுப்பு டிக்கெட் ஒன்றின் விலை ரூ. 3-50 வீதமும், இரண்டாம் வகுப்பு டிக்கெட் ஒன்றின் விலை ரூ. 1-25 வீதமும் விற்கப்படுகின்றன. இவ்விரு வகையிலும் சேர்ந்து மொத்தம் 340 டிக்கெட்டுகளின் மொத்த விலை ரூ. 672-50 என்றால், ஒவ்வொரு வகையிலும் விற்கப்பட்ட டிக்கெட்டுகளின் எண்ணிக்கையினைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

விடைகள்

(அ) 7, 8 (ஆ) 9, 11 (இ) 230, 270

(ஈ) 6, 48 (உ) 15, 12 (ஊ) 12, 36

(எ) ரூ. 24, ரூ. 40 (ஏ) ரூ. 6, ரூ. 8 (ஐ) ரூ. 16, ரூ. 7

(ஒ) ரூ. 22 (ஓ) 60 பை, 90 பை

(ஔ) $\frac{28}{5}$, $\frac{56}{15}$ (க) 23 கிமீ, 7 கிமீ

(ங) 27மீ, 18மீ (ச) 110, 230

3—1. அசமன்பாடுகள் (அ) :

$x + 5 = 8$ இது ஒரு சமன்பாடு.

$x + 5 > 8$, $x + 5 < 8$ இவை அசமன்பாடுகள்.

$x + 5 \geqslant 8$, $x + 5 \leqslant 8$ இவையும் அசமன்பாடுகள்.

எடுத்துக்காட்டுகள்:

(அ) இயல் எண் கணத்தில் $n < 5$ என்பதன் தீர்வுக் கணத்தை எழுதுக.

இயல் எண் கணம் $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \ldots\}$

$n < 5$

$n = 1, 2, 3, 4$

தீர்வுக் கணம் $= \{1, 2, 3, 4\}$

(ஆ) முழுக்கள் கணத்தில் $b > 6$ என்பதன் தீர்வுக் கணத்தை எழுதுக.

முழுக்கள் கணம் $= \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$

$b = 7, 8, 9, \ldots$

தீர்வுக் கணம் $= \{7, 8, 9, \ldots\}$

(இ) இயல் எண் கணத்தில் $c \geqslant 4$ என்ற அசமன்பாட்டின் தீர்வுக் கணத்தை எழுதுக.

$c \geqslant 4$ எனில்,

$c = 4, 5, 6, \ldots$

தீர்வுக் கணம் $= \{4, 5, 6, \ldots\}$

(ஈ) இயல் எண் கணத்தில் $y \leqslant -1$ என்ற அசமன்பாட்டின் தீர்வுக் கணத்தை எழுதுக.

$y \leqslant -1$ எனில்,

தீர்வுக் கணம் வெற்றுக் கணம் ஆகும்.

தீர்வுக் கணம் $= \{\ \}$

[குறிப்பு: 1க்குக் குறைவான எண்கள், குறை எண்கள். அவை இயல் எண் கணத்தில் கிடையா.]

(உ) இயல் எண் கணத்தில் $x + 2 > 7$ என்ற அசமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும்.

$$x + 2 > 7$$
$$x + 2 - 2 > 7 - 2$$
$$x > 5$$
$$x = 6, 7, 8, \ldots$$

தீர்வுக் கணம் $= \{6, 7, 8, \ldots\}$

(ஊ) $n - 5 > 4$, $n \in N$ என்ற அசமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும்.

$n - 5 > 4$ எனில்,

$$n - 5 + 5 > 4 + 5$$
$$n > 9$$
$$n = 10, 11, 12, \ldots$$

தீர்வுக் கணம் $= \{10, 11, 12, \ldots\}$

(எ) தீர்க்க: $y - 7 \leqslant 3$, $y \in N$

$$y - 7 + 7 \leqslant 3 + 7$$
$$y \leqslant 10$$
$$y = 1, 2, 3, \ldots, 10$$

தீர்வுக் கணம் $= \{1, 2, 3, \ldots, 10\}$

பயிற்சி 3-1

கீழ்க்காணும் அசமன்பாடுகளின் தீர்வுக் கணத்தை எழுதுக.
$(m, x \in N)$

I. (அ) $x + 4 > 7$ (ஆ) $x + 4 < 7$
(இ) $x + 4 \geqslant 7$ (ஈ) $x + 4 \leqslant 7$

II. (அ) $x - 3 > 4$ (ஆ) $x - 3 < 4$
(இ) $x - 3 \geqslant 4$ (ஈ) $x - 3 \leqslant 4$

III. (அ) $m - 4 > 4$ (ஆ) $m - 4 < 4$
(இ) $m - 4 \geqslant 4$ (ஈ) $m - 4 \leqslant 4$

விடைகள்

I. (அ) $\{4, 5, 6, \ldots\}$ (ஆ) $\{1, 2\}$
(இ) $\{3, 4, 5, \ldots\}$ (ஈ) $\{1, 2, 3\}$

II. (அ) $\{8, 9, 10, \ldots\}$ (ஆ) $\{1, 2, 3, \ldots 6\}$
(இ) $\{7, 8, 9, \ldots\}$ (ஈ) $\{1, 2, 3, \ldots 7\}$

III. (அ) $\{9, 10, 11, \ldots\}$ (ஆ) $\{1, 2, 3, \ldots 7\}$
(இ) $\{8, 9, 10, \ldots\}$ (ஈ) $\{1, 2, 3, \ldots 8\}$

3—2. அசமன்பாடுகள் (ஆ):

எடுத்துக்காட்டுகள்:

தீர்க்க:

(i) $6n < 24; \quad n \in N$

$6n < 24$ எனில்,

$$\frac{1}{6} \times 6n < \frac{1}{6} \times 24$$

$$n < 4$$

$$n = 1, 2, 3$$

தீர்வுக் கணம் $= \{1, 2, 3\}$

(ii) $5x > 10; \quad x \in N$

$5x > 10$ எனில்,

$$\frac{1}{5} \times 5x > \frac{1}{5} \times 10$$

$$x > 2$$

$$x = 3, 4, 5, \ldots$$

தீர்வுக் கணம் $= \{3, 4, 5, \ldots\}$

(iii) $7y \geqslant 35$; $y \in N$

$7y \geqslant 35$ எனில்,

$$\frac{1}{7} \times 7y \geqslant \frac{1}{7} \times 35$$

$$y \geqslant 5$$

$$y = 5, 6, 7, \ldots$$

தீர்வுக் கணம் $= \{5, 6, 7, \ldots\}$

(iv) (அ) $8 > 5$ (ஆ) $2 < 6$ (இ) $-3 > -8$

$-8 < -5$ $-2 > -6$ $3 < 8$

[குறிப்பு : அசமன்பாட்டில் இருபுறமும் ஒரு மிகை எண்ணால் வகுக்கும்போதோ அல்லது பெருக்கும்போதோ அந்த அசமன்பாட்டில் எவ்வித மாற்றமுமில்லை. அதன் மதிப்பு அங்ஙனமே இருக்கும். ஆனால் குறை எண்ணால் வகுக்கும்போதோ அல்லது பெருக்கும்போதோ அசமன்பாடு மாறும்.]

(v) $-2x < 8$; $x \in Z$

$-2x < 8$ எனில்,

-2ஆல் வகுக்க,

$$\frac{-2x}{-2} > \frac{8}{-2}$$

அதாவது, $x > -4$

தீர்வுக் கணம் $= \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$

(vi) $-7x > 21$; $x \in N$

$-7x > 21$ எனில்,

$$\frac{1}{-7} \times (-7x) < \frac{1}{-7} \times 21$$

$$x < -3$$

தீர்வுக் கணம் $= \phi$

(vii) $-9x < 27$; $x \in N$

$-9x < 27$ எனில்,

$$\frac{1}{-9} \times (-9x) > \frac{1}{-9} \times 27$$

$$x > -3$$

$$x = 1, 2, 3, 4, \ldots$$

தீர்வுக் கணம் $= \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$

பயிற்சி 3-2

கீழ்க்கண்ட அசமன்பாடுகளைத் தீர்க்கவும் :

I. (அ) $6m > 54,\ m \in N$ (இ) $6m \geqslant 54,\ m \in N$

(ஆ) $6m < 54$ (ஈ) $6m \leqslant 54$

II. (அ) $8x > 96,\ x \in W$ (இ) $8x \geqslant 96,\ x \in W$

(ஆ) $8x < 96$ (ஈ) $8x \leqslant 96$

III. (அ) $24m > 120,\ m \in N$ (இ) $24m \geqslant 120,\ m \in N$

(ஆ) $24m < 120$ (ஈ) $24m \leqslant 120$

IV. (அ) $4d > 76,\ d \in W$ (இ) $4d \leqslant 76,\ d \in W$

(ஆ) $4d < 76$ (ஈ) $4d \geqslant 76$

விடைகள்

I. (அ) $\{10, 11, 12, \ldots\}$ (ஆ) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

(இ) $\{9, 10, 11, \ldots\}$ (ஈ) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

II. (அ) $\{13, 14, 15, \ldots\}$

(ஆ) $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$

(இ) $\{12, 13, 14, \ldots\}$

(ஈ) $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$

III. (அ) $\{6, 7, 8, \ldots\}$ (ஆ) $\{1, 2, 3, 4\}$

(இ) $\{5, 6, 7, \ldots\}$ (ஈ) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

IV. (அ) $\{20, 21, \ldots\}$ (ஆ) $\{0, 1, 2, \ldots, 18\}$

(இ) $\{0, 1, 2, \ldots, 19\}$ (ஈ) $\{19, 20, \ldots\}$

4-1. முற்றொருமைகள் (அ) :

நினைவு கூர்க :

$$2(a+b) = 2a + 2b$$
$$5(a-b) = 5a - 5b$$
$$-3(a+b) = -3a - 3b$$
$$-4(a-b) = -4a + 4b$$
$$a(b+c) = ab + ac$$

எடுத்துக்காட்டுகள் :

(i) $5(2a^2 + 3a + 1) = 10a^2 + 15a + 5$

(ii) $x(2a + b + 4) = 2ax + bx + 4x$

(iii) $7x(x^2 + 2x + 7) = 7x^3 + 14x^2 + 49x$

பயிற்சி 4-1 (திருப்புதல்)

விரிவுபடுத்துக :

I. (அ) $3(x + 4)$ (ஆ) $5(3x + 7)$
(இ) $2(a + 5)$ (ஈ) $9(m + 5)$
(உ) $7(4c + 1)$ (ஊ) $9(3t + 8)$
(எ) $4(5x^2 + 10)$ (ஏ) $5(x^2 + 10)$
(ஐ) $2(3ab + 1)$ (ஒ) $6(2xy + 5)$

II. (அ) $2(x + y)$ (ஆ) $3(m^2 + n)$
(இ) $4(y + z)$ (ஈ) $9(2x^2 + 5x)$
(உ) $12(2b^2 + 3c^2)$ (ஊ) $(3x + 7y^2)10$
(எ) $5(3c^2 + 4d^2)$ (ஏ) $(x^3 + x^2)7$
(ஐ) $9(m^3 + m)$

III. (அ) $s(s + 10s^2)$ (ஆ) $x(x + y)$
(இ) $a(x + 3z)$ (ஈ) $n(n^2 + n)$
(உ) $b(3a + 5b)$ (ஊ) $x(c^2 + d^2)$
(எ) $h^2(2h + 5h^2)$ (ஏ) $b(5m + 2n)$
(ஐ) $m^2(2m^3 + n^2)$

IV. (அ) $6a(4a^2 + 3a)$ (ஆ) $3x^2(x^2 + 3x)$
(இ) $9a(2a^2 + a + 6)$ (ஈ) $6m^2(m^2 + 3m + 2)$
(உ) $2s^2(3r + 7s + 5t)$ (ஊ) $7x(x^3 + 2x^2 + 3x + 1)$

V. (அ) $4ab(2a + 3b)$ (ஆ) $7x^2y(x^2 + xy + y^2)$
(இ) $9a^2b(3a^2b + 3ab^2)$ (ஈ) $6m^2n^3(m^3 + n^3 + n^2 + 1)$
(உ) $6bc^2y(2b^2 + 5c^2 + y^2 + 3)$
(ஊ) $5xy(3x + 4y + 1)$
(எ) $2x^2y^2(2zy + xy^2 + 1)$
(ஏ) $xy(x^4 + x^3y + xy^3 + xy^4)$
(ஐ) $4ab(a^2 + a)$
(ஒ) $3x^4yz^3(x^3y + 6y^2z + 4)$

விடைகள்

I. (அ) $3x + 12$ (ஆ) $15x + 35$

(இ) $2a + 10$ (ஈ) $9m + 45$

(உ) $28c + 7$ (ஊ) $27t + 72$

(எ) $20x^2 + 40$ (ஏ) $5x^2 + 50$

(ஐ) $6ab + 2$ (ஒ) $12xy + 30$

II. (அ) $2x + 2y$ (ஆ) $3m^2 + 3n$ (இ) $4y + 4z$

(ஈ) $18x^2 + 45x$ (உ) $24b^2 + 36c^2$

(ஊ) $30x + 70y^2$ (எ) $15c^2 + 20d^2$

(ஏ) $7x^3 + 7x^2$ (ஐ) $9m^3 + 9m$

III. (அ) $s^2 + 10s^3$ (ஆ) $x^2 + xy$ (இ) $ax + 3az$

(ஈ) $n^3 + n^2$ (உ) $3ab + 5b^2$

(ஊ) $xc^2 + xd^2$ (எ) $2h^3 + 5h^4$

(ஏ) $5bm + 2bn$ (ஐ) $2m^5 + m^2n^2$

IV. (அ) $24a^3 + 18a^2$ (ஆ) $3x^4 + 9x^3$

(இ) $18a^3 + 9a^2 + 54a$ (ஈ) $6m^4 + 18m^3 + 12m^2$

(உ) $6s^2r + 14s^3 + 10s^2t$

(ஊ) $7x^4 + 14x^3 + 21x^2 + 7x$

V. (அ) $8a^2b + 12ab^2$ (ஆ) $7x^4y + 7x^3y^2 + 7x^2y^3$

(இ) $27a^4b^2 + 27a^3b^3$

(ஈ) $6m^5n^3 + 6m^2n^6 + 6m^2n^5 + 6m^2n^3$

(உ) $12b^3c^2y + 30bc^4y + 6bc^2y^3 + 18bc^2y$

(ஊ) $15x^2y + 20xy^2 + 5xy$

(எ) $4x^2y^3z + 2x^3y^4 + 2x^2y^2$

(ஏ) $x^5y + x^4y^2 + x^2y^4 + x^2y^5$ (ஐ) $4a^3b + 4a^2b$

(ஒ) $3x^7y^2z^3 + 18x^4y^3z^4 + 12x^4yz^3$

4—2. முற்றொருமைகள் (ஆ):

எடுத்துக்காட்டுகள் :

$$2(x-5) = 2x-10$$

$$-3(x+y-7) = -3x-3y+21$$

பயிற்சி 4-2

பெருக்குக :

I. (அ) $2(x-y)$ (ஆ) $3(m^2-n)$

(இ) $5(x^2-y^2)$ (ஈ) $+7(x-y)$

(உ) $6(x^2-y)$ (ஊ) $11(x^2+y^2-1)$

(எ) $3(c^2-cd-d^2)$ (ஏ) $10(m^2-mn+n^2+1)$

(ஐ) $100(a^2-ab-b^2-a)$ (ஒ) $1(x^2+y^2+xy-x)$

II. (அ) $(-a^2)(a^2-3)$ (ஆ) $(5y+4)(-y^2)$

(இ) $(a^2-a+1)(-a^2)$ (ஈ) $(-m^2)(m^3-m^2+m-1)$

(உ) $(-ty)(t^2+ty-t-y-1)$

(ஊ) $-x^2(3x^3-2x^2+2x-1)$

(எ) $-x^2y^2(x^3-x^2y^2+xy^3-y^4)$

(ஏ) $bx(b^2-bx-1)$

விடைகள்

I. (அ) $2x-2y$ (ஆ) $3m^2-3n$ (இ) $5x^2-5y^2$

(ஈ) $7x+7y$ (உ) $6x^2-6y$ (ஊ) $11x^2+11y^2-11$

(எ) $3c^2-3cd-3d^2$ (ஏ) $10m^2-10mn+10n^2+10$

(ஐ) $100a^2-100ab-100b^2-100a$

(ஒ) x^2+y^2+xy-x

II. (அ) $-a^4+3a^2$ (ஆ) $-5y^3-4y^2$

(இ) $-a^4+a^3-a^2$ (ஈ) $-m^5+m^4-m^3+m^2$

(உ) $-t^3y-t^2y^2+t^2y+ty^2+ty$

(ஊ) $-3x^5+2x^4-2x^3+x^2$

(எ) $-x^5y^2+x^4y^4-x^3y^5+x^2y^6$

(ஏ) $b^3x-b^2x^2-bx$

4—3. முற்றொருமைகள் (இ):

[$(x + a)\ (x + b)$-இன் விரிவு]

கீழ்க்கண்ட பெருக்கல் பலன் ளைக் கவனிக்கவும்:

(i) $(x + 1)(x + 2)$

$$= x(x + 2) + 1(x + 2)$$
$$= x^2 + 2x + x + 2$$
$$= x^2 + 3x + 2$$
$$= x^2 + (1 + 2)x + 1.2$$

(ii) $(x + 3)(x + 5)$

$$= x(x + 5) + 3(x + 5)$$
$$= x^2 + 5x + 3x + 15$$
$$= x^2 + (3 + 5)x + 3 \cdot 5$$

நினைவிற் கொள்க:

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

எடுத்துக்காட்டு:

$$(x + 5)(x + 9) = x^2 + (5 + 9)x + 5 \cdot 9$$
$$= x^2 + 14x + 45$$

பயிற்சி 4-3

பெருக்கற்பலனைக் கண்டுபிடிக்க:

(அ) $(x + 1)(x + 2)$ (ஆ) $(x + 2)(x + 3)$

(இ) $(x + 3)(x + 5)$ (ஈ) $(x + 7)(x + 3)$

(உ) $(x + 8)(x + 1)$ (ஊ) $(x + 10)(x + 9)$

(எ) $(x + 6)(x + 4)$ (ஏ) $(t + 5)(t + 10)$

(ஐ) $(s + 9)(s + 11)$ (ஒ) $(r + 2)(r + 8)$

(ஓ) $(y + 5)(y + 12)$ (ஔ) $(y + 3)(y + 9)$

(க) $(b + 5)(b + 11)$ (ங) $(b + 9)(b + 12)$

(ச) $(m + 11)(m + 12)$ (ஞ) $(m + 4)(m + 9)$

(ட) $(m + 5)(m + 7)$ (ண) $(m + 9)(m + 1)$

(த) $(c + 8)(c + 10)$ (ந) $(d + 9)(d + 10)$

விடைகள்

(அ)	$x^2 + 3x + 2$	(ஆ)	$x^2 + 5x + 6$
(இ)	$x^2 + 8x + 15$	(ஈ)	$x^2 + 10x + 21$
(உ)	$x^2 + 9x + 8$	(ஊ)	$x^2 + 19x + 90$
(எ)	$x^2 + 10x + 24$	(ஏ)	$t^2 + 15t + 50$
(ஐ)	$s^2 + 20s + 99$	(ஒ)	$r^2 + 10r + 16$
(ஓ)	$y^2 + 17y + 60$	(ஔ)	$y^2 + 12y + 27$
(க)	$b^2 + 16b + 55$	(ங)	$b^2 + 21b + 108$
(ச)	$m^2 + 23m + 132$	(ஞ)	$m^2 + 13m + 36$
(ட)	$m^2 + 12m + 35$	(ண)	$m^2 + 10m + 9$
(த)	$c^2 + 18c + 80$	(ந)	$d^2 + 19d + 90$

4—4. முற்றொருமைகள் (ஈ) :

[$(x - a)\ (x - b)$-இன் விரிவு]

கீழ்க்கண்ட பெருக்கற் பலன்களைக் கவனிக்கவும்.

(i) $$(x-3)(x-5) = x(x-5) - 3(x-5)$$
$$= x^2 - 5x - 3x + (-3)(-5)$$
$$= x^2 - 8x + 15$$
$$= x^2 - (5+3)x + 3 \cdot 5$$

(ii) $$(p-6)(p-9) = p(p-9) - 6(p-9)$$
$$= p^2 - 9p - 6p + 54$$
$$= p^2 - (6+9)p + 6 \cdot 9$$

இவற்றினின்று நாம் பெறுவது,

$$(x - a)(x - b) = x^2 - (a+b)x + ab$$

நினைவிற் கொள்க :

$$\boxed{(x - a)(x - b) = x^2 - (a + b)x + ab}$$

எடுத்துக்காட்டுகள் :

(i) $(a-7)(a-6) = a^2-(7+6)a+7\cdot6$

$= a^2-13a+42$

(ii) $98 \times 99 = (100-2)(100-1)$

$= 100^2-(2+1)\,100+2$

$= 10000-300+2$

$= 9702$

பயிற்சி 4-4

I. விரிவுபடுத்துக:

(அ) $(x-1)(x-2)$ (ஆ) $(x-2)(x-3)$

(இ) $(x-3)(x-4)$ (ஈ) $(x-4)(x-5)$

(உ) $(x-5)(x-6)$ (ஊ) $(x-6)(x-7)$

(எ) $(x-7)(x-8)$ (ஏ) $(x-8)(x-9)$

(ஐ) $(x-9)(x-10)$ (ஒ) $(x-10)(x-11)$

(ஓ) $(x-11)(x-12)$ (ஔ) $(x-1)(x-3)$

(க) $(x-1)(x-4)$ (ங) $(x-2)(x-5)$

(ச) $(x-2)(x-6)$ (ஞ) $(x-3)(x-7)$

(ட) $(x-3)(x-8)$ (ண) $(x-3)(x-9)$

(த) $(x-4)(x-10)$ (ந) $(x-4)(x-11)$

II. சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி மதிப்பைக் கண்டுபிடிக்க:

(அ) 66×64 (ஆ) 38×37 (இ) 28×29

(ஈ) 34×36 (உ) 42×49 (ஊ) 56×58

(எ) 76×77 (ஏ) 84×87 (ஐ) 91×97

(ஒ) 94×99

விடைகள்

I. (அ) $x^2 - 3x + 2$ (ஆ) $x^2 - 5x + 6$

(இ) $x^2 - 7x + 12$ (ஈ) $x^2 - 9x + 20$

(உ) $x^2 - 11x + 30$ (ஊ) $x^2 - 13x + 42$

(எ) $x^2 - 15x + 56$ (ஏ) $x^2 - 17x + 72$

(ஐ) $x^2 - 19x + 90$ (ஒ) $x^2 - 21x + 110$

(ஓ) $x^2 - 23x + 132$ (ஔ) $x^2 - 4x + 3$

(க) $x^2 - 5x + 4$ (ங) $x^2 - 7x + 10$

(ச) $x^2 - 8x + 12$ (ஞ) $x^2 - 10x + 21$

(ட) $x^2 - 11x + 24$ (ண) $x^2 - 12x + 27$

(த) $x^2 - 14x + 40$ (ந) $x^2 - 15x + 44$

II. (அ) 4224 (ஆ) 1406 (இ) 812 (ஈ) 1224

(உ) 2058 (ஊ) 3248 (எ) 5852 (ஏ) 7308

(ஐ) 8827 (ஒ) 9306

4—5. முற்றொருமைகள் (உ):

[$(x + a)\ (x - b)$ -இன் விரிவு]

கீழ்க்கண்ட எடுத்துக்காட்டுகளைக் கவனிக்கவும்.

(i) $$\begin{aligned}(x + 3)(x - 5) &= x(x - 5) + 3(x - 5)\\ &= x^2 - 5x + 3x - 15\\ &= x^2 + (-5 + 3)x + (3)(-5)\\ &= x^2 - 2x - 15\end{aligned}$$

(ii) $$\begin{aligned}(p - 6)(p + 9) &= p(p + 9) - 6(p + 9)\\ &= p^2 + 9p - 6p - 54\\ &= p^2 + (9 - 6)p + (-6)(+9)\\ &= p^2 + 3p - 54\end{aligned}$$

இவற்றினின்று நாம் பெறக்கூடியது,

$$(x - a)(x + b) = x^2 + (-a + b)x - ab$$

நினைவிற் கொள்க :

$$\mathbf{(x + a)\ (x - b) = x^2 + (a - b)x - ab}$$

எடுத்துக்காட்டுகள் :

(i) $(a+7)\ (a-6) = a^2 + (7-6)\,a + (7)\,(-6)$
$= a^2 + a - 42$

(ii) $88 \times 76 = (80+8)\ (80-4)$
$= 80^2 + (8-4)\,80 + (8)\,(-4)$
$= 6400 + 320 - 32$
$= 6688$

பயிற்சி 4-5

பெருக்கி விடை காண்க :

I (அ) $(x-5)(x+10)$ (ஆ) $(x-7)(x+8)$
(இ) $(x-9)(x+10)$ (ஈ) $(x+4)(x-1)$
(உ) $(x+5)(x-2)$ (ஊ) $(x+11)(x-9)$
(எ) $(x+8)(x-1)$ (ஏ) $(x+7)(x-5)$
(ஐ) $(x-5)(x+6)$ (ஒ) $(x-10)(x+11)$

II (அ) $(x+7)(x-10)$ (ஆ) $(x+10)(x-12)$
(இ) $(x+2)(x-3)$ (ஈ) $(x-10)(x+9)$
(உ) $(y-5)(y+3)$ (ஊ) $(m-9)(m+8)$
(எ) $(y-5)(y+1)$ (ஏ) $(t+11)(t-12)$
(ஐ) $(t+10)(t-11)$ (ஒ) $(x-12)(x+2)$

III. (அ) $(x+a)(x-b)$ (ஆ) $(x+t)(x-r)$
(இ) $(y+x)(y-z)$ (ஈ) $(d+x)(d-y)$
(உ) $(m+l)(m-t)$ (ஊ) $(m-s)(m+r)$
(எ) $(r+1)(r-p)$ (ஏ) $(p+q)(p-r)$
(ஐ) $(f+g)(f-h)$ (ஒ) $(k+l)(k-m)$

IV. சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திப் பெருக்குக :

(அ) 66×57 (ஆ) 38×24 (இ) 28×39
(ஈ) 38×27 (உ) 42×39 (ஊ) 56×48

விடைகள்

I. (அ) $x^2 + 5x - 50$ (ஆ) $x^2 + x - 56$
(இ) $x^2 + x - 90$ (ஈ) $x^2 + 3x - 4$
(உ) $x^2 + 3x - 10$ (ஊ) $x^2 + 2x - 99$
(எ) $x^2 + 7x - 8$ (ஏ) $x^2 + 2x - 35$
(ஐ) $x^2 + x - 30$ (ஒ) $x^2 + x - 110$

II. (அ) $x^2 - 3x - 70$ (ஆ) $x^2 - 2x - 120$
(இ) $x^2 - x - 6$ (ஈ) $x^2 - x - 90$
(உ) $y^2 - 2y - 15$ (ஊ) $m^2 - m - 72$
(எ) $y^2 - 4y - 5$ (ஏ) $t^2 - t - 132$
(ஐ) $t^2 - t - 110$ (ஒ) $x^2 - 10x - 24$

III. (அ) $x^2 + x(a-b) - ab$ (ஆ) $x^2 + x(t-r) - tr$
(இ) $y^2 + y(x-z) - xz$ (ஈ) $d^2 + d(x-y) - xy$
(உ) $m^2 + m(l-t) - lt$ (ஊ) $m^2 + m(r-s) - rs$
(எ) $r^2 + r(1-p) - p$ (ஏ) $p^2 + p(q-r) - qr$
(ஐ) $f^2 + f(g-h) - gh$ (ஒ) $k^2 + k(l-m) - lm$

IV. (அ) 3762 (ஆ) 912 (இ) 1092 (ஈ) 1026
(உ) 1638 (ஊ) 2688

4—6. முற்றொருமைகள் (ஊ) :

[$(a + b)^2$-இன் விரிவு]

$$(a+b)(a+b) = a(a+b) + b(a+b)$$
$$= a + ab + ab + b^2$$
$$= a^2 + 2ab + b^2$$

(i) $(x+2)(x+2)$ என்ற பெருக்கலினால் என்ன கிடைக்கிறது என்பதைக் கவனிப்போம்.

$$(x+2)(x+2) = x^2 + (2 + 2)x + 2 \cdot 2$$
$$= x^2 + 4x + 4$$

(ii) $(x+a)(x+a)$ஐப் பெருக்கினால்,

$$(x+a)(x+a) = x^2 + (a + a)x + a \cdot a$$
$$= x^2 + 2ax + a^2$$

$(x + a)(x + a)$ ஐ $(x + a)^2$ என்று எழுதலாம் அன்றோ!

$$\therefore \quad (x + a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$$

நினைவிற் கொள்க:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

எடுத்துக்காட்டுகள் :

(i) விரிவுபடுத்துக : $(x + 4m)^2$; $(2x + 7y)^2$

$(x + 4m)^2 = x^2 + 2(x)(4m) + (4m)^2$
$= x^2 + 8mx + 16m^2$

$(2x + 7y)^2 = (2x)^2 + 2(2x)(7y) + (7y)^2$
$= 4x^2 + 28xy + 49y^2$

(ii) 102^2 இன் மதிப்பைக் கண்டுபிடிக்க.

$102^2 = (100 + 2)^2$
$= 100^2 + 2 \times 100 \times 2 + 2^2$
$= 10000 + 400 + 4$
$= 10404$

பயிற்சி 4-6

பின்வரும் கணக்குகளின் பெருக்கற் பலன்களைக் காண்க :

I. (அ) $(x + 3)(x + 3)$ (ஆ) $(a + 5)(a + 5)$
(இ) $(6 + b)(6 + b)$ (ஈ) $(x + y)(x + y)$
(உ) $(b + 8)(b + 8)$ (ஊ) $(b + 1)(b + 1)$
(எ) $(m + 7)(m + 7)$ (ஏ) $(n + 10)(n + 10)$
(ஐ) $(x + 8)(x + 8)$ (ஒ) $(x + m)(x + m)$

II. (அ) $(x + 2y)^2$ (ஆ) $(m + 2r)^2$ (இ) $(m + 3n)^2$
(ஈ) $(y + 4m)^2$ (உ) $(a + 5b)^2$ (ஊ) $(x + 7y)^2$
(எ) $(x + 6y)^2$ (ஏ) $(a + 8b)^2$ (ஐ) $(a + 9b)^2$
(ஒ) $(l + 10m)^2$

III. (அ) $(2 + 5c)^2$ (ஆ) $(3a + b)^2$ (இ) $(3 + 10r)^2$
(ஈ) $(4 + 9m)^2$ (உ) $(2m + 5)^2$ (ஊ) $(3b + 7c)^2$
(எ) $(10d + 11r)^2$ (ஏ) $(5x + 4y)^2$ (ஐ) $(11b + 12c)^2$
(ஒ) $(8a + 7b)^2$

IV. சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி மதிப்பைக் கண்டுபிடிக்க.

(அ) 101^2 (ஆ) 51^2 (இ) 151^2 (ஈ) 104^2
(உ) 105^2 (ஊ) 61^2 (எ) 45^2 (ஏ) 91^2
(ஐ) 83^2 (ஒ) 111^2

V. சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திச் சுருக்குக:

(அ) $47^2 + 2 \times 47 \times 3 + 3^2$

(ஆ) $225 \times 225 + 2 \times 225 \times 75 + 75 \times 75$

(இ) $91 \times 91 + 2 \times 91 \times 9 + 81$

(ஈ) $29 \times 29 + 2 \times 29 \times 1 + 1$

(உ) $400 + 2 \cdot 20 \cdot 5 + 25$

விடைகள்

I. (அ) $x^2 + 6x + 9$ (ஆ) $a^2 + 10a + 25$

(இ) $36 + 12b + b^2$ (ஈ) $x^2 + 2xy + y^2$

(உ) $b^2 + 16b + 64$ (ஊ) $b^2 + 2b + 1$

(எ) $m^2 + 14m + 49$ (ஏ) $n^2 + 20n + 100$

(ஐ) $x^2 + 16x + 64$ (ஒ) $x^2 + 2xm + m^2$

II. (அ) $x^2 + 4xy + 4y^2$ (ஆ) $m^2 + 4mr + 4r^2$

(இ) $m^2 + 6mn + 9n^2$ (ஈ) $y^2 + 8my + 16m^2$

(உ) $a^2 + 10ab + 25b^2$ (ஊ) $x^2 + 14xy + 49y^2$

(எ) $x^2 + 12xy + 36y^2$ (ஏ) $a^2 + 16ab + 64b^2$

(ஐ) $a^2 + 18ab + 81b^2$ (ஒ) $l^2 + 20lm + 100m^2$

III. (அ) $4 + 20c + 25c^2$ (ஆ) $9a^2 + 6ab + b^2$

(இ) $9 + 60r + 100r^2$ (ஈ) $16 + 72m + 81m^2$

(உ) $4m^2 + 20m + 25$ (ஊ) $9b^2 + 42bc + 49c^2$

(எ) $100d^2 + 220dr + 121r^2$ (ஏ) $25x^2 + 40xy + 16y^2$

(ஐ) $121b^2 + 264bc + 144c^2$ (ஒ) $64a^2 + 112ab + 49b^2$

IV. (அ) 10201 (ஆ) 2601 (இ) 22801

(ஈ) 10816 (உ) 11025 (ஊ) 3721

(எ) 2025 (ஏ) 8281 (ஐ) 6889

(ஒ) 12321

V. (அ) 2500 (ஆ) 90000 (இ) 10000

(ஈ) 900 (உ) 625

4—7. முற்றொருமைகள் (எ):

[$(a-b)^2$ -இன் விரிவு]

$$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a(a-b) - b(a-b)$$
$$= a^2 - ab - ab + b^2$$
$$= a^2 - 2ab + b^2$$

நினைவிற் கொள்க :

$$\boxed{(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$$

எடுத்துக்காட்டுகள் :

முன்னர் செய்த கணக்கினை நினைவில்கொள்க.

(i) $(x-3)(x-3)$
$$= x^2 + (-3-3)x + (-3)(-3)$$
$$= x^2 - 6x + 9$$

(ii) $(x-5)^2 = x^2 - 2\cdot x\cdot 5 + 5^2$
$$= x^2 - 10x + 25$$

(iii) $(\triangle - \square)^2 = \triangle^2 - 2\cdot\triangle\cdot\square + \square^2$

(iv) $(x-3y)^2 = x^2 - 2\cdot x\cdot 3y + (3y)^2$
$$= x^2 - 6xy + 9y^2$$

(v) 99^2-இன் மதிப்பைக் கண்டுபிடிக்க.

$$99^2 = (100-1)^2$$
$$= 100^2 - 2\cdot 100\cdot 1 + 1^2$$
$$= 10000 - 200 + 1$$
$$= 9801$$

(vi) 48^2-இன் மதிப்பைக் கண்டுபிடிக்க.

$$48^2 = (50-2)^2$$
$$= 50^2 - 2\cdot 50\cdot 2 + 2^2$$
$$= 2500 - 200 + 4$$
$$= 2304$$

பயிற்சி 4-7

விரிவுபடுத்துக :

I. (அ) $(x-2)(x-2)$ (ஆ) $(a-7)(a-7)$
(இ) $(5-b)(5-b)$ (ஈ) $(x-y)(x-y)$
(உ) $(b-9)(b-9)$ (ஊ) $(b-1)^2$
(எ) $(m-1)^2$ (ஏ) $(r-10)^2$
(ஐ) $(t-12)^2$ (ஒ) $(j-k)^2$

II. (அ) $(x-5y)^2$ (ஆ) $(x-8m)^2$ (இ) $(a-7b)^2$
(ஈ) $(x-4y)^2$ (உ) $(y-2x)^2$ (ஊ) $(p-3r)^2$
(எ) $(m-7t)^2$ (ஏ) $(m-6n)^2$ (ஐ) $(b-2a)^2$
(ஒ) $(q-4p)^2$

III. (அ) $(2x-1)^2$ (ஆ) $(3x-2)^2$ (இ) $(3n-4)^2$
(ஈ) $(5p-2)^2$ (உ) $(6x-5)^2$ (ஊ) $(7x-6)^2$
(எ) $(8x-7)^2$ (ஏ) $(9x-5)^2$ (ஐ) $(10x-9)^2$
(ஒ) $(11x-10)^2$

IV. (அ) $(2a-3b)^2$ (ஆ) $(3a-4b)^2$ (இ) $(4a-5b)^2$
(ஈ) $(5a-4b)^2$ (உ) $(6a-5b)^2$ (ஊ) $(7x-3b)^2$
(எ) $(8x-7y)^2$ (ஏ) $(9x-8y)^2$ (ஐ) $(10x-7y)^2$
(ஒ) $(3x-8y)^2$

V. சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி மதிப்பைக் கண்டுபிடிக்க.
(அ) 99^2 (ஆ) 89^2 (இ) 79^2 (ஈ) 69^2 (உ) 57^2
(ஊ) 46^2 (எ) 35^2 (ஏ) 24^2 (ஐ) 998^2 (ஒ) 86^2

VI. சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி பின்வருவனவற்றின் மதிப்பைக் கண்டுபிடிக்க.

(அ) $99 \times 99 - 2 \times 99 \times 9 + 9 \times 9$
(ஆ) $102 \times 102 - 2 \times 102 \times 2 + 4$
(இ) $107^2 - 2 \times 107 \times 7 + 49$
(ஈ) $85 \times 85 - 30 \times 85 + 225$
(உ) $49 - 2 \times 14 + 4$

விடைகள்

I. (அ) $x^2 - 4x + 4$ (ஆ) $a^2 - 14a + 49$
(இ) $25 - 10b + b^2$ (ஈ) $x^2 - 2xy + y^2$
(உ) $b^2 - 18b + 81$ (ஊ) $b^2 - 2b + 1$
(எ) $m^2 - 2m + 1$ (ஏ) $r^2 - 20r + 100$
(ஐ) $t^2 - 24t + 144$ (ஒ) $j^2 - 2jk + k^2$

II. (அ) $x^2 - 10xy + 25y^2$ (ஆ) $x^2 - 16mx + 64m^2$
(இ) $a^2 - 14ab + 49b^2$ (ஈ) $x^2 - 8xy + 16y^2$
(உ) $y^2 - 4xy + 4x^2$ (ஊ) $p^2 - 6rp + 9r^2$
(எ) $m^2 - 14mt + 49t^2$ (ஏ) $m^2 - 12mn + 36n^2$
(ஐ) $b^2 - 4ab + 4a^2$ (ஒ) $q^2 - 8qp + 16p^2$

III. (அ) $4x^2 - 4x + 1$ (ஆ) $9x^2 - 12x + 4$
(இ) $9n^2 - 24n + 16$ (ஈ) $25p^2 - 20p + 4$
(உ) $36x^2 - 60x + 25$ (ஊ) $49x^2 - 84x + 36$
(எ) $64x^2 - 112x + 49$ (ஏ) $81x^2 - 90x + 25$
(ஐ) $100x^2 - 180x + 81$ (ஒ) $121x^2 - 220x + 100$

IV. (அ) $4a^2 - 12ab + 9b^2$ (ஆ) $9a^2 - 24ab + 16b^2$
(இ) $16a^2 - 40ab + 25b^2$ (ஈ) $25a^2 - 40ab + 16b^2$
(உ) $36a^2 - 60ab + 25b^2$ (ஊ) $49x^2 - 42xb + 9b^2$
(எ) $64x^2 - 112xy + 49y^2$ (ஏ) $81x^2 - 144xy + 64y^2$
(ஐ) $100x^2 - 140xy + 49y^2$ (ஒ) $9x^2 - 48xy + 64y^2$

V. (அ) 9801 (ஆ) 7921 (இ) 6241 (ஈ) 4761
(உ) 3249 (ஊ) 2116 (எ) 1225 (ஏ) 576
(ஐ) 996004 (ஒ) 7396

VI. (அ) 8100 (ஆ) 10000 (இ) 10000
(ஈ) 4900 (உ) 25

4—8. முற்றொருமைகள் (ஏ) :

[$(a+b)\ (a-b)$-இன் விரிவு]

$$(a+b)\ (a-b) = a\,(a-b) + b\,(a-b)$$
$$= a^2 - ab + ab - b^2$$
$$= a^2 - b^2$$

நினைவிற் கொள்க :

$$\boxed{(a+b)\ (a-b) = a^2 - b^2}$$

எடுத்துக்காட்டுகள் :

(i) $(x+y)\ (x-y) = x^2 - y^2$

(ii) $(x+1)(x-1) = x^2 - 1^2 = x^2 - 1$

(iii) $(x+3)\ (x-3) = x^2 - 3^2 = x^2 - 9$

(iv) $(x+3y)\ (x-3y)$

$= x^2 - (3y)^2 = x^2 - 9y^2$

(v) $(3x+4y)\ (3x-4y)$

$= (3x)^2 - (4y)^2 = 9x^2 - 16y^2$

(vi) 97×103

$= (100-3)\ (100+3)$

$= 100^2 - 3^2$

$= 10000 - 9$

$= 9991$

(vii) $1000^2 - 999^2$இன் மதிப்பைக் கண்டுபிடிக்க.

$1000^2 - 999^2$

$= (1000 + 999)\ (1000 - 999)$

$= 1999 \times 1$

$= 1999$

பயிற்சி 4-8

பின்வரும் கணக்குகளின் பெருக்கற் பலன்களைக் காண்க:

I. (அ) $(x+2)(x-2)$ (ஆ) $(x+5)(x-5)$
(இ) $(y+7)(y-7)$ (ஈ) $(b+4)(b-4)$
(உ) $(c+10)(c-10)$ (ஊ) $(t-6)(t+6)$
(எ) $(d-8)(d+8)$ (ஏ) $(s-10)(s+10)$
(ஐ) $(r-x)(x+r)$ (ஒ) $(x-12)(12+x)$

II. (அ) $(x+5y)(x-5y)$ (ஆ) $(m+7n)(m-7n)$
(இ) $(r+6t)(r-6t)$ (ஈ $(a+10b)(a-10b)$
(உ) $(b+11a)(b-11a)$ (ஊ) $(y+a^2)(a^2-y)$
(எ) $(d+m^2)(d-m^2)$ (ஏ) $(s-10t)(s+10t)$
(ஐ) $(r-2s)(r+2s)$ (ஒ) $(y+10x)(y-10x)$

III. (அ) $(3x+2y)(3x-2y)$ (ஆ) $(2a+5b)(2a-5b)$
(இ) $(7y+3z)(7y-3z)$ (ஈ) $(5m-2n)(5m+2n)$
(உ) $(10d+1)(10d-1)$

IV. (அ) 91×109 (ஆ) 121×119 (இ) 88×112
(ஈ) 59×41 (உ) 79×61 (ஊ) 58×42
(எ) 37×43 (ஏ) 26×34 (ஐ) 67×73
(ஒ) 102×98

V. (அ) $1009^2 - 9^2$ (ஆ) $1005^2 - 105^2$
(இ) $999^2 - 99^2$ (ஈ) $129^2 - 29^2$
(உ) $51^2 - 49^2$

விடைகள்

I. (அ) $x^2 - 4$ (ஆ) $x^2 - 25$ (இ) $y^2 - 49$
(ஈ) $b^2 - 16$ (உ) $c^2 - 100$ (ஊ) $t^2 - 36$
(எ) $d^2 - 64$ (ஏ) $s^2 - 100$ (ஐ) $r^2 - x^2$
(ஒ) $x^2 - 144$

II. (அ) $x^2 - 25y^2$ (ஆ) $m^2 - 49n^2$ (இ) $r^2 - 36t^2$
(ஈ) $a^2 - 100b^2$ (உ) $b^2 - 121a^2$ (ஊ) $a^4 - y^2$
(எ) $d^2 - m^4$ (ஏ) $s^2 - 100t^2$ (ஐ) $r^2 - 4s^2$
(ஒ) $y^2 - 100x^2$

III. (அ) $9x^2 - 4y^2$ (ஆ) $4a^2 - 25b^2$ (இ) $49y^2 - 9z^2$
(ஈ) $25m^2 - 4n^2$ (உ) $100d^2 - 1$

IV. (அ) 9919 (ஆ) 14399 (இ) 9856
(ஈ) 2419 (உ) 4819 (ஊ) 2436
(எ) 1591 (ஏ) 884 (ஐ) 4891
(ஒ) 9996

V. (அ) 1018000 (ஆ) 999000 (இ) 988200
(ஈ) 15800 (உ) 200

3. அல்ஜீப்ரா—தன்னறிவுச் சோதனை

1. கீழ்வருவனவற்றைக் கேட்கப்பட்ட விதமாக மாற்றி எழுதுக.

   (அ) 33×10^{-4} (சாதாரண பின்னமாக)

   (ஆ) 21×10^{-3} (தசம பின்னமாக)

   (இ) $374 \cdot 3 \times 10^3$ (விஞ்ஞானக் குறியீட்டில்)

2. இறங்கு வரிசையில் எழுதுக.

   3^7, 3^9, 3^{11}, 3^{-7}, 3^{-9}, 3^{-11}

3. சரியா? தவறா?

   (அ) 5^8 இன் பெருக்கல் தலைகீழி 5^{-8}

   (ஆ) $(-7)^3$ இன் பெருக்கல் தலைகீழி $(+7)^{-3}$

4. $2^n = 256$ எனில், 2^{n+1}, 2^{n-1} ஆகியவற்றின் மதிப்புகள் என்ன ?

5. சுருக்குக :

$$\frac{2a^6 \times 3(a^2 b^3)^2}{4b^2 \times 3(a^2 b)^3}$$

6. தீர்க்க:

$$8x + 9y = -16$$
$$5x + 9y = -13$$

7. விரிவுகள் தருக :

   (அ) $(d + 9)(d + 10)$ (ஆ) $(p + 7)(p - 9)$

   (இ) $(8a + 7b)^2$ (ஈ) $(9 - 4b)^2$

   (உ) $(2a + 5b)(2a - 5b)$

8. சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி மதிப்புகள் காண்க.

(அ) 56×48 (ஆ) 83^2 (இ) 91×109

(ஈ) $47^2 + 2 \cdot 47 \cdot 3 + 3^2$

(உ) $107^2 - 2 \cdot 107 \cdot 7 + 49$

கணித மன்றம் — மேடை 4

கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையினின்று 31 வரை வயதுள்ளவர்களின் வயதினைக் கூறமுடியும்.

A	B	C	D	E
1	2	4	8	16
3	3	5	9	17
5	6	6	10	18
7	7	7	11	19
9	10	12	12	20
11	11	13	13	21
13	14	14	14	22
15	15	15	15	23
17	18	20	24	24
19	19	21	25	25
21	22	22	26	26
23	23	23	27	27
25	26	28	28	28
27	27	29	29	29
29	30	30	30	30
31	31	31	31	31

எந்தெந்த வரிசைகளில் ஒருவரது வயது உள்ளதென வினவுக.

A, B, E என்றால், அவரது வயது $1 + 2 + 16 = 19$

C, D என்றால், அவரது வயது $4 + 8 = 12$

கூட்டப்படும் எண்கள் அவ்வரிசைகளின் முதலெண்கள் என்பதைக் கவனிக்க.

இவ்வட்டவணை அமைந்த முறையைக் கவனிப்போம்:

ஓர் எண்ணை இரண்டினமான விரிவுக் குறியீட்டில் எழுதுவோம். எடுத்துக்காட்டாக,

$$30 = 11110_2$$
$$= 0 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 8 + 1 \cdot 16$$

30 என்ற எண் அட்டவணையில் 2, 4, 8, 16 தொடக்கத்திலுள்ள வரிசைகளாகிய B, C, D, E ஆகியவற்றில் அமையும்.

இவ்வட்டவணையை 63 வயது வரை காண விரிவுபடுத்துக.

கணித அறிஞர் வரலாறு—I

பாஸ்கரர்

இந்தியாவின் யூக்ளிட் என்று பாராட்டப்பெறும் **பாஸ்கரர்** கி.பி. 1150 வாக்கில் தாம் எழுதிய **சித்தாந்த சிரோன்மணி** என்ற நூல்வழி அந்நாள்வரை அறியப்பட்ட கணிதக் கருத்துகள் பலவற்றையும் தொகுத்தளித்தார். லீலாவதி, பீஜ கணிதம், கோலத்யாயா, கிருக கணிதம் என்ற நான்கு பகுதிகள் கொண்ட இந்நூல் இன்றும் படிப்போர்க்கு உவகையும், வியப்பும் தரும் வகையில் எழுதப்பட்டுள்ளது.

தொகை நுண்கணிதம், வகை நுண்கணிதம் ஆகியவற்றை உலகில் முதன்மையாக ஆய்ந்தறிந்த அறிஞர் பாஸ்கரர் ஆவார். கிரகங்களின் சுழற்சிகளை விவரிக்க கால அளவைகளை மிக நுண் பகுதிகளாகப் பிரித்து, விளக்கிய முறைகள் அவருக்குப் பின்னர் 500 ஆண்டுகளுக்குப் பின்னரே **நியூட்டன், லீப்னிட்ஸ்** அவர்கள் மூலமாக உலகம் அறிய நேர்ந்தது. நியூட்டன் வரலாற்றினை நன்கு அறியும் நாம் அவர்து முன்னோடி பாஸ்கரரைப் பற்றி அறியாமல் இருப்பது வியப்பைத் தருகிறதல்லவா!

லீலாவதி என்ற பகுதியில், அல்ஜீப்ரா விதிகள், பூச்சியத்தின் பண்புகள், மற்றும் பலவிதமான பொழுதுபோக்குக் கணக்குகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. சிந்தனையைக் கிளர்வனவாகவும், கணித ஆர்வத்தினை வளர்ப்பனவாகவும் அக்கணக்குகள் அமைந்துள்ளன. **ஆர்க்கிமெடிசைவிடச்** சாலப் பெரியவர் பாஸ்கரர் என்று அறிஞர் கூறுவர்.

லீலாவதியினின்று ஒரு கணக்கைப் பார்ப்போம்.

2, 8 ஆகியவற்றை இலக்கங்களாகக் கொண்ட எண்கள் எத்தனை ? அவற்றின் கூடுதலை உடனடியாகச் சொல்லுக.

3, 9, 8 ஆகியவற்றை இலக்கங்களாகக் கொண்ட எண்கள் எத்தனை ? அவற்றின் கூடுதல் என்ன ?

பாஸ்கரர் அளித்த முறையின் விளக்கம் :

(1) $2 \cdot 1 = 2$

$(2 + 8) \times 2 \div 2 = 10$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 10 \\ \hline 110 \\ \hline \end{array}$$

விடை: 110

(2) $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$

$(3 + 9 + 8) \times 6 \div 3 = 40$

$$\begin{array}{r} 40 \\ 40 \\ 40 \\ \hline 4440 \\ \hline \end{array}$$

விடை: 4440

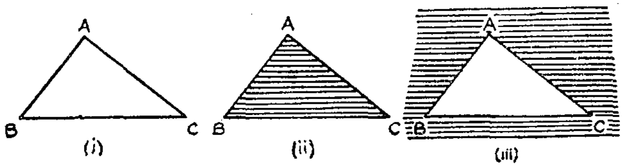
பாஸ்கரர் தந்த முறை எவ்வளவு சுருக்கமாக உள்ளது! இம்முறையைப் பயன்படுத்தி 3, 4, 5, 8 என்ற எண்களை இலக்கங்களாகக் கொண்ட அத்துணை எண்களின் கூடுதலைக் காண்க.

பாஸ்கரர் முறை விளக்கம்

	இலக்கம் (1)	இலக்கங்களின் எண்ணிக்கை (2)	அமைக்கக் கூடிய எண்களின் எண்ணிக்கை (3)	இலக்கங்களின் கூடுதல் (4)	கூடுதல் × எண்களின் எண்ணிக்கை (3) × (4)	(3) × (4) ÷ (2)	அமைக்கக் கூடிய எண்களின் கூடுதல்
1.	2, 8	2	2.1 = 2	2+8=10	10×2=20	20÷2=10	10 10 110
2.	3, 9, 8	3	3.2.1 = 6	3+9+8=20	20×6=120	120÷3=40	40 40 40 4440
3.	3, 4, 5, 8						

4. அளவியல்

1—1 (அ) முக்கோணத்தின் பரப்பு:



படம் 4-1.

எந்த ஒரு தல உருவத்தையும் மூன்று வகைகளில் நோக்கலாம்.

1. உருவத்தை உண்டாக்கும் கோட்டுத் துண்டு மட்டும். [படம் 4.1(i)]
2. கோட்டுருவம் கூடிய உட்பகுதி [படம் 4.1(ii)]
3. கோட்டுருவம் கூடிய வெளிப்பகுதி [படம் 4.1(iii)]

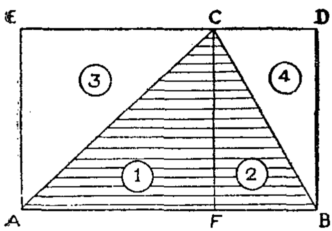
கோட்டுருவம் தலத்தை இரண்டாகப் பிரிப்பதை அறிக.

ஒரு. முக்கோணத்தில் கோட்டுருவம் கூடிய உட்பகுதி **முக்கோணத் தலம்** எனப்படும்.

முக்கோணம் என்ற கோட்டுருவ வடிவத்திற்கும், வெளிப் பகுதிக்கும் பரப்பு கிடையாது. முக்கோணத் தலத்திற்குத் தான் பரப்பு உண்டு. சுருக்கத்தைக் கருதி 'முக்கோணத் தலப் பரப்பு' என்பதை **முக்கோணத்தின் பரப்பு** என்றே வழங்குவோம்.

1—1 (ஆ) முக்கோணத்தின் பரப்பைக் காண்பதற்கான சூத்திரம் :

சென்ற வகுப்பில் காகித மடிப்பு, காகிதக் கத்தரிப்பு முறைகளில் ஒரு முக்கோணத்தின் பரப்பினைக் காண அறிந்தோம். அதன் அடிப்படையில் முக்கோணத்தின் பரப்பளவின் சூத்திரத்தினைக் காண்போம்.



படம் 4-2.

கொடுக்கப்பட்ட $\Delta\ ABC$ (படம் 4-2) இல் கண்டவண்ணம் செவ்வகம் $ABDE$ ஐ நிறைவு செய்க.

ABக்குச் செங்குத்தாக CF வரைக.

செவ்வகம் 4 பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது.

அதில் பகுதி (1)-இன் பரப்பு = பகுதி (3)-இன் பரப்பு

பகுதி (2)-இன் பரப்பு = பகுதி (4)-இன் பரப்பு

எனவே, பகுதி (1) = $\frac{1}{2}$ செவ்வகம் $AECF$

பகுதி (2) = $\frac{1}{2}$ செவ்வகம் $BDCF$

$\triangle ABC$ இன் பரப்பு = பகுதி (1) + பகுதி (2)

= $\frac{1}{2}$ செவ் $AECF$ + $\frac{1}{2}$ செவ் $BDCF$

அதாவது, $\triangle ABC$ = $\frac{1}{2}$ செவ் $ABDE$

$= \frac{1}{2} \times AB \times BD$

$= \frac{1}{2} \times AB \times CF$

முக்கோணத்தின் AB என்ற பக்கம் b என்றும், அதன்மீது எதிர் உச்சியினின்று வரையப்படும் செங்குத்தின் நீளம் h என்றும், முக்கோணத்தின் பரப்பு A என்றும் குறித்தால்,

முக்கோணத்தின் பரப்பு $A = \frac{1}{2} \times \mathrm{b} \times \mathrm{h}$ (அல்லது) $\frac{1}{2}$ bh

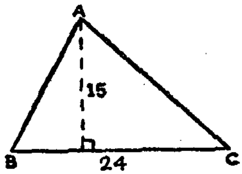
எடுத்துக்காட்டு :

ஒரு முக்கோணத்தின் ஒரு பக்கம் 24 செமீ, அப்பக்கத்தின் மீது எதிர் உச்சியினின்று வரையப் படும் செங்குத்தின் நீளம் 15 செமீ. முக்கோணத்தின் பரப்பு காண்க.

முக்கோணத்தின் பரப்பு $= \frac{1}{2} bh$

$= \frac{1}{2} \times 24 \times 15$

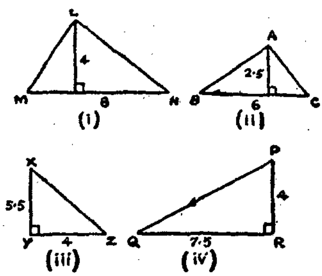
$= 180$ செமீ^{2}



படம் 4-3.

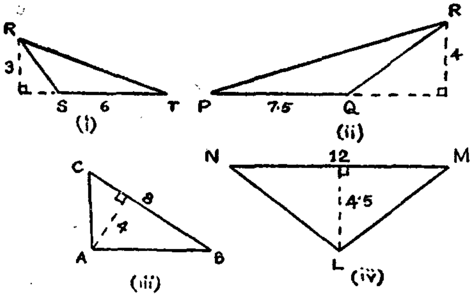
பயிற்சி 1-1

1. பின்வரும் முக்கோணங்களின் பரப்பளவைக் காண்க. (அளவுகள் சென்டி மீட்டரில்)



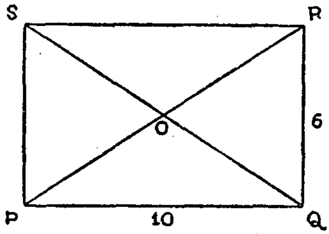
படம் 4-4.

2. பின்வரும் முக்கோணங்களின் பரப்பளவுகளைக் காண்க. (அளவுகள் சென்டி மீட்டரில்)



படம் 4-5.

3. படம் 4-6 இல் பின்வரும் முக்கோணங்களின் பரப்பளவுகளைக் காண்க. (அளவுகள் யாவும் சென்டி மீட்டரில்)

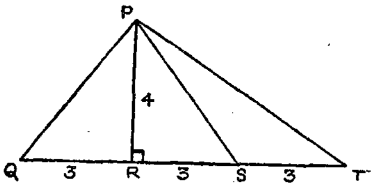


படம் 4-6.

(i) $\triangle PQR$
(ii) $\triangle PQS$
(iii) $\triangle POQ$
(iv) $\triangle QOR$

4. படம் 4-7 இல் பின்வரும் முக்கோணங்களின் பரப்பளவுகளைக் காண்க. (அளவுகள் யாவும் சென்டி மீட்டரில்)

(i) $\triangle PQR$ (iv) $\triangle PQS$
(ii) $\triangle PRS$ (v) $\triangle PST$
(iii) $\triangle PRT$ (iv) $\triangle PQT$



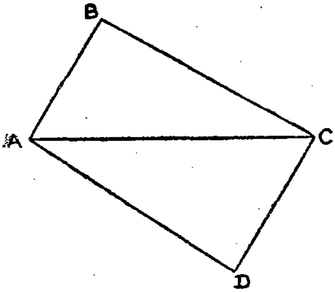
படம் 4-7.

விடைகள்

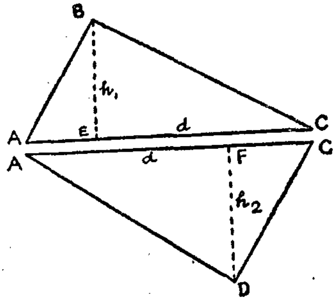
1. (i) 16 (ii) 7·5 (iii) 7 (iv) 15 (செமீ^{2})
2. (i) 9 (ii) 15 (iii) 16 (iv) 27 (செமீ^{2})
3. (i) 30 (ii) 30 (iii) 15 (iv) 15 (செமீ^{2})
4. (i) 6 (ii) 6 (iii) 12 (iv) 12 (v) 6 (vi) 18 (செமீ^{2})

1—2. நாற்கரத்தின் பரப்பு காண்பதற்கான சூத்திரம் :

நான்கு கோட்டுத் துண்டுகளால் அடைபடும் மூடிய கோட்டுருவமே **நாற்கரம்** என்பதை அறிந்திருப்பீர்கள், இங்கு நாற்கரத்தின் பரப்பை எவ்வாறு கணக்கிடுவது என்று பார்ப்போம்.



படம் 4-8.



படம் 4-9.

படம் 4-8 இல் காட்டியுள்ளபடி ஒரு நாற்கரம் வரைந்து அதனை வெட்டி எடுக்கவும். மீண்டும் அதை AC வழியே வெட்டி எடுத்தால், $\triangle ABC$, $\triangle ADC$ என இரு முக்கோணங்கள் கிடைக்கும் அல்லவா? இவ்விரு முக்கோணங்களின் பரப்புகள் ஒன்று சேர்ந்து நாற்கரம் $ABCD$ இன் பரப்புக்குச் சமம் என்பது தெளிவு.

எனவே,

நாற்கரம் $ABCD$ இன் பரப்பு

$$= \triangle ABC \text{ இன் பரப்பு} + \triangle ADC \text{ இன் பரப்பு}$$
$$= \tfrac{1}{2}AC \times BE + \tfrac{1}{2}AC \times DF$$
$$= \tfrac{1}{2}AC\,(BE + DF)$$

($\overline{BE}$ என்பது $\overline{AC}$க்கு வரையப்பட்ட குத்துக் கோட்டுத் துண்டு. $\overline{DF}$ என்பது $\overline{AC}$க்கு வரையப்பட்ட குத்துக்கோட்டுத் துண்டு.)

$\overline{AC} = d$ என்றும், $\overline{BE} = h_1$ என்றும், $\overline{DF} = h_2$ என்றும், நாற்கரத்தின் பரப்பை A என்றும் குறித்தால்,

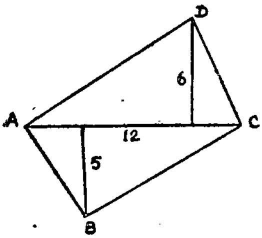
$$A = \tfrac{1}{2}\, d\, (h_1 + h_2)$$

மூலைவிட்டம் $\overline{BD}$ஐ எடுத்துக் கொண்டும் நாற்கரத்தின் பரப்பைக் காணலாம்.

ஒரு நாற்கரத்தின் பரப்பைக் காண, ஏதேனும் ஒரு மூலை விட்டத்தின் நீளத்தை அந்த மூலைவிட்டத்திற்கு மற்ற இரு முனைகளிலிருந்து வரையப்பட்ட குத்துயரங்களின் கூட்டுத் தொகையால் பெருக்கி, அதில் பாதியை எடுத்துக் கொள்ள வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு :

நாற்கரம் $ABCD$ இல் மூலைவிட்டம் AC இன் நீளம் 12 செமீ. அம்மூலைவிட்டத்திற்கு B இலிருந்து வரையப்பட்ட குத்துயரம் 5 செமீ; D இலிருந்து வரையப்பட்ட குத்துயரம் 6 செமீ. நாற்கரத்தின் பரப்பைக் காண்க.



படம் 4-10.

நாற்கரத்தின் பரப்பு $= \frac{1}{2}d\,(h_1 + h_2)$

$(d = 12,\ h_1 = 5,\ h_2 = 6)$

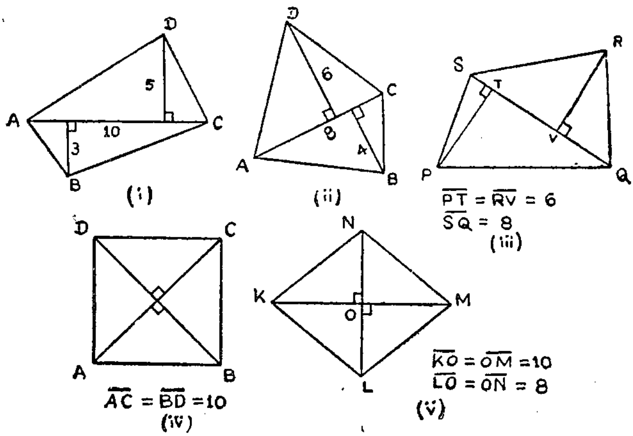
$$\therefore A = \frac{1}{2} \times 12\,(5 + 6)$$

$$= \frac{1}{2} \times 12 \times 11$$

$= 66$ செமீ^{2}

பயிற்சி 1-2

1, பின்வரும் நாற்கரங்களின் பரப்புகளைக் காண்க. (அளவுகள் யாவும் சென்டி மீட்டரில்)



படம் 4-11.

2. பின்வரும் அட்டவணையில் உள்ள அளவுகளைக் கொண்டு அவற்றுக்கு ஏற்ற நாற்கரத்தின் பரப்பு காண்க. (அளவுகள் சென்டி மீட்டரில்)

	நாற்கரத்தின் மூலை விட்டத்தின் நீளம்	மூலைவிட்டத்தின் எதிர் முனைகளிலிருந்து வரையப்பட்ட குத்துக்கோடுகளின் நீளம்
(i)	18	6, 4
(ii)	10	5·4, 3·6
(iii)	12·8	3·8, 5·2
(iv)	n	4·5, 3·5
(v)	m	p, q

3. ஒரு நாற்கரத்தின் மூலை விட்டத்தின் நீளம் 160 மீ. இம்மூலைவிட்டத்திற்கு எதிர் முனைகளிலிருந்து வரையப் படும் குத்துக் கோடுகளின் நீளங்கள் 72 மீ, 48 மீ. நாற்கரத்தின் பரப்பைக் காண்க.

4. ஒரு விளையாட்டுத் திடல் நாற்கர வடிவத்தில் உள்ளது. ஒரு மூலைவிட்டத்தின் நீளம் 550 மீ. இம்மூலைவிட்டத் திற்கு எதிர்முனைகளிலிருந்து வரையப்படும் குத்துக் கோடுகளின் அளவுகள் 350 மீ, 250 மீ. இத்திடலைச் சமப்படுத்த ஹெக்டேருக்கு ரூ. 80 வீதம் என்ன செலவாகும்?

விடைகள்

1. (i) 40 (ii) 40 (iii) 48 (iv) 50 (v) 40 (ச.செமீ)

2. (i) 90 (ii) 45 (iii) 57·6 (iv) $4n$ (v) $\frac{1}{2}m(p+q)$ (ச.செமீ)

3. 9600 சமீ 4. ரூ. 1320

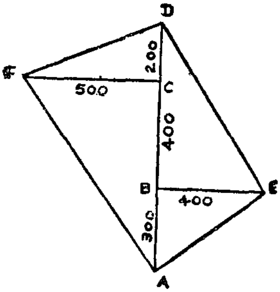
1—3. நாற்கரத்தின் பரப்பு — வயற்படம்:

ஒரு வயலின் கிடைப்படத்தின் அளவுகள் தரப்பட்டிருந்தால் அவற்றை விரித்துக்கூறுவது எங்ஙனம் என்று காண்போம்.

எடுத்துக்காட்டு 1:

ஒரு வயலின் கிடைப்படத்தின் அளவுகள் பின்வருமாறு தரப்பட்டுள்ளன. அவற்றை விரித்துக் கூறுக.

	D 900 மீ	
F 500 மீ	*C* 700 மீ	
	B 300 மீ	*E* 400 மீ
	A இலிருந்து	



படம் 4-12.

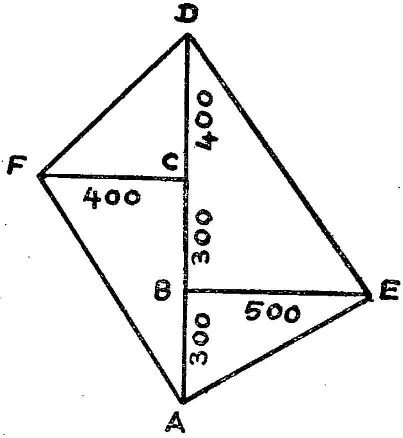
AEDF என்பது ஒரு நாற்கர வயலாகும்.
ABCD ஒரு கோடு.
$AB = 300$ மீ, $AC = 700$ மீ,
$AD = 900$ மீ
BE, *CF* இவை *ABCD*க்குச் செங்குத்து.
$BE = 400$ மீ, $CF = 500$ மீ

எடுத்துக்காட்டு 2:

ஒரு வயலின் கிடைப்படத்தின் அளவுகள் பின்வருமாறு தரப்பட்டுள்ளன. அதன் பரப்பை ஹெக்டேரில் காண்க.

	D 1000 மீ	
F 400 மீ	*C* 600 மீ	
	B 300 மீ	*E* 500 மீ
	A இலிருந்து	

அளவுகளுக்கேற்ப நிலத்தின் கிடைப்படத்தை வரைந்து கொள்வோம். *AEDF* என்பது ஒரு நாற்கரமாகும்.



படம் 4-13.

$d = \overline{AD} = 1000$ மீ

$h_1 = \overline{BE} = 500$ மீ

$h_2 = \overline{CF} = 400$ மீ

நாற்கரத்தின் பரப்பு

$= \frac{1}{2} d (h_1 + h_2)$

$= \frac{1}{2} \times 1000 \; (500+400)$

$= \frac{1}{2} \times 1000 \times 900$

$= 450000$ மீ^{2}

$= 45$ ஹெக்டேர்

பயிற்சி 1-3

1. ஒரு வயலின் கிடைப்படத்தின் அளவுகள் பின்வருமாறு. அளவுகளை விரித்துக் கூறுக.

	S 400 மீ	
V 150 மீ	*R* 250 மீ	
	Q 100 மீ	*T* 200 மீ
	P இலிருந்து	

2. ஒரு வயலின் கிடைப்படத்தின் அளவுகள் பின்வருமாறு. அளவுகளை விரித்துக் கூறுக.

	D 450 மீ	
F 300 மீ	*C* 300 மீ	
	B 150 மீ	*E* 200 மீ
	A இலிருந்து	

3. ஒரு வயலின் கிடைப்படத்தின் அளவுகள் பின்வருமாறு. அதன் பரப்பை ஹெக்டேரில் காண்க.

	D 700 மீ	
F 400 மீ	C 450 மீ	
	B 250 மீ	E 300 மீ
	A இலிருந்து	

4. ஒரு வயலின் கிடைப்படத்தின் அளவுகள் பின்வருமாறு. அதன் பரப்பை ஹெக்டேரில் காண்க.

	P இலிருந்து	
	Q 400 மீ	T 500 மீ
V 300 மீ	R 700 மீ	
	S 900 மீ	

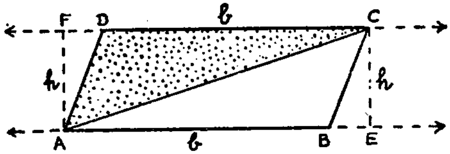
5. ஒரு வயலின் கிடைப்படத்தின் அளவுகள் பின்வருமாறு. அதன் பரப்பை ஹெக்டேரில் காண்க.

F 200 மீ	D 500 மீ	
	C 400 மீ	
	B 200 மீ	E 250 மீ
	A இலிருந்து	

விடைகள்

3. 24·5 ஹெக்டேர்
4. 36 ஹெக்டேர்
5. 11·25 ஹெக்டேர்

1—4. இணைகரத்தின் பரப்பு காண்பதற்கான சூத்திரம் :



படம் 4-14.

ஓர் இணைகரத்தில்

எதிர்ப் பக்கங்கள் இணை,

எதிர்ப் பக்கங்கள் சமம்,

எதிர்க் கோணங்கள் சமம்,

என்று கற்றிருக்கின்றீர்கள்.

இங்கு இணைகரத்தின் பரப்பைக் காண அறிவோம்.

மேற்காணும் படம் 4-14 இல் $ABCD$ கொடுக்கப்பட்ட இணைகரம். மூலைவிட்டம் ACஐ வரைந்து கொள்க. காகிதக் கத்தரிப்பு முறையில் $\triangle ABC$யும், $\triangle CDA$யும் முற்றிலும் சமமானவை என்று தெரிகிறது அல்லவா? எனவே இணைகரத்தின் பரப்பு $\triangle ABC$ யின் பரப்பைப் போல் இரு மடங்கு.

AB இன் நீளம் b என்க.

AB இன் மீது அதன் எதிர் உச்சியினின்று வரையப்படும் செங்குத்தின் நீளம் h என்க.

$\triangle ABC$ இன் பரப்பு $= \frac{1}{2}\, bh$

இணைகரத்தின் பரப்பு $= 2 \times \frac{1}{2}\, bh$

$= bh$

(b என்பது ஒரு பக்கம்; h என்பது அந்த இணையான பக்கங்களுக்கு இடையே உள்ள தூரம்.)

எடுத்துக்காட்டு :

ஓர் இணைகரத்தின் அடிப்பக்கம் 12·8 செமீ; அதன் உயரம் 5 செமீ. அதன் பரப்பளவு காண்க.

இணைகரத்தின் பரப்பளவு $= b \times h$

$= 12{\cdot}8 \times 5$

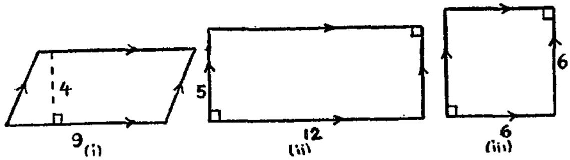
$= 64$ செமீ^{2}

பயிற்சி 1-4

1. பின்வரும் அட்டவணையை எழுதி நிரப்புக. (அளவுகள் சென்டி மீட்டரில்)

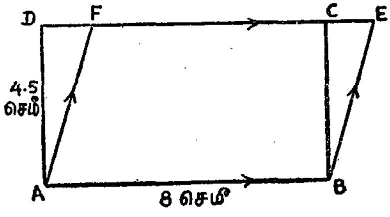
	இணைகரத்தின் அடிப்பக்க அளவு	இணைகரத்தின் உயரம்	இணைகரத்தின் பரப்பளவு
(i)	10	8	
(ii)	12·5	6	
(iii)	15·8	7·2	
(iv)	m	15	
(v)	p	q	

2. பின்வரும் இணைகரங்களின் பரப்பு காண்க. (அளவுகள் சென்டி மீட்டரில்)



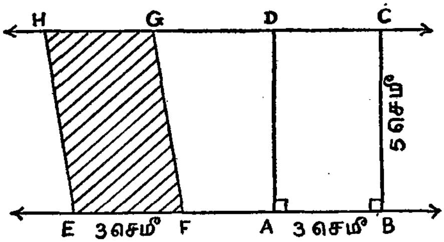
படம் 4-15.

3. படம் 4-16 இல் $ABCD$ ஒரு செவ்வகம் என்றால், இணைகரம் $ABEF$ இன் பரப்பு காண்க.



படம் 4-16.

4. படம் 4-17 இல் இணைகரம் EFGH இன் பரப்பு யாது?



படம் 4-17.

5. ஓர் இணைகர வடிவ வயலின் கிடைப்படம் 1 செமீ = 100 மீ என்ற அளவுப்படி வரையப்பட்டுள்ளது. இணைகரத்தின் அடிப்பக்கம் 14·5 செமீ; உயரம் 6 செமீ. வயலின் பரப்பை ஹெக்டேரில் காண்க.

விடைகள்

1. (i) 80 (ii) 75 (iii) 113·76 (iv) 15m (v) pq (செமீ^{2})
2. (i) 36 (ii) 60 (iii) 36 (செமீ)^2
3. 36 செமீ^{2} 4. 15 செமீ^{2} 5. 87 ஹெக்டேர்

1—5. இணைகரம் — உயரம், அடிப்பக்கம் காணல் :

எடுத்துக்காட்டு 1 :

105 செமீ^{2} பரப்புள்ள ஓர் இணைகரத்தின் அடிப்பக்க நீளம் 12 செமீ. அதன் உயரம் என்ன?

$$b \times h = A$$
$$12 \times h = 105$$
$$h = \frac{105}{12} = 8{\cdot}75$$

உயரம் = 8·75 செமீ.

எடுத்துக்காட்டு 2 :

ஓர் இணைகரத்தின் பரப்பு 90 செமீ^{2}. அதன் உயரம் 7·5 செமீ. அதன் அடிப்பக்கம் யாது?

$$b \times h = A$$
$$b \times 7{\cdot}5 = 90$$
$$b = \frac{90}{7{\cdot}5} = 12$$

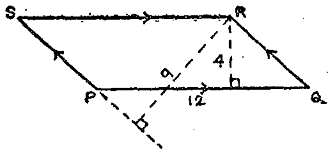
அடிப்பக்கம் = 12 செமீ.

பயிற்சி 1-5

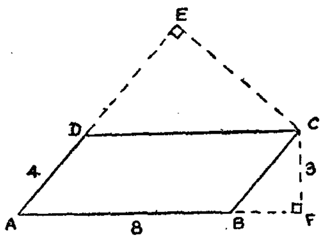
1. பின்வரும் அட்டவணையை எழுதி நிரப்புக. (அளவுகள் சென்டி மீட்டரில்)

	இணைகரத்தின் அடிப்பக்க அளவு	இணைகரத்தின் உயரம்	இணைகரத்தின் பரப்பு
(i)	12	—	67·2
(ii)	7·8	—	40·56
(iii)	a	—	ab
(iv)	—	6·4	96
(v)	—	5·3	65·72
(vi)	—	y	xy

2. படம் 4-18 இல் அளவுகள் யாவும் சென்டி மீட்டரில் தரப்பட்டுள்ளன. $\overline{PS}$ இன் நீளத்தைக் காண்க.



படம் 4-18.



படம் 4-19.

3. படம் 4-19 இல் அளவுகள் யாவும் மீட்டரில் தரப் பட்டுள்ளன. $\overline{CE}$ இன் நீளத்தைக் காண்க.

4. ஓர் இணைகரத்தின் நீளம் 10 செமீ; உயரம் 3·6 செமீ. அதன் பரப்பிற்குச் சமமான சதுரத்தின் பக்கம் யாது ?

5. ஓர் இணைகரமும், ஒரு சதுரமும் சமபரப்பு உடையன. சதுரத்தின் பக்கம் 12 செமீ, இணைகரத்தின் உயரம் 9 செமீ எனில், இணைகரத்தின் அடிப்பக்கம் யாது ?

6. ஓர் இணைகர வயலின் பரப்பு 29700 மீ^{2}. அவ்வயலின் ஒரு பக்க அளவு 220 மீ எனில், பக்கங்களுக்கு இடையே உள்ள தூரம் என்ன?

7. இணைகரம் ஒன்றின் உயரம் 48 மீ. அதன் பரப்பு 6000 சமீ. அதன் அடிப்பக்கத்தின் நீளம் என்ன?

விடைகள்

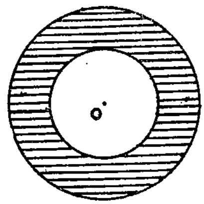
1. (i) 5·6 (ii) 5·2 (iii) b (iv) 15
(v) 12·4 (vi) x (செமீ)

2. $5\frac{1}{3}$ செமீ 3. 6 மீ 4. 6 செமீ 5. 16 செ.மீ

6. 135 மீ 7. 125 மீ

2—1. வட்ட வலயம்:

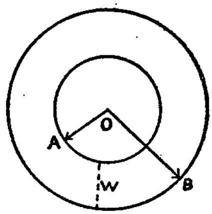
அசைவற்ற நீர்ப்பரப்பில் ஒரு சிறு கல்லைப் போட்டதும் வட்டம் வட்டமாக அலைகள் உண்டாவதைப் பார்த்திருக்கிறீர்கள். அவ்வட்டங்களுக்கெல்லாம் பொதுவான மையம் எது? அச்சிறுகல் விழுந்த இடமல்லவா அது! வெவ்வேறு அளவுள்ள பல வட்டங்களுக்குப் பொதுவாக உள்ள மையத்தையே **பொது வட்ட மையம்** என்கிறோம்.



படம் 4-20.

மேற்காணும் படத்தில் உள்ள இரு வட்டங்களும் ஒரே மையத்தை உடையனவாகவும், ஒரே தளத்தில் அமைந்தனவாகவும் உள்ளன. இதில் கோடிட்டுக் காட்டிய பகுதியே **வட்ட வலயம்** ஆகும்.

வட்ட வலயத்தின் அகலம்:



படம் 4-21.

மேற்காணும் படத்தில் O என்பது பொது வட்ட மையம், $\overline{OB}$ இன் அளவு R என்க. $\overline{OA}$ இன் அளவு r என்க. இரு வட்டங்களுக்கிடையே உள்ள தூரம் w என்க.

$$w = R - r$$

இதிலிருந்து $R = r + w$ என்றும்,

$r = R - w$ என்றும் அறியலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 1 :

(அ) ஒரு வட்ட வலயத்தின் வெளி வட்ட ஆரம் 15 செமீ; உள்வட்ட ஆரம் 10 செமீ. வட்ட வலயத்தின் அகலம் என்ன?

வட்ட வலய
அகலம் $w = R - r$
($R = 15$ செமீ, $r = 10$ செமீ)
$= (15 - 10)$ செமீ

வட்ட வலய
அகலம் $= 5$ செமீ.

(ஆ) ஒரு வட்ட வலயத்தின் உள் ஆரம் 12 செமீ, அகலம் 4 செமீ. வெளி ஆரம் என்ன?

வெளி ஆரம் $R = r + w$
($r = 12$ செமீ, $w = 4$ செமீ)
$= (12 + 4)$ செமீ
வெளி ஆரம் $= 16$ செமீ.

(இ) ஒரு வட்ட வலயத்தின் வெளி ஆரம் 18 செமீ, அகலம் 5 செமீ. உள் ஆரம் என்ன?

உள் ஆரம் $r = R - w$
($R = 18$ செமீ, $w = 5$ செமீ)
$= (18 - 5)$ செமீ
உள் ஆரம் $= 13$ செமீ.

எடுத்துக்காட்டு 2 :

ஒரு வட்ட வலயத்தின் வெளி வட்டச் சுற்றளவு 66 மீ; உள்வட்டச் சுற்றளவு 44 மீ. வட்ட வலயப் பாதையின் அகலம் என்ன?

வட்ட வலயத்தின் வெளி ஆரம் R என்க; உள் ஆரம் r என்க.

வெளி வட்டச் சுற்றளவு $2\pi R = 66$

$$2 \times \frac{22}{7} \times R = 66$$

$$R = 66 \times \frac{1}{2} \times \frac{7}{22}$$

$$= \frac{21}{2}$$

$$= 10{\cdot}5 \text{ மீ.}$$

உள் வட்டச் சுற்றளவு $2\pi r = 44$

$$2 \times \frac{22}{7} \times r = 44$$

$$r = 44 \times \frac{1}{2} \times \frac{7}{22}$$

$$= 7 \text{ மீ.}$$

பாதையின் அகலம் $= R - r$

$$= (10 \cdot 5 - 7) \text{ மீ.}$$

$$= 3 \cdot 5 \text{ மீ.}$$

பயிற்சி 2-1

1. பின்வரும் அட்டவணையை எழுதி நிரப்புக. (அளவுகள் சென்டி மீட்டரில்)

	வட்ட வலயத்தின் வெளி ஆரம்	வட்ட வலயத்தின் உள் ஆரம்	வட்ட வலயத்தின் அகலம்
(i)	12	8	—
(ii)	9	6·5	—
(iii)	a	b	—
(iv)	—	7	4
(v)	—	10·5	3·5
(vi)	—	10	x
(vii)	15	—	2·5
(viii)	21	—	7
(ix)	p	—	q

2. பின்வரும் கணக்குகளில் வட்ட வலயத்தின் அகலம் காண்க. (அளவுகள் சென்டி மீட்டரில்)

	வட்ட வலயத்தின் வெளி விட்டம்	வட்ட வலயத்தின் உள் விட்டம்
(i)	14	10
(ii)	21	14
(iii)	17	12
(iv)	31·5	24·5

3. ஒரு வட்ட வலயத்தின் வெளிவட்டச் சுற்றளவு 88 செமீ; உள்வட்டச் சுற்றளவு 66 செமீ. வட்ட வலயப் பாதையின் அகலம் என்ன ?

4. ஒரு வட்ட வலயத்தின் வெளிவட்டச் சுற்றளவு 220 மீ; உள்வட்டச் சுற்றளவு 132 மீ. வட்ட வலயப் பாதையின் அகலம் என்ன ?

5. ஒரு வட்ட வலயத்தின் வெளிவட்டச் சுற்றளவு $125\frac{5}{7}$ மீ; உள்வட்டச் சுற்றளவு $94\frac{2}{7}$ மீ. வட்ட வலயப் பாதையின் அகலம் என்ன ?

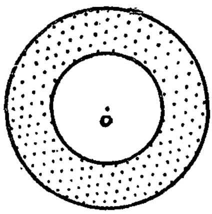
விடைகள்

1. (i) 4 (ii) 2·5 (iii) $a-b$ (iv) 11 (v) 14 (vi) $10+x$ (vii) 12·5 (viii) 14 (ix) $p-q$ (செமீ)
2. (i) 2 (ii) 3·5 (iii) 2·5 (iv) 3·5 (செமீ)
3. 3·5 செமீ 4. 14 மீ 5. 5 மீ

2—2. வட்ட வலயத்தின் பரப்பு :

நினைவு கூர்க :

வட்டத்தின் பரப்பு $A = \pi r^2$



படம் 4-22.

வட்ட வலயத்தின் பரப்பு = வெளி வட்டத்தின் பரப்பு − உள் வட்டத்தின் பரப்பு

வெளி வட்டத்தின் ஆரம் $= R$ என்க

உள் வட்டத்தின் ஆரம் $= r$ என்க

வெளி வட்டத்தின் பரப்பு $= \pi R^2$

உள் வட்டத்தின் பரப்பு $= \pi r^2$

எனவே,

வட்ட வலயத்தின் பரப்பு $= \pi R^2 - \pi r^2$

$= \pi (R^2 - r^2)$ அல்லது

$\pi (R + r)(R - r)$ அல்லது

$\pi (R + r) w$

எடுத்துக்காட்டு:

ஒரு வட்ட வலயப் பாதையின் வெளி ஆரம் 4 செமீ; உள் ஆரம் 3 செமீ. வட்ட வலயப் பாதையின் பரப்பு என்ன? $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$.

வட்ட வலயப் பாதையின் பரப்பு $= \pi (R+r)(R-r)$

$= \frac{22}{7} \times (4+3)(4-3)$

$= \frac{22}{7} \times 7 \times 1$

$= 22$ செமீ^{2}

பயிற்சி 2-2 (அ)

($\pi = \frac{22}{7}$ என்று கொண்டு பின்வரும் கணக்குகளைச் செய்க.)

1. ஒரு வட்ட வலயத்தின் வெளி ஆரம் 12 செமீ; உள் ஆரம் 5 செமீ. அதன் பரப்பு யாது?

2. ஒரு வட்ட வலயத்தின் வெளி விட்டம் 20 செமீ; உள் விட்டம் 8 செமீ. அதன் பரப்பு யாது?

3. ஒரு வட்ட வலயத்தின் வெளி ஆரம், உள் ஆரம் இவற்றின் கூடுதல் 70 மீ; வெளி ஆரம், உள் ஆரம் இவற்றின் வித்தியாசம் 10 மீ. வட்ட வலயத்தின் பரப்பு என்ன?

4. ஒரு வட்ட வலயமாக அமைந்த பந்தயத் திடலின் வெளி விட்டம் 120 மீ; உள் விட்டம் 80 மீ. π-இன் மதிப்பு 3·14 என்று கொண்டு வட்ட வலயப் பாதையின் பரப்பு காண்க.

5. ஒரு வட்டமான குளத்தின் விட்டம் 140 மீ. அதன் நடுவில் 14 மீ விட்டமுள்ள நீராழி மண்டபம் உள்ளது. மீதி இடத்தில் உள்ள நீர்ப் பரப்பைக் காண்க.

விடைகள்

1. 374 செமீ^{2} 2. 264 செமீ^{2} 3. 2200 மீ^{2}
4. 6280 மீ^{2} 5. 15246 மீ^{2}

எடுத்துக்காட்டு :

ஒரு வட்ட வலயத்தின் விட்டம் 50 செமீ. அதைச் சுற்றி உட்புறமாக உள்ள பாதையின் அகலம் 7 செமீ. பாதையின் பரப்பு என்ன? $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

வெளி விட்டம் = 50 செமீ
வெளி ஆரம் = 25 செமீ
பாதையின் அகலம் = 7 செமீ
உள் ஆரம் = வெளி ஆரம் — பாதையின் அகலம்
= (25 — 7) செமீ
= 18 செமீ

வட்ட வலயப் பாதையின் பரப்பு = $\pi (R+r)(R-r)$

$= \frac{22}{7} \times (25+18)(25-18)$

$= \frac{22}{7} \times 43 \times 7$

∴ பாதையின் பரப்பு = 946 செமீ^{2}

பயிற்சி 2-2 (ஆ)

($\pi = \frac{22}{7}$ என்று கொண்டு பின்வரும் கணக்குகளைச் செய்க.)

1. ஒரு வட்டமான மைதானத்தின் விட்டம் 350 மீ. அதைச் சுற்றி உட்புறத்தில் 7 மீ அகலமுள்ள பாதை இருக்கிறது. அப்பாதையின் பரப்பு என்ன?

2. ஒரு வட்ட வலய வடிவமாக அமைந்த பூப்பாத்தியின் வெளி விட்டம் 16 மீ. பூப்பாத்தியின் அகலம் 1 மீ. பூப்பாத்தியின் பரப்பு என்ன?

3. ஒரு வட்டமான கிணற்றின் விட்டம் 6 மீ. அதைச் சுற்றி வெளிப்புறத்தில் 2 மீ அகலத்திற்கு ஒரு தளம் அமைந்துள்ளது. அத் தளத்தின் பரப்பைக் காண்க.

4. ஒரு வட்ட வடிவமான தோட்டத்தின் விட்டம் 140 மீ. அதைச் சுற்றி வெளிப்புறத்தில் 7 மீ அகலமுள்ள பாதை அமைந்துள்ளது. அப்பாதையின் பரப்பு என்ன?

விடைகள்

1. 7546 $மீ^2$ 2. $47\frac{1}{7}$ $மீ^2$ 3. $50\frac{2}{7}$ $மீ^2$

4. 3234 $மீ^2$

2—3. வட்ட வலயத்தின் பரப்பு (சுற்றளவு தெரிந்தால்):

எடுத்துக்காட்டு 1 :

ஒரு வட்ட வலயத்தின் வெளிவட்டச் சுற்றளவு 88 மீ; உள்வட்டச் சுற்றளவு 66 மீ. வட்ட வலயப் பாதையின் அகலம் என்ன? பரப்பு என்ன?

வெளிவட்டச் சுற்றளவு $= 2\pi R$ என்க.

$$2\pi R = 88$$

$$2 \times \frac{22}{7} \times R = 88$$

$$R = 88 \times \frac{1}{2} \times \frac{7}{22}$$

$$= 14 \text{ மீ}$$

உள்வட்டச் சுற்றளவு $= 2\pi r$ என்க.

$$2\pi r = 66$$

$$2 \times \frac{22}{7} \times r = 66$$

$$r = 66 \times \frac{1}{2} \times \frac{7}{22}$$

$$= \frac{21}{2}$$

$$= 10{\cdot}5 \text{ மீ}$$

பாதையின் அகலம் $= (14 - 10{\cdot}5)$ மீ

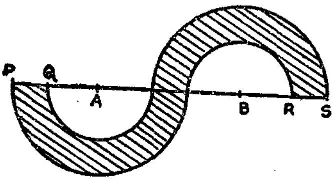
$$= 3{\cdot}5 \text{ மீ}$$

$$\text{பாதையின் பரப்பு} = \pi (R + r)(R - r)$$
$$= \frac{22}{7} (14 + 10\tfrac{1}{2})(14 - 10\tfrac{1}{2})$$
$$= \frac{22}{7} \times 24\tfrac{1}{2} \times 3\tfrac{1}{2}$$
$$= \frac{22}{7} \times \frac{49}{2} \times \frac{7}{2}$$
$$= \frac{539}{2}$$
$$= 269{\cdot}5 \text{ மீ}^2$$

பயிற்சி 2-3

1. ஒரு வட்ட வலயத்தின் வெளிவட்டச் சுற்றளவு 66 மீ; உள்வட்டச் சுற்றளவு 44 மீ. வட்ட வலயப் பாதையின் அகலத்தையும் அதன் பரப்பையும் காண்க. $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

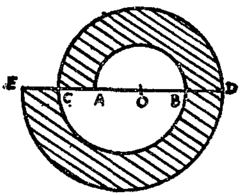
2. ஒரு வட்டமான வயலின் சுற்றளவு 352 மீ. அதைச் சுற்றி வெளிப்புறமுள்ள பாதையும் சேர்த்து வெளிச் சுற்றளவு 396 மீ. பாதையின் அகலம் என்ன? பாதையின் பரப்பு என்ன?

3. 

படம் 4-23.

படம் 4-23 இல் $\overline{PQ} = \overline{RS} = 1$ செமீ, $\overline{AQ} = \overline{BR} = 1$ செமீ. கோடிட்ட பகுதியின் பரப்பு யாது?

4. படம் 4-24 இல்
$\overline{OA} = \overline{OB} = 7$ செமீ,
$\overline{AC} = \overline{BD} = \overline{CE} = 7$ செமீ.
கோடிட்ட பகுதியின் பரப்பு யாது?



படம் 4-24.

5. ஒரு வட்டமான அட்டையின் விட்டம் 40 செமீ. அதன் நடுவில் 6 செமீ ஆரமுள்ள வட்டமான பகுதி வெட்டி எடுக்கப்படுகிறது. மீதியுள்ள அட்டையின் பரப்பு யாது?

விடைகள்

1. 3.5 மீ; 192.5 மீ^{2} 2. 7 மீ; 2618 மீ^{2}

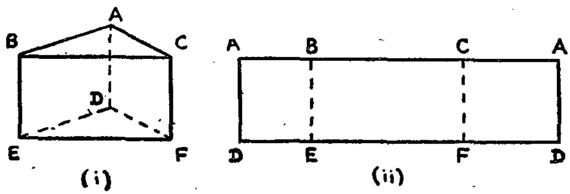
3. $9\frac{3}{7}$ செமீ^{2} 4. 539 செமீ^{2} 5. 1144 செமீ^{2}

3—1. நேர்ப்பட்டகத்தின் பக்க தலப்பரப்பு:

பெட்டி, பார் சோப்பு, செங்கல், ஆய்வகத்தில் உள்ள பிரிசம் முதலியன நேர்ப்பட்டகங்களுக்கான சில எடுத்துக் காட்டுகளாகும்.

ஒரு நேர்ப்பட்டகத்தின் குறுக்குவெட்டு ஒரே சீரானதாக இருக்கும். அடிப்பக்கமும், மேற்பக்கமும் முற்றும் சமமான உருவங்களாக இருக்கும். அதன் பக்க முகங்கள் செவ்வகங்களாக இருக்கும். இவ்வாறான கன உருவங்களையே நாம் **நேர்ப்பட்டகங்கள்** என்று அறிந்து கொண்டிருக்கிறோம்.

ஒரு பட்டகத்தின் தலப் பரப்பளவை எவ்வாறு காண்பது என்று அறிவோம்.



படம் 4-25.

படம் 4-25 இல் காட்டியுள்ளவாறு முக்கோண நேர்ப் பட்டகம் ஒன்றை எடுத்துக் கொள்வோம். அப்பட்டகத்தைச் சுற்றிலும் சரியாகப் பொருந்தும்படி ஒரு காகிதத்தைச் சுற்றிப் பிறகு அதை விரித்துப் பார்க்கும்போது அக்காகிதம் செவ்வக வடிவமாக இருப்பது தெரிகிறது அல்லவா?

இச்செவ்வகத்தின்

நீளம் = பட்டகத்தின் அடிச் சுற்றளவு

அகலம் = பட்டகத்தின் உயரம்

பட்டகத்தின் பக்க தலப்
பரப்பு = செவ்வகத்தின் பரப்பு
= செவ்வகத்தின் நீளம் × அகலம்
= பட்டகத்தின் அடிச் சுற்றளவு × உயரம்

இதைச் சுருக்கமாக, $SA = p \times h$ என்று குறிக்கலாம்.

SA என்பது பக்க தலப் பரப்பையும்,
p என்பது அடிச் சுற்றளவையும்,
h என்பது உயரத்தையும் குறிக்கும்.

ஒரு பட்டகத்தின் பக்க தலப்பரப்புடன் பட்டகத்தின் மேல், கீழ் ஆகிய இரு தலங்களின் பரப்பைக் கூட்டினால் மொத்த தலப்பரப்பு கிடைக்கின்றது.

ஒரு பட்டகத்தின் மேல்த்தலத்தின் பரப்பும், கீழ்த்தலத்தின் பரப்பும் சமம்.

எனவே,

பட்டகத்தின் மொத்த தலப்பரப்பு } = { பக்க தலப்பரப்பு + 2 அடிப்பரப்பு

(அல்லது)

பக்க தலப்பரப்பு + 2 குறுக்குவெட்டுப் பரப்பு

எடுத்துக்காட்டு 1 :

ஒரு நேர்ப்பட்டகத்தின் அடிச் சுற்றளவு 18 செமீ; உயரம் 12 செமீ. அதன் பக்க தலப்பரப்பு என்ன?

பக்க தலப்பரப்பு = $p \times h$

p = 18 செமீ

h = 12 செமீ

$p \times h$ = 18×12 செமீ^{2}

= 216 செமீ^{2}

எடுத்துக்காட்டு 2 :

ஒரு நேர்ப்பட்டகத்தின் பக்க தலப்பரப்பு 120 செமீ^{2}. அதன் அடிச் சுற்றளவு 15 செமீ. அதன் உயரம் என்ன?

பக்க தலப்பரப்பு $ph = 120$; $p = 15$

$$\therefore 15 \times h = 120$$

$$h = \frac{120}{15}$$

$$= 8$$

உயரம் = 8 செமீ.

எடுத்துக்காட்டு 3 :

ஒரு நேர்ப்பட்டகத்தின் பக்க தலப்பரப்பு 256 செமீ^{2}. அதன் உயரம் 16 செமீ. அதன் அடிச் சுற்றளவு யாது?

பக்க தலப்பரப்பு $ph = 256$; $h = 16$

$$\therefore p \times 16 = 256$$

$$p = \frac{256}{16}$$

$$= 16$$

அடிச் சுற்றளவு = 16 செமீ.

பயிற்சி 3-1

1. நேர்ப்பட்டகங்களின் அடிச் சுற்றளவும், உயரமும் சென்டி மீட்டரில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. பக்க தலப் பரப்பைக் காண்க.

	அடிச் சுற்றளவு (செமீ)	உயரம் (செமீ)
(i)	24	5
(ii)	36	7·5
(iii)	18·2	9
(iv)	x	y
(v)	$a+b+c$	k

2. நேர்ப்பட்டகங்களின் பக்க தலப்பரப்பும் அடிச் சுற்றளவும் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. உயரங்களைக் காண்க.

	பக்க தலப்பரப்பு (செமீ²)	அடிச் சுற்றளவு (செமீ)
(i)	300	24
(ii)	72	14·4
(iii)	247·5	15
(iv)	p	q
(v)	xy	y

3. நேர்ப்பட்டகங்களின் பக்க தலப்பரப்பும், உயரமும் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. அவற்றின் அடிச் சுற்றளவைக் காண்க.

	பக்க தலப்பரப்பு (செமீ²)	உயரம் (செமீ)
(i)	375	15
(ii)	348·5	20·5
(iii)	243	18
(iv)	l	m
(v)	ab	b

விடைகள்

1. (i) 120 (ii) 270 (iii) 163·8 (iv) xy (v) $(a+b+c)k$ (செமீ²)
2. (i) 12·5 (ii) 5 (iii) 16·5 (iv) p/q (v) x (செமீ)
3. (i) 25 (ii) 17 (iii) 13·5 (iv) l/m (v) a (செமீ)

3—2. நேர்ப்பட்டகத்தின் கன அளவு :

ஒரு பட்டகத்தின் கன அளவைக் காண அதன் அடிப் பரப்பை அதன் உயரத்தால் பெருக்க வேண்டும் என்று அறிந்துள்ளோம். அதாவது,

பட்டகத்தின் கன அளவு = அடிப்பரப்பு × உயரம்

அல்லது

குறுக்கு வெட்டுப்பரப்பு × உயரம்

இதைச் சுருக்கமாக $V = A \times h$ என்று குறிக்கலாம்.

V என்பது பட்டகத்தின் கனஅளவையும்,

A என்பது அடிப்பரப்பையும்,

h என்பது உயரத்தையும் குறிக்கின்றன.

எடுத்துக்காட்டு 1 :

ஒரு முக்கோணப் பட்டகத்தின் உயரம் 15 செமீ; அடிப்புக்க முக்கோணத்தின் ஒரு பக்கம் 8 செமீ; அதன்மீது எதிர்ப்பக்கத்திலிருந்து வரையப்பட்ட குத்துக்கோட்டின் உயரம் 4·5 செமீ. பட்டகத்தின் கன அளவு என்ன?

அடி முக்கோணத்தின் பரப்பு $A = \frac{1}{2} bh$

[$b = 8$ செமீ,
$h = 4 \cdot 5$ செமீ]

$A = \frac{1}{2} \times 8 \times 4{\cdot}5$

$= 18$ செமீ^{2}

பட்டகத்தின் உயரம் $h = 15$ செமீ

பட்டகத்தின் கன அளவு $= A \times h$

$= 18 \times 15$

$= 270$ செமீ^{3}

எடுத்துக்காட்டு 2 :

ஒரு பட்டகத்தின் அடிப்பக்கம் செங்கோண முக்கோணம் ஆகும். அச்செங்கோண முக்கோணத்தில் செங்கோணத்தை உள்ளடக்கிய பக்கங்கள் முறையே 6 செமீ, 10 செமீ. பட்டகத்தின் உயரம் 12 செமீ. பட்டகத்தின் கன அளவு யாது?

அடிப்பரப்பு $A = \frac{1}{2} bh$

$= \frac{1}{2} \times 6 \times 10$

$= 30$ செமீ^{2}

பட்டகத்தின் உயரம் $h = 12$ செமீ

பட்டகத்தின் கன அளவு $= A \times h$

$= 30 \times 12$

$= 360$ செமீ^{3}

எடுத்துக்காட்டு 3 :

12 செமீ உயரமுள்ள ஒரு பட்டகத்தின் குறுக்கு வெட்டு 5 செமீ பக்க நீளமுள்ள சதுரம். இப்பட்டகத்தின் கன அளவு காண்க.

அடிப்பரப்பு $A = a^2$

$= 5 \times 5$ செமீ^{2}

$= 25$ செமீ^{2}

பட்டகத்தின் உயரம் $h = 12$ செமீ

பட்டகத்தின் கன அளவு $V = A \times h$

$= 25 \times 12$

$= 300$ செமீ^{3}

பயிற்சி 3-2

1. பின்வரும் முக்கோணப் பட்டகங்களின் கன அளவைக் காண்க. (அளவுகள் சென்டி மீட்டரில்)

	குறுக்கு வெட்டு அடிப்பக்கம்	முக்கோணத்தின் உயரம்	பட்டகத்தின் உயரம்
(i)	4·5	4	10
(ii)	6	5	12
(iii)	15	8·5	20
(iv)	8	6	7·5
(v)	b	c	d

2. பின்வரும் செங்கோண முக்கோணப் பட்டகங்களின் கன அளவுகளைக் காண்க. (அளவுகள் சென்டி மீட்டரில்)

	செங்கோணத்தை உள்ளடக்கிய பக்கங்கள்	பட்டகத்தின் உயரம்
(i)	8, 9	12
(ii)	7, 7	10
(iii)	6.2, 5	15
(iv)	12, 15	7.5
(v)	x, y	a

3. ஒரு சதுரப் பட்டகத்தின் வெட்டுமுகத்தின் பக்கம் 6 செமீ. பட்டகத்தின் உயரம் 15 செமீ. அதன் கன அளவு யாது?

4. ஒரு சதுரப் பட்டகத்தின் அடிச்சுற்றளவு 16 செமீ. அதன் உயரம் 5 செமீ. அதன் கன அளவு காண்க.

விடைகள்

1. (i) 90 (ii) 180 (iii) 1275 (iv) 180 (v) $\frac{1}{2}bcd$ (செமீ³)

2. (i) 432 (ii) 245 (iii) 232.5 (iv) 675 (v) $\frac{1}{2}axy$ (செமீ³)

3. 540 செமீ³ 4. 80 செமீ³

3 – 3. முக்கோணப் பட்டகம் :

எடுத்துக்காட்டு :

ஒரு முக்கோணப் பட்டகத்தின் உயரம் 15 செமீ. முக்கோணத்தின் பக்கங்கள் 6 செமீ, 8 செமீ, 10 செமீ. அதன் பக்க தலப்பரப்பு என்ன?

அடிச் சுற்றளவு $p = 6 + 8 + 10$
$= 24$ செமீ

உயரம் $h = 15$ செமீ

பக்க தலப்பரப்பு $A = ph$
$= 24 \times 15$
$= 360$ செமீ²

பயிற்சி 3-3

1. பின்வரும் முக்கோணப் பட்டகங்களின் பக்க தலப் பரப்பு காண்க. (அளவுகள் சென்டி மீட்டரில்)

	குறுக்கு வெட்டு முக்கோணத்தின் பக்கங்கள்	பட்டகத்தின் உயரம்
(i)	3, 4, 5	12
(ii)	6, 6, 10	15
(iii)	5, 8, 11	16
(iv)	6, 2.5, 6.5	20
(v)	x, y, z	a

2. ஒரு பட்டகத்தின் குறுக்கு வெட்டு 8 செமீ பக்கமுள்ள ஒரு சமபக்க முக்கோணம். பட்டகத்தின் உயரம் 15 செமீ. இப்பட்டகத்தின் பக்க தலப்பரப்பு என்ன?

3. ஒரு சமபக்க முக்கோணப் பட்டகத்தின் பக்க தலப்பரப்பு 192 செமீ². அதன் உயரம் 16 செமீ. முக்கோணப் பக்கம் ஒவ்வொன்றின் அளவு யாது?

விடைகள்

1. (i) 144 (ii) 330 (iii) 384 (iv) 300
   (v) $(x+y+z)a$ (செமீ^{2})

2. 360 செமீ^{2} 3. 4 செமீ.

3—4. செங்கோண முக்கோணப் பட்டகம் :

எடுத்துக்காட்டு :

ஒரு பட்டகத்தின் குறுக்கு வெட்டு 6 செமீ, 8 செமீ, 10 செமீ அளவுள்ள செங்கோண முக்கோணம். (இச் செங்கோண முக்கோணத்தில் செங்கோணத்தை உள்ளடக்கிய பக்கங்கள் முறையே 8 செமீ, 6 செமீ.) . பட்டகத்தின் உயரம் 15 செமீ. அதன் பக்க தலப்பரப்பையும், மொத்த தலப்பரப்பையும் காண்க.

அடிச் சுற்றளவு $p = 6 + 8 + 10$ செமீ

$= 24$ செமீ

உயரம் $h = 15$ செமீ

பக்க தலப்பரப்பு $SA = ph$

$= 24 \times 15$

$= 360$ செமீ^{2}

அடிப்பரப்பு $A = \frac{1}{2} bh \quad (b = 8,\ h = 6)$

$= \frac{1}{2} \times 8 \times 6$

$= 24$ செமீ^{2}

மொத்த தலப்பரப்பு = பக்க தலப்பரப்பு + 2 அடிப்பரப்பு

$= 360 + 2 \times 24$

$= 360 + 48$

$= 408$ செமீ^{2}

பயிற்சி 3-4

1. ஒரு பட்டகத்தின் குறுக்கு வெட்டு 5 செமீ, 12 செமீ, 13 செமீ அளவுள்ள செங்கோண முக்கோணமாகும். (இச் செங்கோண முக்கோணத்தில் செங்கோணத்தை உள்ளடக்கிய பக்கங்கள் முறையே 5 செமீ, 12 செமீ.) பட்டகத்தின் உயரம் 20 செமீ. அதன் பக்க தலப்பரப்பையும் மொத்த தலப்பரப்பையும் காண்க.

2. ஒரு பட்டகத்தின் குறுக்கு வெட்டு 8 செமீ, 15 செமீ, 17 செமீ அளவுள்ள செங்கோண முக்கோணமாகும். (இச் செங்கோண முக்கோணத்தில் செங்கோணத்தை உள்ளடக்கிய பக்கங்கள் முறையே 8 செமீ, 15 செமீ.) பட்டகத்தின் உயரம் 10 செமீ எனில் அதன் பக்க தலப்பரப்பு, மொத்த தலப்பரப்பு இவற்றைக் காண்க.

3. ஒரு பட்டகத்தின் அடிப்பக்கம் 12 செமீ, 16 செமீ, 20 செமீ அளவுள்ள செங்கோண முக்கோணமாகும். பட்டகத்தின் உயரம் 30 செமீ எனில், அதன் பக்க தலப்பரப்பையும், மொத்த தலப்பரப்பையும் காண்க.

விடைகள்

1. 600 செமீ^{2}, 660 செமீ^{2}
2. 400 செமீ^{2}, 520 செமீ^{2}
3. 1440 செமீ^{2}, 1632 செமீ^{2}

3—5. சதுரப் பட்டகம்:

எடுத்துக்காட்டு:

ஒரு சதுரப் பட்டகத்தின் உயரம் 20 செமீ. அதன் ஒரு பக்கம் 4·5 செமீ. அதன் பக்க தலப்பரப்பையும் மொத்த தலப்பரப்பையும் காண்க.

அடிச் சுற்றளவு $p = 4{\cdot}5 + 4{\cdot}5 + 4{\cdot}5 + 4{\cdot}5$

அல்லது $4{\cdot}5 \times 4$

$= 18$ செமீ

உயரம் $h = 20$ செமீ

பக்க தலப்பரப்பு $SA = p \times h$

$= 18 \times 20$

$= 360$ செமீ^{2}

சதுரத்தின் பரப்பு $= a \times a$

அதாவது அடிப்பரப்பு $= 4{\cdot}5 \times 4{\cdot}5$

$= 20{\cdot}25$ செமீ^{2}

மொத்த தலப்பரப்பு = பக்க தலப்பரப்பு + 2 அடிப் பரப்பு

$= 360 + 2 \times 20{\cdot}25$

$= 360 + 40{\cdot}5$

$= 400{\cdot}5$ செமீ^{2}

பயிற்சி 3-5

1. ஒரு சதுரப் பட்டகத்தின் உயரம் 16 செமீ, அதன் ஒரு பக்கம் 7·5 செமீ. அதன் பக்க தலப்பரப்பையும், மொத்த தலப்பரப்பையும் காண்க.

2. ஒரு சதுரப் பட்டகத்தின் உயரம் 3 மீ. அதன் ஒரு பக்கம் 1 மீ. அதன் பக்க தலப்பரப்பு என்ன? மொத்த தலப் பரப்பு என்ன? அதன் பக்க தலப்பரப்பிற்கு மட்டும் வர்ணம் பூச ஒரு சதுர மீட்டருக்கு 75 காசு வீதம் என்ன செலவாகும்?

3. ஒரு சதுரப் பட்டகத்தின் பக்க தலப்பரப்பு 72 மீ^{2}, அதன் அடிப்பக்கம் 1·5 மீ. அதன் உயரம் யாது?

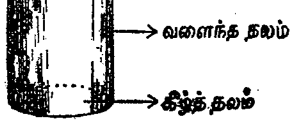
4. ஒரு சதுரப் பட்டக வடிவமுள்ள தூணின் பக்க தலப்பரப்பு 180 மீ^{2}. அதன் உயரம் 15 மீ. அதன் அடிப்பக்கம் ஒவ்வொன்றும் எவ்வளவு மீட்டர்?

விடைகள்

1. 480 செமீ^{2}, 592·5 செமீ^{2} 2. 12 மீ^{2}, 14 மீ^{2}, ரூ. 9.00
3. 12 மீ 4. 3 மீ.

4—1. நேர் உருளை :

பால் உணவு அடைத்துவரும் டின்கள், ரூல்தடி, சீவப் படாத பென்சில், வாழைத் தண்டு, சாலை போட உதவும் உருளை முதலானவற்றை **சிலிண்டர்** அல்லது **நேர்வட்ட உருளை** என்பதற்குச் சில எடுத்துக்காட்டுகளாகக் கொள்ள லாம்.



படம் 4-26.

ஒரு நேர்வட்ட உருளையின் மேல்த்தலமும் கீழ்த்தலமும் முற்றும் சமவட்டங்களாகும். ஒரு நேர்வட்ட உருளைக்கு மேல்த்தலமும் கீழ்த்தலமும் தவிர வளைந்த தலம் ஒன்று இருப்பதையும் காண்கிறோம்.

இனி நேர்வட்ட உருளை என்று அழைப்பதற்குப் பதிலாகச் சுருக்கமாக **உருளை** என்றே அழைப்போம்.

உருளையின் அடிப்பகுதி வட்டமாக அமைந்துள்ளதால் வட்டத்தின் சுற்றளவைக் காணும் விதத்தையும், வட்டத்தின் பரப்பளவைக் காணும் விதத்தையும் நாம் நினைவுபடுத்திக் கொள்ள வேண்டும்.

ஒரு வட்டத்தின் ஆர அளவு r எனில்,

வட்டத்தின் சுற்றளவு $C = 2\pi r$ என்றும்,

வட்டத்தின் பரப்பு $A = \pi r^2$ என்றும்
கற்றிருக்கிறோம் அல்லவா?

எடுத்துக்காட்டு 1 :

ஒரு வட்டத்தின் ஆரம் 7 செமீ எனில், அதன் சுற்றளவு என்ன? $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

வட்டத்தின் சுற்றளவு $C = 2\pi r \quad (r = 7)$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7$$

$$= 44 \text{ செமீ.}$$

எடுத்துக்காட்டு 2 :

ஒரு வட்டத்தின் ஆரம் 10·5 செமீ எனில், அதன் பரப்பளவு என்ன? $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

வட்டத்தின் பரப்பு $A = \pi r^2 \quad (r = 10.5)$

$$= \frac{22}{7} \times 10.5 \times 10.5$$

$$= 346.5 \text{ செமீ}^2$$

பயிற்சி 4-1

($\pi = \frac{22}{7}$ என்று கொண்டு பின்வரும் கணக்குகளைச் செய்க.)

1. பின்வரும் ஆர அளவுள்ள வட்டங்களின் சுற்றளவு காண்க. (அளவுகள் சென்டி மீட்டரில்)
   (i) 3.5 (ii) 10.5 (iii) 5 (iv) 14 (v) $7x$

2. பின்வரும் விட்ட அளவுள்ள வட்டங்களின் சுற்றளவு காண்க. (அளவுகள் மீட்டரில்)
   (i) 14 (ii) 10 (iii) 21 (iv) 4·2 (v) $2a$

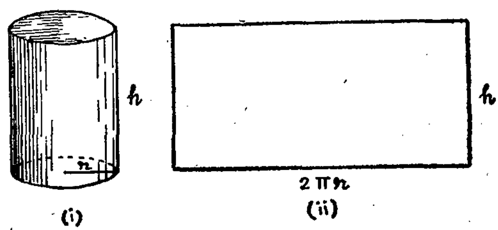
3. பின்வரும் ஆர அளவுள்ள வட்டங்களின் பரப்பளவு காண்க. (அளவுகள் மீட்டரில்)
   (i) 2·1 (ii) 1·4 (iii) 7 (iv) 3·5 (v) x

4. பின்வரும் விட்ட அளவுள்ள வட்டங்களின் பரப்பளவைக் காண்க. (அளவுகள் சென்டி மீட்டரில்)
   (i) 21 (ii) 20 (iii) 4·2 (iv) 3·5 (v) d

விடைகள்

	(i)	(ii)	(iii)	(iv)	(v)
1.	22	66	$31\frac{3}{7}$	88	$44x$ (செமீ)
2.	44	$31\frac{3}{7}$	66	13·2	$2\pi a$ (மீ)
3.	13·86	6·16	154	38·5	πx^2 (மீ^{2})
4.	346·5	$314\frac{2}{7}$	13·86	$9\frac{5}{8}$	$\frac{\pi}{4}d^2$ (செமீ^{2})

4—2. உருளையின் வளைந்த தலப்பரப்பு:



படம் 4-27.

ஒரு காகிதத்தை எடுத்து ஓர் உருளையின் வளைந்த தலத்தின் மீது சரியாகப் பொருந்துமாறு சுற்றி எடுத்து அதை விரித்துப் பார்த்தால் அது ஒரு செவ்வக வடிவமாக இருக்கிறதல்லவா?

இதிலிருந்து உருளையின் வளைந்த தலப்பரப்பு செவ்வகத்தின் பரப்பளவுக்குச் சமம் என்று அறிகிறோம்.

உருளையின் அடிச் சுற்றளவு p = செவ்வகத்தின் நீளம்
உருளையின் உயரம் h = செவ்வகத்தின் அகலம்
எனவே,

உருளையின் வளைந்த
தலப்பரப்பு $SA = p \times h$ அல்லது
$2\pi r \times h$

அதாவது, உருளையின்
வளைந்த தலப்பரப்பு $SA = 2\pi rh$

எடுத்துக்காட்டு 1:

ஓர் உருளையின் விட்டம் 14 செமீ; உயரம் 15 செமீ. அதன் வளைதலப் பரப்பைக் காண்க. $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

உருளையின் விட்டம் d = 14 செமீ
∴ உருளையின் ஆரம் r = 7 செமீ
உருளையின் உயரம் h = 15 செமீ
உருளையின் வளைதலப் பரப்பு $= 2\pi rh$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 15$$

= 660 செமீ^{2}

எடுத்துக்காட்டு 2:

திடலைச் சமப்படுத்தும் ஓர் உருளையின் விட்டம் 2·8 மீ; அதன் நீளம் 2 மீ. ஒரு திடலில் அதை 10 முறை உருட்டினால் அவ்வுருளை சென்றிருக்கக்கூடிய பரப்பளவு யாது?

1 முறை உருட்டினால் உருளை சென்றிருக்கக்கூடிய பரப்பு = உருளையின் வளைதலப் பரப்பு

$= 2\pi rh$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 1{\cdot}4 \times 2$$

= 17·6 மீ^{2}

10 முறை உருட்டினால் உருளை
சென்றிருக்கக் கூடிய பரப்பு = 17·6 × 10
= 176 மீ^{2}

பயிற்சி 4-2

1. பின்வரும் அளவுள்ள உருளையின் வளைதலப் பரப்பு காண்க. அளவுகள் செண்டி மீட்டரில். $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

	ஆரம்	உயரம்
(i)	4	7
(ii)	5·6	8
(iii)	4·2	5·5
(iv)	3	6·3
(v)	10	21
(vi)	a	b

2. பின்வரும் அளவுள்ள உருளையின் வளைதலப் பரப்பு காண்க. அளவுகள் செண்டி மீட்டரில். $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

	விட்டம்	உயரம்
(i)	14	8
(ii)	12·6	10
(iii)	28	40
(iv)	8	24
(v)	5·6	3·5
(vi)	$2x$	y

3. ஒரு சிலிண்டர் வடிவத் தூணின் ஆரம் 14 செமீ; உயரம் 5மீ. இதற்கு வர்ணம் பூச சதுர மீட்டருக்கு ரூ. 15 வீதம் என்ன செலவாகும் ?

4. ஒரு கிணற்றின் உள் விட்டம் 3 மீ; ஆழம் 7மீ. அதன் உள் புறத்தில் காரை பூசுவதற்கு 1 சதுர மீட்டருக்கு ரூ. 7-50 வீதம் என்ன செலவாகும் ?

5. ஒரு கிரிக்கெட் திடலில் உள்ள உருளையின் நீளம் $1\frac{3}{4}$ மீ. அதன் விட்டம் 50 செமீ. அவ்வுருளை ஒருமுறை உருட்டப் படும்போது எவ்வளவு பரப்பைச் சமன்படுத்தும் ?

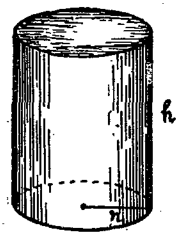
விடைகள்

1. (i) 176 (ii) 281·6 (iii) 145·2 (iv) 118·8 (v) 1320 (vi) $2\pi ab$ (செமீ^{2})
2. (i) 352 (ii) 396 (iii) 3520 (iv) $603\frac{1}{7}$ (v) 61·6 (vi) $2\pi xy$ (செமீ^{2})
3. ரூ. 66 4. ரூ. 495 5. 2·75 மீ^{2}

4—3. உருளையின் கன அளவு:

ஒரு நேர்ப் பட்டகத்தின் கன அளவைக் கணக்கிட அதன் அடித்தலப் பரப்பை அதன் உயரத்தால் பெருக்கினோம். அவ்வாறே ஓர் உருளையின் கன அளவைக் கணக்கிட அதன் அடிதலப் பரப்பை அதன் உயரத்தால் பெருக்க வேண்டும்.

உருளையின் கன அளவு = அடித்தலப் பரப்பு × உயரம்.



படம் 4-28 இல் உள்ள உருளையின் ஆரம் r என்போம்; உயரம் h என்போம். இதன் அடித்தலத்தின் பரப்பு πr^2 அல்லவா? எனவே,

உருளையின்கன அளவு $V = \pi r^2 \times h$
$= \pi r^2 h$

படம் 4-28.

எடுத்துக்காட்டு 1:

ஒரு கெட்டியான உலோக உருளையின் ஆரம் 7 செமீ; உயரம் 10 செமீ. ஒரு கன சென்டிமீட்டர் உலோகத்தின் நிறை 7·5 கிராம் எனில், அவ்வுலோக உருளையின் நிறை யாது? கிலோ கிராமில் காண்க. $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

உலோக உருளையின்
கன அளவு $V = \pi r^2 h$

$(r = 7;\ h = 10)$

$\therefore V = \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 10$

$= 1540$ செமீ^{3}

1 கன செமீ
உலோகத்தின் நிறை = 7·5 கிராம்
1540 கன செமீ
உலோகத்தின் நிறை = 7·5 × 1540 கிராம்
= 11550 கிராம்
= 11·55 கிலோ கிராம்.

எடுத்துக்காட்டு 2 :

14 செமீ விட்டமுள்ள ஓர் உருளை வடிவப் பாத்திரத்தில் 48 செமீ உயரத்திற்கு எண்ணெய் நிரம்பியுள்ளது. அதை 4 செமீ விட்டமும், 6 செமீ உயரமும் உள்ள எத்தனை சிலிண்டர் குப்பிகளில் அடைக்கலாம்? $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

எண்ணெயின் கன அளவு $V = \pi R^2 H$

$$\left(R = \frac{14}{2} = 7, \; H = 48\right)$$

$$= \pi \times 7 \times 7 \times 48$$

குப்பியின் கன அளவு $v = \pi r^2 h$

$$\left(r = \frac{4}{2} = 2, \; h = 6\right)$$

$$= \pi \times 2 \times 2 \times 6$$

எண்ணெய் அடைக்கப்படும் குப்பிகளின் எண்ணிக்கை $= \frac{V}{v}$

$$= \frac{\pi \times 7 \times 7 \times 48}{\pi \times 2 \times 2 \times 6}$$

$$= 98$$

பயிற்சி 4-3

$\left(\pi = \frac{22}{7}\right.$ என்று கொள்க. $\left.\right)$

1. பின்வரும் சிலிண்டரின் கன அளவு காண்க. (அளவுகள் சென்டி மீட்டரில்)
   - (i) ஆரம் 3; உயரம் 21
   - (ii) ஆரம் 4·2; உயரம் 10
   - (iii) ஆரம் x; உயரம் y
   - (iv) விட்டம் 14; உயரம் 20
   - (v) விட்டம் 3·5; உயரம் 12
   - (vi) விட்டம் $2a$; உயரம் b

2. ஒரு சிலிண்டர் வடிவக் களஞ்சியத்தின் உள் விட்டம் 1·5 மீ; உயரம் 3·5 மீ. அதன் கொள்ளளவு யாது?

3. 28 செமீ விட்டமுள்ள உருளை வடிவப் பாத்திரமொன்றில் 25 செமீ உயரத்திற்குப் பால் நிரம்பியுள்ளது. அப் பாத்திரத்தில் உள்ள பால் எத்தனை லிட்டர்?

4. ஒரு செப்புக் கம்பியின் விட்டம் 0·7 செமீ. செம்பின் எடை 1 கன சென்டிமீட்டருக்கு 8·9 கிராம் என்றால், 500 செமீ நீளமுள்ள கம்பியின் எடை என்ன?

5. அளப்பதற்குப் பயன்படும் ஒரு படியின் விட்டம் 12 செமீ. அதன் உயரம் 18·5 செமீ. அதன் கொள்ளளவை லிட்டருக்குத் திருத்தமாகக் காண்க.

6. 16 செமீ விட்டமும், 20 செமீ உயரமும் உடைய உருளை வடிவப் பாத்திரம் நிரம்பப் பால் இருக்கிறது. அதை 4 செமீ விட்டமும், 10 செமீ உயரமும் உடைய எத்தனை உருளை வடிவக் குவளைகளில் நிரப்பலாம்?

7. 5 செமீ ஆரமும், 1·2 மீ நீளமும் உள்ள ஓர் உலோக உருளையை உருக்கி 1 செமீ ஆரமும், 15 செமீ நீளமும் உள்ள எத்தனை கம்பிகள் செய்யலாம்?

விடைகள்

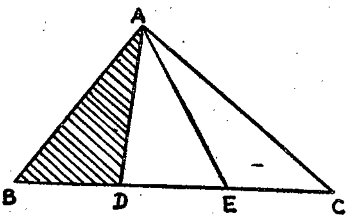
1. (i) 594 (ii) 554·4 (iii) $\pi x^2 y$ (iv) 3080
(v) 115·5 (vi) $\pi a^2 b$ (செமீ^{3})

2. $6\frac{3}{16}$ மீ^{3} 3. 15·4 லிட். 4. 1713·25 கிராம்

5. 2 லிட். 6. 32 7. 200

4. அளவியல் — தன்னறிவுச் சோதனை

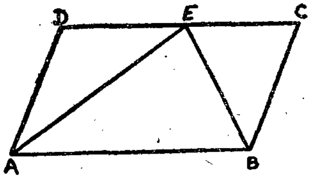
1. (i)



படம் 4-29.

படம் 4-29 இல் $\triangle ABC$ இன் பரப்பு 75 செமீ^{2}. $\overline{BD} = \overline{DE} = \overline{EC}$ எனில், $\triangle ABD$ இன் பரப்பு யாது?

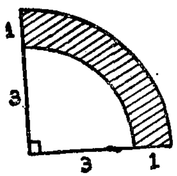
(ii)



படம் 4-30.

படம் 4-30 இல் $ABCD$ ஓர் இணைகரம். $\triangle AEB$ இன் பரப்பு 50 செமீ^{2} எனில், இணைகரத்தின் பரப்பு யாது?

(iii)



படம் 4-31.

படம் 4-31 இல் கோடிட்ட பகுதியின் பரப்பு யாது?

(iv) ஒரு சமபக்க முக்கோணப் பட்டகத்தின் அடிப்பக்கம் 3 செமீ. அதன் உயரம் 10 செமீ. அதன் பக்க தலப் பரப்பு யாது?

(v) x செமீ பக்கமுள்ள ஒரு கனச் சதுரத்தின் மொத்த தலப்பரப்பு என்ன?

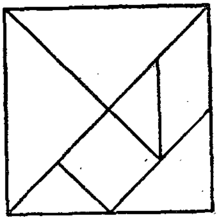
2. ஓர் இசைத்தட்டின் வெளி விட்டம் 21 செமீ. அதன் மையத்தில் 10·5 செமீ விட்டமுள்ள வட்டமான தாள் ஒட்டப்பட்டுள்ளது. தாள் ஒட்டியது போக மீதியுள்ள இடத்தின் பரப்பு யாது?

3. ஒரு முக்கோணப் பட்டகத்தின் குறுக்குவெட்டு ஓர் இருசம பக்கச் செங்கோண முக்கோணமாகும். சம பக்கங்கள் ஒவ்வொன்றும் 5 செமீ. பட்டகத்தின் உயரம் 24 செமீ. அதன் கன அளவு யாது?

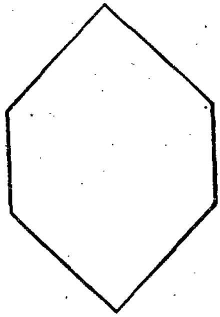
4. மூடி இல்லாத ஓர் உருளை வடிவ டப்பாவின் உயரம் 24 செமீ; அடி வட்ட ஆரம் 7 செமீ. அதைச் செய்வதற்குத் தேவையான தகரத்தின் பரப்பு யாது?

கணித மன்றம் — மேடை 5

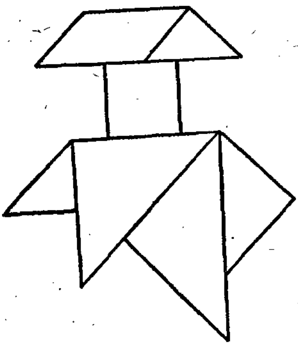
ஒரு சதுர வடிவ அட்டையை எடுத்துக் கொண்டு அதனைப் படம் 4-32 இல் குறித்தவாறு ஏழு துண்டுகளாக வெட்டிக் கொள்க. இவ்வேழு துண்டுகளைக் கொண்டு வெவ்வேறு வடிவங்களை அமைக்க. ஒவ்வொரு துண்டும் ஒரே ஒரு முறை பயன்படுத்தப்படவேண்டும். ஒவ்வோர் உருவம் அமைக்கும் பொழுதும் எல்லாத் துண்டுகளையும் பயன்படுத்தவேண்டும்.



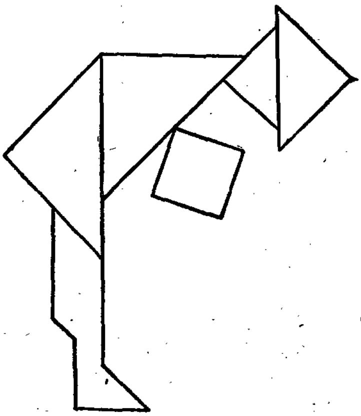
படம் 4-32.



படம் 4-33.



படம் 4-34.

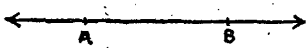


படம் 4-35.

5. (அ) வடிவியல்

1—1. கோடுகள், புள்ளிகள், தளங்கள்—(திருப்புதல்)

கோடு :



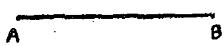
படம் 5-1.

கோடு என்பது ஒரு கருத்து என்றும், இதனைப் பார்க்க முடியாது என்றும், இதற்கு ஆரம்பமோ முடிவோ கிடையாது என்றும் அறிவீர்கள். கோடு இரு பக்கங்களிலும் எல்லையற்று விரிந்து கிடக்கும். கோடு என்ற சொல் நேர் கோட்டையே குறிக்கும்.

படம் 5-1 AB என்ற கோட்டின் படமாகும்.

கோட்டுத்துண்டு :

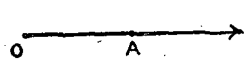
இருபுறமும் முனைப்புள்ளிகள் கொண்ட கோட்டுப் பகுதிக்குக் **கோட்டுத்துண்டு** என்று பெயர். இதன் நீளத்தை அளக்கலாம்.



படம் 5-2.

கதிர் :

O விலிருந்து தொடங்கி A வழியே செல்லும் கோட்டுப் பகுதிக்குக் **கதிர்** என்று பெயர்.



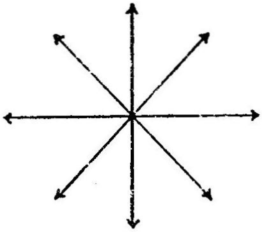
படம் 5-3.

புள்ளி :

புள்ளி என்பது ஒரு கருத்து.

தளம்:

தளம் என்பதும் ஒரு கருத்து.



படம் 5-4.

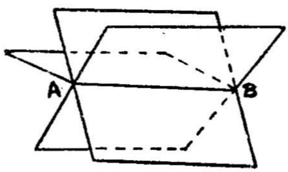
படம் 5-5.

ஒரு புள்ளி வழியே எண்ணற்ற கோடுகள் வரையலாம்.

ஆனால் இரு புள்ளிகள் வழியே ஒரே ஒரு கோடுதான் வரைய முடியும் எனக் கண்டுள்ளோம். எனவே, இரு புள்ளிகள் ஒரு கோட்டை நிர்ணயிக்கின்றன எனக் கூறுவோம்.

இது போலவே, ஒரு தளத்தை எங்ஙனம் நிர்ணயிக்கலாம் எனக் காண்போம்.

ஒரு கோட்டின் வழியே பல தளங்கள் அமைக்கலாம். அக் கோட்டில் அமையாத ஒரு புள்ளியையும் எடுத்துக் கொண்டால், அக் கோடு, அப்புள்ளி வழியே ஒரே ஒரு தளம்தான் அமையும் எனக் காணலாம்.



படம் 5-6.

எனவே,

ஒரு கோடும் அக்கோட்டில் அமையாத ஒரு புள்ளியும் ஒரு தளத்தை நிர்ணயிக்கின்றன.

ஒரு கோடு இரு புள்ளிகளால் நிர்ணயிக்கப்படுவதால் ஒரு கோட்டில் அமையாத மூன்று புள்ளிகள் ஒரு தளத்தை நிர்ணயிக்கின்றன எனக் கூறலாம். இதே கருத்தை 'ஒன்றையொன்று வெட்டிக் கொள்ளாத இரு கோடுகள் ஒரு தளத்தை நிர்ணயிக்கும்' எனக் கூறுதல் பொருந்துமா?

பயிற்சி 1-1

1. ஒரு தளத்தில் உள்ள ஒரு புள்ளி வழியே எத்தனை கோடுகள் செல்லும்?

2. ஒரு தளத்தில் உள்ள எவையேனும் இரு புள்ளிகள் வழியே எத்தனை கோடுகள் செல்லும்?

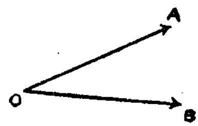
3. ஒரு கோட்டிற்கு அதன் மீதுள்ள ஒரு புள்ளி வழியே எத்தனை செங்குத்துக் கோடுகள் வரையலாம்?

4. ஒரு கோட்டிற்கு அதற்கு வெளியே உள்ள புள்ளியிலிருந்து எத்தனை செங்குத்துக் கோடுகள் வரையலாம்?

5. நிரப்புக:
   (i) இரு தளங்கள் ஒன்றையொன்று சந்திக்குமிடம் ———— ஆகும்.
   (ii) இரு தளங்கள் ஒன்றையொன்று சந்திக்காமல் சென்றால் அத்தளங்கள் ———— தளங்கள் எனப்படும்.
   (iii) தளத்திற்கு ———— கோடு, தளத்தை எங்கும் சந்திக்காது.
   (iv) ஒரு தளத்திற்கு இணையில்லாத கோடு, தளத்தை ஒரு ———— சந்திக்கும்.

2—1. கோணங்கள்:

படம் 5-7இல் OA என்பது ஒரு கதிர். OB என்பது மற்றொரு கதிர். O என்பது இரு கதிர்களுக்கும் பொதுவான முடிவிடமாகும். இவ்வாறு கதிர்கள் ஒரே முடிவிடத்தைக் கொண்டும் ஒரே கோட்டில் அமையாமலும் இருப்பின், அவ்விரு கதிர்களின் சேர்ப்புக் கணத்தைக் **கோணம்** என்கிறோம். இரு கதிர்களையும், அதாவது $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ இவற்றைக் கோணத்தின் **புயங்கள்** என்போம். முடிவிடமாகிய Oஐ கோணத்தின் **உச்சி** என்போம்.



படம் 5-7.

கோணம் AOB என்பதை $\angle AOB$ அல்லது $\hat{AOB}$ என்று குறிக்கிறோம்.

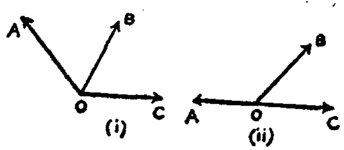
செங்கோணம், குறுங்கோணம், விரிகோணம் இவற்றைப் பற்றி முன் வகுப்பில் கற்றதை நினைவு கூர்க.

பயிற்சி 2-1

1. கோணத்தின் வகைகளைக் கூறுக.
2. கடிகாரத்தில் 3 மணி ஆகும்போது முள்களுக்கு இடையே ஏற்படும் கோணம் எவ்வகையானது?
3. கடிகாரத்தில் 2 மணி ஆகும்போது முள்களுக்கு இடையே ஏற்படும் கோணம் எவ்வகையானது?
4. கடிகாரத்தில் 5 மணி ஆகும்போது முள்களுக்கு இடையே ஏற்படும் கோணம் எவ்வகையானது?
5. கிழக்குத் திசையை நோக்கி நிற்கும் ஒருவர் இடப்புறமாக நோக்கி நின்றால் அவர் அமைக்கும் கோண அளவு யாது?
6. கிழக்குத் திசையை நோக்கி நிற்கும் ஒருவர் தெற்குத் திசையை நோக்கி நின்றால் அவர் அமைக்கும் கோண அளவு யாது?

2—2. கோணச் சோடிகள்:

கோணச் சோடி:



படம் 5-8.

படம் 5-8 (i)இல் உள்ளது போல் இரு கோணங்கள் ஒரு புயத்தைப் பொதுவாகக் கொண்டிருந்தால் அவற்றைக் **கோணச் சோடி** என்கிறோம்.

கோட்டுக் கோணச் சோடி:

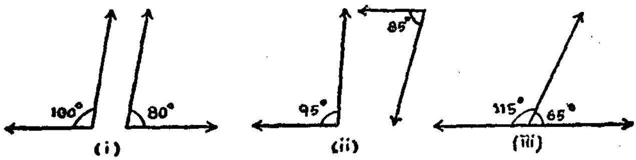
படம் 5-8 (ii)இல் உள்ளது போல் OA, OC ஆகியவை ஓரே கோட்டில் அமைந்தால், $\angle AOB$, $\angle COB$ **கோட்டுக் கோணச் சோடி** எனப்படும்.

கோட்டுக் கோணச் சோடியில் பொதுவற்ற புயங்கள் ஒரே கோட்டில் அமைவதைக் கவனிக்கவும்.

மிகை நிரப்புக் கோணங்கள்:

இரண்டு கோணங்களின் அளவுகளின் கூடுதல் $180°$ ஆயின் அவ்விரு கோணங்களையும் **மிகை நிரப்புக் கோணங்கள்** என்கிறோம். ஒவ்வொரு கோணமும் மற்றதன் **மிகை நிரப்பு** ஆகும்.

மிகை நிரப்புக் கோணங்கள் கோட்டுக் கோணச் சோடிகளாகவும் இருக்கலாம்; அவ்வாறு இல்லாமலும் இருக்கலாம்.



படம் 5-9.

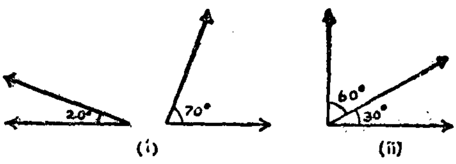
மேற்காணும் படங்களில் சோடிக் கோணங்கள் ஒவ்வொன்றும் மிகை நிரப்புக் கோணங்களாகும்.

$100°+80°=180°$; $95°+85°=180°$; $115°+65°=180°$ எனக் காண்கிறோம்.

அதாவது, கோணம் 100°இன் மிகை நிரப்புக் கோணம் 80°
கோணம் 95°இன் மிகை நிரப்புக் கோணம் 85°
கோணம் 115°இன் மிகை நிரப்புக் கோணம் 65°
கோணம் 65°இன் மிகை நிரப்புக் கோணம் 115°

நிரப்புக் கோணங்கள் :

இரண்டு கோணங்களின் அளவுகளின் கூடுதல் 90° ஆயின் அவ்விரு கோணங்களையும் **நிரப்புக் கோணங்கள்** என்கிறோம். ஒவ்வொரு கோணமும் மற்றதன் **நிரப்பு** ஆகும்.



படம் 5-10.

மேற்காணும் படங்களில் (i) $20° + 70° = 90°$; (ii) $60° + 30° = 90°$ எனக் காண்கிறீர்கள். இச்சோடிக் கோணங்கள் நிரப்புக் கோணங்களாகும்.

அதாவது, கோணம் 20°இன் நிரப்புக் கோணம் 70°
கோணம் 60°இன் நிரப்புக் கோணம் 30°

பயிற்சி 2-2

1. பின்வரும் கோண அளவுகளின் மிகைநிரப்பியைக் காண்க.
(i) $65°$ (ii) $125°$ (iii) $m°$ (iv) $180°-n°$ (v) $90°-n°$

2. இரு மிகை நிரப்புக் கோணங்களில் ஒன்றின் அளவு மற்றதைப்போல் (i) இரண்டு மடங்கு (ii) மூன்று மடங்கு (iii) நான்கில் ஒரு பங்கு (iv) இரண்டும் சமம் எனில் ஒவ்வொரு கோணத்தின் அளவும் என்ன ?

3. இரு மிகை நிரப்புக் கோணங்களில் ஒன்றின் அளவு மற்றதை விட (i) $50°$ அதிகம் (ii) $30°$ குறைவு என்றால், ஒவ்வொரு கோணத்தின் அளவும் என்ன ?

4. பின்வரும் கோண அளவுகளின் நிரப்பியைக் காண்க.
(i) $36°$ (ii) $62°$ (iii) $y°$ (iv) $90°-p°$ (v) $40°+x°$

5. இரு நிரப்புக் கோணங்களில் (i) ஒன்றின் அளவு மற்றொன்றின் அளவைப் போல் இரண்டு மடங்கு (ii) இரண்டும் சமம் என்றால், ஒவ்வொரு கோணத்தின் அளவும் என்ன ?

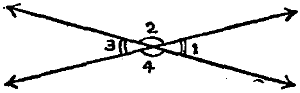
6. இரு நிரப்புக் கோணங்களில் ஒன்று மற்றதைவிட (i) $20°$ அதிகம் (ii) $40°$ குறைவு என்றால், ஒவ்வொரு கோணத்தின் அளவும் என்ன ?

விடைகள்

1. (i) $115°$ (ii) $55°$ (iii) $180°-m°$ (iv) $n°$ (v) $90°+n°$
2. (i) $120°, 60°$ (ii) $135°, 45°$ (iii) $36°, 144°$ (iv) $90°, 90°$
3. (i) $115°, 65°$ (ii) $75°, 105°$
4. (i) $54°$ (ii) $28°$ (iii) $90°-y°$ (iv) $p°$ (v) $50°-x°$
5. (i) $60°, 30°$ (ii) $45°, 45°$ 6. (i) $55°, 35°$ (ii) $25°, 65°$

2—3. குத்தெதிர்க் கோணங்கள் :

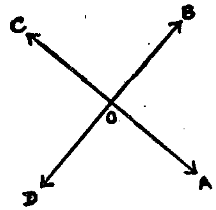
படம் 5-11 இல் இரண்டு கோடுகள் ஒன்றையொன்று ஊடறுக்கின்றன. இதனால் நான்கு கோணங்கள் ஏற்படுகின்றன. இவற்றுள் 1உம், 3உம் **குத்தெதிர்க் கோணங்கள்.** அதுபோலவே 2உம், 4உம் குத்தெதிர்க் கோணங்கள்.



படம் 5-11.

பயிற்சி 2-3

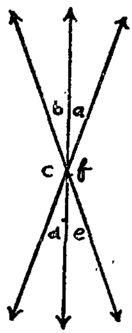
1. இரண்டு கோடுகள் ஒன்றையொன்று ஊடறுத்தால் எத்தனை சோடி குத்தெதிர்க் கோணங்கள் ஏற்படும்?

2. 

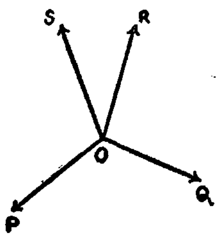
படம் 5-12.

படம் 5-12 இல் $m\angle AOB$ இன் குத்தெதிர்க் கோணம் எது? $m\angle COB$ இன் குத்தெதிர்க் கோணம் எது?

3. படம் 5-13 இல் மூன்று கோடுகள் ஒரே புள்ளியில் வெட்டிக் கொள்கின்றன. குத்தெதிர்க் கோணச் சோடிகளை எழுதுக.



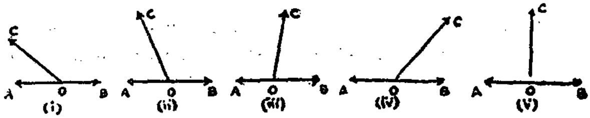
படம் 5-13.

4. 

படம் 5-14.

படம் 5-14 இல் குத்தெதிர்க் கோணங்கள் உள்ளனவா? உன் விடைக்குக் காரணம் கூறுக.

3—1. கோட்டுக் கோணச் சோடி—மிகை நிரப்புக் கோணம்:



படம் 5-15.

படம் 5-15 இல் *OA*யும், *OB*யும் எதிர்க் கதிர்கள்; *OC* மற்றொரு கதிர்.

மேலே காட்டியுள்ளவாறு படங்கள் வரைந்து $m\angle AOC$, $m\angle BOC$-இவற்றை அளந்து எழுதி அட்டவணைப்படுத்துக.

	$m\angle AOC$	$m\angle BOC$	$m\angle AOC + m\angle BOC$
(i)	40°	140°	180°
(ii)	50°	130°	180°
(iii)	110°	70°	180°
(iv)	120°	60°	180°
(v)	90°	90°	180°

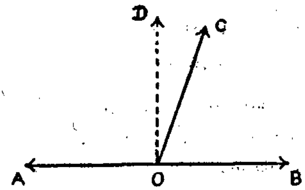
ஒவ்வொரு முறையும் $m\angle AOC + m\angle BOC = 180°$. இவ்வாறு அமையும் இரு கோணங்களைக் கோட்டுக் கோணச் சோடி என்று படித்திருக்கிறோம் அல்லவா? கோட்டுக் கோணச் சோடிகளில் இரண்டு கோணங்களும் ஒரே அளவானவை எனில் ஒவ்வொன்றும் 90° ஆகும்.

பயிற்சி 3-1

1. கோட்டுக் கோணச் சோடி ஒன்றில் ஒரு கோணம் விரி கோணம் எனில், மற்றொரு கோணம் என்னவாக இருக்கும் ?

2. கோட்டுக் கோணச் சோடி ஒன்றில் ஒரு கோணம் குறுங் கோணம் எனில், மற்றொரு கோணம் என்னவாக இருக்கும் ?

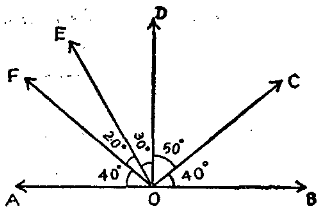
3. கோட்டுக் கோணச் சோடி ஒன்றில் ஒரு கோணம் செங் கோணம் எனில், மற்றொரு கோணத்தின் அளவு என்ன ?

4. 

படம் 5-16.

படம் 5-16 இல் $\overrightarrow{OD} \perp \overleftrightarrow{AB}$, $m\angle COD = 20°$ எனில், $m\angle AOC$, $m\angle BOC$ இவற்றின் அளவு யாது ?

5. படம் 5-17 இல் உள்ள கோட்டுக் கோணச் சோடிகளின் கோண அளவுகளை எடுத்து எழுதுக.



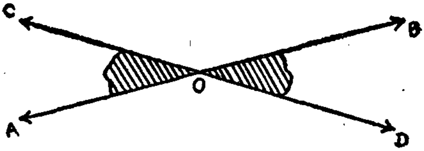
படம் 5-17.

6. கோட்டுக் கோணச் சோடி ஒன்றில் கோணங்கள் ஒன்றுக்கொன்று சமம் எனில், கோண அளவுகள் யாவை ?

விடைகள்

1. குறுங்கோணம் 2. விரிகோணம் 3. செங்கோணம்
4. 110°, 70° 5. (40°, 140°), (90°, 90°), (120°, 60°), (140°, 40°) 6. 90°, 90°

3—2. குத்தெதிர்க் கோணங்கள் :



படம் 5-18.

மேலே காட்டியுள்ள படத்தில் (i) $\angle AOD$, $\angle BOC$ (ii) $\angle BOD$, $\angle AOC$ இவை குத்தெதிர்க் கோணச்சோடிகள் ஆகும் என்று அறிவீர்கள்.

கோணப்பகுதி BOD ஐக் கத்தரித்து எடுத்து கோணப் பகுதி AOC மீது பொருத்திப் பார்ப்போம். அவை ஒன்றோடொன்று நன்கு பொருந்துகின்றன அல்லவா?

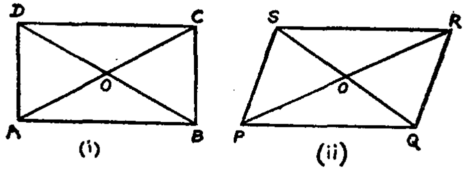
எனவே, $\angle AOC = \angle BOD$

இதைப்போலவே $\angle AOD = \angle BOC$

இதுபோன்று பல படங்களை வரைந்து கோணப் பகுதிகளைக் கத்தரித்து எடுத்துப் பொருத்திப் பார்த்து, குத்தெதிர்க் கோணங்களின் அளவுகள் சமம் என அறியலாம்.

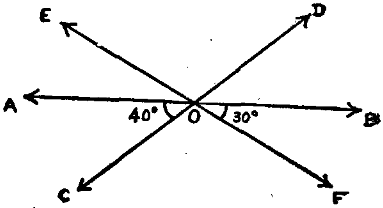
பயிற்சி 3-2

1. பின்வரும் படங்கள் ஒவ்வொன்றிலும் எத்தனை சோடி குத்தெதிர்க் கோணங்கள் உள்ளன? அவை யாவை?



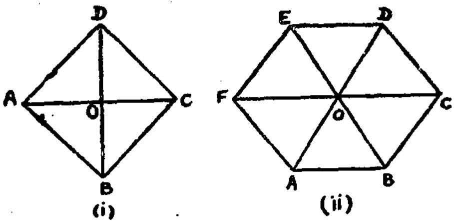
படம் 5-19.

2. பக்கத்திலுள்ள படத்தில் இரு கோணங்களின் அளவுகள் தரப்பட்டுள்ளன. ஏனைய கோணங்களின் அளவுகளைக் காண்க.



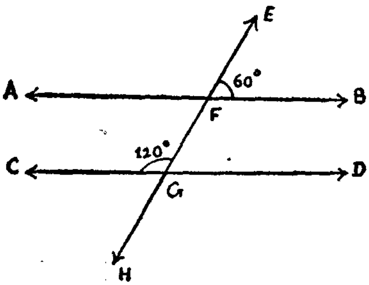
படம் 5-20.

3. பின்வரும் படங்கள் ஒவ்வொன்றிலும் எத்தனை சோடி குத்தெதிர்க் கோணங்கள் உள்ளன? அவை யாவை?



படம் 5-21.

4. படத்தில் விடுபட்ட கோணங்களின் அளவுகளைக் காண்க.



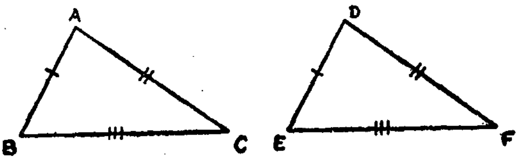
படம் 5-22.

3-3-1. சர்வ சம முக்கோணம் (பக்கம்-பக்கம்-பக்கம்) :

ஒரே நீளமுள்ள கோட்டுத்துண்டுகள் ஒன்றுக்கொன்று சர்வ சமம் என்று அறிவோம்.

சம அளவுள்ள இரு கோணங்களும் ஒன்றுக்கொன்று சர்வ சமம் என்று அறிவோம்.

அதேபோல் இரு முக்கோணங்கள் எப்பொழுது ஒன்றுக்கொன்று சர்வ சமம் என்பதை இங்கு காண்போம்.



படம் 5-23.

ABC என்ற முக்கோணத்தை வரைந்து கொள்க (படம் 5-23). பின்னர் $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{BC} = \overline{EF}$, $\overline{CA} = \overline{FD}$ இருக்குமாறு *DEF* என்ற முக்கோணத்தை வரைந்து வெட்டி எடுத்து $\triangle ABC$ இன் மீது பொருத்துக. $\triangle ABC$யும் $\triangle DEF$உம் ஒன்றோடு ஒன்று முற்றிலும் பொருந்துவதைக் காண்கிறோம்.

மூன்று வெவ்வேறு நீளமுள்ள குச்சிகளைக் கொண்டு ஒரு முக்கோணம் அமைக்கவும். அதே நீளமுள்ள வேறு மூன்று குச்சிகளை எடுத்து முக்கோணத்தின்மீது சரியாகப் பொருந்துமாறு வைக்கலாமல்லவா? இதிலிருந்து என்ன உண்மை தெளிவாகின்றது?

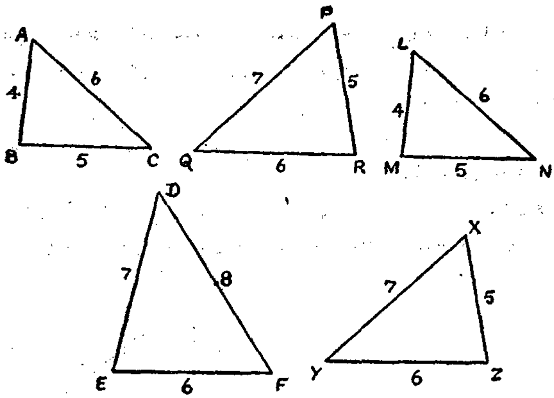
இரு முக்கோணங்களில் ஒன்றின் மூன்று பக்கங்கள் தனித் தனியே மற்றதின் மூன்று பக்கங்களுக்குச் சமமானால் அவ்விரண்டு முக்கோணங்களும் சர்வ சமம். *(பக்கம்-பக்கம்-பக்கம்).*

$\triangle ABC$யும் $\triangle DEF$உம் சர்வ சமம் என்பதை,

$\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ என்று குறிக்கிறோம்.

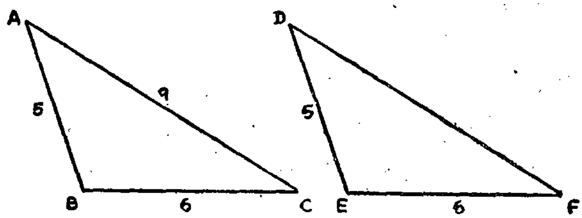
பயிற்சி 3-3-1

1. பின்வரும் படங்களில் எந்த முக்கோணம் எந்த முக் கோணத்திற்குச் சர்வ சமமாகும்?



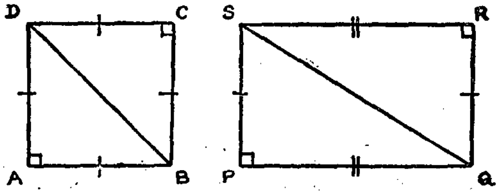
படம் 5-24.

2. பின்வரும் படங்களில் $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ எனில், $\overline{FD}$ இன் அளவு யாது?



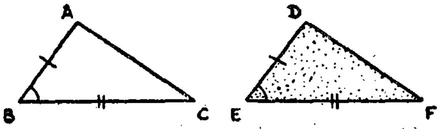
படம் 5.25.

3. பின்வரும் படங்களில் சர்வ சம முக்கோணங்களை எடுத்து எழுதுக.



படம் 5-26.

3-3-2. சர்வ சம முக்கோணம் (பக்கம்-கோணம்-பக்கம்):



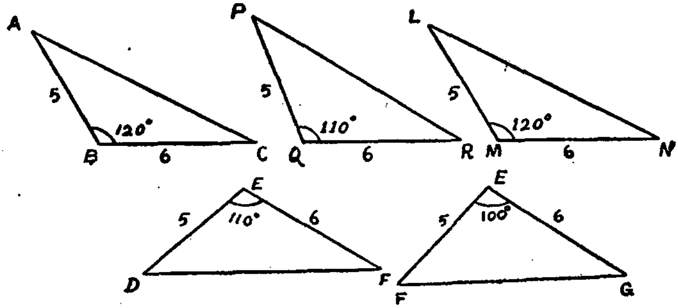
படம் 5-27.

ABC என்ற முக்கோணத்தை வரைந்து கொள்க. (படம் 5-27). பின்னர் $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{BC} = \overline{EC}$, $A\hat{B}C = D\hat{E}F$ இருக்குமாறு DEF என்ற முக்கோணத்தை வரைந்து கத்தரித்து எடுத்து $\triangle ABC$ இன் மீது பொருத்துக. $\triangle ABC$யும் $\triangle DEF$உம் ஒன்றோடு ஒன்று முற்றிலும் பொருந்துவதைக் காண்கிறோம். இதிலிருந்து என்ன உண்மை தெளிவாகின்றது?

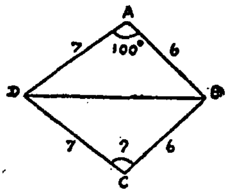
இரு முக்கோணங்களில் ஒன்றின் ஏதேனும் இரு பக்கங்களும் அவற்றிற்கு இடையில் உள்ள கோணமும் தனித்தனியே மற்றதின் இரு பக்கங்களுக்கும் அவற்றிற்கு இடையே உள்ள கோணத்திற்கும் சமமானால் அவ்விரண்டு முக்கோணங்களும் சர்வ சமம். *(பக்கம்-கோணம்-பக்கம்).*

பயிற்சி 3-3-2

1. பின்வரும் படங்களில் எவை எவை சர்வ சம முக்கோணங்களாகும்?

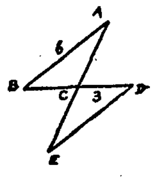


படம் 5-28.



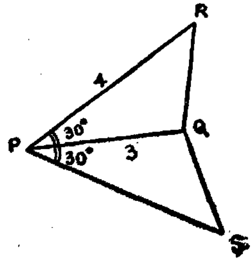
2. படம் 5-29 இல் $\triangle ABD \equiv \triangle CBD$ எனில், $m\angle C$ யைக் காண்க.

படம் 5-29.



3. படம் 5-30 இல் ACE ஒரு கோடு; BCD மற்றொரு கோடு. இவற்றின் மையம் C. $\overline{DE}$ இன் அளவு யாது?

படம் 5-30.



4. படம் 5-31 இல் $\triangle PQR \equiv \triangle PQS$ எனில், $\overline{PS}$ இன் அளவு யாது?

படம் 5-31.

3—4. இரு சமபக்க முக்கோணம் :

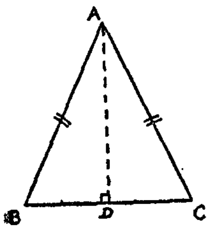
சென்ற வகுப்பில் இரு சமபக்க முக்கோணத்தைப் பற்றி அறிந்து கொண்டவைகளை நினைவு கூர்க.

இரு சமபக்க முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்களுள் எவையேனும் இரு பக்கங்கள் சம அளவுள்ளனவாக இருக்கும்.

ஒரு முக்கோணத்தில் இரு பக்கங்கள் சம அளவுள்ளனவாயிருந்தால் அவற்றின் எதிரேயுள்ள கோணங்கள் சம அளவு உள்ளவை.

ஒரு முக்கோணத்தில் இரு கோண அளவுகள் சமமாயிருப்பின் அவற்றின் எதிரேயுள்ள பக்கங்கள் சம அளவு உள்ளவை.

ABC என்ற ஓர் இரு சமபக்க முக்கோணத்தை வெட்டி எடுத்துக் கொள்க. இதில் $\overline{AB}$ $\overline{AC}$. D என்பது $\overline{BC}$ இன் மையம். வெட்டி எடுத்துக் கொண்ட முக்கோணத்தை $\overline{AD}$ வழியே மடித்துப் பார்க்கவும். AB, $\overline{AC}$ ஒன்றின் மீது ஒன்று சரியாகப் பொருந்துகிறது அல்லவா? மேலும் BD, $\overline{DC}$ ஒன்றின் மீது ஒன்று சரியாகப் பொருந்துகிறது அல்லவா? இதிலிருந்து ஓர் உண்மை தெரியவருகிறது. அதாவது,



படம் 5-32.

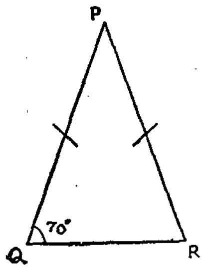
$$\triangle ABD \equiv \triangle ACD$$

$$B\hat{A}D = C\hat{A}D$$

$$A\hat{D}B = A\hat{D}C = 90^\circ \text{ (கோட்டுக் கோணச் சோடி)}$$

பயிற்சி 3-4

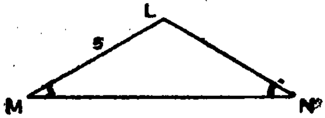
1.



படம் 5-33.

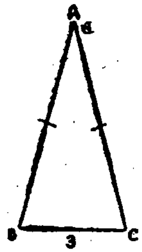
படம் 5-33 இல் $\overline{PQ} = \overline{PR}$, $m\angle PQR = 70^\circ$ எனில், $m\angle PRQ$ இன் அளவு யாது?

2. படம் 5-34 இல் $m\angle LMN = m\angle LNM$, $\overline{LM} = 5$ செமீ எனில், $\overline{LN}$இன் அளவு யாது?



படம் 5-34.

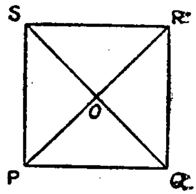
3.



படம் 5-35.

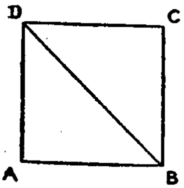
$\triangle ABC$ இல் $\overline{AB} = \overline{AC}$. முக்கோணத்தின் சுற்றளவு 15 செமீ; $\overline{BC} = 3$ செமீ. சம பக்கங்கள் ஒவ்வொன்றின் அளவு யாது?

4. PQRS என்ற சதுரத்தில் மூலை விட்டங்கள் PR உம் QS உம் Oவில் வெட்டிக் கொள்கின்றன. இதனால் உண்டாகும் இரு சம பக்க முக் கோணங்களை எடுத்து எழுதுக.



படம் 5-36.

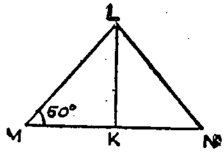
5.



படம் 5-37.

ABCD என்ற சதுரத்தில் $\overline{BD}$ ஒரு மூலைவிட்டம். இப்படத்தில் காணப்படும் கோண அளவுகளை எடுத்து எழுதுக.

6. $\triangle LMN$ இல் $\overline{LM} = \overline{LN}$. K என்பது $\overline{MN}$ இன் மையப் புள்ளி. $m\angle LMN = 50°$ எனில், $m\angle LNK$, $m\angle KLM$, $m\angle KLN$ இவைகளைக் காண்க.

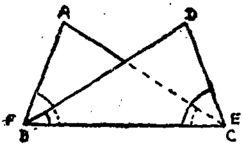


படம் 5-38.

3-5-1. முக்கோணத்தின் பக்கங்களும் அப்பக்கங்களுக்கு எதிரேயுள்ள கோணங்களும் :

ஒரு முக்கோணத்தில் இரு பக்கங்கள் சர்வ சமமானால் அவற்றிற்கு எதிரேயுள்ள கோணங்கள் சர்வ சமம் என்று அறிந்துள்ளோம். ஒரு முக்கோணத்தில் இரு பக்கங்கள் சர்வ சமமாக இல்லாமல் இருந்தால் அவற்றிற்கு எதிரே உள்ள கோணங்கள் எவ்வாறு இருக்கும்?

$\triangle ABC$, $\triangle DEF$ என்ற இரு சர்வ சம முக்கோணங்களைக் கத்தரித்து எடுத்துக் கொள்க. $AC > AB$ ஆக இருக்கட்டும்.



படம் 5-39.

படம் 5-39 இல் காட்டியுள்ளவாறு பக்கம் BC இன் மீது பக்கம் FE பொருந்துமாறு $\angle DFE$ ஐ $\angle B$ இன் மீது வைக்கவும்.

$\angle ABC$, $\angle DFE$ இவற்றில் எது பெரிது?

$\angle ABC > \angle DFE$ என்று தெரிகிறதல்லவா?

$\angle DFE = \angle ACB$

எனவே $\angle ABC > \angle ACB$.

அதாவது, **ஒரு முக்கோணத்தில் இரு பக்கங்கள் சர்வ சமமாக இல்லாமல் இருந்தால் அவற்றுள் பெரிய பக்கத்திற்கு எதிரில் அமைந்த கோணம் சிறிய பக்கத்திற்கு எதிரில் அமைந்த கோணத்தை விடப் பெரிது.**

பயிற்சி 3-5-1

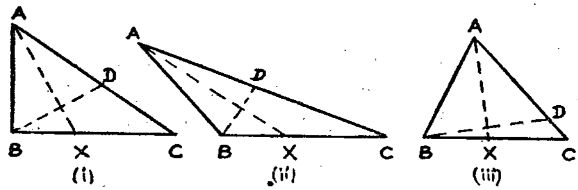
1. $\triangle PQR$ இல் $\overline{PR} > \overline{PQ}$ என்றால் $\angle Q$, $\angle R$ இவைகளில் எது பெரிது?

2. $\triangle ABC$ இல் $\overline{AB} < \overline{AC}$ என்றால் $\angle B$, $\angle C$ இவைகளில் எது சிறிது?

3. ஒரு முக்கோணத்தின் பக்கங்கள் 7 செமீ, 8·5 செமீ, 5 செமீ. எப்பக்கத்திற்கு எதிரே உள்ள கோணம் பெரிது? எப்பக்கத்திற்கு எதிரே உள்ள கோணம் சிறிது?

4. $\triangle LMN$ இல் $\overline{LM} > \overline{MN} > \overline{NL}$ என்றால் அதன் கோணங்கள் எப்படி அமையும்?

3-5-2. முக்கோணத்தின் கோணங்களும் அக்கோணங்களுக்கு எதிரேயுள்ள பக்கங்களும் :



படம் 5-40.

ஒரு முக்கோணத்தில் இரு கோணங்கள் சர்வ சமமாக இல்லாமல் இருந்தால், அவற்றிற்கு எதிரே உள்ள பக்கங்கள் எவ்வாறு இருக்கும் ?

படம் 5-40 இல் உள்ளவாறு ABC என்ற முக்கோணத்தைக் கத்தரித்து எடுத்துக் கொள்ளவும். $\angle B > \angle C$ ஆக இருக்கட்டும்.

AB என்ற பக்கம் AC என்ற பக்கத்தின் மீது படியுமாறு மடிக்கவும். AX என்பது மடிப்பு ஆகும். AB இன் புதிய இடம் AD.

$\overline{AC} > \overline{AD}$ என்பது தெளிவாகின்றது அல்லவா? அதாவது, $\triangle ABC$ இல் $\angle B > \angle C$ எனில் $\overline{AC} > \overline{AB}$.

ஒரு முக்கோணத்தில் இரு கோணங்கள் சர்வ சமமாக இல்லாமல் இருந்தால் அவற்றுள் பெரிய கோணத்திற்கு எதிரில் அமைந்த பக்கம் சிறிய கோணத்திற்கு எதிரில் அமைந்த பக்கத்தைவிடப் பெரிது.

பயிற்சி 3-5-2

1. $\triangle XYZ$ இல் $\angle Y > \angle Z$ என்றால் $\overline{XY}$, $\overline{XZ}$ இவைகளில் எது பெரிது ?

2. $\triangle PQR$ இல் $\angle Q$ ஒரு விரிகோணம் எனில், எது பெரிய பக்கம் ?

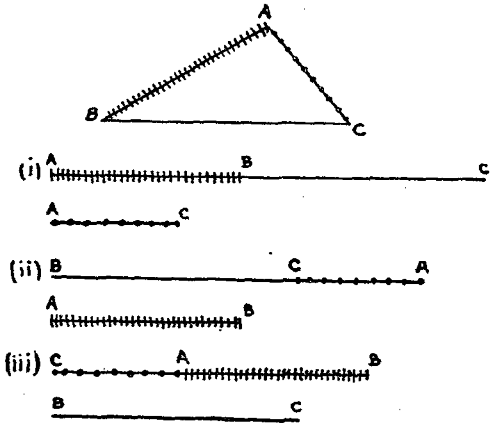
3. ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தில் எது பெரிய பக்கம்? காரணம் கூறுக.

4. $\triangle LMN$ இல் $m\angle M = 60°$, $m\angle N = 50°$, $m\angle L = 70°$. $<$ அல்லது $>$ என்ற குறியிட்டுப் பின்வருவனவற்றை நிரப்புக.

   (i) $\overline{NL} \ldots\ldots \overline{LM}$ (ii) $\overline{LM} \ldots\ldots \overline{MN}$

   (ii) $\overline{MN} \ldots\ldots \overline{NL}$

3—6. ஒரு முக்கோணத்தில் ஏதேனும் இரு பக்கங்களின் நீளங்களின் கூடுதல் :



படம் 5-41.

$\triangle ABC$ ஐ வரைந்து கொள்க. AB இன் நீளத்திற்கும், BC இன் நீளத்திற்கும், CA இன் நீளத்திற்கும் மூன்று குச்சிகளை எடுத்துக்கொள்ளவும்.

இவற்றைப் படம் (i) இல் காட்டியதுபோல் வைத்து ஒப்பிட்டுப் பார்க்கும்போது $AB+BC > CA$ என்று தெரிகிறது. படம் (ii) இல் காட்டியதுபோல் வைத்து ஒப்பிட்டுப் பார்க்கும் போது $BC + CA > AB$ என்று தெரிகிறது. படம் (iii) இல் காட்டியதுபோல் வைத்து ஒப்பிட்டுப் பார்க்கும்போது $CA+AB > BC$ என்று தெரிகிறது.

ஒரு முக்கோணத்தின் ஏதேனும் இரு பக்கங்களின் கூடுதல் மூன்றாவது பக்கத்தைவிடப் பெரியது.

பின்வருமாறு மும்மூன்று குச்சிகளை எடுத்துக் கொள்க.

(i) இரண்டு குச்சிகளின் நீளம் மூன்றாவதைவிட அதிகம்.

(ii) இரண்டு குச்சிகளின் நீளம் மூன்றாவதுக்குச் சமம்.

(iii) இரண்டு குச்சிகளின் நீளம் மூன்றாவதைவிடக் குறைவு.

ஒவ்வொரு மூன்று குச்சிகளையும் கொண்டு முக்கோணம் அமைத்துப் பார்க்கவும்.

எம் மூன்று குச்சிகளைக் கொண்டு முக்கோணம் அமைக்க முடிகிறது?

பயிற்சி 3-6

1. ஒரு குச்சியின் நீளம் 15 செமீ. இதன் ஒரு முனையிலிருந்து 4 செமீ தூரத்திலும், மற்றொரு முனையிலிருந்து 6 செமீ தூரத்திலும் ஒடித்து முக்கோணம் அமைக்க இயலுமா? காரணம் கூறுக.

2. ஒரு குச்சியின் நீளம் 15 செமீ. இதன் ஒரு முனையிலிருந்து 4 செமீ தூரத்திலும், மற்றொரு முனையிலிருந்து 3.5 செமீ தூரத்திலும் ஒடித்து முக்கோணம் அமைக்க இயலுமா? காரணம் கூறுக.

3. ஒரு குச்சியின் நீளம் 15 செமீ. இதன் ஒரு முனையிலிருந்து 3 செமீ தூரத்திலும், மற்றொரு முனையிலிருந்து 2 செமீ தூரத்திலும் ஒடித்து முக்கோணம் அமைக்க இயலுமா? காரணம் கூறுக.

4. பின்வரும் அளவுகளுள்ள பக்கங்களைக் கொண்ட முக்கோணம் வரைய இயலுமா? காரணம் கூறுக.

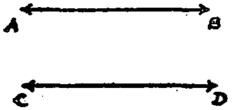
   (i) 4 செமீ, 5 செமீ, 6 செமீ.
   (ii) 5 செமீ, 3 செமீ, 2 செமீ.
   (iii) 5 செமீ, 12 செமீ, 5 செமீ.
   (iv) 5 செமீ, 6 செமீ, 7 செமீ.

3-7-1. இணை கோடுகள்:

ஒரே தளத்திலுள்ள இரண்டு கோடுகள் பின்வரும் நிலைகளில் அமைந்து இருக்கலாம்.

(1) ஒன்றையொன்று வெட்டிக் கொள்ளலாம்.
(2) ஒன்றையொன்று வெட்டிக் கொள்ளாமல் இருக்கலாம்.

இவ்வாறு வெட்டிக் கொள்ளாமல் அமைந்த இரு கோடுகளை **இணை கோடுகள்** என்போம்.

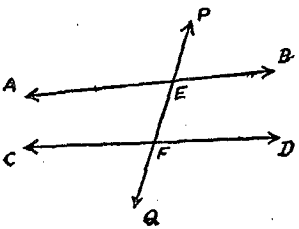


படம் 5-42.

$\overleftrightarrow{AB}$யும் $\overleftrightarrow{CD}$யும் இணை என்பதை $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ என்று குறிக்கவும்.

3-7-2. குறுக்கு வெட்டியும் அதனால் ஏற்படும் கோணங்களும் :

குறுக்கு வெட்டி :



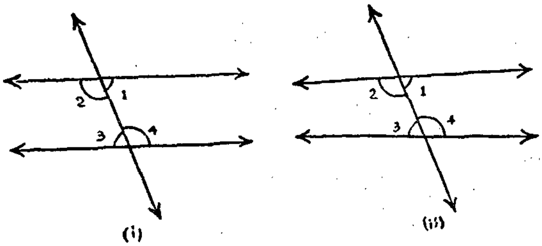
படம் 5-43.

படம் 5-43 இல் $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{CD}$ இவை ஒரே தளத்தில் அமைந்துள்ளன.

இந்த இரு கோடுகளையும் $\overleftrightarrow{PQ}$ முறையே E, F என்ற புள்ளிகளில் வெட்டுகின்றது.

$\overleftrightarrow{PQ}$ ஒரு குறுக்கு வெட்டியாகும்.

ஒன்றுவிட்ட கோணம் :



படம் 5-44.

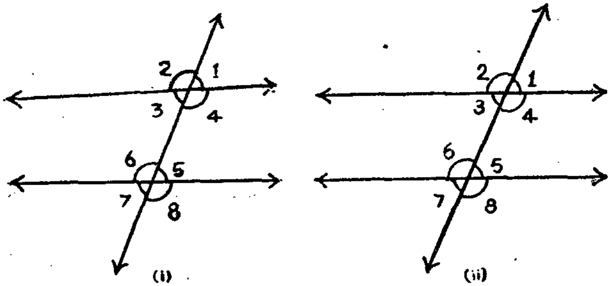
மேற்காணும் ஒவ்வொரு படத்திலும்,

1, 3—ஒன்றுவிட்ட உட்கோணங்களாகும்,

2, 4—ஒன்றுவிட்ட உட்கோணங்களாகும்.

[**குறிப்பு:** குறுக்கு வெட்டியால் வெட்டப்படும் இரு கோடுகள், இணை கோடுகளாகவும் இருக்கலாம்; இணையில்லாக் கோடுகளாகவும் இருக்கலாம்.]

ஒத்த கோணங்கள் — ஒரே பக்கத்திலுள்ள உட் கோணங்கள் :



படம் 5-45.

மேற்காணும் படங்களில்,

1, 5 — ஒத்த கோணங்களாகும்;

2, 6 — ஒத்த கோணங்களாகும்;

3, 7 — ஒத்த கோணங்களாகும்;

4, 8 — ஒத்த கோணங்களாகும்.

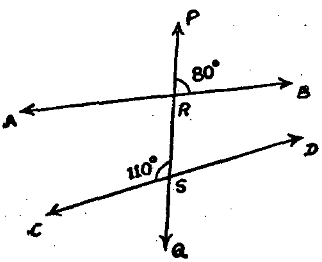
3, 6 — குறுக்கு வெட்டியின் ஒரே பக்கத்தில் உள்ள உட்கோணங்கள் ஆகும்.

4, 5 — குறுக்கு வெட்டியின் ஒரே பக்கத்தில் உள்ள உட்கோணங்கள் ஆகும்.

[**குறிப்பு :** குறுக்கு வெட்டியால் வெட்டப்படும் இரு கோடுகள் இணை கோடுகளாகவும் இருக்கலாம்; இணையில்லாக் கோடுகளாகவும் இருக்கலாம்.]

பயிற்சி 3-7-2

1. பின்வரும் படத்தில்,



படம் 5-46.

(i) இரண்டு சோடி ஒன்று விட்ட கோண்ங்கள்

(ii) இரண்டு சோடி ஒத்த கோணங்கள்

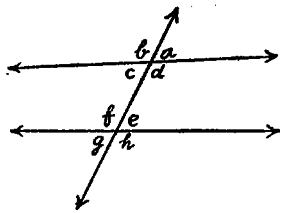
(iii) இரண்டு சோடி குறுக்கு வெட்டியின் ஒரே பக்கத்திலுள்ள உட்கோணங்கள்

இவற்றை எடுத்து எழுதுக. கோண அளவுகளையும் குறிக்க.

2. பக்கத்திலுள்ள படத்தில்,

(i) $\hat{C}$ இன் ஒன்றுவிட்ட உட் கோணம் எது?

(ii) $\hat{E}$ இன் ஒத்த கோணம் எது?



படம் 5-47.

(iii) $\hat{E}$ இன் ஒன்றுவிட்ட உட்கோணத்தின் குத்தெதிர்க் கோணம் எது?

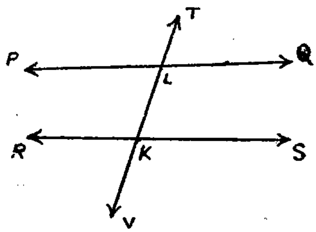
3. பக்கத்திலுள்ள படத்தில்,

(i) இரண்டு சோடி ஒன்று விட்ட கோணங்கள்

(ii) இரண்டு சோடி ஒத்த கோணங்கள்

(iii) இரண்டு சோடி குறுக்கு வெட்டியின் ஒரே பக்கத்திலுள்ள உட்கோணங்கள்

இவற்றை எடுத்து எழுதுக.

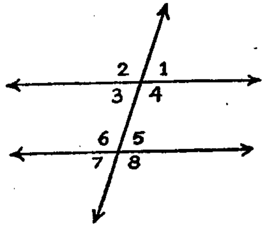


படம் 5-48.

3-7-3. இணை கோடுகளை ஒரு குறுக்கு வெட்டி வெட்டுவதால் ஏற்படும் கோணங்கள் :

ஒரு சோடி இணை கோடுகளையும், ஒரு குறுக்கு வெட்டியையும் வரைந்து கொள்க.

இதனால் ஏற்படும் எட்டுக் கோணங்களையும் அளந்துகொள்க. இதுபோல் இன்னும் சில சோடி இணை கோடுகளை வரைந்து கொள்க. ஒவ்வொரு முறையும் இதனால் ஏற்படும் எட்டுக் கோணங் களையும் அளந்து கொள்க.



படம் 5-49.

இக்கோண அளவுகளை அட்டவணைப்படுத்துக.

	கோணம் 1	கோணம் 2	கோணம் 3	கோணம் 4	கோணம் 5	கோணம் 6	கோணம் 7	கோணம் 8
(1)								
(2)								
(3)								
(4)								

அட்டவணையை உற்று நோக்கும்போது,

(i) ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள் சமம்

(ii) ஒத்த கோணங்கள் சமம்

(iii) குறுக்கு வெட்டியின் ஒரே பக்கத்தில் உள்ள இரண்டு உட்கோணங்களின் கூடுதல் 180°

என்று தெரிய வருகிறது.

எனவே, ஒரு சோடி இணை கோடுகளை ஒரு குறுக்கு வெட்டி வெட்டுவதால் ஏற்படும்

(i) ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள் சமம்

(ii) ஒத்த கோணங்கள் சமம்

(iii) குறுக்கு வெட்டியின் ஒரே பக்கத்தில் உள்ள இரண்டு உட்கோணங்களின் கூடுதல் 180°

இணை கோடுகளைச் சோதித்தல் :

இரு கோடுகள் இணை கோடுகளா என்றறிய அவற்றிற்கு ஒரு குறுக்கு வெட்டி வரைந்துகொள்க. இரு கோடுகளை ஒரு குறுக்கு வெட்டி வெட்டுவதால் ஏற்படும்

ஏதேனும் ஒரு சோடி ஒன்றுவிட்ட உட்கோணங்கள் சமம் எனில்,

(அல்லது)

ஏதேனும் ஒரு சோடி ஒத்த கோணங்கள் சமம் எனில்,

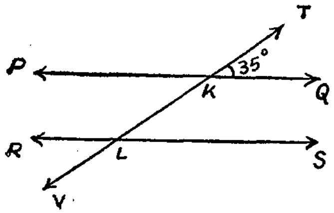
(அல்லது)

குறுக்கு வெட்டியின் ஒரே பக்கத்திலுள்ள இரண்டு உட்கோணங்களின் கூடுதல் 180° எனில்,

அவ்விரு கோடுகளும் இணை கோடுகளாகும்.

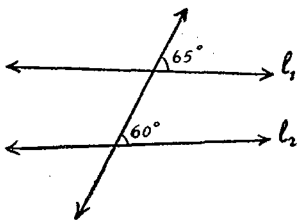
பயிற்சி 3-7-3.

1. பின்வரும் படத்தில் விடுபட்டுள்ள கோணங்களின் அளவுகளை எடுத்து எழுதுக. $\overleftrightarrow{PQ} \parallel \overleftrightarrow{RS}$, குறுக்கு வெட்டி $\overleftrightarrow{TV}$.

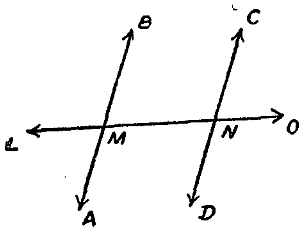


படம் 5-50.

2. அடுத்துள்ள படத்தில் l_1, l_2 இணையான கோடுகளா? காரணம் கூறுக.



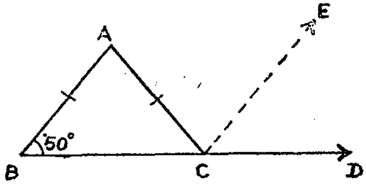
படம் 5-51.



படம் 5-52.

3. படம் 5-52 இல் $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$, $m\angle CNM = 2\ m\angle CNO$ எனில், ஒவ்வொரு கோணத்தின் அளவையும் காண்க.

4. படம் 5-53 இல் $\overline{AB} \parallel \overrightarrow{CE}$, $\overline{AB} = \overline{AC}$, $m\angle ABC = 50°$. $m\angle ECD$, $m\angle ACE$, $m\angle BAC$ இவற்றைக் காண்க.

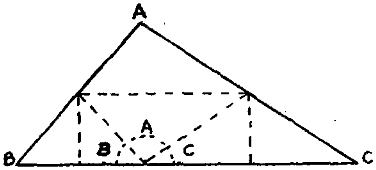


படம் 5-53.

3—8. ஒரு முக்கோணத்தில் உள்ள மூன்று கோணங்களின் கூடுதல் :

சென்ற வகுப்பில் ஒரு முக்கோணத்தில் உள்ள மூன்று கோணங்களின் கூடுதல் 180° என்று கற்றதை நினைவு கூர்க.

காகித மடிப்பின் மூலமாகவும் இவ்வுண்மையினைச் சரி பார்த்துக் கொள்ளலாம்.

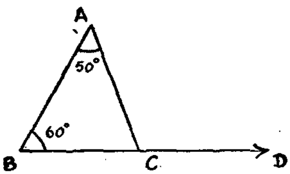


படம் 5-54.

ஒரு மெல்லிய காகிதத்தில் $\triangle ABC$ ஐ வெட்டி எடுத்துக் கொண்டு படத்தில் காட்டியவாறு அதன் முனைகள் ஒன்று சேருமாறு மடித்துப் பார்க்கவும். அதிலிருந்து $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$ என்பதைக் கண்டு கொள்ளலாம்.

பயிற்சி 3-8

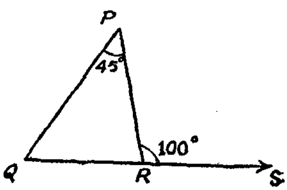
1. அடியிற்கண்ட கோண அளவுகள் கொண்ட முக்கோணத்தின் மூன்றாவது கோணத்தைக் காண்க.
   (i) 56°, 49° (ii) 38°, 117° (iii) $30+x$, $30-x$ (iv) $m°$, $n°$
2. ஒரு முக்கோணத்தின் கோண அளவுகள் 1 : 2 : 3 என்ற விகிதத்தில் அமையுமானால் கோண அளவுகளைக் காண்க.
3. ஓர் இரு சமபக்க முக்கோணத்தில் சம கோணங்களில் ஒன்று 56°. மற்ற கோணங்களைக் காண்க.



படம் 5-55.

4. படம் 5-55 இல் $m\angle ACD$ இன் அளவு யாது?

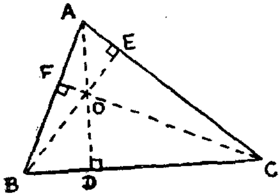
5. படம் 5-56 இல் $m\angle PQR$ இன் அளவு யாது?



படம் 5-56.

3-9-1. முக்கோணத்தின் செங்கோட்டு மையம் :

ஒரு காகிதத் துண்டில் $\triangle ABC$ ஐக் கத்தரித்து எடுத்துக் கொள்ளவும்.



படம் 5-57.

$\overline{AD} \perp \overline{BC}$, $\overline{BE} \perp \overline{CA}$, $\overline{CF} \perp \overline{AB}$ என்று இருக்குமாறு காகித முக்கோணத்தை மடித்துப் பிறகு அதை விரித்துப் பார்க்கவும். மடிப்புகள் யாவும் ஒரே புள்ளி வழியாகச் செல்வதைக் காணலாம்.

அந்தப் புள்ளியை O என்று குறிப்போம்.

O என்பது $\triangle ABC$ இன் **செங்கோட்டு மையம்** எனப்படும்.

$\overline{AD}$, $\overline{BE}$, $\overline{CF}$ இவை செங்கோடுகளாகும்.

செங்கோடு என்பது ஒரு புள்ளியிலிருந்து ஒரு கோட்டிற்கு வரையப்படும் செங்குத்துக் கோடு ஆகும். **செங்கோடுகள் சந்திக்குமிடம் செங்கோட்டு மையம்.** செங்கோட்டு மையத்தை O என்று குறிப்பது மரபு.

பயிற்சி 3-9-1

1. ஏதேனும் ஒரு குறுங்கோண முக்கோணம் வரைந்து அதன் ஒவ்வொரு முனையிலிருந்தும் எதிர்ப் பக்கத்திற்குச் செங்கோடுகள் வரைக. செங்கோடுகள் மூன்றும் ஒரே புள்ளி வழியாகச் செல்கின்றனவா என்று பார்க்கவும்.

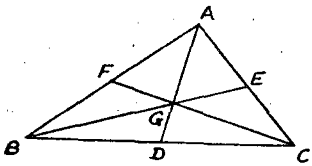
2. ஏதேனும் ஒரு செங்கோண முக்கோணம் வரைந்து அதன் ஒவ்வொரு முனையிலிருந்தும் எதிர்ப் பக்கத்திற்குச் செங்கோடுகள் வரைக. செங்கோட்டு மையம் எங்கே அமைகிறது என்று காணவும்.

3. ஏதேனும் ஒரு விரிகோண முக்கோணம் வரைந்து அதன் செங்கோட்டு மையத்தைக் குறிக்கவும்.

4. படம் 5-57 இல் $\triangle OBC$, $\triangle OCA$, $\triangle OAB$ இவை ஒவ்வொன்றின் செங்கோட்டு மையம் எது?

3-9-2. முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டுப் புள்ளி :

ஒரு காகிதத் துண்டில் $\triangle ABC$ ஐக் கத்தரித்து எடுத்துக் கொள்ளவும். ஒவ்வொரு பக்கத்தின் மையத்தின் வழியாகவும் அப்பக்கத்தின் எதிர்முனை வழியாகவும் மடிப்பு ஏற்படுமாறு மடிக்கவும். மடிப்புகள் யாவும் ஒரே புள்ளி வழியாகச் செல்லுவதைக் காணலாம்.



படம் 5-58.

அந்தப் புள்ளியை G என்று குறிப்போம்.

G என்பது $\triangle ABC$ இன் **நடுக்கோட்டுப் புள்ளி.**

$\overline{AD}$, $\overline{BE}$, $\overline{CF}$ இவை நடுக்கோடுகளாகும்.

நடுக்கோடுகள் சந்திக்குமிடம் நடுக்கோட்டுப் புள்ளி.

நடுக்கோட்டுப் புள்ளியை G என்று குறிப்பது மரபு.

G என்பது $\triangle ABC$ இன் புவி ஈர்ப்புத்தானமும் ஆகும்.

பயிற்சி 3-9-2

1. ஏதேனும் ஒரு முக்கோணம் வரைந்து அதன் நடுக்கோடுகளை வரைக. நடுக்கோடுகள் மூன்றும் ஒரே புள்ளி வழியாகச் செல்லுகின்றனவா என்று காண்க.

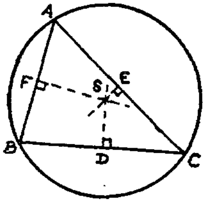
2. $\triangle ABC$ இல் $\overline{AD}$ நடுக்கோடு ஆகும். $\triangle ABC$ ஐ $\overline{AD}$ சமபரப்புள்ள இரு பாகங்களாகப் பிரிக்கிறது என்று காட்டுக.

3. ஒரு சமபக்க முக்கோணம் வரைந்து அதன் நடுக்கோட்டுப் புள்ளியையும் செங்கோட்டு மையத்தையும் காண்க. இரண்டும் வெவ்வேறு புள்ளிகளா அல்லது ஒரே புள்ளியா?

4. ஏதேனும் ஓர் அளவுக்கு $\triangle ABC$ ஐ வரைந்து அதன் நடுக்கோடுகளையும் வரைக. அதன் நடுக்கோட்டுப் புள்ளி G ஐக் குறிக்க. $AG = 2\,GD$, $BG = 2\,GE$, $CG = 2\,GF$ என இருக்கின்றனவா என்று அளந்து சரிபார்க்கவும்.

3-9-3. முக்கோணத்தின் சுற்றுவட்ட மையம் :

ஒரு காகிதத் துண்டில் $\triangle ABC$ ஐக் கத்தரித்து எடுத்துக் கொள்ளவும்.



படம் 5-59.

B, C முனைகள் ஒன்று சேருமாறு மடிக்கவும்.

C, A முனைகள் ஒன்று சேருமாறு மடிக்கவும்.

A, B முனைகள் ஒன்று சேருமாறு மடிக்கவும்.

மடிப்புகள் யாவும் ஒரே புள்ளி வழியாகச் செல்லுவதைக் காணலாம். அந்தப் புள்ளியை S என்று குறிப்போம்.

S என்பது $\triangle ABC$ இன் **சுற்றுவட்ட மையம்** ஆகும்.

$\overline{BC}$ இன் மையம் D; $\overline{SD} \perp \overline{BC}$

$\overline{CA}$ இன் மையம் E; $\overline{SE} \perp \overline{CA}$

$\overline{AB}$ இன் மையம் F; $\overline{SF} \perp \overline{AB}$

$\overline{SD}$, $\overline{SE}$, $\overline{SF}$ இவை மையக் குத்துகளாகும்.

மையக் குத்துகள் சந்திக்குமிடம் சுற்றுவட்ட மையம்.

சுற்றுவட்ட மையத்தை S என்று குறிப்பது மரபு.

A, B, C வழியாகச் செல்லும் வட்டத்தின் மையம் S ஆக இருக்கும்.

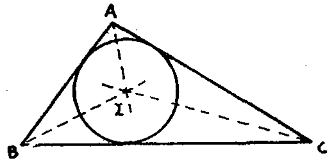
பயிற்சி 3-9-3

1. ஏதேனும் ஒரு குறுங்கோண முக்கோணம் வரைந்து அதன் மையக் குத்துக் கோடுகளை வரைக. மையக் குத்துக் கோடுகள் மூன்றும் ஒரே புள்ளி வழியாகச் செல்லுகின்றனவா என்று காண்க.

2. ஏதேனும் ஒரு செங்கோண முக்கோணம் வரைந்து அதன் சுற்றுவட்ட மையம் காண்க.

3. ஏதேனும் ஒரு விரிகோண முக்கோணம் வரைந்து அதன் சுற்றுவட்ட மையம் காண்க.

3-9-4. முக்கோணத்தின் உள் வட்ட மையம்:



படம் 5-60.

ஒரு காகிதத் துண்டில் $\triangle ABC$ ஐக் கத்தரித்து எடுத்துக் கொள்ளவும். $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ இவை ஒவ்வொன்றும் இரு சமபாகங்களாகுமாறு மடிப்புகள் மடிக்கவும். ஒவ்வொரு மடிப்பும் ஒவ்வொரு கோணத்தின் சமவெட்டி அல்லவா?

இந்தச் சமவெட்டிகள் யாவும் ஒரே புள்ளி வழியாகச் செல்லுவதைக் காணலாம்.

அந்தப் புள்ளியை I என்று குறிப்போம்.

I என்பது $\triangle ABC$ இன் **உள் வட்ட மையம் ஆகும்.** $\overline{AI}$, $\overline{BI}$, $\overline{CI}$ என்பன கோணங்களின் சமவெட்டிகளாகும். **சமவெட்டிகள் சந்திக்குமிடம் உள் வட்ட மையம்.**

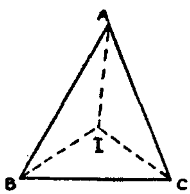
உள் வட்ட மையத்தை I என்று குறிப்பது மரபு.

$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ இவற்றைத் தொடுமாறு செல்லும் வட்டத்தின் மையம் I ஆக இருக்கும்.

பயிற்சி 3-9-4

1. $\triangle PQR$ ஒன்று வரைந்து அதன் கோணங்களின் சமவெட்டிகளை வரைக. சமவெட்டிகள் மூன்றும் ஒரே புள்ளி வழியாகச் செல்லுகின்றனவா என்று காண்க.

2. படம் 5-61 இல் $\triangle ABC$ இன் உள் வட்ட மையம் I. $m\angle A = 50°$, $m\angle B = 60°$, $m\angle C = 70°$ எனில், (i) $m\angle BIC$ (ii) $m\angle CIA$ (iii) $m\angle AIB$ இவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க.



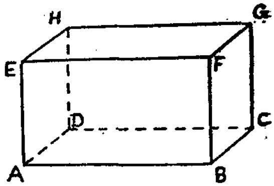
படம் 5-61.

3. LMN என்ற சமபக்க முக்கோணம் ஒன்று வரைந்து அதன் உள் வட்ட மையம் காண்க.

3-10-1. கன உருவங்களின் உச்சிகள், விளிம்புகள், முகங்கள் :

கனச்சதுரம், கனச் செவ்வகம், பட்டகம் இவை கன உருவங்களுக்குச் சில எடுத்துக்காட்டுகளாகும்.

பக்கத்திலுள்ள கனச் செவ்வகத்தின் படத்தை உற்று நோக்கவும்.



படம் 5-62.

உச்சிகள் : A, B, C, D, E, F, G, H இவை எட்டும் கனச் செவ்வகத்தின் உச்சிகளாகும்.

விளிம்புகள் : $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DA}$,
$\overline{EF}, \overline{FG}, \overline{GH}, \overline{HE}$,
$\overline{AE}, \overline{BF}, \overline{CG}, \overline{DH}$ இவை பன்னிரண்டும் கனச் செவ்வகத்தின் விளிம்புகளாகும்.

முகங்கள் : உருவங்கள்
$ABFE$, $DCGH$,
$ABCD$, $EFGH$,
$ADHE$, $BCGF$ இவை ஆறும் கனச் செவ்வகத்தின் முகங்களாகும்.

உச்சி V என்க; விளிம்பு E என்க; முகம் F என்க.

உச்சிகளின் எண்ணிக்கை 8, அதாவது $V = 8$

விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை 12, அதாவது $E = 12$

முகங்களின் எண்ணிக்கை 6, அதாவது $F = 6$

V, E, F இவைகளுக்குள்ள தொடர்பை ஏதேனும் ஒரு வகையில் குறிக்கலாமல்லவா ?

ஆய்லர் சூத்திரம் அத்தொடர்பை $V - E + F = 2$ என்று குறிக்கின்றது.

கனச் செவ்வகத்தின் உச்சிகள், விளிம்புகள், முகங்கள் இவற்றின் எண்ணிக்கையை ஆய்லர் சூத்திரத்தில் பிரதியிட அது சரியாக உள்ளது.

பயிற்சி 3-10-1

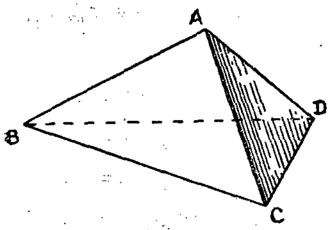
1. *ABCDEFGH* என்ற கனச் சதுரத்தின் உச்சிகள், விளிம்புகள், முகங்கள் இவை ஒவ்வொன்றின் எண்ணிக்கை யாது? இந்த எண்ணிக்கையைக் கொண்டு ஆய்லர் சூத்திரத்தைச் சரிபார்க்கவும்.

2. ஒரு முக்கோணப் பட்டகத்தில் உச்சிகளின் எண்ணிக்கை 6; முகங்களின் எண்ணிக்கை 5. ஆய்லர் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி விளிம்புகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

3. ஓர் அறுகோணப் பட்டகத்தில் உச்சிகளின் எண்ணிக்கை 12; விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை 18. ஆய்லர் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி முகங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

4. ஒரு சரிவகப் பட்டகத்தில் விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை 12; முகங்களின் எண்ணிக்கை 6. ஆய்லர் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி உச்சிகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

3-10-2. கன உருவங்களின் உச்சிகள், விளிம்புகள், முகங்கள் (தொடர்ச்சி) :



படம் 5-63.

படம் 5-63 இல் உள்ள உருவம் நான்முகத் திண்மம் ஆகும். இதன்

உச்சிகளின் எண்ணிக்கை 4

விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை 6

முகங்களின் எண்ணிக்கை 4.

ஆய்லர் சூத்திரத்தில் இந்த எண்ணிக்கையைப் பிரதியிட்டுச் சரிபார்ப்போம்.

$$V - E + F = 2$$

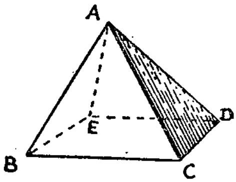
$$V = 4, \quad E = 6, \quad F = 4$$

$$V - E + F = 4 - 6 + 4 = 2$$

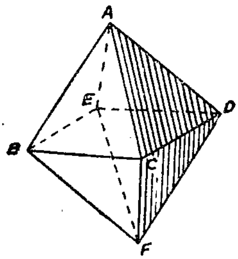
ஆகவே, இம்மாதிரி உருவத்திற்கும் ஆய்லர் சூத்திரம் பொருந்தி வருகிறது அல்லவா ?

பயிற்சி 3-10-2

1. படம் 5-64 இல் உள்ள உருவத்தின் உச்சிகள், விளிம்புகள், முகங்கள் இவை ஒவ்வொன்றின் எண்ணிக்கை யாது? இந்த எண்ணிக்கையைப் பயன்படுத்தி ஆய்லர் சூத்திரத்தைச் சரிபார்க்கவும்.



படம் 5-64.



படம் 5-65.

2. படம் 5-65 இல் உள்ள உருவத்தின் உச்சிகள், விளிம்புகள், முகங்கள் இவை ஒவ்வொன்றின் எண்ணிக்கை யாது? இந்த எண்ணிக்கையைப் பயன்படுத்தி ஆய்லர் சூத்திரத்தைச் சரிபார்க்கவும்.

3. ஓர் அறுமுக கன உருவத்தில் முனைகளின் எண்ணிக்கை 5. ஆய்லர் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி அதன் விளிம்புகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

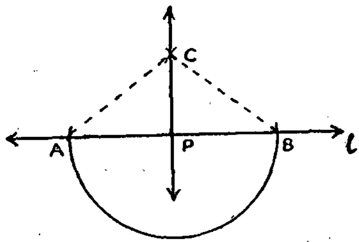
4. ஓர் எழுமுக கன உருவத்தில் முனைகளின் எண்ணிக்கை 7. ஆய்லர் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி அதன் விளிம்புகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

விடைகள்

3. 9 4. 12

5 (ஆ) செய்முறை வடிவியல்

1—1. 'l' என்ற கோட்டிற்கு அதன் மீதுள்ள 'P' என்ற புள்ளி வழியாகக் குத்துக்கோடு வரைதல் :



படம் 5-66.

வரைமுறை :

l என்ற கோட்டின் மீது *P* என்ற புள்ளி அமைந்துள்ளது. *P* ஐ மையமாகக் கொண்டு ஏதேனும் ஓர் ஆரம் வைத்து ஒரு வட்ட வில் வரைக. அந்த வட்ட வில் *l* ஐ வெட்டும் புள்ளிகளுக்கு *A*, *B* எனப் பெயரிடுக.

A ஐ மையமாகக் கொண்டு $\overline{AP}$ க்குச் சற்றுக் கூடுதலான ஆரம் வைத்து ஒரு வட்ட வில் வரைக. அதே ஆரத்திற்கு *B* ஐ மையமாகக் கொண்டு மற்றொரு வட்ட வில் வரைக. இவ்விரு வட்ட வில்களும் வெட்டும் புள்ளிக்கு *C* என்று பெயரிடுக.

PC எனபது தேவையான குத்துக்கோடாகும்.

ஏன் எனப் பார்க்கலாம். $\triangle APC$, $\triangle BPC$ ஆகிய இரண்டும் ஒரே அளவுப் பக்கங்கள் கொண்டவை. எனவே $m\angle APC = m\angle BPC$. மேலும் அவை அடுத்துள்ள கோணங்கள். எனவே ஒவ்வொன்றும் ஒரு செங்கோணம்.

பயிற்சி 1-1

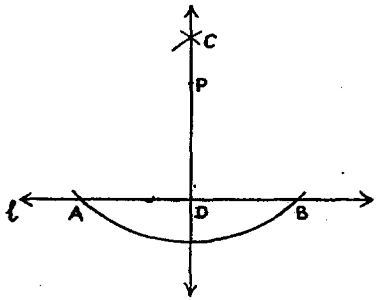
1. $AB = 5$ செமீ. அதில் *O* என்ற புள்ளியை $OA = 3\cdot5$ செமீ உள்ளவாறு குறிக்க. *O* வில் *AB* க்கு ஒரு குத்துக்கோடு வரைக.

2. 8·6 செமீ நீளமுள்ள *PQ* என்ற கோட்டுத் துண்டுக்கு மையக் குத்துக்கோடு வரைக.

3. ஒரு தளத்தில் ஒரு கோட்டுத் துண்டுக்கு எத்தனை மையக் குத்துக்கோடுகள் வரையலாம்? எத்தனை குத்துக் கோடுகள் வரையலாம்?

4. $\overline{AB} = 6 \cdot 3$ செமீ. கோட்டுத் துண்டு AB இல் A யிலிருந்து $3 \cdot 3$ செமீ தூரத்தில் C என்ற புள்ளியைக் குறிக்கவும். C யிலிருந்து AB க்கு ஒரு குத்துக்கோடு வரைக.

1—2. 'l' என்ற கோட்டிற்கு அதற்கு வெளியே உள்ள 'P' என்ற புள்ளியிலிருந்து குத்துக்கோடு வரைதல்:



படம் 5-67.

வரைமுறை :

l என்ற கோட்டிற்கு வெளியே P என்ற புள்ளி அமைந்துள்ளது. P ஐ மையமாகக் கொண்டு ஏதேனும் ஆரம் வைத்து ஒரு வட்ட வில் வரைக. அந்த வட்ட வில் l ஐ வெட்டும் புள்ளிகளுக்கு A, B எனப் பெயரிடுக.

A ஐ மையமாக வைத்து, $\overline{AB}$ க்குப் பாதிக்கு மேல் அளவுள்ள ஆரம் வைத்து ஒரு வட்ட வில் வரைக. அதே ஆரத்தை மாற்றாமல் B ஐ மையமாக வைத்து மற்றொரு வட்ட வில் வரைக. இவ்விரு வட்ட வில்களும் வெட்டும் புள்ளிக்கு C என்று பெயரிடுக.

PC என்பது தேவையான குத்துக்கோடாகும்.

பயிற்சி 1-2

1. l என்ற ஒரு கோடு வரைந்து அதன் மீது அமையாத O என்ற புள்ளியினின்று அதற்கு ஒரு குத்துக்கோடு வரைக.

2. 9·5 செமீ நீளமுள்ள $\overline{AB}$ ஐ வரைக. L என்பது $\overline{AB}$ க்கு வெளியே உள்ள ஒரு புள்ளி. $\overline{AB}$ க்குச் செங்குத்தாக LM என்ற கோடு வரைக.

3. 7·6 செமீ நீளமுள்ள $\overline{PQ}$ ஐ வரைக. R என்பது $\overline{PQ}$ க்கு வெளியே உள்ள ஒரு புள்ளி. R என்ற புள்ளியிலிருந்து $\overline{PQ}$ க்கு குத்துக்கோடு வரைக.

4. 10 செமீ நீளமுள்ள LM என்ற கோட்டுத் துண்டு வரைக. $\overline{LM}$ இல் A, B என்ற புள்ளிகளைக் குறிக்கவும். $\overline{LM}$ க்கு வெளியே O என்ற புள்ளியைக் குறிக்கவும். OA, OB ஐச் சேர்க்கவும். $\overline{LM}$ க்கு OC என்ற குத்துக்கோடு வரைக. $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ இன் நீளத்தை அளந்து எழுதவும். O விலிருந்து $\overline{LM}$ க்கு எது குறைந்த தூரம் என்று காண்க.

2—1. முக்கோணங்கள் வரைதல் (மீள்பார்வை) :

முக்கோணங்களைப் பற்றி நாம் அறிந்துள்ளவற்றை மீண்டும் நினைவு கூர்வோம்.

1. ஒரு முக்கோணம் வரைய மூன்று அளவுகள் தேவை. அவற்றில் ஒன்றேனும் ஒரு பக்கத்தின் அளவாக இருத்தல் வேண்டும்.

2. ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் அளவுகளின் கூட்டுத் தொகை $180°$ ஆகும்.

3. முக்கோணத்தின் பரப்பு $= \frac{1}{2}bh$ (b—அடிப்பக்க அளவு ; h—எதிர் முனையிலிருந்து அதன் மீது வரையப்பட்ட செங்குத்து.)

பயிற்சி 2-1

பின்வரும் அளவுகளுக்கு ஏற்ற முக்கோணங்கள் வரைக. அவற்றின் பரப்பளவைக் காண்க.

1. $\triangle ABC$இல் $\overline{BC} = 7$ செமீ, $\overline{CA} = 5$ செமீ, $\overline{AB} = 4$ செமீ.

2. $\triangle PQR$இல் $\overline{PQ} = 7{\cdot}5$ செமீ, $\overline{QR} = 6{\cdot}4$ செமீ, $\overline{RP} = 6{\cdot}4$ செமீ.

3. $\triangle ABC$இல் $c = 8{\cdot}4$ செமீ, $a = 5{\cdot}6$ செமீ, $m\angle B = 100°$.

4. $\triangle LMN$இல் $\overline{MN} = 7{\cdot}2$ செமீ, $\overline{LM} = 5{\cdot}8$ செமீ, $m\angle M = 60°$.

5. $\triangle ABC$இல் $b = 6{\cdot}8$ செமீ, $m\angle A = 70°$, $m\angle C = 40°$.

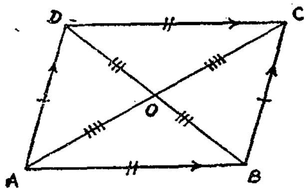
6. $\triangle PQR$ இல் $p = 7.4$ செமீ, $m\angle Q = 60°$, $m\angle R = 70°$.

7. $\overline{AB} = 6.5$ செமீ, $\overline{BC} = 4$ செமீ, $\overline{CA} = 2.5$ செமீ என்ற அளவுகளுக்கு ABC என்ற முக்கோணம் வரைய இயலுமா என்று காண்க.

3. இணைகரம் :

சிறப்பு நாற்கரங்களில் ஒன்று இணைகரம் என்று சென்ற வகுப்பில் கற்றிருக்கின்றீர்கள்.

எதிர்ப் பக்கங்கள் இணையாகவுள்ள நாற்கரமே இணைகரமாகும்.



படம் 5-68.

பண்புகள் :

இணைகரத்தில்

(1) எதிர்ப் பக்கங்கள் இணை

(2) எதிர்ப் பக்கங்கள் சர்வ சமம்

(3) எதிர்க் கோணங்கள் சர்வ சமம்

(4) மூலை விட்டங்கள் ஒன்றையொன்று இரு சமக் கூறிடும்.

(5) மூலை விட்டங்கள் சம நீளம் உள்ளவை அல்ல.

ஓர் இணைகரம் வரைய மூன்று அளவுகள் தேவை.

பரப்பு :

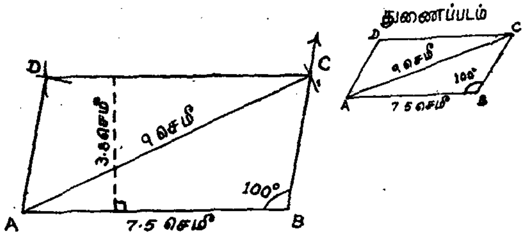
இணைகரத்தின் பரப்பு = bh.

(b—ஒரு பக்கம், h—அப்பக்கத்திற்கும் எதிர்ப் பக்கத்திற்கும் இடையில் உள்ள தூரம்)

3—1. இணைகரம் வரைதல் (அ) :
(மூலைவிட்டம்—கோணம்—பக்கம்)

எடுத்துக்காட்டு :

$\overline{AB} = 7{\cdot}5$ செமீ, $\overline{AC} = 9$ செமீ, $m\angle B = 100°$ அளவுகள் உள்ள *ABCD* என்ற இணைகரம் வரைக. பரப்பு காண்க.



படம் 5-69.

வரைமுறை :

கொடுத்துள்ள அளவுகளுக்கு முதலில் $\triangle ABC$ ஐ வரைந்து கொள்க.

A ஐ மையமாகவும் $\overline{BC}$ இன் நீளத்தை ஆரமாகவும் கொண்டு ஒரு வில் வரைக.

C ஐ மையமாகவும் $\overline{AB}$ இன் நீளத்தை ஆரமாகவும் கொண்டு ஒரு வில் வரைக.

இரு வில்களும் வெட்டுமிடம் *D*.

AD, *CD* இவற்றைச் சேர்க்க.

ABCD தேவையான இணைகரம்.

$\overline{AB}$ இன் மீது குத்துயரம் வரைக.

குத்துயரம் = 3·8 செமீ

இணைகரத்தின் பரப்பு $= bh$

$= 7{\cdot}5 \times 3{\cdot}8$

$= 28{\cdot}5$ செமீ^{2}

பயிற்சி 3-1

1. இணைகரம் $ABCD$ இல் $\overline{AB} = 4.1$ செமீ, $m\angle B = 100°$, $\overline{AC} = 6.2$ செமீ. படம் வரைந்து பரப்பைக் காண்க.

2. இணைகரம் $ABCD$ இல் $\overline{CD} = 4.7$ செமீ, $m\angle C = 95°$, $\overline{DB} = 7.2$ செமீ. படம் வரைந்து பரப்பு காண்க.

3. இணைகரம் $PQRS$ இல் $\overline{PR} = 7.6$ செமீ, $m\angle S = 95°$, $\overline{PQ} = 5.5$ செமீ. படம் வரைந்து பரப்பு காண்க.

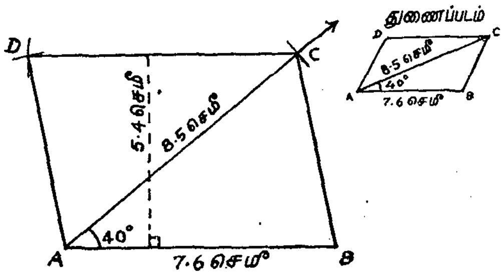
4. இணைகரம் $ABCD$ இல் $\overline{AB} = 7.8$ செமீ, $m\angle C = 110°$, $\overline{AC} = 7.2$ செமீ. படம் வரைந்து பரப்பு காண்க.

3—2. இணைகரம் வரைதல் (ஆ) :
(மூலைவிட்டம் — பக்கம் — கோணம்)

எடுத்துக்காட்டு :

பின்வரும் அளவுகளைக் கொண்டு ஓர் இணைகரம் வரைந்து பரப்பைக் காண்க.

இணைகரம் $ABCD$ இல் $\overline{AC} = 8.5$ செமீ, $\overline{AB} = 7.6$ செமீ, $m\angle BAC = 40°$.



படம் 5-70.

வரைமுறை :

கொடுத்துள்ள அளவுகளுக்கு முதலில் $\triangle ABC$ ஐ வரைந்து கொள்க.

A ஐ மையமாகவும் $\overline{BC}$ இன் நீளத்தை ஆரமாகவும் கொண்டு ஒரு வில் வரைக.

C ஐ மையமாகவும் $\overline{AB}$ இன் நீளத்தை ஆரமாகவும் கொண்டு ஒரு வில் வரைக.

இரு வில்களும் வெட்டுமிடம் D.

AD, CD இவற்றை இணைக்க.

$ABCD$ தேவையான இணைகரம்.

$\overline{AB}$ இன் மீது குத்துயரம் வரைக.

குத்துயரம் $= 5{\cdot}4$ செமீ

பரப்பு $= bh$

$= 7{\cdot}6 \times 5{\cdot}4$

$= 41{\cdot}04$ செமீ^{2}

பயிற்சி 3–2 (அ)

1. இணைகரம் $ABCD$ இல் $\overline{AC} = 7{\cdot}2$ செமீ, $\overline{AB} = 7{\cdot}8$ செமீ, $m\angle CAB = 35°$. படம் வரைந்து பரப்பு காண்க.
2. இணைகரம் $PQRS$ இல் $\overline{PQ} = 4{\cdot}5$ செமீ, $\overline{QS} = 6{\cdot}8$ செமீ, $m\angle PQS = 50°$. படம் வரைந்து பரப்பு காண்க.
3. இணைகரம் ஒன்றின் ஒரு மூலைவிட்டம் $8{\cdot}5$ செமீ. அதன் ஒரு பக்கம் $6{\cdot}4$ செமீ. இரண்டும் வெட்டிக் கொள்ளும் கோண அளவு $50°$ எனில், இணைகரம் வரைந்து பரப்பு காண்க.

பயிற்சி 3–2 (ஆ)

பின்வரும் அளவுகள் உள்ள இணைகரம் வரைக. பரப்பு காண்க.

1. இணைகரம் $PQRS$ இல் $\overline{PS} = 4{\cdot}6$ செமீ, $m\angle PSQ = 45°$, $\overline{QS} = 7{\cdot}8$ செமீ.
2. இணைகரம் $ABCD$ இல் $\overline{AB} = 4{\cdot}2$ செமீ, $m\angle ABD = 55°$, $\overline{BD} = 5{\cdot}8$ செமீ.
3. இணைகரம் $MNOP$ இல் $\overline{MN} = 8{\cdot}5$ செமீ, $m\angle OMN = 35°$, $\overline{MO} = 7{\cdot}5$ செமீ.
4. இணைகரம் $ABCD$ இல் $\overline{AB} = 7{\cdot}5$ செமீ, $m\angle BAC = 25°$, $\overline{AC} = 9{\cdot}6$ செமீ.
5. இணைகரம் $PQRS$ இல் $\overline{PQ} = 6{\cdot}2$ செமீ, $m\angle QPR = 50°$, $PR = 6{\cdot}6$ செமீ.

பயிற்சி 3-2 (இ)

பின்வரும் அளவுகளுள்ள இணைகரம் வரைக. பரப்பு காண்க.

1. இணைகரம் $ABCD$ இல் $\overline{AC} = 7{\cdot}6$ செமீ, $\overline{AB} = 6{\cdot}4$ செமீ, $m\angle ABC = 100°$.

2. இணைகரம் $ABCD$ இல் $\overline{BD} = 6{\cdot}5$ செமீ, $\overline{AB} = 4{\cdot}4$ செமீ, $m\angle BAD = 120°$.

3. இணைகரம் $PQRS$ இல் $\overline{PR} = 4{\cdot}8$ செமீ, $\overline{QR} = 4{\cdot}5$ செமீ, $m\angle PQR = 65°$.

4. இணைகரம் $MNOP$ இல் $\overline{MN} = 6$ செமீ, $\overline{NP} = 7{\cdot}4$ செமீ, $m\angle NMP = 80°$.

5. இணைகரம் $PQRS$ இல் $\overline{PQ} = 7{\cdot}5$ செமீ, $\overline{PR} = 6{\cdot}5$ செமீ, $m\angle PQR = 55°$.

3—3. சாய்வு சதுரம் வரைதல்:

நான்கு பக்கங்களும் சம அளவுள்ள இணைகரமே சாய்வு சதுரம் என்று சென்ற வகுப்பில் கற்றதை நினைவு கூர்க.

பண்புகள் :

சாய்வு சதுரத்தில்

(1) பக்கங்கள் யாவும் சர்வ சமம்

(2) எதிர்ப் பக்கங்கள் இணை

(3) மூலை விட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாகவும் சமக் கூறுகளாகவும் வெட்டிக் கொள்கின்றன

(4) எதிர்க் கோணங்கள் சர்வ சமம்

(5) மூலை விட்டங்கள் சம நீளமுள்ளவை அல்ல.

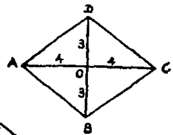
ஒரு சாய்வு சதுரம் வரைய இரண்டு அளவுகள் தேவை.

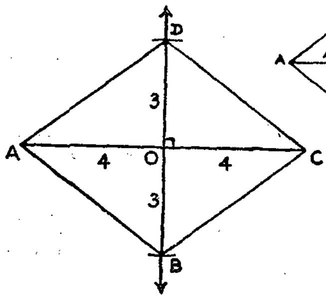
மூலை விட்டங்கள் இரண்டும் தரப்பட்டால் சாய்வு சதுரம் எவ்வாறு வரைவது என்று காண்போம்:

எடுத்துக்காட்டு :

சாய்வு சதுரம் $ABCD$ இல் $\overline{AC} = 8$ செமீ, $\overline{BD} = 6$ செமீ. படம் வரைக.

துணைப்படம்





படம் 5-71.

வரைமுறை :

8 செமீ நீளத்திற்கு AC என்ற கோட்டுத் துண்டு வரைக. $\overline{AC}$ க்கு ஒரு மையக் குத்துக்கோடு வரைக. அது $\overline{AC}$ ஐ O இல் வெட்டுகிறது.

$\overline{OB} = \overline{OD} = 3$ செமீ இருக்குமாறு மையக் குத்துக் கோட்டில் B, D என்ற புள்ளிகளைக் குறிக்கவும்.

AB, BC, CD, DA இவற்றை இணைக்கவும்.

$ABCD$ தேவையான சாய்வு சதுரம்.

பயிற்சி 3-3

1. $\overline{AC} = 6{\cdot}8$ செமீ, $\overline{BD} = 9{\cdot}5$ செமீ இருக்குமாறு $ABCD$ என்ற சாய்வு சதுரம் வரைக.
2. $\overline{AC} = 7{\cdot}2$ செமீ, $\overline{BD} = 6{\cdot}4$ செமீ இருக்குமாறு $ABCD$ என்ற சாய்வு சதுரம் வரைக.
3. $\overline{PR} = 6$ செமீ, $\overline{QS} = 7$ செமீ இருக்குமாறு $PQRS$ என்ற சாய்வு சதுரம் வரைக.
4. ஒரு சாய்வு சதுரத் தோட்டத்தின் மூலைவிட்டங்கள் முறையே 48மீ, 36மீ. தக்க அளவுத் திட்டம் கொண்டு படம் வரைக.

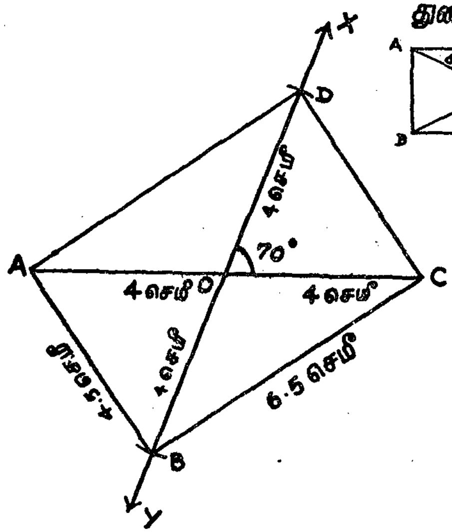
3—4. செவ்வகம் வரைதல் (அ):

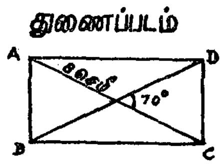
செவ்வகத்தைப்பற்றிச் சென்ற வகுப்பில் கற்றதை நினைவு கூர்க.

செவ்வகத்தின் மூலைவிட்டமும், கோணமும் கொடுக்கப் பட்டால் செவ்வகம் வரையும் விதத்தைக் காண்போம்:

எடுத்துக்காட்டு :

செவ்வகம் ABCD இல் $\overline{AC}$ = 8 செமீ. AC, BD என்ற மூலை விட்டங்கள் வெட்டுமிடம் O. $m\angle DOC = 70°$. படம் வரைந்து பரப்பைக் காண்க.





படம் 5-72.

வரைமுறை :

8 செமீ நீளமுள்ள $\overline{AC}$ வரைக. அதன் மையப் புள்ளி O.

$m\angle COX = 70°$ இருக்குமாறு $\overleftrightarrow{XY}$ ஐ வரைந்து கொள்க. அதில் $\overline{OB} = \overline{OD} = 4$ செமீ இருக்குமாறு B, D என்ற புள்ளி களைக் குறிக்கவும்.

AB, BC, CD, DA இவற்றைச் சேர்க்கவும்.

ABCD தேவையான செவ்வகம்.

AB ஐ அளந்து குறிக்க. $AB = 4{\cdot}5$ செமீ

BC ஐ அளந்து குறிக்க. $BC = 6{\cdot}5$ செமீ

பரப்பு $= lb \quad (l=6{\cdot}5;\ b=4{\cdot}5)$

$= 6{\cdot}5 \times 4{\cdot}5$

$= 29{\cdot}25$ செமீ^{2}

பயிற்சி 3-4

பின்வரும் அளவுகளுக்கு $ABCD$ என்ற செவ்வகம் வரைந்து பரப்பைக் காண்க.

1. செவ்வகம் $ABCD$ இல் $\overline{AC} = 7{\cdot}2$ செமீ, $m\angle BOC = 40°$.

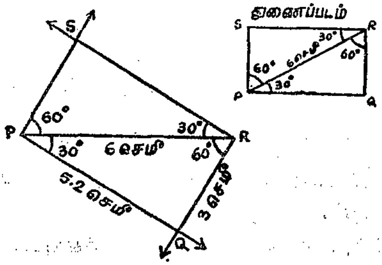
2. செவ்வகம் $ABCD$ இல் $\overline{BD} = 8{\cdot}4$ செமீ, $m\angle DOC = 145°$.

3. செவ்வகம் $ABCD$ இல் $\overline{AC} = 7$ செமீ, $m\angle AOB = 130°$.

3—5. செவ்வகம் வரைதல் (ஆ):

எடுத்துக்காட்டு :

செவ்வகம் $PQRS$ இல் $\overline{PR} = 6$ செமீ, $m\angle PRS = 30°$. படம் வரைந்து பரப்பு காண்க.



படம் 5-73.

வரைமுறை :

6 செமீ நீளத்திற்கு $\overline{PR}$ வரைக.

$m\angle PRS = 30°$. எனவே, $m\angle SPR = 60°$

இக்கோணங்களை வரைந்து S என்ற புள்ளியைக் குறிக்க.

$m\angle PRQ = 60°$, $m\angle RPQ = 30°$.

இக்கோணங்களை வரைந்து Q என்ற புள்ளியைக் குறிக்க.

$PQRS$ தேவையான செவ்வகம்.

$\overline{PQ}$, $\overline{QR}$ இவற்றை அளக்கவும்.

$\overline{PQ} = 5{\cdot}2$ செமீ, $\overline{QR} = 3$ செமீ.

செவ்வகத்தின் பரப்பு $= lb$ $(l = 5{\cdot}2;\ b = 3)$

$= 5{\cdot}2 \times 3$

$= 15{\cdot}6$ செமீ^{2}

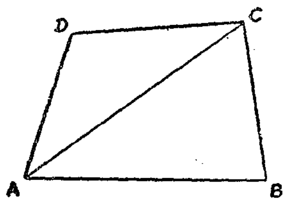
பயிற்சி 3-5

பின்வரும் அளவுகள் உள்ள $ABCD$ என்ற செவ்வகம் வரைந்து பரப்பு காண்க.

1. $\overline{BD} = 8{\cdot}6$ செமீ, $m\angle ACD = 40°$.
2. $\overline{AC} = 9{\cdot}4$ செமீ, $m\angle ACB = 60°$.
3. $\overline{AC} = 8{\cdot}2$ செமீ, $m\angle BCA = 70°$.

4. நாற்கரம் :

பின்வரும் நாற்கரம் $ABCD$ இல் புள்ளிகள் A, C இவற்றைச் சேர்ப்போம். கோட்டுத்துண்டு AC என்பது ஒரு மூலைவிட்டமாகும். மூலைவிட்டம் AC, நாற்கரத்தை இரு பிரிவுகளாகப் பிரிக்கின்றது. ஒவ்வொரு பிரிவும் ஒரு முக்கோணம்.



படம் 5-74.

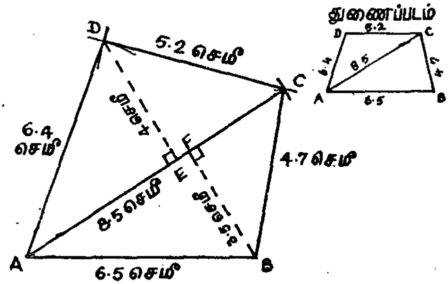
ஒரு முக்கோணம் வரைய மூன்று அளவுகள் வேண்டும் என்று அறிவோம். ஒரு நாற்கரம் வரைய மேலும் இரு அளவுகள் தேவை. அதாவது ஒரு நாற்கரம் வரைய ஐந்து அளவுகள் தேவை.

நாற்கரத்தின் பரப்பு $= \frac{1}{2}d\ (h_1 + h_2)$ என்பதையும் நினைவுபடுத்திக் கொள்க.

4—1. நாற்கரம் வரைதல் (அ) :
(4 பக்கங்கள், 1 மூலைவிட்டம்)

எடுத்துக்காட்டு :

நாற்கரம் $ABCD$ இல் $AB = 6{\cdot}5$ செமீ, $BC = 4{\cdot}7$ செமீ, $CD = 5{\cdot}2$ செமீ, $DA = 6{\cdot}4$ செமீ, $AC = 8{\cdot}5$ செமீ. படம் வரைந்து பரப்பு காண்க.



படம் 5-75.

வரைமுறை :

$\overline{AB} = 6{\cdot}5$ செமீ, $\overline{BC} = 4{\cdot}7$ செமீ, $\overline{CA} = 8{\cdot}5$ செமீ அளவுகளுள்ள $\triangle ABC$ ஐ வரைந்து கொள்க.

C ஐ மையமாகவும் $5{\cdot}2$ செமீ ஆரமாகவும் கொண்டு ஒரு வில் வரைக.

A ஐ மையமாகவும் $6{\cdot}4$ செமீ ஆரமாகவும் கொண்டு ஒரு வில் வரைக.

இரு வில்களும் வெட்டுமிடம் D.

AD, CD இவற்றை இணைக்க.

$ABCD$ தேவையான நாற்கரம்.

குத்துயரம் DE, BF வரைந்து அளக்க.

$\overline{DE} = 4$ செமீ; $\overline{BF} = 3{\cdot}5$ செமீ.

பரப்பு $= \frac{1}{2} d (h_1 + h_2)$

$(d = 8{\cdot}5;\ h_1 = 4;\ h_2 = 3{\cdot}5)$

$= \frac{1}{2} \times 8{\cdot}5\ (4 + 3{\cdot}5)$

$= \frac{1}{2} \times 8{\cdot}5 \times 7{\cdot}5$

$= \frac{1}{2} \times 63{\cdot}75$

$= 31{\cdot}875$ செமீ^{2}

பயிற்சி 4-1

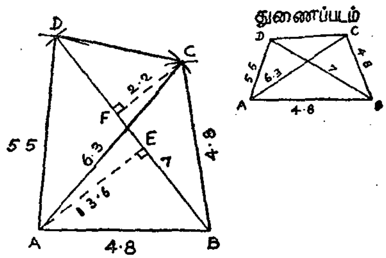
பின்வரும் அளவுகளுக்கு நாற்கரம் வரைந்து பரப்பு காண்க.

1. நாற்கரம் $ABCD$ இல் $\overline{AB} = 5$ செமீ, $\overline{BC} = 4$ செமீ, $\overline{CD} = 4{\cdot}5$ செமீ, $\overline{AD} = 6{\cdot}2$ செமீ, $\overline{AC} = 6{\cdot}8$ செமீ.
2. நாற்கரம் $PQRS$ இல் $\overline{PQ} = 4{\cdot}7$ செமீ, $\overline{QR} = 3{\cdot}5$ செமீ, $\overline{RS} = 4$ செமீ, $\overline{PS} = 4{\cdot}2$ செமீ, $\overline{QS} = 6{\cdot}4$ செமீ.
3. நாற்கரம் $ABCD$ இல் $AB = 6$ செமீ, $\overline{BC} = 4$ செமீ, $\overline{CD} = 4$ செமீ, $\overline{BD} = 7$ செமீ, $AD = 4{\cdot}6$ செமீ,

4—2. நாற்கரம் வரைதல் (ஆ): (3 பக்கங்கள், 2 மூலைவிட்டங்கள்)

எடுத்துக்காட்டு :

நாற்கரம் $ABCD$ இல் $\overline{AB} = 4{\cdot}8$ செமீ, $\overline{BC} = 4{\cdot}8$ செமீ, $\overline{AC} = 6{\cdot}3$ செமீ, $\overline{BD} = 7$ செமீ, $\overline{AD} = 5{\cdot}5$ செமீ. படம் வரைந்து பரப்பைக் காண்க.



படம் 5-76.

வரைமுறை :

$\overline{AB} = 4{\cdot}8$ செமீ, $\overline{BC} = 4{\cdot}8$ செமீ, $\overline{AC} = 6{\cdot}3$ செமீ அளவுகள் கொண்ட $\triangle ABC$ வரைக.

$\overline{AB} = 4{\cdot}8$ செமீ, $\overline{BD} = 7$ செமீ, $\overline{AD} = 5{\cdot}5$ செமீ அளவுகள் கொண்ட $\triangle ABD$ வரைக.

$\overline{CD}$ ஐச் சேர்க்க.

$ABCD$ தேவையான நாற்கரமாகும்.

குத்துயரம் AE, CF வரைந்து அளக்க.

$\overline{AE} = 3{\cdot}6$ செமீ, $\overline{CF} = 2{\cdot}2$ செமீ.

பரப்பு $= \frac{1}{2} d (h_1 + h_2)$
($d = 7$ செமீ, $h_1 = 3{\cdot}6$ செமீ,
$h_2 = 2{\cdot}2$ செமீ)

$= \frac{1}{2} \times 7\ (3{\cdot}6 + 2{\cdot}2)$

$= \frac{1}{2} \times 7 \times 5{\cdot}8$

$= 20{\cdot}3$ செமீ^{2}

பயிற்சி 4-2

பின்வரும் அளவுகளுள்ள நாற்கரம் வரைந்து பரப்பு காண்க.

1. நாற்கரம் $PQRS$ இல் $\overline{PQ} = 4{\cdot}5$ செமீ, $\overline{QR} = 5$ செமீ, $\overline{PS} = 3{\cdot}5$ செமீ, $\overline{PR} = 7$ செமீ, $\overline{QS} = 6{\cdot}7$ செமீ.

2. நாற்கரம் $ABCD$ இல் $\overline{AB} = 4{\cdot}5$ செமீ, $\overline{BC} = 3$ செமீ, $\overline{AD} = 4{\cdot}5$ செமீ, $\overline{AC} = 6$ செமீ, $\overline{BD} = 5{\cdot}5$ செமீ.

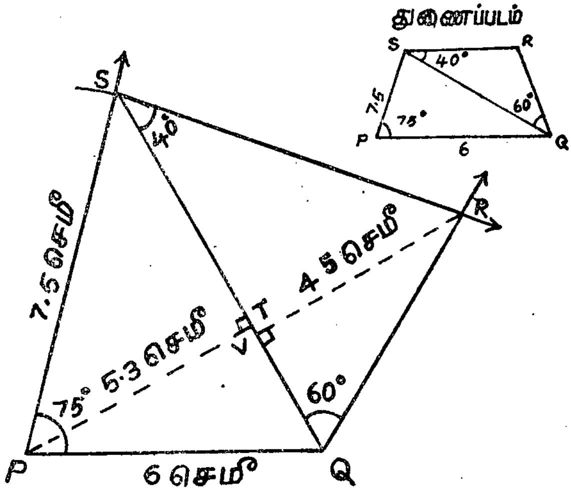
3. நாற்கரம் $ABCD$ இல் $\overline{BC} = 3$ செமீ, $\overline{CD} = 4{\cdot}5$ செமீ, $\overline{AD} = 5{\cdot}5$ செமீ, $\overline{AC} = 6{\cdot}2$ செமீ, $\overline{BD} = 6$ செமீ.

4. நாற்கரம் $PQRS$ இல் $\overline{QR} = 3{\cdot}6$ செமீ, $\overline{RS} = 7$ செமீ, $\overline{PS} = 6$ செமீ, $\overline{PR} = 6{\cdot}8$ செமீ, $\overline{QS} = 7{\cdot}8$ செமீ.

4—3. நாற்கரம் வரைதல் (இ) :
(2 பக்கங்கள், 3 கோணங்கள்)

எடுத்துக்காட்டு :

நாற்கரம் $PQRS$ இல் $\overline{PQ} = 6$ செமீ, $\overline{PS} = 7{\cdot}5$ செமீ, $m\angle P = 75°$, $m\angle QSR = 40°$, $m\angle SQR = 60°$. படம் வரைந்து பரப்பைக் காண்க.



படம் 5-77.

வரைமுறை :

கொடுத்துள்ள அளவுகளுக்கு ΔPQS ஐ வரைந்து கொள்க.

$m\angle QSR = 40°$, $m\angle SQR = 60°$ இருக்குமாறு வரைந்து R என்ற புள்ளியைக் குறித்துக்கொள்க.

$PQRS$ தேவையான நாற்கரம்.

குத்துயரம் PT, RV வரைந்து அளந்து குறிக்க. SQ ஐயும் அளந்து குறிக்க.

$\overline{PT} = 5{\cdot}3$ செமீ, $\overline{RV} = 4{\cdot}5$ செமீ, $\overline{SQ} = 8{\cdot}4$ செமீ.

பரப்பு $= \frac{1}{2}\, d\,(h_1 + h_2)$

$(d = 8{\cdot}4,\ h_1 = 5{\cdot}3,\ h_2 = 4{\cdot}5)$

$= \frac{1}{2} \times 8{\cdot}4\ (5{\cdot}3 + 4{\cdot}5)$

$= \frac{1}{2} \times 8{\cdot}4 \times 9{\cdot}8$

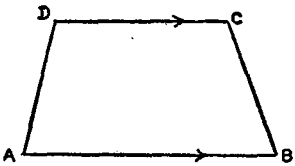
$= 41{\cdot}12$ செமீ^{2}

பயிற்சி 4-3

பின்வரும் அளவுகளுக்கு நாற்கரம் வரைந்து பரப்பு காண்க. (பக்க அளவுகள் சென்டி மீட்டரில்)

1. $\overline{AB} = 5$, $\overline{BC} = 5{\cdot}5$, $\overline{CD} = 6$, $\overline{DA} = 6{\cdot}5$, $m\angle B = 75°$.
2. $\overline{AB} = 4{\cdot}8$, $\overline{BC} = 5{\cdot}2$, $\overline{AC} = 6{\cdot}8$, $m\angle DAC = 45°$, $m\angle DCA = 60°$.
3. $\overline{AB} = 5$, $\overline{BC} = 6$, $\overline{CD} = 5{\cdot}5$, $m\angle B = 55°$, $m\angle BCD = 95°$.

5. சரிவகம் :



படம் 5-78.

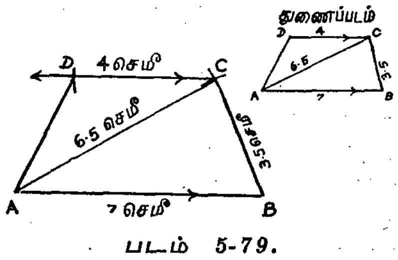
ஒரு சோடி எதிர்ப்பக்கங்கள் மட்டும் இணையாக உள்ள நாற்கரம் சரிவகமாகும் என்று சென்ற வகுப்பில் கற்றதை நினைவு கூர்க.

ஒரு சரிவகம் வரைய நான்கு அளவுகள் தேவை.

5—1. சரிவகம் வரைதல் (அ) : (3 பக்கங்கள், 1 மூலைவிட்டம்)

எடுத்துக்காட்டு :

சரிவகம் $ABCD$ இல் $\overline{AB} = 7$ செமீ, $\overline{BC} = 3{\cdot}5$ செமீ, $\overline{CD} = 4$ செமீ, $\overline{AC} = 6{\cdot}5$ செமீ, $AB \parallel CD$. படம் வரைக.



படம் 5-79.

வரைமுறை :

$\overline{AB}$ = 7 செமீ, $\overline{BC}$ = 3·5 செமீ, $\overline{AC}$ = 6·5 செமீ அளவுகள் கொண்ட $\triangle ABC$ வரைக.

$AB \parallel CD$. எனவே, C வழியே $\overline{AB}$ க்கு ஓர் இணை கோடு வரைக.

$\overline{CD}$ = 4 செமீ இருக்குமாறு D ஐக் குறிக்க.

DA ஐச் சேர்க்க.

$ABCD$ தேவையான சரிவகம்.

பயிற்சி 5-1

பின்வரும் அளவுகள் உள்ள சரிவகம் வரைக. (அளவுகள் சென்டி மீட்டரில்)

1. சரிவகம் $PQRS$ இல் $\overline{PQ} \parallel \overline{RS}$, $\overline{PQ}$ = 6·5 ; $\overline{QR}$ = 4·3 ; $\overline{PR}$ = 6; $\overline{RS}$ = 3·5.

2. சரிவகம் $ABCD$ இல் $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$; $\overline{AB}$ = 7; $\overline{AD}$ = 4·5; $\overline{BD}$ = 6·5; $\overline{CD}$ = 3·5.

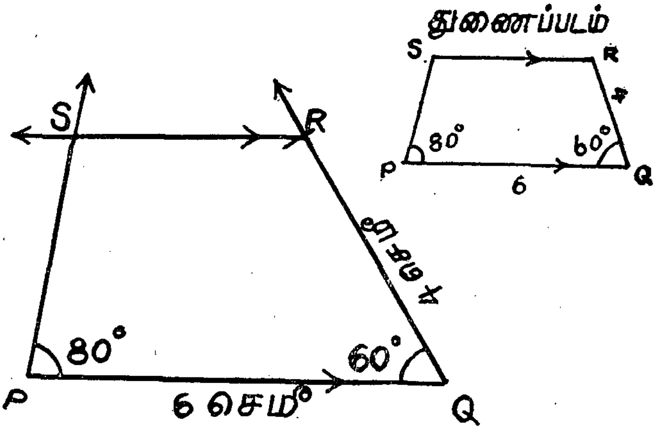
3. சரிவகம் $ABCD$ இல் $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$; $\overline{AB}$ = 7·5; $\overline{AD}$ = 4.5; $\overline{BD}$ = 7; $\overline{CD}$ = 4.

4. சரிவகம் $PQRS$ இல் $\overline{PQ} \parallel \overline{RS}$; $\overline{PQ}$ = 5·5; $\overline{QR}$ = 4; $\overline{PR}$ = 6; $\overline{RS}$ = 3·5.

5—2. சரிவகம் வரைதல் (ஆ) :
[2 பக்கங்கள், 2 கோணங்கள்]

எடுத்துக்காட்டு :

சரிவகம் *PQRS* இல் $\overline{PQ} \parallel \overline{RS}$; $\overline{PQ} = 6$ செமீ; $m\angle SPQ = 80°$; $m\angle PQR = 60°$; $\overline{QR} = 4$ செமீ. படம் வரைக.



படம் 5-80.

வரைமுறை :

$\overline{PQ} = 6$ செமீ வரைக. *P*, *Q* என்ற புள்ளிகளில் முறையே 80°, 60° கோணங்களை வரைக. $\overline{QR} = 4$ செமீ அளவு கொண்டு *R* ஐக் காண்க. *R* வழியே $\overline{PQ}$ க்கு இணையாக கோடு வரைக. *P*யிலிருந்து வரையப்பட்ட 80° கோண புயத்தை அது வெட்டுமிடம் *S* ஆகும்.

PQRS தேவையான சரிவகமாகும்.

பயிற்சி 5–2

1. சரிவகம் *ABCD* இல் $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, $\overline{AB} = 7$ செமீ, $m\angle DAB = 75°$, $m\angle ABC = 55°$, $\overline{BC} = 5$ செமீ. படம் வரைக.

சரிவகம் *PQRS* இல் $\overline{PQ} \parallel \overline{RS}$, $\overline{PQ} = 6$ செமீ, $m\angle SPQ = 60°$, $m\angle PQR = 80°$, $\overline{PS} = 5$ செமீ. படம் வரைக.

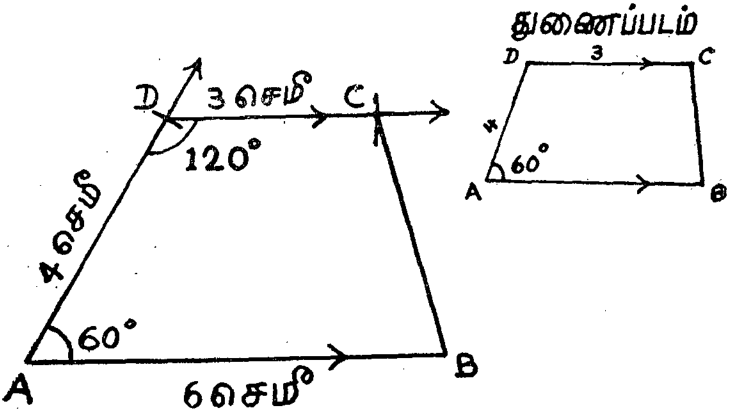
3. சரிவகம் $ABCD$ இல் $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, $\overline{AB} = 6.5$ செமீ, $m\angle DAB = 65°$, $m\angle ABC = 75°$, $\overline{AD} = 4.5$ செமீ. படம் வரைக.

4. சரிவகம் $PQRS$ இல் $\overline{PQ} \parallel \overleftrightarrow{RS}$; $\overline{PQ} = 7.5$ செமீ, $m\angle SPQ = 75°$, $m\angle PQR = 60°$, $\overline{QR} = 4.5$ செமீ. படம் வரைக.

5—3. சரிவகம் வரைதல் (இ) : (3 பக்கங்கள், 1 கோணம்)

எடுத்துக்காட்டு :

சரிவகம் $ABCD$ இல் $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, $\overline{AB} = 6$ செமீ, $\overline{AD} = 4$ செமீ, $\overline{DC} = 3$ செமீ, $m\angle A = 60°$. படம் வரைக.



படம் 5-81.

வரைமுறை :

$\overline{AB} = 6$ செமீ, $m\angle A = 60°$, $\overline{AD} = 4$ செமீ இருக்குமாறு வரைந்து கொள்க.

$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, எனவே $m\angle D = 120°$ ஆகும்.

$m\angle D = 120°$, $\overline{DC} = 3$ செமீ இருக்குமாறு C என்ற புள்ளியைக் குறிக்கவும்.

CB ஐச் சேர்க்க.

$ABCD$ தேவையான சரிவகம்.

பயிற்சி 5-3

பின்வரும் அளவுகள் உள்ள சரிவகம் வரைக. (பக்க அளவுகள் செண்டி மீட்டரில்)

1. சரிவகம் $PQRS$ இல் $\overline{PQ} = 7{\cdot}5$, $m\angle P = 55°$, $\overline{PS} = 4{\cdot}5$, $\overline{RS} = 4$, $\overline{PQ} \parallel \overline{RS}$.

2. சரிவகம் $ABCD$ இல் $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, $\overline{AB} = 8$, $\overline{BC} = 5$, $\overline{CD} = 4{\cdot}5$, $m\angle B = 65°$.

3. சரிவகம் $PQRS$ இல் $\overline{PQ} \parallel \overline{RS}$, $\overline{PQ} = 7$, $\overline{RS} = 3{\cdot}5$, $\overline{SP} = 4$, $m\angle S = 110°$.

4. சரிவகம் $ABCD$ இல் $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, $\overline{AB} = 8{\cdot}5$, $\overline{BC} = 4{\cdot}5$, $\overline{CD} = 4$, $m\angle R = 120°$.

5. வடிவியல்—தன்னறிவுச் சோதனை

1. கோணச் சோடிக்கும் கோட்டுக் கோணச் சோடிக்கும் உள்ள வேறுபாடு யாது ?

2. $90° + \theta°$. இதன் நிரப்புக் கோணம் எது ?

3. $180° - x°$. இதன் மிகை நிரப்புக் கோணம் எது ?

4. ஒரு சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று வெட்டிக் கொள்ளுவதால் ஏற்படும் குத்தெதிர்க் கோணங்களின் அளவு என்ன ?

5. $ABCD$ ஒரு சாய்வு சதுரம். மூலைவிட்டங்கள் வெட்டிக் கொள்ளும் இடம் O. ΔAOB க்குச் சர்வ சமமான முக்கோணங்களை எழுதுக.

6. $\overline{AB} = 6$ செமீ, $\overline{BC} = 12$ செமீ, $\overline{CA} = 6$ செமீ. இந்த அளவுகளுக்குப் பின்வருவனவற்றுள் எது சரி?

(i) ஒரு விரிகோண முக்கோணம் வரையலாம்.

(ii) ஓர் இரு சமபக்க முக்கோணம் வரையலாம்.

(iii) முக்கோணம் வரைய முடியாது.

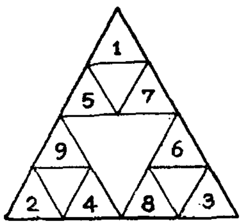
7. ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் செங்கோட்டு மையம் எது?

8. ஒரு கூர்முனைப் பட்டகத்தின் அடிப்பகுதி சதுரம். அதன் முனைகளின் எண்ணிக்கை 5; முகங்களின் எண்ணிக்கை 5. அதன் விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை யாது?

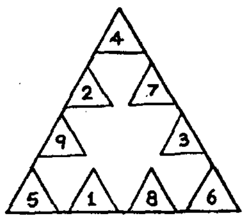
9. இணைகரம் $ABCD$ இல் $\overline{AB} = 6$ செமீ, $\overline{AC} = 8$ செமீ, $m\angle ABC = 80°$. படம் வரைந்து பரப்பளவைக் காண்க.

கணித மன்றம் — மேடை 6

மாய முக்கோணங்களும் அறுகோணங்களும்

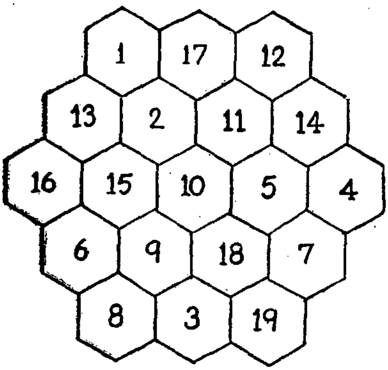


படம் 5-82.



படம் 5-83.

முக்கோணங்களின் பக்கங்களிலுள்ள எண்களின் கூடுதல்கள் என்ன? என்ன காண்கிறீர்கள்? புதிய மாய முக்கோணங்களை உண்டாக்குக.



இம்மாய அறு கோணத்தில் 1 முதல் 19 வரையுள்ள எண்கள் ஒவ்வொன்றும் ஒரே ஒரு முறை பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளன.

படம் 5-84.

(i) *3 அறுகோணங்கள் உள்ள வரிசைகள் எத்தனை? அவை ஒவ்வொன்றிலுமுள்ள எண்களின் கூடுதல் என்ன?*

(ii) *4 அறுகோணங்கள் உள்ள வரிசைகள் எத்தனை? அவை ஒவ்வொன்றிலுமுள்ள எண்களின் கூடுதல் என்ன?*

(iii) *5 அறுகோணங்கள் உள்ள வரிசைகள் எத்தனை? அவை ஒவ்வொன்றிலுமுள்ள எண்களின் கூடுதல் என்ன?*

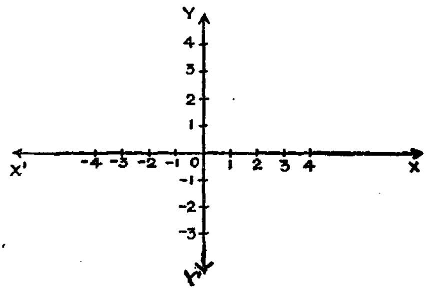
(iv) *ஏதேனும் ஓர் எண்ணை ஒவ்வொர் எண்ணோடும் கூட்டுக. புதிய எண்கள் ஒரு மாய அறுகோணத்தை உண்டாக்குகின்றனவா?*

(v) *ஒவ்வோர் எண்ணிலிருந்தும் 10ஐக் கழிக்க, மாய அறுகோணத்தில் மாறுதல் உண்டா?*

6. வரை படங்கள்

1—1. அச்சுகள்:

முழு எண் தளத்தைப் பற்றி சென்ற வகுப்பில் கற்றதை நினைவு கூர்க.



படம் 6-1.

படம் 6-1 இல் XOX' என்பது ஓர் எண் கோடு.

YOY' என்பதும் ஓர் எண் கோடு.

XOX' ஐ கிடை எண் கோடு என்கிறோம். இதுவே X **அச்சு.**

YOY' ஐ நிலை எண் கோடு என்கிறோம். இதுவே Y **அச்சு.**

இவை ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தானவை. **இவை** வெட்டிக்கொள்ளும் இடத்தை O என்று குறிக்கிறோம்.

O என்ற புள்ளியை **மூலப்புள்ளி** என வழங்குவர்.

$\overrightarrow{OX}$ இல் உள்ளவை மிகை எண்கள்.

$\overrightarrow{OX'}$ இல் உள்ளவை குறை எண்கள்.

அதுபோலவே,

$\overrightarrow{OY}$ இல் உள்ளவை மிகை எண்கள்.

$\overrightarrow{OY'}$ இல் உள்ளவை குறை எண்கள்.

பயிற்சி 1-1

1. எண் தளம் என்றால் என்ன?

2. எண் தளத்தை அமைக்கின்ற எண் கோடுகள் ஒன்றுக் கொன்று எவ்வாறு இருக்கவேண்டும்?

3. எக் கோட்டிற்கு X அச்சு என்று பெயர்?

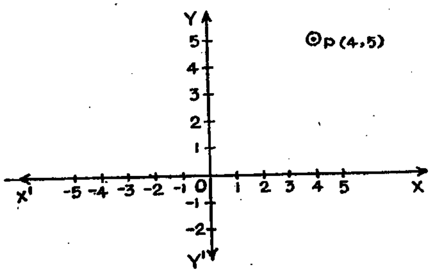
4. எக் கோட்டிற்கு Y அச்சு என்று பெயர்?

5. X அச்சும், Y அச்சும் வெட்டிக் கொள்ளும் புள்ளி யாது?

6. கட்டத்தாள் ஒன்றில் X அச்சு, Y அச்சு, O இவற்றைக் குறித்துக் காட்டுக.

1—2. புள்ளியைக் குறித்தலும், படித்தலும்:

படம் 6-2 இல் X அச்சும் Y அச்சும் எண் தளத்தை எத்தனை பகுதிகளாகப் பிரிக்கின்றன? நான்கு பகுதிகளாகப்



படம் 6-2.

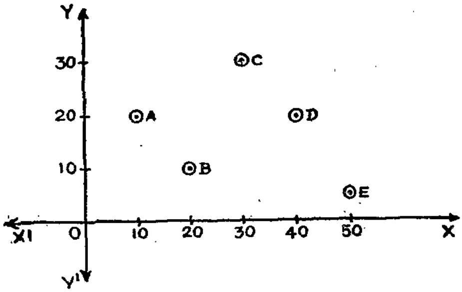
பிரிக்கின்றன அல்லவா? P என்ற புள்ளி அமைந்துள்ள பகுதியை முதல் கால் பகுதி என்கிறோம்.

P (4, 5) என்பதில் 4 என்பது P இன் கிடைத்தூரம் அல்லது X அச்சுத் தூரம் என்றும், 5 என்பது P இன் நிலைத் தூரம் அல்லது Y அச்சுத் தூரம் என்றும் சென்ற வகுப்பில் கற்றதை நினைவு கூர்க.

அச்சுத் தூரங்களை வரிசைச் சோடி எண்களாகக் கூறுகிறோம்.

பயிற்சி 1-2

1. பின்வரும் படம் 6-3 ஐப் பார்த்து *A, B, C, D, E* என்ற புள்ளிகளை வரிசைச் சோடிகளாகக் குறித்துக் காட்டவும். 1 செமீ = 10 அலகு என்று கொள்ளவும்.

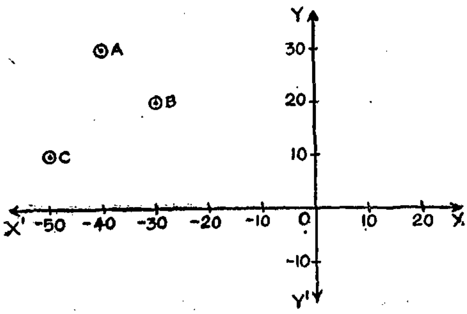


படம் 6-3,

2. வரை படத்தில் *A* (10, 10), *B* (20, 10), *C* (50, 50), *D* (5, 25), *E* (25, 0), *F* (16, 25), *G* (0, 19), *H* (0, 0) என்ற புள்ளிகளைக் குறிக்கவும்.

3. முதல் கால் பகுதியொன்று வரைந்து அதில் *P* (10, 10), *Q* (40, 10), *R* (40, 30), *S* (10, 30) என்ற புள்ளிகளைக் குறித்துக் காட்டுக. அப்புள்ளிகளைச் சேர்ப்பதால் ஏற்படும் வடிவம் யாது?

1—3. இரண்டாம் கால் பகுதியில் புள்ளிகளைக் குறித்தல் :



படம் 6-4.

படம் 6-4 இல் A, B, C என்ற 3 புள்ளிகள் குறிப்பிடப் பட்டுள்ளன.

1 செமீ = 10 அலகு என்று கொண்டால்,

A இன் X அளவு -40 ஆகும்;

A இன் Y அளவு $+30$ ஆகும்.

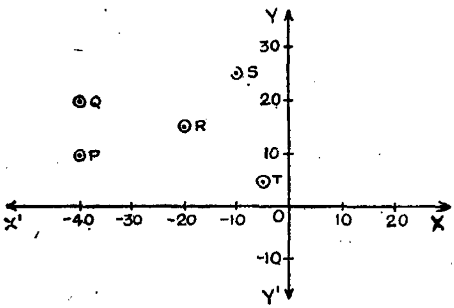
எனவே A என்ற புள்ளியை $A(-40, +30)$ என்று குறிக்கிறோம்.

இதுபோலவே, B என்ற புள்ளியை $B(-30, +20)$ என்றும், C என்ற புள்ளியை $C(-50, +10)$ என்றும் குறிக்கிறோம்.

இம் மூன்று புள்ளிகளிலுமே X அச்சுத் தூரம் 'குறை அளவாகவும்', Y அச்சுத் தூரம் 'மிகை அளவாகவும்' இருப்பதைக் கவனத்தில் கொள்க. இவ்வாறான புள்ளிகள் இரண்டாம் கால் பகுதியில் அமைகின்றன.

பயிற்சி 1-3

1. படம் 6-5 ஐப் பார்த்து P, Q, R, S, T என்ற புள்ளிகளை எடுத்து எழுதுக. (1 செமீ = 10 அலகு)

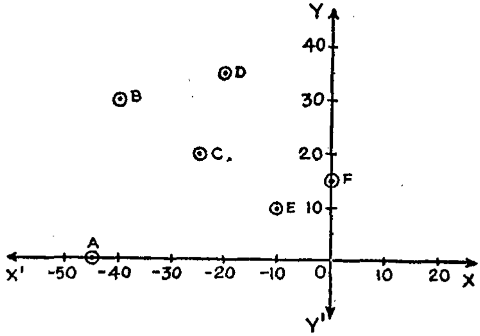


படம் 6-5.

2. வரை படத்தில் $A(-10, 10)$, $B(-40, 25)$, $C(-30, 0)$, $D(-50, 50)$, $E(-5, 30)$ என்ற புள்ளிகளைக் குறித்துக் காட்டுக.

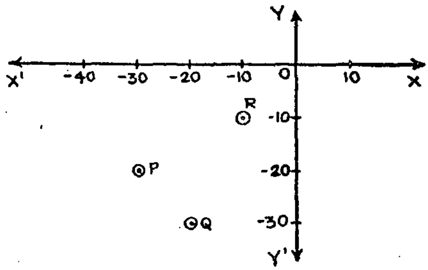
3. வரை படத்தில் $P(-20, 10)$, $Q(-50, 10)$, $R(-20, 40)$, $S(-50, 40)$ என்ற புள்ளிகளைக் குறித்துக் காட்டுக.

4. படம் 6-6 ஐப் பார்த்து A, B, C, D, E, F என்ற புள்ளி களை எடுத்து எழுதுக. (1 செமீ = 10 அலகு)



படம் 6-6.

1—4. மூன்றாம் கால் பகுதியில் புள்ளிகளைக் குறித்தல்:



படம் 6-7.

படம் 6-7 இல் P, Q, R என்ற 3 புள்ளிகள் குறிப்பிடப் பட்டுள்ளன.

1 செமீ = 10 அலகு என்று கொண்டால்,

P இன் X அளவு -30 ஆகும்;

P இன் Y அளவு -20 ஆகும்.

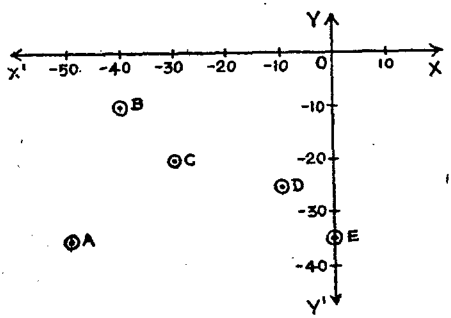
எனவே P என்ற புள்ளியை $P(-30, -20)$ என்று குறிக் கிறோம்.

இதுபோலவே, Q என்ற புள்ளியை $Q(-20, -30)$ என்றும், R என்ற புள்ளியை $R(-10, -10)$ என்றும் குறிக் கிறோம்.

இம்மூன்று புள்ளிகளிலுமே X அச்சுத் தூரம் 'குறை அள வாகவும்', Y அச்சுத் தூரம் 'குறை அளவாகவும்' இருப்பதைக் கவனத்தில் கொள்ளவேண்டும். இவ்வாறான புள்ளிகள் மூன்றாம் கால் பகுதியில் அமைகின்றன.

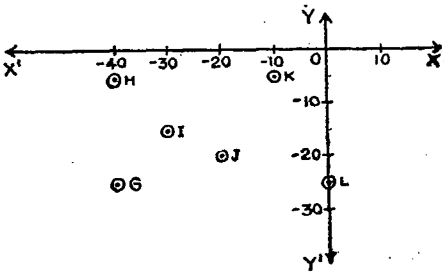
பயிற்சி 1-4

1. படம் 6-8ஐப் பார்த்து *A, B, C, D, E* என்ற புள்ளிகளை எடுத்து எழுதுக. (1 செமீ = 10 அலகு)



படம் 6-8.

2. படம் 6-9ஐப் பார்த்து *G, H, I, J, K, L* என்ற புள்ளிகளை எடுத்து எழுதுக. (1 செமீ = 10 அலகு)

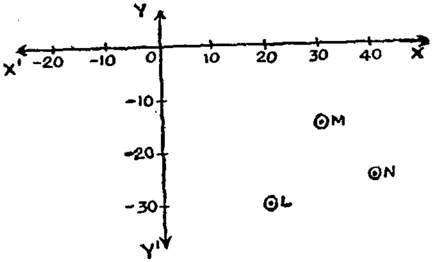


படம் 6-9.

3. வரை படத்தில் *P* (— 40, — 50), *Q* (— 15, — 15), *R* (—30, 0), *S* (0, —45), *T* (—25, —35) என்ற புள்ளிகளைக் குறித்துக் காட்டுக.

4. வரை படத்தில் *A* (— 40, — 10), *B* (— 60, — 50), *C* (—20, —50) என்ற புள்ளிகளைக் குறித்துக் காட்டுக.

1—5. நான்காம் கால் பகுதியில் புள்ளிகளைக் குறித்தல் :



படம் 6-10.

படம் 6-10 இல் L, M, N என்ற 3 புள்ளிகள் குறிப்பிடப் பட்டுள்ளன.

1 செமீ = 10 அலகு என்று கொண்டால்,

L இன் X அளவு + 20 ஆகும்;

L இன் Y அளவு —30 ஆகும்.

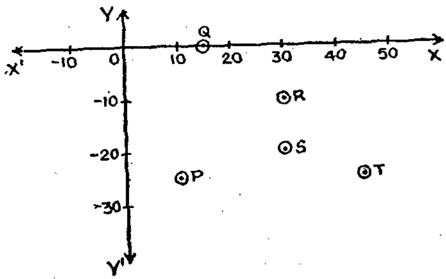
எனவே, L என்ற புள்ளியை L (20, —30) என்று குறிக் கிறோம்.

இதுபோலவே, M என்ற புள்ளியை M (30, — 15) என்றும், N என்ற புள்ளியை N (40, —25) என்றும் குறிக் கிறோம்.

இம்மூன்று புள்ளிகளிலுமே, X அச்சுத் தூரம் 'மிகை அளவாகவும்' Y அச்சுத் தூரம் 'குறை அளவாகவும்' இருப் பதைக் கவனத்தில் கொள்ளவேண்டும். இவ்வாறான புள்ளிகள் நான்காம் கால் பகுதியில் அமைகின்றன.

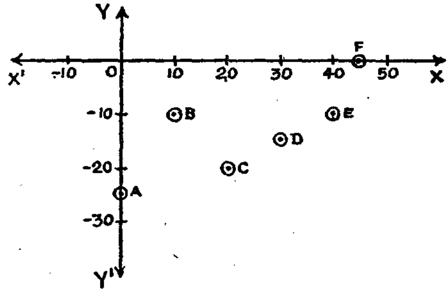
பயிற்சி 1-5 (அ)

1. படம் 6-11ஐப் பார்த்து P, Q, R, S, T என்ற புள்ளிகளை எடுத்து எழுதுக. (1 செமீ = 10 அலகு)



படம் 6-11.

2\. படம் 6-12ஐப் பார்த்து A, B, C, D, E, F என்ற புள்ளி களை எடுத்து எழுதுக. (1 செமீ = 10 அலகு)



படம் 6-12.

3\. வரைபடத்தில் $D(30, -40)$, $E(40, -30)$, $F(20, -50)$, $G(50, -30)$, $H(0, -30)$ என்ற புள்ளிகளைக் குறித்துக் காட்டுக.

4\. வரைபடத்தில் $K(5, -15)$, $L(25, -25)$, $M(45, -15)$, $N(25, -5)$ என்ற புள்ளிகளைக் குறித்துக் காட்டுக.

பயிற்சி 1-5 (ஆ)

1\. X அச்சும் Y அச்சும் வெட்டும் புள்ளியின் அச்சுத் தூரம் என்ன ?

2\. ஓர் எண் கோட்டில் ஒரு குறிப்பிட்ட புள்ளியைக் குறிக்க எத்தனை எண்கள் வேண்டும்?

3\. ஒரு புள்ளியைக் குறிக்கும் வரிசைச் சோடி எண்ணில் முதல் எண் பூச்சியம் எனில், அப்புள்ளியைப் பற்றி அறிவது யாது ?

4\. ஒரு தளத்தில் ஒரு குறிப்பிட்ட புள்ளியைக் குறிக்க எத்தனை எண்கள் வேண்டும் ?

5\. ஒரு புள்ளியைக் குறிக்கும் வரிசைச் சோடி எண்ணில் இரண்டாம் எண் பூச்சியம் எனில், அப்புள்ளியைப் பற்றி அறிவது யாது ?

6. பின்வரும் புள்ளிகள் எந்தக் கால் பகுதியில் அமையும்?
$P(-5, 2)$, $Q(4, -7)$, $R(-7, -3)$, $S(3, 4)$, $T(3, -5)$, $U(-3, 2)$, $V(-5, -2)$.

7. வரை படத்தில் பின் வரும் புள்ளிகளைக் குறிக்கவும்.
   (i) $P(3, 3)$, $Q(-3, 3)$, $R(-3, -3)$, $S(3, -3)$
   (ii) $A(3, 6)$, $B(-3, 6)$, $C(-3, -6)$, $D(3, -6)$
   (iii) $L(0, 4)$, $M(-3, 4)$, $N(3, -4)$

2—1. நேர்மாறல் வரை படங்கள் y=mx (அ):

ஒருவர் மணிக்கு 5 கிலோ மீட்டர் தூரம் நடப்பதாகக் கொள்வோம்.

அவர் 2 மணியில் 10 கிமீ தூரம் சென்றிருப்பார்.
3 மணியில் 15 கிமீ தூரம் சென்றிருப்பார்.
4 மணியில் 20 கிமீ தூரம் சென்றிருப்பார்.

அதாவது,
நேரம் 2 மடங்கு ஆனால் தூரமும் 2 மடங்கு ஆகிறது.
நேரம் 3 மடங்கு ஆனால் தூரமும் 3 மடங்கு ஆகிறது.

நேரமும், தூரமும் நேர் விகிதப் பொருத்தத்தில் உள்ளன.

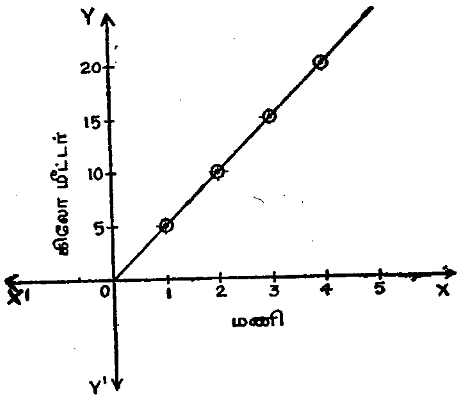
x ஐ நேரம் என்றும், y ஐ தூரம் என்றும் குறித்தால், x ம், y ம் நேர்விகிதப் பொருத்தத்தில் உள்ளன.

மேற்காணும் எடுத்துக்காட்டுக்கு ஏற்ற சமன்பாடு $y=5x$ ஆகும்.

x க்கு வெவ்வேறு மதிப்புகளைக் கொடுத்து இச்சமன்பாட்டைப் பின்வருமாறு அட்டவணைப்படுத்தலாம்.

x நேரம்—மணி	1	2	3	4
y தூரம்—கிமீ	5	10	15	20

இதற்கேற்ற வரைபடத்தைப் பின்வருமாறு வரையலாம்.



படம் 6-13.

கிடைத்துள்ள வரை படம் ஒரு நேர் கோடாக இருக்கிறதல்லவா? ஒரு நேர் கோடு வரைய இரு புள்ளிகள் போதுமானவை என்று அறிவோம். எனவே, மேற்காணும் புள்ளிகள் அனைத்தும் குறிக்காமல் ஏதேனும் இரு புள்ளிகளை மட்டும் குறித்தாலும் நேர் கோட்டினை வரையலாம்.

(0, 0) என்ற புள்ளி வரைந்துள்ள நேர் கோட்டில் இருக்கின்றதா?

$\frac{y}{x}$ இன் மதிப்பு என்ன? $\frac{y}{x}$ இன் மதிப்பு மாறாத ஒன்றாக இருப்பதைக் காண்க.

பயிற்சி 2-1

பின்வரும் வரை படங்களை வரைக.

1. $y = x$ 3. $y = 3x$

2. $y = 2x$ 4. $y = 4x$

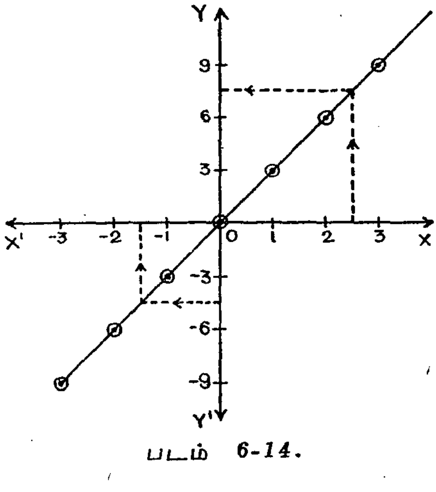
2—2. y = mx (ஆ):

எடுத்துக்காட்டு :

x இன் மதிப்பு -3 இலிருந்து $+3$ வரை இருக்குமாறு எடுத்துக்கொண்டு $y = 3x$ என்ற வரை படம் வரைக. (i) $x = 2\frac{1}{2}$ எனில் y இன் மதிப்பையும், (ii) $y = -4\frac{1}{2}$ எனில் x இன் மதிப்பையும் காண்க.

$y = 3x$ என்னும் சமன்பாட்டிற்கான அட்டவணை வருமாறு :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-9	-6	-3	0	3	6	9



படம் 6-14.

$x = 2\frac{1}{2}$ எனில், y இன் மதிப்பு $7\frac{1}{2}$.

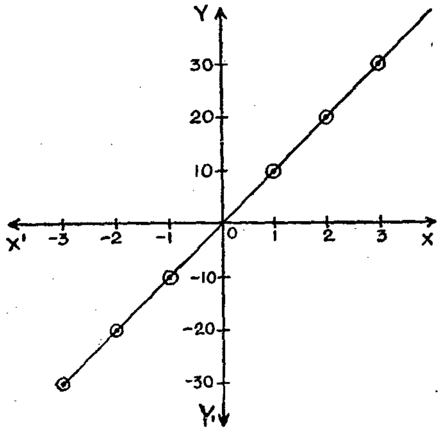
$y = -4\frac{1}{2}$ எனில், x இன் மதிப்பு $-1\frac{1}{2}$.

$y = 3x$ என்ற சமன்பாட்டில் பிரதியிட்டும் சரிபார்த்துக் கொள்ளலாம்.

பயிற்சி 2-2

1. x இன் மதிப்பை -4 இலிருந்து $+4$ வரை எடுத்துக் கொண்டு $y=2x$ என்ற சமன்பாட்டின் வரை படம் வரைக. வரை படத்தைப் பார்த்து, (i) $x=4$ என்பதற்கேற்ற y இன் மதிப்பையும், (ii) $y=-5$ என்பதற்கேற்ற x இன் மதிப்பையும் காண்க.

2. பின்வரும் வரை படத்தைப் பார்த்து இந்த வரை படத்திற் கேற்ற சமன்பாடு யாது என்று கூறுக. $x=-2$ என்பதற் கேற்ற y இன் மதிப்பைக் காண்க.



படம் 6-15.

2—3. y = mx (இ) :

எடுத்துக்காட்டு 1 ;

$y=3x$ என்ற வரை படம் எந்தெந்த கால் பகுதித் தளங் களில் அமையும்? ஏன்?

$y=3x$ என்ற சமன்பாட்டிற்கான அட்டவணையை மட்டும் எடுத்துக் கொள்வோம்.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-9	-6	-3	0	3	6	9

$(-3, -9)$, $(-2, -6)$, $(-1, -3)$ ஆகிய புள்ளிகள் மூன்றாம் கால் பகுதித் தளத்தில் அமைகின்றன.

$(1, 3)$, $(2, 6)$, $(3, 9)$ ஆகிய புள்ளிகள் முதல் கால் பகுதித் தளத்தில் அமைகின்றன.

எனவே, $y = 3x$ என்பதற்கான நேர்கோடு முதல் கால் பகுதி, மூன்றாம் கால் பகுதித் தளங்கள் வழியே மட்டும் செல்லும் என்பது தெளிவு. மேலும், மூலப்புள்ளி $(0, 0)$ வழியாகவும் செல்லும்.

எடுத்துக்காட்டு 2 :

$y = -2x$ இன் வரை படம் எந்தெந்த கால் பகுதித் தளங்களின் வழியே செல்லும் ?

$y = -2x$ என்ற சமன்பாட்டிற்கான வரை பட அட்டவணையை எடுத்துக் கொள்வோம்.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	6	4	2	0	-2	-4	-6

$(-3, 6)$, $(-2, 4)$, $(-1, 2)$ ஆகிய புள்ளிகள் 2ஆம் கால் பகுதித் தளத்தில் அமைகின்றன.

$(1, -2)$, $(2, -4)$, $(3, -6)$ ஆகிய புள்ளிகள் 4ஆம் கால் பகுதித் தளத்தில் அமைகின்றன.

எனவே, $y = -2x$ என்பதற்கான நேர்கோடு 2ஆம் கால் பகுதி, 4ஆம் கால் பகுதித் தளங்கள் வழியே மட்டும் செல்லும் என்பது தெளிவு. மேலும், மூலப்புள்ளி $(0, 0)$ வழியாகவும் செல்லும்.

பயிற்சி 2-3

1. மூலப்புள்ளி வழியே செல்லும் $y = mx$ என்ற ஒரு கோட்டின் வரை படம் முதல், மூன்றாம் கால் பகுதித் தளங்கள் வழியே செல்கிறது. m குறை எண்ணா ? மிகை எண்ணா ?

2. வரை படம் வரையாமலேயே $y = -3x$ என்ற வரை படம் எந்தெந்த கால்பகுதித் தளங்களில் அமையும் என்று கூறுக.

3. (i) $y = 5x$ (ii) $y = -5x$ என்ற இரு வரை படங்களும் ஒன்றா? வெவ்வேறா?

4. (i) $x = 0$ (ii) $y = 0$ என்ற வரை படங்கள் எவற்றைக் குறிக்கும்?

5. (i) $y = 5$ (ii) $x = 4$ என்ற வரை படங்களை வரைக. அவை எவ்வாறு அமைந்துள்ளன?

6. $y = mx$ என்ற கோட்டின் வரை படம் முதல், இரண்டாம் கால் பகுதித் தளங்கள் வழியே செல்லுமா?

7. ஒரு மாணவன் வரைந்த ஒரு கோட்டின் வரை படம் இரண்டாம், மூன்றாம் கால் பகுதித் தளங்கள் வழியே செல்கின்றது. அதன் சமன்பாடு பின்வருவனவற்றுள் எது?

   (i) $y = 3x$ (ii) $y = -3x$ (iii) $y = -3$ (iv) $y = 3$

   (v) $x = 3$ (vi) $x = -3$.

2—4. நொடிப் படங்கள்:

இரு அளவுகளின் தொடர்பைக் காட்ட ஒரு வரை படம் இருப்பதாகக் கொள்வோம். ஓர் அளவு கொடுக்கப்பட்டால் அதற்கு ஏற்ற மற்ற அளவை, ஒவ்வொரு முறையும் வரை படம் வரையாமலேயே, முன்பு வரைந்த வரை படத்தைக் கொண்டே கண்டுபிடிக்கலாம். இவ்வாறான படங்களை **நொடிப் படங்கள்** என்கிறோம்.

எடுத்துக்காட்டு:

1 மார்க் = ரூ. 4-50 என்ற தொடர்பைக் குறிக்க ஒரு வரை படம் வரைக. அதைக் கொண்டு (i) 4 மார்க்கு எவ்வளவு ரூபாய் என்றும், (ii) ரூ. 13-50 எத்தனை மார்க்கு என்றும் காண்க. (மார்க்கு—மேற்கு ஜெர்மனி நாணயம்)

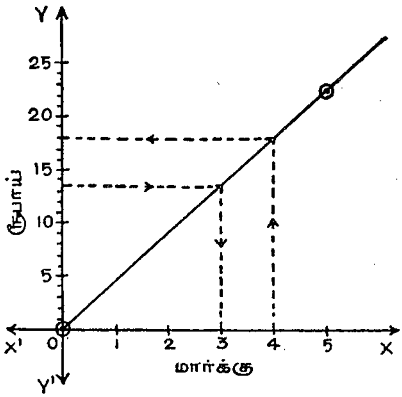
இவ் வரை படம் வரைய முதல் கால்பகுதி போதுமானது.

அளவுத் திட்டம் X அச்சு : 1 செமீ = 1 மார்க்

Y அச்சு : 1 செமீ = ரூ. 5.

அட்டவணை :

x மார்க்கு	0	5
y ரூபாய்	0	22.50



படம் 6-16.

இப்படம் வரைய (0, 0) (5, $22\frac{1}{2}$) என இரு புள்ளிகள் போதுமானவை. படத்திலிருந்து,

4 மார்க்கு = ரூ. 18

ரூ. 13-50 = 3 மார்க்கு

பயிற்சி 2-4

1. ஒரு மோட்டார் வண்டி மணிக்கு 20 கிலோ மீட்டர் வேகத்தில் செல்கிறது. இதைக் காட்ட ஒரு வரை படம் வரைக. (i) $2\frac{1}{2}$ மணியில் அது செல்லும் தூரத்தையும், (ii) 30 கிலோ மீட்டர் செல்ல ஆகும் நேரத்தையும் காண்க.

2. 100 யென் = ரூ. 3-30 என்ற தொடர்பைக் காட்ட ஒரு வரை படம் வரைக. அதைக் கொண்டு (i) 5 யென்னிற்கு எத்தனை ரூபாய் என்றும், (ii) ரூ. 9-90க்கு எத்தனை யென் என்றும் காண்க. (யென்—ஜப்பான் நாட்டு நாணயம்)

2—5. திருப்புதல் :

நேர்மாறல் வரை படம் ஒரு நேர் கோடு.

இக்கோடு மூலப்புள்ளி (0, 0) வழியே செல்லும்.

இரண்டு புள்ளிகளைக் குறித்துக் கொண்டு நேர்மாறல் வரை படத்தை வரையலாம்.

$y = 0$ என்பது X அச்சைக் குறிக்கும்

$x = 0$ என்பது Y அச்சைக் குறிக்கும்.

$y = 3$, $y = -4$, $y = 5$ என்பவை X அச்சுக்கு இணையாகும்.

$x = 3$, $x = -4$, $x = 5$ என்பவை Y அச்சுக்கு இணையாகும்.

இனமாற்றல் அல்லது நொடிப் படங்கள் முதல்கால் பகுதித் தளத்தில் அமையும்.

பயிற்சி 2-5

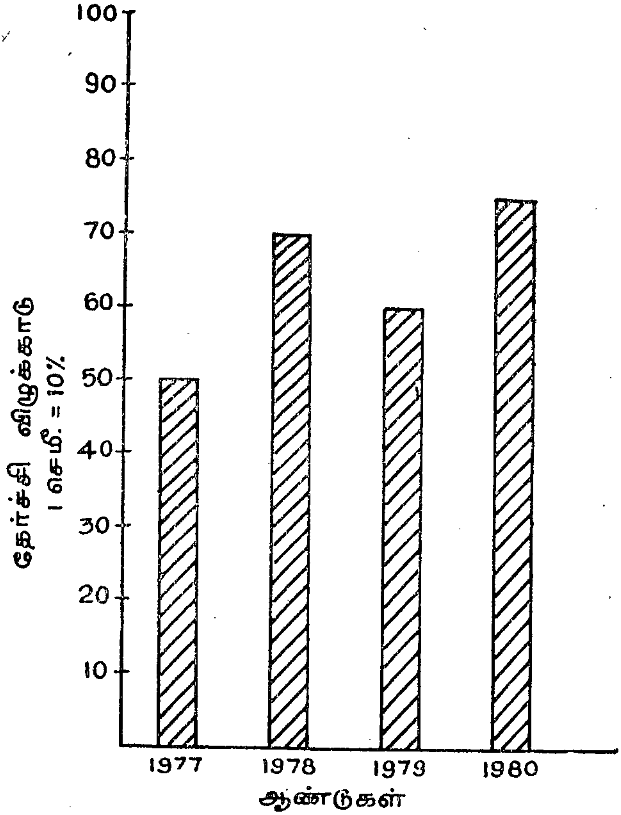
1. ஒரு டாலர் = ரூ. 7-90 என்ற தொடர்பைக் காட்ட ஒரு வரை படம் வரைக. அதைக்கொண்டு (i) 5 டாலருக்குச் சமமான ரூபாயையும், (ii) ரூ. 79க்குச் சமமான டாலரையும் காண்க.

2. 30 நாள்கள் கொண்ட மாதத்தில், மாதச் சம்பளம் ரூ. 600 என்பது தினச் சம்பளம் ரூ. 20 என்பதைக் காட்ட வரை படம் வரைந்து (i) ரூ. 450 மாதச் சம்பளத்திற்கு ஏற்ற தினச் சம்பளத்தையும் (ii) தினச் சம்பளம் ரூ. 30க்கு ஏற்ற மாதச் சம்பளத்தையும் காண்க.

3. மணிக்கு 18 கிலோ மீட்டர் வேகம் என்பது நொடிக்கு 5 மீட்டர் வேகம் என்பதைக் காட்ட வரை படம் வரைக. அதிலிருந்து 45 கிலோ மீட்டர் வேகம் என்பது நொடிக்கு எத்தனை மீட்டர் என்று காண்க.

3—1. புள்ளியியல் வரை படங்கள் :

செவ்வக விளக்கப்படம் (அ) :



படம் 6-17.

படம் 6-17ஐப் பார்த்து நாம் சில விவரங்களை எடுத்துரைக்கலாம். ஒரு பள்ளிக்கூடத்தில் நான்கு ஆண்டுகளில் தேர்ச்சி விழுக்காட்டை இது படம் பிடித்துக் காட்டுகிறது.

1977 ஆம் ஆண்டில் தேர்ச்சி விழுக்காடு 50.

1978 ஆம் ஆண்டில் தேர்ச்சி விழுக்காடு 70.

1979 ஆம் ஆண்டில் தேர்ச்சி விழுக்காடு 60.

1980 ஆம் ஆண்டில் தேர்ச்சி விழுக்காடு 75.

இவ்விவரங்களைப் பட்டியல் போட்டுத் தருவதைவிட, மேலே காட்டியுள்ள படமாகத் தரும்போது கவனத்தைக் கவருகின்றதல்லவா? படத்தைப் பார்த்தே தேர்ச்சி விழுக் காட்டை ஒப்பிட்டுக் கொள்ள முடிகிறது. மேலும் அதிகமான தேர்ச்சி விழுக்காடு எந்த ஆண்டு என்றும், குறைவான தேர்ச்சி விழுக்காடு எந்த ஆண்டு என்றும் கண்டுகொள்ள முடிகிறது.

இதைச் **செவ்வக விளக்கப்படம்** என்று அழைக்கிறோம்.

பயிற்சி 3-1

1. ஒரு பள்ளியில் 8ஆம் நிலையில் *A, B, C, D* என்று நான்கு பிரிவுகள் உள்ளன. அங்குள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக் கையைக் கீழ்வரும் அட்டவணை காட்டுகிறது. அவ் விவரத்திற்கேற்ற செவ்வக விளக்கப்படம் வரைக.

பிரிவு	*A*	*B*	*C*	*D*
மாணவர் எண்ணிக்கை	45	53	50	47

2. பின்வரும் விவரங்களைக் கொண்டு செவ்வக விளக்கப் படம் வரைக.

மலைச் சிகரங்கள்	நந்ததேவி	எவரெஸ்டு	அன்ன பூர்ணா I	அன்ன பூர்ணா II
உயரம் - மீட்டரில்	7700	8700	8100	7800

3. ஒரு பள்ளியின் சஞ்சாயிகா சேமிப்பு விவரம் கீழ்க்கண்ட வாறு தரப்பட்டுள்ளது. இதைக் காட்ட செவ்வக விளக்கப் படம் ஒன்று வரைக.

மாதம்	ஜனவரி	பிப்ரவரி	மார்ச்	ஏப்ரல்
சேமிப்பு - ரூபாயில்	2400	4000	4800	3200

4. வெவ்வேறு மொழிகளில் வெளிவரும் நாளிதழ்களின் எண்ணிக்கை வருமாறு. இந்த விவரத்தைக் காட்ட செவ்வக விளக்கப் படம் வரைக.

மொழி	மலையாளம்	உருது	தமிழ்	ஆங்கிலம்	மராத்தி
நாளிதழ் எண்ணிக்கை	56	91	102	73	72

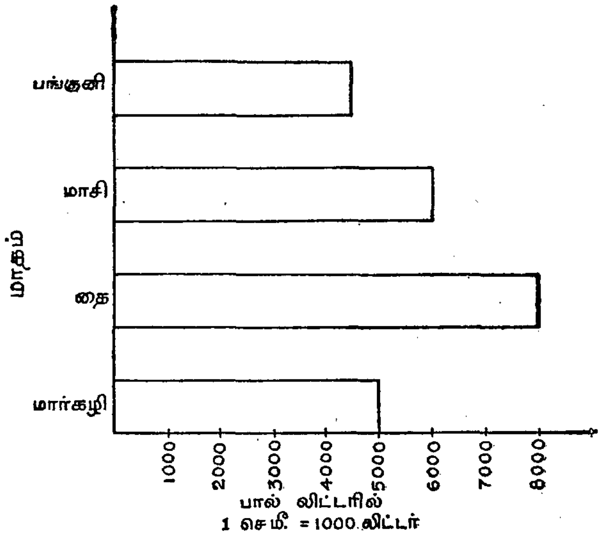
3—2. செவ்வக விளக்கப்படம் (ஆ):

செவ்வக விளக்கப்படங்களை நின்ற வண்ணமாக மட்டுமின்றி கிடந்த வண்ணமாகவும் வரையலாம்.

எடுத்துக்காட்டு :

ஒரு பால்பண்ணையில் நான்கு மாதங்களின் பால் உற்பத்தி தரப்பட்டுள்ளது. அதைக் காட்ட செவ்வக விளக்கப் படம் வரைக.

மாதம்	மார்கழி	தை	மாசி	பங்குனி
பால் உற்பத்தி (லிட்டரில்)	5000	8000	6000	4500



படம் 6-18.

பயிற்சி 3-2

1. பொதுத் தேர்வில் பள்ளி ஒன்றின் தேர்ச்சி சதவீதம் தொடர்ந்து நான்கு ஆண்டுகளுக்குத் தரப்பட்டுள்ளது. இதைக் காட்டும் செவ்வக விளக்கப்படம் ஒன்று வரைக.

ஆண்டு	1978	1979	1980	1981
தேர்ச்சி (சதவீதம்)	45	70	52	78

2. கீழே தந்துள்ள விவரங்களுக்குச் செவ்வக விளக்கப்படம் ஒன்று வரைக.

ஆறு	நைஜர்	நைல்	அமேசான்	மிசெளரி
ஆற்றின் நீளம் (கிலோமீட்டரில்)	4200	6600	6400	4100

3. சில கோள்களின் பெயர்களும், அவற்றின் குறுக்கு விட்டங்களும் தரப்பட்டுள்ளன. இவற்றைக் காட்டும் ஒரு செவ்வக விளக்கப்படம் வரைக.

கோள்	புதன்	வெள்ளி	பூமி	செவ்வாய்
குறுக்கு விட்டம் (கிலோமீட்டரில்)	4800	12200	12700	6700

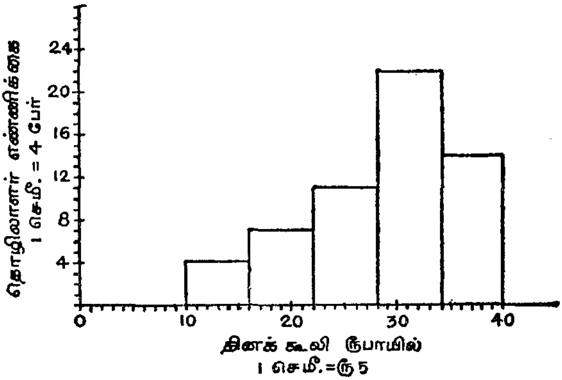
3—3. பரவல் செவ்வகம் அல்லது நிகழ்வுச் செவ்வகம்:

எடுத்துக்காட்டு :

ஒரு தொழிற்சாலையில் வெவ்வேறு தினக்கூலி பெறும் தொழிலாளரின் எண்ணிக்கை பின்வருமாறு:

ரூபாய்	10-16	16-22	22-28	28-34	34-40
தொழிலாளர் எண்ணிக்கை	4	7	11	22	14

இதைக் காட்டும் பரவல் செவ்வகப் படம் வரைக.



படம் 6-19.

தொழிலாளரின் எண்ணிக்கையை **நிகழ்வு எண்** என்போம். தினக்கூலி எல்லையினை **பிரிவு இடைவெளி** அல்லது **பிரிவுகள்** என்போம். பிரிவு இடைவெளியை அடியாகவும், நிகழ்வு எண்ணை உயரமாகவும் வைத்துச் செவ்வகங்களை வரைகிறோம். இதையே **பரவல் செவ்வகம்** அல்லது **நிகழ்வுச் செவ்வகம்** என்று அழைக்கிறோம்.

பயிற்சி 3-3

பின்வரும் விவரங்களுக்கு நிகழ்வுச் செவ்வகம் வரைக.

1. மாணவர்களின் நிறை (கிலோ கிராமில்).

பிரிவு	நிகழ்வு எண்
30—34	6
34—38	8
38—42	15
42—46	7
46—50	4

2. 60 வாட் மின்பல்புகள் எரியும் நேரம் (மணியில்).

பிரிவு	நிகழ்வு எண்
900—1000	10
1000—1100	9
1100—1200	15
1200—1300	10
1300—1400	6

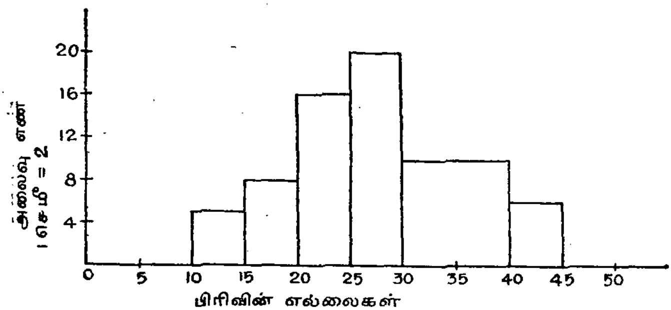
3—4. பிரிவுகளின் இடைவெளி சமமாக இல்லாதபோது நிகழ்வுச் செவ்வகம் வரைதல்:

பிரிவு இடைவெளி சமமாக இல்லாதபோது, பிரிவு அலைவெண் சற்று மாற்றப்பட்டு செவ்வகம் வரையப்படுகிறது. எடுத்துக்காட்டாக, மற்ற பிரிவுகளைப் போல சமமில்லாத பிரிவு இரு மடங்கு என்றால் அதற்குரிய அலைவு எண் இரண்டால் வகுக்கப்படுகிறது. சமமில்லாத பிரிவின் இடைவெளி மற்றவற்றைப் போல் 3 மடங்கு என்றால் அலைவு எண் 3 ஆல் வகுக்கப்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு :

கீழ்க்காணும் அலைவு எண் பரவலுக்கு நிகழ்வுச் செவ்வகம் வரைக.

பிரிவு	அலைவு எண்
10—15	5
15—20	8
20—25	16
25—30	20
30—40	20
40—45	6



படம் 6-20.

இதில் 30—40 பிரிவைத் தவிர மற்ற பிரிவுகளுக்கு இடைவெளி சமமாகும். இப்பிரிவின் இடைவெளி மற்றதைப்போல் 2 மடங்கு. எனவே இதற்குரிய அலைவு எண் இரண்டால் வகுக்கப்படுகிறது. அதாவது இப் பிரிவுக்குரிய செவ்வக உயரம் $\frac{20}{10} = 10$ ஆகும்.

பயிற்சி 3-4

1. நிகழ்வுச் செவ்வகப் படம் வரைக.

பிரிவு	20—24	24—27	27—30	30—35
நிகழ்வெண்	16	15	21	30

[குறிப்பு : இக்கணக்கில் செவ்வக உயரங்கள் முறையே $\frac{16}{4}$, $\frac{15}{3}$, $\frac{21}{3}$, $\frac{30}{5}$, அதாவது 4, 5, 7, 6 உள்ளவாறு வரைக.]

2. மாணவர்களின் எடை கிலோ கிராமில் :

பிரிவு	30—33	33—38	38—41	41—43	43—47
நிகழ்வெண்	6	10	9	8	3

6. வரை படங்கள்—தன்னறிவுச் சோதனை

1. X அச்சும், Y அச்சும் ஒன்றுக்கொன்று எவ்வாறு அமைந்துள்ளன? அவை வெட்டிக் கொள்ளும் புள்ளி யாது?

2. மூலப்புள்ளி வழியே செல்லும் நேர்கோட்டிற்கான சமன்பாட்டின் பொது உருவம் என்ன?

3. (10, 25), (20, 50) என்ற புள்ளிகளைச் சேர்க்கும் நேர்கோடு எப்புள்ளி வழியே செல்லும்?

4. $y = 0$ என்பது எந்த அச்சைக் குறிக்கும்?

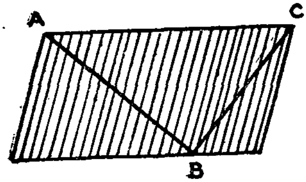
5. $(-20, 30)$ என்ற புள்ளி எந்தக் கால் பகுதித் தளத்தில் அமையும்? அதன் X அச்சுத்தூரம் என்ன? அதன் Y அச்சுத்தூரம் என்ன?

6. ஒரே எண் தளத்தில் (i) $y = 3x$ (ii) $y = -3x$ என்ற கோடுகளின் வரை படம் வரைக.

7. 1 பவுன் = ரூ. 16-90 என்ற தொடர்பைக் காட்ட ஒரு வரை படம் வரைக. அதிலிருந்து ரூ. 84-50க்கு எத்தனை பவுன் என்று காண்க.

கணித மன்றம் — மேடை 7

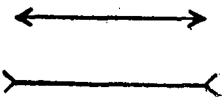
காண்பதெல்லாம் மெய்யல்ல !



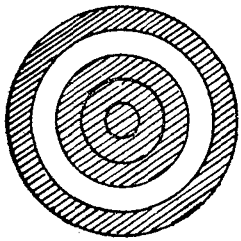
படம் 6-21.

எது அதிக நீளம் — AB அல்லது BC ? அளந்து பார்க்கவும்.

இக் கோடுகள் சம நீளமுள்ளவையா? அளந்து பார்க்கவும்.



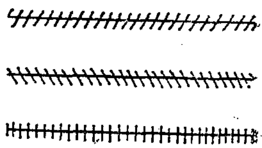
படம் 6-22.



படம் 6-23.

படத்தில் கோடிட்டிருக்கிற இரு பகுதிகளில் எது அதிக பரப்பு உள்ளது ?

இக் கோடுகளில் எவை சந்திக்கும் ?



படம் 6-24.

சோதித்தறிவதே மெய் என அறிக.

7 பயனியல்

1—1. நேர்மாறல் (அ) :

சென்ற வகுப்பில் கற்றதை நினைவு கூர்க.

பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

பொருளின் அளவு	விலை
நேரம்	தூரம்
வாடகை	கால அளவு
முதலீடு	வட்டி
ஆள்கள்	கூலி
ஆளின் உயரம்	நிழலின் நீளம்

இவை ஒன்றுக்கொன்று நேர்மாறலாக உள்ளன. எடுத்துக் காட்டாகப் பொருளின் அளவு அதிகரித்தால், விலையும் அதிகரிக்கிறது; பொருளின் அளவு குறைந்தால் விலையும் குறைகிறது. இவ்வாறு மாறுவதை **நேர்மாறல்** என்கிறோம்.

எடுத்துக்காட்டு :

4 புத்தகங்களின் விலை ரூ. 20 என்றால் 7 புத்தகங்களின் விலை என்ன ?

புத்தகங்கள்	விலை (ரூபாயில்)
4	20
7	?

புத்தகங்களின் எண்ணிக்கையும் விலையும் நேர்மாறல்.

புத்தகங்களின் எண்ணிக்கை அதிகரித்துள்ள மடங்கு $= \frac{7}{4}$

எனவே, விலை அதிகரிக்கும் மடங்கு $= \frac{7}{4}$

அதாவது, பெருக்கு பின்னம் $= \frac{7}{4}$

7 புத்தகங்களின் விலை = ரூ. $20 \times \frac{7}{4}$

= ரூ. 35.

பயிற்சி 1-1

1. 3 மீட்டர் துணியின் விலை ரூ. 24 எனில், 12 மீட்டர் துணியின் விலை என்ன ?

2. 5 பழங்களின் விலை ரூ. 2 எனில், 25 பழங்களின் விலை என்ன ?

3. ஒரு மோட்டார் வண்டி 2 மணி நேரத்தில் 60 கிமீ தூரம் சென்றால், அதே வேகத்தில் 5 மணி நேரத்தில் எவ்வளவு தூரம் செல்லும் ?

4. 12 புத்தகங்களின் விலை ரூ. 60 எனில், 8 புத்தகங்களின் விலை என்ன ?

5. ரூ. 45 க்கு 15 பேனாக்களை வாங்கினால், 9 பேனாக்களின் விலை என்ன ?

6. ஒரு கழகத்தில் 30 உறுப்பினர்கள் இருக்கும்போது ரூ. 45 சந்தாத் தொகை கிடைக்கிறது. 10 உறுப்பினர்கள் கழகத்தைவிட்டுச் சென்றுவிட்டால் தற்போது சந்தாத் தொகை எவ்வளவு கிடைக்கும் ?

7. ஓர் உணவு விடுதியில் 40 பேர் இருந்தபோது மாதச் செலவு ரூ. 6000 ஆயிற்று. 8 பேர் விடுதியை விட்டுச் சென்றுவிட்டால் ஆகக்கூடிய செலவு என்ன ?

8. 30 வேலையாட்கள் பணிபுரியும்போது ஒரு நாளில் மொத்தக்கூலி ரூ. 135 ஆகிறது. 50 வேலையாட்கள் பணிபுரியும்பொழுது ஒரு நாளில் மொத்தக் கூலி என்ன ஆகும் ?

9. ஒரு வங்கியில் ரூ. 500 முதலீடு செய்தபொழுது ஒரு மாத வட்டி ரூ. 7.50 கிடைத்தால் அவ்வங்கியில் ரூ. 1200 முதலீடு செய்தால் மாத வட்டி என்ன கிடைக்கும் ?

10. 12 மீ உயரமுள்ள ஒரு கம்பத்தின் நிழல் 15 மீ நீளம் உள்ளது. 8 மீ உயரமுள்ள கம்பத்தின் நிழல் எவ்வளவு நீளம் இருக்கும் ?

விடைகள்

1. ரூ. 96 2. ரூ. 10 3. 150 கிமீ 4. ரூ. 40
5. ரூ. 27 6. ரூ. 30 7. ரூ. 4800 8. ரூ. 225
9. ரூ. 18 10. 10 மீ.

1–2. நேர்மாறல் (ஆ) :

எடுத்துக்காட்டு :

4 பேனாக்களின் விலை ரூ. 24. 8 பென்சில்களின் விலை ரூ. 6. 12 பேனாக்கள், 12 பென்சில்கள் இவற்றின் மொத்த விலை என்ன?

பேனாக்கள் எண்ணிக்கை	விலை ரூ.
4	24
12	?

$$12 \text{ பேனாக்களின் விலை} = \text{ரூ. } 24 \times \frac{12}{4}$$

$$= \text{ரூ. } 72$$

பென்சில்கள் எண்ணிக்கை	விலை ரூ.
8	6
12	?

$$12 \text{ பென்சில்களின் விலை} = \text{ரூ. } 6 \times \frac{12}{8}$$

$$= \text{ரூ. } 9$$

12 பேனாக்கள், 12 பென்சில்கள்

மொத்த விலை = ரூ. (72 + 9)

= ரூ. 81.

பயிற்சி 1–2

1. 15 புத்தகங்களின் விலை ரூ. 60. 12 நோட்டுப் புத்தகங்களின் விலை ரூ. 18. 10 நோட்டுப் புத்தகங்களும், 10 புத்தகங்களும் சேர்ந்து என்ன விலை ?
2. 12 ஆண்களின் தினக்கூலி ரூ. 96. 8 பெண்களின் தினக்கூலி ரூ. 40. 16 ஆண்கள், 6 பெண்கள் இவர்களின் தினக்கூலி என்ன ?
3. 2 கிகி காப்பிக் கொட்டையின் விலை ரூ. 36. 3 கிகி சர்க்கரையின் விலை ரூ. 18. 3 கிகி காப்பிக்கொட்டை 2 கிகி சர்க்கரை இவற்றின் மொத்த விலை என்ன?

4. ஒரு விடுதியில் ஒரு நாளைக்கு 40 மூத்த மாணவர்களுக்குத் தேவையாகும் அரிசியின் அளவு 18 கிகி; 20 சிறுவர்களுக்குத் தேவையாகும் அரிசியின் அளவு 6 கிகி. அவ்விடுதியில் 20 மூத்த மாணவர்களுக்கும் 30 சிறுவர்களுக்கும் ஒரு நாளைக்குத் தேவையாகும் அரிசியின் அளவு என்ன ?

5. ஓர் அசல் வட்டிக்கு விடப்பட்டதில், 5% வீதம் 2 ஆண்டுகளுக்குத் தனிவட்டி ரூ. 50 கிடைத்தது. 6% வீதம் 3 ஆண்டுகளுக்குத் தனிவட்டி ரூ. 90 கிடைத்தது. அந்த அசலுக்கு 5% வீதம் 3 ஆண்டுகளுக்குக் கிடைக்கும் தனி வட்டியும், 6% வீதம் 2 ஆண்டுகளுக்குக் கிடைக்கும் தனி வட்டியும் சேர்ந்து மொத்தத் தனிவட்டி என்ன ?

விடைகள்

1. ரூ. 55 2. ரூ. 158 3. ரூ. 66

4. 18 கிகி 5. ரூ. 135

1—3. எதிர்மாறல் (அ) :

சென்ற வகுப்பில் கற்றதை நினைவு கூர்க. பின்வருவனவற்றை நோக்குக.

வேகம்	தூரத்தைக் கடக்க ஆகும் நேரம்.
வேலை ஆள்களின் எண்ணிக்கை	வேலை முடிய ஆகும் நாள்கள்.
புத்தகத்தின் பக்கங்கள்	பக்கங்களில் உள்ள வரிகள்.
உணவருந்தும் ஆள்கள்	உணவருந்தும் நாள்கள்.

இவை ஒன்றுக்கொன்று எதிர்மாறலாக உள்ளன. எடுத்துக்காட்டாக, வேகம் அதிகரித்தால் ஒரு குறிப்பிட்ட தூரத்தைக் கடக்க ஆகும் நேரம் குறைகிறது; வேகம் குறைந்தால் ஒரு குறிப்பிட்ட தூரத்தைக் கடக்க ஆகும் நேரம் அதிகரிக்கிறது. இவ்வாறு மாறுவதை **எதிர்மாறல்** என்கிறோம்.

எடுத்துக்காட்டு :

12 பேர்களைக் கொண்டு ஒரு வேலையை 8 நாள்களில் முடிக்க முடியும். 16 பேர்களை அமர்த்தினால் அவ் வேலையை எத்தனை நாள்களில் முடிக்கலாம் ?

ஆள்கள்	நாள்கள்
12	8
16	?

ஆள்கள், நாள்கள் இவை எதிர்மாறல்.

ஆள்கள் அதிகரித்துள்ள மடங்கு $= \frac{16}{12}$

எனவே, நாள்கள் குறையும் மடங்கு $= \frac{12}{16}$

அதாவது, பெருக்கு பின்னம் $= \frac{12}{16}$

அவ்வேலையை முடிக்க ஆகும்

நாள்கள் $= 8 \times \frac{12}{16}$

$= 6$

6 நாள்களில் முடிக்கலாம்.

பயிற்சி 1-3

1. தினம் 9 மணி நேரம் வேலை செய்தால் ஒரு வேலையை 8 நாள்களில் முடிக்கலாம். தினம் 12 மணி நேரம் வேலை செய்தால் எத்தனை நாள்களில் வேலையை முடிக்கலாம்?

2. ஒரு குடும்பத்தில் 4 பேர் உள்ளனர். அவர்களுக்கு 30 நாள்களுக்குத் தேவையான உணவு இருக்கிறது. குடும்பத்தில் மொத்தம் 6 பேர் இருந்தால் அந்த உணவு எத்தனை நாள்களுக்கு வரும்?

3. ஒரு சக்கரத்தின் சுற்றளவு 11 மீட்டர். அது ஒரு குறிப் பிட்ட தூரம் செல்ல 144 தடவை சுற்றுகிறது. சக்கரத்தின் சுற்றளவு 16 மீட்டர் எனில், அக்குறிப்பிட்ட தூரம் செல்ல எத்தனை முறை சுற்ற வேண்டும் ?

4. அச்சுக் கோர்ப்பவர்கள் 16 பேர் ஒரு வேலையை 15 மணி நேரத்தில் முடிப்பார்கள். 12 பேர் மட்டுமே இருந்தால் அவ்வேலையை முடிக்க எவ்வளவு நேரம் ஆகும்?

5. மணிக்கு 8 கிலோ மீட்டர் வேகத்தில் செல்லும் ஒரு சைக்கிள் வண்டி ஓர் இடத்தை 5 மணி நேரத்தில் சென்று அடையும். அச் சைக்கிள் வண்டி மணிக்கு 10 கிலோ மீட்டர் வேகத்தில் சென்றால் அந்த இடத்தை அடைய எவ்வளவு நேரமாகும்?

விடைகள்

1. 6 நாள்கள்	2. 20 நாள்கள்	3. 99 முறை
4. 20 மணி	5. 4 மணி	

1—4. எதிர்மாறல் (ஆ):

எடுத்துக்காட்டு :

25 ஆள்கள் ஒரு வேலையை 11 நாள்களில் முடிப்பார்கள். அவர்கள் 3 நாள்கள் வேலை செய்தபின் சிலர் விலகவே வேலை முடிய 2 நாள்கள் அதிகம் ஆயிற்று. விலகியவர்கள் எத்தனை பேர்?

வேலை செய்துள்ள மொத்த நாள்கள் $= 11 + 2$
$= 13$

25 ஆள்கள் வேலை செய்துள்ள நாள்கள் $= 3$

விலகியவர்கள் போக மீதிப் பேர் வேலை செய்துள்ள நாள்கள் $= 13 - 3$
$= 10$

நாள்கள்	ஆள்கள்
8	25
10	?

இது எதிர்மாறல்.

எனவே, பெருக்கு பின்னம் $= \frac{8}{10}$

தேவையான ஆள்கள் $= 25 \times \frac{8}{10}$
$= 20$ ஆள்கள்

எனவே, விலகியவர்கள் $= 25 - 20$
$= 5$ பேர்.

பயிற்சி 1-4

1. ஒரு சாலையைச் சீர் செய்ய 48 பேருக்கு 20 நாள்கள் ஆகின்றன. 5 நாள்கள் வேலை செய்தபின் சிலர் விலகினர். இதனால் வேலை முடிய 3 நாள்கள் அதிகம் ஆயிற்று. விலகியவர்கள் எத்தனை பேர்?

2. ஒரு கட்டடத்தைக் கட்ட 50 ஆள்களுக்கு 21 நாள்கள் ஆகின்றன. 5 நாள்கள் வேலை செய்தபின் சிலர் விலகவே வேலை முடிய 4 நாள்கள் அதிகம் ஆயிற்று. விலகியவர்கள் எத்தனை பேர்?

3. ஒரு வேலையை 16 மனிதர்கள் 13 நாள்களில் முடிப்பர். அவர்கள் 4 நாள்கள் வேலை முடித்தபின் சிலர் விலகினர். வேலை முடிய 3 நாள்கள் அதிகம் ஆனால், விலகியவர்கள் எத்தனை பேர்?

4. ஒரு வயலை 18 பேர் 12 நாள்களில் உழுது முடிப்பார்கள். அவர்கள் 2 நாள்கள் வேலை முடித்த பிறகு சிலர் விலகினர். இதனால் வேலை முடிவடைய 5 நாள்கள் அதிகம் ஆனால், விலகியவர்கள் எத்தனை பேர்?

விடைகள்

1. 8 பேர் 2. 10 பேர் 3. 4 பேர் 4. 6 பேர்

1—5. எதிர்மாறல் (இ):

எடுத்துக்காட்டு :

ஒரு வேலையை 16 மனிதர்கள் 13 நாள்களில் முடிப்பர். அவர்கள் 4 நாள்கள் வேலை முடித்தபின் மேலும் சிலர் வேலைக்குச் சேர்ந்தனர். இதனால் வேலை 3 நாள்கள் முன்னதாகவே முடிந்தது. கூடுதலாக வேலைக்குச் சேர்ந்தவர்கள் எத்தனை பேர்?

4 நாள்கள் வேலை முடிந்தது. மீதி வேலையை 9 நாள்களில் 16 பேர் முடிப்பர்.

இதை முடிக்க ஆன நாள்கள் = 9 — 3 = 6

நாள்கள்	ஆள்கள்
9	16
6	?

இது எதிர்மாறல்.

எனவே, பெருக்கு பின்னம் $= \frac{9}{6}$

தேவையான ஆள்கள் $= 16 \times \frac{9}{6}$

$= 24$

என்வே, கூடுதலாக வேலைக்குச் சேர்ந்தவர்கள் $= 24 - 16$

$= 8$ பேர்

பயிற்சி 1-5

1. ஒரு வயலை 25 மனிதர்கள் 16 நாள்களில் சீர்படுத்துவார்கள். அவர்கள் 2 நாள்கள் வேலை செய்த பிறகு மேலும் சிலரைச் சேர்த்துக்கொண்டு வேலை செய்தார்கள். இதனால் 4 நாள்களுக்கு முன்னதாகவே வேலை முடிந்தது. அதிகமாகச் சேர்த்துக் கொண்டவர்கள் எத்தனை பேர்?

2. ஒரு குளத்தை 40 மனிதர்கள் 25 நாள்களில் சீர் செய்வார்கள். அவர்கள் 3 நாள்கள் வேலை செய்த பின் சிலரை அதிகமாகச் சேர்த்துக் கொண்டு வேலையை 6 நாள்கள் முன்னதாக முடித்தால் அதிகமாகச் சேர்த்துக் கொண்டவர்கள் எத்தனை பேர்?

3. ஓர் அச்சகத்தில் 36 பேர் ஒரு வேலையை 12 மணி நேரத்தில் முடிப்பார்கள். அவர்கள் 4 மணி நேரம் வேலை செய்தபின் சிலரை அதிகமாகச் சேர்த்துக் கொண்டு வேலையை 2 மணி நேரம் முன்னதாகவே செய்து முடித்தார்கள் என்றால் அதிகமாகச் சேர்த்துக் கொண்டவர்கள் எத்தனை பேர்?

4. ஓர் உணவு விடுதியில் 200 பேருக்கு 28 நாள்களுக்குத் தேவையான உணவு இருக்கிறது. 4 நாள்கள் சென்றபின் மேலும் சிலர் உணவு விடுதிக்கு வந்தனர். இதனால் 4 நாள்கள் முன்னதாகவே உணவு முடிந்துவிட்டது எனில், அதிகமாக வந்தவர்கள் எத்தனை பேர்?

விடைகள்

1. 10 பேர்	2. 15 பேர்
3. 12 பேர்	4. 40 பேர்

1—6. கூட்டுமாறல் (அ):

எடுத்துக்காட்டு :

6 மின்விளக்குகள் தினம் 8 மணி நேரம் எரிவதால் மாதம் ரூ. 32 செலவாகிறது. 9 மின்விளக்குகள் தினம் 4 மணி நேரம் எரிவதால் மாதம் என்ன செலவாகும்?

மின்விளக்குகள்	எரியும் நேரம் (மணி)	செலவு (ரூபாயில்)
6	8	32
9	4	?

மின்விளக்கின் எண்ணிக்கையும், ஆகும் செலவும் நேர் மாறல். எரியும் நேரமும், ஆகும் செலவும் நேர்மாறல்.

6 விளக்கு 9 விளக்கானால் செலவின் மடங்கு $= \frac{9}{6}$

எரியும் நேரம் 8 மணியிலிருந்து 4 மணியானால் செலவின் மடங்கு $= \frac{4}{8}$

எனவே, ஆகும் செலவு = ரூ. $32 \times \frac{9}{6} \times \frac{4}{8}$

= ரூ. 24.

9 மின்விளக்குகள் தினம் 4 மணி நேரம் எரிவதால் ஆகும் மாதச் செலவு ரூ. 24

பயிற்சி 1-6

1. ரூ. 400க்கு 3 ஆண்டுகளுக்குத் தனிவட்டி ரூ. 72 எனில், அதே விகிதத்தில் ரூ. 600க்கு 2 ஆண்டுகளுக்குத் தனி வட்டி என்ன?

2. 150 பக்கங்கள் கொண்ட 200 பிரதிகள் அச்சிட ரூ. 1200 ஆகிறது. 120 பக்கங்கள் கொண்ட 300 பிரதிகள் அச்சிட என்ன செலவாகும்?

3. 8 மின்விளக்குகள் தினம் 10 மணி நேரம் எரிவதால் மாதம் ரூ. 40 செலவாகிறது. 10 மின்விளக்குகள் தினம் 12 மணி நேரம் எரிவதால் என்ன செலவாகும்?

4. ஒரு வயலில் 16 பேர் 4 நாள்கள் வேலை செய்ததற்கான மொத்தக் கூலி ரூ. 256. அவ்வயலில் 12 பேர் 5 நாள்கள் வேலை செய்வதற்கான மொத்தக் கூலி எவ்வளவு?

5. குறிப்பிட்ட அளவு நீளமும் குறிப்பிட்ட அளவு அகலமும் உள்ள செவ்வகத்தின் பரப்பளவு 50 மீ^{2}. அதன் நீளம் 3 மடங்கும், அகலம் இரண்டு மடங்கும் அதிகரித்தால் அதன் பரப்பளவு என்ன ?

விடைகள்

1. ரூ. 72	2. ரூ. 1440	3. ரூ. 60
4. ரூ. 240	5. 300 மீ^{2}	

1—7. கூட்டுமாறல் (ஆ):

எடுத்துக்காட்டு :

நாள் ஒன்றுக்கு 450 கிராம் அரிசி வீதம் 16 பேர்களுக்கு 15 நாள்களுக்கு உணவு உள்ளது. அதை நாள் ஒன்றுக்கு 400 கிராம் அரிசி வீதம் 27 பேர்களுக்குக் கொடுத்தால் எத்தனை நாள்களுக்கு வரும் ?

அரிசியின் அளவு (கிராமில்)	ஆள்கள்	நாள்கள்
450	16	15
400	27	?

அரிசியின் அளவும் நாளும் எதிர்மாறல். ஆள்களும் உணவு உட்கொள்ளும் நாள்களும் எதிர்மாறல்.

450 கிராம் அரிசி, 400 கிராம் அரிசி

ஆனால் நாளின் மடங்கு $= \frac{450}{400}$

16 ஆள்கள், 27 ஆள்கள் என்று

மாறினால் நாளின் மடங்கு $= \frac{16}{27}$

400 கிராம் அரிசி வீதம் 27 ஆள்

களுக்கு உணவு வரும் நாள்கள் $= 15 \times \frac{450}{400} \times \frac{16}{27}$

$= 10$

10 நாள்களுக்கு உணவு வரும்.

பயிற்சி 1-7

1. 60 மனிதர்கள் நாள் ஒன்றுக்கு 10 மணி நேரம் வேலை செய்தால் ஒரு வேலையை 16 நாள்களில் முடிப்பர். அதே வேலையை 40 மனிதர்கள் நாள் ஒன்றுக்கு 8 மணி நேரம் வேலை செய்து எத்தனை நாள்களில் முடிக்கலாம்?

2. ஓர் அச்சகத்தில் 18 அச்சுக் கோர்ப்பவர்கள் தினம் 8 மணி நேரம் வேலை செய்து ஒரு வேலையை 10 நாள்களில் முடிப்பர். அதே வேலையை 30 அச்சுக் கோர்ப்பவர்கள் தினம் 12 மணி நேரம் வேலை செய்து எத்தனை நாள்களில் முடிக்கலாம்?

3. ஒரு குடும்பத்தில் உள்ள 8 பேர்களுக்கு 1 லிட்டர் பாலின் விலை ரூ. 2-50 ஆக இருக்கும்போது, 27 நாள்களுக்கு ஆகும் செலவைக் கொண்டு, குடும்பத்தில் உள்ள 5 பேர்களுக்கு 1 லிட்டர் பாலின் விலை ரூ. 3 என விற்கையில் எத்தனை நாள்களுக்குப் பால் வாங்கலாம்?

4. தினம் 400 கிராம் உணவு வீதம் 18 பேர்களுக்கு 30 நாள்களுக்கான உணவு இருக்கிறது. அதைத் தினம் 450 கிராம் வீதம் 15 பேர்களுக்குக் கொடுத்தால் எத்தனை நாள்களுக்கு வரும்?

5. ஒரு வயலை உழுவதற்கு 12 ஏர் பூட்டி தினம் 6 மணி நேரம் உழுதால் வேலை முடிய 10 நாள்கள் ஆகின்றன. தினம் 8 மணி நேரம் உழுது 5 நாள்களில் வேலையை முடிக்கவேண்டும் என்றால் எத்தனை ஏர் வேண்டும்?

விடைகள்

1. 30 நாள்கள் 2. 4 நாள்கள் 3. 36 நாள்கள்

4. 32 நாள்கள் 5. 18 ஏர்

1—8. கூட்டுமாறல் (இ) :

எடுத்துக்காட்டு :

4 ஆள்கள் தினம் 6 மணி நேரம் வேலை செய்து 16 பாய்கள் உற்பத்தி செய்ய 2 நாள்களாகும். 6 ஆள்கள் தினம் 8 மணி நேரம் வேலை செய்து 48 பாய்கள் செய்ய எத்தனை நாள்களாகும்?

ஆள்கள்	வேலை நேரம்	பாய்கள்	நாள்கள்
4	6	16	2
6	8	48	?

ஆள்கள், நாள்கள் எதிர்மாறல்.

$$\text{எனவே, பெருக்கு பின்னம்} = \frac{4}{6}$$

வேலை நேரம், நாள்கள் எதிர்மாறல்.

$$\text{எனவே, பெருக்கு பின்னம்} = \frac{6}{8}$$

பாய்கள், நாள்கள் நேர்மாறல்.

$$\text{எனவே, பெருக்கு பின்னம்} = \frac{48}{16}$$

6 ஆள்கள் தினம் 8 மணி நேரம் வேலை செய்து 48 பாய்கள் உற்பத்தி செய்ய ஆகும் நாள்கள் $= 2 \times \frac{4}{6} \times \frac{6}{8} \times \frac{48}{16}$

$= 3$

பயிற்சி 1–8

1. *6 ஆள்கள் தினம் 8 மணி நேரம் வேலை செய்து 36 துண்டுகள் உற்பத்தி செய்ய 2 நாள்களாகும். 8 ஆள்கள் தினம் 6 மணி நேரம் வேலை செய்து 108 துண்டுகள் உற்பத்தி செய்ய எத்தனை நாள்களாகும்?*

2. *தினம் 7 மணி நேரம் வேலை செய்து 2 கிமீ நீளமுள்ள சாலையை 14 நாள்களில் செப்பனிட 150 ஆள்கள் தேவை. தினம் 6 மணி நேரம் வேலை செய்து 6 கிமீ நீளமுள்ள சாலையை 21 நாள்களில் செப்பனிட்டு முடிக்க எத்தனை ஆள்கள் தேவை ?*

3. 3 மனிதர்கள் அல்லது 5 பெண்கள் தினம் 8 மணி நேரம் வேலை செய்து ஒரு வேலையில் $\frac{2}{5}$ பாகத்தை 2 நாள்களில் செய்வர். 6 மனிதர்களும் 2 பெண்களும் சேர்ந்து தினம் 10 மணி நேரம் வேலை செய்து அவ்வேலையில் மீதியைச் செய்து முடிக்க எத்தனை நாள்களாகும்?

4. 2 மனிதர்கள் அல்லது 3 பெண்கள் தினம் 8 மணி நேரம் வேலை செய்து ஒரு வயலில் $\frac{2}{3}$ பாகத்தை 18 நாள்களில் அறுவடை செய்வார்கள். 4 மனிதர்களும் 3 பெண்களும் சேர்ந்து தினம் 6 மணி நேரம் வேலை செய்து அவ்வயலில் மீதியை அறுவடை செய்ய எத்தனை நாள்கள் ஆகும்?

5. 4 ஆண்கள், 3 பெண்கள் நாள் ஒன்றுக்கு 6 மணி நேரம் வேலை செய்து 12 ஹெக்டேர் நிலத்தை 16 நாள்களில் சமன்படுத்த முடியும். 6 ஆண்கள், 6 பெண்கள் நாள் ஒன்றுக்கு 8 மணி நேரம் வேலை செய்து 10 ஹெக்டேர் நிலத்தைச் சமன்படுத்த எத்தனை நாள்களாகும்? ஓர் ஆண், ஒரு பெண் இவர்களின் வேலைத் திறன் 3 : 2.

விடைகள்

1. 6 நாள்கள் 2. 350 ஆள்கள் 3. 6 நாள்கள்

4. 4 நாள்கள் 5. 6 நாள்கள்

2—1. தனிவட்டி :

தனிவட்டி கணக்கிடுவதுபற்றி சென்ற வகுப்பில் கற்றதை நினைவு கொள்க.

தனிவட்டி காண சூத்திரம் : $I = Pni$

$\left[I\text{-தனிவட்டி}, P\text{-அசல்}, n\text{-ஆண்டு}, i\text{-வட்டிவீதம்} \left(\frac{r}{100}\right) \right]$

2—1 (அ). வட்டி காணல் :

எடுத்துக்காட்டு :

ரூ. 320க்கு 5% வீதம் 2 ஆண்டு தனிவட்டி என்ன ? அதே அசலுக்கு $6\frac{1}{4}$% வீதம் 2 ஆண்டு தனிவட்டி என்ன ?

$$\text{(i)} \quad I = Pni \qquad \left(P = 320,\ n = 2,\ i = \frac{5}{100}\right)$$

$$= 320 \times 2 \times \frac{5}{100}$$

தனிவட்டி = ரூ. 32

$$\text{(ii)} \quad I = Pni$$

$$\left(P = 320,\ n = 2,\ i = \frac{6\frac{1}{4}}{100} = \frac{25}{400}\right)$$

$$I = 320 \times 2 \times \frac{25}{400}$$

தனிவட்டி = ரூ. 40

2—1 (ஆ). அசல் காணல் :

எடுத்துக்காட்டு :

எந்த அசலுக்கு $2\frac{1}{2}$ ஆண்டுகளில் 8% தனிவட்டி வீதம் ரூ. 120 வட்டி கிடைக்கும்?

$$Pni = I \qquad \left(n = 2\tfrac{1}{2},\ i = \frac{8}{100},\ I = 120\right)$$

$$P \times \frac{5}{2} \times \frac{8}{100} = 120$$

$$P = 120 \times \frac{2}{5} \times \frac{100}{8}$$

$$= 600$$

அசல் = ரூ. 600

பயிற்சி 2-1

1. தனிவட்டி கணக்கிடுக.

	அசல்	காலம்	வட்டிவீதம்
(i)	ரூ. 5000	2 ஆண்டு	4%
(ii)	ரூ. 640	3 ஆண்டு	$6\frac{1}{4}$%
(iii)	ரூ. 400	2 ஆண்டு 6 மாதம்	6%

2. தனிவட்டி கணக்கிடுக.

	அசல்	காலம்	வட்டிவீதம்
(i)	ரூ. 750	2 ஆண்டு	முக்கால் வட்டி
(ii)	ரூ. 800	2 ஆண்டு 3 மாதம்	அரை வட்டி
(iii)	ரூ. 1500	2 ஆண்டு 8 மாதம்	ஒரு வட்டி

3. ஓர் அசல் 2 ஆண்டுகளில் 6% தனிவட்டி வீதம் ரூ. 96 வட்டி கொடுக்கிறது. அந்த அசல் என்ன?

4. $6\frac{1}{4}$% தனிவட்டி தரும் நிதியில் பணம் போட்டதில் 4 ஆண்டுகளில் ரூ. 750 வட்டி கிடைத்தால் பணம் போட்டது எவ்வளவு?

5. ஓர் அசலுக்கு 8% தனிவட்டி வீதம் $2\frac{1}{2}$ ஆண்டுத் தனி வட்டி ரூ. 1200 எனில், அசல் என்ன?

6. ஓர் அசலுக்கு $6\frac{1}{4}$% தனிவட்டி வீதம் 4 ஆண்டு வட்டி ரூ. 800. அதே அசலுக்கு 8% தனிவட்டி வீதம் 5 ஆண்டு வட்டி என்ன?

7. உசேன் ஒரு தொகையை 5% தனிவட்டிக்கும், சேகர் ஒரு தொகையை அதே வட்டி வீதத்திலும், 2 ஆண்டுகளுக்கு ஒரு நிதியில் போட்டார்கள். உசேனுக்கு ரூ. 225ம், சேகருக்கு ரூ. 450ம் தனிவட்டி கிடைத்தால் சேகர், உசேனைவிட எவ்வளவு தொகை அதிகம் போட்டார்?

விடைகள்

1. (i) ரூ. 400 (ii) ரூ. 120 (iii) ரூ. 60
2. (i) ரூ. 135 (ii) ரூ. 108 (iii) ரூ. 480
3. ரூ. 800
4. ரூ. 3000
5. ரூ. 6000
6. ரூ. 1280
7. ரூ. 2250.

2—2. காலம் காணல்:

எடுத்துக்காட்டு :

ரூ. 500 ஐ 8% தனிவட்டி வீதம் வட்டிக்கு விட்டதில் ரூ. 160 வட்டி கிடைத்தால் வட்டிக்கு விட்ட காலம் என்ன?

$$Pni = I \quad (P = 500,\ i = \frac{8}{100},\ I = 160)$$

$$500 \times n \times \frac{8}{100} = 160$$

$$n = 160 \times \frac{1}{500} \times \frac{100}{8}$$

$$= 4$$

காலம் = 4 ஆண்டுகள்.

பயிற்சி 2-2

1. தனிவட்டிக்கு விடப்பட்ட காலத்தைக் கணக்கிடுக.

	அசல்	தனி வட்டிவீதம்	வட்டி
(i)	ரூ. 50	6%	ரூ 12
(ii)	ரூ. 120	5%	ரூ. 18
(iii)	ரூ. 300	8%	ரூ. 60
(iv)	ரூ. 200	$7\frac{1}{2}$%	ரூ. 75

2. எவ்வளவு ஆண்டுகளில், 10% தனிவட்டி வீதம் ரூ. 400 ஆனது, வட்டியும் முதலுமாகச் சேர்ந்து ரூ. 600 ஆகும்?

3. ரூ. 800 ஐ 6% தனிவட்டிக்கு விட்டால் எவ்வளவு ஆண்டுகளில் ரூ. 944 கூடுதலாகும்?

4. எவ்வளவு காலத்தில் ரூ. 3,000, 5% தனிவட்டி வீதம் அதைப்போல் இரு மடங்காகும்?

5. எவ்வளவு ஆண்டுகளில் ரூ. 4,000, $8\frac{1}{3}$% தனிவட்டி வீதம் ரூ. 6,000 கூடுதலாகும்?

6. ஓர் அசல் 13% தனிவட்டி வீதம் $1\frac{3}{4}$ ஆண்டுகளில் ரூ. 4,910 கூடுதல் ஆகிறது. அதே அசல் $4\frac{1}{2}$% தனிவட்டி வீதம் எவ்வளவு காலத்தில் ரூ. 405 வட்டி கொடுக்கும்?

விடைகள்,

1. (i) 4 ஆண்டுகள் (ii) 3 ஆண்டுகள்
(iii) 2 ஆண்டுகள் 6 மாதங்கள் (iv) 5 ஆண்டுகள்
2. 5 ஆண்டுகள் 3. 3 ஆண்டுகள் 4. 20 ஆண்டுகள்
5. 6 ஆண்டுகள் 6. 2 ஆண்டுகள் 3 மாதங்கள்.

2—3. வட்டிவீதம் காணல் :

எடுத்துக்காட்டு :

ரூ. 500 க்கு 5 ஆண்டுகளில் கிடைக்கும் தனிவட்டி ரூ. 150 எனில், வட்டி சதவீதம் என்ன?

$$Pni = I \qquad (P=500,\ n = 5,\ I = 150)$$

$$500 \times 5 \times i = 150$$

$$i = 150 \times \frac{1}{500} \times \frac{1}{5}$$

$$= \frac{6}{100}$$

வட்டிவீதம் $= 6\%$

பயிற்சி 2-3

1. வட்டிவீதம் காண்க.

	அசல்	காலம்	தனிவட்டி
(i)	ரூ. 900	5 ஆண்டுகள்	ரூ. 270
(ii)	ரூ. 400	2 ஆண்டுகள்	ரூ. 50
(iii)	ரூ. 600	2 ஆ. 6 மாதங்கள்	ரூ. 75
(iv)	ரூ. 4,500	8 மாதங்கள்	ரூ. 360

2. ரூ. 1,200 க்கு 3 ஆண்டுகளில் தனிவட்டி ரூ. 144 கிடைத்தால், வட்டி சதவீதம் என்ன?

3. தனிவட்டிக்கு விடப்பட்ட ரூ. 2,400, 3 ஆண்டுகளில் ரூ. 2,724 கூடுதல் ஆனால், வட்டி சதவீதம் என்ன ?

4. ரூ. 25,000 ஐ தனிவட்டிக்கு விட்டதில் 5 ஆண்டுகளில் ரூ. 32,500 கூட்டுத் தொகையானால் வட்டி சதவீதம் என்ன?

5. தனிவட்டிக்கு விடப்பட்ட ரூ. 250, 12 ஆண்டுகளில் வட்டியும் முதலுமாக இருமடங்கு ஆகிறது. வட்டி சதவீதம் என்ன?

6. தனிவட்டிக்கு விடப்பட்ட ரூ. 720-75, $2\frac{1}{2}$ ஆண்டுகளில் ரூ. 864-90 கூடுதலாகிறது. வட்டி சதவீதம் என்ன?

விடைகள்

1. (i) *6%* (ii) *6¼%* (iii) *5%* (iv) *12%*

2. *4%* *3.* *4½%* *4.* *6%* *5.* *8⅓%* *6.* *8%*

2—4. தொடர் விடுமுதல் (அ):

குறிப்பிட்ட ஒரு தொகையை மாதந்தோறும் ஒரு நிதியில் செலுத்தி ஒரு குறிப்பிட்ட காலத்துக்குப் பிறகு அத்தொகையையும் அதற்கான தனிவட்டியையும் திரும்பப் பெறலாம். இவ்வகையில் முதல் இடுவதற்கு **தொடர் விடுமுதல்** என்று பெயர்.

ஒருவர் மாதந்தோறும் ரூ. 20 வீதம் 10 மாதங்களுக்குப் பணம் போடுவதாகக் கொள்வோம். 10 மாத முடிவில் வட்டி கணக்கிட வேண்டும்.

மாதம்	சன	பிப்	மார்	ஏப்	மே	சூன்	சூலை	ஆக	செப்	அக்	ரூ20 இருந்த மாதங்கள்
தொகை	20										1
		20									2
			20								3
				20							4
					20						5
						20					6
							20				7
								20			8
									20		9
										20	10
										மாதங்களின் கூடுதல்	55

மாதாமாதம் ரூ. 20 வீதம் 10 மாதங்களுக்குப் பணம் போடுவதால் கிட்டும் வட்டி, ரூ. 20 ஐ மட்டும் 55 மாதங்களுக்குப் போட்டு வைப்பதால் கிட்டும் வட்டிக்குச் சமம்.

அதாவது, ரூ. 20 க்கு 55 மாத வட்டி கணக்கிட்டால் போதுமானது.

$$1 + 2 + 3 + \dots\dots\dots\dots\dots n = \frac{n(n+1)}{2}$$

என்று முன் பாடத்தில் படித்திருக்கிறீர்கள் அல்லவா ?

எனவே,

$$10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = \frac{10 \times 11}{2} = 55$$

எடுத்துக்காட்டு 1 :

ஒருவர் மாதாமாதம் ஒரு நிதியில் ரூ. 10 வீதம் 20 மாதங்களுக்குப் பணம் போடுகிறார். அவருக்கு வட்டி கணக்கிடப் படவேண்டிய காலம் என்ன ?

தொடர் விடுமுதல் இட்ட காலம் = 20 மாதங்கள்

$$1 + 2 + 3 + \dots\dots\dots\dots\dots n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$1 + 2 + 3 + \dots\dots\dots\dots\dots 20 = \frac{20\ (20 + 1)}{2}$$

= 210 மாதங்கள்

ரூ. 10க்கு வட்டி கணக்கிட வேண்டிய காலம் = 210 மாதங்கள்

அல்லது $\frac{210}{12}$ ஆண்டுகள்

எடுத்துக்காட்டு 2 :

ஒருவர் மாதாமாதம் ஒரு நிதியில் ரூ. 10 வீதம் 20 மாதங்களுக்குப் பணம் போடுகிறார். 6% தனிவட்டி வீதம் வட்டி கணக்கிடுக.

தொடர் விடுமுதல் இட்ட காலம் $= 20$ மாதங்கள்

வட்டி கணக்கிடவேண்டிய காலம் $= 1 + 2 + 3 + \ldots\ldots 20$

$$= \frac{20 \times 21}{2}$$

$= 210$ மாதங்கள்

அல்லது $\frac{210}{12}$ ஆண்டுகள்

$$I = Pni \quad \left(P = 10,\ n = \frac{210}{12},\ i = \frac{6}{100}\right)$$

$$= 10 \times \frac{210}{12} \times \frac{6}{100}$$

வட்டி $=$ ரூ. 10.50

பயிற்சி 2–4

1. தொடர் முதலீட்டில் வட்டி கணக்கிடப்பட வேண்டிய காலம் காண்க.

	மாதாமாதம் போடும் தொகை	மொத்த மாதங்கள்
(i)	ரூ. 5	15
(ii)	ரூ. 10	25
(iii)	ரூ. 20	18
(iv)	ரூ. 15	30

2. ஒருவர் மாதம் ரூ. 50 வீதம் 8% தனிவட்டி கொடுக்கும் ஒரு வங்கியில் 20 மாதங்கள் பணம் போடுகிறார். 20 மாத முடிவில் அவருக்கு வட்டி என்ன கிடைக்கும் ?

3. 12% தனிவட்டி தரும் நிதியில் ஒருவர் மாதந்தோறும் ரூ. 10 வீதம் செலுத்துகிறார். 24 மாத முடிவில் அவர் செலுத்திய தொகைக்கு வட்டி காண்க.

4. மாதம் ரூ. 20 வீதம் 48 மாதங்களுக்கு ஒருவர் வங்கியில் பணம் போடுகிறார். 10% தனிவட்டி வீதம் 48 மாத இறுதியில் கிடைக்கும் மொத்தத் தொகை என்ன ?

5. மாதம் ரூ. 1 வீதம் 100 மாதங்களுக்கு 8% தனிவட்டி கொடுக்கும் ஒரு நிதியில் ஒருவர் பணம்போடுகிறார். 100 மாத முடிவில் வட்டியும் முதலுமாக என்ன கிடைக்கும்?

6. தொடர்ந்து 5 ஆண்டுகளுக்கு ஒருவர் 7% தனிவட்டி தரும் நிதியில் மாதாமாதம் ரூ. 100 போடுகிறார். 5 ஆண்டு முடிவில் அவர் பெறும் மொத்தத் தொகை என்ன?

விடைகள்

1. (i) 120 மாதங்கள் (ii) 325 மாதங்கள் (iii) 171 மாதங்கள் (iv) 465 மாதங்கள் 2. ரூ. 70 3. ரூ. 30 4. ரூ. 1156 5. ரூ. 133.67 6. ரூ. 7067.50.

2—5. தொடர் விடுமுதல்—வட்டிவீதம் காணல்:

எடுத்துக்காட்டு:

ஒருவர் ஒரு வங்கியில் மாதாமாதம் ரூ. 25 வீதம் செலுத்தி 3 ஆண்டு முடிவில் அவர் அடைந்த தொகை ரூ. 1066.50 எனில், தனிவட்டி வீதம் என்ன?

1 மாதம் செலுத்திய தொகை = ரூ. 25

3 ஆண்டு (அல்லது) 36 மாதம்

செலுத்திய தொகை = ரூ. 25 × 36

= ரூ. 900

மொத்தத் தொகை = ரூ. 1066·50

வட்டி = ரூ. (1066·50—900)

= ரூ. 166.50

வட்டி கணக்கிட வேண்டிய

$$\text{காலம்} = \frac{36 \times 37}{2} \text{ மாதம்}$$

$$\text{அல்லது } \frac{36 \times 37}{2 \times 12} \text{ ஆண்டு}$$

$$Pni = I \quad \left(P = 25,\ n = \frac{36 \times 37}{2 \times 12},\ I = 166.50\right)$$

$$25 \times \frac{36 \times 37}{2 \times 12} \times i = 166.50$$

$$i = 166.50 \times \frac{1}{25} \times \frac{2 \times 12}{36 \times 37}$$

$$= \frac{12}{100}$$

வட்டி வீதம் = 12%

பயிற்சி 2-5

1. தொடர் முதலீட்டில் வட்டித் தொகை மட்டும் காண்க.

	மாதாமாதம் போட்ட தொகை	மொத்தக் காலம்	கூடுதல் தொகை
(i)	ரூ. 5	12 மாதங்கள்	ரூ. 63.90
(ii)	ரூ. 10	2 ஆண்டுகள்	ரூ. 271.25
(iii)	ரூ. 20	18 மாதங்கள்	ரூ. 382.80
(iv)	ரூ. 30	$2\frac{1}{2}$ ஆண்டுகள்	ரூ. 1016.25

2. மாதாமாதம் ரூ. 100 வீதம் ஒரு வங்கியில் செலுத்தி 48 மாத முடிவில் ரூ. 5,388 திரும்ப அடைந்தால், தனிவட்டி வீதம் என்ன?

3. ஒவ்வொரு மாதமும் ரூ. 25 வீதம் 20 மாதம் செலுத்திய ஒருவர் 20 மாத இறுதியில் வட்டியும் முதலும் சேர்த்து ரூ. 552.50 பெற்றால் தனிவட்டி வீதம் என்ன?

4. மாதந்தோறும் ரூ. 30 வீதம் 30 மாதங்கள் ஒரு நிதியில் செலுத்தி 30 மாத முடிவில் ரூ. 993 கூட்டுத்தொகை கிடைத்தால் தனிவட்டி வீதம் என்ன?

5. மாதம் ரூ. 50 வீதம் 50 மாதங்கள் ஒரு வங்கியில் பணம் போட்டு 50 மாத முடிவில் மொத்தத் தொகை ரூ. 2818.75 பெற்றால் தனிவட்டி வீதம் என்ன?

விடைகள்

1. (i) ரூ. 3.90 (ii) ரூ. 31.25 (iii) ரூ. 22.80 (iv) ரூ. 116.25
2. 6% 3. 12% 4. 8% 5. 6%

2—6. கால வைப்புத் திட்டம் :

கால வைப்புத் திட்டத்தில் முதலீடு செய்பவர்கள் குறிப்பிட்ட கால அளவு முடிந்த பின்பே தொகையைத் திரும்பப் பெறமுடியும். 3 ஆண்டுக் கணக்கில் பணம் போடுவோர் 3 ஆண்டு முடிவில் அசலையும் வட்டியையும் பெறலாம். இத் திட்டத்தில் ஓராண்டுக் கணக்கு, ஈராண்டுக் கணக்கு, மூவாண்டுக் கணக்கு, ஐந்தாண்டுக் கணக்கு என்று வைத்துள்ளார்கள். அந்தந்த ஆண்டு முடிவில்தான் தொகையைத் திரும்பப் பெறலாம்.

முதலீட்டின் கால மிகுதிக்கு ஏற்றவாறு வட்டி வீதத்தின் அளவும் அதிகமாக இருக்கும். எடுத்துக்காட்டாக, வட்டி வீதங்கள் வருமாறு :

கால வைப்புத் திட்டம்	வட்டி வீதம்
ஓராண்டுக் கணக்கு	8·5%
ஈராண்டுக் கணக்கு	9·5%
மூவாண்டுக் கணக்கு	10·5%

எடுத்துக்காட்டு :

ஒருவர் கால வைப்புத் திட்டத்தில் ஈராண்டுக் கணக்கில் ரூ. 1000 பணம் போடுகிறார். 9·5% வட்டி வீதத்தில் 2 ஆண்டு முடிவில் அவர் திரும்பப் பெறும் தொகை என்ன ?

$$I = Pni \qquad \left(P = 1000, \quad n = 2, \quad i = \frac{9{\cdot}5}{100}\right)$$

$$I = 1000 \times 2 \times \frac{9{\cdot}5}{100}$$

$$= 190$$

திரும்பப் பெறும் தொகை = ரூ. (1000 + 190)
= ரூ. 1190

பயிற்சி 2–6

1. ஒருவர் கால வைப்புத் திட்டத்தில் ஈராண்டுக் கணக்கில் ரூ. 2,500 பணம் போட்டார். 9·5% வட்டி வீதத்தில் 2 ஆண்டு முடிவில் என்ன வட்டி கிடைக்கும் ?

2. ஐந்தாண்டுக் கால வைப்புத் திட்டத்தில் 10·5% வட்டி வீதத்தில் ரூ. 800 முதலீடு செய்தால், கிடைக்கும் வட்டி என்ன ?

3. 10·5% வட்டி வீதத்தில் ரூ. 1,200 ஐ ஒருவர் மூன்றாண்டுக் கால வைப்புத் திட்டத்தில் முதலீடு செய்கிறார். கால முடிவில் வட்டியும் முதலுமாக அவருக்கு என்ன கிடைக்கும் ?

4. ரூ. 1,800ஐ 10·5% வட்டி வீதத்தில் 5 ஆண்டுக் கால வைப்புத் திட்டத்தில் முதலீடு செய்தால் திரும்பப்பெறும் மொத்தத் தொகை என்ன ?

விடைகள்

1. ரூ. 475 2. ரூ. 470 3. ரூ. 1578 4. ரூ. 2745

2—7. அட்டவணைமூலம் வட்டி கணக்கிடல் :

வங்கிகளில் சிலர் நாள் கணக்கில் பணம் போட்டு எடுக்கிறார்கள். இப்படிப்பட்ட குறுகிய காலங்களுக்கும் வட்டி கணக்கிடலாம். இதற்கு வட்டி அட்டவணையைப் பயன் படுத்துகிறார்கள்.

வட்டி அட்டவணை

தொகை ரூ.	2% ரூ. பை.	3% ரூ . பை.	4% ரூ. பை.	5% ரூ. பை,	10% ரூ. பை.
10	0—0·05	0—0·08	0—0·11	0—0·17	0—0·27
20	0—0·11	0—0·16	0—0·22	0—0·27	0—0·55
30	0—0·16	0—0·25	0—0·33	0—0·41	0—0·82
40	0—0·22	0—0·33	0—0·44	0—0·55	0—1·09
50	0—0·27	0—0·41	0—0·55	0—0·68	0—1·37
100	0—0·55	0—0·82	0—1·10	0—1·37	0—2·74
200	0—1·10	0—1·64	0—2·19	0—2·74	0—5·48
300	0—1·64	0—2·47	0—3·29	0—4·11	0—8·22
400	0—2·19	0—3·29	0—4·38	0—5·48	0—10·96
500	0—2·74	0—4·11	0—5·48	0—6·85	0—13·69
1,000	0— 5·47	0— 8·22	0—10·96	0—13·69	0—27·40
2,000	0—10·96	0—16·44	0—21·92	0—27·40	0—54·79
3,000	0—16·44	0—24·66	0—32·88	0—41·10	0—82·19
4,000	0—21·92	0—32·88	0—43·84	0—54·79	1—09·59
5,000	0—27·38	0—41·10	0—54·79	0—68·49	1—36·99
10,000	0—54·79	0—82·19	1—09·59	1—36·99	2—73·97
20,000	1—09·59	1—64·38	2—19·18	2—73·97	5—47·95
30,000	1—64·38	2—46·58	3—28·77	4—10·96	8—31·92
40,000	2—19·18	3—28·77	4—38·36	5—47·95	10—95·89
50,000	2—73·97	4—10·96	5—47·95	6—84·93	13—69·86

எடுத்துக்காட்டு :

4% வட்டி தரும் நிதியில் ஒருவர் ஏப்ரல் 5ஆம் தேதி ரூ. 800 போட்டு சூன் 10ஆம் தேதி எடுத்துக் கொண்டால் வட்டித் தொகை என்ன கிடைக்கும்?

ரூ. 800 நிதியில் இருந்த நாள்கள்:

ஏப்ரல்	26	நாள்கள்
மே	31	நாள்கள்
சூன்	15	நாள்கள்
மொத்தம்	72	நாள்கள்

72 நாள் அசல் = ரூ. 800

ஒரு நாள் அசல் = ரூ. 800 × 72

= ரூ. 57,600

அட்டவணைப்படி,

	ரூ.	பை.
ரூ. 50,000 க்கு வட்டி =	5	47·95
ரூ. 5,000 க்கு வட்டி	0	54·79
ரூ. 2,000 க்கு வட்டி =	0	21·92
ரூ. 500 க்கு வட்டி =	0	5·48
ரூ. 100 க்கு வட்டி =	0	1·1
ரூ. 57,600 க்கு வட்டி =	6	31·24

வட்டித்தொகை = ரூ. 6·31

பயிற்சி 2-7

(குறிப்பு: அட்டவணையைப் பயன்படுத்தவும்.)

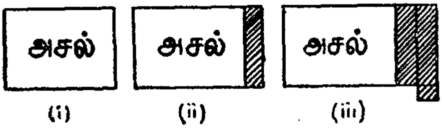
1. ரூ. 150 க்கு 4% வட்டி வீதம் 84 நாள்களுக்கு வட்டி என்ன ?
2. ரூ. 280 க்கு 5% வட்டி வீதம் 24 நாள்களுக்கு வட்டி என்ன ?
3. 4% வட்டி தரும் ஒரு நிதியில் ஒருவர் மே மாதம் 20ஆம் தேதி ரூ. 700 பணம் போட்டு சூலை 22ஆம் தேதி எடுத்து விடுகிறார். அவருக்குக் கிடைக்கும் வட்டி என்ன ?
4. 3% வட்டி தரும் ஒரு நிதியில் ஒருவர் சூன் மாதம் 15 ஆம் தேதி ரூ. 500 பணம் போட்டு ஆகஸ்ட் மாதம் 24 ஆம் தேதி எடுத்துக் கொண்டால் மொத்தம் எவ்வளவு தொகை கிடைக்கும் ?

விடைகள்

1. ரூ. 1·38 2. ரூ. 0·92 3. ரூ. 4·91 4. ரூ. 502·88

2—8. கூட்டு வட்டி:

கூட்டு வட்டி முறையில் ஒவ்வோர் ஆண்டு வட்டியும் அசலோடு சேர்க்கப்பட்டு அக்கூட்டுத் தொகைக்கு வட்டி கணக்கிடப்படுகிறது.



முதல் ஆண்டு முடிவில் வட்டியும் அசலும்.   2 ஆம் ஆண்டு முடிவில் வட்டியும் அசலும்.

படம் 7·1.

படம் (ii) முதல் ஆண்டு முடிவில் கூட்டுத்தொகையைக் காட்டுகிறது.

படம் (iii) 2ஆம் ஆண்டு முடிவில் கூட்டுத்தொகையைக் காட்டுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு :

ரூ. 2,500க்கு 8% கூட்டு வட்டி வீதம் 2 ஆண்டுகளுக்கு கூடுதல் என்ன? கூட்டுவட்டி என்ன?

முதல் ஆண்டு அசல் = ரூ. 2500·00
8% வட்டி வீதம் = ரூ. 200·00 $\left(2500 \times 1 \times \frac{8}{100}\right)$

2 ஆம் ஆண்டு அசல் = ரூ. 2700·00
8% வட்டி வீதம் = ரூ. 216·00 $\left(2700 \times 1 \times \frac{8}{100}\right)$

2 ஆம் ஆண்டு முடிவில் கூடுதல் = ரூ. 2916·00
தொடக்க அசல் = ரூ. 2500·00

கூட்டு வட்டி = ரூ. 416·00

பயிற்சி 2-8

1. தொடர் வட்டிப்படி கூடுதல் காண்க.

	அசல்	காலம்	வட்டிவீதம்
(i)	ரூ. 5,000	2 ஆண்டுகள்	4%
(ii)	ரூ. 3,500	2 ஆண்டுகள்	5%
(iii)	ரூ. 1,800	2 ஆண்டுகள்	7%
(iv)	ரூ. 4,500	2 ஆண்டுகள்	10%

2. ரூ. 8,000க்கு 9% கூட்டு வட்டி வீதம் 2 ஆண்டுகள் முடிவில் கூட்டு வட்டி என்ன?

3. ரூ. 7,200க்கு 6% கூட்டு வட்டி வீதம் 2 ஆண்டுகளுக்குக் கூட்டு வட்டி என்ன?

4. ரூ. 15,000க்கு 2 ஆண்டுகளுக்கு 8% வட்டி வீதம் கூட்டு வட்டி என்ன?

5. ரூ. 3,000 க்கு 2 ஆண்டுகளுக்கு 7% வட்டி வீதம் கூட்டு வட்டி காண்க.

6. ரூ. 10,000க்கு 1 ஆண்டுக்கு 10% வட்டி வீதம் கூட்டு வட்டி காண்க. வட்டி 6 மாதத்திற்கு ஒரு முறை சேர்க்கப் படுகிறது.

7. ரூ, 6,000க்கு 1 ஆண்டுக்கு 8% வட்டி வீதம் கூட்டு வட்டி காண்க. வட்டி 6 மாதத்திற்கு ஒரு முறை சேர்க்கப் படுகிறது.

விடைகள்

1. (i) ரூ. 5,408 (ii) ரூ. 3,858·75 (iii) ரூ. 2,060·82 (iv) ரூ. 5,445 2. ரூ. 9,504·80 3. ரூ. 889·92 4. ரூ. 2,496·00 5. ரூ. 434·70 6. ரூ. 1,025 7. ரூ. 489·60.

2—9. தனி வட்டிக்கும் கூட்டு வட்டிக்கும் உள்ள வித்தியாசம் :

தனி வட்டிப்படி கூடுதல் $A = P(1+ni)$
கூட்டு வட்டிப்படி கூடுதல் $A = P(1+i)^n$

காலம் 2 ஆண்டுகள் எனில்,

தனி வட்டிப்படி $A = P(1 + 2i)$
கூட்டு வட்டிப்படி $A = P(1 + i)^2$
$= P(1 + 2i + i^2)$

வட்டிகளின் வித்தியாசம் = கூடுதல்களின் வித்தியாசம்
$= P(1+2i+i^2) - P(1+2i)$

கூட்டுவட்டிக்கும் தனி வட்டிக்கும் உள்ள வித்தியாசம் $\Big\} = Pi^2$

[குறிப்பு: அசல், காலம், வட்டி வீதம்—இவை இருவகையிலும் ஒன்றாக இருத்தல் வேண்டும்.]

எடுத்துக்காட்டு :

ரூ. 2,500 க்கு 8% வீதம் 2 ஆண்டு கூட்டு வட்டிக்கும் தனி வட்டிக்கும் உள்ள வித்தியாசம் என்ன?

2 ஆண்டு கூட்டு வட்டிக்கும் தனி வட்டிக்கும் உள்ள வித்தியாசம் $\Big\} = Pi^2 \left(P = 2500,\ i = \frac{8}{100}\right)$

$$= 2500 \times \frac{8}{100} \times \frac{8}{100}$$

வித்தியாசம் = ரூ. 16

பயிற்சி 2-9

1. கூட்டு வட்டிக்கும் தனி வட்டிக்கும் உள்ள வித்தியாசம் காண்க.

	அசல்	காலம்	வட்டிவீதம்
(i)	ரூ. 1,500	2 ஆண்டு	5%
(ii)	ரூ. 3,200	2 ஆண்டு	6%
(iii)	ரூ. 5,000	2 ஆண்டு	9%

2. ஒருவர் ஒரு வங்கியில் 10% தனி வட்டிக்கு ரூ. 4,400 கடன் வாங்கி அதை வேறொருவருக்கு 10% கூட்டு வட்டிக்குக் கடன் தருகிறார். 2 ஆண்டு முடிவில் கடனை வசூலித்து வங்கிக் கடனைத் தீர்த்தால், அவருக்குக் கிடைக்கும் தொகை என்ன?

3. ரூ 12,500 ஐ 4% வட்டிவீதம் 2 ஆண்டுகளுக்குத் தனி வட்டிக்கு விடுவதற்குப் பதிலாகக் கூட்டு வட்டிக்கு விட்டால் எவ்வளவு வட்டி அதிகம் கிடைக்கும்?

4. ரூ. 6,000 ஐ 8% வட்டிவீதம் 2 ஆண்டுகளுக்குத் தனி வட்டிக்கு விடுவதற்குப் பதிலாகக் கூட்டு வட்டிக்கு விட்டால் எவ்வளவு வட்டி அதிகம் கிடைக்கும்?

விடைகள்

1. (i) ரூ. 3·75 (ii) ரூ. 11·52 (iii) ரூ. 40·50
2. ரூ. 44 3. ரூ. 20 4. ரூ. 38·40

2—10. மக்கள் தொகை கணக்கிடுதல்:

எடுத்துக்காட்டு:

ஒரு நகரின் மக்கள் தொகை 4,00,000. அது ஒவ்வொரு பத்து ஆண்டும் 9% அதிகரிக்கிறது. 20 ஆண்டுகளுக்குப்பின் அதன் மக்கள் தொகை என்ன?

10 ஆண்டுகளுக்கு ஒரு முறை மக்கள் தொகை கணக்கிடப் படுகிறது. எனவே, 20 ஆண்டுகள் என்பதை 2 கால அளவுகளாகக் கொள்க.

தொடக்க மக்கள் தொகை	=	4,00,000
9% வீதம் அதிகரிப்பு	=	36,000
10 ஆண்டுகளில் மக்கள் தொகை	=	4,36,000
9% வீதம் அதிகரிப்பு	=	39,240
		4,75,240

20 ஆம் ஆண்டு முடிவில் மக்கள் தொகை = 4,75,240

பயிற்சி 2-10

1. ஒரு மாவட்டத்தின் மக்கள் தொகை 7,50,000. ஒவ்வொரு பத்து ஆண்டும் அது 12% அதிகரிக்கின்றது. 20 ஆண்டு முடிவில் அதன் மக்கள் தொகை என்ன?

2. ஒரு நகரின் மக்கள் தொகை 9,20,000. ஒவ்வொரு பத்து ஆண்டிலும் அது 10% அதிகரித்தால், 20 ஆண்டு முடிவில் அதன் மக்கள் தொகை என்ன?

3. ஒரு மாநகரில் உள்ள ஒரு கட்டிடத்தின் மதிப்பு ரூ. 2,50,000. அதன் மதிப்பு ஒவ்வொரு 5 ஆண்டிலும் 4% உயர்கிறது. 10 ஆண்டு முடிவில் அதன் மதிப்பு என்ன?

4. ஒரு நன்செய் நிலத்தின் மதிப்பு ரூ. 60,000. ஒவ்வொரு 3 ஆண்டிலும் அதன் மதிப்பு 5% உயர்கிறது. 6 ஆண்டு முடிவில் அதன் மதிப்பு என்ன?

விடைகள்

1. 9,40,800 2. 11,13,200 3. ரூ. 2,70,400
4. ரூ. 66,150.

3—1. கலவைகள் (நீர்மம்):

எடுத்துக்காட்டு :

ஒரு கண்ணாடிப் பாத்திரத்தில் நீர் கலந்த அமிலம் 1000 cc உள்ளது. அதில் அமிலம் 75%. அக்கலப்பில் 500 cc அமிலம் சேர்த்தால் புதிய கலப்பில் தண்ணீர் எவ்வளவு சதவீதம்?

1000 cc நீர் கலந்த அமிலத்தில் அமிலம் $= 1000 \times \frac{75}{100}$ cc
$= 750$ cc

எனவே, அதில் நீர் $= 250$ cc

புதிதாகச் சேர்த்த அமிலம் $= 500$ cc

புதிய கலப்பு $= (1000 + 500)$ cc
$= 1500$ cc

புதிய கலப்பில் நீர் $= 250$ cc

1500 cc கலப்பில் உள்ள நீர் $= 250$ cc

100 cc கலப்பில் உள்ள நீர் $= \frac{250 \times 100}{1500}$ cc
$= 16\frac{2}{3}$ cc

புதிய கலப்பில் நீர் $= 16\frac{2}{3}\%$

பயிற்சி 3-1

1. சிக்கரியும் காப்பியும் கலந்த 900 கிராம் கலப்பில் 15% சிக்கரி உள்ளது. அதில் 100 கிராம் சிக்கரி கலந்தால் புதிய கலப்பில் சிக்கரி எவ்வளவு சதவீதம்?

2. 10 கிராம் உலோகக் கலவையில் சுத்தத் தங்கம் 80%; மீதி செம்பு. இக்கலவையுடன் 2 கிராம் சுத்தத் தங்கம் சேர்த்தால் புதிய கலவையில் சுத்தத் தங்கம் எத்தனை சதவீதம்?

3. 48 க.செமீ அமிலக் கலப்பில் 80% அமிலம்; மீதி தண்ணீர். இக்கலப்பில் 12 க.செமீ அமிலம் சேர்த்தால் புதிய கலப்பில் தண்ணீர் எத்தனை சதவீதம்?

4. பினைலும் நீரும் கலந்த 12 லிட்டர் கரைசலில் பினைல் 5% உள்ளது. அதில் மேலும் 3 லிட்டர் நீர் கலந்தால் புதிய கரைசலில் பினைல் எத்தனை சதவீதம்?

5. செம்பும், துத்தநாகமும் கலந்த 10 கிகி உலோகக் கலப்பில் துத்தநாகம் 40%. இக் கலப்பில் மேலும் 2 கிகி செம்பு சேர்க்கப்பட்டால் புதிய கலப்பில் துத்தநாகம் எத்தனை சதவீதம்?

6. ஒரு பள்ளியில் உள்ள மொத்த மாணவர்கள் 750 பேர்களில் 20% பெண்கள். அப்பள்ளியில் மேலும் 50 பெண்கள் புதிதாகச் சேர்ந்தால் பெண்களின் சதவீதம் என்ன?

விடைகள்

1. 23·5%	2. $83\frac{1}{3}$%	3. 16%
4. 4%	5. $33\frac{1}{3}$%	6. 25%

3—2. கலவைகள் (உலோகங்கள்):

எடுத்துக்காட்டு:

செம்பும் ஈயமும் கலந்த 8 கிகி உலோகக் கலவையில் 25% ஈயம். செம்பும் ஈயமும் கலந்த மற்றொரு 6 கிகி உலோகக் கலவையில் 40% ஈயம். இரண்டையும் ஒன்றாகச் சேர்த்து உருக்கினால் புதிய கலவையில் ஈயம் எத்தனை சதவீதம்?

8 கிகி உலோகக் கலவையில் ஈயம் $= \frac{8 \times 25}{100}$ கிகி

$= 2$ கிகி

6 கிகி உலோகக் கலவையில் ஈயம் $= \frac{6 \times 40}{100}$ கிகி

$= 2{\cdot}4$ கிகி

மொத்த உலோகக் கலவை $= (8 + 6)$ கிகி

$= 14$ கிகி

மொத்த ஈயம் $= (2 + 2{\cdot}4)$ கிகி

$= 4{\cdot}4$ கிகி

14 கிகி புதிய கலவையில் ஈயம் $= 4{\cdot}4$ கிகி

100 கிகி புதிய கலவையில் ஈயம் $= \frac{4{\cdot}4 \times 100}{14}$ கிகி

$= \frac{220}{7}$ கிகி

$= 31{\cdot}43$ கிகி

புதிய கலவையில் ஈயம் $= 31{\cdot}43\%$

பயிற்சி 3-2

1. 5 கிகி கலப்புக் காப்பித்தூளில் 80% காப்பி; மீதி சிக்கரி. மற்றொரு 5 கிகி கலப்புக் காப்பித் தூளில் 60% காப்பி; மீதி சிக்கரி. இவ்விரண்டையும் ஒன்றாகக் கலந்தால் புதிய கலப்பில் காப்பி மட்டும் எத்தனை சதவீதம்?

2. 25% நீர் உள்ள நீர்த்த அமிலத்திலிருந்து 400 மில்லி லிட்டரும், $33\frac{1}{3}\%$ நீர் உள்ள மற்றொரு நீர்த்த அமிலத்திலிருந்து 600 மில்லி லிட்டரும் எடுத்து ஒன்றாகக் கலந்தால் புதிய கலவையில் நீர் எத்தனை சதவீதம்?

3. மண்ணெண்ணெயும் பூச்சிக் கொல்லி மருந்தும் கலந்த 4 லிட்டர் கலவையில் 10% பூச்சிக் கொல்லி மருந்து உள்ளது. மண்ணெண்ணெயும் அதே பூச்சிக் கொல்லி மருந்தும் கலந்த மற்றொரு 2 லிட்டர் கலவையில் 30% பூச்சிக் கொல்லி மருந்து உள்ளது. இரண்டையும் ஒன்றாகக் கலந்தால் புதிய கலவையில் பூச்சிக் கொல்லி மருந்து எத்தனை சதவீதம்?

4. 800 கிராம் எடையுள்ள தங்க மோதிரம் ஒன்றில் 10% செம்பு கலந்துள்ளது. மற்றொரு 800 கிராம் எடையுள்ள தங்க மோதிரம் ஒன்றில் 15% செம்பு கலந்துள்ளது. இரண்டையும் உருக்கி ஒன்று சேர்த்தால் புதிய கலவையில் செம்பு எத்தனை சதவீதம்?

விடைகள்

1. 70% 2. 30% 3. $16\frac{2}{3}\%$ 4. 12·5%

3—3. கலவைகள் (வேதிப் பொருள்கள்):

எடுத்துக்காட்டு:

ஒரு கலவையில் கந்தகமும் பொட்டாசியம் நைட்ரேட்டும் 2:1 என்ற விகிதத்தில் உள்ளன. மற்றொரு கலவையில் கந்தகமும் பொட்டாசியம் நைட்ரேட்டும் 3:2 என்ற விகிதத்தில் உள்ளன. முதல் கலவையிலிருந்து 450 கிராமும், இரண்டாவது கலவையிலிருந்து 750 கிராமும் எடுத்துக் கலந்தால் புதிய கலவையில் கந்தகத்தின் சதவீதம் என்ன?

முதல் கலவையில் கந்தகம்: பொட். நைட்ரேட் = 2:1

முதல் கலவையில் கந்தகம் $= 450 \times \frac{2}{3}$

$= 300$ கிராம்

2ஆம் கலவையில் கந்தகம்: பொட். நைட்ரேட் = 3:2

2ஆம் கலவையில் கந்தகம் $= 750 \times \frac{3}{5}$

$= 450$ கிராம்

மொத்த கந்தகம் $= 300 + 450$

$= 750$ கிராம்

மொத்தக் கலவை $= 450 + 750$

$= 1200$ கிராம்

1200 கிராம் கலவையில் கந்தகம் = 750 கிராம்

100 கிராம் கலவையில் கந்தகம் $= \frac{750 \times 100}{1200}$

$= 62{\cdot}5$ கிராம்

புதிய கலவையில் கந்தகம் $= 62{\cdot}5\%$

பயிற்சி 3-3

1. ஒரு சாடியிலுள்ள 6 லிட்டர் நீர்த்த அமிலத்தில் அமிலமும் நீரும் 3:1 என்ற விகிதத்தில் உள்ளன. மற்றொரு சாடியில் உள்ள 4·5 லிட்டர் நீர்த்த அமிலத்தில் அமிலமும் நீரும் 2:1 என்ற விகிதத்தில் உள்ளன. இரண்டையும் ஒன்றாகக் கலந்தால் புதிய கலவையில் அமிலத்தின் சதவீதம் என்ன?

2. 350 கிராம் எடையுள்ள உலோகக் கலவையில் செம்பும், ஈயமும் 5:2 என்ற விகிதத்தில் உள்ளன. 900 கிராம் எடையுள்ள மற்றொரு உலோகக் கலவையில் செம்பும், ஈயமும் 7:2 என்ற விகிதத்தில் உள்ளன. இரண்டையும் ஒன்றாக உருக்கினால் புதிய கலவையில் செம்பு, ஈயத்தின் விகிதம் என்ன?

3. ஒரு கலவையில் காப்பியும், சிக்கரியும் 4:1 என்ற விகிதத்தில் உள்ளன. மற்றொரு கலவையில் காப்பியும் சிக்கரியும் 3:2 என்ற விகிதத்தில் உள்ளன. முதல் கலவையிலிருந்து 3 கிலோ கிராமும், இரண்டாவது கலவையிலிருந்து 4 கிலோ கிராமும் எடுத்துக் கலந்தால் புதிய கலவையில் ஒவ்வொன்றின் விகிதம் என்ன?

4. பொட்டாசியம் குளோரைட்டும் மாங்கனீசு-டை ஆக்சைடும் 3:2 என்ற விகிதத்தில் கலந்த ஒரு கலவையும், 4:1 என்ற விகிதத்தில் கலந்த மற்றொரு கலவையும் உள்ளன. இரண்டு கலவைகளிலிருந்தும் 2:1 என்ற விகிதத்தில் எடுத்துக் கலந்தால் புதிய கலவையில் பொட்டாசியம் குளோரைட்டு எத்தனை சதவீதம் இருக்கும்?

விடைகள்

1. 71·43% 2. 19:6 3. 24:11 4. 66·67%

3—4. இலாப நட்டம் (அ):

சென்ற வகுப்பில் கற்றவற்றை நினைவு கூர்க.

வியாபார முறைக் கணக்குகளில் இலாபம் அல்லது நட்டத்தைக் கணக்கிடுகிறோம்.

இலாபம் அல்லது நட்டம் என்பது ஒரு பொருளின் வாங்கிய விலையோடும் விற்ற விலையோடும் தொடர்புடையது. இலாபம் அல்லது நட்டம் என்பது ஒரு பொருளின் வாங்கிய விலைக்கும் விற்ற விலைக்கும் உள்ள வித்தியாசமாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 1:

ஒரு பொருளை ரூ. 120க்கு வாங்கி ரூ. 144க்கு விற்றால் இலாப சதவீதம் என்ன?

வாங்கிய விலை = ரூ. 120

விற்ற விலை = ரூ. 144

இலாபம் = ரூ. (144—120) = ரூ. 24

ரூ. 120 க்கு இலாபம் = ரூ. 24

ரூ. 100 க்கு இலாபம் = ரூ. $\frac{24}{120} \times 100$

= ரூ. 20

இலாபம் = 20%

எடுத்துக்காட்டு 2:

ஒரு பொருளை ரூ. 150 க்கு வாங்கி ரூ. 135 க்கு விற்க நேர்ந்தால் நட்ட சதவீதம் என்ன?

வாங்கிய விலை = ரூ. 150

விற்ற விலை = ரூ. 135

நட்டம் = ரூ. (150—135) = ரூ. 15

ரூ. 150 க்கு நட்டம் = ரூ. 15

ரூ. 100 க்கு நட்டம் = ரூ. $\frac{15}{150} \times 100$

= ரூ. 10

நட்டம் = 10%

பயிற்சி 3-4

1. பின்வரும் கணக்குகளில் இலாப சதவீதம் காண்க.

	வாங்கிய விலை (ரூபாயில்)	விற்றவிலை (ரூபாயில்)
(i)	48	54
(ii)	320	368
(iii)	60	67·20

2. பின்வரும் கணக்குகளில் நட்ட சதவீதம் காண்க.

	வாங்கிய விலை (ரூபாயில்)	விற்றவிலை (ரூபாயில்)
(i)	240	216
(ii)	18	16·65
(iii)	360	342

3. ஒருவர் ஒரு சைக்கிள், ஒரு ரேடியோ இரண்டையும் சேர்த்து ரூ. 1,800க்கு வாங்கினார். பின்னர் சைக்கிளை ரூ. 800 க்கும், ரேடியோவை ரூ. 730 க்கும் விற்றார். இதனால் அவருக்கு ஏற்படும் இலாப நட்ட சதவீதம் என்ன?

4. ஒருவர் ஒரு வீடு, ஒரு தோட்டம் இரண்டையும் சேர்த்து ரூ. 65,000 க்கு வாங்கினார். பின்பு வீட்டை ரூ. 50,000 க்கும், தோட்டத்தை ரூ. 28,000 க்கும் விற்றார். இதனால் அவருக்கு ஏற்படும் இலாப நட்ட சதவீதம் என்ன?

விடைகள்

1. (i) 12·5% (ii) 15% (iii) 12%
2. (i) 10% (ii) 7·5% (iii) 5%
3. நட்டம் 15% 4. இலாபம் 20%

3—5. இலாப நட்டம் (ஆ):

எடுத்துக்காட்டு :

ரூ. 1,200 க்கு வாங்கிய வண்டியை 10% நட்டத்திற்கும், ரூ. 800 க்கு வாங்கிய மாட்டை 5% இலாபத்திற்கும் விற்றால், மொத்தத்தில் கிடைக்கும் இலாப நட்ட சதவீதம் என்ன?

வண்டியை விற்றதில் நட்டம் $= \text{ரூ. } 1200 \times \frac{10}{100}$

$= \text{ரூ. } 120$

மாட்டை விற்றதில் இலாபம் $= \text{ரூ. } 800 \times \frac{5}{100}$

$= \text{ரூ. } 40$

மொத்தத்தில் நட்டம் $= \text{ரூ. } (120-40)$

$= \text{ரூ. } 80$

மொத்தம் வாங்கிய விலை $= \text{ரூ. } (1200+800)$

$= \text{ரூ. } 2000$

ரூ. 2000 க்கு நட்டம் $= \text{ரூ. } 80$

ரூ. 100 க்கு நட்டம் $= \text{ரூ. } \frac{80}{2000} \times 100$

$= \text{ரூ. } 4$

நட்டம் = 4%

பயிற்சி 3-5

1. ரூ. 2,500க்கு வாங்கிய நகை ஒன்றை 17% இலாபத்திற்கும், ரூ. 2,000க்கு வாங்கிய மற்றொரு நகையை 10% நட்டத்திற்கும் விற்றால், மொத்தத்தில் கிடைக்கும் இலாப நட்ட சதவீதம் என்ன?

2. ஒருவர் ரூ. 35,000 க்கு ஒரு வீட்டையும், ரூ. 15,000 க்கு ஒரு நிலத்தையும் வாங்கினார். வீட்டை 15% நட்டத்திற்கும், நிலத்தை 20% இலாபத்திற்கும் விற்றார். அவரடைந்த இலாப நட்ட சதவீதம் என்ன?

3. ஒருவர் இரண்டு மோட்டார் சைக்கிள்களை ஒவ்வொன்றும் ரூ. 9,000க்கு வாங்கினார். ஒன்றை 10% இலாபத்திற்கும், மற்றொன்றை 8% நட்டத்திற்கும் விற்றார். மொத்தத்தில் அவரடைந்த இலாப நட்ட சதவீதம் என்ன?

4. ரூ. 3,200க்கு வாங்கிய பொருளொன்றை 10% இலாபத்திற்கும், ரூ. 2,400க்கு வாங்கிய மற்றொரு பொருளை 10% நட்டத்திற்கும் விற்றால், மொத்தத்தில் ஏற்படும் இலாப நட்ட சதவீதம் என்ன?

விடைகள்

1. 5% இலாபம்   2. 4·5% நட்டம்

3. 1% இலாபம்   4. $1\frac{3}{4}$% இலாபம்

3—6. இலாப நட்டம் (இ):

எடுத்துக்காட்டு 1:

ஒரு கைக்கடிகாரத்தை ரூ. 480 க்கு விற்றதில் 20% இலாபம் என்றால், அதன் வாங்கிய விலை என்ன?

இலாபம் = 20%

வாங்கிய விலை ரூ. 100

எனில், விற்ற விலை = ரூ. 120

வாங்கிய விலை காண விற்ற விலையை $\frac{100}{120}$ என்ற பின்னத்தால் பெருக்க வேண்டும்.

$$\text{வாங்கிய விலை} = \text{ரூ. } 480 \times \frac{100}{120}$$

வாங்கிய விலை = ரூ. 400

எடுத்துக்காட்டு 2 :

ஆடு ஒன்றை ரூ. 360 க்கு விற்றதில் 20% நட்டம் எனில், அதன் வாங்கிய விலை என்ன?

நட்டம் = 20%

வாங்கிய விலை ரூ. 100

எனில், விற்ற விலை = ரூ. 80

வாங்கிய விலை காண விற்ற விலையை $\frac{100}{80}$ என்ற பின்னத்தால் பெருக்க வேண்டும்.

வாங்கிய விலை = ரூ. 360 × $\frac{100}{80}$

வாங்கிய விலை = ரூ. 450

பயிற்சி 3-6

1. பின்வரும் கணக்குகளில் வாங்கிய விலையைக் காண்க.

	விற்ற விலை (ரூபாயில்)	இலாபம்
(i)	448	12%
(ii)	1380	15%
(iii)	810	8%

2. பின்வரும் கணக்குகளில் வாங்கிய விலையைக் காண்க.

	விற்ற விலை (ரூபாயில்)	நட்டம்
(i)	470	6%
(ii)	2100	16%
(iii)	740	$7\frac{1}{2}$%

3. ஒருவர் இரண்டு ரேடியோக்களை ஒவ்வொன்றையும் ரூ 990 க்கு விற்றதில் ஒன்றில் 10% இலாபமும், மற்றொன்றில் 10% நட்டமும் அடைந்தால் மொத்தத்தில் அவரடைந்த இலாபம் அல்லது நட்டம் சதவீதம் என்ன?

4. ஒருவர் இரண்டு கடிகாரங்களை ஒவ்வொன்றையும் ரூ. 391 க்கு விற்றதில் ஒன்றில் 15% இலாபமும், மற்றொன்றில் 15% நட்டமும் அடைந்தார். மொத்தத்தில் அவரடைந்த இலாபம் அல்லது நட்டம் சதவீதம் என்ன?

5. ஒருவர் இரண்டு வீடுகளை ஒவ்வொன்றையும் ரூ. 48,000 க்கு விற்றதில் ஒன்றில் 20% இலாபமும், மற்றொன்றில் 20% நட்டமும் அடைந்தார். மொத்தத்தில் அவரடைந்த இலாபம் அல்லது நட்டம் சதவீதம் என்ன?

விடைகள்

1. (i) ரூ. 400 (ii) ரூ. 1200 (iii) ரூ. 750

2. (i) ரூ. 500 (ii) ரூ. 2500 (iii) ரூ. 800

3. நட்டம் 1% 4. நட்டம் 2·25% 5. நட்டம் 4%

3—7. தள்ளுபடி :

ஒரு குறிப்பிட்ட விலையிலிருந்து தள்ளுபடி செய்து விற்றாலும் இலாபம் கிடைக்குமாறு விலையைக் குறிப்பது வியாபார முறைகளில் ஒன்றாகும். இவ்வாறு உயர்த்திக் குறிப்பிடப்படும் விலையே **குறித்த விலை**யாகும்.

எடுத்துக்காட்டு :

ஒருவர் ரூ. 600 க்கு வாங்கிய ரேடியோ ஒன்றை 40% உயர்த்தி விலை குறிக்கிறார். அதை விற்கும்போது 20% தள்ளுபடி செய்து விற்கிறார். விற்கும் விலை என்ன? இலாப சதவீதம் என்ன?

வாங்கிய விலை = ரூ. 600

உயர்த்தியது = 40%

எனவே, குறித்த விலை = ரூ. $600 \times \frac{140}{100}$

= ரூ. 840

தள்ளுபடி = 20%

எனவே, விற்கும் விலை = ரூ. $840 \times \frac{80}{100}$

= ரூ. 672

வாங்கிய விலை = ரூ. 600

இலாபம் = ரூ. (672—600)

= ரூ. 72

ரூ. 600 க்கு இலாபம் = ரூ. 72

ரூ. 100 க்கு இலாபம் = ரூ. $\frac{72}{600} \times 100$

= ரூ. 12

இலாபம் = 12%

பயிற்சி 3-7

1. ஒரு வியாபாரி அரிசி மூட்டை ஒன்று ரூ. 200 வீதம் வாங்கி அதன்மேல் 10% உயர்த்தி விலை குறிக்கிறார். குறித்த விலையிலிருந்து 4% தள்ளி விற்றார் என்றால், ஒரு மூட்டை அரிசி விற்ற விலை என்ன?

2. ஒரு துணி வியாபாரி ரூ. 5,000 க்கு துணி வாங்கி அதை 20% உயர்த்தி விலை குறிக்கிறார். குறித்த விலையிலிருந்து $6\frac{1}{4}\%$ தள்ளி விற்றால் விற்ற விலை என்ன? இலாப சதவீதம் என்ன?

3. ஒருவர் ஒரு ரேடியோவை ரூ. 1,200 க்கு வாங்கி அதை 25% உயர்த்தி விலை குறிக்கிறார். குறித்த விலையிலிருந்து 10% தள்ளி விற்கிறார். அதன் விற்ற விலை என்ன? இலாப சதவீதம் என்ன?

4. ஒருவர் ரூ. 800 க்கு ஒரு சைக்கிளை வாங்கி அதை 20% உயர்த்தி விலாச விலை இடுகிறார். அவ்விலையிலிருந்து 10% தள்ளுபடி செய்து விற்றால் அவர் அடையும் இலாப சதவீதம் என்ன?

5. ரூ. 325 க்கு வாங்கிய ஒரு பொருளை 40% உயர்த்திக் குறித்த விலையிட்டு அதிலிருந்து 30% தள்ளுபடி செய்து விற்றால் ஏற்படும் இலாப நட்ட சதவீதம் என்ன?

விடைகள்

1. ரூ. 211.20   2. ரூ. 5625; இலாபம் 12.5%
3. ரூ. 1350; இலாபம் 12.5%   4. இலாபம் 8%
5. நட்டம் 2%

3—8. பகுப்பாய்வுக் கணக்குகள் :

எடுத்துக்காட்டு :

நீல நிற வர்ணத்தின் விலை லிட்டர் ரூ. 16. மஞ்சள் நிற வர்ணத்தின் விலை லிட்டர் ரூ. 24. இவ்விரண்டு வர்ணத்தையும் ஒரு குறிப்பிட்ட விகிதத்தில் கலந்தபோது கலப்பின் அடக்க விலை லிட்டர் ரூ. 21 ஆயிற்று. கலப்பு விகிதம் என்ன?

நீல நிற வர்ணத்தில் 1 லிட்டரும், மஞ்சள் நிற வர்ணத்தில் x லிட்டரும் கலப்பதாகக் கொள்வோம்.

மொத்தக் கலப்பு $= (1 + x)$ லிட்டர்

$(1 + x)$ லிட்டர் கலப்பின் விலை = ரூ. $21(1 + x)$

1 லிட்டர் நீல வர்ணத்தின் விலை = ரூ. 16

x லிட்டர் மஞ்சள் நிற வர்ணத்தின் விலை = ரூ. $24 \times x$

$$\therefore \quad 16 + 24x = 21(1+x)$$

$$16 + 24x = 21 + 21x$$

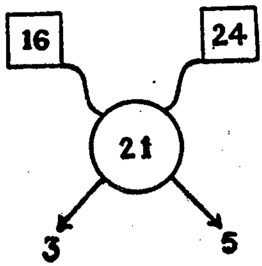
$$24x - 21x = 21 - 16$$

$$3x = 5$$

$$x = \frac{5}{3}$$

எனவே, கலப்பு விகிதம் $= 1 : \frac{5}{3} = 3:5$

கீழ்க்காணும் முறையில் விடையைச் சரி பார்க்கலாமா ?



விடை = 3:5

படம் 7-2.

பயிற்சி 3-8

1. ஒரு சென்ட் வியாபாரி 1 மில்லி லிட்டர் ரூ. 15 விலையுள்ள ஒருவகை சென்ட்டையும், 1 மில்லி லிட்டர் ரூ. 9 விலையுள்ள மற்றொரு வகை சென்ட்டையும் ஒரு குறிப்பிட்ட விகிதத்தில் கலந்து புதுவகை சென்ட் தயாரிக்கிறார். புதுக்கலப்பின் அடக்க விலை 1 மில்லி லிட்டர் ரூ. 12 எனில், அக்கலப்பின் விகிதம் என்ன?
2. 1 லிட்டர் ரூ. 14 விலையுள்ள சிவப்பு நிற வர்ணத்தையும், 1 லிட்டர் ரூ. 21 விலையுள்ள மஞ்சள் நிற வர்ணத்தையும் ஒரு குறிப்பிட்ட விகிதத்தில் கலந்தபோது அதன் அடக்க விலை 1 லிட்டர் ரூ. 18 ஆயிற்று எனில், கலப்பின் விகிதம் என்ன?
3. ஒரு கிலோ கிராம் ரூ. 2·50, ரூ. 3·50 விலையுள்ள இரு வேறு இரசாயன உரங்களை எந்த விகிதத்தில் கலந்தால் கலப்பின் அடக்க விலை ஒரு கிலோ கிராம் ரூ. 2·75 ஆகும்?
4. ஒரு கிலோ கிராம் ரூ. 19 விலையுள்ள காப்பியையும், ஒரு கிலோ கிராம் ரூ. 7 விலையுள்ள சிக்கரியையும் எந்த விகிதத்தில் கலந்தால் கலப்பின் அடக்கவிலை ஒரு கிலோ கிராம் ரூ. 17 ஆகும்?

விடைகள்

1. 1:1 2. 3:4 3. 3:1 4. 5:1

3—9. பலவிதக் கணக்குகள் (அ):

எடுத்துக்காட்டு :

ஒரு பொருளை 8% நட்டத்திற்கு விற்பதைவிட 12% இலாபத்திற்கு விற்றால் ரூ. 5 அதிகம் கிடைக்கும் என்றால், அப்பொருளை வாங்கிய விலை என்ன?

வாங்கிய விலை ரூ. 100 என்க.

நட்டம் 8% எனில் விற்ற விலை = ரூ. 92

இலாபம் 12% எனில் விற்ற விலை = ரூ. 112

இரு விலைகளுக்குள்ள வேறுபாடு = ரூ. (112 − 92)
= ரூ. 20

ரூ. 20 வேறுபாடானால்
வாங்கிய விலை = ரூ. 100

ரூ. 5 வேறுபாடானால்

வாங்கிய விலை = ரூ. $\frac{5}{20} \times 100$

பொருளின் வாங்கிய விலை = ரூ. 25

பயிற்சி 3-9

1. ரேடியோ ஒன்றை 5% நட்டத்திற்கு விற்பதைவிட 8% இலாபத்திற்கு விற்றால் ரூ. 78 அதிகம் கிடைக்கும். ரேடியோவின் வாங்கிய விலை என்ன ?
2. ஒரு பேனாவை 10% இலாபத்திற்கு விற்பதற்குப் பதிலாக 15% இலாபத்திற்கு விற்றால் 40 பை. கூடுதலாகக் கிடைக்கிறது. பேனாவின் வாங்கிய விலை என்ன ?
3. ஓர் இயந்திரத்தை 6% நட்டத்திற்கு விற்பதைவிட 4% நட்டத்திற்கு விற்றால் ரூ. 250 குறையும். இயந்திரத்தை வாங்கிய விலை என்ன ?
4. ஒரு கடிகாரத்தை 8% நட்டத்திற்கு விற்பதைவிட 3% இலாபத்திற்கு விற்றால் ரூ. 38-50 அதிகம் கிடைக்குமென்றால், கடிகாரத்தின் வாங்கிய விலை என்ன ?
5. ஒரு சைக்கிளை $7\frac{1}{2}\%$ நட்டத்திற்கு விற்பதைவிட $7\frac{1}{2}\%$ இலாபத்திற்கு விற்பதால் ரூ. 135 அதிகம் கிடைக்கிறது எனில், சைக்கிளின் வாங்கிய விலை என்ன ?

விடைகள்

1. ரூ. 600   2. ரூ. 8   3. ரூ. 12,500
4. ரூ. 350   5. ரூ. 900.

3—10. பலவிதக் கணக்குகள் (ஆ) :

எடுத்துக்காட்டு :

A என்பவர் ஒரு பொருளை 20% இலாபம் வைத்து *B*க்கு விற்கிறார். *B* அதை 10% இலாபம் வைத்து *C*க்கு ரூ. 198க்கு விற்கிறார். பொருளின் அடக்க விலை என்ன ?

பொருளின் அடக்க விலை ரூ. 100 என்க.

A இன் இலாபம் = 20%

A விற்ற விலை = ரூ. 120

B இன் இலாபம் = 10%

B விற்ற விலை = ரூ. $120 \times \frac{110}{100}$ = ரூ. 132

அதாவது *C* வாங்கிய விலை = ரூ. 132

C வாங்கிய விலை
ரூ. 132 எனில் அடக்கவிலை = ரூ. 100

C வாங்கிய விலை
ரூ. 198 எனில் அடக்க விலை = ரூ. $\frac{198}{132} \times 100$ = ரூ. 150

பொருளின் அடக்க விலை = ரூ. 150

பயிற்சி 3-10

1. உற்பத்தியாளர் ஒருவர் ஒரு பட்டுப் புடைவையை அடக்க விலைக்கு மேல் 10% இலாபம் வைத்து மொத்த வியாபாரிக்கு விற்கிறார். மொத்த வியாபாரி 10% இலாபம் வைத்து அதை சில்லறை வியாபாரிக்கு விற்கிறார். சில்லறை வியாபாரி ரூ. 1,452 கொடுத்து ஒரு பட்டுப் புடைவை வாங்கினால் அதன் அடக்கவிலை என்ன ?

2. வெள்ளைத் தாள் அடக்க விலைக்கு மேல் 25% இலாபம் வைக்கப்பட்டு பெரிய வியாபாரிக்கு விற்கப்படுகிறது. பெரிய வியாபாரி அதற்கு மேல் 20% இலாபம் வைத்து 1 ரீம் ரூ. 90 என்ற விலைக்குச் சிறிய வியாபாரிக்கு விற்கிறார். ஒரு ரீம் வெள்ளைத் தாளின் அடக்க விலை என்ன ?

3. ஒரு சிற்றூரில் வறட்சி காரணமாக முதல் மாதத்தில் 15% மக்கள் குடி பெயர்ந்தனர். அடுத்த மாதத்தில் மீதியில் 20% மக்கள் வெளியேறினர். எஞ்சியிருப்போர் 1,700 பேர் எனில், ஆரம்பத்தில் அவ்வூரின் மக்கள் தொகை என்ன ?

4. A ஒரு வீட்டை 5% இலாபம் வைத்து Bக்கு விற்கிறார். 10% இலாபம் வைத்து B அதை Cக்கு விற்கிறார். C வீட்டை வாங்கிய விலை ரூ. 46,200 என்றால், வீட்டின் அடக்கவிலை என்ன ?

விடைகள்

1. ரூ. 1,200 2. ரூ. 60 3. 2,500 4. ரூ. 40,000

4. புள்ளியியல் :

இது ஓர் அறிவியல் பகுதியாகும்; கணிதக் கோட்பாடுகளை அடிப்படையாகக் கொண்டது.

ஃபிஷர் (Fisher) என்பவர் (கி.பி. 1890—1962) புதிய புள்ளியியல் முறையின் தந்தை எனப்படுவார்.

புள்ளி விவரங்களைச் சேகரித்தல், ஒழுங்குபடுத்தல், ஆய்தல், உண்மை காணுதல் — இவை புள்ளியியலின் கூறுகளாகும்.

ஒழுங்குபடுத்தல் இருவகைப்படும். அவை,

1. அட்டவணைப்படுத்தல்
2. படவிளக்கம் தருதல்

என்பனவாகும். அவற்றை ஈண்டு காண்போம்.

4—1. அட்டவணைப்படுத்தல் :

எடுத்துக்காட்டு 1 :

ஒரு வகுப்பில் 30 மாணவர்கள் உள்ளனர். அவர்கள் ஒரு கணக்குத் தேர்வில் பெற்ற மதிப்பெண்கள் வருமாறு :

46	23	34	68	46	40	52	24	22	81
46	34	23	52	46	68	52	46	34	24
81	68	34	46	46	34	23	92	75	65

இம்மதிப்பெண்களைக் கீழ்க்கண்டவாறு அட்டவணைப் படுத்தலாம்.

பிரிவுகள்	குறிகள்	நிகழ்வெண்
0—10		0
11—20		0
21—30	𝍸 I	6
31—40	𝍸 I	6
41—50	𝍸 II	7
51—60	III	3
61—70	IIII	4
71—80	I	1
81—90	II	2
91—100	I	1
மொத்தம்		30

பிரிவுகள் :

பிரிவுகள் சம இடைவெளிகள் கொண்டவையாக இருப்பது நல்லது. ஏறு வரிசை அல்லது இறங்கு வரிசையாக எழுதிக் கொள்ள வேண்டும். பிரிவுகளின் எண்ணிக்கை 5 க்குக் குறையாமலும், 25 க்கு மேற்படாமலும் இருக்கவேண்டும்.

குறிகள் :

எண்ணுவதற்கு வாய்ப்பாகக் குறிகள் ஐந்தின் தொகுதிகளாக இடப்படுகின்றன.

நிகழ்வெண் :

ஒவ்வொரு பிரிவிலும் உள்ள குறிகளின் எண்ணிக்கை நிகழ்வெண் ஆகும்.

பயிற்சி 4–1

பின்வரும் விவரங்களை அட்டவணைப்படுத்துக :

1. ஒரு வகுப்பிலுள்ள 25 மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்கள்:

32	44	40	96	88	76	28	40	96	44
0	28	96	40	64	92	36	40	36	24
32	76	44	28	52					

2. 20 மாணவர்களின் உயரங்கள் செண்டி மீட்டரில் :

147	135	145	125	131
130	128	130	149	139
132	138	135	126	133
132	128	136	132	120

4—2. நிகழ்வுப் பட்டியல் :

கொடுத்துள்ள விவரங்களை அட்டவணைப்படுத்துவதற்கும் நிகழ்வுப் பட்டியல் அமைப்பதற்கும் வேறுபாடு அதிகம் இல்லை. அட்டவணைப்படுத்தும்போது 'குறிகள்' அட்டவணையில் இடம் பெறுகின்றன. நிகழ்வுப் பட்டியலில் 'குறிகள்' இடம் பெறுவது இல்லை.

எடுத்துக்காட்டு:

நிகழ்வுப் பட்டியல் அமைக்கவும்.

20 மாணவர்களின் மதிப்பெண்கள் வருமாறு:

55	40	62	44	68	56	63	42	52	72
61	64	42	46	65	41	70	57	41	73

பிரிவுகள்	நிகழ்வெண்
40—44	6
45—49	1
50—54	1
55—59	3
60—64	4
65—69	2
70—74	3
மொத்தம்	20

பயிற்சி 4—2

பின்வரும் விவரங்களுக்கு நிகழ்வுப் பட்டியல் அமைக்கவும்.

1. 25 மாணவர்களின் மதிப்பெண்கள் பின்வருமாறு:

46	31	55	62	67	32	43	65	30	68
70	42	34	47	55	46	52	46	55	47
38	54	69	47	33					

2. 20 மாணவர்களின் எடை விவரம் வருமாறு: (எடை கிலோ கிராமில்)

35	42	31	55	58	32	37	43	34	50
58	47	33	46	46	34	40	38	42	30

3. ஓர் ஆய்வுக் கூடத்தில் 15 மாணவர்கள் ஒரு இரசாயனப் பொருளை நிறுத்துப் பார்த்துக் கொடுத்த விவரம் வருமாறு: (எடை கிராமில்)

15·20	15·30	15·34	15·32	15·30
15·31	15·20	15·20	15·32	15·32
15·20	15·30	15·30	15·31	15·20

4—3. பட விளக்கம் தருதல் :

சேகரித்த விவரங்களுக்கு ஏற்றவாறு பட விளக்கம் தரலாம். விவரங்களைக் கவர்ச்சியாக எடுத்துக்காட்டப் பட விளக்கம் துணை புரிகிறது. பட விளக்கத்தைப் பாமரர்களும் எளிதில் புரிந்து கொள்ளலாம்.

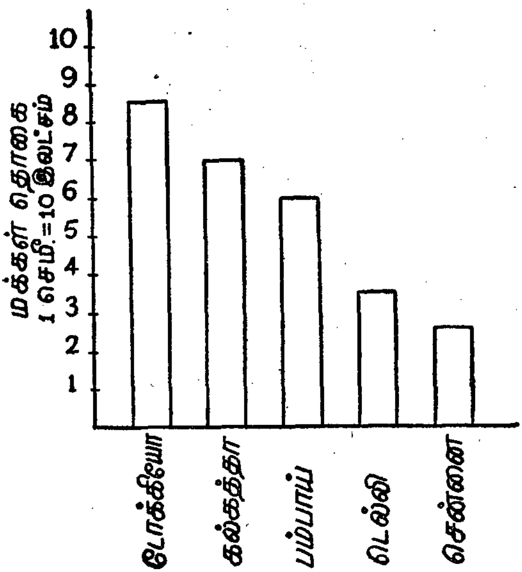
செவ்வக விளக்கப் படம், நிகழ்வுச் செவ்வகப்படம், வட்ட விளக்கப் படம்—இவை குறிப்பிடத்தக்க பட விளக்கங்களாகும்.

செவ்வக விளக்கப் படம் :

எடுத்துக்காட்டு 1 :

பெரு நகரங்கள் சிலவற்றில் மக்கள் தொகை விவரம் தரப் பட்டுள்ளது. இதனை எடுத்துக்காட்ட செவ்வக விளக்கப் படம் ஒன்று வரைக.

நகரம்	டோக்கியோ	கல்கத்தா	பம்பாய்	டெல்லி	சென்னை
மக்கள் தொகை (இலட்சத்தில்)	86	70	60	36	25

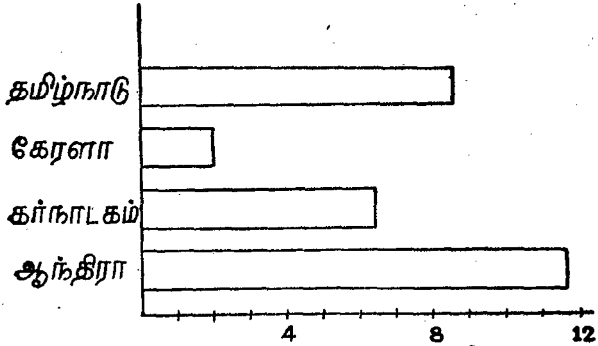


படம் 7-3.

எடுத்துக்காட்டு 2:

சில மாநிலங்களில் உள்ள தேசிய நெடுஞ்சாலைகளின் நீளம் தரப்பட்டுள்ளது. இதனை எடுத்துக்காட்ட செவ்வக விளக்கப் படம் ஒன்று வரைக.

மாநிலம்	ஆந்திரம்	கர்நாடகம்	கேரளம்	தமிழ்நாடு
தேசிய நெடுஞ் சாலையின் நீளம் (கிலோ மீட்டரில்)	2313	1313	418	1707



படம் 7-4.

பயிற்சி 4-3

தரப்பட்டுள்ள விவரங்களுக்குச் செவ்வக விளக்கப் படம் வரைக.

1.

ஆண்டு	1977	1978	1979	1980	1981
பொதுத் தேர்வில் பள்ளியின் தேர்ச்சி விழுக்காடு	52	45	49	70	85

2.

கோயில்	தஞ்சை	காஞ்சி	திருவண்ணாமலை	மதுரை
கோபுர உயரம் (மீட்டரில்)	64·8	56·4	60	45·6

3.

உலகப் பெரு நகரம்	டெல்லி	நியூயார்க்	மாஸ்கோ	கல்கத்தா	பாரிஸ்
மக்கள் தொகை (இலட்சத்தில்)	36	81	70	63	31

4—4. நிகழ்வுச் செவ்வகம் அல்லது பரவல் செவ்வகம்:

பரவல் செவ்வகம் வரைவதுபற்றி வரை படப் பகுதியில் கற்றதை நினைவு கூர்க.

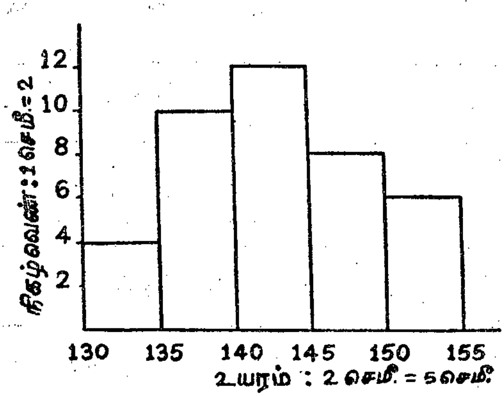
தனித்த மாறிகள் கொண்ட விவரங்களுக்குச் செல்வக விளக்கப் படங்கள் வரைகிறோம்.

தொடர்ச்சியான மாறிகள் கொண்ட விவரங்களுக்குப் பரவல் செவ்வகம் அல்லது நிகழ்வுச் செவ்வகம் வரைகிறோம்.

எடுத்துக்காட்டு :

பின்வரும் விவரங்களுக்கு ஒரு பரவல் செவ்வகம் வரைக. 40 மாணவர்களின் உயரம் சென்டி மீட்டரில் தரப் பட்டுள்ளது.

பிரிவுகள்	130—135	135—140	140—145	145—150	150—155
நிகழ் வெண்	4	10	12	8	6



படம் 7-5.

பயிற்சி 4-4

பின்வரும் விவரங்களுக்கு நிகழ்வுச் செவ்வகம் அல்லது பரவல் செவ்வகம் வரைக.

1. 35 மாணவர்களின் நிறை கிலோ கிராமில் தரப்பட்டுள்ளது.

பிரிவுகள்	30—35	35—40	40—45	45—50	50—55
நிகழ்வெண்	4	8	11	7	5

2. 40 மாணவர்களின் வயது தரப்பட்டுள்ளது.

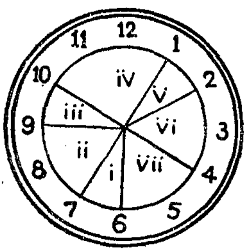
பிரிவுகள் (ஆண்டு மாதம்)	14-1	14-2	14-3	14-4	14-5	14-6
நிகழ்வெண்	3	5	15	8	4	5

3. 30 மாணவர்களின் மதிப்பெண் தரப்பட்டுள்ளது.

பிரிவுகள்	0—20	20—40	40—60	60—80	80—100
நிகழ்வெண்	9	3	10	5	3

4—5. வட்ட விளக்கப் படம்:

காலை 6 மணி முதல் மாலை 6 மணி முடிய ஒரு மாணவன் எப்படி நேரத்தைக் கழிக்கிறான் என்பதைப் பின்வரும் படம் காட்டுகிறது.



(i) படிப்பு
(ii) வீட்டு வேலை
(iii) எழுத்து வேலை
(iv) வகுப்பு நேரம்
(v) இடைவேளை
(vi) வகுப்பு நேரம்
(vii) விளையாட்டு

படம் 7-6.

ஒரு சில புள்ளி விவரங்களுக்கு இவ்விதமான படவிளக்கம் தரலாம்.

ஒரு வட்டத்தை அதன் கோணப் பகுதிகளாகப் பிரித்துப் படவிளக்கம் தருகின்றோம். இதுவே வட்ட விளக்கப் படமாகும்.

எடுத்துக்காட்டு :

இரசாயனக் கலப்பு உரம் ஒன்றில் தழைச் சத்து 20%, மணிச் சத்து 40%, சாம்பல் சத்து 40% அடங்கி உள்ளன. இதைக் காட்ட ஒரு வட்ட விளக்கப் படம் வரைக.

வட்ட மையக் கோணம் $= 360^c$

தழைச் சத்தைக் குறிக்கும்

வட்ட மையக் கோணம் $= 360 \times \frac{20}{100}$

$= 72°$

மணிச் சத்தைக் குறிக்கும்

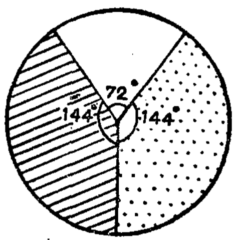
வட்ட மையக் கோணம் $= 360 \times \frac{40}{100}$

$= 144°$

சாம்பல் சத்தைக் குறிக்கும்

வட்ட மையக் கோணம் $= 360 \times \frac{40}{100}$

$= 144°$



படம் 7-7.

பயிற்சி 4-5

கீழ்க்காணும் விவரங்களுக்கு வட்ட விளக்கப் படம் வரைக.

1. விவசாயி ஒருவரின் செலவுகள் :
உழவு ரூ. 200, உரம் ரூ. 160, விதை ரூ. 150, பூச்சி மருந்து ரூ. 100, நீர் இறைக்க ரூ. 110.

2. ஓர் உலோகக் கலவையில் உள்ள உலோகங்கள் :
பொன் 60 கி, வெள்ளி 80 கி, ஈயம் 100 கி, செம்பு 150 கி, துத்தநாகம் 60 கி.

3. ஓர் உணவுப் பொருளில் உள்ள சத்துகள் :
புரதம் 40%, கொழுப்பு 5%, கார்போ ஹைட்ரேட் 50%, வைட்டமின் 5%.

4. ஒரு குடும்பத்தின் செலவு :
உணவு ரூ. 400, உடை ரூ. 120, வீட்டு வாடகை ரூ. 80, எரி பொருள் ரூ. 40, பிற ரூ. 80.

7. பயனியல்—தன்னறிவுச் சோதனை

1. 6 பேர்களைக் கொண்டு ஒரு வேலையை 4 நாள்களில் முடிக்க முடியும். 8 பேர்களைக் கொண்டு அதே வேலையை எத்தனை நாள்களில் முடிக்கலாம் ?

2. 4 கிராம் எடையுள்ள மோதிரத்தில் 600 மில்லி கிராம் செம்பு; மீதி தங்கம். தங்கத்தின் சதவீதம் என்ன ?

3. ரூ. 50 க்கு வாங்கிய பொருளை 20% இலாபத்தில் விற்க வேண்டும் என்றால், என்ன விலைக்கு விற்க வேண்டும் ?

4. மாதா மாதம் ரூ. 10 வீதம் 10 மாதங்களுக்குப் பணம் போடுவதால் கிடைக்கும் வட்டி, ரூ. 10 ஐ மட்டும் எத்தனை மாதங்களுக்குப் போட்டு வைப்பதால் கிடைக்கும் வட்டிக்குச் சமம் ?

5. ரூ. 600 தனிவட்டி வீதம் 3 ஆண்டுகளில் ரூ. 672 கூடுதல் ஆகிறது. வட்டிவீதம் என்ன?

6. ரூ. 2,500 க்கு 8% கூட்டுவட்டி வீதம் 6 மாதத்திற்கு ஒரு முறை வட்டி கணக்கிட்டால், ஓராண்டு முடிவில் கூட்டு வட்டி யாது?

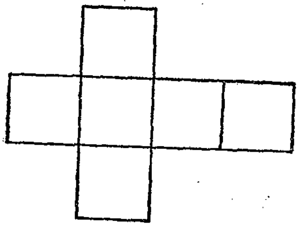
7. 6% தனிவட்டி தரும் நிதியில் மாதம் ரூ. 50 வீதம் 20 மாதங்களுக்குப் பணம் போட்டால் 20 மாத முடிவில் கூடுதல் என்ன கிடைக்கும்?

8. எட்டாம் நிலையில், ஒரு பிரிவில் உள்ள 36 மாணவருள், 12 பேர் கணக்குக் கழகத்திலும், 6 பேர் தேசிய மாணவர் படையிலும், 10 பேர் செஞ்சிலுவையிலும், 8 பேர் சாரணீயத்திலும் உறுப்பினர்களாவர். இவ்விவரத்தைக் காட்ட வட்ட விளக்கப் படம் வரைக.

கணித மன்றம் — மேடை 8

பன்முகங்கள்

அறுமுகம்

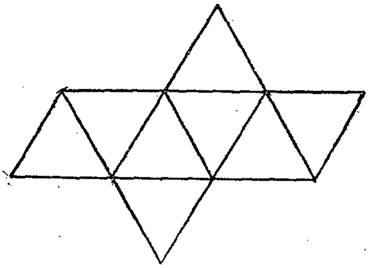


படம் 7-8.

இதைக் கொண்டு ஒரு கனச் சதுரத்தை அமைக்கலாம் என அறிந்துள்ளீர்கள். கனச் சதுரம் ஆறு முகங்களை உடைய ஒழுங்கு உருவம்.

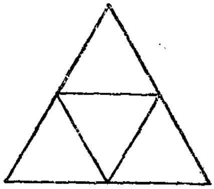
இதுபோல, வேறு சில பன் முகங்களை அமைக்க உதவும் பிம்பங்களைக் காண்போம். மெல்லிய அட்டையில் குறித்து மடக்கி உருவங்களை உருவாக்குக.

எண்முகம்



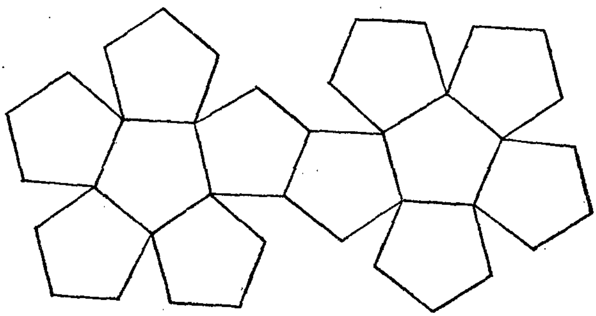
படம் 7-9.

நான்முகம்



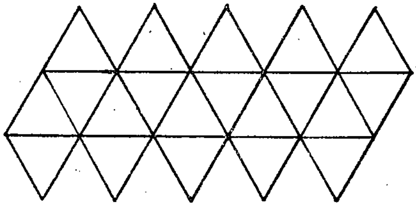
படம் 7-10.

பன்னிரு முகம்



படம் 7-11.

இருபதின் முகம்



படம் 7-12.

இவ்வைந்து முகங்களும் **ப்ளேட்டோவின் கன உருவங்கள்** எனப்படும். ஒரே வகை தள உருவங்களினின்று (நான்முகங்கள், எண்முகங்கள், இருபதின் முகங்கள் முக்கோணங்களிலிருந்து—அறுமுகங்கள் சதுரங்களிலிருந்து—பன்னிரு முகங்கள் ஐங்கோணங்களிலிருந்து) பெறக்கூடியவை இவ்வைந்தே என அறுதியிட்டு 2000 ஆண்டுகளுக்கு முன்னரே கூறப்பட்டது.

வேறு தள உருவங்களைக் கொண்டு கன உருவங்களை அமைத்து இக்கூற்றினைச் சரி பார்க்கவும்.

கணித அறிஞர் வரலாறு—II

கால்வா (1811—1832)

எவரிஸ்டே கால்வா (Evariste Galois) இருபத்தோர் ஆண்டுகளே வாழ்ந்தார். ஆனால் பல நூற்றாண்டுகளாகத் தீர்க்கப்படாத கணிதக் கூற்றுகளைக் கண்டறிந்து உலகம் போற்றும் சிறந்த கணித அறிஞராகத் திகழ்ந்தார்.

1811 ஆம் ஆண்டு அக்டோபர்த் திங்கள் 25 ஆம் நாள் பாரிசுக்கு அருகிலுள்ள ஒரு கிராமத்தில் கால்வா பிறந்தார். இளமையில் அவர் தொடக்கப் பள்ளிக்குச் செல்லவில்லை. அவர் தாயே அவருக்கு ஆசிரியர். 1823 இல் அவர் சேர்ந்த பள்ளியில் இலத்தீன், கிரேக்க மொழிகளே முக்கிய பாடங்களாய்க் கற்பிக்கப்பட்டன. மாணவர் விருப்பத்திற்கிணங்க கணிதப் பாடத்தைக் கற்கலாம். அப்பள்ளியில் கற்பிக்கப் பட்ட கணிதப் பாடங்கள் கால்வாவுக்குச் சுவையற்றவையாக இருந்தன. மற்றொரு கணித மேதை **பூலைப்** (Boole) போல மாபெரும் கணித மேதைகளின் நூல்களைத் தாமே முயன்று கற்றார். **லெஜண்டர்** (1752—1833) எழுதிய வடிவ இயல், **இலங்க் ராஞ்ச்** (1736—1813), **ஆபெல்** (1802—1829) ஆகியோரது குறிக்கணக்கியல் (அல்ஜிப்ரா) நூல்களைத் திறம்படக் கற்றுத் தேர்ந்தார்.

பள்ளியில் ஆசிரியர்களுக்குக் கால்வாவைப் பிடிக்கவில்லை. பெரும்பாலான கணக்குகளை மனக்கணக்காகப் போடும் ஆற்றல் பெற்ற கால்வாவுக்குக் குறிப்பேடும் பேனாவும் வேண்டாதனவாக இருந்தன. கணக்கு வகுப்புகளில் எதையும் எழுதும் பழக்கம் கொள்ளாததால், ஆசிரியர்கள் அவரைக் கண்டித்தனர்.

16 ஆம் வயதில், உலகிலேயே மிகச்சிறந்த கணித நிலையமெனக் கருதப்பட்ட **இகோல் பாலிடெக்னிக்** நுழைவுத் தேர்வு எழுதிய கால்வா தேர்வில் வெற்றி பெறவில்லை. இதற்குக் கால்வா சொன்ன விடை, ''அவர்கள் என்னைப் புரிந்து கொள்ள வில்லை'' என்பதே.

17 ஆம் வயதில் சமன்பாட்டியலிலும், உயர் கணிதத்தின் பல பகுதிகளிலும் பிரமிக்கத்தக்க — தொலை பயனுள்ள — பல உண்மைகளைக் கால்வா கண்டார் **அறிவியல் கழகத்** திற்குத் தன் முடிவுகளை அனுப்பினார். கால்வாவின் முடிவு

களை அறிவியல் கழகத்தார், அன்றைய மாபெரும் கணித மேதையாகத் திகழ்ந்த **கோஷி** (Cauchy) (1789—1857) என்பவரது கருத்திற்கு அனுப்பினர். கணித மேதை கோஷி, கால்வாவின் ஆய்வுத் தாள்களைத் தொலைத்துவிட்டதால், அவை என்ன செய்திகள் கொண்டிருந்தன என்று உலகத்தார் அறிய முடியவில்லை.

இரண்டாண்டுகட்குப் பின்னர், மேலும் பல ஆராய்ச்சி களைச் செய்து அவற்றின் முடிவுகளை அறிவியல் கழகத்திற்கு, கணித மேம்பரிசைப் பெறும் கருத்துடன் கால்வா அனுப்பினார். அதனைப் பெற்ற அறிவியல் கழகச் செயலர் இறந்துவிடவே, கால்வாவின் ஆய்வு முடிவுகள்—மறு முறையும்—உலகினர் பார்வைக்குக் கிட்டாதனவாய் மறைந்தன.

கால்வா, பிறகு அரசியலில் நுழைந்து இருமுறை சிறைக்குச் சென்றார். 1832 ஆம் ஆண்டில், கால்வா நேர்ச் சண்டையொன்றிற்கு அழைக்கப்பட்டார். அதன் காரணம் என்ன என்பதை நாம் அறிய முடியவில்லை. சண்டைக்காக வந்த சவாலைக் கால்வா மறுக்க வில்லை. சண்டைக்கு முந்திய இரவு, சமன்பாட்டியலைப் பற்றிய தனது முடிவுகளை எழுத்து வடிவில் கால்வா எழுதி முடித்தார்; கணித குலவிய லில் மாபெரும் உண்மைகளை உலகிற்கு அளித்தார். தனது கருத்துகளை எழுதி முடித்ததும் பக்கத்தில் 'எனக்குக் காலம் போதவில்லை' என்று அங்கலாய்த்து எழுதப்பட்ட அவர்தம் படைப்பு, கணித உலகில் கண்ணீரோடு படிக்கும் தன்மையது.

25 தப்படி தூரத்தில் நிற்க, 1832 மே மாதம் 13 ஆம் நாள் விடியற்காலையில் நேர்ச்சண்டை தொடங்கியது. வயிற்றில் சுடப்பட்ட நிலையில் கால்வா தரையிலேயே நெடு நேரம் கிடந்தார். மருத்துவமனைக்கு எடுத்துச் செல்லப் பட்ட அவர் சில நாள்களில் உயிர் துறந்தார்.

மாபெரும் கணித மேதை கால்வா அறிவாற்றலில் இமயம்போல் உயர்ந்து விளங்கினார். அவரைப் போல சிறந்த மேதையாக முயலுங்கள். ஆனால், அவரைப் போல வீண் சண்டைக்குச் சென்று அருமையான உயிரை இழத்தல் வேண்டா !

தமிழ்நாட்டுப் பாடநூல் நிறுவனம்

கற்க கசடற

Wrapper Printed at: PERCO LITHO WORKS, SIVAKASI-626123.