வானியல்

(முதல் புத்தகம்)

(பட்டப்படிப்புக்குரிய சிறப்புப் பாடம்)

திரு. தி. கோவிந்தராசன்
திரு. கொ. முத்துசாமி

கல்லூரி நூல் வெளியீட்டு இயக்குநரகம்
தமிழ்நாட்டுப் பாடநூல் நிறுவனம்

க. நூ. வெ. இ. வரிசை எண்—255

வானியல்

(முதல் புத்தகம்)

(பட்டப்படிப்புக்குரிய சிறப்புப் பாடம்)

ஆசிரியர்கள்

திரு. தி. கோவிந்தராசன்,
பேராசிரியர், கணிதத்துறை,
அரசினர் கல்லூரி, சேலம்.

திரு. கொ. முத்துசாமி,
உதவிப் பேராசிரியர், கணிதத்துறை,
அரசினர் கல்லூரி, சேலம்.

கல்லூரி நூல் வெளியீட்டு இயக்குநரகம்
தமிழ்நாட்டுப் பாடநூல் நிறுவனம்

First Edition—January, 1971
D.C.P. No. 255

© Directorate of Collegiate Publications

ASTRONOMY—MAJOR (BOOK I)
T. GOVINDARAJAN
K. MUTHUSWAMY

Net Price Rs. 5-50
(No discount)

Printed by
Muthukumaran Press,
14-A, Kuppier Street,
Madras-1.

அணிந்துரை

(திரு. இரா. நெடுஞ்செழியன், தமிழகக் கல்வி-சுகாதார அமைச்சர்)

தமிழைக் கல்லூரிக் கல்வி மொழியாக ஆக்கிப் பத்து ஆண்டுகள் ஆகிவிட்டன. குறிப்பிட்ட சில கல்லூரிகளில் பி.ஏ. வகுப்பு மாணவர்கள் தங்கள் பாடங்கள் அனைத்தையும் தமிழிலேயே கற்றுவந்தனர். 1968ஆம் ஆண்டின் தொடக்கத்தில் புகுமுக வகுப்பிலும் (P.U.C.), 1969ஆம் ஆண்டிலிருந்து பட்டப் படிப்பு வகுப்புகளிலும் விஞ்ஞானப் பாடங்களையும் தமிழிலேயே கற்பிக்க ஏற்பாடு செய்துள்ளோம். 'தமிழிலேயே கற்பிப்போம்' என முன்வந்துள்ள கல்லூரி ஆசிரியர்களின் ஊக்கம், பிற பல துறைகளிலும் தொண்டு செய்வோர் இதற்கெனத் தந்த உழைப்பு, தங்கள் சிறப்புத் துறைகளில் நூல்கள் எழுதித் தர முன்வந்த நூலாசிரியர்கள் தொண்டுணர்ச்சி இவற்றின் காரணமாக இத் திட்டம் நம்மிடையே மகிழ்ச்சியும் மனநிறைவும் தரத்தக்க வகையில் நடைபெற்று வருகிறது. இவ்வகையில், கல்லூரிப் பேராசிரியர்கள் கலை, அறிவியல் பாடங்களை மாணவர்க்குத் தமிழிலேயே பயிற்றுவிப்பதற்குத் தேவையான பயிற்சியைப் பெறுவதற்கு மதுரைப் பல்கலைக் கழகம் ஆண்டுதோறும் எடுத்துவரும் பெருமுயற்சியைக் குறிப்பிட்டுச் சொல்லவேண்டும்.

பல துறைகளில் பணிபுரியும் பேராசிரியர்கள் எத்தனையோ நெருக்கடிகளுக்கிடையே குறுகிய காலத்தில் அரிய முறையில் நூல்கள் எழுதித் தந்துள்ளனர்.

வரலாறு, அரசியல், உளவியல், பொருளாதாரம், தத்துவம், புவியியல், கணிதம், பௌதிகம், வேதியியல், உயிரியல், வானியல், புள்ளியியல் ஆகிய எல்லாத் துறைகளிலும் தனி நூல்கள், மொழி பெயர்ப்பு நூல்கள் என்ற இரு வகையிலும் தமிழ்நாட்டுப் பாடநூல் நிறுவனத்தின் கல்லூரி நூல் வெளியீட்டு இயக்குநரகம் நூல்களை வெளியிட்டு வருகிறது.

இவற்றுள் ஒன்றான 'வானியல்-I' என்ற இந்நூல் தமிழ்நாட்டுப் பாடநூல் நிறுவனம் - கல்லூரி நூல் வெளியீட்டு இயக்குநரகத்தின் **255** ஆவது வெளியீடாகும். இதுவரை **290** நூல்கள் வெளிவந்துள்ளன.

உழைப்பின் வாரா உறுதிகள் இல்லை; ஆதலின், உழைத்து வெற்றி காண்போம். தமிழைப் பயிலும் மாணவர்கள் உலக மாணவர்களிடையே சிறந்த இடம் பெறவேண்டும்; அதுவே தமிழன்னையின் குறிக்கோளுமாகும். தமிழ்நாட்டுப் பல்கலைக் கழகங்களின் பலவகை உதவிகளுக்கும் ஒத்துழைப்புக்கும் நம் மனம் கலந்த நன்றி உரித்தாகுக.

இரா. நெடுஞ்செழியன்

பொருளடக்கம்

		பக்கம்
	தோற்றுவாய்	1
1.	கோளம் (The Sphere)	6
2.	மண்ணுலகம் (The Earth)	25
3.	வானக்கோளம் (The Celestial Sphere) ...	44
4.	மண்ணுலக தினசரி இயக்கம்—வான்பொருள்கள் உதயம், மறைவு—சார்ந்த செய்திகள் (Diurnal Motion of the Earth—The Rising and Setting of Celestial Bodies—Related facts)...	89
5.	மண்ணுலக மண்டலங்கள் —பகல் இரவுப் பொழுதுகள் (The Zones of the Earth—Day and Night durations)	119
6.	வான ஒளிக்கதிர்க் கோட்டம் (Astronomical Refraction)	162
7.	புவிமையத் தோற்றப் பிழை (Geocentric Parallax)	193
8.	வானாய்வுக் கருவிகள் (Astronomical Instruments)	205
9.	மண்ணுலகில் குறிப்பிட்ட ஓர் இடத்தின் அகலாங்கு காணல் (Finding the Latitude of a Place on the Earth)	234
10.	கதிரவன் பாதை குறித்தல் (Fixing the Ecliptic)	256
11.	சந்திரன் (The Moon)	284
12.	A. கெப்ளர் விதிகள் (Kepler's Laws) ...	318
	B. காலக்குறைநிறைச் சமன்பாடு (Equation of Time)	337
	C. காலக் கணிப்பு முறை—பஞ்சாங்கம் (The Calendar)	362

வா னி ய ல்

(முதல் புத்தகம்)

தோற்றுவாய்

I. வானியல்

1. விண்வெளிப் பொருள்கள்பற்றிய அறிவியற் பகுதி, வானியலாகும்.

2. மண்ணுலகில் வாழும் மனிதன், தொன்றுதொட்டு தன்னைச் சுற்றியிருக்கும் விண் மண்டலத்தில் காட்சியளிக்கும் பொருள்களைப் பற்றி அறியப் பேரார்வம் காட்டியதும், இன்னும் காட்டி வருவதும் மனித இயல்பு. எனவே, வானியல் மிகத் தொன்மை வாய்ந்ததோர் அறிவியற் பகுதியாகும்.

3. பண்டைக் காலத்தில் வானியலும் சோதிடமும் ஒன்றுக் கொன்று இணைபிரியாது பின்னிக்கொண்டு வளர்ந்த கலைகளாகும். [அவ்வாறே வேதியியலும் (Chemisty), இரசவாதமும் (Alchemy)] வானியல் அறிஞர்கள் சிறந்த சோதிடர்களாகவும், சோதிட வல்லுநர்கள் வானியல் மேதைகளாகவும் பல்வேறு நாடுகளில் இவ்விரு கலைகளையும் ஒருங்கே வளர்த்து வந்தனர்.

4. கி. மு. 5000 ஆண்டுகளுக்கு முன்பே, சீனு, இந்தியா, எகிப்து, பாபிலோனியா, கிரீஸ் (Greece), தென் அமெரிக்கா போன்ற உலகின் பல்வேறு பகுதிகளில் வாழ்ந்த மக்கள் வானியலிலும் சோதிடத்திலும் ஆர்வம் காட்டி வந்தனரென்பதற்கு வரலாற்றுச் சான்றுகள் பல இன்னும் கிடைத்தவண்ணமிருக்கின்றன. கதிரவன், சந்திரன் கிரகணங்களின் (மறைவுகளின்) நுட்பங்களைச் செவ்வனே அறிந்து, அவை நிகழக்கூடிய காலங்களை நுட்பம் தவருது முன்கூட்டியே கணக்கிட்டுக் கூறும் அறிவாற்றல் முன் கூறிய நாட்டு மக்களிடையே பரவியிருந்தது. பாபிலோனியாவில், சால்டியா (Chaldea) நாட்டினர் வகுத்த 'சாராஸ்' (The Saros of the Chaldeans) என்ற கால வட்டத்தில் இன்னும் சூரிய, சந்திரக் கிரகணங்கள் முறை பிறழாது நேர்வது, 'சிறிய ஆசியா' (Asia

Minor) நாட்டு வானியல் அறிவாற்றலுக்கு எடுத்துக்காட்டு இந்தியாவிலும், கிரகணங்களை முன்கூட்டியே 'சோதிடம்' சொல்லக்கூடிய வானியல் அறிவு வளர்ந்திருந்தது. சீன நாட்டில் காணப்படும் வானியல் காட்சிக் கூடங்களின் பாழடைந்த சின்னங்கள், அந்நாட்டினரின் வானியல் அறிவுக்கு வரலாறு தரும் சான்றுகும். தென் அமெரிக்காவின் பழங்குடி மக்களான 'மாயர்கள்' (Mayas), 'இங்கர்கள்' (Incas) நாகரிகம் இருந்த இடம் தெரியாமல் அழிக்கப்பட்டு, பல நூற்றுண்டுகளுக்குப் பின், நடந்த புதைபொருள் ஆராய்ச்சியின் விளைவாக, மாய, இங்க நாகரீகங்களில் வானியல் அறிவு வளர்ச்சி சிறந்த இடம் பெற்றிருந்தது தென நமக்குத் தெரியவருகிறது.

5 வடமொழிப் பண்டைய நூல்களில் நக்ஷத்திரம் (star-விண்மீன்), கிரகம் (planet-கோள்), இராகு, கேது (Moon's Nodes-சந்திர கணுக்கள்), தூமகேது (Comet-வால் விண்மீன்) போன்ற சொற்கள் பரவலாக ஆளப்பட்டு வந்திருக்கின்றன. தொன்மை வாய்ந்த தமிழ் நூலில்,

> '' செஞ்ஞாயிற்றுச் செலவும், அஞ்ஞாயிற்றுப்
> பரிப்பும், பரிப்புச் சூழ்ந்த மண்டிலமும்,
> வளிதிரிதரு திசையும்,
> வறிது நிலைஇய காயமும் என்றிவை
> சென்றளந்தறிந்தோர் போல என்றும்
> இனைத்தென்போரும் உளரே ''

என்னும் வரிகள் தோன்றுவது காண்க. மேலும் கதிரவன் கறைகள் (sunspots) நகரும் கால வட்டங்கள் பற்றியும், கதிரவன் ஒளி வெப்ப அலை பரவுதல் (solar radiation) பற்றியும் சீனர், பல நூற்றுண்டுகளுக்கு முன்னர் அறிந்திருந்தனர் என சீன நாகரிக வரலாறு நமக்குத் தெரிவிக்கிறது.

6. ஆனல், இன்று நிலவும் கணித, பௌதிக வேதியியல் விஞ்ஞான முறைப்படி, அன்று வானியல் அறிவு இருந்தது என்று கூறுவது இயலாது. அன்று வானியல் பெரும்பாலும் காட்சிக் குறுத்திய படியும், அனுபவ முறைப்படியும் (Observational and Empirical) வளர்ந்தது.

7. பாபிலோனியா, சால்டியா, எகிப்து, இந்தியா ஆகிய நாடுகளிலிருந்து வானியல் அறிவு, கிரேக்கர்களுக்கு ஏற்றுமதியாயிற்று என்று கூறுவது தவறகாது. ஆனல் கிரேக்க அறிஞர்களும், தத்துவ ஞானிகளும், தாம் பெற்ற வானியல் அறிவுக்கு விஞ்ஞான

அடிப்படை தந்து ஆக்கமளித்தனர். வடிவ கணித மேதைகள், யூக்ளிட் (Euclid), மினியாக்மஸ் (Menaechmus), அப்பலோனியஸ் (Apollonius) வாழ்ந்த காலம் அது.

8. கிரேக்க அறிஞர் அரிஸ்டார்க்கஸ் (Aristarchus) தாம் முதல் முதலாக, மண்ணுலகம் கதிரவனைச் சுற்றி வருகிறது என்ற 'கதிரவன் மையக்' கொள்கையை (Heliocentric Hypothesis) வகுத்தவர். ஆனால் அப்போது அவர் கூற்று எடுபடவில்லை. அறிஞர் தாலமி (Ptolemy) அன்று வகுத்த 'மண்ணுலக மையங் கொண்டே, கதிரவன் மண்ணுலகைச் சுற்றி வருகிறது' என்ற 'மண்ணுலக மையக்' கொள்கையே (Geocentric Hypothesis) அறிவுடை மக்களால் ஏற்கப்பட்டது. பல நூற்றாண்டுகள் கழித்துத் தான், மறுபடியும், கதிரவன் மையக் கொள்கை, கொப்பர்னிக்கஸ் (Copernicus: 1473–1543 கி.பி.) என்பவரால் வகுக்கப்பட்டு தாலமிக் கொள்கை கைவிடப்பட்டது.

9. கி. மு. முதல் நூற்றாண்டில் வாழ்ந்த கிரேக்க அறிஞர் ஹிப்பார்க்கஸ் (Hipparchus) முதன்முதலாக ஒரு விண்மீன் பட்டியல் தயாரித்தார். அப்பட்டியலில் 1080 விண்மீன்கள் பற்றிய குறிப்புகள் இருந்தன. அந்நூல் (Almagest) ஏறக்குறைய பத்து நூற்றாண்டுகளுக்குத் தனிச்சிறப்புடைய விண்மீன் பட்டியலாக வானியல் உலகில் திகழ்ந்து வந்தது. இவர்தான் முறையாக, கோணகணிதமும் (Trigonometry) வகுத்தவர். மேட, துலாம் புள்ளிகள் (r = எனப்படும், First Point of Aries, First Point of Libra) இரண்டின் பிற்போக்கினைக் கண்டு கூறியவரும் இவரே. இதுபற்றிப் பின்பு, 'சம இரவுப் புள்ளிகள் நகர்ச்சி—அச்சுத்திசையசைவு—அச்சசைவு' (Precession of the Equinoxes and Nutation) என்ற பகுதியில் பார்ப்போம். இவரேதான் நாம் 'திங்கள்' (Lunar Month) எனக்கூறும் 'கதிரவனையொட்டி, சந்திரன் மண்ணுலகைச் சுற்றிவரும் கால வட்டத்தை, ஒரு விநாடி அளவுக்குச் சரியாகக் (Correct to the nearest second) கணித்தவர்.

10. அடுத்தபடியாக முன்கூறிய கொப்பர்னிக்ஸ் என்பவர் வானியல் அறிவுலகிலே மிகப்பெரிய புரட்சியை ஏற்படுத்தி, 'கதிரவன் மையக்' கொள்கையை நிலைநிறுத்தினார். இவர் இக் கொள்கையைத் தகுந்த ஆதாரங்களுடனும், சான்றுகளுடனும், 'De Revolutionibus Cerbius Coelestium' என்ற நூலில் விளக்கியுள்ளார். ஆனால் அவர் தமது வாழ்நாளில் இக்கொள்கையைப் பரப்ப அஞ்சினர். விதியின் கொடுங்கூற்றுக்குச் சான்றாக, இவர் மரணப் படுக்கையில் இருக்கும்போதுதான் இப்பெருநூலின் முதற்பிரதி இவர் கைக்குக் கிட்டியது.

11. இவருடைய அடிச்சுவட்டிலே வந்தவர்கள் டைக்கோ பிராஹி (Tycho Brahe: 1546-1601); ஜோஹனன் கெப்ளர் (Johan Kepler: 1571-1630); கலிலியோ (Galileo: 1564-1642) என்ற வானியல் அறிஞர்கள். பிராஹி, ஆசிரியர்; கெப்ளர், அவரது மாணவர். ஆசிரியர் 20 ஆண்டுகளாக உழைத்துழைத்துச் சேர்த்த குறிப்புகள் கணிப்புகள் யாவும் ஆசிரியர் மறைந்தபிறகு மாணவரின் சொத்தாயின. இவ்விருவர் உழைப்பின் விளைவாகத் தோன்றியவை, கோளியக்க விதிகளாகும் (The Laws of Planetary Motion). முதலிரண்டு விதிகள் அறிவிக்கப்பட்டுப் பத்தாண்டு கழித்துத்தான் மூன்றும் விதி அறிவிக்கப்பட்டது.

'கெப்ளரின் சீரிய பெருமை, வானத்தில் பொறிக்கப்பட்டிருக்கிறது; விஞ்ஞான வளர்ச்சி அப்பெருமையை மறுக்கவோ மறைக்கவோ முடியாது. கோள்கள் தம் நிலைபிறழாது, வானத்தில் இயங்கிக் கொண்டிருக்கும்வரை, அக்கோள்கள் அவர் பெருமையைப் பாடிக்கொண்டு இருக்கும்' என ஓர் அறிஞர் கெப்ளரின் மகத்தான பணிக்குத் தமது அஞ்சலியைச் செலுத்துகிறார்.

12. கெப்ளர் விதிகளை, 'பிராஹி-கெப்ளர் விதிகள்' என்று கூறுவதே பொருத்தமாகும். இவ்விதிகளின் அடிப்படையில்தான் நியூடன் (Newton: 1642-1727 கி.பி.) தமது நேரெதிர் இருபடி விகித ஈர்ப்பு விதியை (The Law of Inverse Squares) உருவாக்கினர்.

13. கெப்ளருக்குப்பின் கலிலியோ. இவர் வானத் தொலை நோக்கியின் தந்தை. கண்ணுக்குத் தெரியாத பலப்பல விண்மீன்களும் மற்ற பல விண் பொருள்களும் வானத் தொலைநோக்கியில் மனிதன் காட்சிக்குச் சிக்கின. நமது ஆராய்ச்சி அறிவும், வானியல் முறைகளும் விரிவுபடுத்தப்பட்டன. கலிலியோ தன் தொலைநோக்கி வழியாக வியாழனின் உப கோள்களையும், கதிரவன் கறைகளையும் கண்டறிவித்தார்.

14. இவர்களுக்குப் பின்னர், பல நாட்டுப் பேரறிஞர்கள் வானியல் துறைக்கு ஈர்க்கப்பட்டு, அவர்களின் உழைப்பின் விளைவாக, சென்ற மூன்று நூற்றுண்டுகளில் பலப்பல வியத்தகு செய்திகளும் நமது அறிவியற் பொதுச் சொத்தாக வழங்கப்பட்டிருக்கின்றன.

15. அழியாப் புகழ் பெற்ற சில வானியல் அறிஞர் பட்டியலொன்று, இந்நூல் பின்தொகுப்பில் கொடுக்கப்பட்டிருக்கிறது. (பிற்குறிப்பு I): சில தலைசிறந்த வானியல் மேதைகளின் பெயர் கொடுக்கப்படாதிருந்தால், அக்குறை, இந் நூலாசிரியர்களின் அறியாப் பிழையால் நேர்ந்த தெனக்கொள்க.

II. வானியற் பகுதிகள்

16. விண்வெளியில் பல கோடிக்கணக்கான விண் பொருள்கள் பரந்து கிடக்கின்றன. நாம் வாழும் மண்ணுலகம் இவ் விண்வெளியில் இயங்கிவரும் ஒரு பொருளாகும். மற்றும் கதிரவன், சந்திரன், கதிரவனைச் சுற்றிவரும் கோள்கள், அக்கோள்களைச்சுற்றி வரும் துணைக்கோள்கள் (Satellites), நிலைத்த விண்மீன்கள் (fixed Stars). விண்மீன் கூட்டங்கள் (Constellations), வால் மீன் கள் (Comets), எரி, வீழ்மீன்கள் (Meteors and Meteorites), ஒண் முகில்கள், ஒண்முகிற் படலங்கள் எனப்படும் நெபுலங்கள் (Nebulae) யாவும் விண்வெளியில் உள்ள பொருள்களாகும். இவைபற்றிய ஆராய்ச்சிகள் மூன்று அல்லது நான்கு பிரிவுகளாக வளர்ந்திருக்கின்றன.

1. விளக்கப் பகுதி (Descriptive and Mathematical)
2. ஈர்ப்புப் பகுதி (Gravitational)
3. இயற் பகுதி (Physical)

மற்றும் கதிரியக்க வானியற் பகுதி (Radio Astronomy) இன்று விரைவாக வளர்ந்து வரும் ஒரு அறிவியல் துறையாகும். இத் துறையில் ஆராய்ச்சிகள் நடத்துவதற்கென, இப்போது தமிழ் நாட்டில், உதகமண்டலத்தில் ஒரு ரேடியோ தொலைநோக்கி அமைக்கப்பட்டிருக்கிறது.

இந்நூலில் விளக்கப்பகுதியும் ஈர்ப்புப்பகுதியும் மட்டுமே ஓரளவு இடம் பெறுகின்றன. இயற்பிரிவும் கதிரியக்கப் பிரிவும் இடம் பெறா.

1. கோளம்

(The Sphere)

1·0. கோளம்—அதன் வடிவ கணித, கோண கணிதப் பண்புகள் (The Sphere—its geometrical and trigonometrical properties)

வான நூல் படிப்பதற்கு அடிப்படையாகக் கோளத்தைப் பற்றி சில பண்புகள் நமக்கு அறிமுகமாகவேண்டும். அவை சுருக்க மாக இப் பகுதியில் கொடுக்கப்பட்டிருக்கின்றன. சில முறையாக நிறுவப்பட்டிருக்கின்றன ; சில நிறுவப்படவில்லை. விரிவாக, நிறுவன் முறைகளோடு அறிய விரும்புவோர், பின் கொடுக்கப்பட் டிருக்கும் நூல்களைப் பார்க்கலாம் :

Todhunter : Spherical Trigonometry
Kern and Bland: Solid Mensuration
Smart: Text book on Spherical Astronomy, Chapter I.

1·1. கோளம்—வரையறை : மையம் எனப்பட்ட ஒரு நிலைத்த புள்ளியிலிருந்து சமதூரத்திலுள்ள புள்ளிக்கூட்டத்தால் அமையும் மேற்பரப்புடைய ஒரு கன உருவம், கோளம் எனப்படும்.

ஆரம் அந்த (குறிப்பிட்ட) தூரம் கோளத்தின் ஆரம் (Radius) அல்லது அரைவிட்டம் (Semi-diameter) எனப்படும்.

விட்டம் : கோளமையத்தின் வழியாகச்செல்லும் எந்த நேர்க் கோடும் கோணத்தின் மேற்பரப்பை இரண்டு புள்ளிகளில் வெட் டும். இவ்விரு புள்ளிகளுக்கிடைப்பட்ட நீளம், கோளத்தின் ஒரு விட்டம் எனப்படும்.

1·2. கோளத்தின் வெட்டுமுகம் (Section of a Sphere)

1. ஒரு கோளத்தை ஒரு சமதளம் (Plane) வெட்டினால், அக்கோளத்தின் வெட்டு முகம் ஒரு வட்டமாயிருக்கும். அக்கோளத்தின் ஒரு விட்டம் அத்தளத்திலிருக்குமானால், அவ்வெட்டு முகம் ஒரு பெரு வட்டம் (Great Circle) எனவும், அவ்வாறல்லாத தள வெட்டு முகம் **ஒரு சிறு வட்டம்** (Small Circle) எனவும் கூறப்படும்.

இப்பண்பினை வேறு விதத்திலும் கூறலாம் : அக்கோள மையம் வழியாகச் செல்லும் தளவெட்டு முகம் ஒரு பெரு வட்டமாகும் ; மையம் வழியாகச் செல்லாத தள வெட்டு முகம் ஒரு சிறு வட்டமாகும்.

[மையத்தின் வழியாகச் செல்லும் எந்தத் தளமும், கோளத்தின் ஒரு விட்டத்தைத் தாங்கியிருக்கும் என்பது கண்கூடு (படம் 1·1)]

2. ஒரு கோளத்தின் வெட்டு முகமாகவரும் வட்டத்தின் தளத்திற்குச் செங்குத்தாக விருக்கும் கோள விட்டம் அவ்வட்டத்தின் அச்சு (Axis) எனப்படும்.

3. அந்த அச்சின் இரு முனைகளும் (அதாவது அவ்வச்சு, கோளப்பரப்பை வெட்டும் இருபுள்ளிகளும்) அதற்குரிய வட்டத்தின் இரு துருவங்கள் (Poles) எனப்படும். (படம் 1·2)

குறிப்பு : பெருவட்டம், சிறுவட்டம் யாவற்றிற்கும் அச்சுக்கள் உண்டு : ஆகவே இருதுருவங்களும் உண்டு.

4. கோள வட்ட மையத்தினின்று வெவ்வேறு தூரங்களிலுள்ள தளவெட்டு வட்டங்களுள், மையத்திற்கு மிக அண்மையிலுள்ள வட்டம் மிகப்பெரிய (பெருவட்டமல்ல) வட்டமாகவும், மிகதூரத்திலுள்ள வட்டம் மிகச்சிறிய வட்டமாகவும் இருக்கும்.

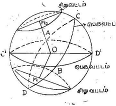
5. ஒரு பெரு வட்டத்தின் ஆரம் (அரை விட்டம்) கோளத்தின் ஆரத்திற்குச் சமம்; சிறு வட்டத்தின் ஆரம், கோளத்தின் ஆரத்தைவிடச் சிறியதாய் இருக்கும்.

6. ஒரு கோளத்தின் இருபெரு வட்டங்கள் ஒன்றையொன்று சமபாதியாக வெட்டிக்கொள்ளுகின்றன.

7. ஒரு கோளத்தில் எல்லாப்பெரு வட்டங்களும் ஒன்றுக்கொன்று சமம்.

8. ஒவ்வொரு பெருவட்டமும் ஒரு கோளத்தை இருசம பாதியாக (இரு சமமான அரைக்கோளங்களாக) வெட்டுகின்றன.

9. ஒரு கோளத்தின் மேற்பரப்பிலுள்ள இரு புள்ளிகளை இணைக்கும் வகையில் கோளத்தின் மேற்பரப்பில், வரையப்படும் கோடுகளில், மீச் சிறு நீளமுடைய வளைகோடு, அவ்விரு புள்ளிகள் வழியாகச் செல்லும் பெருவட்டத்தின் சிறு வில்லாகும்.



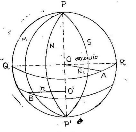
அரை வட்டம்

$ACB = AC'B$

$= ADB$

$= AD'B$

படம் 1·1



படம் 1·2

1·3. கோளத்தைப் பற்றிய சில வரையறைகள் - முதனிலை வட்டம், துணைக் குத்து வட்டங்கள். (Primary Circle, Secondary Circles)

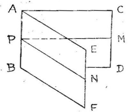
1·2 (8)-ல் வட்ட துருவங்கள் வரையறுக்கப் பட்டன. படம் 1·2-ல் QR என்ற பெருவட்டத்தின் துருவங்கள் P, P'; அத்துருவங்கள் வழியாக வரையக்கூடிய எல்லாப் பெருவட்டங்களும்

(PMP', PNP', PSP'……) முதற்கூறப்பட்ட வட்டத்தின் (அதாவது QRன்) துணைக்குத்து வட்டங்கள் (Secondary Circle) எனக் கூறப்படும். முதல் வட்டம் (QR) பின் கூறப்பட்ட துணை வட்டங்களுக்குரிய முதனிலை வட்டம் எனப்படும்.

1·3·1. கோளகோணங்கள் (Spherical Angles)

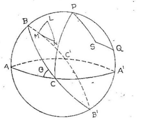
இரு பெருவட்டங்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் அவ்வட்டங்களைத் தாங்கும் தளங்களுக்கிடைப்பட்ட கோணம் என்பது வரையறை (1).

(1) பக்கத்திலுள்ள படத்தில் $ABDC$, $ABFE$ என்ற இரு சமதளங்கள் AB என்ற நேர்க்கோட்டில் வெட்டட்டும். AB-ல் P ஒரு புள்ளி, P வழியாக AB-க்குச் செங்குத்தாக, தளம் $ABDC$-ல் PM உம், தளம் $ABFE$-ல் PN உம் வரைக.



$\angle MPN$ என்பது இவ்விரு தளங்களுக்கும் இடைப்பட்ட கோணம் என்பது வரையறை.

படம் 1·3·1 (i)



படம் 1·3 (ii)

படம் 1·3, (ii) ல், $A\,A'$, $B\,B'$ இரு பெருவட்டங்கள்; அவை வெட்டுமிடங்களில் ஒன்று C. $\angle ACB = \theta$ என்பது அவ்விரு பெருவட்டங்களுக்கும் இடைப்பட்ட கோணம் எனக்கொள்ளலாம்; இதுவே வரையறை.

குறிப்பு :

$$\angle A'CB' = \theta : \angle A'CB = 180 - \theta ;$$
$$\angle B'CA = 180 - \theta.$$

இவை எளிதில் நிறுவப்படலாம்.

1·3·1·1. இரு பெருவட்டங்களுக் கிடைப்பட்ட கோணம் பின் வரையறுக்கப்படும் கோணங்களுக்குச்சமம் என எளிதில் நிறுவலாம்.

(i) இரு பெருவட்டங்கள் வெட்டுமிடங்களில் அவ் வட்டங் களுக்கு வரையப்படும் தொடுவரைகளுக் கிடைப்பட்ட கோணம் ;

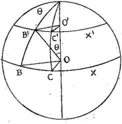
(ii) இவ்விரு வட்டங்களையும் துணைக்குத்து வட்டங்களாகப் பெற்ற முதனிலை வட்டத்தின் மேல் அவ்விரு வட்டங்களுக் கிடைப் பட்ட வில் அளவு (1·4·3 தேற்றம் 1 காண்க).

(iii) இவ்விரு வட்டங்களுக்குரியதாயும், ஒரே பக்கத்திலு முள்ள இரு துருவங்களுக் கிடைப்பட்ட வில் அல்லது கோணதூரம். (1·4·5 தேற்றம் 3 காண்க)

1·4·1. இணையான சிறுவட்ட, பெருவட்ட விகிதங்கள்

X என்ற முதனிலை வட்டத்திற்கு $AB'B$, $AC'C$ என்பவை இரு துணைக் குத்து வட்டங்கள். X' என்பது X க்கு இணையான சிறு வட்டம்.

வில் $AB' = AB'$ என்ற வில் 0 இல் தாங்கும் கோணம் $B'OA = \theta$ எனவும், X' இன் ஆரம் r எனவும், X இன் ஆரம் R எனவும் கொள்க.



படம் 1·4·1

(பின்னர் கடைசியாக உள்ள குறிப்பு காண்க).

$O'B' \parallel OB$; $O'C' = OC$; ஏனெனில் அவை இணைத் தளங்களில் உள்ளன.

$\therefore \angle B'O'C' = \angle BCC.$

வில் $B'C' = r \times \angle B'O'C'$ (ஆரையன் அளவு)

வில் $BC \;= R \times \angle BOC$ (ஆரையன் அளவு)

$$\therefore \frac{\text{வில் } B'C'}{\text{வில் } BC} = \frac{r}{R}$$

ஆனால் $\triangle OO'B'$ இல்

$$\sin\theta = \frac{O'B'}{OB'}$$

$$= \frac{r}{R}$$

$$\therefore \frac{r}{R} = \cos(90 - \theta)$$

$$= \cos(AB - AB')$$

$$= \cos B'B$$

$$\therefore \frac{\text{வில் } B'C'}{\text{வில் } BC} = \cos B'B$$

$$\therefore \text{வில் } B'C' = \text{வில் } BC \times \cos B'B$$

இங்கு $B'B$ என்பது இணையான சிறு, பெரு வட்டங்களுக் கிடைப்பட்ட வில் எனத் தெரிகிறது.

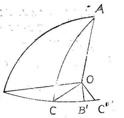
$\therefore$ ஒருசிறு வட்ட வில் கோண நீளம் : அதற்கு இணையான பெரு வட்ட வில் கோண நீளம் = இவ் விருவட்டங்களுக் கிடைப்பட்ட வில்லின் cosine அல்லது சிறுவட்டத்தின் கோண ஆரத்தின் (angular radiws) sine. இது ஒரு முக்கிய வாய்பாடு ; பல இடங்களில் பயன்படும்.

குறிப்பு :

பெரு வட்ட வில்களின் அளவு, அவை கோள மையத்தில் தாங்கும் கோணங்களால் மதிப்பிடப்படுகின்றன. (கோணங்கள் பாகையளவிலோ, ஆரையன் அளவிலோ இருக்கலாம்)

1·4·2. ஒரு கோளத்தின் மேற்பரப்பில் AB, AC என்பவை இருவட்ட நாற் கூறுகளாயின் (Quadrants) BC என்ற பெரு வட்டத்திற்கு A ஒரு துருவம்.

படம் 1·4·2 காண்க.
நாற்கூறு $AB = 90° = \angle AOB$;
,, $AC = 90° = \angle AOC$.
∴ $AO \perp BO$
$AO \perp CO$
∴ $AO \perp$ தளம் BOC



படம் 1·4·2

∴ BC என்ற பெருவட்டத்திற்கு A ஒரு துருவமாகிறது.

AO-ன் நீட்டல், கோளப்பரப்பை A'-ல் வெட்டினால், A' என்பது BC-ன் மற்றோர் துருவமாகும்.

1·4·3. **தேற்றம் 1 :** ஒரு முதனிலை வட்டத்திற்கு இருதுணைக் குத்து வட்டங்கள் வரையப்படின், அவ்விரு துணை வட்டங்களுக் கிடைப்பட்ட கோணம், முதனிலை வட்டத்தின்மேல் இவ்விரு துணை வட்டங்களும் துண்டிக்கும் வில்லுக்குச் சமம்.

படம் 1·4·2-ல்,
தளம் OAB-ல், $OB \perp OA$
தளம் OAC-ல், $OC \perp OA$
∴ $\angle BOC =$ வில் BC.

1·4·4 **தேற்றம் 2 :** ஒரு பெருவட்டத்தின் துருவம் மற்றொரு பெரு வட்டத்தின் மேலிருப்பின், பிந்திய பெருவட்டத்தின் துருவம் முந்திய பெருவட்டத்தின் மேலிருக்கும்.

படம் 1.4·2-ல்,
தளம் BOC-ல், $OB' \perp BO$, $OC' \perp OC$ வரைக.

அவை BC என்ற பெருவட்டத்தை B', C' என்ற இடங்களில் வெட்டட்டும்.

AB', AC' இரண்டும் BCக்குத் துணைக்குத்து வட்டங்களாகும்.

மேலும் $\angle BOB' = 90°$

$\angle COC' = 90°$

ஆகவே, BB' உம், CC' உம் வட்டநாற் கூறுகளாகும்.

1.4.2-ன் படி, இரண்டிரண்டு வட்ட நாற்கூறுகள் எடுத்து அவற்றிற்குரிய முதனிலை வட்டங்கள், அம் முதனிலை வட்டங்களுக்குரிய துருவங்கள் பின்னர் கொடுக்கப்பட்டிருப்பதைக் காண்க.

இரண்டிரண்டாக வட்டநாற் கூறுகள்.	அவற்றிற்குரிய முதனிலைப் பெருவட்டம்	முதனிலைப் பெருவட்டத்தின் துருவம்
(1) AB' ; BB'.	AB	B'
(2) AB ; AB'.	BB' (BC)	A.
(3) AC' ; CC'.	AC	C'.
(4) AC ; AC'.	CC' (BC)	A.
(5) AB ; BB'	AB'	B.
(6) AC : CC'	AC'	C.

(1)-ன்படி, AB-ன் துருவம் B'என்பது BB'-ன் மேலிருக்கிறது.

(2)-ன்படி, BB'-ன் துருவம் Aஎன்பது AB-ன் மேலிருக்கிறது.

(3)-ன்படி, AC-ன் துருவம் C'என்பது CC'-ன் மேலிருக்கிறது.

(4 -ன்படி, CC'-ன் துருவம் Aஎன்பது AC-ன் மேலிருக்கிறது. இவ்வாறே மற்றவையும்.

1·4·5. **தேற்றம் 3:** இரு பெரு வட்டங்களுக்கிடைப்பட்ட கோணம் அவற்றின் துருவங்களுக் கிடைப்பட்ட வில் (அல்லது கோணத் தூரம்) லுக்குச் சமம்.

படம் 1·4·2-ல், $BO' \perp OC$;

$OC' \perp OC$. (வரைவழி)

$\therefore \angle BOC = \angle B'OC'$

$=$ வில் $B'C'$

1·4·4-ன் படி, AB-ன் துருவம் B' ...(1)

AC-ன் துருவம் C' ...(2)

∴ AB, ACக்கு இடைப்பட்ட கோணம்

$\angle BOC$ என்பது, வில் $B'C'$ (அல்லது

$\angle B'CO'$) என்பதற்குச் சமமாகிறது.

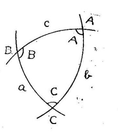
1·5· கோள முக்கோணங்கள் (Spherical triangles)

வரையறை : ஒரு கோணத்தின் மேற்பரப்பில் மூன்று பெரு வட்ட சிறு வில்களால் வரம்பிட்ட பரப்பிற்கு ஒரு கோள முக்கோணம் என்று பெயர்.

படம் 1·3·1-ல் சில கோள முக்கோணங்கள் பின் கூறப்படு வன : $\triangle ABC$; $\triangle A'C'B'$; $\triangle$ PQS (PQ, PS, QS என்பவை பெருவட்ட வில்கள்); $\triangle APC$; $\triangle A'PC$, LM, MN, NL என் பவை மூன்று பெருவட்ட வில்களானால், LMN ஒரு கோள முக் கோணம்.

1·5·1. கோள முக்கோணங்களின் உறுப்புகள் (Elements or parts of a Spherical triangle):

ABC என்ற ஒரு கோண முக்கோணத்தைத் தனியாக எடுத்துக் கொள்வோம். (படம்: 1·5·1) இது ஒரு தளத்தின் மேலிராது என்பது கண்கூடு.



படம் 1·5·1

இதற்கு ஆறு உறுப்புக்கள் உள்ளன. $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ என்ற மூன்று கோணங்கள்; *BC*, *CA*, *AB* என்ற மூன்று வில்கள் (பக்கங்கள்). *BC*, *BA*, *AB* என்ற பக்கங்களின் நீளங்கள் (கோண தூரங்கள்) முறையே a, b, c எனக் குறிக்கப்படும்.

முன்பே 1·8·1-ல் வரையறுத்தபடி, *AB*, *AC* என்ற பெரு வட்டங்களின் தளங்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் *A*; அவ்வாறே $\angle B$ம் $\angle C$ம். அவற்றின் அளவுகளைப் பாகைகளிலோ (degrees), ஆரையன்களிலோ (Radians) கணக்கிடலாம் (அளக்கலாம்). பக்கங்களும் கோண அளவுகளையே உடையன; நீட்டலளவுகள் (linear measure) பெற்றவையல்ல. *BC*-ன் கோணஅளவுயாதெனில் *BC* என்ற வில், கோள மையத்தில் தாங்கும் கோண அளவேயாம். அவ்வாறே *CA*, *AB*-ன் அளவுகளும். எனவே, ஒரு கோள முக்கோணத்தின் பக்கங்களும் கோண அளவுடையனவே தவிர சாதாரண நேர்க்கோட்டு முக்கோணங்களைப்போல நீட்டல் அளவு பெற்றவையல்ல. எனவே, ஒரு கோள முக்கோணத்தின் ஆறு உறுப்புக்களும் கோண அளவுடையன. பாகை அல்லது ஆரையன் அளவில் அளக்கப்படும்.

1·5·2. கோள முக்கோணத்தின் பண்புகள் :

1. ஏதேனும் இரு பக்கங்கள் சமமாயிருப்பின், அவற்றிற்கு எதிரான இரு கோணங்களும் சமம்; மறுதலையும் உண்மை. அவ்வாறுள முக்கோணம் இரு சமபக்க முக்கோணம் எனப்படும் இருசம பக்க முக்கோணத்தில் *AB*, *AC*, சமமானால், *A* வழியாக *BC*க்கு வரையப்படும் துணைக்குத்து வட்டம் $\angle A$ஐயும், பக்கம் *BC*ஐயும், இருசம பாகங்களாகப் பிரிக்கும்; மறுதலைகளும் பொருந்தும்.

2. மூன்று பக்கங்களும் சமமாயின் மூன்று கோணங்களும் சமம்; மறுதலையும் உண்மை அது சமபக்க முக்கோணம்/சம கோண முக்கோணம் எனப்படும்.

3. இருபக்கங்களின் கூட்டுத்தொகை, மூன்றும் பக்கத்தை விட அதிகம்; இரு பக்கங்களின் வேறுபாடு, மூன்றும் பக்கத்தை விடக் குறைவு.

4. இரு பக்கங்கள் சமமில்லாதிருப்பின் பெரிய பக்கத்திற்கு எதிராகப் பெரிய கோணம் அமையும்.

5. ஒரு கோண முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை $180°$ அல்லது π ஆரையன்களுக்கு மிகுதியாகும்.

குறிப்பு: (5) ஆம் பண்பு தவிர, மற்ற யாவும் நேர்கோட்டு முக்கோணத்திற்குப் பொருந்துவனவாகும்.

1·5·3. சர்வசம முக்கோணங்கள் (Congruent Triangles):

நேர்கோட்டு முக்கோணங்களுக் குரிய தேற்றங்கள் யாவும் இங்கு பொருந்தும்; ஒன்றுமட்டும் பொருந்தாது.

நேர்கோட்டு முக்கோணங்களில் முறையாக சமகோணங்கள் மட்டுமே பெற்ற முக்கோணங்கள், பொதுவாக சர்வ சமமாயிரா; அவை வடிவொத்தவையாக மட்டுமே இருக்கும். ஆனல் கோள முக்கோணங்களில் கோண அளவிலேயே பக்கங்களும் கொள்ளப் படுவதால், முறையாக, சமகோணங்கள் பெற்ற முக்கோணங்கள் (வடிவொத்தவை மட்டுமேயல்லாமல்) சர்வசம முக்கோணங்க ளாகும்.

1·6. கோள முக்கோணத்திற்குரிய கோண கணிதத் தேற்றங்கள் (Trigonometric properties of the spherical triangle):

பின்வரும் தேற்றங்கள் கொண்டு ஏதேனும் மூன்று உறுப்புக் கள் கொடுக்கப்பட்டால், மீதி உறுப்புக்களைக் கணக்கிடலாம்:

ABC என்ற முக்கோணம் கொள்க.

படம் 1·5·1,

(i) $\dfrac{\sin a}{\sin A} = \dfrac{\sin b}{\sin B} = \dfrac{\sin c}{\sin C}$

(ii) $\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$. மற்றும் இதுபோல இரு சமன்பாடுகள்.

(iii ஒரு கோண முக்கோணத்தில் நான்குஅடுத்தடுத்த உறுப் புக்கள் வரிசையாக எழுதப்பட்டால், ஒரு கோணம்/பக்கம் முதலி டத்திலும் ஒரு பக்கம்/கோணம் நான்காவதிடத்திலும் இருக்கும். இரண்டாம், மூன்றும் இடங்களில், ஒரு பக்கம்/கோணம் அல்லது ஒரு கோணம்/பக்கமிருக்கும்.

எடுத்துக் காட்டுகள் – இடஞ் சுழியாக:

(i) B, c, B, a;
(ii) c, B, a, C;
(iii) B, a, C, b;
(iv) a, C, b, A;
(v) C, b, A, c;
(vi) b, A, c, B;

இதுபோலவே வலஞ்சுழியாகவும் நான்கு அடுத்தடுத்த உறுப்புகளை யெழுதலாம்.

இரண்டாம், மூன்றும் இடங்களில் இருக்கும் உறுப்புகள், உட்பக்கம்/உட்கோணம் அல்லது உட்கோணம்/உட்பக்கம் எனவும் முதலிலும் கடைசியிலும் உள்ளவை, மற்றகோணம்/பக்கம் அல்லது மற்ற பக்கம்/கோணம் எனவும் கூறப்படும். இவைகளுக்கிடைப்பட்ட கோண கணிதத்தொடர்பு மிகவும் பயன்படுவதொன்றாகும். அத்தொடர்பாவது :

cos (உட்பக்கம்) × cos (உட்கோணம்)

= sin (உட்பக்கம்) × cot (மற்ற பக்கம்)

— sin (உட்கோணம்) × cot (மற்ற கோணம்)

எடுத்துக்காட்டு : A, c, B, a என்ற நான்கு அடுத்தடுத்த உறுப்புகளை யெடுத்துக்கொண்டால்,

c, B முறையே உட்பக்கம், உட்கோணம்;

A, a முறையே மற்ற கோணம்; மற்றபக்கம்.

மேற்கூறிய தொடர்பு வாய்பாட்டின்படி,

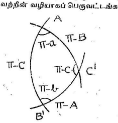
$\cos c \cos B = \sin c \cot a - \sin B \cot A.$

இவ்வாறே மற்ற தொடர்புகளையும் பெறலாம்.

1·6·1. கோளமுக்கோணத்தின் துருவ முக்கோணம்: (The Polar triangle of a spherical triangle)

ABC ஒரு கோளமுக்கோணம். A இருக்கும் பக்கமே இருக்கும் C என்ற பெரு வட்டத்தின் துருவம் A' எனக்கொள்க. அவ்வாறே, B', C' இரண்டும் முறையே CA, ABன் துருவங்கள்.

A', B', C' என இவ்வாறமைந்த துருவங்களை, இரண்டிரண்டாகக்கொண்டு அவற்றின் வழியாகப் பெருவட்டங்கள் வரைந்தால்



படம் : 1·6·1

பெறப்படும் முக்கோணம் A', B', C' என்பது ABCன் துருவ முக்கோண மெனப்படும். படம் 1·6·1 காண்க. துருவ முக்கோணத்தின் ஆறு உறுப்புகளும், முதல் முக்கோணத்தின் ஆறு உறுப்புகளோடு, படத்தில் காட்டியபடி தொடர்புடையவை.

அத்தொடர்புகளை இங்கு காண்க :

	முதல் முக்கோணம் $\triangle ABC$ (1)	துருவமுக்கோணம் $\triangle A'B'C'$ (2)	துருவ முக்கோணம் $A'B'C'$ ன் துருவ முக்கோணம் (3)
பக்கம்	$a = BC$	$\pi - A = B'C'$	$\pi - (\pi - a) = a$
,,	$b = CA$	$\pi - B = C'A'$	$\pi - (\pi - b) = b$
,,	$c = AB$	$\pi - C = A'B'$	$\pi - (\pi - c) = c$
கோணம்	$A = B\hat{A}C$	$\pi - a = B'A'C'$	$\pi - (\pi - A) = A$
,,	$B = A\hat{B}C$	$\pi - b = A'B'C'$	$\pi - (\pi - B) = B$
,,	$C = B\hat{C}A$	$\pi - c = B'C'A'$	$\pi - (\pi - C) = C$

எனவே,

$\triangle ABC$க்கு துருவ முக்கோணம் $A'B'C'$ ஆனால், $\triangle A'B'C'$க்கு துருவ முக்கோணம் ABC.

அதாவது,

BC, CA, AB-இன் துருவங்கள் முறையே

A', B', C' ஆனால்

$B'C', C'A', A'B'$-இன் துருவங்கள்

முறையே A, B, C.

1·6·2. முதல் முக்கோணத்திற்குரிய கோண கணிதத் தொடர்பு வாய்பாடுகளை, அதன் துருவ முக்கோணத்திற்கு அமைத்தால், நாம் பெறுவன :

$$\text{(i)}\quad \frac{\sin(\pi - A)}{\sin(\pi - a)} = \frac{\sin(\pi - B)}{\sin(\pi - b)} = \frac{\sin(\pi - C)}{\sin(\pi - c)}$$

அதாவது $\frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin B}{\sin b} = \frac{\sin C}{\sin c}$.

இவை முதல் முக்கோணத்திற்குரிய முதல் தொடர்பு வாய்பாடாகும்.

(ii) $\cos(\pi - A) = \cos(\pi - B)\cos(\pi - C) + \sin(\pi - B)\sin(\pi - C)\cos(\pi - a)$

அதாவது

$$-\cos A = \cos B \cos C - \sin B \sin C \cos a$$

மற்றும் இது போன்ற இரு சமன்பாடுகள்.

(iii) $\pi - a$, $\pi - C$, $\pi - b$, $\pi - A$ என நான்கு அடுத்தடுத்த உறுப்புகளை யெடுத்துக்கொள்வோம். வாய்பாட்டின்படி,

$$\cos(\pi - C)\cos(\pi - b) = \sin(\pi - C)\cot(\pi - A) - (\sin - b)\cot(\pi - a)$$

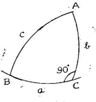
அதாவது

$$\cos C \cos b = -\sin C \cot A + \sin b \cot a$$

இவ்வாறே மற்ற தொடர்புகளும் பெறலாம்.

1·6·3. செங்கோண முக்கோணங்கள் (Right angled triangles)

ஒரு கோள முக்கோணத்தில் ஒரு கோணம் (பக்கமல்ல) 90° ஆக இருக்குமானல், அது ஒரு செங்கோண முக்கோணமெனப்படும்.



படம் 1·6·3

படம் 1·6·3 இல்

$\angle C = 90°$

செம்பக்கம் (hypoteneuse) AB

இங்கு 1·6 (i) படி.

$$\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C}$$

$$= \frac{\sin c}{\sin 90°} = \sin c \quad (\because \angle C = 90°)$$

$$\therefore \quad \sin a = \sin A \sin c \qquad \ldots \quad (1)$$

$$\sin b = \sin B \sin c \qquad \ldots \quad (2)$$

1·6. (ii) படி,

$$\cos c = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C$$

$$= \cos a \cos b \qquad (\because \angle C = 90^\circ) \qquad \ldots \quad (3)$$

1·6. (iii) படி,

C, B, a, C எடுத்துக்கொண்டால்,

$$\cos a \cos B = \sin a \cot c - \sin B \cot C$$

$$= \sin a \cot c \quad (\because \angle C = 90^\circ)$$

$$\therefore \quad \cos B = \tan a \cot c \qquad \ldots \quad (4)$$

இவ்வாறே,

$$\sin a = \tan b \cot B \qquad \ldots \quad (5)$$

$$\sin b = \tan a \cot A \qquad \ldots \quad (6)$$

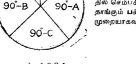
$$\cos A = \tan b \cot c \qquad \ldots \quad (7)$$

எனவும் பெறலாம்.

இவ்வாறே, $\triangle ABC$ன் துருவ கோணமாகிய $\triangle A'B'C'$ எடுத்துக்கொண்டு, $(\pi - C)$க்குரிய பக்கம் 90° எனக்கொண்டு சில தொடர்புகளையும் அறியலாம். ... (8)

1·6·3·1. நேப்பியர் விதி (Napier's Rule)

செங்கோண முக்கோணத்தைப் பொருத்தமட்டில், இந்தச்சமன்பாடுகள் யாவற்றையும், பின் கூறப்படும் நேப்பியர் விதிப்படி, கவனத்தில் வைக்கலாம்.



படம் 1·6·3·1

ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தில் செம்பக்கம் c; செங்கோணம் தாங்கும் பக்கங்கள் a, b; மற்றவை முறையாகவுள்ள கோணங்கள்.

ஒரு வட்டம் வரைந்து அதை நான்கு சமக் கூறுகளாகப் பிரித்துக்கொள்க 'படம் 1·6·3·1 பார்க்க). மேலேயிருக்கும் நாற் கூறுகளை மட்டும் இரண்டு பகுதிகளாகப் பிரித்து, அவ்விரண்டு பிரிவுகளிலும் செங்கோணம் தாங்கும் பக்கங்கள் a, b ஐ எழுதுக. கீழேயிருக்கும் நாற்கூறில் ($90°$ – செம்பக்கம்), $90° - c$ எழுதிக்கொள்க. a-க்கு ஒன்று விட்ட இடத்தில் $90° - A$ உம், bக்கு ஒன்றுவிட்ட இடத்தில் $90° - B$ உம் எழுதுக.

ஏதாமொரு உறுப்பை, இங்கு நடு உறுப்பு (middle)என எடுத்துக்கொண்டால், அதற்கு இரு பக்கங்களிலும் இருக்கும் உறுப்புகள் 'அடுத்து' (adjacent) உறுப்புகள் எனவும், அவையல்லாத உறுப்புகள், 'எதிர்' (opposite) உறுப்புகள் எனவும் கூறப்படும்.

எடுத்துக்காட்டு :

நடு உறுப்பு	'எதிர்' உறுப்புகள்	'அடுத்த' உறுப்புகள்
a	$90°-A$; $90°$ C	b ; $90°-B$
$90°-B$	b ; $90°-A$	a ; $90°-C$
$90°-C$	a ; b	$90°-B$; $90°-A$
$90°-A$	a, $90°-B$	b ; $90°-C$
b	$90°-E$; $90°-C$	a ; $90°-A$

நேப்பியர் விதி :

sin (நடுஉறுப்பு) = 'அடுத்த' உறுப்புகளின் 'tan' களின் பெருக்குத்தொகை
= 'எதிர்' உறுப்புகளின் 'cosine' களின் பெருக்குத்தொகை.

sin (Middle Part) = Product of tangents of adjacents.
= Product of cosines of opposites.

எடுத்துக்காட்டுகள் ;

(i) $\sin a = \tan b \tan (90 - B) = \tan b \cot B$ **1·6·3...(5)**

$= \cos (90 - A) \cos (90 - c) = \sin A \sin C$

1·6·3 ...(1)

(ii) $\sin(90-B) = \tan a \tan(90-c) = \tan a \cot c$

$\therefore \cos B = \tan a \cot c.$ 1·6·3...(4)

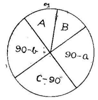
$\sin(90-B) = \cos b \cos(90-A)$

$\therefore \cos B = \cos b \sin A$ 1·6·3...(8)

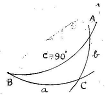
இவ்வாறே மற்ற செங்கோண முக்கோணத்திற்குரிய மற்ற தொடர்புகளையும் சரிபார்த்துக்கொள்க.

1·6·3·2 ஒரு செங்கோணப் பக்கம் (side) உள்ள முக்கோணத்திற்கு, இவ்வாறே நேப்பியர் விதி உண்டு.

C செங்கோணப் பக்கம்; அதாவது *C*ன் அளவு ஒரு வட்ட நாற்கூறு. வட்டம் வரைந்து பின்வரும் படத்தில் காட்டியபடி, உறுப்புகளை எழுதிக்கொள்க. [1·6·3·2 (2)]



படம் 1·6·3·2 (2)



1·6·3·2 (1)

விதி, முன்கூறியபடியே,

sine (நடு) = 'அடுத்த' உறுப்புகளின் 'tan' களின் பெருக்குத்தொகை

= 'எதிர்' உறுப்புகளின் 'cosine' களின் பெருக்குத்தொகை.

எடுத்துக்காட்டு :

$$\sin(C-90^\circ) = \tan(90-a)\cdot\tan(90-b)$$
$$= \cos A \cos B.$$

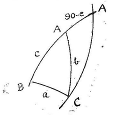
அதாவது $-\cos C = \cot a \cot b$

$$= \cos A \cos B.$$

1·64. மற்றோர் கோண கணித விதி :

ABC என்ற ஒரு கோள முக்கோணத்தில்,

$\sin a \cos B = \cos b \sin c - \sin b \cos c \cos A$.



படம் 1·6·4

$\triangle ABC$ இல்,
BA ஐ நீட்டி,
$BA' = 90°$ என்ற வகையில்
A' ஐ இடங் குறித்து,
A' ஐ யும் C ஐ யும் ஒரு பெரு வட்ட வில்லால் இணைக்கவும்.
அப்போது,
$\angle CAA' = 180 - A$;
பக்கம் $AA' = 90 \quad c$.
$\triangle A'BC$ இல்,

$$\cos A'C = \cos A'B \cos BC + \sin A'B \sin BC \cos B$$
$$= O + \sin a \cos B \quad (\because A'B = 90°). \qquad ...(1)$$

$\triangle A'AC$ இல்,

$$\cos A'C = \cos A'A \cos AC + \sin A'A \sin AC \cos (180 - A)$$
$$= \sin c \cos b + \cos c \sin b (-\cos A)$$
$$= \sin c \cos b - \cos c \sin b \cos A. \qquad ...(2)$$

(1) உம் (2) உம் சமமாதலின்,
$\sin a \cos B = \cos b \sin c - \sin b \cos c \cos A$
இவ்வாறே மற்றைந்து தொடர்புகள்.
$\sin a \cos C$, $\sin b \cos A$, $\sin b \cos C$, $\sin c \cos A$, $\sin c \cos B$ காணலாம்.

குறிப்பு :

மனப் பாடம் செய்து, உடனுக்குடன் பயன்படுத்த வேண்டிய வாய்பாடுகள் :

(A) 1·6 (i), (ii) (iii), எல்லா முக்கோணங்களுக்கும் பொருத்தமானது.

(B) 1·6·1 முக்கோண உறுப்புகளுக்கும், துருவ முக்கோண உறுப்புகளுக்கும் உள்ள தொடர்புகள்.

(C) 1·6·3·1; 1·6·3·2 செங்கோண முக்கோணம், செம்பக்க முக்கோணம் இவைகளுக் குரிய நேப்பியர் விதி.

(D) 1·6·4 முறை மட்டும் அறிந்துகொள்க; முடிந்தால் வாய்பாடும் கூட.

பயிற்சி 1

1. ABC என்ற கோள முக்கோணத்தில் $\angle C = 90^\circ$; $a = 60^\circ$; $b = 60^\circ$. மற்றைய உறுப்புகளைக் காண்க.

2. மூன்று வட்ட நாற்கூறுகளால் அமைந்த கோள முக்கோணத்தின் கோணங்கள் என்ன ?

3. ZPS என்ற ஒரு கோள முக்கோணத்தில் $ZP = 90 - \phi$; $PS = 90 - \delta$; $ZS = z$ என மூன்று வில்களின் அளவுகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. சமமுக்கோணத்தின் கோணங்களைக் கணக்கிடுக.

$\phi = 0$ ஆனால், அக் கோணங்கள் என்ன ?

4. ABC என்ற கோள முக்கோணத்தில் $\angle C = 90^\circ$; $AB = \bigcirc$; $BC = \alpha$ ஆனால், மற்ற உறுப்புகளையறிக.

5. a, b, c, A, B, C என்ற கோண முக்கோண உறுப்புகள், $\triangle a, \triangle b, \ldots$ என்ற சிறு மாறுதல்களைப் பெறுகின்றன. அப்போது பின்வரும் சமன்பாடுகளை நிறுவுக.

$$\triangle a = \cos C . \triangle b + \cos B . \triangle c + K \sin b \sin c . \triangle A .$$

$$\triangle b = \cos A . \triangle c + \cos C . \triangle a + K \sin c \sin a . \triangle B .$$

$$\triangle c = \cos B . \triangle a + \cos A . \triangle b + K \sin a \sin b . \triangle C .$$

$$\triangle A = - \cos c . \triangle B - \cos b . \triangle C + \frac{1}{K} \sin B \sin C . \triangle a .$$

$$\triangle B = - \cos a . \triangle C - \cos c . \triangle A + \frac{1}{K} \sin C \sin A . \triangle b .$$

$$\triangle C = - \cos b . \triangle A - \cos a . \triangle B + \frac{1}{K} \sin B \sin B . \triangle c .$$

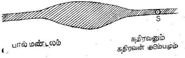
என நிறுவுக. $\left(K = \frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin B}{\sin b} = \frac{\sin C}{\sin c} \right)$

2. மண்ணுலகம்

(The Earth)

2·0 பால் மண்டலம் அல்லது ஆகாய கங்கை (The Milky Way)

சந்திரன் இல்லாத ஒரு களங்கமற்ற நள்ளிரவிலே, ஓரியன் விண்மீன் கூட்டம் (The Constellation of Orion) ஏறக்குறைய உச்சியிலிருக்கும்போது வானத்தைப் பார்த்தால், வடமேற்கிலிருந்து ஓரியன் கூட்டம்வரை பரந்து கிடக்கும் ஓர் ஒளி வெளியை (Expanse of Light) நாம் காணலாம். இந்த ஒளி வெளியிலே, மிகப்பல கூர்மையான ஒளி வீசும் விண்மீன்களும் சற்று மங்கலாக ஒளி வீசும் விண்மீன்களும் தோன்றும். இவ் வானவெளிக்குப் பால் மண்டலம் அல்லது ஆகாய கங்கை எனப் பெயர். படம் 2·1 இல் இப் பால் மண்டல அமைப்பு காட்டப்பட்டிருக்கிறது.



படம் 2·1

2·1. இப் பால் மண்டலம் ஓர் அண்டம் (Galaxy) எனப்படும்.

இவ் வண்டத்தைப் போல பல கோடிக் கணக்கான அண்டங்களும், ஒவ்வொரு அண்டத்திலும் பல கோடிக் கணக்கான விண்மீன்களும் உள்ளன. இவ்வண்டங்கள் யாவும் சேர்ந்தது பேரண்டம் (The Universe) எனப்படும்.

பால் மண்டலத்தில் வலது கோடியில் S என்ற இடத்தில் (படம் 2·1) கதிரவன் ஒரு சாதாரண விண்மீன். கதிரவனைச்

சுற்றி ஒன்பது கோள்கள் குறிப்பிட்ட கால வட்டங்களில் சுற்றி வருகின்றன. அக் கோள்களில் ஒன்று, இம் மண்ணுலகம். மற்ற கோள்கள், புதன், வெள்ளி, செவ்வாய், வியாழன், சனி, உரேனஸ் (Uranus), நெப்டியூன் (Neptune), புளூட்டோ (Pluto) எனப் பெயர் பெற்றவை; கதிரவன் குடும்பம் எனப்படும். இக் கோள் களைப் பற்றிப் பின்னர் விரிவாகப் பார்ப்போம்.

2·2. இப்போது, சிறப்பாக, நாம் வாழும் மண்ணுலகத்தைப் பார்ப்போம்.

இம் மண்ணுலகம் கோள வடிவமானது என இப்போது எல்லாரும் அறிவர். பார்ப்பதற்குத் தட்டையாகத் தோற்றும் இம் மண்ணுலகம் கோள வடிவமெனக் கூற என்ன சான்றுகள் உள்ளன? சான்றுகள் பல.

(1) இவ்வுலகத்தை நாம் சுற்றி வரலாம்; அதாவது ஒரு இடத்திலிருந்து புறப்பட்டு, ஒரே திசையில் போய்க்கொண்டிருந் தால், திரும்பவும் நாம் புறப்பட்ட இடத்திற்கே வந்து சேர இயலும். இம் மண்ணுலகம் கோள வடிவத்தில் இருப்பதால் தான் இது முடிகிறது. (தன்னந் தனியாகவோ, அல்லது சில நண்பர்க ளுடனோ உலகஞ் சுற்றுவது, தொன்றுதொட்டு மனிதனின் அஞ்சா நெஞ்சத்திற்கு ஒரு சான்று; அது ஒரு பொழுதுபோக்கும்கூட).

(2) ஒரு துறைமுகத்தை விட்டுச் செல்லும் கப்பலைப் பார்த்துக் கொண்டேயிருந்தால், முதலில் கப்பலின் அடித்தளம் மறையும்; பின்னர் மேல் தளம், புகை போக்கி (பாய்மரக் கப்பலாயின் பாய் மரங்கள்) படிப்படியாக மறையும். துறைமுகத்தை நோக்கி வரும் கப்பலைப் பார்த்தால், முதலில் கப்பலின் புகைபோக்கியும், படிப் படியாக மேல்தளமும் தெரியும்.[1] கப்பல் எந்தத் திசையில் சென்று லும், எந்தத் திசையிலிருந்து வந்தாலும் இக்காட்சி மாறுதல்களைக் காணலாம். இதனுல் மண்ணுலகம் கோள வடிவமென முடிவு கட்ட வேண்டியிருக்கிறது.

(3) நம் முன்னோர்கள், பல்வேறு இடங்களில் விண்மீன்கள் எவ்வாறு இடம் மாறிக் காட்சியளிக்கின்றனவென ஊன்றிக் கவனித்து, மண்ணுலகம் கோள வடிவமென்ற முடிவுக்கு வந்தனர்.

[1] இம் மண்ணுலகம் தட்டையாக விருந்தால், தூரத்தில் செல்லச்செல்ல கப்பல் சிறிதாகிக்கொண்டே போகுமேயொழிய, மறைந்துவிடாது. அருகில் வரும் கப்பல், முதலில் சிறியதாய், பின்னர் கொஞ்சம் கொஞ்சமாகப் பெரியதாய்த் தெரியுமே யொழியப் பகுதிபகுதியாக மிதந்து காட்சியளிக்காது.

சிறப்பாக, ஒருவன் உலக நடு வரையிலுள்ள ஓர் இடத்திலிருந்து, வடக்கு நோக்கிச் செல்லச்செல்ல துருவ நட்சத்திரம் வானத்தில் உயர்ந்து காட்சியளிக்கிறது. அவன் வட துருவத்திற்கே போனுல் அது அவன் தலைக்கு நேர் உச்சியில் தோன்றும். இம் மண்ணுலகம் தட்டையாகவிருந்தால் அத் துருவ நட்சத்திரம் எங்கிருந்து பார்த்தாலும் ஒரே உயரத்தில்தான் தெரியவேண்டும். இதுவும் மண்ணுலக கோள வடிவத்திற்குச் சான்ருகிறது.

(4) ஐம்பதுக்கு மேற்பட்ட மைல்கள் உயரத்தில் இராக்கெட்டுகளிலிருந்து (Rockets) எடுக்கப்பட்ட புகைப்படங்கள் மண்ணுலக மேற் பரப்பு கோள வடிவப் பரப்பாக விருப்பதை நிலைநாட்டுகின்றன.

(5) சந்திரக் கிரகண சமயங்களில் சந்திரனின் மறைவுக்குக் காரணம் மண்ணுலகின் நிழல் சந்திரன்மேல் படுவதாகும். அந்த நேரங்களிலெல்லாம் இந் நிழல் வட்டவடிவமாக விருக்கிறது. ஒரு கோள வடிவமான பொருளுக்குமட்டுமே வட்ட வடிவமான நிழல் உண்டு. ஒரு பந்தின் நிழலை வெண் சுவரில் காண்க.

(6) வான வெளியில் சென்ற செயற்கைக் கோள்கள் எடுத்த புகைப் படங்கள் எல்லாம் இம் மண்ணுலகம் கோள வடிவமாயிருக்கிற தென்பதை, ஐயந்திரிபற, நமக்குக் காட்டுகின்றன.

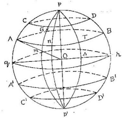
2.2.1. இம் மண்ணுலகம் ஒரு கோள வடிவம் என்ற அடிப்படையில், மண்ணுலகத்தைப்பற்றிய மற்றும் சில விவரங்களைப் பார்ப்போம் :

(1) மண்ணுலக கோளத்தின் ஆரம் அல்லது அரை விட்டம் ஏறத்தாழ 3960 மைல் அல்லது 6368 கிலோ மீட்டர்.

மண்ணுலக மேற்பரப்பின்மேல் ஓரிடத்திற்கும் மற்றோரிடத்திற்கும் இடைப்பட்ட பெரு வட்ட தூரம், மேற்கூறிய அரை விட்ட அளவு கொண்டு கணக்கிடப்படுகிறது. ஒரு பெருவட்டத்தின் 1′ (ஒருகலை – Minute) அளவுள்ள வில்லின் நீளம் ஒரு கடல் மைல் அல்லது நாவிக மைல் (Nautical Mile) எனப்படும். அதன் அளவு 6080 அடி.

(2) உலகம் தனது ஒரு விட்டத்தை அச்சாகக் கொண்டு நாளொருமுறை சுழன்று வருகிறது. (பின்னர் இதற்குரிய சான்றுகள் கொடுக்கப்பட்டிருக்கின்றன). அவ் விட்டத்திற்கு துருவ அச்சு எனப் பெயர் (Polar axis of rotation).

(3) அவ் வச்சின் முனைகள், வட துருவம் p, தென் துருவம் p' எனவும் குறிக்கப்படும். படம் 2·2·1 காண்க.



படம் 2·2·1

(4) மண்ணுலக மையம் வழியாக அவ்வச்சுக்குச் செங்குத்தான தளம் வெட்டிக் கிடைக்கும் பெரு வட்ட வரம்புக்கோடு மண்ணுலகத்தின் 'நில நடுக்கோடு' அல்லது 'உலக நடுவரை' (Terrestrial Equator) எனப்படும். (இந்நூலில் 'நடுவரை' அல்லது 'உலக நடுவரை' என்ற சொல்லையே பயன்படுத்துவோம்).

(5) அப் பெருவட்ட தளத்திற்கு ஒருபோகான தளங்களால் வெட்டப்படும் சிறுவட்ட வரம்புக் கோடுகள் அட்ச ரேகைகள் (Parallels of Latitude) எனப்படும். படம் 2·2·1 இல் *AB*, *CD*, *A'B'*, *C'D'*.

(6) இரு துருவங்கள் (p,p') வழியாகச் செல்லும் பெருவட்ட வரம்புக் கோடு தீர்க்க ரேகைகள் (Meridians of Longitude) எனப்படும். படம்2·2·1இல் pmp', pnp', psp'.

7. மண்ணுலகில் ஓர் இடத்தின் அகலாங்கு (Latitude) என்பது, உலக நடுவரையிலிருந்து, குறிப்பிட்ட அவ்விடம் வழியாகச் செல்லும் அட்சரேகையின் கோண தூரமாகும். *A*, *T*, *B* என்ற மூன்று இடங்களும் ஒரே அகலாங்கில் உள்ளன; அந்த அகலாங்கு = வில் $QA = \angle QOA$. (படம் 2·2·1).

நடுவரைக்கு வடக்கேயுள்ள இடங்கள் வடக்கு அகலாங்கு உடையவை (North Latitude) எனவும், (அல்லது வடக்கு அகலாங்கில் உள்ளவை) நடுவரைக்குத் தெற்கேயுள்ள இடங்கள்

தெற்கு அகலாங்கு உடையவை (South Latitude) எனவும் கூறப்படும்.

நடுவரையிலுள்ள இடங்கள் யாவும் 0° அகலாங்கில் உள்ளன (0°):

p இன் அகலாங்கு 90° வடக்கு (90N°);

p' இன் அகலாங்கு 90° தெற்கு (90°S)

(8) நெட்டாங்கு (Longtude) அளக்கும் முறை

இங்கிலாந்தில் உள்ள கிரீனிச் (Greenwich) நகரம் வழியாகச் செல்லும் தீர்க்கரேகையை ஆதியாகக் கொண்டு, மற்ற இடங்களின் நெட்டாங்குகள் அளவிடப்படுகின்றன. கிரீனிச்சின் நெட்டாங்கு 0°; கிரீனிச் நகரம் 0° தீர்க்கரேகையில் உள்ளது. படம் 2·2·1 இல் G என்பது கிரீனிச் நகரத்தைக் குறிக்கிறது. pGp' என்பது 0° தீர்க்கரேகை.

ஓர் இடத்தின் நெட்டாங்கு என்பது, கிரீனிச் வழியாகச் செல்லும் தீர்க்கரேகைக்கும் குறிப்பிட்ட இடத்தின் வழியாகச் செல்லும் தீர்க்க ரேகைக்கும் இடைப்பட்ட கோணமாகும். கிரீனிச்சுக்குக் கிழக்கேயுள்ள இடங்கள் 0° முதல் 180° கிழக்கு (0° to 180° East) நெட்டாங்கு பெற்றவை யெனவும், கிரீனிச்சுக்கு மேற்கேயுள்ள இடங்கள் 0° முதல் 180° மேற்கே (0° to 180° West) நெட்டாங்கு பெற்றவையெனவும் கூறப்படும். உலகம் முழுவதும் 0° முதல் 180° கிழக்கு வரையும் 0° முதல் 180° மேற்கு வரையும் நெட்டாங்குகளில் வந்துவிடும்.[1]

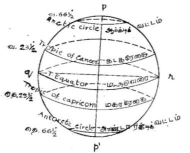
குறிப்பு: அமெரிக்க ஐக்கிய நாடுகளின் தலைநகரான வாஷிங்டன் (U.S.A : Washington) வழியாகச் செல்லும் தீர்க்கரேகையையும் 0° தீர்க்க ரேகையெனக் கொள்வதும் வழக்கில் வந்துள்ளது.

(9) மண்ணுலகின் மேல் உள்ள ஓர் இடத்தை, அதன் அகலாங்கு, நெட்டாங்கு கொண்டு இடங் குறிக்கலாமென நீங்கள் அறிவீர்கள்.

2·2·2 மண்ணுலக மண்டலங்கள் — அட்சரேகை அடிப்படை (Zones of the Earth — Latiude basis)

மண்ணுலகத்தை ஒரு சரியான கோளமெனக் கொண்டு அதன் நடுவரையை நிலைக்கச் செய்த பின்பு, அட்சரேகைப்படி பின்வரும் மண்டலங்கள் வழக்கிலுள்ளன படம். 2·2·2 காண்க.

[1] 180° கிழக்கு தீர்க்க ரேகையும், 180° மேற்கு தீர்க்க ரேகையும் ஒரே தீர்க்க ரேகையைத்தான் குறிக்குமென்பது வெள்ளிடை.



படம் 2·2·2.

அகலாங்கிடை	மண்டலம்
0° முதல் 23½° வடக்கு வரை	வடக்கு வெப்ப மண்டலம் (North Torrid Zone)
வ. 23½° முதல் வ. 66½° வரை	வடக்கு மித வெப்ப மண்டலம் (North Temperate Zone)
வ. 66½° முதல் வ. 90° வரை	வடக்குக் குளிர் மண்டலம் (North Frigid Zone)
0° முதல் தெற்கு 23½° வரை	தெற்கு வெப்ப மண்டலம் (South Torrid Zone)
தெ. 23½° முதல் தெ. 66½° வரை	தெற்கு மிதவெப்ப மண்டலம் (South Temperate Zone)
தெ. 66½° முதல் தெ 90° வரை	தெற்குக் குளிர் மண்டலம் (South Frigid Zone)

வ. 23½° அட்சரேகை—கடக ரேகையெனவும் (Tropic of Cancer),

வ. 66½° அட்சரேகை – ஆர்க்டிக் வட்ட மெனவும் (Arctic Circle),

அவ்வாறே,

தெ. 23½° அட்சரேகை—மகரரேகை யெனவும் (Tropic of Capricorn),

தெ. 66½° அட்சரேகை—அண்டார்க்டிக் வட்டமெனவும் (Antarctic Circle).

பெயர் பெறும். இந்த ரேகைகள், ஒரு தட்ப வெப்ப மண்டலத்தை, மற்றொன்றினின்றும் பிரிக்கும் எல்லை ரேகைகள். இவை யாவும் கற்பனை வட்ட வரைகளே.

2·3. மண்ணுலகம் – தினசரிச் சுழற்சியும் ஆண்டு இயக்கமும் (The Earth - Diurnal Rotation and Annual Motion):

மண்ணுலகம், துருவ வழியாகத் தனது விட்டம் PP' ஐ அச்சாகக் கொண்டு,[1] தினசரி ஒரு முழுச்சுற்று தன்னைத்தானே சுற்றிக் கொள்கிறது. இதற்கு மண்ணுலகின் தினசரிச் சுழற்சியெனப் பெயர். இதன் விளைவாக இரவும் பகலும் மாறி மாறி வருகின்றன; மேலும் விண்மீன்கள் தோன்றி மறையும் காட்சிகளும் இத்தினசரிச் சுழற்சியின் விளைவாகும்.

இது மட்டுமன்றி, ஆண்டிற்கொருமுறை மண்ணுலகம் கதிரவனைச் சுற்றிவருகிறது. இவ் வாண்டியக்கத்தின் (annual motion) விளைவாகப் பருவங்கள் ஏற்படுகின்றன — இளவேனிற் காலம் (·pring), முதுவேனிற் காலம் (Summer), இலையுதிர் காலம் (Autumn), மாரிக் காலம் (Winter). ஒவ்வொரு பருவமும் ஏறக்குறைய மூன்று மாதங்கள் நீடிக்கின்றன; ஆனால் ஒரு பருவத்திற்கும் மற்றொரு பருவத்திற்கும், சிறுசிறு கால வேறுபாடுகள் உண்டு. இது பின்னர் விளக்கப்படும்.

உலகம் தன்னைத் தானே சுழன்று வருகிறதுஎனக் கூற என்ன சான்றுகள் உள்ளன? அச் சான்றுகள் சில, பின்னர் எடுத்துரைக்கப் படுகின்றன. அது மட்டுமன்றி, சில சோதனைகள் செய்தும், மண்ணுலகின் தினசரிச் சுழற்சி நிறுவப்பட்டிருக்கிறது. அவையும் பின்னர் விளக்கப் பட்டிருக்கின்றன.

மண்ணுலகச் சுழற்சிக் குரியசான்றுகள்

(1) மண்ணுலகச் சுழற்சி நம்பக் கூடியதாயிருக்கிறது :

மண்ணுலகம் ஒரு நாளில் தன் விட்டம் ஒன்றை அச்சாகக் கொண்டு, ஒரு முழுச்சுற்று சுழல்கிறது என்ற வாதத்தையேற்றுக் கொண்டால், மண்ணுலக நடுவரையின் மேலுள்ள ஓர் இடம் (அல்லது ஒரு புள்ளி) அந்த 24 மணி நேரத்தில் ஏறக்குறைய $2\pi \times 3960$ மைல்கள், அதாவது ஒரு வினாடிக்கு 0·29 மைல் அல்லது 0·46 கி.மீ. வேகத்தில், ஓடுகின்றது. அப்புள்ளி ϕ அகலாங்கில் இருந்தால், அதன் வேகம் வினாடிக்கு $0{\cdot}29 \cos \phi$ மைல் (1·4·1 காண்க).

---

[1] அச்சு என்று கூறப்பட்டது ஒரு கற்பனை. அவ்வாறாகத் துருவங்கள் வழியாகச் செல்லும் ஓர் உண்மையான அச்சு ஏதுமில்லை.

மாருக, மண்ணுலகம் நிலைத்து நின்று, விண்மீன்கள் வான வெளியில் சுழல்கின்றன என்ற வாதத்தை யேற்றுக் கொண்டால், வெகு தூரத்திலுள்ள மிகப் பெரிய விண் மீன்கள், விநாடிக்கு இலட்சக் கணக்கான மைல்கள் வேகத்தில் ஓடுகின்றன என்ற முடிவை ஏற்கவேண்டும். மேலும், இம் முடிவை ஏற்றுக்கொண்டு, நிலைத்த மண்ணுலகைச் சுற்றி இத்தனை விண் மீன்களும் இவ்வளவு வேகத்தில் சீராகச் சுழன்றுகொண்டிருந்தால், இச் சிறு உலகம், தான் நிலைத்திருக்க, நமது கற்பனைக்கு அப்பாற்பட்ட ஆற்றல் நிறைந்த ஈர்ப்புச் சக்தியைப் பெற்றிருக்கவேண்டும். இது இருக்க முடியாதெனவே நினைக்கவேண்டியிருக்கிறது. எனவே, இரண்டாவது வாதம் பொருந்தா வாதம் என்ற அடிப்படையில், விண் மீன்கள் நிலைத்திருக்கின்றன வெனவும், மண்ணுலகம் நாளுக்கொருமுறை தன் விட்டமொன்றை அச்சாகக் கொண்டு சுழல்கிறது என்ற கொள்கையே பொருத்தமெனவும் தெரிகிறது; நம்பக்கூடிய வகையிலும் அமைந்திருக்கிறது.

(2) விண்மீன்கள் சுழல்கின்றன என்ற கொள்கையால் ஏற்படும் சில சிக்கல்கள்:

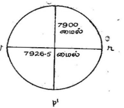
இக் கொள்கையை ஏற்றால், வெவ்வேறு தூரங்களில் அமைந்திருக்கும் விண் மீன்கள், ஒரு பெரிய ஆகாயக் கூரையில் (அல்லது dome - விமானத்தில்) அசையாவண்ணம் நிலைநிறுத்தப்பட்டு, அவ்வான கூரை, ஏதோ ஒரு அச்சு மையங்கொண்டு, சீரான வேகத்தில் அகண்டாகாசத்தில் சுழல்கின்றது என்ற முடிவுக்குத் தான் வரவேண்டும். இந்த விண்மண்டல அமைப்பு ஒரு பொருந்தாக் கூற்ருக உள்ளதால் தான், மண்ணுலக தினசரிச் சுழற்சியை நாம் ஏற்றுக்கொள்ள வேண்டியிருக்கிறது.

மேலும், அவ்விதம் அசையாவண்ணம் விண் மீன்கள் யாவும் ஓர் ஆகாயக் கூரையில் நிலைநின்றிருக்கவில்லை யென்பதை வலியுறுத்த, ஒன்றையொன்று சுற்றிக்கொண்டிருக்கும் இரட்டை மீன்கள் நமது அண்டத்திலிருப்பது போதிய சான்ருகும்.

எனவே, மண்ணுலகச் சுழற்சியே நாம் புரிந்துகொள்ளும் வகையில் விண் பொருள்கள் சுழன்றுவரும் தோற்றக் காட்சிகளை விளக்குகிறது.

(3) கோள்களோடு ஒப்பீடு: கதிரவனும், கதிரவனைச் சார்ந்த கோள்களும், சந்திரனும் தங்கள் தங்கள் மைய அச்சுகள் கொண்டு சுழல்கின்றன எனத் தனிப்பட்ட ஆராய்ச்சிகள் நமக்குத் தெரிவிக்கின்றன. அதேபோல, நம் மண்ணுலகமும், தன் அச்சு மையங்கொண்டு சுழல்கிறது என்ற ஒத்த முடிவுக்கு நாம் வரலாம்.

(4) மண்ணுலக உருவச் சான்று: மண்ணுலகம் ஒரு சரியான கோளமாயில்லை; ஒரு நீள்வட்டக் கோளமாயிருக்கிற தெனத்தெரிகிறது (Oblate Spheroid). இவ்வுருவத்தின் துருவ விட்டம் 7900 மைல்; நடுவரை விட்டம் 7926·5 மைல். இவ்வுருவம், நடுவரைப் பக்கம் சற்று அகன்றும் துருவமுனைகள் அருகில் சற்று தட்டையாயும் உள்ளது. கிச்சலிப்பழம் போன்ற உருவம். படம் 3·3 காண்க.



படம் 2·3

இந்த விட்ட வேறுபாடுகள் கொண்ட உருவ அமைப்பு மண்ணுலகம் தன்னைத்தானே ஒரு மைய அச்சு கொண்டு சுற்றிக் கொள்வதற்கு மற்றோர் சான்றாகும்.

'அலைக்' கொள்கைப்படி, மண்ணுலகம் உருவானது பின்வருமாறு:

பல்கோடி யாண்டுகளுக்கு முன்பு, கதிரவனிடமிருந்து சிதறி வந்த ஒரு தீப்பிழம்புக் கட்டியே மண்ணுலகமாக உருவாயிற்று. அப்படி, முதலில் ஒரு நெகிழ்பொருளாய்ச் சிதறி வந்த தீப்பிழம்புக் கட்டி, கெட்டிப் பொருளாகும் வகையில் தன்னைத்தானே சுற்றிக் கொண்டிருந்தது.

பௌதிக இயல்படி, கோள வடிவத்திலுள்ள ஒரு நெகிழ் பொருள் தனது விட்டமொன்றை அச்சாகக் கொண்டு, சுழன்று, கெட்டியாகிக் கொண்டே போகுமானால், அப்பொருள் அச்சு முனைகளுக்கருகில் தட்டையாவது இயல்பு.

அதே வகையில், மண்ணுலகம், தான் சுற்றும் அச்சு முனைப் பகுதிகளில் தட்டையாகி, நடுவரைப் பகுதியில் நீள்வட்ட வடிவமடைந்தது என்று முடிவுகட்ட இடமிருக்கிறது.

2. 4 : சோதனைகள்மூலம் மண்ணுலகச் சுழற்சி நிறுவப்படல் (Experimental proofs for the earth's rotation)

இதுவரை நாம் மண்ணுலகம் சுழல்வதுதான் நம்பக் கூடியதாயிருக்கிறதெனவும், எல்லாப்புறச் சான்றுகளும் அந்த நம்பிக்கையை உறுதிப்படுத்தும் வகையில் அமைந்திருக்கின்றன எனவும் கண்டோம்.

நேர்முகமாக, சோதனைகள் செய்யப்பட்டு, இச்சுழற்சி ஒருவாறு நிறுவப்பட்டிருக்கிறது.

சோதனை (1): எறிபொருள் விலக்கங்கள் (The deviations of projectiles):

மண்ணுலகம் மேற்கிலிருந்து கிழக்கு நோக்கிச் சுழல்கிறது எனக் கொள்வோம். மண்ணுலகப் பரப்பிலுள்ள எல்லாம் சீரானதொரு கோண வேகத்தோடு சுழல்கின்றன. ஆனாலும், நடுவரை மேலுள்ள பொருள் மீப்பெரு நீள் வேகத்துடனும் (Linear Velocity) (வினாடிக்கு 0·29 மைல்), மற்றைய அட்ச ரேகையின் மேலுள்ள பொருள் சற்றுக் குறைவான நீள் வேகத்துடனும் செல்லும். (*p* என்ற அகலாங்கிற்குரிய நீள் வேகம் வினாடிக்கு 0·29 Cos ϕ மைல்); [1·4·1; 2·3 (1) காண்க].[1]

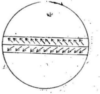
நடுவரைக்கு வடக்கேயோ, தெற்கேயோ, உள்ள ஒரு குறியிலக்கை (target) நோக்கி, நடுவரையிலிருந்து, ஒரு பொருளை எய்தால், அந்த எறிபொருள் குறியிலக்கத்தைத் தாண்டி, குறியிலக்குக்குக் கிழக்கே ஒரு புள்ளியில் விழும். எறியப்பட்ட பொருள் மிகுந்த வேகத்தில் செல்லும் பகுதியிலிருந்து குறைந்த வேகத்தில் செல்லும் பகுதிக்குச் சென்று பாய்வதே இதற்குக் காரணமாகும்.

மாறாக நடுவரைக்கு வடக்கிலிருந்தோ, தெற்கிலிருந்தோ, ஓர் எறிபொருளை நடுவரை மேலேயேயுள்ள ஒரு குறியிலக்கை நோக்கி எய்தால், அப்பொருள் குறியிலக்கைச் சேராமல், அதற்கு மேற்கேயுள்ள ஒரு புள்ளியில் விழும் : காரணம் முன் கூறியதற்கு நேர் மாறானதாகும்.

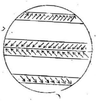
[1] இரு வட்டங்களின் ஆரங்கள் r, R. $r<R$ எனக் கொள்வோம். இவ்விரு வட்டவரைகளின் மேல் ஓரோர் பொருள் ω என்ற சீரான கோண வேகத்தோடு செல்கின்றன வெனக் கொள்க. சிறிய வட்டவரையில் செல்லும் பொருளின் நீள் வேகம் (Linear Velocity) $r\omega$; பெரிய வட்டவரையில் செல்லும் பொருளின் நீள் வேகம் $R\omega$. $r<R$ எனக் கொள்ளப்பட்டதால் $r\omega<\omega$ ஆகும். எனவே இரு பொருள்களுக்கும் சமமான கோண வேகம் ω ஆக இருப்பினும், அவற்றின் நீள் வேகங்கள் இயங்கு வழியான வட்டங்களின் ஆரங்கள் விகிதத்தில் உள்ளன வெனக் காண்க.

படங்கள் 2·4 (1) ம் 2·4 (2) ம், இவற்றை விளக்கும்.

மேலும், மண்ணுலக நடுவரையை நோக்கி வீசும் வடகிழக்குத் —தென் கிழக்குத் தடக் காற்றுகள் (North-East and South-East Trade Winds) இதற்குச் சான்ருகும். இத்தடக்காற்றுகளின் விலக்கம் மண்ணுலகச் சுழற்சியை மெய்ப்பிக்கிறது.



படம் 2·4 (1)



படம் 2·4 (2)

சோதனை 2 : வீழ்பொருள் கீழ் விலக்கம்—நியூட்டன் சோதனை (The Easterly deviation of a falling body—Newton's Experiment)

மண்ணுலக நடுவரை மேலுள்ள ஓரிடத்தில் h உயரமுள்ள ஒரு கோபுரம் இருப்பதாக வைத்துக் கொள்வோம். அக்கோபுரத்தின் அடித்தளமும், உச்சித்தளமும் ஏறக்குறைய ஒரே பரப்புடைய தெனவும் கொள்வோம்.

மண்ணுலக அரை விட்டம் a; கோண வேகம் ω. அப்போது h உயரமான கோபுர உச்சியில் உள்ள ஒரு பொருள் $(a+h)\omega$ என்ற கிழக்கு நோக்கிய நீள் வேகத்தில் உலகத்தோடு செல்லும். அதைக் கீழே விழும்படி விட்டுவிட்டால் அதன் கிடைவேகமான $(a+h)\omega$ மாருது. எனவே, கோபுரத்தின் பாதத்திலேயே விழாமல் அதற்கு அருகே சற்றுக் கிழக்குத் திசையில் விலகியுள்ள ஒரு இடத்தில் விழும் [ஏனெனில் கோபுரத்தின் பாதம் கிழக்கு நோக்கிச் செல்லும் வேகம் $a\omega < (a+h)\omega$].

இது நடுவரை மேலுள்ள ஓரிடத்தில் செய்யப்படும் சோதனையின் பலனுகும்.

அல்லாது, ஒரு குறிப்பிட்ட அக்லாங்கிலுள்ள (ϕ) இடத்தில் இதேவிதமான சோதனை நடத்தினுல், விழுபொருள் கோபுர பாதத்திற்குச் சற்று தள்ளி, கிழக்கு விலக்கம் பெற்ற ஓரிடத்தில் விழும்.

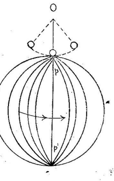
அப்படி விழும் பொருள், காற்று வழியாக விழும்போது, காற்றின் எதிர்ப்பும் இருப்பதால், இக்கிழக்கு விலக்கம் மிகச் சிறியதாயிருக்கும்.

1831ம் ஆண்டு இச் சோதனை 500 அடி உயரத்தில் நடத்தப்பட்டபோது, கிழக்கு விலக்கம் ஒரு அங்குலம் தான் இருந்ததெனக் கூறப்படுகிறது.

வெகு உயரத்திலிருந்து ஒரு பொருள் விழும்போது, ஏற்படும் இக்கிழக்கு விலக்கம், மண்ணுலகத்தின் மேற்கு → கிழக்குச் சுழற்சிக்கு ஓர் சான்றாகும். இக்கிழக்கு விலக்கம் மண்ணுலக சுழற்சியால்தான் விளைகின்றது என்பது தவிர, இவ் விலக்கத்திற்கு வேறொரு காரணமும் காட்டமுடியாது.

சோதனை 3 (i): ஃபோகால்ட் (Foucault) என்பவரின் ஊசலிச் சோதனை — சோதனையின் அடிப்படைத் தத்துவம் (Foucault's Pendulum Experiment — the principle of the experiment):

இம் மண்ணுலகம் மேற்கிலிருந்து கிழக்காக ω என்ற கோண வேகத்தில், தன்னச்சு மையங் கொண்டு சுழல்கின்றதெனவைத்துக் கொள்வோம். மண்ணுலக வட துருவத்தில் ஓர் ஊசலியைத் தொங்க விட்டு அதை ஊசலாடச் செய்வோம். அது ஊசலாடும் நிலைக்குத்துத் தளத்தில் (Vertical plane) வேறெந்த விசையும் அதன் இயக்கத்தை மாற்றுவதற்கில்லை; ஆகவே ஊசலாடும் தளம் மாறுதிருக்கும். அதனடியிலுள்ள மண்ணுலகம், வட — தென் துருவ அச்சை மையங் கொண்டு ($p\,p'$) மேற்கு-கிழக்காகச் சுழல்கிறது. ஆகவே ஒவ்வொரு தீர்க்க ரேகையைத் தாங்கும் தளமும் சுழன்று, ஊசலி, ஊசலாடும் தளத்தோடு இயைந்து, பின்னர் அகன்று போகும். படம். 2·4 (3).

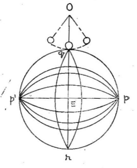


படம் 2·4 (3)

ஊசலிக்குண்டில் ஓர் ஊசி பொருத்தப்பட்டு, அவ்வூசி முனை துருவத்தின் மேல் (p) வைக்கப்பட்ட ஒரு மணல் தூவிய தட்டில் மெல்லிய

கோடுகள் வரையுமாயின், அக்கோடுகள் யாவும், ஒன்றன்பின் ஒன்றுக வலஞ்சுழியாகச் சுழன்று, ஒரு நாட் பொழுதில் முதல் வரைந்த கோட்டுக்கே வந்து இயைந்துவிடும்.

சோதனை 3 (ii): இதே ஊசலிச் சோதனையை உலக நடு வரை (*qr*) மேலுள்ள ஓர் இடத்தில் செய்து, மணல் தட்டில் கோடுகளை வரையச் செய்தால், ஒரே ஒரு கோடு தான் கிடைக்கும். ஏனெனில், ஊசலிக்குண்டு, மணல் தட்டு, காட்சியாளன் எல்லாம் அப்படியே உலக நடுவரைமீது நகர்ந்து செல்லுகின்றனர். படம் 2·4 (4) பார்க்க. ஊசலாடும்தளம்மாறுவதேயில்லை; ஊசி முதலில் கிழித்த கோட்டின் மேலேயே திரும்பத் திரும்ப நகர்ந்து அதே கோட்டைத்தான் வரையும். எனவே மண்ணுலகம் தன்னைத்தானே சுற்றுகிறதென்றும், நடுவரைத்தளத்திற்கு நேர் செங்குத்தாக அச்சுற்றச்சு இருக்கிறதெனவும் ஊகிக்க இடமிருக்கிறது.



படம் 2·4 (4)

ஃபோகால்ட் செய்த சோதனையின் அடிப்படைத் தத்துவம் முன்னிரண்டு பத்திகளில் விளக்கப்பட்டது. ஆனல் அவர் அச்சோதனை செய்த இடம், பாரிஸ் நகரத்தில் உள்ள பான்தியன் (Pantheon) கட்டடமாகும். பாரிஸின் வடக்கு அகலாங்கு 48° 50′. அக் கட்டடத்தின் விமானத்தினின்று (Dome) 200 அடி நீளமுள்ள ஒரு மெல்லிய கம்பியின் நுனியில் 80 பவுண்டு எடையுள்ள குண்டுடன் அவர் ஒரு ஊசலியைத் தொங்கவிட்டார். குண்டை இழுத்துப் பிடித்து ஒரு பட்டு நூலால் சுவருடன் கட்டிவிட்டார். அந் நூலை எரித்தவுடனே, ஊசலி அங்குள்ள நிலைக்குத்துத் தளத்தில் ஊசலாடியது. தரைக்குச் சற்று உயரத்தில் தெற்கு - வடக்காக 12 அடி தூரத்திற்கு இப்படியும் அப்படியும் ஊசலியின் ஆட்டம் இருந்தது. இதே விட்டமுள்ள ஒரு வட்டமான தட்டத்தில் சீராக மணல் தூவப்பட்டு, அத்தட்டம் அவ்வூசலியின் கீழே வைக்கப்பட்டது. ஊசலிக் குண்டின் அடியில்

பொருத்தப்பட்டிருந்த மெல்லிய ஊசிமுனை, மணலில் பட்ட இடங்களில் கோடுகள் வரைந்துகொண்டேயிருந்தது. நேரம் செல்லச் செல்ல, அவ்வூசி முனைபடும் இடங்கள் தட்டத்திலுள்ள மணற் பரப்பில் ஒரு வட்டவட்டரையில் சுழன்று, வெவ்வேறு கோடுகளை வரைந்தது. ஊசலியோ ஒரே தளத்தில் ஆடிக்கொண்டிருக்கிறது. கீழேயுள்ள இடம் நகராதிருந்தால், மணலில் ஒரே கோட்டின் மேல்தான் ஊசி முனைபடவேண்டும். ஆனால் கோடுகள் வட்டத்தில் வலஞ்சுழியாக ஊர்வதால், ஊசலியின் கீழேயுள்ள மண்ணுலகம் இடஞ்சுழியாகச் சுழல்கிறது என்ற முடிவைத் தவிர வேறெந்த முடிவுக்கும் வரமுடியாது.

ஃ போகால்ட், அக்கோடு திரும்பிய கோணத்தையும், திரும்ப எடுத்துக் கொண்ட நேரத்தையும் அளந்து, மீன்வழி நேரப்படி, 1 மணிக்கு $11°·25$ சுற்றுகிறதெனக் கணக்கிட்டார்.

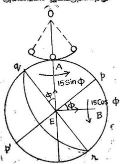
இந்தக் கோண வேகம் $= 15° \times \text{sine}$ (பாரிஸ் அகலாங்கு)
$= 15° \times \sin\ 48°50'$
$= 15° \times \frac{3}{4}$
$= 11°·25$ எனப் பெறப்படுகிறது.

இக் கோண வேகம் கணித்த முறை :

படம் 2·4 (5) இல் A என்பது பாரிஸ் நகரத்தை மண்ணுலகின் பரப்பின் மேல் $48°50'$ வ. அகலாங்கில் இடங்குறிக்கிறது.

$\phi = 48°\ 50'$ எனக் கொள்வோம்.

மண்ணுலகம் $p' E p$ என்ற அச்சு மையங்கொண்டு மீன்வழி 1 மணிக்கு $15°$ வீதம் சீராகச் சுழல்கிறது. அக்கோண வேகத்தை $E B$, $E A$ என்ற திசைகளில் பிரித்தால், முறையே $15 \cos \phi$, $15 \sin \phi$ எனக் கிடைக்கும். எனவே, ஊசலி, இருக்கும் தளம் EAஐ யொட்டி, $15 \sin \phi$ என்ற கோண வேகத்தில், சுழல்கிறதெனப் பெறப்படும். எனவே, மணல் தட்டில் வரையப்படும் ஊசிக் கோட்டின் கோணவேகம்



படம் 2·4 (5)

$15 \sin \phi = 15 \times \frac{3}{4} = 11^\circ{\cdot}25$ ஆகும்.

ஊசலாடும் தளம் சுழல்வது, மண்ணுலகச் சுழற்சியை உறுதிப் படுத்துகிறது.

$$\text{முழுச் சுற்றுக்காலம்} = \frac{360}{15 \sin \phi}$$

$$= \frac{360 \times 4}{45}$$

$= 32$ மீன்வழி மணிகள்.

பயிற்சி :

எடுத்துக் காட்டு 1 : மண்ணுலக நடுவரை மேலுள்ள ஓர் இடத்தில் 1 மைல் உயரத்திலிருந்து கீழே விழும் பொருளின் கிழக்கு விலக்கமென்ன ?

மண்ணுலக அரைவிட்டம் 3960 மைல் எனக் கொள்வோம்.

பொருள் ஒரு மைல் உயரத்திலிருந்து விழுகிறது.

எனவே அப்பொருள் விழுவதற்குமுன், அதன் கிடைவேகம் $= (3960+1)\omega$. இங்கு ω என்பது மண்ணுலகக் கோணவேகம் (ஆரையன் அலகில்).

$$\text{எனவே அதன் கிடைவேகம்} = \frac{3961 \times 15 \times \pi}{180}$$

$$= \frac{3961\ \pi}{12} \text{ மைல்}$$

(மணிக்கு)

நடுவரை மேல் நிலப் பரப்பிலுள்ள ஓர் இடத்தின் கிடை வேகம் $= \frac{3960\ \pi}{12}$ மைல் (மணிக்கு)

$\therefore$ ஒரு மணிக்குக் கிழக்கு விலக்கம்

$$= \frac{3961\ \pi}{12} - \frac{3960\ \pi}{12} = \frac{\pi}{12} \text{ மைல்.}$$

5280 அடி உயரத்திலிருந்து அப்பொருள் விழ எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம்

$$= \sqrt{\frac{2 \times 5280}{32}} \qquad \left[S = \tfrac{1}{2} g t^2 \right]$$

$$= \sqrt{330}$$

$= 18{\cdot}17$ விநாடிகள்.

$\therefore$ $18{\cdot}17$ விநாடிகளில் ஏற்படும்

$$\text{கிழக்கு விலக்கம்} = \frac{18{\cdot}17 \times 3{\cdot}14 \times 5280 \times 12}{12 \times 60 \times 60} \text{ அங்குலம்}$$

$= 84$ அங்குலம்.

ஏறக்குறைய 7 அடி கிழக்கு விலக்க மிருக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 2: ஓர் ஊசலி 30° அகலாங்குள்ள ஓரிடத்தில் ஊசலாடுகிறது. ஊசலாடும் தளம் ஒரு முழுச் சுற்று சுற்ற எவ்வளவு நேரமாகும்?

30° அகலாங்கில் ஊசலாடும் தளத்தின் கோண வேகம்

$= 15 \sin 30°$

$= 7\frac{1}{2}°$ (மணிக்கு)

எனவே முழுச் சுற்றுக்கு $\dfrac{360}{7\frac{1}{2}} = 48$மணி (மீன்வழி) நேரமாகும்.

பயிற்சி 2

1. இரு கப்பல்கள் முறையே $45N°$, $15°S$ அட்ச ரேகைகளின்மேல், எப்போதும் ஒரே தீர்க்கரேகையில் இருக்கும் வகையில் செல்லுகின்றன. முதற்கப்பல் 15 மாலுமி மைல் வேகத்தில் சென்றால், இரண்டாவது கப்பலின் வேகம் காண்க.

$$\left[\text{குறிப்பு}: \frac{15}{\text{வேகம்}} = \frac{\cos 45°}{\cos 15°}\right]$$

2. இரு கப்பல்கள் ஒரே தீர்க்க ரேகையின் மேலுள்ள இடங்களில் நிற்கின்றன. ஆனால் ஒன்று $45°N$ அகலாங்கிலும், மற்றொன்று $15°S$ அகலாங்கிலும் இருக்கின்றன. இரு கப்பல்களுக்குமிடைப்பட்ட மீச்சிறு தூரம் என்ன? (மண்ணுலக அரைவிட்டம் 3960 மைல்.)

3. A, B என்ற இரு இடங்கள் முறையே உலக நடுவரையின் மேலும், $15°S$ அகலாங்கிலும் உள்ளன. அவற்றின் நெட்டாங்கு வேறுபாடு 15°. கோளப்பரப்பின்மேல் AB இன் மீச்சிறு அளவு $1000\,(2+\sqrt{3})$ மைல் என நிறுவுக. (மண்ணுலக அரை விட்டம் 4000 மைல்.)

4. ஒரு கப்பல் ABC என்ற பெருவட்டத்தின்மேல் சென்று கொண்டேயிருக்கிறது. A, B, C-இன் அகலாங்குகள் முறையே ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 ; $AB = BC = x$ ஆனால்,

$$x = R \cos^{-1} \left[\frac{\sin \phi_1 + \sin \phi_3}{2 \sin \phi_2} \right]$$ என நிறுவுக.

(R என்பது மண்ணுலக அரைவிட்டம்)

[குறிப்பு p மண்ணுலக வடதுருவமெனின்,

$\cos pA = \sin \phi_1 = \cos pB \cos AB + \sin pB \sin AB \cos pBA.$

$\cos pC = \sin \phi_3 = \cos pB \cos BC + \sin pB \sin BC \cos pBC.$

$x = AB = BC$ (கொடுக்கப்பட்டிருக்கிறது.)

$$\angle pBA = 180^\circ - \angle pBC$$

∴ இரு சமன்பாடுகளையும் கூட்ட,

$$\sin \phi_1 + \sin \phi_3 = 2 \cos pB \cos x \; (\because \cos pBA = -\cos pBC)]$$

$$= 2 \sin \phi_2 \cos x$$

$$\therefore \; x = \cos^{-1} \left[\frac{\sin \phi_1 + \sin \phi_3}{2 \sin \phi_2} \right]$$

இது கோண வில்லளவு.

∴ xன் நீட்டல் அளவு

$$= R \cos^{-1} \left[\frac{\sin \phi_1 + \sin \phi_3}{2 \sin \phi_2} \right]$$

5. மண்ணுலகப் பரப்பின்மேல் ϕ என்ற அகலாங்கில் A, B இருக்கின்றன. அவ்விடங்களின் நெட்டாங்கு வேறுபாடு $2l$. AB என்ற பெருவட்டம், உலக கோளத்தை வெட்டிக் கிடைக்கப் படும் மீப்பெரு அகலாங்கு $\tan^{-1} (\tan \phi \sec l)$ என நிறுவுக. AB என்ற சிறுவட்ட வில்லுக்கும் AB என்ற பெருவட்ட வில்லுக்கும் உள்ள வேறுபாடு,

$$2 \operatorname{cosec} 1' \, [l \cos \phi - \sin^{-1} (\sin l \cos \phi)]$$

மாலுமி மைல்கள் என நிறுவுக.

6. மண்ணுலக நடுவரை மேலுள்ள ஓர் இடத்தில் 1 கி. மீ. உயரத்திலிருந்து கீழே விழும்பொருளின் கிழக்கு விலக்கமென்ன ? (உலக விட்டம் : (12750 கி: மீ.)

7. ஒரு ஊசலி 60° அகலாங்குள்ள ஓரிடத்தில் ஊசலாடுகிறது. ஊசலாடும் தளம் ஒரு சுற்றுச் சுற்ற எவ்வளவு நேரமாகும்?

2·5. மண்ணுலகம்—கதிரவன் தொடர்பு (The Earth in Relation to the Sun).

விண்வெளிப் பொருள்களுள் நமக்கு மிகுந்த தொடர்புடையது கதிரவனாகும். ஏனெனில் கதிரவன் ஒளியும் வெப்பமும் மண்ணுலக வாழ்விற்கு இன்றியமையாதவை. பண்டைக் காலத்தில், உலகில் பல்நாட்டவரும் (எகிப்து, கிரீஸ், சைனு, இந்தியா) கதிரவனை ஒரு கடவுளாக வழிபட்டனர். சூரிய நமஸ்காரம், இன்றும் இந்தியாவில் ஒரு வழிபாட்டு முறை :

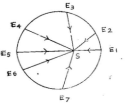
‘ ஞாயிறு போற்றுதும், ஞாயிறு போற்றுதும்,
காவிரி நாடன் திகிரிபோல், பொற்கோட்டு
மேருவலந் திரிதலான் ’

என்பது சிலப்பதிகாரப் பாடல்.

ஆனாலும் அது, பிரம்மாண்டமான பால்வழியண்டத்தில் ஒரு சாதாரண விண்மீன் என நாம் அறிகிறோம். அது நமக்கு மிக அண்மையிலிருப்பதால், அது நமக்கு மற்ற விண்மீன்களைவிடப் பெரிதாகத் தெரிகிறது.

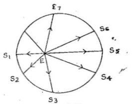
மற்றும் நம்மைப் பொருத்தமட்டில் கதிரவன் தனிச் சிறப்புயாதெனின், மண்ணுலகம் ஆண்டுதோறும் கதிரவனை ஒரு நீள் வட்டத்தில் சுற்றி வருதலாகும். பின்னர் (பகுதி 12A இல்) கெப்ளர் விதிகள் என்ற பகுதியில், எக்கோட்பாடுகளுக்குட்பட்டு மண்ணுலகம் கதிரவனைச் சுற்றி வருகிறதெனப் பார்ப்போம் :

உண்மையாக மண்ணுலகமானது கதிரவனை ஆண்டுதோறும் சுற்றி வருகிறதாயினும், விண் மீன்கள் பின்னணியில் (in the background of the stars) கதிரவன் மண்ணுலகத்தை, ஆண்டுக்கொருமுறை சுற்றிவருவதுபோல நமக்குத் தோற்றுகிறது. இத் தோற்றத்திற்குக் காரணம் பின்வரும் படங்களால் ஒருசிறிது விளக்கம் பெறும்.



உண்மை நிலை

படம் 2·5 (i)



தோற்ற நிலை

படம் 2.5 (ii)

Eஉம், E_1, E_2 .... E_7 உம் மண்ணுலகத்தைக் குறிக்கின்றன.

Sஉம், S_1, S_2'.........S_7 உம் கதிரவனைக் குறிக்கின்றன.

மண்ணுலகம் கதிரவனைச்சுற்றி வருகிறது என்ற அடிப்படையில், மண்ணுலகத்தின் நிலை, அண்டவெளியில் மாறிக்கொண்டிருக்கும்.

படம் 2·5 (i) இல் S, நிலைத்த கதிரவனைக் குறிக்கிறது. சுற்றி வரும் உலகம், அதன் பயணவீதியில் E_1, E_2,.........என்ற இடங்களில் வேவ்வேறு காலங்களில் இருக்கும். $E_1 S$, $E_2 S$, ... என்பவை மண்ணுலகத்திலிருந்து கதிரவன் இருக்கும் திசைகளை அவ்வக்காலங்களில் குறிக்கும்.

ஆனல் நாம் மண்ணுலகிலிருந்து கதிரவனைப் பார்ப்பதால், நாம் நிலைத்திருப்பதுபோலவும் கதிரவன் நம்மைச்சுற்றி ஒரு நீள் வட்டத்தில் வருவதுபோலவும் தோற்றமளிக்கும்.

படம் 2·5 (ii) இல், மண்ணுலகிலிருந்து, கதிரவன் சுற்றி வரும் தோற்றம் காட்டப்பட்டிருக்கிறது.

$\overline{E_1 S} \parallel \overline{ES_1}$; ....

இருபடங்களும், ஒன்றுக்கொன்று சார்புடையவை. $E_1, E_2 \cdots E_7$ என்ற மண்ணுலக நிலைகளைச் சார்ந்த வண்ணம் $S_1, S_2, \cdots S_7$ என தோற்றக் கதிரவன் நிலைகள் உள்ளன.

2·6. நாம் மண்ணுலகில் காணும் வானக்காட்சிகள் யாவும்,

(i) மண்ணுலக தினசரிச் சுழற்சி ;

(ii) மண்ணுலகம் ஓராண்டு காலவட்டத்தில் கதிரவனைச் சுற்றி வரும் ஆண்டியக்கம் என்ற இரு இயக்கங்களின் கூட்டு விளைவாக நமக்குக் கிடைக்கும் தோற்றக்காட்சிகளாகும்.

மேலும் மண்ணுலகம்பற்றிய வேறு சில விவரங்கள் ' கதிரவன் குடும்பம் ' என்ற பகுதியில் காண்க.

3. வான கோளம்

(The Celestial Sphere)

3·0. வானத்தில் விண்மீன்களைப் பார்க்கும் ஒருவனுக்கு, அவையாவும் ஏறக்குறைய ஒரே உயரத்தில் (தூரத்தில்) இருப்பதாகவும் ஒரு விண்மீனுக்கும் மற்றொன்றுக்கும் உள்ள இடைவெளி சிறியதாக இருப்பதுபோலவும் தோன்றுகின்றன. ஏதோ அவை வான வெளியில் வாரி, வீசி எறியப்பட்டு அங்கே ஒரு கோளப்பரப்பின்மேல் பதிக்கப்பட்டிருப்பதுபோல ஒரு எழிற்காட்சி தோற்றமளிக்கிறது. கொஞ்சநேரம் அவன் இவ்வியத்தகு காட்சியைத் தொடர்த்து உற்று நோக்கிக்கொண்டே இருப்பானாயின், அவன் சில மாறுதல்களைக் காண்கிறான். தனக்கு ஒரு புறமிருக்கும் தொடுவானத்திற்குக் கீழே ஒரு சில விண்மீன்கள் சென்று மறைந்துவிட்டதுபோலவும் மற்றொரு புறமிருக்கும் தொடுவானத்திற்குக் கீழிருந்து ஒரு சில புதிய விண்மீன்கள் தன் காட்சிக்கு வந்திருப்பதுபோலவும், மற்றவை இடம் பெயர்ந்து இருப்பதுபோலவும் அவனுக்குத் தோன்றுகிறது. இன்னும் சற்று உற்று நோக்கிடில் இடம் பெயர்ந்து காட்சியளிக்கும் விண்மீன்கள் தங்களுக்கு இடைப்பட்ட தூரங்கள் மாறாமலே இடம் பெயர்ந்திருப்பதுபோலவும் அவனுக்குத் தோற்றுகிறது.

3·1. இக்காட்சிகளைக் காணும் அவன் பின்வரும் முடிவுக்கு வரலாம் :

'தன்னைச் சுற்றியிருக்கும் ஒரு கோளப்பகுதி, விண்மீன்கள் பலவற்றையும் தாங்கிக்கொண்டு அப்படியே அவற்றின் நிலைமாறாது ஏதோ ஒரு அச்சை (axis) மையங்கொண்டு சுழல்கிறது. ஏதாவது ஓரிரண்டு விண்மீன்கள் தம் நிலை பெயராமல் இருந்த இடத்திலேயே இருக்குமானால், அந்தத் திசையில்தான் அக்கோளத்தின் சுழலச்சு இருக்கவேண்டும்; தோற்றம் அப்படித்தான். ஆனால் இம்

மண்ணுலகம் தன் துருவ அச்சு மையம் கொண்டு, தன்னைத் தானே நாளுக்கு ஒரு முறை சுற்றிக்கொண்டிருக்கிறது என்ற உண்மை அவனுக்குத் தெரியுமாதலின், இவ்விண்மீன்கள் தோன்றி இடம் பெயர்ந்து மறையும் காட்சிகள் யாவும், மண்ணுலக தினசரி சுழற்சியின் விளைவாக ஏற்படும் தோற்றமேதவிர, உண்மையல்ல என்று அவன் அறிந்து கொள்கிறன்.....

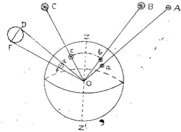
எனினும், அவன் காணும் தோற்றக்காட்சிகளின் அடிப்படையில் தன்னை மையமாகக் கொண்ட, ஒரு கற்பனைக் கோளத்தின் மேல், விண்மீன்களை யெல்லாம் பதித்துப் பார்க்கலாமென்ற எண்ணம் அவன் உள்ளத்தில் உருவாயின், அக்கற்பனைக் கோளம் அவன் வானியல் அறிவு பெற முற்படுவதற்கு முதற்படியாகும்.

3·1·1. அப்படியாகக் காட்சியாளனை மையங்கொண்டு கற்பனை செய்யப்படும் ஒரு பெரிய கோளமே வான கோளம் (Celestial Sphe e) எனப்படும். இப்படிப்பட்ட கோளம் எதுவும் உண்மையிலில்லை. ஆனாலும் இக்கற்பனைக் கோளம் வானியலில் அடிப்படையான முக்கியத்துவம் வாய்ந்தது.

குறிப்பு: இந்த முக்கியத்துவம் அமைவதற்குக் காரணம் கோளத்தில் நாம் அளக்கும் அளவுகள் யாவும் கோண அளவுகள் தான் என 'கோணம்' என்ற பகுதியில் பார்த்திருக்கிறோம். வானியல் ஆராய்ச்சியில் அளவுகள், தூரத்தின் (Linear distance) அடிப்படையில் அளக்கப்படுவதில்லை; அளவுகள், கோணத்தின் (angle) அடிப்படையில் அளக்கப்படுகின்றன. இரு விண்மீன்கள் நம்மிடமிருந்து எவ்வளவு தூரத்திலிருந்தாலும் அவைகளுக்கு இடைப்பட்ட தூரம் 5° என்றோ $x°$ என்றோதான் கூறுவோம். அதாவது அவ்விரு விண்மீன்களையும் காட்சியாளனோடு இணைக்கும் நேர்க்கோடுகள் ஒன்றுக்கொன்று 5° அளவில் அல்லது $x°$ அளவில் சாய்ந்திருக்கிறது என்பது இதன் பொருள். அவ்விரு விண்மீன்கள் எவ்வளவு வேறுபட்ட தூரத்தில் (நீட்டலளவை—linear distance) இருந்தபோதிலும், முன்கூறிய கோண அளவை நாம் கருவி கொண்டு அளந்துவிடமுடியும்.

3·1·2. இந்தக் கற்பனை வானகோளத்தின்மேல்தான், காட்சியாளன் விண்பொருள்கள் யாவற்றையும் இடங்குறித்து, தனது வானியல் ஆராய்ச்சியைத் தொடங்குகிறன். தன்னையும் விண்பொருள் மையத்தையும் இணைக்கும் நேர்கோடு, எந்த இடத்தில் தனது வான கோளத்தின் மேற்பரப்பை வெட்டுகிறதோ அப்புள்ளியில் அக்காட்சியாளனுக்கு அவ்விண் பொருளின் இடத்தைக் குறிக்

கிறது. அப்படி இடங்குறிக்கப்பட்ட வானகோளமே, அக்காட்சியாளனது விண் பொருள் பட ஏடு (Atlas of Celestial Object).



படம் 3·1·2

மேற்கண்ட படம் 3·1·2குறிப்பது ஒரு வான கோளம்.காட்சியாளன் இருக்குமிடம் அதன் மையம் O; A, B, C மூன்று விண்மீன்கள் உலகத்திலிருந்து வெவ்வேறு தூரங்களில் உள்ளன. OA, OB, OC என்பவை, வானகோளத்தை முறையே a, b, c என்ற புள்ளிகளில் வெட்டுகின்றன. O என்ற மையத்திலிருக்கும் காட்சியாளனுக்கு அவனுடைய வான கோளத்தின்மேல் a, b, c என்ற புள்ளிகள் A, B, C என்ற விண்மீன்களை இடங்குறித்து நிற்கின்றன. Bக்கும் Cக்கும் உள்ள தூரம் $B\hat{O}C$ என்று அளவிடப்படுகிறது. (bc ஒரு பெரு வட்டவில்). கதிரவன் (அல்லது சந்திரன்) DF–லிருந்தால் வானகோளத்தின்மேல் df என அது இடங்குறிக்கப்படுகிறது.

3·2 : வான கோளத்தின் ஆரம் (Radius of the Celestial sphere) :

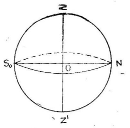
வான கோளத்தின் ஆரம் எதுவாக இருப்பினும் இருக்கலாம்–100 மீட்டர் அல்லது 10^{100} மீட்டர்கள். ஆனல் வான கோள ஆரம் கதிரவனுக்கும் பூமிக்கும் உள்ள தூரத்தைப்போல (93×10^6 மைல்கள் $= 149 \cdot 5 \times 10^6$ கி. மீட்டர்) பன்மடங்கு பெரிதாகக்கொள்வது மரபு. அப்போது மண்ணுலகமே அவ்வான கோளத்தின்

நடுவில் ஒரு புள்ளி (மையம்) எனக்கொள்ளுமளவிற்குச் சிறியதாகவிருக்கும். எனவே மண்ணுலகில் எப்பகுதியில் காட்சியாளன் இருப்பினும் அவன் வானத்தின் மையத்தில் இருப்பதாகக்கொள்ளலாம். ஒரு குறிப்பிட்ட விண்மீனை எப்பகுதியில் உள்ள காட்சியாளருக்கு இணைத்தாலும், அந்தக்கோடு, வான கோளத்தை ஒரேபுள்ளியில் வெட்டுமெனவும் கொள்ளலாம். குறிப்பிட்ட திசைகளில்உள்ள நேர்கோடுகள் யாவும், வானகோளத்தில் இடம்பெறும். அவை வெட்டுமிடங்களும் நிலைத்தவையாகும். (Sir Harold Spencer Jones : *General Astronomy*—Chapter I Page 1 காண்க.)

பிற்குறிப்பு II என்பதைப் பார்க்கவும்-

3·3 : வானத் தொடுவானம் (The Celestial Horizon)

வான கோள மையம் O. அங்கு காட்சியாளன் இருக்கிறான், அவ்விடத்தில் தொங்கவிடப்படும் குண்டுநூல் (Plumb line) திசைக்கோடு, ZOZ' எனக்கொள்க. Oவழியாக ZOZ' ஐத் தனது செங்குத்துக் கோடாகக்கொண்ட தளம் அவ்விடத்திற்குரிய தொடுவான தளம்(Plane of the Celestial Horizon) எனப்படும்.படம் 3·3 காண்க.



படம் 3.3

இத்தொடுவான தளம், காட்சியாளனின் வானகோளத்தை வெட்டு முகமான NSo என்றபெருவட்டம் ஆகும். இது வானதொடு வானம் (Celestial Horizon) எனப்படும்.

O-இன் வழியாக வரையப்படும் கிடைத்தளம் (horizontal plane) தொடுவான தளம் என்றும் கூறலாம்.

O-இன் வழியாக மண்ணுலக கோளத்திற்கு வரையப்படும் தொடுவரைத்தளத்தையும் (Tangent plane) தொடுவான தள மெனக் கொள்ளலாம். (பிற்குறிப்பு II காண்க.) எல்லாம் $NS°$ என்ற தொடுவானப் பெருவட்டத்தையே கொடுக்கும்.

ZOZ' என்றகோடு நீட்டப்பட்டு வான கோளத்தைக் காட்சியாளன் தலைக்குமேல் வெட்டுமிடம் Z. வான நேர் உச்சிப்புள்ளி (zenith) எனவும், கால் பக்கம் வெட்டுமிடம் Z', வானநேர்க் கீழ் புள்ளி (Nadir) எனவும் கூறப்படும். (சுருங்கக் கூறின் O வழியாக வரையப்படும் நேர்க்குத்துக்கோடு (Vertical line) தலைக்குமேல் வான கோளத்தை வெட்டுமிடம் Z, கீழே வெட்டுமிடம் Z'.)

வானகோளம் — நிலைத்த புள்ளிகளும், நிலைத்த பெருவட்டங்களும்:

[1·2, 1·8 இல் நாம் கண்ட கோளப்பண்புகளை ஒரு முறை பார்த்துக் கொள்க.]

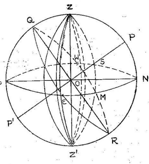
pp' என்ற துருவ மையம் கொண்டு இம்மண்ணுலகம் நாளொரு முறை தன்னைத் தானே சுற்றிக்கொள்கிறதென நாம் அறிவோம். இவ்வச்சுக்கு இணையாக வான கோள மையம் O வழியாக, ஒரு அச்சு POP' எடுத்துக்கொள்வோம். இவ்வச்சு வான கோளத்தை P, P' என்ற இரு புள்ளிகளில் வெட்டும். P என்பது வான வட துருவம் (Celestial North Pole), P' என்பது வான தென்துருவம் (Celestial South Pole) எனவும் கூறப்படும். O வழியாக POP'ஐ செங்குத்துக் கோடாகக்கொண்ட தளம் வான கோளத்தை வெட்டு முகம் ஒருபெரு வட்டம் QR எனக் கிடைக்கும். இப்பெருவட்டம் வானநடுவரை (Celestial Equator) எனப்படும்.

குறிப்பு: $pp' \| PP'$

எனவே வான நடுவரைத்தளம் $qr \|$ வான நடுவரைத்தளம் QR (பிற்குறிப்பு II காண்க).

3·4 : மண்ணுலகப் பரப்பின்மேல் O என்ற இடத்திலுள்ள காட்சியாளனது வான கோளத்தை எடுத்துக்கொள்வோம்.

இதுவரை வானகோளத்தின்மேல் உள்ள புள்ளிகள், பெரு வட்டங்கள் யாவும் பின்காணும் பட்டியலில் படம் கொண்டு விளக்கப்படுகிறது.



படம் 3·4

படம் 3 4 கொண்டு பார்க்கவும் :

புள்ளி / பெருவட்டம்	பெயர்	விளக்கம்
புள்ளி O	கோளமையம்	காட்சியாளன் இருக்குமிடம்/மண்ணுலகம்.
புள்ளி Z	(வான) உச்சி (celestial zenith)	Oக்கு தலைநேர் உச்சியில் உள்ள வான நேர் உச்சிப்புள்ளி Z. சுருக்கமாக உச்சி எனப்படும். OZ - குண்டுநூல்திசை.

புள்ளி / பெருவட்டம்	பெயர்	விளக்கம்
புள்ளி Z'	வான கீழ்ப்புள்ளி (Celestial Nadir) OZ'-புவி ஈர்ப்புச் சக்தியின் திசை	உச்சிக்கு நேர்கீழான வான கோளப் புள்ளி Z' வான நேர்க் கீழ்ப் புள்ளி. சுருக்கமாக, கீழ்ப் புள்ளி எனப் படும்.
பெருவட்டம் NSo	தொடுவானம்	ZZ' என்பது NSo என்ற பெருவட்டத்தின் அச்சு. Z, Z' என்பவை NSo ன் துருவங்கள்.
புள்ளி P	வான நடுவரைத் துருவம்(i) வடக்கு	மண்ணுலகம் தன்னைத் தானே சுற்றிக் கொள்ளும் அச்சான pp' க்கு இணை கோடான pp'.
புள்ளி P'	வான நடுவரைத் துருவம்(ii) தெற்கு	வான கோளத்தை வெட்டு மிடங்கள்.
பெருவட்டம் QR	வான நடுவரை	PP' என்பது QR என்ற பெரு வட்டத்தின் அச்சு. P, P' என்பவை QR ன் துருவங்கள். $QR \parallel$ மண்ணுலக நடுவரை qr

மற்றும் சில வரையறைகள்

நிலைக்குத்து வட்டங்கள் (Vertical circles): உச்சி, கீழ்ப் புள்ளி (Z, Z') என்ற இருபுள்ளிகள் வழியாகச் செல்லும் பெரு வட்டங்கள் ' நிலைக்குத்து வட்டங்கள்' எனப்படும். அவையாவும் தொடுவானத்திற்குச்செங்குத்தாக விருக்கும்.

[படம் 3·4: பெருவட்டம் $ZSMZ'$ (முதனிலை வட்டமான தொடுவானத்திற்குத் துணைக்குத்து வட்டம்)]

உச்சி வட்டம் (Meridian)

உச்சி, ஒரு துருவப் புள்ளி $(Z, p/p')$ வழியாகச் செல்லும் பெருவட்டம், **உச்சி வட்டம்** எனப்படும்.

[படம் 3·4: பெருவட்டம் $ZpZ'p'$]

மூலக்குத்து வட்டம் (Prime Vertical): உச்சி வழியாக **உச்சி** வட்டத்திற்குச் செங்குத்தாக இருக்கும் பெருவட்டம் **மூலக்குத்து** **வட்டமெனப்படும்.** இது Z, Z' வழியாகச் செல்லும் [படம் 3·4 பெருவட்டம் $ZEZ'W$].

வடக்கு, தெற்கு, கிழக்கு, மேற்குப்புள்ளிகள்

உச்சி வட்டமும், தொடுவானமும் வெட்டிக்கொள்ளும் இடங்கள் N, So முறையே **வடபுள்ளி, தென்புள்ளி** யெனவும்; மூலக்குத்து வட்டமும், தொடுவானமும் வெட்டிக் கொள்ளும் இடங்கள் E, W முறையே **கிழக்குப்புள்ளி,** மேற்குப்புள்ளி யெனவும் அமையும். [படம் 3·4: காண்க] இந்நான்கு புள்ளிகள் N, So, E, W வான கோளத்தின் **தலையாய புள்ளிகள்** (Cardinal points) எனப்படும்.

பின்வரும் குறிப்புக்கள் கவனத்திற்குரியன

1. வான உச்சி வட்டம், மூலக்குத்து வட்டம் இரண்டும் தொடுவானத்திற்குச் செங்குத்தானவை.

2. E, W என்பவை உச்சி வட்டத்தின் துருவங்கள்.

3. N, So என்பவை மூலக்குத்து வட்டத்தின் துருவங்கள்.

4. நடுவரையின் துருவங்களான p, p' வழியாக உச்சி வட்டம் செல்கிறது.

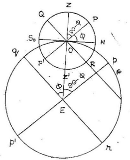
∴ உச்சி வட்டத்தின் துருவங்களான E, W வழியாக நடுவரை செல்லும்.

∴ தொடுவானமும், நடுவரையும் E, W என்ற இடங்களில் வெட்டிக் கொள்ளும்.

5. நேர்கோடுகள் NSo உம் EW உம் தொடுவான தளத்தில் ஒன்றுக் கொன்று செங்குத்தாக விருக்கும்.

3·5. வான கோனத்தில் வான துருவங்கள் (p, p') குறித்தல்

தொடுவானத்திலிருந்து வான துருவ உயரம் (அல்லது வான துருவத்தின் ஏற்றக் கோணம்) அவ்விடத்தின் அகலாங்குக்குச் சமம் (அகலாங்கு = அட்சரேகை மதிப்பு = latitude of the place) (The altitude of the celestial pole is equal to the latitude of the place). படம் 3·5 பார்க்க.



படம் 3·5

படம் 3·5.ல் பெருவட்டங்கள் யாவும், அவற்றின் விட்டங்களால் குறிக்கப்படுகின்றன. உலக மையம் E; உலக துருவங்கள் p, p'; சுற்றும் அச்சு pp'; உலக நடுவரை qr. உலகத்தின்

மேற்பரப்பில் O என்ற இடத்தில் வான கோளம், சிறியதாக வரையப்பட்டிருக்கிறது. O-ன் அகலாங்கு $qO = q\hat{E}O = \phi$ எனக் கொள்வோம்.

O இன் வான கோளத்தில் P, P' வான துருவங்கள்; PP' வான துருவ அச்சு $\parallel pp'$; QR வான நடுவரை. OE ன் நீட்சி வான கோளத்தை Z என்ற இடத்தில் வெட்டட்டும். OE-புவியீர்ப்புச் சக்தியின் திசை (direction of the earth's gravity); எனவே Z-உச்சி தொடுவானம்; So $ON \perp EOZ$ (எனவே So ON என்ற தளம், O-ல் உலக கோளத்திற்குத் தொடுவரைத் தளமாயிருக்கும்)

Zp-உச்சி வட்டம். இப்போது தொடுவானத்திலிருந்து P ன் உயரம் அல்லது P ன் ஏற்றக் கோணம் என்பது வில் NP $(=N\hat{O}P)$. நாம் இப்போது NP என்ற வில் O என்ற இடத்தின் அகலாங்கு ϕ என நிறுவவேண்டும்.

$$\phi = \text{வில் } qO = q\hat{E}O$$

$$\text{வில் } OP = 90 - \phi \text{ (இணை அகலாங்கு – co-latitude)}$$

$$\text{திசை } OP \parallel Ep$$

$$\therefore\ 90 - \phi = O\hat{E}p$$

$$= Z\hat{O}p$$

$$= \text{வில் } ZP$$

$$\therefore\ NP = NZ - ZP = 90 - (90 - \phi)$$

$$= \phi.$$

எனவே, காட்சியாளன் உள்ள இடத்தில், தொடுவானத்திலிருந்து P ன் உயரம் (அதாவது P ன் ஏற்றம்) அவ்விடத்தின் அகலாங்கிற்குச் சமமென நிறுவப்படுகிறது.

3·6. ஒரு குறிப்பிட்ட அகலாங்கு ϕ உள்ள இடத்தில் வான் பொருட்களை (சிறப்பாக விண்மீன்களை) வானகோளத்தின் மேற்பரப்பில் இடங்குறித்தல் (Fixing the celestial bodies and stars in position on the celestial sphere in a place of latitude ϕ)

நாம் இயல் வடிவ கணிதத்தில் (Algebraic Geometry) ஒரு தளத்தின் மேல் OX, OY என்ற அச்சுக்கள் அடிப்படையில் ஒரு புள்ளியை அதன் (x, y) ஆயத் தொலைகளால், இடங் குறிக்கிறோம்.

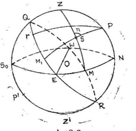
அவ்வாறே OX க்கு ஒத்தபடி ஒரு குறிப்பிட்ட முதனிலைப் பெருவட்டத்தையும், OY க்கு ஒத்தபடி அதற்குச் செங்குத்தான மற்றோர் நிலைத்த (fixed) பெருவட்டத்தையும் அச்சுகளாகக் கொண்டு ஒரு வான் பொருளை அல்லது விண்மீனை இடங்குறிக்கலாம். பின்னர் கூறப்பட்ட நிலைத்த பெருவட்டம் தலையாய குத்து வட்டம் (Principal secondary) எனப்படும்.

நாம் எடுத்துக் கொள்ளும் முதனிலைப் பெருவட்டம், தலையாய குத்துவட்டம் இரண்டிற்கும் சார்ந்த வகையில் ஒரு விண்மீன் ஆயத் தொலைகள் வரையறுக்கப்படும். சிறப்பாக நான்கு முறைகள் கையாளப்படும். அவை ஒன்றன்பின் ஒன்ருக விளக்கம் செய்யப்படுகின்றன. [குறிப்பு: 1·4·3 ல் கண்ட முடிவை ஒரு முறை பார்த்துக் கொள்க].

படம் 3·6 பார்க்க. 3·2 ல் கூறியபடி O என்ற காட்சியாளனின் வான கோளத்தில் S என்ற விண்மீன் குறிக்கப்பட்டிருக்கிறது.

தொடுவானம் வரைதல்: 3·3 ல் கூறியபடி Z ஐ இடங் குறித்து ZOZ' என்ற திசையை நிலைநிறுத்தலாம். O வழியாக வரையப்படும் கிடைத்தளமானது வானகோளத்தை வெட்டுமுகப் பெருவட்டம் NSo என்ற தொடுவானமாகும்.

உச்சிவானம் வரைதல்: NOZ வழியாக வரையப்படும் தளம், வான கோளத்தை வெட்டும் முகமான பெருவட்டம் உச்சி வானத்தைத் தரும். மரபாக, காகித தளத்தை (the plane of the paper) உச்சி வான தளமாகக் கொள்வதுண்டு. காட்சியாளன் இருக்கும் இடத்தின் அகலாங்கு (Terresrial latitude) ϕ ஆகையால் உச்சி வட்டம் NZ ன் மேல் $NP = \phi$ என அளந்து, P ஐ இடங் குறிக்கலாம். PO ஐ இணைத்து நீட்டி வான கோளத்தை வெட்டச் செய்தால் P' என்ற மற்ற ஒரு துருவம் கிடைக்கும். POP' ஐ செங்குத்துக் கோடாகக் கொண்ட தளம் QR, என்பது வான கோளத்தை வெட்டும் முகம் நடுவரையைத் தரும். எனவே O க்குரிய வான கோளத்தின் மேல்,



படம் 3·6

(1) NSo என்ற தொடுவானமும்
(2) $So\ ZN$ என்ற உச்சி வானமும்

(8) ϕ யும் தெரிவதால் NZ ன் மேல் P ஐ இடங்குறித்து QR என்ற நடுவரையும் பெறப்படும்.

NSo-ம், QR-ம் கிழக்குப் புள்ளி E ஐயும், மேற்குப் புள்ளி W ஐயும் குறிக்கும்.

3·6·1. தொடுவான ஆயத் தொலை முறை--அடிவான தூரமும் கோண ஏற்றமும் : (Horizon System of co-ordinates—the azimuth and the altitude).

முதனிலை வட்டம் : தொடுவானம் NSo; தலையாயக்குத்து வட்டம்: உச்சி வட்டம் $SoZPN$ ($\perp NSo$).

S என்ற விண்மீன்வழியாகத் தொடுவானத்திற்கு ZSM என்ற துணைக்குத்து வட்டம்வரைக. இவ்வட்டம் NSoஐ Mல் வெட்டட்டும். ZSM என்ற துணைக்குத்து வட்டத்திற்கு விண்மீனின் ஏற்றவட்டம் எனப்பெயர் வைத்துக்கொள்வோம்.

Sன் ஆயத்தொலைகள்; அடிவான தூரம் (வரையறை)

விண்மீனின் ஏற்றவட்டத்திற்கும் உச்சி வட்டத்திற்கும் இடைப்பட்ட கோணம் அடிவான தூரம் எனப்படும். படம் 3·6-ல் அடிவான தூரம் $= So\hat{Z}S = S^\circ\hat{Z}M =$ வில் $So\,M$ (**1.4·8** படியாக). அல்லது அடிவான தூரம் $= N\hat{Z}S = N\hat{Z}M =$ வில் NM.

கோண ஏற்றம் (வரையறை):– விண்மீனின் ஏற்ற வட்டத்தில் தொடுவானிலிருந்து விண்மீன் இருக்கும் கோண தூரம் ஏற்றக் கோணம் எனப்படும். படம் 3.6 ல் ஏற்றக்கோணம் = வில் MS.

3·6·1·1. குறிப்புகள்

அடிவான தூரம் :– 1·48 படியாக $So\hat{Z}S = SoZM =$ வில் SoM. எனவே, அடிவான தூரம் = S_oலிருந்து, ஏற்றவட்டத்தின் பாதம் (foot) வரையில் (M வரையில்) தொடுவானத்தின் மேலுள்ள வில் நீளம். எனவே அடிவான தூரத்திற்கு மற்றொரு வரையறை வகுக்கலாம். தொடுவானத்தின்மேல், So-விருந்துவிண்மீன் ஏற்றவட்டத்தின் பாதம் வரையில் உள்ள தூரம் அடிவான தூரம் எனப்படும். இது So முதல் M வரை வலஞ்சுழியாகவும் $0°$ முதல் $180°$ வரையிலும் இடஞ்சுழியாக $0°$ முதல்—$180°$ வரையிலும் அல்லது $S°$ முதல் மறுபடியும் So வரை $0°$ முதல் $360°$ வரையிலும்; அல்லது Nஐ ஆதியாகக் கொண்டு $0°$முதல் $360°$ வரையிலும் அளக்கப்படலாம்.

பயிற்சி

(i) உச்சி வட்டத்தின் மேலேயே ஒரு விண்மீன் இருக்கும்போது அதனுடைய அடிவான தூரம் என்னவெனக் காண்க. அவ்வாறே E, Wன் அடிவான தூரங்கள் என்னவெனக் காண்க.

(ii) உச்சி தூரம் : $90° - SM = ZS$ என நமக்குத் தெரிகிறது. Z என்பது, விண்மீனின் உச்சிதூரம் (zenith distance) எனப்படும் எனவே விண்மீனின் ஏற்றவட்டத்தில், Z இலிருந்து விண்மீன் வரை உள்ள கோணதூரம், அவ்விண்மீனின் உச்சி தூரம் என வரையறுக்கலாம்.

மேலும் கோண ஏற்றம் + உச்சி தூரம் = 90°; எனவே கோண ஏற்றமும் உச்சி தூரமும் ஒன்றுக்கொன்று நிரப்பிகள், (complementary angles). விண்மீன், தொடுவானத்திற்குக் கீழே இருந்தால், கோண ஏற்றத்தைக் குறையெண்ணுகக் கொள்வது மரபு – (altitude – Negative) அல்லது Zலிருந்து உச்சி தூரத்தை 90°க்கு மேற்பட்டதாகக் கொள்ளலாம். தொடுவானத்தில் உள்ள எந்தப் புள்ளிக்கும் கோண ஏற்றம் = பூச்சியம் ; உச்சி தூரம் = 90°.

பயிற்சி : Z'ல் ஒரு விண் மீனிருப்பின் அதன் கோண ஏற்றமென்ன ? அதன் உச்சி தூரமென்ன வெனக் காண்க.

(iii) S வழியே தொடுவானத்திற்கு இணையாக ஒரு சிறுவட்டம் வரைந்தால், அந்தச் சிறு வட்டத்தில் உள்ள எந்த விண் பொருளும் ஒரே கோண ஏற்றம் உடையதாயிருக்கும்.

$MS = a°$ எனக்கொண்டால், அச்சிறுவட்டம் $a°$ உயரத்திலுள்ள இணைவட்ட மெனப்படும் (parallel of altitude).

(iv) ஒரு குறிப் பிட்ட நிலைக்குத்து வட்டத்தின் மேலுள்ள எந்த விண்பொருளும் ஒரே அடிவான தூரம் பெற்றிருக்கும்.

3·6·2 (1) வான நடுவரை ஆயத்தொலைமுறை :– நேர்க் கோணமும், நடுவரை விலக்கமும் :– (Equator System of co-ordinates — hour angle and declination.)

அதே விண்மீன் S-க்கு முதனிலை வட்டத்தை, வான நடுவரையாகக்கொண்டு, ஆயத்தொலைகள் வரையறுக்கலாம்.

முதனிலை வட்டம் : வான நடுவரை QR ; தலையாயக் குத்து வட்டம். உச்சிவட்டம் $SoZPN$; S-இன் வழியாக QRக்குத் துணைக் குத்து வட்டம் PSM வரைக. இவ்வட்டத்திற்கு விண்மீனின் நடுவரை விலக்க வட்டமெனப்பெயர் (declination circle of the star). இது நடுவரையை M_1 ல் வெட்டட்டும்.

Sன் ஆயத்தொலைகள் : நேரக் கோணம் (Hour angle) (வரையறை)

உச்சிவட்டத்திற்கும் விண்மீனின் நடுவரை விலக்க வட்டத்திற்கும் இடைப்பட்ட கோணம் நேரக்கோணம் (hour angle) எனப்படும். 3·6ல் நேரக்கோணம் $= Z\hat{P}S = ZPM_1 =$ வில் QM_1 (1·4·8).

நடுவரை விலக்கம் (declination) : வரையறை

விண்மீனின் நடுவரை விலக்க வட்டத்தின்மேல் நடுவரையிலிருந்து விண்மீனின் கோண தூரம் நடுவரை விலக்கம் எனப்படும். படம் 3·6ல் நடுவரை விலக்கம் $= M_1S$.

3·6·2·1 குறிப்புகள் :

(i) நேரக்கோணம்: $-$1·4·3ன் படியாக $Z\hat{P}M_1 = Z\hat{P}S$. = வில் QM_1. எனவே நேரக்கோணம் = Qவிலிருந்து நடுவரையின் மேல் நடுவரை விலக்க வட்ட பாதம் வரையில் (M_1 வரையில்) உள்ள வில் நீளம். எனவே நேரக்கோணத்திற்கு மற்ருேர் வரையறை வகுக்கலாம். நடுவரையின்மேல் Qவிலிருந்து விண்மீனின் விலக்க வட்டத்தின் பாதம் வரையில் உள்ளதூரம் நேரக்கோணம் எனப்படும். மரபாக இது Qவிலிருந்து இடஞ்சுழியாக அளவிடப்படும். ஆனுலும், கிழக்கு நேரக்கோணம் (Eastern hour angle), மேற்கு நேரக்கோணம் (Western hour angle) எனவும் முறையே கிழக்குப் பக்கமும், மேற்குப் பக்கமும் அளவிடப்படுவதும் மற்ருேர் மரபாகும். இதைப்பற்றிப் பின்னர் காண்போம். உச்சி வட்டத்தின் மேல் ஒருவிண்மீன் இருக்கும்போது, அதாவது உச்சி கடக்கும் போது, அதன் நேரக்கோணம் பூச்சியம் எனக் காண்க

(ii) வடதுருவ தூரம் : $90° - SM_1 = PS$ என நமக்குத் தெரிகிறது. PS என்பது, அதாவது நடுவரை விலக்கத்தின் நிரப்பி (Complement of the declination), விண்மீனின் வடதுருவ தூரம் (North Polar distance) எனப்படும். நடுவரை விலக்கம் + வடதுருவ தூரம் $= 90°$.

விண்மீன் நடுவரைக்கு மேலிருக்குமாயின் (வடபகுதியில்) அதற்குரிய விலக்கம் கூட்டு மதிப்புடையதாயும், கீழிருக்குமாயின் (தென்பகுதியில்) குறை மதிப்புடையதாயும் கொள்ளப்படுவது மரபு. அவை, முறையே, வடநடுவரை விலக்கம் (North declination+) எனவும், தென்நடுவரை விலக்கம் (South declination −) எனவும் கொள்ளப்படும்.

நடுவரையின் மேலுள்ள எல்லாப் புள்ளிகளுக்கும் நடுவரை விலக்கம் = பூச்சியம்.

(iii) S வழியாக நடுவரைக்கு இணையாக ஒரு சிறு வட்டம் வரைந்தால், அச்சிறு வட்டத்தின்மேல் உள்ள எந்த விண் பொருளும் ஒரே நடுவரை விலக்கம் உடையதாயிருக்கும்.

(iv) நடுவரைக்குரிய ஒரு குறிப்பிட்ட குத்துவட்டத்தின் மேலுள்ள எந்த விண்பொருளும் ஒரே நேரக்கோணம் பெற்றிருக்கும்.

(v) ஒரு விண்மீனின் ஏற்றவட்டமும் நடுவரை விலக்க வட்டமும் வெட்டிக்கொள்ளும் கோணம், அப்போது விண்மீனின் இடைக்கோணம் எனப்படும். η என்ற எழுத்தால் குறிக்கப்படும் ($Z\hat{S}P = \eta$).

3·6 2 (2) வான நடுவரை ஆயத்தொலை முறை :

வல ஏற்றமும் நடுவரை விலக்கமும் (மற்றொருவகை)
[Equator System of co-ordinates (alternate) Right Ascenstion and declination].

வான நடுவரையின்மேல் γ என்ற ஒரு நிலையான புள்ளி கொள்ளப்படும். அதற்கு மேட முதற்புள்ளி (First point of Aries) எனப்பெயர். இதுபற்றிப் பின்னர் விவரமாகப் பார்ப்போம்:

முதனிலை வட்டம் : QR; தலையாயக்குத்து வட்டம் : γ என்ற நிலைத்த புள்ளி வழியாக நடுவரைக்கு வரையப்படும் குத்து வட்டம்.

Sன் ஆயத்தொலைகள் (வல ஏற்றம் வரையறை) : விண்மீனின் நடுவரை விலக்க வட்டத்திற்கும், γ வழியாகக் கொள்ளப்படும் நிலைத்த குத்து வட்டத்திற்கும் இடைப்பட்ட கோணம் வலஏற்றம் எனப்படும். படம் 3·3ல் Sன் வலஏற்றம் $= \gamma PM_1 =$ வில் γM_1. எனவே நடைமுறையில், வல ஏற்றம் பின்வருமாறும் வரையறுக்கப் படுகிறது நடுவரையின்மேல், மேட முதற் புள்ளியிலிருந்து, விண் மீனின் நடுவரை விலக்கம் வட்ட பாதம் வரையில் உள்ள தூரம் வலஏற்றம் எனப்படும் (அதாவது $\gamma\hat{P}M_1 =$ வில் γM_1). இது γவிருந்து இடஞ்சுழியாக $0°$ முதல் $360°$ வரை அளக்கப்படும்.

3·7. மண்ணுலக தினசரிச் சுழற்சி—மீன் வழிநாள்.
(Diurnal rotation of the Earth-Sidereal day.)

இம்மண்ணுலகம் ஒரு கற்பனை நேர்க்கோட்டை அச்சாகக் கொண்டு தன்னைத்தானே, மேற்கிலிருந்து கிழக்காக நாளுக்கொரு முறை சுற்றிவருகிறது என்று நமக்குத் தெரியும். அவ்வச்சு 2·2 1 (2)ல் கூறப்பட்ட pp' என்ற புவியச்சாகும். நாம் ஒரு ரயில் வண்டியில் போய்க்கொண்டிருக்கும்போது, எதிரே உள்ள வீடுகள், மரங்கள், தந்திக்கம்பங்கள், வயல்கள் போன்ற நிலைத்த பொருள்கள் அதே வேகத்தில் நேர் எதிர்த்திசையில் ஓடுவது போன்ற காட்சி நமக்குத் தெரிகிறது. நாம் ரயிலில் போய்க்கொண்டிருக்கிறோம் என்ற நினைவில்தான், அவை யாவும் தோற்றமென நம்புகிறோம். ஒரு ரயில் நிலையத்தில் நாம் ரயிலில் வந்து சேரும்போது மற்ற சில ரயில் வண்டிகள் நின்றுகொண்டோ, ஓடிக்கொண்டோ

இருக்குமானால், எந்த ரயில் போகிறது எந்த ரயில் நிற்கிறது எனத் தெரியாத நிலை நமக்கு ஏற்படுகிறது.

அது போல மேற்கிலிருந்து கிழக்கு நோக்கி ஓடும் இம்மண்ணுலக தினசரிச் சுழற்சியின் விளைவாக நாம் நிலைத்து ஒரே இடத்தில் இருப்பது போலவும், மண்ணுலகம் சுழலும் கோண வேகத்துடனே, அதற்கு நேரெதிர்த்திசையில் (அதாவது கிழக்கிலிருந்து மேற்காக) கதிரவனும் விண்மீன்களும் சுழன்று வருவதுபோலவும் நமக்குத் தோற்றமளிக்கின்றன. இத்தோற்றச் சுழற்சி கிழக்கிலிருந்து மேற்கு நோக்கியிருப்பதன் விளைவாக, கதிரவனும் விண் மீன்களும், கிழக்குப் பக்கத்தில் உதித்து மேற்குப் பக்கத்தில் மறைவதுபோலப் பார்க்கிறோம். இந்த அடிப்படையில் 3·1, 3·1·1, 3·1·2 ல் கூறப்பட்டதைச் சற்று விரிவாகஆராய்வோம். 3.7·1: வான கோளத்தின் மையத்திலிருக்கும் காட்சியாளன் தன்னைச் சுற்றியிருக்கும் கோளமானது விண்மீன்கள் யாவற்றையும் தாங்கிக் கொண்டு, அப்படியே அவற்றின் நிலை மாறாது, ஏதோ ஓர் அச்சை மையங்கொண்டு சுழல்வதாகக் காண்கிறான் என்று கூறினோம். அக்காட்சியாளனுக்கு, வான கோளக் காட்சிகள் இன்னும் எந்த எந்த விதங்களில் தோற்றமளிக்குமென்பது பின்னர் கூறப்படுகின்றது.

அத் தோற்றங்களாவன:

(i) மண்ணுலகச் சுழலச்சு pp' க்கு இணையாக உள்ள PP' ஐ அச்சாகக் கொண்டு வான கோளம் கிழக்கு மேற்காகச் சுழலும்.

(ii) அவ்வான கோளத்தில் இடங் குறிக்கப்பட்டிருக்கும் கதிரவன், விண்மீன்கள் முதலியன யாவும் வான நடுவரை QR மேலும், QR க்கு இணையாக உள்ள சிறு வட்டங்கள் மேலும் கிழக்கு மேற்காகச் சுழலும்.

(iii) விண் மீனுக்கு விண் மீன் உள்ள கோண தூரம் (அல்லது இடைவெளி) மாறாமலிருக்கும்.

(iv) P, P' இதிலிருந்து அவ் விண்மீன்களின் துருவ தூரங்கள் மாறாதிருக்கும்; எனவே, அவ் விண்மீன்களின் நடுவரை விலக்கங்கள் மாறாதிருக்கும்.

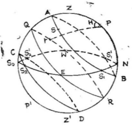
(v) வான கோளம், தன்னைத்தானே ஒரு முறை PP' ஐ அச்சாகக் கொண்டு முழுசுற்று, சுற்றும் நேரமும், மண்ணுலகம் தன்னைத்தானே ஒரு முறை pp' ஐ அச்சாகக் கொண்டு முழுச் சுற்று சுற்றும் நேரமும் முற்றிலும் சமமாயிருக்கும்.

இம் முழுச்சுற்று சுற்றும் நேரம் ஒரு மீன்வழி நாள் ஆகும். (Sidereal day).

எனவே, வான கோள மையத்திலுள்ள காட்சியாளன், ஏதோ வொரு விண்மீனைக் கவனிப்பனுயின்; அது ஒரு முழுச்சுற்று சுற்றி, மறுபடியும் அதேயிடத்தில் அவனுக்குக் காட்சியளிக்கும் கால இடைவெளி, மண்ணுலக முழுச் சுழல் ஒன்றுக்கு ஏற்படும் கால இடைவெளியாகும். அதாவது ஒரு விண்மீன் வழி நாளாகும். இந்நிகழ்ச்சி அடிப்படையில்தான் மீன்வழி நாளும் மீன் வழிக்காலமும் (Sidereal Time) நிலைநாட்டப்படுகின்றன. இது எந்த விண்மீனுக்கும் பொருந்தும் ஓர் உண்மையாகும்.

3·7·2. எனவே, நாம் தோற்றமாகப் பார்க்கும் வானகோளக்காட்சியில், ஒரு விண்மீன் பயணத்தைச் சிறிது விரிவாகப் பார்ப்போம் :

பின்வரும் படம் 3·7·2 இதை விளக்கும்.



படம் 3·7·2

NSo—தொடுவானம்; *QR*—வான நடுவரை ; மற்றவை மரபுப்படி குறிக்கப்பட்டுள்ளன. ஒரு விண்மீனின் வான கோள (தோற்ற)ப் பாதை $S_1\ AS_1'\ BS_1$. S_1 என்ற விண்மீன் *NS* என்ற தொடுவானத்தில் வரும்போது, *O* விலிருக்கும் காட்சியாளனுக்கு உதயமாகிறது. S_1 ல் உதயமாகி $S_1\ A$ வழியாக கிழக்குக் வானத்தில் ஏறிச் சென்று, உச்சி வட்டத்தை அடையும்போது, அவ்விண்மீன் *A* ல் மேலுச்சி கடக்கிறது (upper transit); பின்பு, மேற்கு வானத்திலிறங்கி, மறுபடியும் தொடுவானத்தை S_1'ல் தொடும்போது, மறைகிறது.

$S_1\ AS_1'$ (வலஞ் சுழியாக) என்ற பாதையில் விண்மீன் இருக்கும் வரையில் காட்சியாளன் தொடுவானத்திற்கு மேலிருக்-

கும் S_1'ல் மறைந்து, தொடுவானத்தின் கீழ்ச் சென்று, B என்ற இடத்தில் உச்சி வட்டத்தைக் கடக்கிறது. அப்போது அது கீழுச்சி கடக்கிறது (Lower transit). பின்னர் கீழ் வானத்தி லேறி, மறுபடியும் S_1 ல் உதயமாகிறது.

3·7·1. (v) ல் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் விளக்கத்தின் அடிப் படையில், இந்த விண்மீன் ஒரு முழுப் பயணம் செய்து முடிக்கும் நேரம் ஒரு மீன் வழி நாளெனில் அது பொருத்தமாகும். இந்தப் பயணம் சீரான கோண வேகத்திலிருக்கிறபடியால் A இலிருந்து அடுத்து மறுபடியும் A க்கு வரும் இடைக்காலமோ, அல்லது தன் பாதையில் ஏதோமொரு புள்ளி S லிருந்து அடுத்து மறுபடி யும் S க்கு வரும் இடைக்காலமோ, ஒரு மீன்வழி நாளாகும்.

குறிப்பு: விண்மீன்கள், சந்திரன், கதிரவன் யாவும் காட்சி யாளனது தொடுவானத்தின் மேற்பகுதியிலிருக்கும்போது, அவன் அவற்றைப் பார்க்கமுடியும். வானத்திற்குக் கீழே சென்ற பிறகு அவன் அவற்றைப் பார்க்க இயலாது.

அவ்வாறே $S_2 \, C S_3' \, B S_3$ மற்றோர் விண்மீன் பாதை காட்டப் பட்டிருக்கிறது. வான நடுவரைக்குக் கீழே, தெற்குப் பகுதியில் அப்பாதை உள்ளது.

$0°$ நடுவரை விலக்கமுள்ள விண்மீன் பாதை, நடுவரையின் மேலேயே அமையும். கதிரவன் தினசரிப் பாதைகளும் இவ்வாறே அமையும்.

3·7·2·1. மீன்வழி நாள் (வரையறை)

முன் கூறப்பட்ட விளக்க அடிப்படையில் நாம் இப்போது ஒரு மீன்வழி நாள் என்ன வென்று வரையறுப்போம்.

ஒரு விண்மீன் அடுத்தடுத்து மேல் உச்சியையோ, கீழுச்சி யையோ கடக்கும் சமயங்களுக்கிடைப்பட்ட நேரம் ஒரு மீன் வழி நாள்; இது நமக்கு வசதியாக வகுக்கப்பட்டதோர் வரையறை யாகும்.

இந்நாள் 24 மீன்வழி மணிகளாகவும் (sidereal hours), ஒவ்வொரு மணியும் 60 மீன்வழி நிமிடங்களாகவும் (sidereal minutes), ஒவ்வொரு நிமிடமும் 60 மீன்வழி விநாடிகளாகவும் (sidereal seconds) பிரிக்கப்பட்டிருக்கின்றன.

3·7·2·2 மீன்வழி நாளும் மீன்வழி நேரமும் :

முன்பகுதியில் மீன்வழி நாள் என்னவெனப் பொதுவாக வரை யறுக்கப் பட்டது. இப்போது நாம் 3·6·2 (2)ல் வான நடுவரை

மேல் குறிப்பிட்ட γ என்ற நிலையான மேட முதற்புள்ளியைப் பற்றி மேலும் சில குறிப்புகளைப் பார்ப்போம்: γ என்பது ஒரு கற்பனைப் புள்ளிதான். அதை நாம் ஒரு விண்மீன் எனக் கொண்டால், அதன் தினசரிப்பாதை வான நடுவரையின் மேல் அமையும். அதன் உதிக்குமிடம் E, மேல் உச்சி கடத்தற் புள்ளி Q, மறையுமிடம் W, கீழ் உச்சி கடத்தற் புள்ளி R. γ மேல் உச்சி கடத்தற் புள்ளி Q இல் இருக்கும்போது மீன்வழி நேரம் 0 மணி 0 நிமிடம் 0 வினாடி எனவும், W க்கு வரும்போது 6 மணி என்றும், R க்கு வரும்போது (மீன்வழி நள்ளிரவு) 12 மணி என்றும், E க்கு வரும்போது 18 மணி என்றும், மறுபடியும் Qக்கு வரும்போது 24 மணி முடிந்து, அடுத்த மீன்வழி நாள் ஆரம்பமாகிறதென்றும் கொள்வது மரபு. γ என்பது 24 மீன்வழி மணி நேரத்தில் சீராக 360° பயணம் செய்வதால், ஒரு மணி நேரத்திற்கு 15° அதாவது 4 நிமிடங்களுக்கு 1° பயணம் செய்கிறது. (மணிக்கு 15°; நிமிடத்திற்கு 15′ விநாடிக்கு 15″)

எடுத்துக் காட்டாக, படம் 3·7·2 ல் மேடமுதற் புள்ளி Q ஐக் கடந்து மேற்கு வானத்தில் γ ல் இருந்தால் வில் $Q\gamma$ ன் கோண அளவு, γ ன் நேரக் கோணமாகிய $H(=Z\hat{P}\gamma)$ க்குச் சமம். பாகைகளில் (degree) H இன் அளவு கொடுக்கப்பட்டால், அப்போது மீன்வழி நேரம் $\frac{H}{15}$ மணிகள். எனவே பாகை அளவில் கொடுக்கப்படும் γ ன் நேரக் கோணத்தை 15 ஆல் வகுக்க, அப்போதைய மீன்வழி நேரம் பெறப்படும்.

குறிப்பு: மேற்கு வானில் γ இருக்கும் போது, அதன் நேரக் கோணம் மேற்கு நேரக்கோண மெனவும் கீழ்வானில் அதன் நேரக் கோணம் கிழக்கு நேரக்கோண மெனவும் கொள்வதுண்டு. அல்லது Qல் ஆரம்பித்து, மறுபடியும் Qக்கு வரும்வரையில், அதன் நேரக் கோணம் 0° முதல் 360° வரை உயர்கிற தெனவும் கொள்ளலாம்.

$Q \rightarrow W$: 0° → 90° ; 0 மணி → 6 மணி ;

$W \rightarrow R$: 90° → 180° ; 6 மணி → 12 மணி ;

$R \rightarrow E$: 180° → 270° ; 12 மணி → 18 மணி ;

$E \rightarrow Q$: 270° → 360° ; 18 மணி → 24 மணி

என்ற மாறுதல்கள் எளிதில் புலப்படும்.

3·7·2·3 : தேற்றம் : $t = \alpha \pm h$.

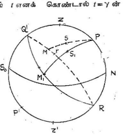
மீன்வழி நேரம் = ஒரு விண்மீனின் வல ஏற்றம் ± அதன் நேரக்கோணம் (நேரக் கோணம் மேற்குப் பக்கமாயின் + குறியும், கிழக்குப் பக்கமாயின் — குறியும் கொள்ளவேண்டும்)

$t = \alpha \pm h$.

படம் 3·7·2·3 ல் மேட முதற்புள்ளி γ உம் S என்ற விண்மீனும் தொடுவாளத்தின் மேற்குப் பக்கத்திலுள்ளன. எனவே, அச்சமயத்தில் மீன்வழி நேரம் t எனக் கொண்டால் $t = \gamma$ ன் நேரக் கோணம் $= Z\hat{P}\gamma = \gamma Q$ வில்).

S என்ற விண்மீனின் வல ஏற்றம் $\alpha = \gamma M$ (இடஞ்சுழியாக).

அந்த விண்மீனின் நேரக் கோணம் $h = Z\hat{P}M$ (மேற்கு நேரக் கோணம்) $= MQ$ (வில்)



படம். 3·7·2·3.

இப்போது,

$t = \gamma Q = \gamma M + MQ = \alpha + h$.

கிழக்கு வானத்திலுள்ள S_1 என்ற விண்மீனைக் கொள்வோம். S_1 ன் வல ஏற்றம் α_1 = வில் γQM_1 (இடஞ்சுழி) S_1 ன் கிழக்கு நேரக் கோணம் $h_1 = M\hat{P}M_1 = M_1Q$ (வில்).

$$\therefore \quad t = \gamma Q = \gamma \hat{Q} M_1 - M_1 Q = \alpha_1 - h_1$$

எனவே $t = \alpha \pm h$ என்பது பொருத்தம்.

குறிப்பு : வல ஏற்றமும், நேரக் கோணமும் கோண அளவில் மட்டுமன்றி, 24 மணிநேரம் = 360° என்பதற் கொப்ப, கால அளவிலும் அளக்கப்படலாம் (3·7·2·2 காண்க).

கிளைத் தேற்றம் : விண்மீன் உச்சி வட்டத்தின் மேலிருக்கும் போது, அதாவது விண்மீன் மேல் உச்சி கடக்கும்போது, அதனுடைய நேரக் கோணம் = பூச்சியம்.

அப்போது, மேல் நிறுவப்பட்ட வாய்பாடு $t = \alpha$ எனப் பெறப் படுகிறது. அதாவது ஒரு விண்மீனின் வல ஏற்றம் = அவ் விண் மீனின் மேல் உச்சி கடக்கும்போதுள்ள மீன்வழி நேரம் ; மறுதலையும் உண்மையே.

3·8. கதிரவன் ஆண்டுப் பாதை

'மண்ணுலகம்' என்ற பகுதியில், மண்ணுலகம் கதிரவனை ஆண்டுக் கொருமுறை ஒரு நீள் வட்டத்தில் சுற்றி வருகிற தெனவும், ஆனால் கதிரவன் ஆண்டுக் கொருமுறை மண்ணுலகத்தைச் சுற்றிவருகிறது போன்ற காட்சிதான் நமது அனுபவமாயிருக்கிறதெனவும் கூறினோம்.

ϕ என்ற வடக்கு அகலாங்கில் உள்ள ஓரிடத்தில், ஓராண்டு காலத்தில் கதிரவன் இடம் மாறுகிற காட்சிகள் எப்படியிருக்கிற தென ஒரு காட்சியாளன் கவனித்து வந்தால், அவன் காண்பது சிக்கல் நிறைந்ததாயிருக்கும். மண்ணுலக தினசரி சுழற்சியின் காரணமாக விண்மீன்கள் ஒவ்வொன்றும் வானகோளத்தில் வான நடுவரையின் மேலோ, அல்லது நடுவரைக்கு இணையான சிறு வட்டங்களின் மேலோ, தத்தமக்குரிய பாதைகளில் தினந்தோறும் முறை பிறழாது இயங்கி வருவதைக் காண்பான். ஆனால் கதிரவனைப் பொருத்தமட்டில் அவன் காண்பது வேறு விதமாக அமையும்.

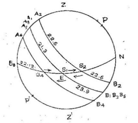
3·8·1 கதிரவன் தினந்தோறும் தொடுவானில் உதிக்குமிடங்களின் மாற்றங்கள் இருப்பதையும், மார்ச்சு 21-ம் தேதி, செப்டம்பர் 23-ம் தேதி, என்ற இரு நாட்கள்மட்டும் கதிரவன் நடுவரை மேல் போவதையும் மற்ற நாட்களில் கதிரவன் நடுவரைக்கு மேலும், கீழும், நடுவரைக்கு இணையான சிறு வட்டங்களில் போவதையும் பார்ப்பான்.

மார்ச்சு 21-ம் தேதி கதிரவன் நேர் கிழக்கில் தொடுவானில் உதிப்பதைப் பார்ப்பான். அதற்குப்பின் ஜூன் 22-ம் தேதிவரை உதிக்குமிடம் தொடுவானில் மெல்ல கிழக்கிலிருந்து வடக்கு நோக்கி நகர்ந்து செல்வதைப் பார்ப்பான். எனவே, மார்ச்சு 21-ம் தேதி நடுவரை மேல் செல்லும் கதிரவன், அதற்குப் பின்பு, நடுவரைக்கு இணையான சிறு வட்டங்களில் சென்று காட்சி தரும். ஜூன் 22-ந் தேதிக்குப் பின், மறுபடியும் கதிரவன் உதிக்குமிடம் கிழக்கு நோக்கி வந்து, செப்டம்பர் 23-ம் தேதி நேர் கிழக்கிலேயே அமைந்து, அதற்குப் பின்பு, கதிரவன் உதிக்குமிடம் மெல்லத் தெற்கு நோக்கி (E-லிருந்து) நகர்ந்து செல்வதையும், டிசம்பர் 22-ம் தேதிக்குப் பின்பு, உதிக்குமிடம் மறுபடியும் கிழக்கு நோக்கி வந்து, மார்ச்சு 21-ம் தேதி நேர் கிழக்கிலேயே அமைவதையும் அவன் காண்பான். எனவே கதிரவன் உதிக்குமிடம் முதலியன பின்வரும் படத்தில் காட்டியவாறு காட்சியளிக்கும். படம் 3·8·1 காண்க.

மூன்று இணைகோடுகளும், அந்தந்த நாட்களில் கதிரவன் தினசரிப் பாதை (இப்படம் ϕ என்ற ஒரு குறிப்பிட்ட வடக்கு அகலாங்கிற்கே

பொருந்தும். வெவ்வேறு அகலாங்குகளுக்கு வெவ்வேறு விதமாகக் கதிரவன் தினசரிப் பாதை அமையும்)

எனவே, கதிரவன் விண் மீன்கள் பின்னணியிலே, ஜூன் 22 முதல் டிசம்பர் 22 வரை தெற்கேயும், டிசம்பர் 22 முதல் அடுத்த ஆண்டு ஜூன் 22 வரை வடக்கேயும் சென்றுகொண்டிருப்பதைக் காணலாம்.



படம் 3·8·1.

மேலும், கதிரவன் மேற்கு வானில் மறையும்போது கிழக்கு வானில் உதிக்கும் விண்மீன்கள் கோடைகாலத்திலும், மாரிக் காலத்திலும் வெவ்வேறு விண்மீன்களாகும். எடுத்துக்காட்டாக ஓரியன் பட்டையிலுள்ள (the belt of Orion) மூன்று ஒளி மிக வீசும் விண்மீன்கள், மாரிக்காலத்தில் கிழக்கே உதிக்கின்றன. ஒரு குறிப்பிட்ட நாளில் அவை கதிரவன் மறையும் சமயத்தில் கிழக்கே உதயமானால், சில வாரங்கள் கழித்து, கதிரவன் மறையும்போது அவை உயர் வானில் காணப்படும். இன்னும் சில வாரங்கள் கழித்து, கதிரவன் மறையும்போதும் பிறகு கொஞ்ச நேரத்திற்கும் அவை மேற்கு வானில் காணப்படும். எனவே, கதிரவன், விண்மீன்கள் பின்னணியில் மேற்கிலிருந்து கிழக்கு நோக்கி நகர்ந்து செல்வதும் தெரிய வருகிறது. கதிரவன் கிழக்கு நோக்கியே பயணம் ஆண்டுமுழுதும் நடந்து, சரியாக ஓராண்டில், கதிரவன் தான் பயணம் தொடங்கிய இடத்திற்கே மறுபடியும் வந்து சேர்ந்துவிடுகிறது. ஆக ஓராண்டு காலத்தில் விண்மீன்கள் பின்னணியில் கதிரவன் கிழக்கு நோக்கியும், தெற்கு வடக்காகவும் வடக்கு தெற்காகவும் செல்வது உறுதிப் படுகிறது. மேற்கூறிய வண்ணம், ஓராண்டு காலத்தில் கதிரவன் இடம் மாறுவதை , வான கோணத்தில் வரைவோமானல், வரை புள்ளிகள் யாவும், வான நடுவரையை, 23° 27' சாய்வில் வெட்டும்

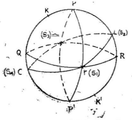
ஒரு பெருவட்டத்தில் அமைந்திருப்பது காணலாம்; இச்சாய்வு 23°. 5 எனத் தோராயமாகக் கூறுவதும் வழக்கிலுண்டு.

இப் பெரு வட்டம் கதிரவன் ஆண்டுப் பாதை (தோற்றம்) (Path of the Sun—Annual, apparent) எனப்படும். இதைச் சுருக்கமாக, கதிரவன் பாதை (the Ecliptic) எனக் கூறுகிறோம். இது தோற்றமே யொழிய உண்மை யல்ல. மண்ணுலகம் கதிரவனை ஆண்டுக்கொரு முறை சுற்றி வருவதன் விளைவாக, இத் தோற்றப் பாதை நமக்குக் கிடைக்கிறது.

கதிரவன் பாதை (வரையறை): மண்ணுலகம், கதிரவனை ஆண்டுக்கொரு முறை சுற்றிவருவதின் விளைவாக, வான கோளத்தின்மேல் பெறப்படும் கதிரவனின் தோற்றப்பாதையே கதிரவன் பாதை யெனப்படும்.

இது ஒரு பெருவட்டம்; வான நடுவரைக்கு $23\frac{1}{2}°$ சாய்வில் உள்ளது. இச் சாய்வு கதிரவன் பாதைச் சாய்வு (Obliquity of the Ecliptic) எனப்படும்.

3·8·2. படம் 3·8.2 இல் கதிரவன் பாதை $C\gamma L$ என வான கோணத்தின் மேல் காட்டப்பட்டிருக்கிறது. படத்தில் மற்றவை மரபுப்படி.



படம் 3·8·2

நடுவரை QRக்கும், கதிரவன் பாதை CLக்கும் உள்ள சாய்வு $\omega = 23\frac{1}{2}°$.

QRன் துருவங்கள் $= P, P'$;

CLன் துருவங்கள் $= K, K'$;

$\therefore PK = P'K' = w = 23\frac{1}{2}°$

கதிரவன் பாதையும், வான நடுவரையும் வெட்டு மிடங்கள் :

(1) γ — மேட முதற் புள்ளி ; (2) ♎ துலாம் முதற் புள்ளி. γக்கு இடஞ் சுழியாக 90° தூரத்தில் உள்ள L வேனிற்றிருப்ப நிலை (Summer Solstice) எனவும், ♎க்கு இடஞ்சுழியாக 90° தூரத்தில் உள்ள C மாரித் திருப்ப நிலை (Winter Solstice) எனவும் பெயர் பெறும்.

கதிரவன் ஆண்டுதோறும் γஐ மார்ச்சு 21-இலும்
Lஐ ஜூன் 22-இலும்
♎ ஐ செப்டம்பர் 23-இலும்
C ஐ டிசம்பர் 22-இலும்

கடக்கிறது. அப்புள்ளிகளைக் கதிரவன் கடக்கின்றபோது பருவங்கள் மாறுவதை யொட்டி அப்புள்ளிகள் முறையே,

γ — இளவேனிற் சம இரவுப் புள்ளி (Vernal Equinox)

L — கோடைத் திருப்பப் புள்ளி

♎ — இலையுதிர் சம இரவுப் புள்ளி (Autumnal Equinox)

C — மாரித் திருப்பப் புள்ளி

எனப் பெயரிடப்பட்டிருக்கின்றன. கதிரவன் ஒரு புள்ளியிலிருந்து அடுத்த புள்ளிக்குப் போக ஏறத்தாழ 3 மாதங்கள் ஆகிறதென்பதைக் காண்க. அப்புள்ளி நிலைகளில் கதிரவன் இருக்கும்போது கதிரவனின் வல ஏற்றங்களும், நடுவரை விளக்கங்களும் 3·2பட்டியலில் காண்க.

மார்ச்சு 21 முதல் மறுபடியும் அடுத்த ஆண்டு மார்ச்சு 21 வரை (ஓராண்டில்) வல ஏற்றம் 0° முதல் 360° வரை வளர்ந்து செல்வதையும் அதே கால இடைவெளியில் நடுவரை விலக்கம் முதற்காலாண்டில் 0° முதல் $23\frac{1}{2}°$ வரை வளர்வதையும், பின்னர் இரண்டாம் காலாண்டில் $23\frac{1}{2}°$ முதல் 0° வரை குறைவதையும், மூன்றும் காலாண்டில் 0° முதல்—$23\frac{1}{2}°$ வரை குறைவதையும், நான்காம் காலாண்டில்—$23\frac{1}{2}°$ முதல் 0° வரை வளர்வதையும் **காண்க.**

பட்டியல் 3·8·2

கதிரவனின் (α, δ) பட்டியல் ஓராண்டு காலம்

படம் 3.8·2 கதிரவன் கடக்கும் புள்ளி	கடக்கும் நாள் (ஏறத்தாழ)	அன்று α	அன்று ϕ
S_1) γ—மேடமுதற்புள்ளி அல்லது இளவேனிற் சம இரவு நிலை (Vernal Equinox)	மார்ச்சு 21-ம் தேதி	0	0
S_2) L—வேனிற்திருப்ப நிலை	ஜூன் 22-ம் தேதி	90°	$\omega = 23\frac{1}{2}°$
S_3) ≏—துலாம்			
முதற்புள்ளி (அல்லது) இலையுதிர் சம இரவு நிலை (Autumnal Equinox)	செப்டம்பர் 22-ம் தேதி	180°	0
S_4) C-மாரித்திருப்பநிலை	டிசம்பர் 22-ம் தேதி	270°	$-\omega = -23\frac{1}{2}°$
S_1) γ-மேடமுதற் புள்ளி	மார்ச்சு 21-ம் தேதி	360°	0

3·8·3. நடுவரை — கதிரவன் பாதையையொட்டிய பெரு வட்டங்கள் :

பெருவட்டம் $P\gamma P^1$ ≏ அதாவது மேட முதற்புள்ளி துலாம் முதற்புள்ளி வழியாக நடுவரைக்குச் செங்குத்தாக அமையும் பெரு வட்டம், கதிரவன் நடுநிலைவட்டம் (Equinoctical Colure) எனவும், பெருவட்டம் PLP^1C, அதாவது வேனிற்கால, மாரிக்கால திருப்பப் புள்ளிகள் வழியாக நடுவரைக்குச் செங்குத்தாக அமையும் பெரு வட்டம், கதிரவன் திருப்பநிலைவட்டம் (Solstitial Colure) எனவும் பெயருடையன. கதிரவன் நடுநிலைவட்ட துருவங்கள் Q, R கதிரவன் திருப்ப நிலைவட்ட துருவங்கள், γ, ≏ என அறிக. இவ்விரண்டு வட்டங்களுமே ஒன்றுக்கொன்று, குத்து வட்டங்களாகும் எனவும் அறிக. சந்திக்குமிடங்கள் P, P' எனவும் காண்க.

முன்பு 3 6·2 (2)ல் γ எனக் குறிப்பிட்ட மேட முதற்புள்ளி வல ஏற்ற ஆயத்தொலைக்கு ஆதிப்புள்ளி) இப்போது எது எனத் தெரிந்துகொள்க. அதற்கு 180° அப்பால், நடுவரையிலும், கதிரவன் பாதையிலும் ஒருங்கே அமைந்த புள்ளி $\simeq$ எனப்படும் துலாம் முதற்புள்ளியாகும்.

3·8·4. இந்தப் பின்னணியில், கதிரவன் ஓராண்டில் நாள் தோறும் உதிக்குமிடங்கள் (வான கோளத்தின்மேல்) எப்படி மாறி மாறி வருகின்றன எனக் காண்போம். 3.8·2 பட்டியல்படி.

மார்ச்சு 21, செப்டம்பர் 23 ஆகிய நாட்களில் கதிரவன் நடுவரை விலக்கம் பூச்சியம் ; எனவே தினசரி இயங்குவழி நடுவரையின் மேலேயே யிருக்கும். நடுவரையும், தொடுவானமும் வெட்டுமிடத்தில் கதிரவன் உதயமாதலின்,கதிரவன் முன் கூறப்பட்ட இரு நாட்களிலும் நேர்கிழக்கிலே உதித்து, ஏறக்குறைய நேர் மேற்கில் மறையும். மார்ச்சு 21-ம் நாளுக்குப் பின்பு δ வளர்கிறது கூட்டு மதிப்புடையது. ஆகவே கதிரவன் பாதை நடுவரைக்குமேல் (வடக்காக) நடுவரைக்கு இணையாக δ தூரத்திலிருக்கும் ஒரு சிறு வட்டம். எனவே δ வளரவளர உதிக்குமிடம் கிழக்கிலிருந்து வடக்குப் பக்கம் நகர்ந்து செல்கிறது. ஆனால் δின் மீப்பெரு மதிப்பு $23\frac{1}{2}°$; அன்று ஜூன் 22-ம் நாள். அன்று கதிரவன் பாதை, நடுவரைக்கு மேல் (வடக்காக) நடுவரைக்கு இணையாக $23\frac{1}{2}°$ தூரத்திலுள்ள ஒரு சிறு வட்டம். எனவே, தொடுவானத்தில் உதிக்குமிடம் கிழக்குப் புள்ளிக்கு வடக்கில் தனது உச்சக்கோடிக்கு நகர்ந்து வருகிறது. அதற்குமேல், வடக்குப்பக்கம், கதிரவன் உதிக்குமிடம் நகர்ந்து செல்லமுடியாது.

ஜூன் 22-ம் நாளுக்குப் பின்பு δ கூட்டு மதிப்புடையதாயினும், குறைந்துவந்து செப்டம்பர் 23-ம் நாளன்று 0 ஆகிறது. எனவே, பழையபடி உதிக்குமிடம், வடக்குப்பக்கம் அடைந்த கோடியிலிருந்து, கிழக்குப் பக்கம் மெல்ல நகர்ந்து, செப்டம்பர் 23-ம் நாள், கிழக்குப் புள்ளியை மறுபடியும் அடைகிறது ; அன்று கிழக்குப் புள்ளியில் உதிக்கிறது.

செப்டம்பர் 23-ம் நாளுக்குப் பிறகு, உதிக்குமிடம் கிழக்கிலிருந்து, தொடுவானத்தின் மேல் தெற்கு நோக்கி நகர்கிறது. டிசம்பர் 22-ம் நாள், கிழக்குப் புள்ளிக்குத் தெற்கில், தனது உச்சக் கோடிக்கு வருகிறது. அன்று கதிரவன் பாதை, நடுவரைக்குக் கீழே (தெற்கில்) நடுவரைக்கு இணையாக $23\frac{1}{2}°$ தூரத்திலிருக்கும் சிறு வட்டம். இதற்குத் தெற்கே, இனிக்கதிரவன் உதிக்குமிடம் நகர்ந்து செல்லமுடியாது.

ஓராண்டில் இரண்டு நாட்கள்மட்டுமே அதாவது மார்ச்சு 21-ம் நாள், செப்டம்பர் 23-ம் நாள் கதிரவன் கிழக்கில் உதித்து மேற்கில் மறையும். இரவும் பகலும் சமமாய் 12 மணி நேரம் இருக்கும்.

மற்ற நாட்களில் இரவும் பகலும் சமமாயிருக்காது. இந் நிகழ்ச்சிகளின் விளைவுகள் அடுத்தபகுதியில் விரிவாக எடுத்துக் கூறப்படும். முன் கூறப்பட்டவை $\phi (\neq 0)$ என்ற குறிப்பிட்ட வடக்கு அகலாங்கு உள்ள இடத்திற்குமட்டுமே பொருந்துமென் பதைக் கவனத்தில் கொள்க. படம் 3·8·1 பார்த்தால் முன் கூறப் பட்டிருப்பது விளக்கமுறும்.

3·8·5. ஒரு குறிப்பிட்ட நாளில் கதிரவன் வல ஏற்றம் கணித் தல் (தோராய மதிப்பு) :—

ஓராண்டு காலத்தில் கதிரவன் தன் பாதையில் நகரும்போது ஒரே சீரான கோண வேகத்தில் நகருவதில்லை, எனவே அதன் வல ஏற்றமும், நடுவரை விலக்கமும் சீராக மாறுவதில்லை.

எனினும் பின்வரும் பட்டியல் உதவியோடு, கதிரவன் வலஏற் றம், மார்ச்சு 21-ம் தேதி 0° ஆரம்பித்து தினசரி ஏறக்குறைய 1° உயர்கிறது என்ற அடிப்படையில், நாம் ஏதேனும் குறிப்பிட்ட நாளில் தோராயமான வலஏற்றம் அறியலாம்.

நாள்	கதிரவன் வலஏற்றம்
மார்ச்சு 21	0°
ஜூன் 22	90°
செப்டம்பர் 23	180°
டிசம்பர் 22	270°
அடுத்த ஆண்டு மார்ச்சு 21	360° (0°)

எடுத்துக்காட்டு

மார்ச்சு 31-ம் நாள் : மார்ச்சு 21-ம் தேதிக்குப் பின்பு 10 நாள் கழித்து வலஏற்றம் = 10°

ஏப்ரல் 15ம் நாள் : மேலும் 15 நாட்கள் கழித்து, வல ஏற்றம் = 25°.

ஜூன் 1ம் நாள் : ஜூன் 22ம் தேதிக்கு முன்பாக 21 நாட்கள் வலஏற்றம் = $90° - 21° = 69°$.

அக்டோபர் 2ம் நாள் : செப்டம்பர் 23ம் தேதிக்குப் பின்பு 9 நாள், வலஏற்றம் = $180° + 9°$ $= 189°$

மார்ச்சு முதல் தேதி : வலஏற்றம் $360° - 20° = 340°$. இவை யாவும் தோராய மதிப்புக்கள்.

3·8·5·1. தோற்றக் கதிரவன் நேரம் (Apparent Solar Time) :

ஒரு குறிப்பிட்ட இடத்தில், கதிரவன் உச்சி கடக்கும் சமயம் அந்த இடத்திற்குத் தோற்ற நண்பகல் (Apparent noon for the place) எனப்படும். அடுத்தடுத்து இருநண்பகலுக்கு இடைப்பட்ட பொழுது, தோற்றக்கதிரவன் நாள் (Apparent Solar day) எனப் படும்.

ஒரு குறிப்பிட்ட நாளில், ஓர் இடத்தில், தோற்ற நண்பகல் சம யத்தில், கதிரவன் வலஏற்றம் α எனக் கொள்வோம். அப்போது மீன்வழி நேரம் t. ஆனால், $t = (\alpha \pm h)$ என்ற வாய்பாட்டின்படி, (கதிரவன் உச்சி கடக்கும்போது $h = 0$ ஆகையால்) $t = \alpha$ எனப் பெறப்படும். அடுத்த நாள், கதிரவன் உச்சி கடக்கும்போது நாம் 3.8·4ல் கண்டபடி கதிரவனின் வலஏற்றம் தினசரி ஏறத்தாழ $1°$ அதிகமாவதால், அன்று உச்சி கடக்கும் நேரம் $t' = \alpha + 1°$ எனப் பெறப்படும். எனவே முதல்நாள் கதிரவன் உச்சி கடக்கும் சமயத் திற்கும், அடுத்த நாள் கதிரவன் உச்சி கடக்கும் சமயத்திற்கும் இடைவெளிப்பொழுது, ஒரு மீன்வழி நாள் + $1°$க்குச் சமமான 4 மீன் வழி நிமிடங்களாகும். எனவே, ஒரு தோற்றக்கதிரவன் நாள் = ஒருமீன் வழி நாள் + 4 மீன்வழி நிமிடங்கள். இது ஒரு தோராயச் சமன்பாடு. பொதுவாகக் கூறுமிடத்து, ஒரு தோற்றக் கதிரவன் நாள் = ஒரு மீன் வழிநாள் + தினந்தோறும் ஏற்படும் கதிரவன் வலஏற்ற உயர்வு எனக் கூறலாம்.

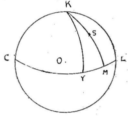
ஒரு தோற்றக்கதிரவன் நாள் 24 தோற்றக்கதிரவன் மணிகளா கவும், ஒரு மணி 60 நிமிடங்களாகவும், ஒரு நிமிடம் 60 விநாடிகளா கவும் பிரிக்கப்பட்டிருக்கிறது. எனவே, ஒரு தோற்றக்கதிரவன் வழி நேர அலகு அதற்கு இணையான மீன்வழி நேர அலகைவிட சற்றுப் பெரிது. [தோற்றக்கதிரவன் என்ற சொற்றொடரை 'தோ.க.' என்றும் குறிப்பிடலாம்]. 24 தோ. க. மணி நேரத்தில் நேரக் கோணம் $360°$ வளர்கிறது; அதாவது ஒரு தோ. க. மணிக்கு $15°$ விகிதம் வளர்கிறது.

எனவே, தோ. க. மேற்கு நேரக்கோணம் $h°$ ஆனால், அப்போது காலம் பிற்பகல் $\frac{h}{15}$ மணி; கிழக்கு நேரக்கோணம் $h°$ ஆனால், அப்போது காலம் முற்பகல்

$$\left[12-\frac{h}{15}\right] \text{ மணி.}$$

3.8.6. நான்காவது ஆயத்தொலை முறை—கதிரவன் பாதை ஆயத்தொலை முறை—விண் நெட்டாங்கு, விண் அகலாங்கு; (Fourth System of Co-ordinates—the ecliptic system of co-ordinates—the celestial longitude and the celestial latitude)

3·6·1, 3·6·2·1, 3·6·2·2 என்ற பத்திகளில் மூன்று விதமான ஆயத்தொலை முறைகள் கண்டோம். நான்காவதாக, கதிரவன் பாதையை முதனிலை வட்டமாகவும், ♈ வழியாகக்கதிரவன் பாதைக் குரிய குத்து வட்டத்தை, தலையாய துணை வட்டமாகவும் கொண்டு மற்றோர் ஆயத்தொலை முறை வழக்கிலுள்ளது. படம் 3.8·6ல்,



படம் 3·8·6

முதனிலை வட்டம் :—ஞாயிற்றுப் பாதை CL; துருவங்கள் K, K'; தலையாயக்குத்து வட்டம் ♈K என்ற துணைக்குத்து வட்டம். S என்ற விண்மீன் வழியாகத் துணைக்குத்து வட்டம் வரைக.

KSM என்ற துணைக்குத்து வட்டத்திற்கு விண்மீனின் நெட்டாங்கு வட்டம் (Longitude Circle) எனப் பெயர் வைத்துக்கொள்வோம்.

Sஇன் ஆயத்தொலைகள்: வான நெட்டாங்கு (Celestial Longitude):

வரையறை: விண்மீனின் நெட்டாங்கு வட்டத்திற்கும் γ வழியாக உள்ள துணைக்குத்து வட்டத்திற்கும் இடைப்படும் கோணம் வான நெட்டாங்கு எனப்படும். படம் 3·8·6ல் Sஇன் வான நெட்டாங்கு $= \gamma \hat{K} M =$ வில் γM.

வான அகலாங்கு (Celestial Latitude) (வரையறை): விண்மீனின் நெட்டாங்கு வட்டத்தின்மேல், கதிரவன் பாதையிலிருந்து, விண்மீன்வரை உள்ள கோணதூரம் வான அகலாங்கு எனப்படும்.

படம் 3·8·6ல் வான அகலாங்கு = வில் MS.

3·8·6·1. குறிப்புகள்: (i) வழக்கில் கதிரவன் பாதையின்மேல் γ விலிருந்து விண்மீன் நெட்டாங்கு வட்டப் பாதம் வரையுள்ள தூரம் வான நெட்டாங்கு எனப்படும். இது γ விலிருந்து இடஞ்சுழியாக 0° முதல் 360° வரை அளக்கப்படும்.

(ii) கதிரவன் பாதையும், வான நடுவரையும் வெட்டும் இடங்கள் γ, $\simeq$ ஆகும்.

(iii) கதிரவன் பாதையான CL இன் மேல் கதிரவன் இருப்பதால், கதிரவனுக்கு அகலாங்கு ஆயத் தொலை எப்போதும் பூச்சியம். அதன் நெட்டாங்கு ஓர் ஆண்டில் 0° முதல் 360° வரை வளர்ந்து செல்கிறது. (γ வில் கதிரவன் இருக்கும்போது, கதிரவன் நெட்டாங்கு 0°; $\simeq$ ல் இருக்கும்போது 180°). இவ்வாயத் தொலைகள் சிறப்பாகக்கதிரவன் இடங்குறிக்கப்பெரிதும் பயன்படும்.

(iv) மண்ணுலகில் எல்லா இடங்களுக்கும் γ ன் இட நிலையும் கதிரவன் தோற்றப்பாதையும் பொதுவாதலின் விண்மீனுக்கு (இடத்திற்கு இடம்) வான நெட்டாங்கும் அகலாங்கும் மாறுவதில்லை; தினசரிச் சுழலில் γ ம், விண்மீன்களும் ஒரே சீரான வேகமுடையதாயிருப்பதால், வான நெட்டாங்கும் அகலாங்கும் மாறுவதில்லை (அச்சுத்திசை மாற்றம், அச்சசைவு இவற்றின் விளைவாக ஏற்படும் சிறு மாறுதல்கள் பின்னர் பகுதி 18 இல் விரிவாக விளக்கப்படும்.)

(v) கதிரவன் விண் நெட்டாங்கு, தோராயமாக நாளுக்கு 1° வீதம் வளர்கிறதெனக் கூறலாம். ஆனால் கதிரவன் விண் நெட்டாங்கு வளர்ச்சி சீரானதல்ல.

3·8·7. நான்கு ஆயத் தொலைமுறைகள் — ஒப்பீடுகள் — சாதக பாதகங்கள் — (Four Systems of Co-ordinates—Comparisons—Advantages and disadvantages).

(i) தொடுவானம், உச்சி வட்டம், உச்சிப் புள்ளி, தலையாயப் புள்ளிகள் (கிழக்கு, மேற்கு, வடக்கு, தெற்கு) யாவும் எளிதில் அறியக்கூடியவை. ஒரு குறிப்பிட்ட அகலாங்குள்ள இடத்தில்

அவற்றை வான கோளத்தின்மேல் நிலைநிறுத்தலாம்; அவ்விடத்தைப் பொருத்தமட்டில் அவை அங்குள்ள காட்சியாளனுக்கு இடம் பெயராதவையாகும். எனவே ஒரு குறிப்பிட்ட இடத்தில், ஒரு குறிப்பிட்ட சமயத்தில், ஏற்றம், உச்சிதூரம், அடிவானதூரம் கொண்டு, ஒரு விண்மீனை வான கோளத்தின் மேல் நிலைக்கச் செய்யலாம். ஆனால் விண்மீனைப் பொருத்தமட்டில் ஏற்றமும் உச்சி தூரமும் வினாடிக்கு வினாடி மாறிக்கொண்டேயிருக்கும்; இடத்திற்கு இடம், அதாவது வெவ்வேறு மண்ணுலக அகலாங்கு, மண்ணுலக நெட்டாங்கு உள்ள இடங்களில் அவை மாறு மதிப்புகளை ஏற்கும். எனவே, முதல் ஆயத்தொலை முறை, ஒரு குறிப்பிட்ட இடத்தில் குறிப்பிட்ட சமயத்திற்கு மாத்திரமே காட்சியாளனுக்குப் பயன்படும்.

(ii) வான நடுவரையானது இடத்திற்கு இடம், தொடுவானத்திற்கு வெவ்வேறு சாய்வுகளில் இருக்கும். ஆனால் காட்சியாளர்கள் எங்கு இருப்பினும் நடுவரையின் தளம் மாருது, ($QR \perp pp'$, அதாவது $\perp PP'$) எனவே, எல்லா இடங்களுக்கும், விண்மீனின் நடுவரை விலக்கம்/துருவ தூரம் இரண்டும் மாருது. ஆனால் வினாடிக்கு வினாடி நேரக்கோணம் மாறும்.

(iii) γ ஒரு நிலைத்த புள்ளியாக நடுவரை மேல் கொள்ளப்படுவதாலும், γ ன் கோண வேகத்தோடு, மற்றெல்லா விண்மீன்களும் நடுவரையின்மேலோ அல்லது நடுவரைக்கு இணையான வட்டங்கள் மேலோ நகர்வதால், எல்லா விண்மீன்களுக்கும் γஐயொட்டிய தூரம் மாருது.

எனவே, (α, δ) என்ற ஆயத் தொலைகள், விண்மீனுக்கு மாறிலித் தொலைகளாயிருக்கின்றன. ஆகவே, பொதுவாக வானியல் காட்சிப் பதிவுகள் செய்யும்போது, இவ்வாயத் தொலைகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. மாலுமிப் பஞ்சாங்கத்தில் பல விண்மீன்களுக்கு இவ்வாயத் தொலைகள் கொடுக்கப்பட்டிருக்கின்றன. எந்த அகலாங்கில் உள்ளவர்களும் இவற்றினை எந்நேரத்திலும் பயன்படுத்திக்கொள்ளலாம்.

(iv) γம் கதிரவன் பாதையும் நிலைத்தவை யாதலின் சிறப்பாக, கதிரவன், கதிரவன் குடும்பக் கோள்கள், சந்திரன் முதலியவற்றின் இடங் குறிக்கப் பயன்படும்.

ஆனாலும் γ, ≏ முதலியவற்றை நாம் வானத்தை நோக்கிப் பார்த்து இடங்குறிக்கமுடியாது. அவையெங்கு இருக்கின்றனவென கற்பனையாகத்தான் அறியமுடியும். கதிரவன் பாதையும் வரைவது எளிதல்ல. எனவே வல ஏற்றம், நடுவரை விலக்கம் அல்லது வான நெட்டாங்கு அகலாங்கு கொண்டு, வானத்தைப் பார்த்து இடங்காண முடியாது. ஆனால் அவற்றின் சிறப்புகள்

(ii), (iii), (iv) ல் கூறியபடி அமைவதால், அவை ஆயத் தொலைகளாக வானுராய்ச்சியில் பயன்படுத்தப் படுகின்றன.

3·8·8 ஆயத்தொலை மாற்றங்கள் (Conversion of Co-ordinates)

முதனிலை வட்டத்திற் கேற்ப, நாம் நான்கு விதங்களில், ஆயத் தொலைகள் கொண்டு வான்பொருளை வான கோளத்தில் இடங் குறிக்கலா மெனக் கண்டோம். அவற்றில் ஏதாமொரு முறையில் கொடுக்கப்பட்ட ஆயத் தொலைகளை மற்ருேர் முறைக்குரிய ஆயத் தொலைகளாக மாற்றும் வழி வகைகளை இப்போது பார்ப்போம் :

3·8·8·1 : பின்வரும் விளக்கங்களில் மரபுப்படி, நாம் ஆயத் தொலைக் குறியீடுகளை ஏற்றுக் கொள்வோம் :

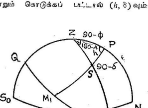
A — அடி வான தூரம்
a — கோண ஏற்றம் (சுருக்கமாக ஏற்றம் எனவும் கூறலாம்)
Z — உச்சி தூரம் $Z=(90-a)$
h — நேரக் கோணம்
δ — நடுவரை விலக்கம்
α — வல ஏற்றம்
λ — வான நெட்டாங்கு
β — வான அகலாங்கு
ϕ — காட்சியாளன் உள்ள இடத்தின் மண்ணுலக அகலாங்கு.
t — காட்சி நேரம் — மீன்வழி நேரம்.
S — விண்மீனிடத்தைக் குறிக்கும்.

ஆயத் தொலை மாற்றம்

(i) (A, a) ϕ மூன்றும் கொடுக்கப் பட்டால் (h, δ) வும் (α, δ) வும் அறிவது.

மரபுப்படி படம் 3·8·8·1 (i) வரையப் பட்டு, ஆயத் தொலைகள் குறிக்கப்பட்டுள்ளன.

$SM = a$; $SoM = So\hat{Z}M = A$; $NP = \phi$ கொடுக்கப்பட்டவை (h, δ) காண்க.



படம் 3·8·8·1.

முக்கோணம் ZPSல்,

$PZ = 90 - \phi$; $P\hat{Z}S = 180 - A$; $ZS = 90 - a$.

$SP = 90 - \delta$; $Z\hat{P}S = h$, இங்கு (h, δ) தெரியாது.

$\triangle$ ZPS ல்

$$\cos PS = \cos PZ \cos ZS + \sin PZ \sin ZS \cos PZS \quad \ldots \quad [1.6\,(ii)]$$

$$\therefore \cos(90-\delta) = \cos(90-\phi)\cos(90-a) + \sin(90-\phi)\sin(90-a)\cos(180-A).$$

$$\sin\delta = \sin\phi \sin a - \cos\phi \cos a \cos A \quad \ldots \quad (1)$$

இங்கு ϕ, a, A நமக்குக் கொடுக்கப்பட்டிருப்பதால் δ ஐக் கணிக்கலாம்.

நான்கு அடுத்தடுத்த உறுப்புகள்,

h; $90-\phi$; $180-A$; $90-a$

$\therefore$ 1·6 (iii) இன்படி,

$$\therefore \cos(90-\phi)\cos(180-A) = \sin(90-\phi)\cot(90-a) - \sin(180-A)\cot h.$$

$$-\sin\phi\cos A = \cos\phi\tan a - \sin A\cot h.$$

$$\therefore \quad \cot h = \frac{\sin\phi \cos A + \cos\phi \tan a}{\sin A} \quad \ldots \quad (2)$$

ϕ, a, A தெரியுமாதலின் h கணிக்கப்படுகின்றது. $t = \alpha - h$ என்ற தேற்றம் கொண்டு, அந்த சமயத்தில் உள்ள t ஐ, மீன்வழி நேரம் காட்டும் கடிகாரம் கொண்டு தெரிந்து, α அறியலாம். எனவே h, α, δ மூன்றும் a, A என்பவற்றின் சார்பாகப் பெறப்படுகின்றன.

(ii) மறுதலையாக (h, δ) அல்லது (α, δ) கொடுக்கப்பட்டால், (A, a) காணும் முறை.

α கொடுக்கப்பட்டிருப்பதால் $t = \alpha \pm h$ கொண்டு அப்போது வான்பொருளின் h அறியலாம். எனவே h, δ, ϕ நமக்குத் தெரியும்.

$\triangle$ ZPS ல் 1·6 (ii) இன்படி

$$\cos ZS = \cos ZP \cos PS + \sin ZP \sin PS \cos ZPS.$$

$$\cos(90-a) = \cos(90-\phi)\cos(90-\delta) + \sin(90-\phi)\sin(90-\delta)\cos h.$$

$$\sin a = \sin\phi\,\sin\delta + \cos\phi\,\cos\delta\,\cos h \quad \ldots \quad (3)$$

$\therefore$ a கணிக்கப்படுகிறது.

நான்கு அடுத்தடுத்த உறுப்புக்கள், $90-\delta$; h; $90-\phi$; $180-A$ ஆகும். இங்கு A தெரியாது.

$\therefore$ 1·6 (iii) இன்படி,

$$\cos(90-\phi)\cos h = \sin(90-\phi)\cot(90-\delta) - \sin h\cot(180-A).$$

$$\therefore \sin\phi\cos h = \cos\phi\tan\delta + \sin h\cot A$$

$$\therefore \cot A = \frac{\sin\phi\cos h - \cos\phi\tan\delta}{\sin h} \quad \ldots \quad (4)$$

$\therefore$ A கணிக்கப்படுகிறது.

எனவே, (h, δ) அல்லது (α, δ) கொடுக்கப்பட்டால் (a, A) இரண்டும் h, δ, ϕ என்பவற்றின் சார்பாகப் பெறப்படுகின்றன.

(iii) (α, δ) கொடுக்கப்பட்டால், அவ்வான் பொருளின் (λ, β) வான நெட்டாங்கு, வான அகலாங்கு காண்க.

படம் 3·8·8·1 (iii) மரபுப்படி வரையப்பட்டு புள்ளிகள் குறிக்கப்பட்டிருக்கின்றன.

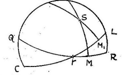
$\gamma M = \alpha$

$S M = \delta$

$\gamma M_1 = \lambda$

$S M_1 = \beta$

$R\hat{\gamma}L = \omega = PK =$ கதிரவன் பாதைச் சரிவு.



படம் 3·8·8.1 (iii)

பின்வரும் விளக்கத்திற்கு படம் 3·3·3·1 (iv) காண்க.

$$QM = Q\gamma + \gamma M$$
$$= 90 + \alpha$$
$$= Q\hat{P}M = K\hat{P}S$$

$$\gamma M_1 = \lambda$$

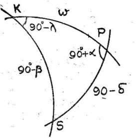
$\therefore \quad M_1 L = 90 - \lambda$

$\therefore \; 90 - \lambda = M_1 L$

$= L\hat{K}M = P\hat{K}S$

$\therefore \quad P\hat{K}S = 90 - \lambda;$

$KS = 90 - \beta$



படம் 3·3·3·1 (iv)

இங்கு (α, δ) உம், ω உம் கொடுக்கப்பட்டிருக்கின்றன.

(λ, β) காணவேண்டும். முன் (i) (ii) ல் கண்ட முறைகளையே பயன்படுத்துவோம்.

வான கோள $\triangle\ KPS$ ல்,

$$\cos KS = \cos KP \cos PS + \sin KP \sin PS \cos KPS.$$

$$\therefore \cos(90-\beta) = \cos\omega \cos(90-\delta) + \sin\omega \sin(90-\delta) \cos(90+\alpha)$$

$$\therefore \sin\beta = \cos\omega \sin\delta - \sin\omega \cos\delta \sin\alpha \quad \ldots (5)$$

$\therefore \ \beta$ கணிக்கப்படுகிறது.

$\triangle\ KPS$ ல் நான்கு அடுத்தடுத்த உறுப்புகள்,

$90-\lambda, \ \omega, \ 90+\alpha, \ 90-\delta;$

$$\cos\omega \cos(90+\alpha) = \sin\omega \cot(90-\delta) - \sin(90+\alpha)\cot(90-\lambda).$$

$$-\cos\omega \sin\alpha = \sin\omega \tan\delta - \cos\alpha \tan\lambda$$

$$\therefore \tan\lambda = \frac{\sin\omega \tan\delta + \cos\omega \sin\alpha}{\cos\alpha} \quad \ldots (6)$$

எனவே, (α, δ), ω கொடுக்கப்பட்டால்,

(λ, β) இரண்டும் α, δ, ω என்பவற்றின் சார்பாகப் பெறப்படுகின்றன.

(iv) (λ, β) கொடுக்கப்பட்டால், (α, δ) காணல் :

$\triangle$ KPS ல்,

$\cos PS = \cos PK \cos KS + \sin PK \sin KS \cos PKS.$

$$\therefore \cos(90-\delta) = \cos\omega\cos(90-\beta) + \sin\omega\sin(90-B)\cos(90-\lambda).$$

$$\therefore \sin\delta = \cos\omega\sin\beta + \sin\omega\cos\beta\sin\lambda \quad \dots (7)$$

இவ்வாறு δ கணிக்கப்படுகிறது.

$\triangle KPS$ல் நான்கு அடுத்தடுத்த உறுப்புகள்,

$90+\alpha, \omega, 90-\lambda, 90-\beta.$

இங்கு α மட்டும் தெரியாது.

$$\therefore \cos\omega\cos(90-\lambda) = \sin\omega\cot(90-\beta) - \sin(90-\lambda)\cot(90+\alpha)$$

$$\therefore \cos\omega\sin\lambda = \sin\omega\tan\beta + \cos\lambda\tan\alpha.$$

$$\therefore \tan\alpha = \frac{\cos\omega\sin\lambda - \sin\omega\tan\beta}{\cos\lambda} \quad \dots (8)$$

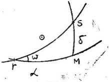
இவ்வாறு α பெறப்படுகிறது.

எனவே ϕ ஓடு (σ, A) கொடுக்கப்பட்டால் (α, δ) உம், மறு தலையாகவும், ω ஓடு (α, δ) கொடுக்கப்பட்டால் (λ, β) உம் மறு தலையாகவும், கணிக்கும் முறைகளைப் பார்த்தோம்.

$\triangle ZPS$; $\triangle KPS$ என்ற கோண முக்கோணங்கள் நமக்கு உதவியாய் இருந்தன.

(v) மேலும், சிறப்பாக, (iii), (iv)ல் காட்டிய முறைகள் கதிர வனைப் பொருத்தமட்டில் மிக்க பயனுடையவை. படம் 3·8·8·1 (v) காண்க. ஏனெனில், கதிரவன், தன் பாதையில், செல்லும்போது $\beta = 0$, அதாவது கதிரவனின் அகலாங்கு எப்போதும் பூச்சியம்.

எனவே படம் 3·8·8·1 (v)இல்
♈M—வான நடுவரை
♈S—கதிரவன் பாதை
S—கதிரவன்
எனக்கொண்டால்,
$\triangle$♈SMல்,
$\hat{SM\lambda} = 90°$ஆகும்.



படம் 3·8·8·1 (v)

ஏனெனில் SM என்பது கதிரவனின் நடுவரை விலக்கவட்டம், நடுவரைக்குச் செங்குத்து வட்டமாகும்.

$\gamma S = \odot$ = கதிரவனின் நெட்டாங்கு.

$\gamma M = \alpha$ = கதிரவனின் வலஏற்றம்

$SM = \delta$ = கதிரவனின் நடுவரை விலக்கம்.

∴ நேப்பியர் விதிப்படி,

$\sin(90 - \odot) = \cos\alpha \cos\delta$

$\therefore \quad \cos\odot = \cos\alpha \cos\delta$ ... (9)

மேலும், $\sin(90 - \omega) = \tan\alpha \tan(90 - \odot)$.

$\therefore \quad \cos\omega = \tan\alpha \cot\odot$

$\therefore \quad \tan\alpha = \cos\omega \tan\odot$ ... (10)

மேலும் $\sin\delta = \cos(90 - \omega)\cos(90 - \odot)$

$\therefore \quad \sin\delta = \sin\omega \sin\odot$ ... (11)

(α, δ) தெரிந்தால் (9) இன் வழியாக, $\odot$ அறியலாம்;

$\odot$ தெரிந்தால் (10), (11) இன் வழியாக (α, δ) அறியலாம்.

மற்றும் $\sin\alpha = \tan\delta \tan(90 - \omega)$.

$= \tan\delta \cot\omega$.

$\therefore \tan\omega = \dfrac{\tan\delta}{\sin\alpha}$ என்ற தொடர்பு கிடைக்கிறது.

(vi) கதிரவனின் நெட்டாங்கு, வல ஏற்றங்களில் சிறு உயர்வு—குறைவுகளின் தொடர்பு.

(10) இன் படி,

$\tan\alpha = \cos\omega \tan\odot$

∴ வகை நுண் கணித முறைப்படி,

$\sec^2\alpha \, \Delta\alpha = \cos\omega \sec^2\odot \Delta\odot$

$$\therefore \quad \Delta\alpha = \frac{\cos\omega \cos^2\alpha}{\cos^2\odot} \Delta\odot$$

$$= \frac{\cos\omega}{\cos^2\delta} \Delta\odot \quad \text{(9)ன் படி.}$$

குறிப்பு: கதிரவன் தன் பாதையில் சிறிது நகர்ந்து, அதன் நெட்டாங்கு $\Delta\odot$ அளவு மாறினால் அப்போது, கதிரவனின் வல

ஏற்றம் ஏறத்தாழ $\frac{\cos\omega}{\cos^2\delta}$ △ ⊙ மாறும் எனக் கணிக்கலாம். இது பின்னர் பயன்படுத்தப்படுவதைக் காண்க.

3.9. சந்திரன்: *தற்காலிகமாக, சந்திரனைப்பற்றிய பின்வரும் உண்மைகளை ஏற்போம். பின்னர் சந்திரனைப்பற்றிய தனிப்பகுதியில் விவரமாகவும் நுணுக்கமாகவும் காண்போம்.* (பகுதி 11 காண்க).

1. சந்திரன் பாதை, ஏறத்தாழ கதிரவன் பாதையோடு ஒருங்கியிருக்கிறதெனக் கொள்ளலாம்.

2. சந்திரன் அப்பாதையில் விண்மீன்கள் பின்னணியில், மண்ணுலகத்தை ஒரு முழுச்சுற்று சுற்றிவர $27\frac{1}{3}$ நாட்களாகிறது. எனவே சந்திரனின் தனிக்கோண வேகம் (absolute angular velocity) நாளுக்கு $\frac{360^{\circ}}{27\frac{1}{3}} = 13^{\circ}\cdot2$.

3. கதிரவன் ஓராண்டில், விண்மீன் பின்னணியில், மண்ணுலகத்தை ஒரு முழுச்சுற்று சுற்றி வருகிறது. எனவே கதிரவனின் தனிக்கோண வேகம் நாளுக்கு
$$\frac{360^{\circ}}{365} = 1^{\circ} \text{ (ஏறத்தாழ)}.$$

4. கதிரவனும் சந்திரனும், கதிரவன் பாதையில் ஒரே திசையில் (இடஞ்சுழியாகச்) செல்கின்றன.

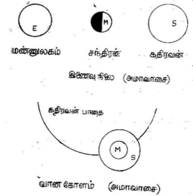
5. எனவே நாளுக்குநாள், சந்திரன் கதிரவனை, பொதுப் பாதையில் $12.^{\circ}2$ முந்துகிறது. [அதாவது கதிரவனை யொட்டி சந்திரனின் தினசரி வேகம் $12^{\circ}.2$ (Velocity of the Moon relative to the Sun); எனவே மணிக்கு மணி (hour by hour) சந்திரன் கதிரவனை $\frac{12^{\circ}\cdot2}{24}$ அல்லது தோராயமாக $\frac{1}{2}^{\circ} = 30'$ முந்துகிறது.

6. கதிரவனும், சந்திரனும், பொதுப் பாதையில் (வான கோளத்தின் மேல்) ஒரே இடத்தில் இருக்கும்போது, அவ்விரண்டும் இணைவு நிலையில் உள்ளன (in conjunction) எனப்படும். அப்போது, அவ்விரண்டின் விண் நெட்டாங்குகளும் (Celestial Longitude) சமம்.

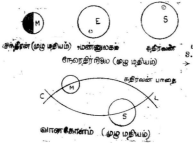
7. இணைவு நிலையிலிருந்து, கதிரவனுக்கும் சந்திரனுக்கும் இடைப்படும் தூரம் நாளுக்குநாள் $12^{\circ}2$ மிகுதியாகி (அவற்றின் விண் நெட்டாங்கு வேறுபாடு) அத்தூரம் 180° ஆக $\frac{180^{\circ}}{12^{\circ}2}$ ⌣ 14·75 நாட்கள் ஆகிறது. அப்போது, கதிரவனும் சந்திரனும் நேரெதிர் நிலையில் உள்ளன (in opposition) எனப்படும்.

8. இணைவு நிலையில் அமாவாசையும் (New Moon) நேரெதிர் நிலையில் முழுமதியும் (பௌர்ணமி-Full Moon) ஏற்படுகின்றன.

குறிப்பு: ■ இருட்டு. □ வெளிச்சம்]



படம் 8.9 (i)



படம் 8.9 (ii)

9. சந்திரன் வயது (Moon's age):— அமாவாசைக்குப் பின்பு x நாட்கள் கழித்து, சந்திரன் வயது x நாட்கள் எனப்படும். அன்று கதிரவனுக்கும் சந்திரனுக்கும் இடைப் பட்ட தூரம் $= x \times 12^\circ.2$ ஆகும்.

எனவே, அன்று கதிரவனின் விண் நெட்டாங்கு $\odot$ ஆனால், சந்திரனின் விண் நெட்டாங்கு $\odot + x \times 12^\circ.2$.

10. சந்திரன் வயது 14.75 ஆனால் சந்திரனுக்கும் கதிரவனுக்கும் இடைப்பட்ட தூரம்,

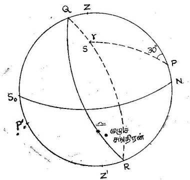
$14{\cdot}75 \times 12{\cdot}2 = 179{\cdot}75 \backsim 180^\circ$

(நேரெதிர் நிலை—முழு மதியம்).

எடுத்துக்காட்டுகள் :

3. *a*. வான கோளத்தில் சந்திரன், கதிரவன், விண் மீன்கள் இடங்குறித்தல் :

மண்ணுலகில் ஒரு குறிப்பிட்ட மண்ணுலக அகலாங்குள்ள இடத்தில் (Terrestrial latitude), ஒரு குறிப்பிட்ட நேரத்தில் தேவைப்படும் ஆயத்தொலைகள் கொடுக்கப்பட்டால், தோராயமாக, விண் பொருள்களின் இடங்குறிக்கலாம். இம்முறைகளைப் பார்ப்போம்;



படம் $8{\cdot}a_1$

3. a1. எ. கா. 1. சென்னையில் வட-அகலாங்கு 13°, மார்ச்சு 21ம் நாளன்று, பிற்பகல் 2 மணிக்கு, கதிரவன் இடங்குறிக்க. அன்று முழுச்சந்திரன் நாளானால், சந்திரன் இடங்குறிக்க.

காகிதத்தின் தளம் உச்சி வட்ட தளமெனக் கொள்க.

வானக் கோளம் வரைந்து, S_o, N, Z, Z' இடங்குறிக்க.

(படம் 3. a_1) P வடதுருவமானால் $NP = 13°$.

(வடதுருவத்தின் ஏற்றம் = இடத்தின் அகலாங்கு)

கோள மையம் O வழியாக PP' வரைந்தால் P' தென் துருவம்.

PP'க்கு ⊥ ஆன பெருவட்டம் வான நடுவரை QR.

1ஐ—படம் 3.a_1 82ம் பக்கம் பார்க்கவும்.

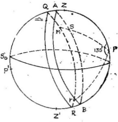
பிற்பகல் 2 மணி ஆதலின், கதிரவன் உச்சி கடந்து நேரக் கோணம் 30°, மேற்கு $Z\hat{P}S = 30°$; மார்ச்சு 21ம் நாளாதலின் S (கதிரவன்) நடுவரை மேலிருக்கும். எனவே S என்ற புள்ளி கதிரவனின் இடங்குறிக்கும். அன்று கதிரவனின்வல ஏற்றம் = 0°

∴ γம் Sம் ஒரே புள்ளியாகும். γவிலிருந்து, நடுவரையின் மேல் 180° தள்ளி ≏ இல் இருக்கும்.

அன்று முழுச்சந்திரன் நாளாகையால் கதிரவனுக்கும் சந்திரனுக்கும் கதிரவன் பாதையில் உள்ள இடைவெளி 180°, அதாவது எதிர்த்திசை நிலை. இப்போது கதிரவன் γல் இருக்கிறது. கதிரவன் பாதையில் γவிலிருந்து 180° உள்ள புள்ளி ♎; இதுவும் ஒரு நடுவரைப் புள்ளியாதலால், ♎ இடங்குறிக்கப்பட்ட இடத்தில் சந்திரன் இருக்கும். γ, ♎ வழியாக QRக்கு $23\frac{1}{2}°$ சாய்வில் கதிரவன் பாதை இருக்கும். படத்தில் காட்டப்படவில்லை.

3·a_2· எ· கா· 2: 30° வட அகலாங்கு உள்ள இடத்தில் மீன்வழி நேரம் 9மணிக்கு γவின் இடங்குறிக்க. அப்போது ($\alpha = 98°$; $\delta = 18°$வ) என்ற விண்மீனின் இடங்குறிக்க.

வான கோளம் வரைந்து NS_0, Z, Z' இடங்குறிக்க. $NP = 30°$ என்ற முறையில் Pவட துருவத்தைக் குறிக்கும்; நேரெதிர் புள்ளி (O வழியாக) P^1 தென் துருவத்தைக் குறிக்கும். PP^1க்கு ⊥ r ஆக வான கோளத்தை வெட்டும் பெருவட்டம் QR என்ற நடுவரையைக் காட்டும். மீன் வழி நேரம் 9 மணியாதலால் நடுவரையின் மேற்குப் புறத்தில் $ZP\gamma = 135°$ என்ற கணக்கில் γ இருக்கும். γ நடுவரையின் மேலுள்ளது. விண்மீனின் $\alpha = 98°$ ஆனதால் $\gamma M = 98°$ என இடஞ்சுழியாக, நடுவரையின் மேல் M என்ற புள்ளி



படம் $3 \cdot a_2$

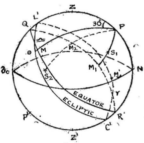
கொண்டால், PM என்ற பெருவட்டம் Sன் நடுவரைவிலக்க வட்டமாகும். Sன் நடுவரை விலக்கம் 18° வடக்காதலின், QRக்கு இணையாக, QRக்கு வடக்கே 18° தூரத்தில் ஒரு சிறுவட்டம் AB வரைந்தால், AB என்பது அவ்விண்மீனின் தினசரிப் பாதையாகும். ABம், PMம் நடுவரைக்கு மேற்குப் புறத்தில் S என்ற இடத்தில் வெட்டட்டும். S என்பது அப்போது விண்மீனின் இடமாகும்.

$3 \cdot a_8$ எ·கா·3 : 45° வட அகலாங்குள்ள ஓரிடத்தில் அக்டோபர் மாதம் 13ம் நாள் முற்பகல் 10 மணி ; அன்று சந்திரன் வயது 18 நாள் ; S_1 விண்மீன் ($\alpha_1 = 45°$, $\delta_1 = 15°$ வடக்கு) S_2 விண்மீன் ($\alpha_2 = 100°$, $\delta_2 = 25°$ தெற்கு) ; வான கோளம் வரைந்து, கதிரவன், சந்திரன், S_1, S_2 இடங்குறித்துக் காட்டுக.

வான கோளம் வரைந்து N, S_0, Z, Z' இடங்குறிக்க. படம் ($3 \cdot a_2$) $NP = 45°$ என்றவகையில் P இடங்குறிக்க. P வடதுருவம் ; மைய வழியாக Pன் எதிர்புள்ளி P^1 தென்துருவம். PP^1க்குச் செங்குத்தான தளம், வான கோளத்தை வெட்டட்டும்; அவ்வெட்டு முகம் QR. என்ற நடுவரை. கதிரவன் கிழக்கு நேரக் கோணம் 30°; ஏனெனில் நேரம் காலை 10 மணி ; உச்சிக்கு இரண்டு மணி முன்னதாக ; எனவே, $ZPM = 30°$ என வரைந்தால் PM அப்போது கதிரவன் நடுவரை விலக்க வட்டம். தேதி, அக்டோபர் 13 ; எனவே செப்டெம்பர் 23க்குப் பின்பு 20நாள். எனவே கதிரவனின் வல ஏற்றம் ஏறத்தாழ $180° + 20° = 200°$.

எனவே, Mலிருந்து வலஞ்சுழியாக $M\hat{Q}\gamma = 200°$ எடுத்து γஐ QRன் மேல் இடங்குறிக்க. ($Q\gamma = 170°$) γ லிருந்து நடுவரைத் தளத்திற்கு $23\frac{1}{2}°$ சாய்வில் தளம் எடுத்து, அத்தளம், வான

கோளத்தை $C'L'$ என்ற பெரு வட்டத்தில் வெட்டட்டும். அப்போது $C'\gamma L'$ ♎ என்பது கதிரவன் பாதை.



படம் $3{\cdot}a_3$

பின்குறிபபு : கதிரவன் γ வைக் கடக்கும்போது,நடுவரையின் தெற்கிலிருந்து வடக்கே போகிறது ; ♎ வைக் கடக்கும்போது நடுவரையில் வடக்கிலிருந்து தெற்கே போகிறது. இந்த அடிப் படையைப் பயன்படுத்தி γ, ♎ வழியாக, $23\frac{1}{2}°$ சாய்வில், கதிரவன் பாதை வரையவேண்டும்.

கதிரவன் பாதையும் கதிரவன் நடுவரை விலக்க வட்டமாகிய PMஉம் ⊙இல் வெட்டட்டும். அப்போது ⊙ என்ற புள்ளியில் கதிரவன் இடங் குறிக்கப்படுகிறது. அன்று சந்திரன் வயது 18நாள் ; எனவே, கதிரவனிலிருந்து இடஞ்சுழியாகக் கதிரவன் பாதைமேல், சந்திரனின் தூரம் $= 18 \times 12°.2 = 219°.6$. எனவே ⊙லிருந்து இடஞ்சுழியாக $\odot C'\gamma M' = 219°.6$ எனக் கொண்டு சந்திரன் இடம் M' எனக் குறிக்க.

S_1 இடங்குறித்தல் : S_1 இன் $\alpha = 45°$; எனவே γ விலிருந்து இடஞ்சுழியாக QR இன்மேல் $\gamma M_1 = 45°$ எடுத்து, PM_1 என்ற பெருவட்டம் வரைக. $M_1 P$இன் மேல் $M_1S_1 = 15°$ என அளந்து S_1 இடங்குறிக்கவும். S_1 இவ்வாருக இடங்குறிக்கப்பட்டது.

S_2 இடங்குறித்கல் : S_2இன் $\alpha = 100°$; எனவே γ விலிருந்து இடஞ்சுழியாக QRஇன் மேல் $\gamma M_2 = 100°$ எடுத்து, PM_2 என்ற பெருவட்டம் வரைக. PM_2ஐ நீட்டி, $M_2S_T = 25°$ எனத் தெற்குப் பக்கம் அளந்து S_2 இடங் குறிக்கவும். S_2 இவ்வாருக இடங் குறிக்கப்படுகிறது.

. M_1ம் M_2ம் மேற்குப் பக்கம் இருப்பதையும், அதன் காரணமாக S_1ம், S_2ம் மேற்குப் பக்கம் இருப்பதையும் கவனிக்கவும்.

பிற்குறிப்பு III காண்க. மண்ணுலகத் தென் அகலாங்கு பெற்ற இடங்களில் வானகோளம் வரைதல் காட்டப்பட்டிருக்கிறது.

பயிற்சி 3

1. மண்ணுலக நடுவரையிலிருந்து, ஒரு செங்குத்துப்பெரு வட்டவழியாக ஒருவன் 400 கிலோமீட்டர் செல்கிறுன். அவன் சேரும் இடத்தின் அகலாங்கு காண்க. (மண்ணுலக அரைவிட்டம் *6,400* கி. மீட்டரெனக் கொள்க).

2. ஒருவன் மண்ணுலக நடுவரையிலிருந்து ஒரு பெருவட்ட வழியாக 10° வடக்கு அகலாங்குள்ள ஓர் இடத்திற்குச் செல்கிறுன். அவன் சென்ற தூரத்தைக் கிலோமீட்டரில் கணக்கிடுக. (மண்ணுலக அரைவிட்டம் 6400 கிலோமீட்டரெனக் கொள்க.)

3. ஒரு விண்மீனின் வலஏற்றம் *21* ம. *16* நி. *58*செ.; அப்போது மீன்வழிநேரம் *8* ம. *53* நி. *48* செ. ஆனுல் விண்மீனின் நேரக் கோணம் காண்க. (செப். '60).

4. ஒரு விண்மீனின் வல ஏற்றம் அதன் விண் அகலாங்குக்குச் சமமானுல், அதன் நடுவரை விலக்கமும் விண் நெட்டாங்கும் சமம் என நிறுவுக. (செப். '60)

5. ஜுன் முதல் நாள் விண்மீன் 'வீகா' (vega) உச்சி கடக்கும் மீன்வழி நேரம் *18* ம. *33* நி. *40* செ. எனவும், அடுத்த நாள் உச்சி கடக்கும் நேரம் *18*ம. *33*நி. *28*செ. எனவும் மீன் வழிக் கடிகாரம் கொண்டு கணிக்கப்படுகிறது. அதே கடிகாரப்படி, ஜுன் *4*ம் நாள் மற்ருெரு விண்மீன் உச்சி கடக்கும் நேரம் *14* ம. *11* நி. *10* செ. எனத் தெரிகிறது. 'வீகா'வின் வல ஏற்றம் *18* ம. *34* நி. *31* செ. ஆனுல், இரண்டாவது விண்மீனின் சரியான வலஏற்றம் கணக்கிடுக.

(கடிகாரம் நிலையான விகிதத்தில் பிழைபட்டிருக்கிறது)
(செப். '58)

6 ϕ அகலாங்கு உள்ள ஓர் இடத்தில் h மீட்டர் உயரமான ஒரு சுவர், தெற்கு மேற்கே θ°ல் உள்ளது. ஒரு சம இரவு நாளன்று, அச்சுவரின் நிழல் $h \tan\phi \sin\theta$ அளவிருக்கு மென நிறுவுக. (செப். '62.)

7. ஒரு விண்மீனின் கிழக்கு நேரக் கோணம் 2ம. 51நி. 2செ. அச்சமயம் மீன்வழி நேரம் 4ம. 17நி. 20செ. அவ் விண்மீனின் வல ஏற்றம் காண்க.

8. ஒரு விண்மீனின் கிழக்கு நேரக் கோணம் 98° 11′ 15″; அதன் வல ஏற்றம் 21 ம. 9 நி. 23 செ; அப்போது விண்மீன் நேரம் 14 ம. 36 நி. 38 செ. என நிறுவுக. (செப். '63).

9. 10 ம. 30 நி. வலஏற்றமுள்ள ஒரு விண்மீன் ஜூன் 22-ம் நாளன்று எப்போது உச்சி கடக்கும்? (செப். '65)

10. கீழே குறிப்பிட்ட தேதிகளில் கதிரவனின் வல ஏற்றத்தைத் தோராயமாகக் காணக்கிடுக.

(1) ஜனவரி முதல் நாள்;

(2) ஜூன் முதல் நாள்.

(3) ஜூன் மூன்றும் நாள்;

(4) ஏப்ரல் 13ம் நாள்.

11. பின் கொடுக்கப்பட்ட நிலைகளில், கதிரவன் சந்திரனுடையதான நெட்டாங்குகள் காண்க: (i) மார்ச்சு 21ம் நாள்; சந்திரன் வயது 8 நாள். (ii) டிசம்பர் 22ம் நாள்; சந்திரன் வயது 12 நாள்.

12. மண்ணுலக நடுவரை மேலுள்ள ஓர் இடத்தில் மீன்வழிக் கடிகாரம் 6 மணி காட்டும்போது, 30° வல ஏற்றம், 15° வடக்கு நடுவரை விலக்கம் உள்ள ஒரு விண்மீனின் இடம் வான கோளத்தில் குறிக்க. அப்போது அவ்விண்மீனின் உச்சி தூரமும், தொடுவான தூரமும் கணக்கிடுக.

13. மண்ணுலக அகலாங்கு 30° உள்ள ஓர் இடத்தில் (*a*) மீன்வழி மணி 20க்கு γ ன் இடத்தை வான கோளத்தில் குறிப்பிடுக: (*b*) γ உச்சி கடக்கும் சமயம், $\alpha = 50°$; $\delta = 15°$ தெற்கு உள்ள விண்மீனின் நேரக் கோணம் என்ன? அப்போது அவ்விண்மீனின் உச்சி தூரமும் கணிக்க.

14. சென்னையில் வட அகலாங்கு 13° வானகோளம் வரைந்து பின்வருவனவற்றை இடங்குறிக்க. (i) ஏப்ரல் 10 நாள், காலை 8 மணிக்குக் கதிரவன் இடம் (ii) அன்று 5 நாள் வயதுள்ள சந்திரனின் இடம்; (iii) $\alpha = 40°$; $\delta = 18°$ வடக்கு உள்ள விண்மீன்; (iv) $\alpha = 120°$, $\delta = 18°$ தெற்கு உள்ள விண்மீன்.

15. கதிரவனின் வல ஏற்றம் α; வான நெட்டாங்கு θ; ω கதிரவன் பாதைச் சாய்வு: அப்போது,

$$\sin(\alpha - \theta) = -\tan^2\frac{\omega}{2}\sin(\alpha + \theta)$$ என நிறுவுக.

16. கதிரவன் பாதை, தொடுவானத்தோடு இணையும் இடத்திற்குரிய அகலாங்கு காண்க.

17. ஊர்ப்பொழுது (மீன்வழி நேரம்) 6 மணி; அப்போது 22° 35′ வடக்கு அகலாங்கு உள்ள இடத்தில், கதிரவன் பாதையை வான கோளத்தில் வரைந்து காட்டுக. கதிரவனின் வல ஏற்றம் அப்போது 3 மணியானால், கதிரவனை அவ்வான கோளத்தில் இடங்குறிக்க. (செப். '62)

18. 18° வட அகலாங்கு உள்ள இடத்தில் உள்ள ஒரு காட்சியாளனது வான கோளம் வரைக. ஏப்ரல் 10 ஆம் நாள் இரவு 8 மணிக்கு, கதிரவன் இருக்கும் இடத்தைக் குறிக்க. அன்று சந்திரன் வயது 5 நாட்கள். சந்திரனையும் ஒரு விண்மீனையும் ($\alpha = 16$ம. 25வி., $\delta = 15° \ 17'$ தெற்கு) இடம் குறிக்க. (செப். '65)

19. இரு விண்மீன்கள் (α_1, δ_1), (α_2, δ_2) ஒரே விண் நெட்டாங்கு பெற்றவை. கதிரவன் பாதைச் சாய்வு ω; $\sin(\alpha_1 - \alpha_2) = \tan\omega(\cos\alpha_1 \tan\delta_2 - \cos\alpha_2 \tan\delta_1)$ என நிறுவுக.

20. தெற்கு அகலாங்கு 30° இலுள்ள ஓரிடத்தில் வான கோளம் வரைந்து, மீன்வழி 9 மணிக்கு, γ ன் இடமும் ≏ இன் இடமும் குறிக்க. விண்மீன் ($\alpha = 30°$, $\delta = 30°$ வடக்கு) இடங் குறிக்க.

4. மண்ணுலக தினசரி இயக்கம்—வான்பொருள்கள் உதயம்,மறைவு—சார்ந்த செய்திகள்

(Diurnal Motion of the Earth – The Rising and Setting of Celestial Bodies – Related facts)

4.0 மண்ணுலக தினசரி இயக்கத்தின் விளைவாக, வான் பொருள்கள் உதயமாகி மறைவது போன்ற தோற்றங்கள் ஏற்படுகின்றனவென நாம் பார்த்தோம். அந்த விதமாக, உதயமாகி, மறையும் தோற்றங்களோடு சார்பு பெற்ற சில செய்திகளை இப்போது பார்ப்போம்.

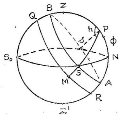
ஒரு விண்மீன் அல்லது கதிரவன் உதயமாகும் சமயமும், மறையும் சமயமும், தொடுவானத்தில் உதயமாகும் இடங்களும், மறையும் இடங்களும், தொடுவானத்தின் மேற்பகுதியில் நமக்குக் காட்சியளிக்கும் காலமும், கீழ்ப்பகுதியில் காட்சிக்கு மறைந்திருக்கும் காலமும், நாம் வானியல் முறைப்படி கணிக்கலாம்.

4·1. உதயமும் மறைவும் (Rising and Setting)

ஒரு தெரிந்த விண்மீன் என்று குறிப்பிடும்போது, அதன் மாரு ஆயத்தொலைகளான, வல ஏற்றமும் (α) நடுவரை விலக்கமும் (δ) நமக்குத் தெரிந்தவை எனப் பொருள்படும். அவ்வாறே கதிரவனைப் பற்றியுமாகும். இவ்வாயத்தொலைகள் யாவும் ஆண்டுதோறும் வெளிவரும் மாலுமிப் பஞ்சாங்கத்தில் கொடுக்கப்பட்டிருக்கின்றன. அவ்வாயத் தொலைகளின் மாற்றங்கள் சீராக இருப்பின் மாறும் விகிதங்களும் விரிவாக அப்பஞ்சாங்கத்தில் கொடுக்கப்பட்டிருக்கின்றன ; சீராக இல்லாவிட்டால் சராசரி மாற்றங்கள் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும். வானியல் ஆய்வுக்குரிய மீன்வழிக் காலம்காட்டும் கடிகாரம் எப்போதும் நம்மிடம் காலங்காட்டத் தயாராக இருக்கிறதெனவே நாம் கொள்கிறோம். நாம் இருக்குமிடத்தின் அகலாங்கு ϕ-ன் மதிப்பும் நமக்குத் தெரியும்.

4·1·1. தெரிந்த விண்மீனின் (α, δ) உதயகாலம் முதலியன அறிதல் :

வானகோளப் படத்தில் (4·1·1) எழுத்துக்கள் மரபாகக்குறிக்கும் புள்ளிகள். AB என்பது S என்ற ஒரு விண்மீனின் தினசரிப் பாதை, அவ்விண்மீன் S என்ற இடத்தில் தொடுவானத்திற்கு வரும்போது உதயமாகிறது. அப்போது அதன் நேரக்கோணம் $ZPS = h$ (கிழக்கு நேரக் கோணம்) எனக் கொள்க.



படம் 4·1.1

$SP = 90 - \delta$; $NS = A$ (அடிவான தூரம்) ;

$NP = \phi$; $\angle NPS = 180 - h$;

$\angle PNS = 90°$; $\angle PSN = \theta$ (தொடுவானத்திற்கும் நடுவரை விலக்க வட்டத்திற்கும் இடைப்பட்ட கோணம்.)

எனவே, செங்கோண கோள முக்கோணம் PNSல், நேப்பியர் விதிப்படி,

$$\sin (h - 90) = \tan \phi \tan \delta$$

அதாவது $\cos h = -\tan \phi \tan \delta$ ... (1)

மேலும் $\sin \delta = \cos A \cos \phi$ ... (2)

எனவே உதிக்கும் சமயத்தில் விண்மீனின் நேரக்கோணம்

$$h = \cos^{-1} (-\tan \phi \tan \delta).$$

எனவே, hன் மதிப்பைப் பாகைகளில் அறியலாம்.

$t = \alpha - h$ என்ற வாய்பாட்டின்படி,

α என்பது மணி நேரத்தில் கொடுக்கப்பட்டால்,

S உதிக்கும் மீன்வழி நேரம் $= \left(\alpha - \frac{h}{15}\right)$ மணி ... (3)

உதிக்கும் இடத்தின் அடிவான தூரம்

$$A = \cos^{-1}\left(\frac{\sin\delta}{\cos\phi}\right)$$

$$= \cos^{-1}(\sin\delta\sec\phi) \quad \ldots (4)$$

ϕ, $\mathcal{L}$, δ மூன்றும் நமக்குத் தெரியுமாதலின் S என்ற விண்மீன் உதிக்கும் மீன்வழி நேரமும், அது உதயமாகும் தொடுவானப் புள்ளியின் அடிவான தூரமும் கிடைக்கிறது. (அடிவானதூரம் N இல் இருந்து கணக்கிடப்படுகிறது.)

குறிப்பு (1): $\triangle PZS$ கொண்டும், உதயமாகும் போதுள்ள h, A இரண்டையும் கணிக்கலாம்.

$ZS = 90°$; $SP = 90-\delta$; $PZ = 90-\phi$.

$\angle ZSP = 90-\theta$; $\angle SPZ = h$; $\angle SPZ = A$.

$\cos ZS = \cos SP \cos PZ + \sin SP \sin PZ \cos ZPS$

$\cos 90° = \sin\delta\sin\phi + \cos\delta\cos\phi\cos h$

$\therefore \cos h = -\tan\phi\tan\delta$ (5)—இது முன் பெற்ற, (1)

இம்முறையில் A கணிப்பதைப் பயிற்சியாகக் கொள்க.

'θ' வேண்டுமானாலும் கணித்துக் கொள்ளலாம்.

$\sin\theta = \sin\phi\sec\delta$ எனப்பெறலாம்.

குறிப்பு (2): $ZS = 90°$ ஆகையால் 1·632 இல் கொடுக்கப்பட்ட நேப்பியர் விதிகளைப் பயன்படுத்தி, h, A இரண்டையும் கணிக்கலாம். பயிற்சியாகக் கொள்க.

4.1·2. கிளைத்தேற்றங்கள்: (1) விண்மீன் மறையுமிடம் படம் 4.11இல் s எனக் காட்டப்பட்டிருக்கிறது. விண்மீன் மேற்குப்புறம் தொடுவானத்தைத் தொட்டு. பின்னர் தொடுவானத்திற்குக் கீழே மறைந்துவிடுகிறது. எனவே தொடுவானத்திற்கு மேல், அவ்விண்மீன் SBS என்ற பாதைப்பகுதியில் நமக்குத் தெரியும்; sAS என்ற பாதைப் பகுதியில் நமக்குத் தெரியாது மறைந்துவிடும்.

$$\triangle PsN \equiv \triangle PsN$$

எனவே $ZPs = h$ ஆகும். ஆக, விண்மீன் மறையும்போதுள்ள அதன் நேரக்கோணம் h ஏ ஆகும்; அதாவது ஒருவிண்மீன் உதயமாகும்போதும், மறையும்போதுமுள்ள நேரக்கோணங்கள் சமம். உதயமாகி, B என்ற புள்ளியில் உச்சி கடக்கும்வரை உள்ள நேரம் $\frac{h}{15}$ மணிகள்; உச்சி கடந்து s ல் மறையும்வரை உள்ள

நேரம் $\frac{h}{15}$ மணிகள். எனவே, இவ்விண்மீன் தொடுவானத்திற்கு மேல் உள்ள மொத்த நேரம் $\frac{2h}{15}$ மணிகள் ; தொடுவானத்திற்குக் கீழ் மறைந்திருக்கும் நேரம் $34 - \frac{2h}{15}$ மணிகள். மணி என்பது மீன்வழி மணியைக் குறிக்கிறது.

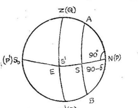
(2) விண்மீன் பாதை நடுவரைக்குத் தெற்கே இருக்குமானால், அதன் நடுவரை விலக்கம் δ, குறை மதிப்பு (negative) எனக்கொள்வது மரபு, அப்படிப்பட்ட விண்மீன் உதிக்கும் நேரமும்

$\cos h = -\tan\phi \tan\delta$ எனவே பெறப்படும்.

ஆனால் இங்கு δ குறை மதிப்புடையதாயிருக்கும்.

எனவே, $\cos h = \tan\phi \tan|\delta|$ எனக்கொள்ளலாம்.

(3) $\phi = 0$ — அதாவது மண்ணுலக நடுவரை மேல் காட்சியிடம் உள்ளது. அங்கு வானகோளம், படம் 4.1·2இல் காண்க.



படம் 4·1 2

N, S_o முறையே P, P' ஓடு ஒருங்குவதையும், மூலக்குத்து வட்டம் ZEZ' உம் வான நடுவரை QER உம் ஒருங்குவதையும் காண்க.

உதயமாகும் சமயத்தில், விண்மீனின் கிழக்கு நேரக்கோணம்

$$\begin{aligned} h &= \cos^{-1}(-\tan\phi\tan\delta) \\ &= \cos^{-1}(0) \\ &= 90^\circ = 6 \text{ மணிகள்}. \end{aligned}$$

∴ விண்மீன் உதயமாகும் மீன்வழி நேரம்

$t = (\alpha - 6)$ மீன் வழி மணி.

குறிப்பு (1). $(\alpha - 6)$ குறை யெண்ணுயின், 24 மணி சேர்த்து, tன் மதிப்பை அறிக

எ. கா :

$$\alpha = 2 \text{ மணிகள் } (= 30^\circ) \text{ ஆனால்,}$$
$$t = (2 - 6)$$
$$= -4$$
$$= -4 + 24$$
$$= 20 \text{ மீன் வழி மணியாகும்.}$$

இங்கு விண்மீன் உதிக்கும் சமயத்தில் மேற்கு நேரக்கோணம் $= 270^\circ$ அல்லது 18 மணிகள் என எடுத்துக்கொண்டால்,

$$t = \alpha + \text{மேற்கு நேரக்கோணம்.}$$
$$= (2+18) \text{ மணி}$$
$$= 20 \text{ மீன் வழி மணியென நேரடியாகவும்}$$

காணலாம்.

குறிப்பு 2. $h=90^\circ$ அல்லது 6 மணியானுல், விண்மீன் 12 மணி நேரம், தொடுவானத்திற்கு மேலும், 12 மணி நேரம் தொடு வானத்திற்குக் கீழும் இருக்கும் [கிளைத்தேற்றம் (1)]. எனவே $\phi = 0$ அகலாங்கில், அதாவது உலக நடுவரையிலுள்ள எல்லா இடங்களிலும், எப்பொழுதும் எல்லா விண்மீன்களும் (கதிரவன் உட்பட) 12 மணிநேரம் தொடுவானத்திற்கு மேலும் 12 மணி நேரம் தொடு வானத்திற்குக் கீழும் இருக்கும்.

உதிக்குமிடம் :

$$A = \cos^{-1}(\sin\delta \sec 0)$$
$$= \cos^{-1}(\sin\delta)$$
$$= \cos^{-1}[\cos(90-\delta)]$$
$$= 90^\circ - \delta.$$

படத்தில் $NS = 90 - \delta$ என்பதைக் காண்க.

கி. தே (4). $\phi \pm 0$; $\delta = 0$ ஆனுல், (அதாவது விண்மீனின் நடுவரை விலக்கம் 0 ஆனுல்) விண்மீன் பாதை கோள நடுவரை யின் மேலிருக்கும்.

அப்போதும் $h = 90^\circ$ அல்லது ஆறு மணி,

ஆனுல் $A = 90^\circ$ ஆகவிருக்கும்.

இந்த விண்மீன் கிழக்குப்புள்ளியில் உதிக்கும்.

குறிப்பு ; எந்த அகலாங்கில் காட்சி இடம் இருந்தபோதிலும் பூச்சிய நடுவரை விலக்கமுள்ள விண்மீன்கள் யாவும் 12 மணி நேரம் தொடுவானத்தின்மேலும், 12 மணி நேரம் தொடுவானத் தின்கீழும் இருக்கும்.

கி. தே. (5). விண்மீனுக்குக் கண்ட வாய்பாடுகள் யாவற்றையும் கதிரவனுக்குப் பயன்படுத்தினல், கதிரவன் தொடுவானத் திற்குமேல் இருக்கும் காலமும் (அதாவது பகற்காலமும்) கீழிருக்கும் காலமும் (இரவுக்காலமும்) நாம் கணக்கிடலாம். இதற்குக் கதிரவன் நடுவரை விலக்கமும் வலஏற்றமும், இடத்தின் அகலாங் கும் நமக்குத் தெரியவேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டாக : $\phi = 45^\circ$ என்ற இடத்தில், கதிரவன் கோடை கடத்தற் புள்ளியிலிருக்கும்போது,

$$\begin{aligned} \cos h &= -\tan 45^\circ \tan \alpha, \\ &= -\tan 23^\circ\, 27' \\ &= -\cdot 4337 \\ \therefore h &= 180^\circ - 64\ \ 18' \\ &= 115^\circ\, 42' \end{aligned}$$

எனவே அந்நாளில் (ஜூன் 22ம் தேதி) அவ்விடத்தில் பகல் நேரம்

$$= \frac{231\cdot 4}{15} \text{ மீன்வழி மணி நேரம்.}$$

$= 15$ ம. $25\cdot 6$ நி. ,,

இரவு நேரம் $= 8$ ம. $34\cdot 4$ நி. ,,

உதிக்கும்போது மீன்விழி நேரம்

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{15}\,(90^\circ - 115^\circ\cdot 7) \\ &= -\frac{25\cdot 7}{15} \text{ மணி.} \\ &= -1 \text{ ம. } 42\cdot 8 \text{ நி.} \end{aligned}$$

அதாவது விண்மீன் நேரம் $= -1$ ம. 42.8 நி. $+ 24$ ம.
$= 22$ ம: 17.2 நி.

கி. தே. (6). இப்போது $\cos h = -\tan \phi \tan \delta$ என்ற வாய்பாட்டில், $\delta = 90 - \phi$ என்ற வகையில் ஒருவிண் மீன் இருக்குமானல்,

$\cos h = -1$ எனப் பெறப்படும்.

அப்போது $h = 180^\circ$ அல்லது 12 மணி நேரம் எனவே, அவ்விண் மீன் 24 மணி நேரமும் தொடுவானத்திற்கு மேலேயேயிருக்கும்.

$$\begin{aligned} A &= \cos^{-1}(\sin\delta \sec\phi) \\ &= \cos^{-1}(\sin\delta \operatorname{cosec}\delta) \\ &= \cos^{-1}(1) \\ &= 0 \end{aligned}$$

அவ்விண்மீன் உதிக்குமிடம் N என்ற வடபுள்ளியேயாகும். வடபுள்ளியில் உதித்து மறுபடியும் வடபுள்ளியிலேயே சாயும். அதன் பாதை எப்போதும் தொடுவானத்திற்கு மேலேயே இருக்கும். இது ஒரு மறையா விண்மீன் (circumpolar star) எனப்படும்.

கி. தே. 7 (a). மேலும் $\cos h = -x < -1$ ஆகிவிட்டால், h இன் மதிப்பு கற்பனை மதிப்பாகும். அப்போது விண்மீன் எப்போதும் மறையாது தொடுவானத்திற்கு மேலேயே இருக்கும் மறையாவிண் மீனாகும். இது எப்படி நேரலாமெனக் கீழே குறிப்பு (1) காண்க.

கி. தே. 7 (b). அவ்வாறே, விண்மீன் நடுவரைக்குக் கீழேயிருந்து, $\cos h = x > 1$ ஆகிவிட்டால், h இன் மதிப்பு கற்பனை மதிப்பாகும். அப்போது விண்மீன் எப்போதும் மறைந்தே தொடுவானத்திற்குக் கீழேயே இருக்கும். இது எப்போதும் உதியாத விண்மீனாகும். இது எப்படி நேரலாமெனக் கீழே குறிப்பு (2) காண்க.

குறிப்பு (1) எப்போதும் மண்ணுலக வடக்கு அகலாங்கு $\phi \leqslant 90^\circ$ என நமக்குத்தெரியும்; மேலும் $|\delta| \leqslant 90^\circ$ எனவும் தெரியும்.

$-\tan\phi \tan\delta < -1$ ஆகிவிட்டால்,

δவின் மதிப்பு கூட்டு மதிப்பாயிருக்கும்; $(0 < \delta < 90^\circ)$.

$\tan\phi \tan\delta > 1$ ஆகும்.

அப்போது $\tan\phi > \cot\delta$

அதாவது $\tan\phi \leqslant \tan(90 - \delta)$.

அதாவது $\phi + \delta > 90^\circ$.

குறிப்பு (2)

$-\tan\phi \tan\delta > 1$ ஆயின்,

δன் மதிப்பு குறை மதிப்பாயிருக்கும்; $(0 < |\delta| 90^\circ)$

அப்போது $\delta = -\delta^1$ எனக் கொள்க; $(0 < \delta^1 < 90^\circ)$.

இங்கு δ^1 கூட்டு மதிப்புடையது.

அப்போது $\tan\phi \tan\delta^1 > 1$ ஆகும்.

முன்னர் குறிப்பு (1)ல் கண்டபடியே $\phi + \delta^1 > 90^\circ$ ஆகும்.

கி. தே. 8 (a). ϕவடக்கு அகலாங்கு; δ-வடக்கு + ;
$|\cos h| \leqslant |$ எனக் கொள்வோம்.

அப்போது $\cos h = -\tan\phi \tan\delta$.

$= $ குறை மதிப்பு.

$\therefore 90^\circ < h \leqslant 180^\circ$.

$\therefore 180^\circ < 2h \leqslant 360^\circ$

$\therefore 12$ மணி $< \frac{2h}{15} \leqslant 24$ மணி.

இந்த நிலையில் அவ் விண்மீன் (கதிரவன் உட்பட) தொடுவானத்திற்கு மேல் 12 மணிக்கு அதிகமான காலமும் தொடுவானத்திற்குக் கீழே 12 மணிக்குக் குறைந்த காலமும் இருக்கும்.

$\phi + \delta = 90^\circ$ என்ற நிலையில்

$\cos h = -1$; 24 மணி நேரமும் தொடுவானத்திற்கு மேலேயே இருக்கும்.

(b) $\delta = 0$ ஆயின், விண்மீன் நடுவரை மேலேயே செல்லும். தொடுவானத்திற்குமேல் 12 மணி நேரம் இருக்கும்; 12 மணி நேரம் கீழே மறைந்திருக்கும்.

(c) $\delta < 0$ ஆயின், அதாவது விண்மீன் தினசரிப் பாதை நடுவரைக்குத் தெற்கேயிருப்பின் $\cos h$ கூட்டு மதிப்புப் பெறும்; $\cos h$ கூட்டு மதிப்பு பெற்று $\cos < 1$ ஆனால்,

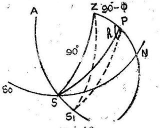
$0 < h\, 90^\circ$;

$\therefore 0 < 2h < 180^\circ$;

ஆகவே விண்மீன் தொடுவானத்திற்குமேல் 12 மணிக்குக் குறைந்த காலம் இருக்கும்; 12 மணிக்கு அதிகப்பட்ட காலம் தொடுவானத்தின் கீழ் மறைந்து இருக்கும்.

4·2 : தொடுவானத்து அண்மையில் தெரிந்த விண்மீன் (α, δ) ஒரு மிகச் சிறிய தூரம் உயர்ந்து தொடுவானை அடைவதற்கு எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம் :

படத்தில் S_0N தொடுவானம். விண்மீன் தன் பாதையில் S_1லிருந்து S வரை சென்று உதயமாக எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம் காணவேண்டும். எழுத்துக் குறிகள் மரபுப்படி உள்ளன.



படம் 4·2

$\triangle\ ZPS_1$ல்,

$$\cos ZS_1 = \cos Z = \cos = P \cos PS_1 + \sin z\, P \sin PS_1 \cos ZPS_1$$

$\therefore \cos z = \sin\phi \sin\delta + \cos\phi \cos\delta \cos h$. இங்கு ϕ, δ மாறிலிகள்; z, h மாறிகள்; இரு பக்கங்களுக்கும் ஒ ஒட்டி வகை நுண்கெழு காணும் வகையில்,

$$-\sin z = -\cos\phi \cos\delta \sin h \frac{dh}{dz}.$$

$$\therefore \frac{dh}{dz} = \frac{\sin z}{\cos\phi \cos\delta \sin h}$$

$$\therefore \triangle h = \frac{\sin z \triangle z}{\cos\phi \cos\delta \sin h}$$ (எல்லாக் கோணங்களும் ஆரையன் அளவு) (1).

எனவே, தொடுவானத்தின் அருகே விண்மீன் ஒரு சிறிய தூரம் $\triangle z$ உயர்ந்து, தொடுவானத்தை அடைய எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம் $\triangle h$, ஆரையன் அளவில் பெறப்படுகிறது. உயர வேண்டிய தூரம் x'' (விகலைகள்),

ஆனால் $\triangle z = \dfrac{x \times \pi}{60 \times 60 \times 180}$ ஆரையன்களாகும்.

(1)படி, $\triangle h$ (ஆரையன் அளவில்)

$$= \frac{\sin z \times x \times \pi}{60 \times 60 \times 180 \times \cos\phi \cos\delta \sin h.}$$

இதை கால அளவிற்கு மாற்றினுல், x'' உயர்வதற்கு எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம் கிடைக்கும்.

$\therefore \triangle h$ (விஞடிகள் அளவில்)

$$= \frac{\sin z \times x \times \pi \times 180 \times 60 \times 60}{60 \times 60 \times 180 \cos\phi \cos\delta \sin h \times \pi \times 15} \text{ விஞடிகள்}$$

$$= \frac{x \sin z}{15 \cos\phi \cos\delta \sin h} \text{ விஞடிகள்}$$

தொடுவானத்தருகில், உதயமாகும் சமயத்தில் $z = 90°$, $\cos h = -\tan\phi\tan\delta$ என நமக்குத் தெரியும். ஆகவே தொடுவானத்தருகே x'' உயர எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம்

$$= \frac{x \sin 90°}{15 \cos\phi \cos\delta \sqrt{1 - \frac{\sin^2\phi \sin^2\delta}{\cos^2\phi \cos^2\delta}}} \text{ விஞடிகள்}$$

$$= \frac{x}{15\sqrt{\cos^2\phi\cos^2\delta - \sin^2\phi\sin^2\delta}} \text{ விஞடிகள்.}$$

$$= \frac{x}{\sqrt{15}\ \cos^2\phi(1-\sin^2\delta)-(1-\cos^2\phi)\sin^2\delta} \text{ விஞடிகள்}$$

$$= \frac{x}{15\sqrt{\cos^2\phi - \sin^2\delta}} \text{ விஞடிகள்.}$$

எனவே, x கோண விகலைகளில் கொடுக்கப்பட்டால் விண்மீன் (α, δ), ϕ அகலாங்குள்ள இடத்தில் தொடுவானத்திற்குக் கீழிருந்து x'' உயர்ந்து தொடுவானத்தை அடைய எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம்

$$= \frac{x}{15\sqrt{\cos^2\phi - \sin^2\delta}} \text{ விஞடிகளாகும்.}$$

தொடுவானத்திலிருந்து இதே அளவு x'' கீழே செல்ல, இதே அளவு நேரம் ஆகும். ஆனுல் x'' மிகச் சிறியதாயிருக்க வேண்டும். 1° அல்லது 2°க்கு மேற்படாமலிருப்பது நலம்.

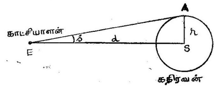
4. 2·1 : கி. தே : கதிரவன் கோண விட்டம் D'' ஆனுல் கதிரவன் தொடுவானத்தில் முழுவதும் ஏறுவதற்கும் முழுவதும் இறங்குவதற்கும் எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம்

$$\frac{D}{15\sqrt{\cos^2\phi - \sin^2\delta}} \text{ விஞடிகள்.}$$

குறிப்பு : ஒரு காட்சியாளன் பார்வையில் கதிரவன் விட்டம் தாங்கும் கோணம், கதிரவன் கோணவிட்டம் எனப்படும்; அவ்வாறே, சந்திரன் கோணவிட்டமும் அளக்கப்படும்.

'டாலண்ட்' என்பவர் செய்த 'ஹீலியா மீட்டர்' என்ற கருவியால், கதிரவன் கோண விட்டத்தை அளக்கலாம். இக்கருவி பற்றிய குறிப்பு 'வானியல் கருவிகள்' என்ற பகுதியில் காண்க.

பின்வரும் படம் ஒருவாறு, கோணவிட்டம், கோண அரை விட்டம் என்பதை விளக்கும்.



கதிரவன் Sன் கோண அரைவிட்டம் $s = \angle AES$;

கதிரவன் அரைவிட்டம் r;

கதிரவன் தூரம் d, எனக் கொண்டால்,

$$\sin s = \frac{r}{d}$$

$$= \frac{4{,}32{,}000}{93{,}000{,}000} = \cdot 004645 \cdot$$

இது மிகச் சிறியதாகலின்

$s = \cdot 004645$ ஆரையன்

$= 16'$ கலைகள் (16 minutes of arc).

இவ்வாறே சந்திரனின் கோண அரைவிட்டம் s' எனக் கொண்டால்,

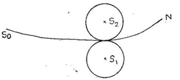
$$\sin s' = \frac{\text{சந்திரன் அரைவிட்டம்}}{\text{சந்திரன் தூரம்}}$$

$$= \frac{1080}{2{,}40{,}000}$$

$\therefore$ $s' = \cdot 0045$ ஆரையன்;

$=$ ஏறக்குறைய 16 கலைகள்;

கதிரவன் முழுவதும் உதயமாக எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம் காண, பின்வரும் படம் காண்க.



கதிரவன் மேற்பகுதி தொடுவானம் S_0N ஐத் தொடும்போது கதிரவன் உதய ஆரம்பம்; அப்போது கதிரவன் மையம் S_1, கதிரவன் கீழ்ப்பகுதி தொடுவானத்தைத் தொடும்போது கதிரவன் முழுவதும் உதயமாகிவிட்டதெனக் கூறப்படும். அப்போது கதிரவன் மையம் S_2. எனவே, கதிரவன் முழுவதும் உதயமாக, கதிரவன் மையம் தொடுவானத்து அண்மையில் S_1S_2 என்ற தூரம் உயரவேண்டும். S_1S_2 என்பது கதிரவன் கோண விட்டத்திற்குச் சமம். எனவே, கதிரவன் தொடுவானத்தில் முழுவதும் உயர எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம் $\frac{\text{கதிரவன்விட்டம்(விகலை)}}{15\sqrt{\cos^2\phi - \sin^2\delta}}$ விநாடிகள் ஆகும். இதுவே தொடுவானத்தில் முழுவதும் மறைவதற்குப் பொருந்தும். கதிரவன் விட்டம் D'' எனக் கொண்டால், $\phi = 0$ என்ற இடங்களில் அதாவது மண்ணுலக நடுவரையில் உள்ள இடங்களில், கதிரவன் முழுவதும் உதயமாக

$\frac{D}{15\sqrt{1-\sin^2\delta}} = \frac{D}{15\cos\delta}$ விநாடிகள் ஆகிறது. அந்த இடங்களில் கதிரவன், $\curlywedge$, $\simeq$ புள்ளிகளில் இருக்கும்போது நேரம் $= \frac{D}{15}$ விநாடிகள் ($\delta = 0$). கதிரவன், கோடைத் திருப்ப நிலையிலும், மாரித் திருப்ப நிலையிலும் இருக்கும்போது,

அந்நேரம் $= \frac{D}{15\cos w} > \frac{D}{15}$. எனவே மண்ணுலக நடுவரையின் மேலுள்ள இடங்களில், மார்ச்சு 21ம் நாள், செப்டம்பர் 23ம் நாள், இரண்டிலும் கதிரவன் முழு உதயமாக மீச்சிறு நேரமாகிறது; கோடைத் திருப்ப நிலையிலும், மாரித் திருப்ப நிலையிலும் முழு உதயமாக மீப்பெரு நேரம் எடுத்துக் கொள்கிறது. மேலும், மண்ணுலகில் ஒரு குறிப்பிட்ட அகலாங்குள்ள இடங்களில், γ, $\simeq$ இல் கதிரவன் இருக்கும்போது, அவ்விடங்களைப் பொருத்த மட்டில் கதிரவன் உதயமாக மீச்சிறு நேரமும், கோடை, மாரித்

திருப்ப நிலைகளில் உள்ளபோது உதயமாக மீப்பெரு நேரமும் ஆகிறது. $\delta = 0$ ஆனால் முழு உதயமாக நேரம்

$\frac{D}{15\cos\phi}$ விநாடிகள்.

$\delta = w$ ஆனால், முழு உதயமாக நேரம் $\frac{D}{15\sqrt{\cos^2\phi - \sin^2 w}}$ விநாடிகள்.

பயிற்சி 4 (i)

[δ = நடுவரை விலக்கம் ; α = வல ஏற்றம் ;
ϕ = இடத்தின் அகலாங்கு]

1. $\phi = 30°N$ உள்ள ஓர் இடத்தில் விண்மீன் ($\alpha = 45°$, $\delta = 30°$) உதிக்கும் நேரமும், மறையும் நேரமும், அது தொடு வானத்திற்கு மேலிருக்கும் காலமும் காண்க.

2. ϕ வட அகலாங்கு உள்ள இடத்தில், விண்மீன் (α, δ) உதயமாகும்போது, அதன் நேரக்கோணம் h என்றால்,

$\tan^2\frac{h}{2} = \frac{\cos(\phi - \delta)}{\cos(\phi + \delta)}$ என நிறுவுக. (செ)

3. ஜூன் 22ம் நாள் டெல்லியில் (அகலாங்கு $28°38'N$) கதிரவன் உதயமாகும்போது மீன் வழி மணி என்ன? (செ)

4. ϕ வட அகலாங்கு உள்ள இடத்தில் இரு விண்மீன்கள் ஒரே சமயத்தில் உதயமாகி, பின்னர் ஒரு சமயத்தில் ஒரே குத்து வட்டத்தில் இருப்பதாகக் காட்சிப் பதிவாகின்றன. $\phi \leqslant 45°$ என நிறுவுக. உதயமாவதற்கும் காட்சிப் பதிவாகும் சமயத்திற்கும் இடைவெளி நேரம் $6 + \frac{1}{15}\tan^{-1}(\tan^2\phi)$ மணிகள் என நிறுவுக. (செ)

5. குறிப்பிட்ட அகலாங்கு உள்ள எந்த இடத்திலும் கதிரவன் முழுவதும் உதயமாகும் காலம், கோடை, மாரித் திருப்பங்களில் மீப்பெரு மதிப்பையும், γ, $\simeq$ வில் மீச்சிறு மதிப்பையும் பெறுகின்றனவென நிறுவுக. (செ)

6. வட அகலாங்கு ϕ உள்ள இடத்தில், கதிரவன் நடுவரை விலக்கம் $15°S$ (தெற்கு) உள்ள நாளன்று, நண்பகலுக்கு இரண்டு மணி நேரம் முன்பாக உதயமாகிறது. $\phi = \tan^{-1}\left(\frac{3 + 2\sqrt{3}}{2}\right)$ என நிறுவுக. (செ)

7. இரு விண்மீன்கள் ஒரே சமயத்தில் உதயமாகின்றன. அப்போது அவற்றின் அடிவான தூரங்கள் முறையே A, $180 - A$, அவற்றின் நடுவரை விலக்கங்கள் எண்ணளவில் சமம்; ஆனால் ஒன்று 'வடக்கு', மற்றொன்று 'தெற்கு' என நிறுவுக. மேலும், ஒரு விண்மீன் தொடுவானத்திற்கு மேலிருக்கும் காலம் மற்றொன்று தொடுவானத்திற்குக் கீழிருக்கும் காலத்திற்குச் சமம் என நிறுவுக. (செ)

8. இரு விண்மீன்கள் (δ, δ' நடுவரை விலக்கங்களுள்ளவை) ஒரே சமயத்தில் உதயமாகின்றன. இரண்டாவது விண்மீன் மறையும்போது, முதல் விண்மீன் உச்சி கடக்கிறது. $\tan \phi \tan \delta = 1 - \tan_2 \phi \tan^2 \delta'$ என நிறுவுக. (செ)

9. ஒரு விண்மீன் (α, δ) உதயமாகும்போது அதன் தினசரிப் பாதை, தொடுவானத்திற்கு θ அளவு சாய்ந்திருக்கிறது. அப்போது, $\cos \theta = \sin \phi \sec \delta$ என நிறுவுக.

10. ஒரு விண்மீன் (α, δ) தனது பாதையில் ஓரிடத்தில் H என்ற நேரக்கோணம் பெறும்போது, அதன் உச்சி தூரம் z; $\tan x = \cot \delta \cos H$; $\sin y = \cos \delta \sin H$ என்ற இரு சமன்பாடுகள் x, y என்ற இரு இராசிகளை இணைக்கின்றன. அப்போது, $90 - \phi = x + \cos^{-1} (\cos z \sec y)$ என நிறுவுக.

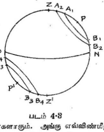
11. மூன்று விண்மீன்கள் S_1 $(-\delta, \alpha)$; S_2 (O, α); S_3 $(+\delta, \alpha)$. S_1 உதிப்பதற்கும் S_2 உதிப்பதற்கும் உள்ள இடைவெளிக்காலம், S_2 உதிப்பதற்கும் S_3 உதிப்பதற்கும் உள்ள இடைவெளிக் காலத்திற்குச் சமமென நிறுவுக. (செ)

12. ஒரு காட்சியாளன் 23—7—1970 அன்று கதிரவனையும், கதிரவன் குடும்பத்தைச் சேர்ந்த ஒரு கோளையும், தனது தொடுவானத்தில் ஒரே இடத்தில் உதிப்பதைப் பார்க்கிறான். கோள் முதலில் உதயமாயிற்று என நிறுவுக. (முதலில் கதிரவன் உதித்திருந்தால் அவன் பிறகு உதயமாகும் கோளைப் பார்க்க முடியாது)

4·3 : மறையா விண்மீன்கள்; உதியா விண்மீன்கள் (Circumpolar Stars) :

அகலாங்கு ϕ உள்ள ஓரிடத்தில், ஒரு விண்மீனின் தினசரி இயக்கப் பாதை முழுவதும் வானகோளத்தின் தொடுவானத்திற்கு மேலேயே நாள் முழுவதும் அமையுமாயின் அது அந்த இடத்திற்கு ஒரு மறையா விண்மீன் (Circumpolar Star that never sets) எனப்படும். நேர்மாறாக, ஒரு விண்மீனின் தினசரி இயக்கப் பாதை முழுவதும் அந்த இடத்தில் வான கோளத்தின் தொடுவானத்திற்குக் கீழேயே நாள் முழுவதும் அமையுமாயின் அது அந்த இடத்திற்கு

ஓர் உதியா விண்மீன் (Circumpolar star thet never rises) எனப்படும்.



படம் 4·3

படத்தில் (படம் 4·3) A_1 B_1, A_3 B_3 என்ற இயக்கப் பாதைகள் உள்ள விண்மீன்கள் முதல் வகைப்படும்; அதாவது மறையா விண்மீன்களாகும். A_3B_3, A_4B_4 என்ற இயக்கப் பாதைகள் உள்ள, விண்மீன்கள் இரண்டாம் வகைப்படும்; அதாவது தெரியா விண்மீன்களாகும். மண்ணுலக நடுவரையின் மேல் உள்ள இடங்களில், ($\phi = 0$) எல்லா விண்மீன்களும் உதயமாகி, மறையும் விண்மீன்களாகும். அங்கு எவ்விண்மீனும், முன்கூறப்பட்ட மறையா அல்லது உதியா வகைப்படாது.

4·3·1 ϕ என்ற அகலாங்குள்ள இடங்களில், விண்மீன் (α, δ) $\frac{\text{மறையா விண்மீனக}}{\text{உதியா விண்மீனக}}$ இருப்பின் ϕ, δக்குள்ள தொடர்பு.

1. மறையா விண்மீன்: AB என்ற பாதையுடைய விண்மீன் மறையா விண்மீன் (படம் 4.3.1.) அப்படியாயின், அவ்விண்மீன் கீழுச்சி கடக்கும் புள்ளி B, தொடுவானத்திற்கு மேல் இருக்க வேண்டும்.

அப்போது $PB \leqslant PN$

அதாவது $90 - \delta \leqslant \phi$, அதாவது $\phi + \delta \geqslant 90°$ ... (1)

எனவே, ϕ அகலாங்கிலுள்ள இடங்களில்,

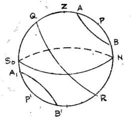
$\delta > 90 - \phi$ ஆனுல் மறையா விண் மீன்.

$\delta = 90 - \phi$, ஆனுல் N இல் உதித்து, N ல் மறைந்து, தொடுவானத்தைத் தொடும்.

$\delta < 90 - \phi$ ஆனுல், உதித்து மறையும் விண் மீன்.

2. உதியா விண்மீன்: இதன் தினசரிப் பாதை முழுவதும் தொடுவானத்திற்குக் கீழே அமைந்திருக்கும். A_1 B_1 என்ற பாதையையுடைய விண்மீன் அப்படிப்பட்ட ஒரு விண்மீன் ஆகும்.

(படம் 4.3.1). இது நடுவரைக்குத் தெற்கிலிருப்பதால், இதன் நடுவரை விலக்கம் δ, குறையெண் மதிப்புடையது; $-\delta$ கூட்டு மதிப்புடையது.



படம் 4·3.1

உதியா விண்மீனுக்குக் கட்டுப்பாடு :

$$P'A_1 \leqslant P'S_0 \text{ (படம் 4·3·1)}$$

அதாவது

$$90 - A_1Q \leqslant \phi$$

,, $$90 + \delta \leqslant \phi$$

அதாவது

$$\phi - \delta \geqslant 90^\circ \text{ [அல்லது } \phi + |\delta| \geqslant 90^\circ]$$

இங்கு $-\delta$ கூட்டு மதிப்புடையதென்பதைக் கவனத்தில் கொள்க.

எனவே, ϕ அகலாங்குள்ள இடங்களில், δ குறைமதிப்புப் பெறின்,

$|\delta| > 90 - \phi$ ஆனல், உதியா விண் மீன்

$|\delta| = 90 - \phi$ ஆனல், S_0ல் உதித்து, அங்கேயே மேலுச்சி கடக்கும்.

$|\delta| < 90 - \phi$ ஆனல், உதித்து மறையும் விண் மீன். ஆக, வடக்கு நடுவரை விலக்க விண்மீன்கள் மறையா விண் மீன்களாயிருக்க வாய்ப்புண்டு. அவ் வாய்ப்பு ϕன் மதிப்பை யொட்டியதாகும்; தெற்கு நடுவரை விலக்க விண்மீன்கள் உதியா விண்மீன்களாயிருக்க வாய்ப்புண்டு.

4·3·2 மறையா விண்மீன் மீப்பெரு, மீச்சிறு கோண ஏற்றங்கள்

படம் 4·3·1 ல் மறையா விண் மீன் பாதை AB. அது Aல் மேலுச்சி கடக்கும் போது அதன் கோண ஏற்றம்

$$NA = NP + PA.$$
$$= \phi + (90° - \delta)$$
$$= 90° + (\phi - \delta)$$

இதுவே அம்மீனின் மீப்பெரு கோண ஏற்றம். அது Bல் கீழுச்சி கடக்கும்போது அதன் கோண ஏற்றம்

$$NB = NP - PB$$
$$= \phi - (90 - \delta)$$
$$= \phi + \delta - 90°$$

இதுவே அம்மீனின் மீச் சிறு கோண ஏற்றம்.

4·3·3 : பின்வரும் தொடர்புகள் எளிதில் விளங்கும். அவை முக்கியமானவை.

(1) $NA + NB = (NP+PA) + (NP-BP)$.
$$= 2NP\ (\therefore PA = BP = 90 - \delta)$$
$$= 2\,\phi.$$

ஒரு மறையா விண்மீனின் மீப்பெரு, மீச்சிறு ஏற்றக் கோணங்களின் சராசரி, காட்சியிடத்தின் அகலாங்கு என்பதை ஒரு தேற்றமாகக் கொள்ளலாம்.

(2) மேலும்,

$$NA - NB = (NP+PA) - (NP-BP)$$
$$= 2\,PA.$$
$$= 2\,(90 - \delta).$$

மீப்பெரு ஏற்றத்திலிருந்து மீச்சிறு ஏற்றத்தைக் கழித்தால், விண் மீனின் துருவ தூரத்தின் இரு மடங்கு கிடைக்கும்.

(3) $ZB + ZA = (ZP+PB) + (ZP-AP)$
$$= 2\,ZP$$
$$= 2\,(90 - \phi).$$

மீப்பெரு உச்சி தூரத்தோடு மீச்சிறு உச்சி தூரத்தைக் கூட்டினால், காட்சி இடத்தின் இணையகலாங்கின் இரு மடங்கு, கிடைக்கும்.

$$ZB - ZA = (ZP + PB) - (ZP - AP).$$
$$= 2\,AP$$
$$= 2\,(90 - \delta).$$

மீப்பெரு உச்சி தூரத்திலிருந்து மீச்சிறு உச்சி தூரத்தைக் கழித்தால், விண்மீனின் துருவ தூரத்தின் இருமடங்கு கிடைக்கும். எனவே, நாம் உரிய வானியல் கருவி கொண்டு * ஒரு மறையா விண்மீன் இரு முறை உச்சி கடக்கும் போதும் அதன் உச்சி தூரங்களை Z_1, Z_2 எனச் சரியாக அளக்க முடியுமானால், இவ்விரு காட்சிப் பதிவுகளிலிருந்தும்,

$$2\,(90 - \phi) = Z_1 + Z_2 \quad \dots \dots \; (a)$$
$$2\,(90 - \delta) = Z_1 - Z_2 \quad \dots \dots \; (b)$$

எனக் கணித்து, காட்சியிடத்தின் அகலாங்கையும், விண்மீனின் நடுவரை விலக்கத்தையும் கணிக்கலாம். ஓரிடத்தின் அகலாங்கைக் கணிக்கும் முறைகளில் இதுவும் ஒன்ருகும் (பகுதி 9 இல் 9·21 காண்க)

4·3·4 : மண்ணுலக அகலாங்கும், மறையா விண் மீன்களும் :

ஒரு விண்மீனின் நடுவரை விலக்கம் $\delta > 90 - \phi$ ஆக இருந்தால்தான் அவ்விண்மீன் மறையா விண்மீருகும் என்ற அடிப்படையில், ϕ அதிகமாக, அதிகமாக, மறையா விண்மீன்களின் எண்ணிக்கை உயர்ந்து செல்லும் $\phi = 0$ உள்ள இடங்களில் மறையா விண்மீன்களே இருக்காது; எல்லா விண்மீன்களும் தோன்றி மறையும். $\phi = 90^\circ$ ஆனுல், வானத் தொடுவரையும், வான நடு வரையும் ஒருங்கும். கூட்டு நடுவரை விலக்கமுள்ள விண் மீன்கள் ($\delta + ve$) யாவும் மறையா விண்மீன்கள்; குறை நடுவரை விலக்கமுள்ள விண்மீன்கள் ($\delta - ve$) யாவும் உதியா விண் மீன்கள். $\delta = 0$ பெற்ற விண்மீன்கள், தொடுவானத்தின் மேலேயே தவழ்ந்துகொண்டிருக்கும். இதே முறையில் உதியா விண்மீன்கள் எண்ணிக்கையும், உயர்ந்த அகலாங்குள்ள இடங்களில் மிகும் என அறியலாம்.

பயிற்சி : $\phi = 0^\circ$, $\phi = 10^\circ$, $\phi = 20^\circ$, $\phi = 30^\circ$, $\phi = 45^\circ$, $\phi = 60^\circ$ $\phi = 85^\circ$, $\phi = 90^\circ$ உள்ள இடங்களில் வான கோளம் வரைந்து, மறையா விண்மீன்கள், உதியா விண்மீன்கள் உள்ள பகுதிகள் காண்க. அப்படங்கள் மேற்கூறியவற்றைத் தெளிவு படுத்தும்.

---

* பகுதி 8 ; வானியல் கருவிகள். உச்சி கடத்தல் காண் தொலைநோக்கி இப்பதிவுகளுக்குகந்த கருவியாகும்.

பயிற்சி 4 (ii)

1. ஒரு விண் மீனின் நடுவரை விலக்கம் δ ; மண்ணுலகின் வடபாதியில் ஓர் இடத்தின் அகலாங்கு ϕ.

(i) $\phi \cdot \delta > 90°$ ஆனால், அவ்விண்மீன் மறையா விண்மீன் எனவும்,

(ii) $\phi - \delta > 90°$ ஆனால், அது தெரியா, விண்மீன் எனவும்,

(iii) $\phi \pm \delta < 90°$ ஆனால் அது தோன்றி மறையும் விண் மீன் எனவும், படங்கள் வரைந்து நிறுவுக.

2. 'வீகா' என்ற விண் மீன் ($\alpha = 18$ம. 33 நி., $\delta = 38°41'$) எந்த அகலாங்குள்ள இடங்களில் (1) மறையா விண்மீனாகவும் (*ii*) தோன்றி மறையும் விண்மீனாகவும் இருக்குமெனக் கணக்கிடுக.

3. மண்ணுலக நடுவரை மேலுள்ள இடங்களில் எல்லா விண் மீன்களும் தோன்றி மறையும் எனப்படம் வரைந்து நிறுவுக.

4·3·5 : மறையாக் கதிரவன், உதியாக் கதிரவன் (Circumpolar Sun)

முன்பு மறையா, உதியா விண்மீன்கள் பற்றி நாமறிந்த முடிவுகள் உதவி கொண்டு, கதிரவன் எந்த இடங்களிலாவது அவ்வாறு நாள் முழுவதும் மறையாமலும் (முழுப்பகல்-Perpetual day) அல்லது நாள் முழுவதும் உதியாமலும் (முழு இரவு-Perpetual night) இருக்க முடியுமா எனப் பார்க்கலாம்:

பின்வரும் பட்டியலில் கண்ட உண்மைகள் நீங்கள் அறிந்ததே.

காலம்	கதிரவன் நடுவரை விலக்க மாறுதல்.
மார்ச்சு 21 முதல்ஜூன் 22 வரை	0° முதல் $23\frac{1}{2}°$ வரை உயர்வு.
ஜூன் 22 முதல் செப்டெம்பர் 23 வரை	$23\frac{1}{2}°$ முதல் 0° வரை குறைவு.
செப்டெம்பர் 23 முதல் டிசெம்பர் 22 வரை	0 ° முதல் $-23\frac{1}{2}°$ வரை குறைவு
டிசெம்பர் 22 முதல் மார்ச்சு 21 வரை	$-23\frac{1}{2}°$ முதல் 0° வரை உயர்வு

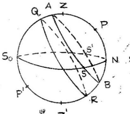
ஒரு விண்மீனின் $\delta > 90 - \phi$ ஆனல், அவ்விண்மீன் மறையா விண்மீன் ஆகும் என நாமறிவோம். இதே கட்டுப்பாட்டை $\phi > 90 - \delta$ எனவும் எழுதலாம். கதிரவனைப் பொருத்தமட்டில் $90 - \delta$ின் மீச்சிறு மதிப்பு $90 - w = 66\frac{1}{2}°$.

எனவே, $66\frac{1}{2}°$ அகலாங்கில், அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட அகலாங்கில் உள்ள மண்ணுலகப் பகுதியில் மட்டுமே கதிரவன் ஒரு மறையா விண்மீனுக இருக்க வாய்ப்புக்கள் உண்டு. இவ் வாய்ப்புக்கள் மண்ணுலகில் வடதென்குளிர் மண்டலங்களிலும் ($\phi > 66\frac{1}{2}° N$), தென்குளிர் மண்டலங்களிலும் ($\phi > 66\frac{1}{2}° S$) ஏற்படும். சிறப்பாக $\phi = 66\frac{1}{2} N$ என்ற அகலாங்கில் உள்ள இடங்களில் ஜூன் 21 அல்லது 22 தேதியில், கதிரவன் $\delta = 23\frac{1}{2}°$ ஆகும்போது, கதிரவன் நாள் முழுவதும் தொடுவானத்திற்கு மேலிருக்கும். N என்ற வடபுள்ளியில் உதித்து, N என்ற புள்ளிக்குச் சற்றுத் தள்ளி மறையும். தோன்றுவதற்கும் மறைவதற்கும் உள்ள இடைவெளி நேரம் சில நிமிடங்கள்கூட இருக்காது. அன்று முழுப்பகல் நாள். அவ்வாறே டிசெம்பர் 21 அல்லது 22 தேதியில் அவ்விடங்களில் கதிரவன் தொடுவானத்திற்கு மேலேயே வராது ; அன்று முழு இரவு நாள். விரிவாக இதுபற்றி அடுத்த பகுதியில் பார்ப்போம்.

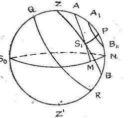
4·4 : ஒரு நாளில் விண்மீன் ஏற்றக் கோணத்திலும் அடிவான தூரத்திலும் ஏற்படும் மாறுதல்கள் : (Changes in the Altitude and Azimuth of a star in the course of a day)

(i) ஏற்றக் கோண மாறுதல்கள் :

பின்னிரண்டு படங்களைப் பார்க்கவும்.



படம் 4·4 (i)



படம் 4·4 (ii)

விண்மீன் இடம்	ஏற்றக்கோணம்	அடிவானத் தொலை ஒருவகை	மற்றோர்வகை
		$N \rightarrow S_0 \rightarrow N$ வலஞ்சுழியாக : 0° முதல் 360° வரை	$N \rightarrow S_0$ வலஞ்சுழியாக 0° முதல் 180° வரை. $N \rightarrow S_0$ இடஞ்சுழியாக 0° முதல் -180° வரை.
உதயம் S	0°	$NS = \cos^{-1}(\sin\delta \sec\phi)$.	$\cos^{-1}(\sin\delta \sec\phi)$
மேலுச்சி கடத்தல் A	$AS_0 = AQ + QS_0$ $= \delta + (90 - \phi)$	180°	180°
மறைவு S^1	0°	$360^\circ - \cos^{-1}(\sin\delta \sec)$.	$-\cos^{-1}(\sin\delta \sec\phi)$
கீழுச்சி கடத்தல் B	$-NB = -(NR - BR)$ $= -(90 - \phi - \delta)$	360° (அல்லது 0°)	0.

படம் 4·4 (i) ல் தோன்றி மறையும் விண்மீன்பாதை AB. இல் உதிக்கும்விண்மீன் $S, A, S,' B$,இல் இருக்கும் போது உள்ள ஏற்றக் கோணங்கள் அடிவானத் தூரங்கள் பக்கம் 109ல் கொடுக்கப் பட்டிருக்கின்றன. விளக்கம் படத்தில் கண்டு கொள்க. உதிக்கும் போதும் மறையும்போதும் ஏற்றக் கோணம் பூச்சியம்; உச்சி தூரம் 90°. படம் 4·4 (ii) ல், A, B, ஒரு மறையா விண்மீன் பாதை. அதன் மீப்பெரு ஏற்றம், A, இல் மேல் உச்சி கடக்கும்போது

$$NA_1 = NP + PA_1$$
$$= \phi + 90° - \delta;$$

மீச்சிறு ஏற்றம் B_1ல் கீழ்உச்சி கடக்கும்போது

$$NB_1 = NP - B_1P$$
$$= \phi - (90° - \delta)$$
$$= \phi + \delta - 90°.$$

இதற்கு 0° ஏற்றம் எப்போதும் இல்லை.

பயிற்சி

ஒரு உதியா விண்மீனின் ஏற்றத்தில் மாற்றங்கள் கண்டறிக.

(ii) அடிவான தூர மாறுதல்கள்

ஒரு விண்மீன் (α, δ) உதிக்குமிடத்தில் அடிவான தூரம் Nலிருந்து $\cos^{-1}(\sin\delta \sec\phi)$என நாம் 4·1·1 (4) இல் கண்டோம். முன்பு கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் பட்டியல் மற்ற மாற்றங்களை விளக்கும்.

இம்மாறுதல்கள் படம் 4·4 (i) ல் உள்ளபடி உச்சி (Z) க்குத் தெற்கில் மேலுச்சி கடக்கும் விண்மீன்களுக்கு மட்டுமே பொருந்தும்.

ஆனால் படம் 4·4 (ii) ல் AB,; $A_1 B_1$ என்ற பாதைகளில் சென்று, Zக்கு வடக்கே உச்சி கடக்கும் விண்மீன்களுக்குப் பட்டியலில் கண்டமாறுதல்கள் பொருந்தமாட்டா.

(குறிப்பு: $A_1 B_1$ பாதையில் செல்வது மறையா விண்மீன்). இவ்வகைப்பட்ட விண்மீனின் அடிவானத் தொலை $O°$ முதல் 360° வரை உயராது ;இதன் மாறுதல்களைப் பின்வருமாறு விளக்கலாம் :

AB என்ற சிறுவட்டத்தைத் தொடும் வகையில் ZS_1M என்ற ஒரு குத்துப் பெருவட்டம் வரைக. விண்மீன் S_1 இல் இருக்கும் போதுதான், அதன் அடிவான தூரம் மீப்பெரு மதிப்பைப் பெறுகிறது. மீப்பெருமதிப்பு NM. இதே மாதிரி, வானகோளத்தின்

மேற்குப் புறத்திலும் விண்மீன் ஒரு இடத்தில் இருக்கும் போது, அதன்வழியாக AB என்ற பாதையின் மேற்குப் பகுதியைத் தொடும் வகையில் ஒரு குத்துப் பெருவட்டம் வரைய இயலும். அது தொடுவானத்தை, M ல் வெட்டினால், (படத்தில் காட்டப் படவில்லை) அந்தப் பக்கத்தில் உள்ள NM_1ம் NMம் சமமாக விருக்கும். எனவே, இப்படிப்பட்ட விண்மீனுக்கு (Zக்கு வட புறத்தில் உச்சிகடக்கும் விண்மீன்) அடிவான தூரம் கிழக்குப்புறம் O முதல் NM வரையிலும், மேற்குப் புறம் அவ்வாறே O முதல் NM_1 வரையிலும், மாறிக்கொண்டேயிருக்கும். எனவே NM கண்டு பிடித்தால் போதுமானது.

$\Delta\ ZPS_1$ ல், $\angle\ PZS_1 = NM$ (வில்).

$\angle\ ZS_1P = 90°$ (தொடுவட்டப் பண்பு).

$PS_1 = 90 - \delta$

$ZP = 90 - \phi$

$\angle\ ZPS_1 =$ அப்போதுள்ள h (நேரக்கோணம்)

நேப்பியர் விதிப்படி, செங்கோண முக்கோணம் ZPS_1 ல்

$$\cos \delta = \cos \phi \sin PZS_1$$
$$= \cos \phi \sin NM.$$
$$\therefore \quad \sin NM = \cos \delta \sec \phi.$$
$$\therefore \quad NM = \sin^{-1} (\cos \delta \sec \phi).$$

எனவே, அடிவான தூரம், O விலிருந்து $\sin^{-1} (\cos \delta \sec \phi)$ வரை Nக்குக் கிழக்கிலும் மேற்கிலும் ஊசலாடும். மீப் பெரு அடிவான தூரம் $\sin^{-1} (\cos \delta \sec \phi)$.

கி. தே (1) $\delta = \phi$ ஆனால், $VM = \sin^{-1}(1) = 90°$.

விண்மீனின் நடுவரை விலக்கம் மண்ணுலக அகலாங்கிற்குச் சமமாயின், விண்மீனின் தினசரிப் பாதை Z வழியாகச் செல்லும்; மீப் பெரு அடிவான தூரம் 90°.

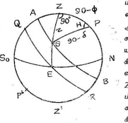
கி. தே. (2) படம் 4·4 (ii)ல் காட்டப்பட்ட மறையா விண் மீனுக்கும், (பாதை A_1B_1) அடிவான தூரம் O விலிருந்து $\sin^{-1} (\cos \delta \sec \phi)$ வரை Nக்குக் கிழக்கிலும் மேற்கிலும் ஊசலாடும்.

4·5 : விண்மீன் நேர்கிழக்கிலும் நேர் மேற்கிலும் இருப்பது

ஒரு விண்மீன், தன்பாதை, மூலக்குத்து வட்டத்தை வெட்டு மிடத்தில், இருக்கும்போது அவ்விண்மீன் காட்சியாளனுக்கு நேர்

கிழக்கில் அல்லது நேர் மேற்கில் தோன்றும். ஏனெனில் மூலக் குத்து வட்டம், கிழக்கு மேற்குப் புள்ளிகளின் வழியாகச் செல்லும் பெருவட்டமாகும். அப்படி, ஒரு விண்மீன் (α, δ) நேர் கிழக்கில் அல்லது நேர் மேற்கிலிருக்கும் சமயத்தை நாம் கணிக்கலாம்.

மரபுப்படி வரையப்பட்டிருக்கும் படம் 4·5 காண்க. AB-விண்மீன்பாதை; ZE மூலக்குத்து வட்டம். S என்ற புள்ளியில் அவ் விண்மீன் இருக்கும் சமயம், அவ் விண்மீன் காட்சியாளனுக்கு நேர் கிழக்கிலிருக்கிறது. அவ்வாறே தொடுவான மேற்குப் புறத்தில் ABம் ZWம் வெட்டுமிடத்தில் விண்மீன் இருக்கும்போது அது காட்சியாளனுக்கு நேர் மேற்கில் இருக்கிறது.



படம் 4·5.

நேர் கிழக்கில் விண்மீன் (α, δ) இருக்கும் விண்மீன் நேரம்

$\triangle$ ZPS = ஒரு செங்கோண முக்கோணம்.

$\angle PZS = 90°$; $\angle ZSP = \eta$ (விண்மீன் இடைக் கோணம்)

$ZP = 90 - \phi$

ZS = உச்சி தூரம் Z

$PS = 90 - \delta$.

$\angle ZPS = H$ (நேர் கிழக்கிலுள்ளபோது நேரக் கோணம்)

$\therefore$ நேப்பியர் விதிப்படி,

$$\cos H = \tan\delta \cot\phi \quad \ldots (1)$$

$$\sin\delta = \cos Z \sin\phi \quad \ldots (2)$$

$$H = \cos^{-1}(\tan\delta \cot\phi) \quad \ldots (3)$$

$$Z = \cos^{-1}(\sin\delta \operatorname{cosec}\phi) \quad \ldots (4)$$

$\therefore$ நேர் கிழக்கிலிருக்கும்போது,

விண்மீன் நேரம் $t = \alpha - \frac{\cos^{-1}(\tan\delta \cot\phi)}{15}$ (மீ.வ. நேரம்)

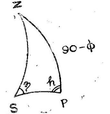
நேர் மேற்கிலிருக்கும்போது,

விண்மீன் நேரம் $t_1 = \alpha + \frac{\cos^{-1}(\tan\delta \cot\phi)}{15}$ (மீ.வ.)

நேர் கிழக்கிலிருக்கும்போது, நாம் விண்மீனின் உச்சி தூரத்தை உரிய கருவிகொண்டு சரியாக அளக்கமுடியுமானல், $\sin \phi = \frac{\sin \delta}{\cos Z}$ என்ற சமன்பாடு கொண்டு, δ, Zஇன் மதிப்பீடு செய்து அவ்விடத்தின் அகலாங்கைக் கணிக்கலாம். ஓர் இடத்தின் அகலாங்கு கணிக்க இம் முறையும் பயன்படும் (பகுதி 9-இல். 9·3·2 காண்க)

எ. கா : ϕ அகலாங்குள்ள ஓரிடத்தில் ஒரு விண்மீன் இடைக் கோணத்தின் மீப்பெரு மதிப்பு $\sin^{-1}(\sec \delta \cos \phi)$ என நிறுவுக.

மரபுப்படி, $\triangle$ ZPSல்



$$\frac{\sin \eta}{\sin(90-\phi)} = \frac{\sin PZS}{\sin(90-\delta)}$$

$$\therefore \frac{\sin \eta}{\cos \phi} = \frac{\sin(\text{அடிவான தூரம்})}{\cos \delta}$$

$$\therefore \sin \eta = \frac{\cos \phi}{\cos \delta} \cdot \sin (\text{அடிவான தூரம்}).$$

படம் 4·4.

ϕ, δ மாறிலிகள். எனவே $\sin \eta$ இன் மீப்பெரு மதிப்பு, அடிவான தூரம் 90° ஆக இருக்கும்போது பெறப்படும்.

$\therefore$ ηன் மீப்பெரு மதிப்பு $= \sin^{-1}(\cos \phi \sec \delta)$. அப்போது, விண்மீனின் அடிவான தூரம் 90°; அதாவது விண்மீன் தன் பாதையில் செல்லும்போது, நேர் கிழக்கில் தோன்றும் சமயத்தில், η மீப்பெரு மதிப்பைப் பெறுகிறது.

4·6: காலை விண்மீன்கள், மாலை விண்மீன்கள் : (Morning stars and Evening stars)

சில விண்மீன்கள் காலையில் கதிரவன் உதயமாவதற்குச் சற்று முன் பாகக் கிழக்கு வானில் உதயமாகி, கதிரவன் உதயமான பின்பு காட்சிக்குத் தெரியாமல் போய்விடும். அவை காலை விண் மீன்கள் எனப்படும்.

சில விண்மீன்கள் மாலையில் கதிரவன் மறைந்தபின்பு, மேற்கு வானில் காட்சி கொடுத்துக் கொஞ்ச நேரத்தில் மேல் வானில் மறைந்துவிடும். அவை மாலை விண்மீன்களெனப்படும்.

இவற்றையெப்படி அறியலாமெனப் பார்ப்போம். S_1, S_2, என்ற இரு விண்மீன்கள் ஏறக்குறைய, ஒரே நடுவரை விலக்க முடையனவாய், ஆனால் ஏறக்குறைய $10°$ அல்லது 40நி. வல ஏற்ற வேறுபாடுடையனவாய் உள்ளனவெனக் கொள்வோம்.

S_1 (α, δ); S_2 $(\alpha+40$ நி. $\delta)$ என்பவை இரு விண்மீன்கள். ϕ அகலாங்குள்ள ஒரு இடம். அவை ஒரே நடுவரை விலக்கமுடையன வாதலின், ஒரே இடத்தில் உதயமாகும். $(\cos A=\sin\delta \sec\phi)$. ஆனால் S_1 உதயமாகும் விண்மீன் நேரம் $t_1=\alpha-\frac{1}{15}\cos^{-1}$ $(\tan\ \phi\ \tan\delta)$; S_2 உதயமாகும் நேரம் $t_2=\alpha+40$ நி. $\frac{1}{15}\cos^{-1}(-\tan\phi\tan\delta)$. எனவே, S_1 உதயமாகி 40 நிமிடங்களுக்குப்பின் S_2 உதயமாகும். இதே மாதிரி S_1 மறையும் விண்மீன் நேரம் $t_3=\alpha+\frac{1}{15}\cos^{-1}(-\tan\phi\tan\delta)$; S_2 மறையும் நேரம் $t_4=\alpha+40$ நி. $+\frac{1}{15}\cos^{-1}(-\tan\phi\tan\delta)$. எனவே S_1 மறைந்து, 40 நிமிடங்களுக்குப்பின் S_2 மறையும்.

இப்போது S_1 ஒரு விண்மீன் எனவும் S_2 கதிரவன் எனவும் கொள்க. முதலில் நிறுவியபடி, S_1 உதயமாகி 40 நிமிடங்களுக்குப் பின் கதிரவன் உதயமாகும். கதிரவன் உதயமான பின்பு, S_1 காட்சிக்கு மறைந்துவிடும். எனவே, S_1 ஒரு காலை விண்மீன்; அது கதிரவன் உதயமாவதற்கு 40 நிமிடம் முன்பு உதயமாகி, கதிரவன் உதயமானவுடன் காட்சிக்குத் தெரியாது. மற்றும் S_1 கதிரவன் எனவும், S_2 விண்மீன் எனவும் கொள்க. இரண்டாவதாக நிறுவியபடி, S_2 மறைந்து 40 நிமிடம்வரை, S_2 மேல் வானில் காட்சிதந்து, தானும் மறைந்துவிடும். எனவே, S_2 ஒரு மாலை விண்மீன்; அது கதிரவன் மறைந்தபின் காட்சிக்குத் தெரிந்து, கொஞ்ச நேரம் (40நி) கழித்து மறைந்துவிடும். எனவே ஒரு விண்மீன் காலை விண்மீனாயிருக்க வேண்டுமாயின்,

1. விண்மீன் நடுவரை விலக்கமும், கதிரவன் நடுவரை விலக்கமும் ஏறக்குறைய சமமாக இருக்கவேண்டும்;

2. விண் மீனின் வல ஏற்றம் கதிரவன் வல ஏற்றத்தைவிட, ஏறக்குறைய $10°$ அல்லது 40 நி. குறைவாக இருக்கவேண்டும்.

மற்று, ஒரு விண் மீன் மாலை விண்மீனயிருக்க வேண்டுமாயின்,

(1) நடுவரை விலக்கங்கள் ஏறக்குறைய சமமாக இருக்க வேண்டும்;

(2) விண் மீனின் வல ஏற்றம் கதிரவன் வல ஏற்றத்தைவிட ஏறக்குறைய 10° அல்லது 40 நி. அதிகமாக இருக்க வேண்டும்.

கதிரவன் வல ஏற்றம் ஓராண்டு காலத்தில் 0° முதல் 360° வரை வளர்ந்து வருவதாலும் விண் மீன்களின் வல ஏற்றங்கள் எப்போதும் மாருமலிருப்பதாலும், முன் பெறப்பட்ட கட்டுப் பாடுகளையொட்டி, காலை விண்மீன் மாலை விண் மீனுகவும், மாலை விண்மீன் காலை விண்மீனுகவும், மாறிமாறிக் காட்சி யளிக்கக் கூடும். இம்மாறுதல்களுக்கு முறையே சுமார் 345 நாட்களும், 20 நாட்களும் ஆகுமெனப் பின்வரும் எடுத்துக் காட்டிலிருந்து புலப்படும்.

எ. கா: ஜூன் 22ம் தேதி கதிரவன் நடுவரை விலக்கம் $23\frac{1}{2}°$; வலஏற்றம் $90°$; அப்போது, S_1 ($\alpha = 100°$, $\delta = 22°.5$). என்ற விண்மீன் ஒரு மாலை விண் மீன். ஜூன் 22ம் தேதிக்குப் பிறகு சில நாட்கள் S_1 ஒரு மாலை விண் மீனுகவேயிருக்கும்.

ஜூலை 2ம் தேதி, கதிரவன் நடுவரை விலக்கம் $23\frac{1}{2}°$ விட சற்று குறைவு; வல ஏற்றம் ஏறக்குறைய $100°$. அப்போது S_1-ம் கதிரவனும் ஏறக்குறைய ஒரே சமயத்தில் மறையும். நம் காட்சிக்குப் படாமலே S_1 மறைந்துவிடும். இன்னும் 10 நாள் கழித்து, ஜூலை 12ம் தேதி, கதிரவன் நடுவரை விலக்கம், இன்னும் $23\frac{1}{2}°$ விடச் சற்றுக் குறைவு; வல ஏற்றம் $110°$.

அப்போது S_1 ஒரு காலை விண்மீனுகி விடும். இவ்வாறுக ஒரு மாலை விண்மீன் காலை விண்மீனுக மாறுவது விண்மீன்களிடையே கதிரவன் கிழக்கு நோக்கிய நகர்ச்சி பெற்றுள்ளது. என்பதை அறிவிக்கிறது.

பயிற்சி 4 (ii)

1. ஓர் இடத்தில் கதிரவன் ஒரு நாள் நண்பகல் உச்சி கடக்கும்போது அதன் ஏற்றம் 36°; நள்ளிரவு ஏற்றம் 5° 10′. இந்த இடைவெளிப்போழ்தில் கதிரவனின் நடுவரை விலக்கம் மணிக்கு 44″ விகிதம் குறையுமானல், அவ்விடத்தின் அகலாங்கு என்ன?

(செ)

2. ஒரு விண்மீன் ($\alpha = 21$ மணி, $\delta = 30°$) மூலக்குத்து வட்டத்தைக் கடக்கும்போது, அதன் உச்சி தூரம் 45°. அவ்விடத்தின் அகலாங்கு என்ன? (செ)

3. ஒரு நாள் இரவு 9 மணிக்கு ஒரு விண்மீன் (α = 13ம° 22 நி) உச்சி கடக்குமாயின், அந்தத் தேதியைத் தோராயமாகக் காண்க. (செ)

4. ஒரு விண்மீன் தெடுவானில் வடக்கிழக்குப் புள்ளியில் உதயமாகிறது. அது மூலக்குத்து வட்டத்தைக் கடக்கும்போது, அதன் ஏற்றக்கோணம் 60°. அவ்விடத்தின் அகலாங்கையும் விண்மீனின் நடுவரை விலக்கத்தையும் கணிக்க. விண்மீன் நேர் கிழக்கிலும், நேர் மேற்கிலும் உள்ளபோது அதன் நேரக் கோணங்கள் என்ன?

5. ஒரு விண்மீன் நடுவரை விலக்கம் 39° 30′ வடக்கு. எந்த அகலாங்குள்ள இடங்களில் அது மறையா அல்லது உதியா விண் மீனுகும்? தென் அகலாங்கு 8° உள்ள இடத்தில் அது உச்சி கடக்கும்போது அதன் ஏற்றக் கோணமென்ன? படங்கள் கொண்டு விளக்குக. (செ)

6. ஒரு விண்மீன் நேர் கிழக்கில் உள்ளபோது அதன் ஏற்றக் கோணம் 60°; மூன்று மணி நேரம் சென்று அது உச்சி கடக்கிறது. அவ்விடத்தின் அகலாங்கென்ன? (செ)

7. ஒரு மறையா விண்மீன் (α, δ) ஒரு குறிப்பிட்ட குத்து வட்டத்தைக் கடக்கும்போது, அதன் ஏற்றக்கோணங்கள் a_1, a_2; உச்சி கடக்குமிடம் zக்கு வடக்கிலுள்ளது. அவ்விடத்தின் அகலாங்கு ϕன் மதிப்பு,

$$\sin\left(\frac{a_1 + a_2}{2}\right)\sin\delta = \sin\phi\cos\left(\frac{a_1 - a_2}{2}\right)$$ என்ற

சமன்பாட்டால் பெறப்படுமென நிறுவுக.

(அ)

8. விண் மீன் (α, δ) உதயமாகும்போது நேரக் கோணம் h; மூலக்குத்து வட்டத்தின் மேலிருக்கும்போது நேரக் கோணம்—h', அவ்விடத்தின் அகலாங்கு ϕ ஆனுல், $\tan^2\phi + \cos h' = \cos h'$. $= 0$ என நிறுவுக. (செ)

9. விண்மீன் (α, δ) இன் பரதைக்கும் மூலக்குத்து வட்டத்திற்கும் இடைப்பட்ட கோணம் $\cos^{-1}(\cos\phi \sec\delta)$ என நிறுவுக.

10. மண்ணுலக நடுவரையின் மேல் உள்ள ஓர் இடத்தில் (i) 20° வடக்கு நடுவரை விலக்கம் (ii) 20° தெற்கு நடுவரை

விலக்கம் உள்ள விண்மீன்களின் ஏற்றக் கோணம், அடிவான தூரங்களில் தினந்தோறும் ஏற்படும் மாறுதல்களை ஆராய்க.

11. வட அகலாங்கு $10°$ உள்ள ஓர் இடத்தில், $30°$ வடக்கு நடுவரை விலக்கமுள்ள விண்மீனின் ஏற்றம், அடிவான தூரம் இரண்டிலும் தினசரி ஏற்படும் மாறுதல்களைக் காண்க.

12. $45°$ அகலாங்குள்ள இடத்தில் ஒரு விண்மீன் உதிப்பதற்கும், அது நேர் மேற்கில் வருவதற்கும் இடைப்பட்ட காலம் 12 மீன்வழி மணி நேரமென நிறுவுக.

13. ϕ என்ற வட அகலாங்குள்ள ஓர் இடத்தில் h நேரக் கோணத்தில் உதிக்கும் ஒரு விண்மீனின் நடுவரை விலக்கம் (δ), அச்சமயத்தில் அதன் அடிவான தூரம் (A), அவ்விண்மீனின் இடைக்கோணம் (η) மூன்றினையும் காண்க.

ϕ, h கொடுக்கப்பட்டிருக்கின்றன.

δ, A, η காணவேண்டும்.

$\cos h = -\tan\phi\tan\delta$ என நமக்குத் தெரியும்.

எனவே $\delta = \tan^{-1}\left(-\dfrac{\cos h}{\tan\phi}\right)$

$\triangle PNS$ ல் (படம் 4·1·1 காண்க)

$\angle PNS = 90°;\quad PS = 90-\delta;\quad PN = \phi$

$\angle SPN = 180-h;\quad \angle PSN = 90\ \eta\cdot$

நேப்பியர் விதிப்படி வேண்டிய தொடர்களை அறிக.

14. இரு விண்மீன்கள் நேர் கிழக்கே ஒரே சமயத்தில் தோன்றி ஒரே சமயத்தில் மறையுமாகுல் காட்சியிடம் $45°$ அகலாங்கிலுள்ளது என நிறுவுக.

15. மார்ச்சு 31ம் நாள் கதிரவனின் வல ஏற்றம் ஏறக்குறைய என்னயிருக்கும்? அந்நாளில் ஆல்டேர் (Altair) $\alpha = 19$ ம. 45 நி.) உச்சி கடக்கும் நேரமென்ன? (அ)

16. பிப்ரவரி 1ம் நாள், கதிரவனின் வல ஏற்றம் ஏறக்குறைய என்னயிருக்கும்? அன்று இரவு எந்த நேரத்தில் 5 ம. 44 நி. வல ஏற்றமுள்ள ஒரு விண்மீன் உச்சி கடக்குமெனக் காண்க. (அ)

17. மாலுமிப் பஞ்சாங்கம் கொண்டு, வடகுளிர் மண்டலத்தில் எவ்வளவு காலம் கதிரவன் தொடுவானத்திற்கு மேலேயே பயணம் செய்துகொண்டிருக்குமெனக் கணிக்கும் முறையை விளக்குக.

18. A, B என்ற இடங்கள் ஒரே அகலாங்கு ϕல் இருக்கின்றன. அவ்விடங்களின் நெட்டாங்கு வேறுபாடு 2λ.

A லிருந்து B க்குப் பெருவட்டம் AB வழியாகப் போகும் தூரம் a மைல்கள் ; A லிருந்து B க்குக் கிழக்கு-மேற்காகம் போகுப் தூரம் (அதாவது மண்ணுலக நடுவரைக்கு இணைச்சிறு வட்டம் AB வழியாக) Y ;

$Y-x=2\,[\lambda \cos \phi-\sin^{-1} (\sin \lambda \cos \phi)]\ \operatorname{cosec} 1'$ மாலுமி மைல்கள் என நிறுவுக.

AB என்ற பெருவட்டம் செல்லும் பாதையில் ϕ' என்ற மீப்பெரு அகலாங்குள்ள இடம் இருக்குமானுல், $\tan \phi' = \tan \phi \sec \lambda$ என நிறுவுக.

AB என்ற பெருவட்டத்திற்கும் மண்ணுலக வடதுருவம் pக்கும் இடைப்பட்ட கோணதூரம், ஏதாவது ஒரு நாள் கதிரவன் நடுவரை விலக்கத்திற்குச் சமமானுல், அந்த நாளன்று, A, B என்ற இரண்டு இடங்களிலும் இரவு நேரம் $\frac{2\lambda}{15}$ எனவும் நிறுவுக. (செ)

19. கனுப்பஸ் (Canopus) என்ற விண்மீன் நடுவரை விலக்கம் 52° 8¹ தெற்கு. எந்த வடக்கு அகலாங்குள்ள இடத்தில் அது உச்சி கடக்கும்போது உச்சி தூரம் 80° இருக்கும்? (அ)

20. 14 ம. 12 நி. 39 வி, வல ஏற்றமுள்ள ஒரு விண்மீன், எந்த நாளன்று, நள்ளிரவு 12 மணிக்கு உச்சிகடக்குமெனக் கணிக்க.

21. α லைப்ரே (α Librae) என்ற விண்மீனின் வல ஏற்றம் 15 மணி; நடுவரை விலக்கம் 25° தெ. அது 15° வடக்கு அகலாங்குள்ள இடத்தில் ஜூன் 22ம் நாள் உதிக்கும்போது தோற்றக் கதிரவன் நேரமும், உதிக்குமிடத்தின் அடிவான தூரமும் காண்க. (செ)

22. மார்ச்சு 21ம் நாள், ஸ்பைகா (Spica) என்ற விண்மீன் உச்சி கடக்கும் நேரம் விடியற்காலை 1 ம. 20 நி. ஓராண்டில் எந்தப் பகுதியில் அது ஒரு காலை விண்மீனுகக் காட்சியளிக்கும் ?

23. (α=7ம. 35 நி. 51 வி. δ = 5° 24′ வ) உள்ள ஒரு விண்மீன் ஓராண்டில் எந்தெந்தப் பகுதிகளில் (1) காலை விண் மீனுக (2) மாலை விண் மீனுகக் காட்சியளிக்கும் ?

24. முன் கேள்வியில், (α = 10 ம. 4 நி; δ = 12°21′ வ) என்ற விண்மீனைக் கொண்டு விடை காண்க.

5. மண்ணுலக மண்டலங்கள் பகல் இரவுப் பொழுதுகள்

(The Zones of the Earth—Day and Night durations)

5·0 நாம் முன்பு 4·1·1இல், பொதுவாக ஒரு விண்மீன் (α, δ) உதயமாகும் இடத்தையும், அவ் விண்மீன் தொடுவானத்திற்கு மேல் இருக்கும் காலத்தையும் தொடுவானத்திற்குக் கீழிருக்கும் காலத்தையும் கணிக்கமுடியுமெனப் பார்த்தோம். அப்போது குறிப்பாக, இவை யாவும் கதிரவனுக்கும் பொருந்து மெனக் கூறினேம். ஆனல் கதிரவனின் α, மாறிக் கொண்டேயிருப்ப தால் (ஓராண்டில் α என்பது 0° முதல் 360° வரைக்கும்; δ என்பது $-23\frac{1}{2}^\circ$ முதல் $23\frac{1}{2}^\circ$ வரைக்கும்) கதிரவன் உதிக்கும் நேரம், இடம், பகல், இரவுப் பொழுதுகள், யாவும் நாளுக்குநாள், மாறி வரும்; இம்மாறுதல்கள் இடத்தின் அகலாங்கு ϕஐயும் சார்ந்திருக்கும். மேலும் குறிப்பாக மண்ணுலகத்தில் $\phi \nless 66\frac{1}{2}^\circ$ உள்ள பகுதிகளில், முழுப்பகல், முழு இரவு ஏற்படக்கூடிய வாய்ப்புக்கள் ஏற்படு கின்றன வெனவும் கண்டோம் (4·3·5 காண்க). இப்பகுதியில் இன்னும் விரிவாக, மண்ணுலகில் பல்வேறு இடங்களில் கதிரவன் பகல், இரவுப் பொழுதுகள் எப்படி மாறி வருகின்றனவெனப் பார்ப்போம்.

ஓராண்டு காலவட்டத்தில், மண்ணுலகில் பல்வேறு பகுதிகளில் பகல் இரவுப் பொழுதுகளில் மாறுபாடுகள் காணல்:

வடக்கு அகலாங்கு உள்ள இடங்களில் இம்மாறுதல்கள் பற்றி ஆராய்வோம்; இதே முறைகள் தெற்கு அகலாங்கு உள்ள இடங்களிலும் பயன்படும். மண்ணுலகில் உள்ள தட்பவெப்ப மண்டலங்கள் அடிப்படையை நாம் எடுத்துக் கொள்வோம்.

1. மண்ணுலக நடுவரையின் மேலுள்ள இடங்கள் ($\phi = 0^\circ$).
2. வட வெப்ப மண்டலம் ($0 < \phi < 23\frac{1}{2}^\circ$)
3. கடக ரேகை ($\phi = 23\frac{1}{2}^\circ$),

4. வடமித வெப்ப மண்டலம் ($23\frac{1}{2}^\circ < \phi < 66\frac{1}{2}^\circ$)
5. ஆர்க்டிக் வட்டம் ($\phi = 66\frac{1}{2}^\circ$)
6. வடகுளிர் மண்டலம் ($66\frac{1}{2}^\circ < \phi < 90^\circ$)
7. வடதுருவம் ($\phi = 90^\circ$).

முறையாக, இப்பகுதிகளில், பகல் இரவுப் பொழுதுகள் எப்படி ஓராண்டு காலத்தில் மாறுகின்றன எனக் கணக்கிட்டுப் பார்ப்போம். கதிரவன் ($\mathcal{A}$, δ) மாறுதல்கள் நமக்குத் தேவைப்படுமாதலின் அவை கொடுக்கப்பட்டுள்ள......3·8·2. பட்டியலை ஒரு முறை பார்த்துக் கொள்க.

5·1 : மண்ணுலக நடுவரையின்மீதுள்ள ஓரிடம் ($\phi = 0$).

மண்ணுலக நடுவரையில் எந்த ஓர் இடத்தை எடுத்துக் கொண்டாலும் அவ்விடத்தின் அகலாங்கு ϕ பூச்சியமாகும். எனவே, வான வட, தென் துருவப் புள்ளிகள் P, P' இரண்டும் முறையே வட, தென்புள்ளிகள் N, S_0 உடன் இணைந்துவிடுகின்றன. அப்போது வான நடுவரை மூலக்குத்து வட்டத்துடன் இணைந்து விடுகிறது. மார்ச் 21, செப்டம்பர் 23 ஆகிய இரு தினங்களிலும் கதிரவனின் நடுவரை விலக்கம் பூச்சியமாகும். எனவே, இவ்விரு தினங்களிலும் கதிரவனின் தினசரிப்பாதை வானநடுவரை (இங்கு மூலக்குத்து வட்டம்)யாகும். இவ்விரு தினங்களிலும் கதிரவன் கிழக்குப் புள்ளியில் உதிக்கிறது. மேற்குப் புள்ளியில் மறைகிறது. எனவே, இவ்விரு நாட்களிலும் கதிரவனுதயத்தின் நேரக் கோணம் $\angle ZNE = 90^\circ$; எனவே பகற்காலம் 12 மணி; இரவுக் காலமும் 12 மணி. மேலும் $\phi = 0$ ஆகையால்,

$\cos h = -\tan\phi \tan\delta$ என்ற வாய்பாட்டின்படி, ஆண்டு முழுவதும்,

$$\cos h = 0 \text{ அல்லது } h = 90^\circ$$

எனவே, δ எதுவாகயிருந்த போதிலும், ஆண்டு முழுவதும் கதிரவன் பகற்பொழுது (தொடுவரனத்திற்கு மேலிருக்கும் காலம்) தினந்தோறும் 12 மணி நேரம். உதிக்கும் இடங்கள் மட்டுமே மாறும்.

$\cos A = \sin\phi \sec\delta$ என்ற வாய்பாட்டின் படி,

$\cos A = \sin\delta \quad (\because \sec\phi = \sec 0 = 1)$.

$= \cos(90 - \delta)$.

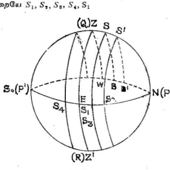
$\therefore$ தொடுவான தூரம் $A = (90 - \delta)$ ஆகவிருக்கும்.

உதிக்கும் இடத்தின் தொடுவான தூரம்

மார்ச்சு 21 : $NS_1 = A = 90°$ அதாவது E	படம் 5·1 காண்க.
ஜூன் 22 : $NS_2 = A = 66\frac{1}{2}°$	
செப்டம்பர் 23 : $NS_3 = A = 90°$ (S_3ம் S_1ம்)	N இலிருந்து வலஞ்சுழியாக
டிசம்பர் 22 : $NS_4 = A = 113\frac{1}{2}°$	

மறுபடியும் மார்ச்சு 21 : $NS_1 = A = 90$

படம் 5·1 உதிக்குமிடங்களைக் காட்டும். அவை படத்தில் முறையே S_1, S_2, S_3, S_4, S_1



படம் 5·1

விரிவாக நோக்குமிடத்து, மார்ச்சு 21க்குப் பின் நாட்கள் செல்லச் செல்ல கதிரவனின் நடுவரைவிலக்கம் அதிகரிக்கிறது. எனவே, இந்நாட்களில் கதிரவன் தினசரிப்பாதை வான நடுவரைக்கு வடக்கே வான நடுவரைக்கு இணையான சிறு வட்டங்களாக அமையும். அப்போது கதிரவன், கிழக்குப் புள்ளி Eக்கு வடக்கே உதயமாகிறது. உச்சி Z-க்கு வடக்கே உச்சி கடக்கிறது. மேற்குப் புள்ளி Wக்கு வடக்கே மறைகிறது. ஜூன் 22-ம் தேதி கதிரவனின் நடுவரை விலக்கம் மீப்பெரு மதிப்பு Wஐப் பெறுகிறது. அன்றைய கதிரவனின் தினசரி இயக்கத்தை S_2, S' B' எனக் குறிப்பிடுவோம். அன்றுதான் கதிரவன் வான நடுவரைக்கு வடக்கே மிக அதிக

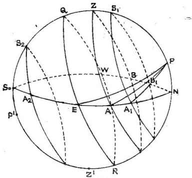
தூரத்தில் உள்ளது. ஜுன் 22க்குப் பின் கதிரவன் வந்த வழியே திரும்பி மீண்டும் செப்டம்பர் 23ந் தேதி வான நடுவரை மேல் செல்கிறது.

செப்டம்பர் 23ம் தேதிக்குப் பின்பு கதிரவனின் நடுவரை விலக்கம் குறைகிறது. அதாவது கதிரவனின் தென் நடுவரை விலக்கம் அதிகரிக்கிறது. அப்போது கதிரவனின் தினசரிப்பாதை வான நடுவரைக்குத் தெற்கே அதற்கு இணையான சிறு வட்டங்களாக அமைகின்றது. இந்நாட்களில் கதிரவன் கிழக்குப் புள்ளிகளுக்குத் தெற்கே உதித்து, உச்சிப் புள்ளி Zக்கு தெற்கே உச்சி கடந்து மேற்குப் புள்ளி Wக்குத் தெற்கே மறைகிறது. டிசம்பர் 22ம் தேதி கதிரவனின் நடுவரை விலக்கம் மீச்சிறு மதிப்பைப் ($-23\frac{1}{2}°$) பெறுவதால் கதிரவனின் பாதை இந்தத் தேதியில் வான நடுவரைக்குத் தெற்கே மீப்பெரு தொலைவில் உள்ளது. இத்தேதிக்குப் பின்னர் கதிரவன் வந்த வழியே திரும்பி மீண்டும் மார்ச்சு 21ம் தேதி வான நடுவரையை அடைகிறது. அப்போது அதன் நடுவரை விலக்கம் பூச்சிய மதிப்பைப் பெறுகிறது.

இவ்வாறாக ஆண்டு முழுவதும் ஏற்படும் கதிரவனின் தினசரிப் பாதைகள் தொடுவானத்திற்குச் செங்குத்தாகவும் மூலக்குத்து வட்டத்துடன் இணைந்தோ அல்லது இணையாகவோ அமைகின்றன. எனவே, அவ்வட்டங்கள் தொடுவானத்தால் இரு சம கூறுகளாக்கப் படுகின்றன. எனவே, கதிரவன் தொடுவானத்திற்கு மேலே எவ்வளவு நேரம் உள்ளதோ அவ்வளவு நேரம் தொடு வானத்திற்குக் கீழே உள்ளது. எனவே, மண்ணுலக நடுவரை மீதுள்ள இடங்களில் இரவு பகல் சமமாகி, ஒவ்வொன்றும் 12 மணியாகிறது. மேலும் இவ்விடங்களில் கதிரவன் மார்ச்சு 21, செப்டம்பர் 23 ஆகிய தேதிகளில் உச்சி வழியாகச் செல்கிறது; கதிரவன் உச்சி கடக்கும் தூரமானது, $-$ W இலிருந்து $+$ Wவரை வேறுபடுகிறது.

5·1·1: வட வெப்ப மண்டலத்தில் உள்ள இடங்களில் பகல் இரவு நேரம் காணல் ($0<\phi<23\frac{1}{2}°$);

வட வெப்ப மண்டலத்தில் உள்ள இடங்களின் அகலாங்கு பூச்சியத்திற்கு அதிகமாகவும், Wக்குக் குறைவாகவும் இருக்கும். மார்ச்சு 21ம் தேதியன்று கதிரவன் மேட முதற் புள்ளியில் உள்ளது. எனவே அன்று கதிரவன் நடுவரை விலக்கம் பூச்சியம். கதிரவனின் அன்றைய தினசரி இயக்கம் வானநடுவரையுடன் இணைகிறது. கதிரவன் கிழக்குப் புள்ளியில் உதிக்கின்றது, படம் 5.1.1 காண்க.



படம் 5·1·1

மேற்குப் புள்ளியில் மறைகின்றது.

கதிரவன் உதிக்கும்போது நேரக்கோணம்

$\angle ZPE = \angle QPE = QE = 90°$; எனவே,

$$\text{பகல் நேரம்} = \frac{2h}{15} \text{ மணிகள்}$$

$$= \frac{2 \times 90}{15} \text{ மணிகள்}$$

$$= 12 \text{ மணிகள்.}$$

இரவு நேரமும் 12 மணியாக இருக்கும். மார்ச்சு 21ம் தேதிக்குப் பின் கதிரவனின் நடுவரை விலக்கம் அதிகரிக்கிறது. எனவே மார்ச்சு 21ம் தேதிக்குப் பின்பு, ஜூன் 22 வரை δ கூட்டு மதிப்புப் பெற்றிருப்பதால்,

$\cos h = -\tan\phi \tan\delta$ என்ற வாய்பாட்டின்படி, $\cos h$ குறையெண்ணுயிருக்கும்.

பகற்பொழுது $\frac{2h}{15} > 12$ மணியாகும்.

எனவே, மார்ச்சு 21ம் தேதியிலிருந்து நாளுக்குநாள் பகற்பொழுது 12 மணிக்கு அதிகமாகிக்கொண்டும் இரவுப் பொழுது 12 மணிக்குக் குறைவாகிக் கொண்டும் செல்லும். ஜூன் 22ம் நாள், கதிரவன்

தனது மீப்பெரு வடக்கு நடுவரை விலக்கமான $=\omega 23\frac{1}{2}°$ ஐப் பெறுகிறது. எனவே அன்று $|\cos h| = \tan\phi \tan w$ மீப்பெரு மதிப்பைப் பெறும்; எனவே $\cos^{-1}(-\tan\phi \tan\omega)$ என்பது hன் மீப்பெரு மதிப்பாகும். அன்றைய பகற்பொழுது $\frac{2h}{15}$ மணிகள், அதாவது $\frac{2}{15}\cos^{-1}(-\tan\phi\tan\omega$ மணிகள்). இதுவே அந்த அகலாங்குள்ள இடங்களில் மீப்பெரு பகற்பொழுதாகும். ஜூன் 22ம் நாள், மீப்பெரு பகற்பொழுதும் மீச்சிறு இராப்பொழுதும் ஏற்படும். இந்தக் காலாண்டில், கதிரவனின் தினசரிப் பாதை வான நடுவரைக்கு வடக்கே அதற்கு இணையான சிறு வட்டங்களாக அமைகின்றன. உதயமாகுமிடம் கிழக்குப் புள்ளிக்கு வடக்கே நகர்ந்து சென்று, ஜூன் 22ம் நாள், கிழக்குப் புள்ளியிலிருந்து மீப்பெரு தூரத்திலிருக்கும். அதற்கு மேல், உதயமாகுமிடம் நகர்ந்து செல்லாது. மார்ச்சு 21ம் நாளுக்கும் ஜூன் 22ம் நாளுக்கும் இடையில் ஏதாவதொரு நாள், கதிரவன் நடுவரை விலக்கம், காட்சியிடத்தின் அகலாங்கான ϕக்கு சமமாகும். ($\therefore 0 < \phi < 23\frac{1}{2}°$). அந்த நாளன்று கதிரவன் பாதை, QRக்கு இணையாக ϕ தூரமுள்ள ஒரு சிறு வட்டமாகும். $\phi = QZ$ ஆகையால் அன்று கதிரவன் தலைநேர் உச்சி Z வழியாக உச்சி கடக்கும்.

ஜூன் 22ம் தேதிக்குப் பின்னர் கதிரவனின் நடுவரை விலக்கம், குறைவதால் கதிரவன் வந்த வழியே திரும்பிச் செல்கிறது. எனவே, பகல் நேரம் குறைந்து இரவு நேரம் அதிகமாகிறது. செப்டெம்பர் 23ம் தேதி மீண்டும் வான நடுவரையே கதிரவன் பாதையாக அமைகின்றது. அந்நாளில் இரவும் பகலும் சமநேரம், 12 மணி கொண்டதாக உள்ளது. இந்த ஜூன் 22ம் நாள் முதல் செப்டம்பர் 23ம் நாள்வரை உள்ள இடைவெளியில், மற்றுமோர் முறை, கதிரவன் நடுவரை விலக்கம், காட்சியிடத்தின் அகலாங்கிற்குச் சமமாகி, கதிரவன் தலை நேர் உச்சி Z வழியாக உச்சி கடக்கும்.

செப்டெம்பர் 23 முதல் டிசெம்பர் 22 வரை δ குறை மதிப்பும் பெற்றிருப்பதால்,

$\cos h = -\tan\phi\tan\delta$ இன் மதிப்பு கூட்டு மதிப்புப் பெற்று, $h < 90°$ ஆகும்; h இன் மதிப்பும் குறைந்துகொண்டே போகும்.

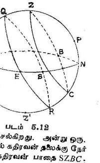
$\therefore \frac{2h}{15} < 12$ மணியாகும். எனவே, செப்டம்பர் 23ம் தேதியிலிருந்து நாளுக்குநாள் பகற்பொழுது 12 மணிக்குக் குறைவாகிக் கொண்டும் இரவுப்பொழுது 12 மணிக்கு அதிகமாகிக் கொண்டும் செல்லும். இந் நாட்களில் கதிரவனின் தினசரிப் பாதைகள் வான நடுவரைக்குத் தெற்கே, அதற்கு இணையான சிறு வட்டங்களாக அமைகின்றன. டிசம்பர் 22ம் தேதி கதிரவனின்

நடுவரை விலக்கம் $-w$. அன்று கதிரவன் பாதை $A_9 S_9 B_9$. கதிரவனுதயத்தின்போது cos மீப்பெரு கூட்டு மதிப்புப் பெறும்; ஆகவே நேரக் கோணம் மீச்சிறு மதிப்பைப் பெறுகிறது. எனவே அந்நாள் மீச்சிறு பகல்நேரம் கொண்ட நாள்; டிசெம்பர் 22க்குப் பின்னர் கதிரவன் வந்த வழியே திரும்பி மீண்டும் மார்ச்சு 21ம் தேதி வான நடுவரையை அடைகிறது.

எனவே, வடவெப்ப மண்டலத்திலுள்ள இடங்களில் இரு நாட்கள்; மார்ச்சு 21, செப்டெம்பர் 23 ஆகிய தேதிகளில் பகல் இரவு சமமாகி ஒவ்வொன்றும் 12 மணியாகிறது. மேலும் ஜூன் 22ம் தேதி பகல் நேரம் மிக அதிகமாகவும் டிசெம்பர் 22ம் தேதி பகல் நேரம் மிகக் குறைவாகவும் இருக்கிறது. இம்மண்டலத்தில் உள்ள இடங்களில், ஜூன் 22க்கு முன்பு ஒரு நாளும் பின்பு ஒரு நாளும், கதிரவன் நடுவரை விலக்கம் அவ்விடத்தின் அகலாங்கிற்குச் சமமான நாட்களில், கதிரவன் தலைக்கு நேர் மேலே Zஇல் உச்சி நடக்கிறது.

5·1·2 : கடக ரேகையின்மீதுள்ள இடங்களின் பகல் இரவு நேரம் காணல் :

கடக ரேகையின்மீதுள்ள இடங்களின் அகலாங்கு Wக்குச் சமம் ($\phi = \omega = 23\frac{1}{2}°$) இவ்விடங்களிலும் வடவெப்ப மண்டலத்தில் உள்ள இடங்களில் ஏற்பட்டது போலவே பகல், இரவு நேரங்களில் மாறுதல்கள் ஏற்படும். எனவே, மார்ச்சு 21, செப்டெம்பர் 23 ஆகிய இரு தினங்களிலும் பகல் இரவு சமமாக, ஒவ்வொன்றும் 12 மணியாக இருக்கும். மேலும் ஜூன் 22ம் தேதி பகல் நேரம் மிக அதிகமாகவும் டிசெம்பர் 22ம் தேதி பகல்நேரம் மிகக் குறைவாகவும் இருக்கிறது. இவ்விடங்களில் ஜூன் 22ம் தேதி கதிரவன் அகலாங்கு ($\phi = \delta = \omega$) ஆகிறபடியால் அது வான உச்சி Z வழியாகச் செல்கிறது. அன்று ஒரு நாள் மட்டுமே அவ்விடங்களில் நண்பகலில் கதிரவன் தலைக்கு நேர் மேலே சென்று உச்சி கடக்கும். அன்று கதிரவன் பாதை $SZBC$; Z வழியாகச் செல்லும். (படம் 5·1·2).



படம் 5.12

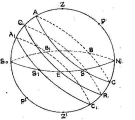
5.1·3 : வட மிதவெப்ப மண்டலத்தில் உள்ள இடங்களில் பகல் இரவு நேரம் காணல் :

வடமித வெப்ப மண்டலத்தில் உள்ள இடங்களின் அகலாங்கு ωக்கு அதிகமாகவும் (90 − ய)க்கு குறைவாகவும் இருக்கும். $[\omega < \phi < 90\omega]$. மார்ச்சு 21ம் தேதியன்று கதிரவன் மேட முதற் புள்ளியில் உள்ளது. எனவே, அன்று கதிரவன் நடுவரை விலக்கம் பூச்சியம். கதிரவன் அன்றைய தினசரி இயக்கம் வான நடுவரையுடன் இணைகிறது. கதிரவன் கிழக்குப் புள்ளியில் உதிக்கிறது. மேற்குப் புள்ளியில் மறைகின்றது. கதிரவன் உதிக்கும்போது நேரக்கோணம் $\angle ZPE = \angle QPE = 90^\circ$; எனவே, பகல் நேரம்

$$= \frac{2h}{15} \text{ மணிகள்}$$

$$= \frac{2 \times 90}{15} \text{ மணிகள்} = 12 \text{ மணிகள்}$$

எனவே இரவு நேரமும் 12 மணியாகவே இருக்கும். மார்ச்சு 21ம் தேதிக்குப் பின் கதிரவனின் நடுவரைவிலக்கம் அதிகரிக்கின்றது. எனவே கதிரவனின் தினசரிப் பாதை வான நடுவரைக்கு வடக்கே அதற்கு இணையான சிறு வட்டங்களாக அமைகின்றன. அப்போது கதிரவன் கிழக்குப் புள்ளிக்கு வடக்கே உதிக்கிறது, மேற்குப் புள்ளிக்கு வடக்கே மறைகின்றது.



படம் 5·1·3

அந்நாட்களில் கதிரவனுடைய நேரக் கோணம் 90°க்கு மேலே துரிதமாக அதிகரிக்கிறது. இதிலிருந்து பகல் நேரம் 12 மணிக்கு மேல்விரைவில் அதிகரிக்கிறது என்பதும் இரவுநேரம் 12 மணிக்குக் குறைவாக விரைவில் குறைகிறதென்றும் பெறப்படுகிறது. ஜூன் 22ம் தேதி கதிரவன் பாதை மிகவும் வடக்கே தள்ளி இருக்கின்றது. அன்று கதிரவனுடைய நேரக் கோணம் மீப்பெரு மதிப்பைப் பெறுகிறது. அன்று பகல்நேரம் மிகவும் அதிகமாகவும் இரவு நேரம் மிகக் குறைவாகவும் இருக்கிறது. எனவே அந்நாளே மீப்பெரு பகல் நேரம் கொண்ட நாள் என்று குறிப்பிடப்படுகிறது. அவ்விடத்தின் அகலாங்கு ϕ என்பது கதிரவனின் மீப்பெரு நடுவரை விலக்கம் $\delta = \omega$க்கு அதிகமாதலால் கதிரவன், வான உச்சிக்குத் தெற்கே

Aஇல் உச்சி கடக்கிறது. அன்று கதிரவன் பாதை $SABC$ (படம் 5·1·3).

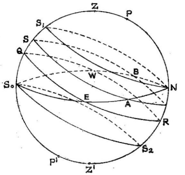
ஜூன் 22ம் தேதிக்குப் பின்னர் கதிரவனின் நடுவரை விலக்கம் குறைவதால் கதிரவன் வந்த வழியே திரும்பிச் செல்கிறது. எனவே பகல் நேரம் குறையவும் இரவு நேரம் அதிகரிக்கவும் தொடங்குகிறது. செப்டெம்பர் 23ம் தேதி மீண்டும் வான நடுவரையே கதிரவன் பாதையாக அமைகின்றது. அந்நாளில் இரவும் பகலும் சமநேரம்; 12 மணி கொண்டதாக உள்ளது.

செப்டம்பர் 23ம் தேதிக்குப் பின்னர் நடுவரை விலக்கம் மேலும் குறைகிறது. அதாவது தென் நடுவரை விலக்கம் அதிகரிக்கிறது. இந்நாட்களில் கதிரவனின் தினசரிப் பாதைகள் வான நடுவரைக்குத் தெற்கே, அதற்கு இணையான சிறு வட்டங்களாக அமைகின்றன. அப்போது கதிரவன் உதயத்தின்போது அதன் நேரக் கோணம் 90°க்கு குறைந்து வேகமாகச் சரிகிறது. எனவே பகல் நேரம் 12 மணிப் பொழுதிலிருந்து வேகமாகக் குறைந்து வருகிறது. எதிர் மாறாக இரவு நேரம் 12 மணிப் பொழுதிலிருந்து வேகமாக மிகுந்து வருகிறது. டிசெம்பர் 22ம் தேதி கதிரவன் நடுவரை விலக்கம் $-\omega$. அன்று கதிரவன் பாதை $S_1A_1B_1C_1$° கதிரவன் உதயத்தின்போது அதன் நேரக் கோணம் மீச்சிறு மதிப்பைப் பெறுகிறது. எனவே அன்று பகல் நேரம் மிகக் குறைவாகிறது. எனவே அந்நாள் மீச்சிறு பகல் நேரம் கொண்ட நாள் என்று குறிப்பிடப்படுகிறது அன்று இரவு நேரம் அதிகமாகும். டிசெம்பர் 22க்குப் பின்னர் கதிரவன் வந்த வழியே திரும்பி மீண்டும் மார்ச்சு 21ம் தேதி மேட முதற் புள்ளியை அடைகிறது. அன்று வான நடுவரையே கதிரவன் பாதையாகும். எனவே, வடமித வெப்ப மண்டலத்திலுள்ள இடங்களில் இரு நாட்கள் மார்ச்சு 21, செப்டெம்பர் 23 ஆகிய தேதிகளில் பகல் இரவு சமமாகி, ஒவ்வொன்றும் 12 மணியாகிறது. மேலும் ஜூன் 22ம் தேதி பகல் நேரம் மிக அதிகமாகவும், டிசெம்பர் 22ம் தேதி பகல் நேரம் மிகக் குறைவாகவும் இருக்கிறது. இம் மண்டலத்தில் உள்ள இடங்களில் ஒரு நாளும் கதிரவன் தலைக்கு நேரே Zஇல் தோன்றுவதில்லை. கதிரவன் வான உச்சிக்குத் தெற்கே உச்சி கடக்கிறது.

5·1.4 : ஆர்க்டிக் வட்டத்தின் மேலுள்ள இடங்கள் :

ஆர்க்டிக் வட்டத்தின் மீதுள்ள இடங்களின் அகலாங்கு $90-w$க்குச் சமம் [$\phi = 90-\omega$]. மார்ச்சு 21ம்தேதி கதிரவன் மேட முதற் புள்ளியில் உள்ளது. எனவே, அன்று வான நடுவரை RQ கதிரவன் பாதையாகும்; கிழக்குப் புள்ளி Eல் உதிக்கின்றது. மேற்குப் புள்ளி Wஇல் மறைகின்றது. கதிரவன் உதயத்தின்போது

நேரக் கோணம் 90° ஆதலால் பகல், இரவு நேரங்கள் சமமாகி, ஒவ்வொன்றும் 12 மணியாகின்றது. மார்ச்சு 21ம் தேதிக்குப்பின் கதிரவனின் நடுவரை விலக்கம் மிகுவதால் கதிரவன் பாதை வான



படம் 5·1·4

நடுவரைக்கு வடக்கே இணையாக உள்ள சிறு வட்டங்களாகும். காட்சி இடத்தின் அகலாங்கு மிகுதியிருப்பதால் கதிரவன் பாதை தொடுவானத்துடன் சிறிதளவே சாய்ந்திருக்கும். எனவே மார்ச்சு 21க்குப் பின் நாட்கள் செல்லச் செல்ல கதிரவனுடைய நேரக் கோணம் 90°க்கு மேல் மிக வேகமாக உயர்ந்துசெல்லும். எனவே பகல் நேரம் மிக வேகமாக அதிகரிக்கிறது. இரவு நேரம் மிக வேகமாகக் குறைகிறது. ஜூன் 22ம் தேதி நடுவரை விலக்கம் மீப்பெரு மதிப்பு ωவைப் பெறுவதால் அன்று

$$\cos h = -\tan 66\tfrac{1}{2}^\circ \tan 23\tfrac{1}{2}^\circ.$$
$$= -1$$
$$\therefore h = \pi \frac{2h}{15} = 24 \text{ மணி பகல்.}$$

கதிரவன் தொடுவானத்தை வடக்குப் புள்ளி Nல் தொட்டுக் கொண்டு செல்கிறது.

[$\therefore NR = \omega$, $PR = 90^\circ$, $PN = \phi = 90 - \omega$]. எனவே நாள் முழுதும் கதிரவன் தொடுவானத்திற்கு மேலேயே இருக்கிறது என்பது

தெரிகிறது. அன்று பகல் நேரம் 24 மணியாகிறது. இரவே கிடையாது. ஜூன் 22ம் தேதிக்குப் பின் கதிரவனின் நடுவரை விலக்கம் குறைந்து வருவதால் கதிரவன் வந்த வழியே திரும்பிச் செல்கிறது. எனவே பகல் நேரம் நாளுக்குநாள் குறையத் தொடங்குகிறது; இரவு நேரம்தொடர்ந்து அதிகமாக ஆரம்பிக்கிறது. செப்டெம்பர் 23ம் தேதிவரை இது தொடர்ந்து நடந்து, செப்டெம்பர் 23ம் தேதி கதிரவன் துலாம் முதற் புள்ளியில் இருப்பதால் பகல் இரவு சமமாகி ஒவ்வொன்றும் 12 மணியாகிறது. செப்டெம்பர் 23ம் தேதிக்குப் பின் கதிரவன் வான நடுவரைக்குத் தெற்கே செல்கிறது. எனவே, இந்நாட்களில் பகல் நேரம் குறைந்து இரவு நேரம் அதிகமாகிறது.

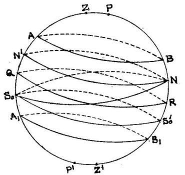
$$\cos h = -\tan 66\tfrac{1}{2}^\circ = \tan(-23\tfrac{1}{2}^\circ).$$
$$= 1$$
$$h = 0$$
$$\text{பகற்பொழுது} = \frac{0}{15} = 0 \text{ மணி.}$$

அன்று கதிரவன் பாதை தொடுவானத்தை S_oல் தொட்டுக் கொண்டு சென்று, தொடுவானத்திற்குக் கீழே இருக்கின்றது. [$\therefore QS_0 = \omega$; $ZQ = 90 - \omega$; $ZS_0 = 90^\circ$). அன்று கதிரவன் தொடுவானத்திற்குக் கீழேயே உள்ளது. எனவே அன்று முழுவதும் இரவாகவே உள்ளது. பகல் இல்லை; டிசம்பர் 22க்குப் பின்னர் கதிரவன் வானநடுவரையை நோக்கி வருவதால் நாளுக்கு நாள் பகல் அதிகரிக்கவும் இரவு குறையவும் செய்கிறது. இது தொடர்ந்து மார்ச்சு 21 வரை நீடித்து, அன்று வானநடுவரையே கதிரவன் பாதையாவதால் இரவு பகல் சமமாகிறது.

ஆர்க்டிக் வட்டத்தின் மேலுள்ள இடங்களில் மார்ச்சு 21, செப்டம்பர் 23 ஆகிய இருதினங்களிலும் பகல் இரவு ஒவ்வொன்றும் 12 மணிக்குச் சமமாகிறது. ஜூன் 22ம் தேதி பகற்காலம் 24மணி; இரவில்லை. டிசம்பர் 22ம் தேதி பகலில்லை; இரவுக் காலம் 24மணி. இவ்விடங்களிலும் கதிரவன் வான உச்சிக்குத் தெற்கேயே எப்போதும் உச்சி கடக்கிறது.

5·1·5 : வடகுளிர் மண்டலத்தில் உள்ள இடங்களின் பகல்—இரவு நேரம் காணல் :

வடகுளிர் மண்டலத்தில் உள்ள இடங்களின் அகலாங்கு $90 - \omega$க்கு அதிகமாகவும் 90°க்குக் குறைவாகவும் இருக்கும். $(90 - \omega < \phi < 90)$



படம் 5·1·5

மார்ச்சு 21ம்தேதி கதிரவன் மேடமுதற் புள்ளியில் உள்ளதால் அன்று வானநடுவரை QR-யே கதிரவன் பாதையாகும். அப்போது கதிரவன் கிழக்குப் புள்ளி Eல் உதிக்கிறது. மேற்குப் புள்ளி Wல் மறைகிறது. கதிரவன் உதயத்தின்போது நேரக் கோணம் 90° ஆதலால் பகல் இரவு நேரங்கள் சமமாகி ஒவ்வொன்றும் 12 மணியாகிறது. மார்ச்சு 21ம் தேதிக்குப் பின் கதிரவன் நடுவரை விலக்கம் உயர்வதால் கதிரவன் வான நடுவரைக்கு வடக்கே செல்கிறது. இடத்தின் அகலாங்கு மிகவும் அதிகமாக (90° க்கு அருகில்) இருப்பதால் கதிரவன் பாதை தொடுவானத்திற்கு மிகச் சிறிய அளவிலேதான் சாய்ந்திருக்கும். எனவே, மார்ச்சு 21 க்குப் பின் நாட்கள் செல்லச் செல்ல கதிரவனுடைய நேரக் கோணம் 90°க்கு மேல் மிக வேகமாக அதிகரிக்கிறது. எனவே பகல் நேரம் மிக மிக வேகமாக வளர்கிறது. அப்படி மிகுந்து செல்லும்போது ஏதாவது ஒருநாள் கதிரவனின் நடுவரை விலக்கம் $(90 - \phi)$க்குச் சமமாகும். அன்று $\cos h = -1$; பகற் பொழுது 24மணி ; இரவில்லை. அன்று கதிரவன் தினசரிப் பாதை NN' தொடுவானத்திற்கு முற்றிலும் மேலேயேயிருக்கும் ; தொடுவானத்தைத் தொட்டுச் செல்லும்.

$$[\because PN = \phi ;\ PR = 90^\circ ;\ \delta = NR = PR - PN = 90 - \phi].$$

இதற்குப்பின்னரும் கதிரவன் நடுவரை விலக்கம் அதிகரிப் பதால் கதிரவன் தினசரிப் பாதை தொடர்ந்து தொடுவானத்திற்கு மேலேயே அமைகிறது. எனவே தொடர்ந்து பகற்பொழுதே நீடிக்கிறது; இரவேயிராது. (படம் 5·1·5 காண்க). ஜூன் 22ம்தேதி கதிரவனின் நடுவரை விலக்கம் மீப்பெரு மதிப்பைப் பெறுவதால் அன்று கதிரவன் தினசரிப் பாதை AB வான நடுவரைக்கு மீப்பெரு தொலைவில் உள்ளது. இதற்குப் பின்னர் கதிரவன் நடுவரை விலக்கம் குறையத் தொடங்குகிறது. எனவே கதிரவன் தினசரிப் பாதை வந்தவழியே திரும்புகிறது. மீண்டும் கதிரவன் நடுவரை விலக்கம் $(90-\phi)$ க்குச் சமமாகும் நாளன்று NN' கதிரவன் தினசரிப் பாதையாகிறது.

நடுவரை விலக்கம் $(90-\phi)$ யிலிருந்து உயர்ந்து ய வை அடைந்து மீண்டும் $(90-\phi)$ என்ற மதிப்புக்குக் குறையும் நாள்வரை பகலாகவே உள்ளது. இந்நாட்களை நீளேத்த பகற்காலம் (Perpetual day) கொண்ட நாட்கள் என்று கூறப்படுகிறது. இக் காலத்திற்கு ஜூன் 22ம் நாள் மைய நாளாகும். இதற்குப்பின்னர் இரவும் பகலும் ஏற்பட ஆரம்பித்து, நாளுக்கு நாள் பகல் நேரம் குறையவும் இரவு நேரம் அதிகரிக்கவும் தொடங்குகிறது. கதிரவன் செப்டெம்பர் 23ம் தேதி துலாம் முதற் புள்ளியில் (வான நடுவரையில்) இருப்பதால் வான நடுவரையே கதிரவன் தினசரிப் பாதையாகும்.

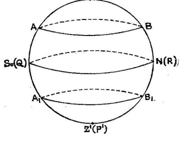
செப்டம்பர் 23ம் தேதிக்குப்பின் கதிரவனின் நடுவரை விலக்கம் குறைந்து வருவதால் (தென் நடுவரை விலக்கம் வளர்வதால்) கதிரவனின் தினசரிப் பாதைகள் வான நடுவரைக்குத் தெற்கே அமைகின்றன. இப்போதும் ஏதாவதொரு நாள் கதிரவன் தென் நடுவரை விலக்கம் $90-\phi$ மதிப்பைப் பெறும் போது $\cos h = 1$ ஆகிப் பகற் பொழுது 0 ஆகும். இராப் பொழுது 24 மணிகள். அன்று அப்பாதை $(S_0 S_0{}^1)$ தெற்கு வானத்திற்கு முற்றிலும் கீழே அமைந்து அதைத் தொட்டுக் கொண்டு இருக்கும். அன்று கதிரவன் தொடுவானத்திற்கு மேலே தெரிவதில்லை. எனவே பகல் என்பதே கிடையாது. 24 மணி நேரமும் இரவாகவேயிருக்கும். இந்நாளுக்குப் பின்னரும் தொடர்ந்து கதிரவனின் தென் நடுவரை விலக்கம் வளர்வதால் கதிரவன்பாதை மேலும் தொடுவானத்திற்குக் கீழேயே அமையும். கதிரவன் தெரியவே தெரியாது. எப்பொழுதும் இரவே நீடிக்கும். டிசம்பர் 22ம் தேதி நடுவரை விலக்கம் $-\omega$ ஆகையால், $A_1\,B_1{}'$ கதிரவன் தினசரிப் பாதையாகிறது. $(Q_1 A_1 = \omega)$ இதற்குக்கீழே, கதிரவன் தினசரிப்பாதை அமைய இயலாது. டிசம்பர் 22ம் நாளுக்குப்பின் மறுபடியும் கதிரவன் பாதை, QR ஐ நோக்கி வந்தபடியே திரும்பும். இடையில் ஏதாவதொரு நாளில் கதிரவன் தென் நடுவரை விலக்கம்

மறுபடியும் $90 - \phi$ ஆகும். அன்று கதிரவன் பாதை திரும்பவும் $S_0 S_0'$ ஆகும்.

அதாவது முதலில் கதிரவன் பாதை $S_0 S_0'$ இல் அமைந்த நாள் முதலாக, $A_1 B_1$ இல் இறங்கியமைந்து, திரும்பவும் $S_0 S_0'$ இல் அமையும் வரையில், கதிரவன் தொடுவானத்திற்கு மேலேயே தெரியாது. இவ்விடைவெளிக் காலம் முழுவதும் நிலைத்த இரவுக் காலம் (Perpetual night) கொண்ட நாட்கள் எனப்படும். இக் காலத்திற்கு டிசம்பர் 22ம் நாள் மைய நாளாகும். இதற்குப் பின்னர் இரவும் பகலும் ஏற்பட ஆரம்பித்துப் பகல் நேரம் அதிகரிக்கவும் இரவு நேரம் குறையவும் தொடங்குகிறது. இந்நிலை தொடர்ந்து ஏற்பட்டு மார்ச்சு 21ம் தேதி கதிரவன் மீண்டும் துலாம் முதற் புள்ளியை அடைகிறது.

இவ்வாருக, வடகுளிர் மண்டலத்தில் உள்ள இடங்களில் மார்ச்சு 21ம் தேதியும் செப்டம்பர் 23ம் தேதியும் சம பகலிரவு கொண்ட நாட்களாய் அமைகின்றது. ஜூன் 22ம் தேதியை மையமாகக் கொண்ட நிலைத்த பகல் காலம் கொண்ட நாட்களும், டிசெம்பர் 22ம் தேதியை மையமாகக் கொண்ட நிலைத்த இரவுக் காலம் கொண்ட நாட்களும் ஏற்படுகின்றன. மிக நீண்ட பகற் காலங்களும் மிகக் குறைந்த இரவுக் காலங்களும் அல்லது மிகக் குறைந்த பகற் காலங்களும், மிகநீண்ட இரவுக் காலங்களும், நிலைத்த பகல், நிலைத்த இரவுக் காலங்களும் இப்பகுதியில் சிறப்பானவை.

5·1·6 : வடதுருவத்தில் பகல் இரவு காணல் : ($\phi = 90°$)



படம் 5·1·6

படம் 5·1·6 காண்க. வடதுருவத்தில் உள்ள இடத்தின் அகலாங்கு 90°. எனவே, வானவட துருவப் புள்ளி (P) வான உச்சிப் புள்ளியுடன் (Z) இணைகிறது; வான நடுவரை QR, ஆனது தொடுவானத்துடன் (NS_0) இணைகிறது. கதிரவன் வட நடுவரை விலக்கம் பெற்றுள்ள காலமான மார்ச்சு 21ம் தேதிமுதல் செப்டெம்பர் 23ம் தேதி வரை கதிரவன் தொடுவானத்திற்கு மேலே இருக்கும். கதிரவன் பாதைகள் S_0N அல்லது QRக்கு மேலே QRக்கு இணையான சிறு வட்டங்களாகும். ஜூன் 22ம் தேதி கதிரவன் பாதை AB ($QA = \omega$). இக்காலம் முழுவதும் அதாவது ஆறு மாதங்கள் முழுவதும் நிலைத்த பகற்காலம் கொண்ட நாட்களாகும்.

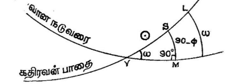
கதிரவன் தென் நடுவரை விலக்கம் பெற்றுள்ள காலமான செப்டெம்பர் 23ம் தேதி முதல் மார்ச்சு 21ம் தேதிவரை கதிரவன் தொடுவானத்திற்குக் கீழே உள்ளது. எனவே, இக்காலம் முழுவதும் நிலைத்த இரவுக் காலம் கொண்ட நாட்களாகும். கதிரவன் பாதைகள் S_0N அல்லது QRக்குக் கீழே QRக்கு இணையான சிறு வட்டங்களாகும். டிசெம்பர் 22ம் தேதி கதிரவன் பாதை A_1 B_1 ($QA_1 = -\omega$).

(மண்ணுலகத்தின் தென்பகுதியிலுள்ள எந்த ஓர் இடத்தில் ஏற்படும் பகல் இரவு நேரங்களின் வேறுபாட்டையும் இவ்வாறே ஆராயலாம்.)

குறிப்பு: நிலைத்த இரவுக் காலம் எனப்படும் ஆறுமாத காலத்தில், முழு இருட்டாகயிருக்காது. அக்காலத்தில் ஒரு பெரும் பகுதியில், கதிரவன் தொடுவானத்திற்குக் கீழே இருப்பினும் மெல்லொளி (Twilight) காரணமாகக் கதிரவன் தொடுவானத்திற்குக் கீழ் 18° தாழும் வரையிலும், அதற்கு இணையாக, மறுபடி 18° தாழ்வில் இருந்து, கதிரவன் தொடுவானத்தை அடையும்வரையிலும், ஒரு இலேசான ஒளி அங்கு நிகழும். முழு இருட்டுக் காலம் (Total darkness) ஆறு மாதத்தில் கொஞ்ச காலமே நீடித்திருக்கும்.

5·2 : அகலாங்கு $\phi > 90 - \omega$ உள்ள இடத்தில் நிலைத்த பகற்கால நீடிப்பு ;(To find the duration of perpetual day at a place of latitude $\phi > 90 - \omega$)

$\phi > 66\frac{1}{2}°$ உள்ள இடங்களில்தான் நிலைத்த பகல், நிலைத்த இரவு ஏற்பட வாய்ப்புகள் உண்டு என 5·1·5, 5·1·6இல் நாம் கண்டோம்.



படம் 5·2

5·1·5இல் கண்டபடி, கதிரவனின் நடுவரை விலக்கம் $(90-\phi)$க்குச் சமமாகும்போது முதல் முழுப் பகல்நாள் ஆரம்பிக்கிறது. அப்போது நிலைத்த முழுப்பகல் ஆரம்பித்து, கதிரவன் நடுவரை விலக்கம் $\omega (=23\frac{1}{2})$ ஆகும் வரையும் நீடித்து, பின்னும் தொடர்ந்து நீடித்து, மறுபடியும் நடுவரை விலக்கம் $90-\phi$ ஆகும் போது முடிகிறது. கதிரவன் நடுவரை விலக்கம் $(90-\phi)$ ஆக உள்ளபோது, கதிரவனின் விண் நெட்டாங்கு $\odot$ எனக் கொண்டால் படம் 5·2இன்படி

$$\frac{\sin \odot}{\sin 90^\circ} = \frac{\sin (90-\phi)}{\sin \omega}$$

$$\therefore \sin \odot = \cos \phi \operatorname{cosec} \omega$$

$$\therefore \odot = \sin^{-1} (\cos \phi \operatorname{cosec} \omega)$$

கதிரவன் நடுவரை விலக்கம் ω ஆகும் போது, அதன் விண் நெட்டாங்கு $\frac{\pi}{2}$(ஜூன் 22); எனவே நிலைத்த பகல் ஆரம்பிக்கும் நாள் முதல் ஜூன் 22ம் நாள் வரை, கதிரவன் தனது பாதையில் பயணம் செய்யும் நெட்டாங்கு தூரம்

$$= \frac{\pi}{2} - \sin^{-1} (\cos \phi \operatorname{cosec} \omega)$$

$$= \cos^{-1} (\cos \phi \operatorname{cosec} \omega).$$

ஜூன் 22ம் நாள் முதல், மேலும் ஒரு முறை கதிரவன் நடுவரை விலக்கம் $(90-\phi)$ ஆகும்வரை, கதிரவன் தன் பாதையில் பயணம் செய்யும் நெட்டாங்கு தூரம்,

$$\text{மறுபடியும்} = \frac{\pi}{2} - \sin^{-1} (\cos \phi \operatorname{cosec} \omega)$$

$$= \cos^{-1} (\cos \phi \operatorname{cosec} \omega).$$

எனவே, நிலைத்த பகல் நீடிக்கும் காலம் கதிரவன் தனது பாதையில், $2\cos^{-1}(\cos\phi \operatorname{cosec}\omega)$ கோண தூரம் பயணம் செய்யும் காலத்திற்குச் சமம். ஓராண்டில் கதிரவன் நெட்டாங்குப் பயணம் 2π ஆனால்,

$2\cos^{-1}(\cos\phi \operatorname{cosce}\omega)$ பயணம் செய்ய எடுத்துக் கொள்ளும்

$$\text{காலம்} = \frac{365{\cdot}25}{2\pi} \times 2\cos^{-1}(\cos\phi \operatorname{cosec}\omega).$$

$$= \frac{365{\cdot}25}{\pi} \times \cos^{-1}(\cos\phi \operatorname{cosec}\omega).$$

நாட்களாகும். இதுவே நிலைத்த பகற்காலம் நீடிக்கும் நாட்களின் எண்ணிக்கையாகும்.

குறிப்பு: $\cos^{-1}(\cos\phi \operatorname{cosec}\omega)$ ஆரையன் அளவில் எடுக்கப் படவேண்டும்; அதைப் பாகையளவில் எடுத்தால், முழுப்பகல். காலம்

$$= \frac{365{\cdot}25}{180} \times \cos^{-1}(\cos\phi \operatorname{cosec}\omega) \text{ நாட்கள்}$$

இந்த எண்ணிக்கையே, டிசம்பர் 22ம் நாள் மையங் கொண்ட நிலைத்த இரவுக் காலம் நீடிக்கும் நாட்களின் எண்ணிக்கையுமாகும்.

5·3 (i) : எ·கா. 1 : $45°$ வ. அகலாங்கு உள்ள இடத்தில் ஜூன் 22ம் தேதியும், டிசம்பர் 22ம் தேதியும் பகல் இரவுக் காலங்களைக் கணிக்க. மேலும் கதிரவன் நடுவரை விலக்கம் $10°$ வ. உள்ள நாளில் பகல் இரவுக் காலங்களைக் கணிக்க ($\omega = 23°\ 30'$).

ஜூன் 22ம் தேதி கதிரவன் நடுவரை விலக்கம் $= 23°\ 30'$. டிசம்பர் 22ம் தேதி கதிரவன் நடுவரை விலக்கம் $= -23°\ 30'$. எனவே, ஜூன் 22ம் நாள் கதிரவன் உதிக்கும்போதுள்ள நேரக் கோணம் $\cos h = -\tan\phi \tan\delta$.

$$= -\tan 45° \tan 23°\ 30'$$

$$= -{\cdot}4348$$

$\therefore\ h = (180)° - 64°\ 14') = 115°\ 46'$.

$\therefore$ ஜூன் 22 பகற்காலம் $= \dfrac{231{\cdot}53}{15}$

	= 15 மணி 26நி. 7வி.
இரவுக் காலம்	= 8 மணி 33 நி. 53 வி.
டிசம்பர் 22 பகற் காலம்	= 8 மணி 33 நி. 53 வி
இரவுக் காலம்	= 15 ம 26 நி. 7 வி.

$\delta = 10°$

$$\cos h = -\tan 45° \tan 10°$$
$$= -\cdot 1763$$
$$h = (180 - 79° 51')$$
$$= 100° 9'$$

$\therefore$ பகற்காலம் $= \frac{200 \cdot 3}{15} =$ 13 மணி 21 நி. 12 வி.

இரவுக் காலம் = 10 மணி 38 நி 12 வி

குறிப்பு : $\delta = -10°$ ஆகும்போது, பகற்காலம் இரவுக் கால மாகவும், இரவுக் காலம் பகற்காலமாகவும் மாறி வருவதைக் காண்க.

எ.கா. 2 : 15° வடக்கு அகலாங்குள்ள ஓரிடத்தில், மீப்பெரு பகற்காலம் எவ்வளவு எனக் கணிக்க.

ஜூன் மாதம் 22ம் நாள், கதிரவன் கிழக்குப் புள்ளிக்கு மீப்பெரு தூரத்திலிருக்கும்போது மீப்பெரு பகற்காலம் ஏற்படும்.

$$\phi = 15° ; \qquad \delta = 23° \cdot 5'$$
$$\cos h = -\tan \phi \tan \delta$$
$$= -\cdot 2679 \times \cdot 4348$$
$$= -\cdot 1165$$
$$\therefore h = 180 - 83° 19'$$
$$= 96° 41'$$

$\therefore$ மீப்பெரு பகற்காலம் $= \frac{193 \cdot 37}{15}$

= 12 மணி 53 நி. 29 வி.

[குறிப்பு (1) : டிசெம்பர் 22ம் நாள் மீப்பெரு இரவுக் காலம் 12 மணி 53 நி. 29 வி.]

குறிப்பு (2) : ஓராண்டு காலத்தில், ஒரு குறிப்பிட்ட இடத்தில், கதிரவன் எவ்வளவு காலம் தொடுவானத்திற்கு மேல் இருக்கிறதோ, அவ்வளவுகாலம் தொடுவானத்திற்குக் கீழிருக்கும். இதை, பொதுவாக நிறுவுவதைப் பயிற்சியாகக் கொள்க.

எ. கா. 3 : ஆர்க்டிக் மண்டலத்தில், ஓரிடத்தில் நிலைத்த பகற்காலம் 60 நாட்கள் நீடிக்கிறது. அவ்விடத்தின் அகலாங்கென்ன ?

5·2 இன்படி, நிலைத்த பகற்காலம்

$$60 = \frac{365}{180} \times \cos^{-1} \left[\frac{\cos \phi}{\sin \omega} \right]$$
$$= \frac{365}{180} \times \cos^{-1} \left[\frac{\cos \delta}{\cdot 3987} \right]$$

$$\therefore \quad \cos^{-1}\left[\frac{\cos\phi}{\cdot 3987}\right] = \frac{60 \times 180}{365} = 29^\circ{\cdot}59$$

$$\therefore \quad \cos(29^\circ{\cdot}59) = \frac{\cos\phi}{\cdot 3987}$$

$$\therefore \quad \cos\phi = \cdot 3987 \times \cdot 8697 = \cdot 3467$$

$$\therefore \quad \phi = 69^\circ 43'$$

அவ்விடத்தின் அகலாங்கு = $69^\circ 43'$

பயிற்சி 5 (i)

1. நண்பகலில் கதிரவன் வான உச்சியில் (z) உச்சி கடக்கும் இடங்கள் யாவை? அவற்றின் அகலாங்கு எந்த இடைவெளியில் இருக்கவேண்டும்? (செ)

2. 60° வடக்கு அகலாங்கில் உள்ள இடத்தில் மீப்பெரு பகற்பொழுதும், மீப்பெரு இராப்பொழுதும் கணக்கிடுக.

3. வான நடுவரையும் கதிரவன் பாதையும் ஒருங்கியிருப்பின் மண்ணுலகில் இராப் பகற் பொழுதுகள் எப்படி மாறலாம்?

4. $\cos h = -\tan\phi \tan\phi$ என்ற வாய்பாடு கொண்டு, (1) வட அகலாங்கு 75° (2) தென் அகலாங்கு 75° உள்ள இடங்களில் ஆண்டு முழுதும் ஏற்படும் பகல் இரவுக் கால மாறுதல்களை ஆய்க.

5. $\phi = 45^\circ$ வடக்கிலுள்ள ஓரிடத்தில் ஒரு நாள், பகற்பொழுது 8 மணி நேரம். அன்று கதிரவனின் நடுவரை விலக்கம் தெற்கில் $\tan^{-1}(\frac{1}{2})$ என நிறுவுக. மற்றொரு நாள் இராப்பொழுது 8 மணி நேரம். அன்று கதிரவனின் நடுவரை விலக்கம் என்னவாக விருக்கும்?

6. ஓரிடத்தில் மீப்பெரு பகற்காலம் 15 மணி நேரம். அவ்விடத்தின் அகலாங்கு காண்க.

7. ஓரிடத்தில் மீச்சிறு பகற்காலம் இருக்கும் நாளன்று கதிரவன் மாலை 5 மணிக்கு மறைந்தது. அவ்விடத்தின் அகலாங்கு காண்க.

8. ஓரிடத்தில் மீச்சிறு பகற்காலம் இருக்கும் நாளன்று, கதிரவன் காலை 8 மணிக்கு உதயமாயிற்று. அவ்விடத்தின் அகலாங்கு காண்க.

9. ஓரிடத்தில் மீப்பெருநாள் பகற்கால நேரம், அவ்விடத்தில் மீச்சிறுநாள் பகற்காலத்தைப்போல் இருமடங்கு நீடித்தது. அவ்விடத்தின் அகலாங்கு காண்க.

10. கதிரவன் காலாண்டு, தொடர்ச்சியாக தொடுவானத் திற்கு மேலேயே இருக்கவேண்டுமாயின், அவ்விடத்தின் மீச்சிறு அகலாங்கு $\cos^{-1}\left(\frac{\sin\omega}{\sqrt{2}}\right)$ என நிறுவுக.

பொதுவாக $\frac{1}{n}$ ஆண்டு தொடர்ச்சியாகத் தொடுவானத்திற்கு மேலேயே இருக்கவேண்டுமாயின், அவ்விடத்தின் அகலாங்கு $\cos^{-1}\left(\sin w\cos\frac{\pi}{n}\right)$க்குக் குறையாமல் இருக்கவேண்டுமென நிறுவுக.

$n=2$ என்ற மதிப்புக்கு இம்முடிவின் பொருளை விளக்குக. $n\to\infty$ என்ற எல்லையில் இம்முடிவு எப்படி விளக்கப்படலாம்?

11. 75° வடக்கு அகலாங்கிலுள்ள இடத்தில் தோராயமாக எந்தத் தேதியில் முழுப்பகல் நேரம் ஆரம்பமாகும்? (செ)

12. கதிரவன் நடுவரை விலக்கம் 8° 30′ உள்ள நாளன்று மண்ணுலகில் எந்த இடங்களில் கதிரவன் மறையாது? (செ)

13. வடகுளிர் மண்டலத்திலுள்ள ஓரிடத்தில், கதிரவன் மறையும் இடங்களில் நாளுக்குநாள் ஏற்படும் வேறுபாடு, ஒரு நாளில் கதிரவன் தெட்டாங்கில் ஏற்படும் வேறுபாட்டுக்குச் சமமென நிறுவுக.

14. ஆர்க்டிக் வட்டத்தின் மேலுள்ள ஓரிடத்தில் டிசெம்பர் 21 முதல் ஜூன் 20 வரை, மீன்வழி நேரம் 18 மணிக்குக் கதிரவன் உதிக்கிறதெனவும், ஜூன் 20 முதல் டிசம்பர் 21 வரை மீன் வழி நேரம் 18 மணிக்கு மறைகிறதெனவும் நிறுவுக.

15. ஒரு நாள் கதிரவனின் வடக்கு நடுவரை விலக்கம் δ எனக்கொடுக்கப்பட்டிருக்கிறது. மண்ணுலகில் எந்த எந்த இடங்களின் கதிரவன் (1) தொடுவானத்திற்குமேல் 24 மணி நேரமும் இருக்கும்? (2) 12 மணி நேரமிருக்கும்? (3) 18 மணி நேரமிருக்கும்?

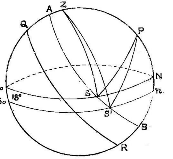
16. ϕ' அகலாங்குள்ள ஓர் இடத்தில் மீப்பெரு பகற்காலம், δ அகலாங்குள்ள மற்றோர் இடத்தில் ஆகஸ்டு மாதம் 22ம் தேதி யன்றுள்ள பகற் காலத்திற்குச் சமமானால், $\tan\delta = \tan\delta^{-1}(1+8\sec^2\omega)^{\frac{1}{2}}$ நிறுவுக. (இது தோராயமாகச் சமம்)

5·4: மெல்லொளி (Twilight)

விடியற்காலையில், கதிரவன் அடிவானத்தில் உதயமாவதற்குச் சற்று முன்னரே, உலகத்தைக் கவிந்திருக்கும் இருள் படிப்படியாக விலகுவதை நாம் பார்க்கிறோம். அவ்வாறே மாலைப்பொழுதில்,

கதிரவன் அடிவானத்தில் மறைந்தவுடனேயே பேரிருள் சூழாது, படிப்படியாக இருள் சூழ்வதையும் நாம் காண்கிறோம். இது எப்படி ஏற்படுகிறதெனின், கதிரவன் காலையில் தொடுவானத்திற்குச் சற்று கீழே இறங்கும்பொழுதும், கதிரவனொளி நம்மை நேரடியாக வந்தடையாவிடினும் கதிரவன் ஒளிக்கற்றைகள் வளி மண்டலத்தில் உள்ள தூசுகளினாலும் நீர்த்திவலைகளினாலும் பிரதிபலிக்கப்பட்டும் ஒளிக்கோட்டம் அடைந்தும் வளிமண்டலத்தை ஒளி பெறச் செய்கின்றன. மாலை வேளையில் இவ்வொளியானது கதிரவன் தொடுவானத்திற்குக் கீழே செல்லச் செல்லக் குறைந்து ஒரு நிலையில் ஒளியில்லாத நிலை ஏற்படுகிறது. கதிரவன் தொடுவானத்திற்குக் கீழே 18° இருக்கும்வரை ஒளி இருக்கும் என்று கணக்கிட்டு அறிவிக்கப்பட்டுள்ளது. இவ்வாறே வைகறைப் போழ்தில், கதிரவன் தொடுவானத்தில் தோன்றித் தன் ஒளியைப் பரப்பும் வரையில், படிப்படியாக இருள் நீங்கி வருகிறது. கதிரவன் உதயத்திற்கு முன்பும், கதிரவன் மறைவதற்குப் பின்பும் காணப்படும் இந்த இலேசான ஒளியை நாம் மெல்லொளி (Twilight) என்கிறோம். (காலை மெல்லொளியை சந்திப் பொழுதெனவும், மாலை மெல்லொளியை அந்திப் பொழுதெனவும் கூறுவது நம் நாட்டு மரபு).

5·4·1 : மெல்லொளி நீடிக்கும் காலம் கணித்தல் : (To Calculate the duration of Twilight).



படம் 5·4·1.

காலை மெல்லொளி, கதிரவன் உதிக்குமுன் தொடுவானத்தின் கீழ் 18° உள்ளபோது ஆரம்பித்து, கதிரவன் தொடுவானத்தில் உதிக்கும்வரையில் நீடிக்கும்; அவ்வாறே மாலை மெல்லொளி கதிரவன் தொடுவானத்திற்குக் கீழே 18° இறங்கும்வரையில் நீடிக்கும். இந்த அடிப்படையில், ϕ என்ற அகலாங்கு உள்ள இடத்தில் ஒரு குறிப்பிட்ட நாளில் மெல்லொளிக் காலத்தைக் கணிப்போம். படம் 5·4·1 காண்க.

அவ்வாறு குறிப்பிட்ட நாளில் கதிரவன் நடுவரை விலக்கம் δ எனக் கொள்வோம். அன்று AB கதிரவன் தினசரிப் பாதையைக் குறிக்கட்டும். NS_0 தொடுவானத்தையும் nS_0 தொடுவானத்திற்கு இணையாக, அதற்குக் கீழே 18° இறக்கத்தில் உள்ள சிறு வட்டத்தையும் குறிக்கட்டும். NS_0-ஐயும் nS_0-ஐயும் AB முறையே S, S'ல் வெட்டட்டும். இங்கு $ZS = 90°$; $ZS' = 108°$. கதிரவன் S' இல் இருக்கும்போது மெல்லொளி ஆரம்பிக்கிறது. அப்போது கதிரவன் நேரக் கோணம் $Z\hat{P}S' = H$ எனக்கொள்வோம். கதிரவன் S-இல் இருக்கும்போது கதிரவனுதிக்கும் தருணம்.

அப்போது கதிரவன் நேரக் கோணம் $Z\hat{P}S = h$ எனக் கொள்வோம். கதிரவன் S' லிருந்து S செல்லும்வரை மெல்லொளி நீடிக்கும். எனவே மெலொளிநீடிக்கும் காலம்

$$t = \frac{H-h}{15} \text{ மணிகள்.}$$

கோளமுக்கோணம் $PS'Z$ ல்

$$\cos ZS' = \cos PZ \cos PS' + \sin PZ \sin PS' \cdot \cos ZPS'$$

அதாவது $\cos 108° = \cos(90°-\phi)\cos(90°-\delta) + \sin(90°-\phi)\sin(90°-\delta)\cos H.$

அதாவது $-\sin 18° = \sin\phi\sin\delta + \cos\phi\cos\delta\cos H$

$$\therefore \quad \cos \boldsymbol{H} = -\left(\frac{\sin 18° + \sin\phi\sin\delta}{\cos\phi\cos\delta}\right)$$

$$\therefore \quad H = \cos^{-1}\left[-\left(\frac{\sin 18° + \sin\phi\sin\delta}{\cos\phi\cos\delta}\right)\right] \quad \ldots(1)$$

குறிப்பு: நம்மைச் சுற்றி ஒரு வளி மண்டலம் இருப்பது இம் மெல்லொளிக்கு ஒரு காரணம். இருண்டிருக்கும் ஓர் அறையில் திடீரென ஒரு விளக்கு ஏற்றினால், இருள் உடனே நீங்குவது போலவும், அவ்விளக்கையவித்தால் இருள் உடனே கவிவது போலவும், வளிமண்டலமற்ற உலகம், திடீரென ஒளி பெற்று, திடீரென இருள் சூழப் பெறும்.

$$= \pi - \cos^{-1}\left(\frac{\sin 18^\circ + \sin\phi \sin\delta}{\cos\phi\cos\delta}\right) \quad \text{......(1)}'$$

மேலும் கதிரவன் உதிக்கும்போதுள்ள நேரக் கோணம்

$\cos h = -\tan\phi\tan\delta$ என்ற வாய்பாடு வழியாகப் பெறலாம் அதாவது

$$h = \cos^{-1}[-\tan\phi\tan\delta] \quad \text{......(2)}$$

$$= \pi - \cos^{-1}[\delta\tan\phi\tan\delta] \quad \text{......(2')}$$

(1), (2) சமன்பாடுகளிலிருந்து H, h ன் மதிப்புக்களைக் கணித்து மெல்லொளிக் காலம்

$t = \dfrac{H-h}{15}$ மணிகள் எனக் கணக்கிடலாம். இவ்வாறே மாலை மெல்லொளியையும் $t = \dfrac{H-h}{15}$ மணிகள் என்று கணக்கிட்டறியலாம். எனவே ஒரு நாட்பொழுதில் மெல்லொளிக் காலம்

$$2t = 2\left(\frac{H-h}{15}\right) \text{ மணிகள்}$$

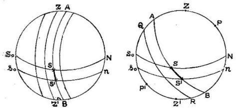
H, h இரண்டும் ϕ, δ என்பவற்றைச் சார்ந்திருப்பதால், இவ்விரு மதிப்புக்களையொட்டியே மெல்லொளிக் காலம் அறியப்படும்.

எனவே ஒரு குறிப்பிட்ட நாளில் வெவ்வேறு அகலாங்குள்ள இடங்களில் மெல்லொளிக் காலம் வெவ்வேறாகும். மற்றும் ஒரே இடத்தில் நாளுக்கு நாள் கதிரவனின் நடுவரை விலக்கம் மாறுவதால், மெல்லொளிக் காலமும் மாறும்.

5·4·2 : மண்ணுலக நடுவரையின்மேல் உள்ள இடங்களில் மெல்லொளியின் கால அளவு மீச்சிறு மதிப்புடையதாகும் :

மண்ணுலக நடுவரையெனின் $\phi = 0$ அங்கெலாம் கதிரவன் தினசரிப் பாதை தொடுவானத்திற்குச் செங்குத்தாக இருக்கும். எனவே கதிரவன் தொடுவானத்திற்கு 18° கீழே செல்லவோ, அல்லது 18° கீழிருந்து தொடுவானத்தை வந்தடையவோ ஏற்படும் காலம் மிகச் சிறியதாகும். இடத்தின் அகலாங்கு அதிகம் ஆக ஆகத் தொடுவானத்துடன் கதிரவன் தினசரிப் பாதைச் சாய்வு குறைந்துகொண்டே வரும் என நாம் அறிவோம். அந்த நிலைகளில் கதிரவன் தொடுவானத்திலிருந்து 18° செங்குத்துயர தூரம் கீழ்ச்செல்லவோ அல்லது 18° கீழிருந்து தொடுவானத்திற்கு

வரவோ எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம் அதிகமாகும் என்பது கண்கூடு.



படம் 5·4·2 (i) : $\phi = 0$ படம் 5·4·2 (ii): ϕ = ஒரு பெரு மதிப்பு

படம் 5·4·2 (i) இல் $\phi = 0$ உள்ள இடங்களுக்கும், படம் 5·4·2 (ii) இல் மற்று ஒரு பெரு மதிப்பு ϕ உள்ள இடங்களுக்கும் உரிய வான கோளங்களின் மேல், ஒரு குறிப்பிட்ட நாளில் (அதாவது கதிரவன் நடுவரை விலக்கம் δ ஆக இருக்கும்போது) AB கதிரவன் பாதையைக் குறிக்கிறது; NS_0 தொடுவானம்; ns_0 தொடுவானத்திற்குக் கீழே 18° இறக்கத்தில் அதற்கு இணையாக வரையப்பட்ட சிறு வட்டம். NS_0, ns_0 இரண்டையும் AB முறையே S, S' இல் வெட்டுகிறது. எனவே இரு இடங்களிலும் கதிரவன் S' லிருந்து S செல்லும்வரை மெல்லொளி நீடிக்கும். படம் 5·4·2 (ii) ல் உள்ள SS'ன் நீளம், படம் 5·4·2 (i) இல் உள்ள SS' இன் நீளத்தை விட அதிகம் என்பது தெரிகிறது. ஆகவே, படம் 5·4·2 (i) இல் SS' என்ற தூரத்தைக் கடக்கக் கதிரவன் எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம் குறைவாகும். எனவே, மண்ணுலக நடுவரையில் உள்ள இடங்களில் ஏற்படும் மெல்லொளியின் கால அளவு மீச்சிறு மதிப்புடையது என்பது பெறப்படுகிறது.

5·4·3 : மண்ணுலக நடுவரையில் உள்ள ஓர் இடத்தில் கதிரவன் நடுவரை விலக்கம் δ ஆகவிருக்கும் நாளில் மெல்லொளியின் கால அளவு :

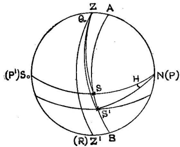
மண்ணுலக நடுவரை உள்ள ஓர் இடத்தின் அகலாங்கு $\phi = 0$. படம் 5·4·3 காண்க. முன் கண்டபடியே NS_0 உம் ns_0 உம் கொள்க. S'ல் கதிரவன் இருக்கும்போது மெல்லொளி ஆரம்பிக்கும்; S'இல் கதிரவன் இருக்கும்போது மெல்லொளி முடியும்;

$Z\hat{P}S = 90°$; $ZS = 90°$; $ZS' = 108°$; $S\hat{P}S' = H$ எனக் கொள்வோம்.

கோள முக்கோணம் ZPS' இல்

$$\cos ZS' = \cos PS' \cos PZ + \sin PS' \sin PZ \cos ZPS'$$

$$\cos 108° = \cos(90°-\delta)\cos 90° + \sin(90°-\delta)\sin 90° \cdot \cos(90°+H)$$



படம் 5·4·3

$$\therefore \quad -\sin 18° = -\cos\delta \sin H$$

$$\therefore \quad \sin H = \sin 18° \sec\delta$$

$$\therefore \quad H = \sin^{-1}(\sin 18° \sec\delta)$$

எனவே, காலை அல்லது மாலை மெல்லொளி நீடிக்கும் கால அளவு = $\frac{1}{15}[\sin^{-1}(\sin 18° \sec\delta)]$ மணிகள்.

கதிரவன் மேலும் சம இரவுப் புள்ளிகளில் (equinoxes) இருந்தால், அதாவது $\delta = 0$ ஆனால்,

$$\sin H = \sin 18°$$

$$\therefore H = 18°$$

எனவே, மண்ணுலக நடுவரை மேலுள்ள இடங்களில், கதிரவன் சம இரவுப் புள்ளிகளைக் கடக்கும்போது மெல்லொளிக் காலம், காலையில் 72 நிமிடங்கள், மாலையில் 72 நிமிடங்களாகும்.

குறிப்பு :

$\phi \neq 0$ உள்ள நாட்களில்

$\sin H = \sin 18^\circ \sec \delta$

$\sec \delta =$ எப்போதும் > 1 ஆகையால்,

$\sin 18^\circ \sec \delta > \sin 18^\circ$

$\therefore \sin H > \sin 18^\circ$

$\therefore H > 18^\circ$

$\therefore \frac{H}{15}$ மணிகள் $> \frac{18}{15}$ மணிகள்.

அதாவது மெல்லொளிக் காலம், நடுவரை இடங்களில் மற்றைய நாட்களில் 72 நிமிடங்களுக்கு மேற்பட்டதெனத் தெரிகிறது. முன்னர் 5.4·1 இல் கண்ட வாய்பாட்டின்படியும், $\phi = 0$ என்ற இடங்களில் மெல்லொளிக் காலம் கணிக்கலாம்.

5·4·1. (1) (2)ன் படி, $\phi = 0$ ஆனால்,

$$\text{மெல்லொளிக் காலம்} = \left(\frac{H-h}{15}\right)$$

$$= \frac{1}{15}\left[\cos^{-1}\left(-\frac{\sin 18}{\sin \delta}\right) - \frac{\pi}{2}\right]$$

$$= \frac{1}{15}\left[\frac{\pi}{2} + \sin^{-1}\left(\frac{\sin 18^\circ}{\cos \delta}\right) - \frac{\pi}{2}\right]$$

$$= \frac{1}{15}\left[\sin^{-1}(\sin 18^\circ \sec \delta)\right] \text{ மணிகள்.}$$

இங்கு $\delta = 0$ ஆனால், மெல்லொளிக் காலம் $= \frac{1}{15} \sin^{-1}(\sin 18^\circ)$

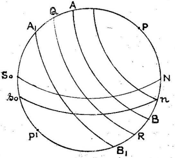
$= \frac{1}{15} \times 18$ மணிகள்

$= 72$ நிமிடங்கள்.

குறிப்பு :- நல்ல கதிரவன் வெளிச்சம் தேவைப்படும் வேலைகள் காலையில், கதிரவன் தொடுவானத்திற்குக் கீழ் 6° வருவதற்கு முன்பு ஆரம்பிக்க முடியாது; மாலையில் கதிரவன் தொடுவானத்திற்குக் கீழ் 6°க்கு இறங்கிய பின்பும் தொடர்ந்து செய்ய முடியாது. இந்த 6° இறக்கத்தில் கணிக்கப்படும் மெல்லொளிக் காலம் நடைமுறை மெல்லொளிக் காலம் (Civil Twilight) எனப்படும். அவ்வாறே 12° இறக்கத்திற்குரிய மெல்லொளிக் காலம் மாலுமி

மெல்லொளிக் காலம் (Nautical Twilight) எனப்படும். நாம் கணித்த 18° இறக்கத்திற்குரிய மெல்லொளிக் காலம் வானியல் மெல்லொளிக் காலம் (Astronomical Twilight) எனப்படும். 18°க்குப் பதிலாக 6° அல்லது 12° ஈடு செய்ய, இவ்வித மெல்லொளிக் காலம் கிடைக்கப் பெறும்.

5·4·4 சில இடங்களில், சில காலங்களில், கதிரவன் மாலை மறைந்து காலையில் உதயமாகும் வரையில் இம் மெல்லொளி நிலவலாம். அப்படி மெல்லொளி இரவு முழுதும் நிலவ வேண்டுமாயின், என்ன கட்டுப்பாடுகள் தேவை எனப் பார்ப்போம்.



படம் 5·4·4.

மெல்லொளி இரவு முழுதும் நிலவியிருக்கவேண்டுமானல் கதிரவன் தன் தினசரிப் பாதையில் கீழுச்சி கடக்கும் புள்ளி தொடுவானத்திற்குக் கீழே 18°க்கு மேற்படாமல் இருக்கவேண்டும். படம் 5·4·4 இல் NS_o தொடுவானம். AB கதிரவன் பாதை எனக் கொண்டால் இரவு முழுதும் மெல்லொளி நிலவியிருக்கவேண்டிய கட்டுப்பாடு, $NB \leqslant 18^\circ$ எனப் பெறப்படுகிறது.

அதாவது $PB \quad PN \leqslant 18^\circ$ அதாவது $PR - RB - PN < 18^\circ$

,, $90^\circ - \delta - \phi \leqslant 18^\circ$

அதாவது $72^\circ - \delta < \phi$

அல்லது $\phi > 72° - \delta$ ஆக இருக்கவேண்டும். கதிரவன் மீப் பெரு நடுவரை விலக்கம் $\delta =$ ய எனக் கொண்டால் கிடைக்கும் கட்டுப்பாடு

$$\phi > 72° - \text{ய}.$$

எனவே $\phi > 48\frac{1}{2}°$ உள்ள இடங்களில் மட்டுமே, இரவு முழுவதும் மெல்லொளி பரவியிருக்க வாய்ப்புக்கள் உண்டு. இதற்குக் குறைந்த அகலாங்குள்ள இடங்களில் இந்த நிலை ஏற்பட சாத்தியமில்லை. ஆக, $\phi > 48\frac{1}{2}°$ என்ற இடங்களில் கதிரவன் நடுவரை விலக்கம் $\delta > 72 - \phi$ இருக்கும் நாட்கள் யாவும், இரவு முழுதும் மெல்லொளி நாட்களாகும். எடுத்துக் காட்டாக, $\phi = 60°$ உள்ள இடங்களில் கதிரவன் நடுவரை விலக்கம் $12°$ ஆக இருக்கும் நாளில் இருந்து இரவு முழுதும் மெல்லொளி படர்ந்திருக்கும் நாட்கள் ஆரம்பமாகும். இந் நாட்கள், நடுவரை விலக்கம் $23\frac{1}{2}°$க்கு உயரும் வரையில் நீடித்து, மீண்டும் $\delta = 12°$ ஆகக் குறையும் வரையில் நீடிக்கும். இக்காலக் கூறின் மைய நாள் ஜூன் 22 என்பது தெளிவு.

5·4·5 : இதுவரை நாம் ஆராய்ந்து கதிரவன் வட நடுவரை விலக்கம் பெற்ற கால வட்டமான மார்ச்சு 21 முதல் செப்டம்பர் 23 வரையாகும். இந்த முறைப்படியே, கதிரவன் தெற்கு நடுவரை விலக்கம் பெறும் கால வட்டத்திற்குரிய கட்டுப்பாடுகளையும் காணலாம். அப்போது கதிரவன் பாதை $A_1 B_1$ எனக் கொள்க. அது நடுவரைக்குக் கீழேயிருக்கும். நடுவரை விலக்கம் δ குறைமதிப்புடையது.

$$\text{அப்போது } NB_1 = NR + RB_1$$
$$= NR + |\delta|$$
$$= 90 - \phi + |\delta|$$

எனவே கட்டுப்பாடு யாதெனில்

$$90 - \phi + |\delta| \leqslant 18°$$
$$72 < \phi - |\delta|$$

அதாவது $\phi - |\delta| > 72°$

$-|\delta|$ என்பது குறைமதிப்புடைய கதிரவன் நடுவரை விலக்கமான δ தான். எனவே, δ குறைமதிப்புடையதெனக் கொண்டால்

$$\phi + \delta < 72°$$

என்ற கட்டுப்பாடே மறுபடியும் கிடைக்கிறது. எனவே, $\phi + \delta > 72°$ என்ற கட்டுப்பாடு ஆண்டு முழுதிற்கும் பொருத்தமாகும். ஆனால் தெற்கு நடுவரை விலக்கம் குறைமதிப்புடையதாகப் பயன் படுத்தப்பட வேண்டும்.

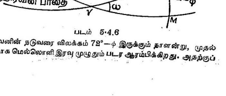
குறிப்பு (1). $\phi = 90°$ ஆனால், δன் மதிப்பு $-18°$க்குக் குறையாம லிருக்கும் வரை, மெல்லொளி இரவு முழுதும் நீடிக்கும். $\delta < -18°$ ஆன பிறகு $\delta = -23\frac{1}{2}°$ வரைக்கும்; மறுபடியும் $\delta = -18°$ ஆகும் வரையில் முழு இருள் சூழும். இது மண்ணுலகத்தில் வடதுருவத்தில் ஏற்படும் நிகழ்ச்சியாகும். (5·1·6 காண்க)

(2) $\phi = 72°$ அல்லது மேற்பட்ட அகலாங்கானால், மார்ச்சு 21 முதல் செப்டம்பர் 23 வரையில், சில நாட்கள் நிலைத்த முழுப்பகல் நாட்களாகவும், மீதி நாட்களில் இரவு முழுதும் மெல்லொளி பரவியும் இருக்கும்.

(3) தெற்கு அகலாங்கு ϕ இல் உள்ள இடங்களில் δ தெற்காயின் $\phi + \delta > 72°$ என்ற கட்டுப்பாட்டில் முழு இரவு மெல்லொளி படர்ந்திருக்கும்; δ வடக்காயின் $\phi - \delta > 72°$ என்ற கட்டுப்பாட்டில், முழு இரவு மெல்லொளி படர்ந்திருக்கும்.

5·4·6 : மெல்லொளி இரவுமுழுதும் தொடர்ந்து நிலவும் நாட்களின் எண்ணிக்கை : ஓரிடத்தில் இரவு முழுதும் மெல்லொளி படர்ந்திருக்கவேண்டுமெனின் அவ்விடத்தின் அகலாங்கு $\phi > 72 - \delta$ ஆக இருக்கவேண்டுமெனப் பார்த்தோம். மேலும் δன் மீப்பெரு மதிப்பு $23\frac{1}{2}°$ ஆகையால், ϕன் மதிப்பு $= (72° - 23\frac{1}{2}°) = 48\frac{1}{2}°$க்குக் குறையாமல் இருக்க வேண்டுமெனவும் பார்த்தோம்.

$\phi > 48\frac{1}{2}°$ உள்ள ஓர், இடத்தில், தொடர்ந்து எத்தனை நாட்கள், இரவு முழுதும் மெல்லொளி படர்ந்து இருக்குமெனக் கணிக்கலாம்,



படம் 5·4.6

கதிரவனின் நடுவரை விலக்கம் $72° - \phi$ இருக்கும் நாளன்று, முதல் முதலாக மெல்லொளி இரவு முழுதும் படர ஆரம்பிக்கிறது. அதற்குப்

பின்பு ƒன் மதிப்பு உயரஉயர, முழு இரவு மெல்லொளி நாட்கள் தொடர்ந்து நீடிக்கும். பின்னர் ϕ தன் மீப்பெரு மதிப்பான $23\frac{1}{2}°$ அடைந்து, மறுபடியும் ƒன் மதிப்பு குறைந்து $72° - \phi$ ஆகும்போது முழு இரவு மெல்லொளிக் காலம் முடிவடைகிறது. கதிரவன் நடுவரை விலக்கம் $72° - \phi$ ஆக இருக்கும்போது, கதிரவனின் நெட்டாங்கு $\odot = \sin^{-1} [\sin (72° - \phi) \operatorname{cosec} \omega]$ ஆகும். படம் 5·4·6 பார்க்க.

$$\frac{\sin (72 - \phi)}{\sin \omega} = \frac{\sin \odot}{\sin 90°}$$

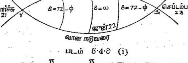
$$\therefore \odot = \sin^{-1} [\sin (72° - \phi) \operatorname{cosec} \omega].$$

கதிரவன் நடுவரை விலக்கம் ω ஆகும்போது, அதன் நெட்டாங்கு $\frac{\pi}{2}$ (ஜூன் 22); எனவே, முதல் முழு இரவு மெல்லொளி நாள் முதல், ஜூன் 22வரை, கதிரவன் தன் பாதையில் பயணம் செய்யும் நெட்டாங்கு தூரம்

$$= \frac{\pi}{2} - \sin^{-1}[\sin (72° - \phi) \operatorname{cosec} \omega]$$

$$= \cos^{-1} [\sin (72° - \phi) \operatorname{cosec} \omega]$$

மறுபடியும் ஜூன் 22 முதல், மற்றோர் முறை, கதிரவன் நடுவரை விலக்கம் $72 - \phi$ ஆகும்வரை, கதிரவன் தன் பாதையில் பயணம் செய்யும் நெட்டாங்கு தூரம் இதே $\cos^{-1} [\sin (72° - \phi) \operatorname{cosec} \omega]$. இந்தப் பயணக்காலமே, முழு இரவு மெல்லொளி நீடிப்புக் காலமாகும். இதையே பின்வரும் படம் 5·4·6 (i) விளக்குகிறது. விளக்கம் ஒன்றே.



படம் 5·4·6 (i)

$$\gamma S_1 = \odot ; \; S_1 S = \frac{\pi}{2} - \odot = \frac{\pi}{2} - \sin^{-1} [\sin (72° - \phi) \operatorname{cosec} \omega]$$

$$= \cos^{-1} [\sin (72° - \phi) \operatorname{cosec} \omega]$$

$$SS_2 = SS_1 = \cos^{-1} [\sin (72° - \phi) \operatorname{cosec} \omega]$$

எனவே, முழு மெல்லொளி நிலவும் மொத்த காலத்தில் கதிரவன் தன் பாதையில் S_1 இலிருந்து S_3க்குச் சென்று இருக்கிறது. எனவே முழு மெல்லொளிக் காலம்

$$= \text{கதிரவன் } S_1 S_3 \text{ என்ற தூரம் பயணம்}$$

$$\text{செய்யும் காலம்} = \frac{365}{360} \times S_1 S_3 \text{ நாட்கள்.}$$

$$= \frac{365}{360} \times 2 \cos^{-1} [\sin (72^\circ - \phi) \operatorname{cosec} \omega].$$

$$= \frac{73}{36} \times \cos^{-1} [\sin (72^\circ - \phi) \operatorname{cosec} \omega]$$

நாட்கள். இம்மதிப்பு முழு எண்ணுயிருக்க வேண்டுமென்ற அவசியமில்லை. எனவே இம்மதிப்பின் முழு எண் பகுதியையோ அல்லது அதற்கு அடுத்த எண்ணையோ எடுத்துக்கொண்டால் நமக்கு வேண்டிய நாட்கள் கிடைக்கப் பெறும்.

பயிற்சி 5 (ii)

1. ϕ வடக்கு அகலாங்குள்ள ஓர் இடத்தில், கதிரவன் நடுவரை விலக்கம் δ (வடக்கு) உள்ள நாளன்று மெல்லொளிக் காலம், $\frac{1}{15} [\cos^{-1} (\tan \phi \tan \delta) - \cos^{-1} (\sin 18^\circ \sec \phi \sec \delta + \tan \phi \tan \delta)]$ என நிறுவுக. $\phi = 0$ உள்ள இடங்களில், இம் மெல்லொளிக் காலம், அன்று $\frac{1}{15} [\frac{\pi}{2} - \cos^{-1} (\sin 18 \sec \delta)]$ எனப் பெறுக.

2. மண்ணுலக நடுவரையின் மேல் உள்ள இடங்களில், கதிரவன், மேடமுதற்புள்ளி அல்லது துலாம் முதற்புள்ளியில் இருக்கும் நாளன்று, மொத்தமாக (i) நடைமுறை மெல்லொளிக் காலம் 48 நி. நீடிக்குமெனவும், (ii) மாலுமி மெல்லொளிக் காலம் 96 நி. நீடிக்குமெனவும் நிறுவுக.

3. கதிரவன் நடுவரை விலக்கம் 10° (வடக்கு) இருக்கும் நாளில், மண்ணுலகில் எப்பகுதிகளில், மெல்லொளி இரவு முழுதும் நீடிக்கும் ?

4. கதிரவன் நடுவரை விலக்கம் 16° தெற்கு இருக்கும் நாளில், மண்ணுலகில் எப்பகுதிகளில், மெல்லொளி இரவு முழுதும் நீடிக்கும் ?

5. ஆர்க்டிக் வட்டத்தின் மேல் உள்ள ஓர் இடத்தில், தோராயமாக எந்த நாளன்று (பஞ்சாங்கப்படி) முழு மெல்லொளிக் காலம் ஆரம்பிக்குமெனக் காண்க.

6. கதிரவனின் நடுவரை விலக்கம் $18°$க்குக் குறைவாயுள்ள வரையில் மண்ணுலகில் எல்லா இடங்களிலும், மெல்லொளி உட்பட 12 மணிக்கு மேல் நீண்ட ஒரு பகற்பொழுதேனுமுள்ளது என நிறுவுக.

7. A, B என்ற இடங்கள் முறையே ϕ; $\phi + 18°$ அகலாங்கிலுள்ளன. A என்பது வடகுளிர் மண்டலத்திலுள்ளது. இவ்விடத்தில் ஒரு நாள் முழுப்பகல் நாளாயிருக்கும்போது, B இல் அந்நாள் இரவு முழுதும் மெல்லொளி நீடிக்கும் என நிறுவுக.

$\phi = 72°$ ஆனால், அது எந்நாளெனக் காண்க.

5·5 : அடிவானத் தாழ்வு (Dip of the Horizon)

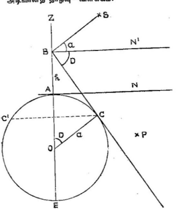
விஞ்ஞானத் துறைகளில் நாம் சோதனைகள் செய்து காட்சிப் பதிவுகள் செய்யும்போது சில பிழைகள் ஏற்படலாம். அப்பிழைகள் எப்படி, எந்த அளவிற்கு ஏற்படுகின்றனவெனத் தெரிந்து, அப்பிழைகளைத் திருத்திய பின்பே நாம் அக்காட்சிப் பதிவுகளைப் பயன்படுத்தவேண்டுமென நாம் அறிவோம். வானியல் காட்சியாளன் கையாளும் கருவிகளில் உள்ள பிழைகள் ஒரு புற மிருக்க, சூழ்நிலை காரணமாக, இயற்கையாக ஏற்படும் சில பிழை களும் உண்டு. அப்பிழைகள் எவ்விதங்களில் எந்த அளவிற்குத் தன் காட்சிப் பதிவுகளைப் பாதிக்கின்றன வென்பதைக் கண்டு, அவ்வாறான பிழைகளைத் திருத்தியபின்பே, ஒரு காட்சியாளன் தான் செய்த பதிவுகளைப் பயன்படுத்தவேண்டும். விரிவாக, ஒன்றன்பின் ஒன்றாக நாம் இப்பிழைத் திருத்தங்களைப் பற்றி பின்னர் பார்ப்போம்.

முதன் முதலாக 'அடிவானத்தாழ்வு' என்ற பிழையைப் பற்றிப் பார்ப்போம்: இது மண்ணுலகம் கோளவடிவத்தில் இருப்பதால் ஏற்படும் ஒருவிதப் பிழையாகும். கடலில் பயணம் செய்யும் மாலுமி தன் கப்பலிலிருந்து செய்யும் காட்சிப் பதிவுகள், இவ்விதப் பிழைக்கு உட்படும். ஏனெனில் ஒரு பொருளின் ஏற்றக் கோணத்தைப் பதிவு செய்யும்போது, அவன் பதிவு செய்யும் கோணம், அப்பொருளிற்கும், அவனுடைய தொடுவானத்திற்கும் அல்லது கடல் வான நடுவரைக்கும் (sea-line) உள்ள கோண தூரமாக விருக்கும். மண்ணுலகம் கோள வடிவத்திலிருப்பதால்,

அவனுடைய காட்சியில் உள்ள தொடுவானமும் வானியல் கணிப்பிற்குரிய சரியான தொடுவானமும் (வானகோளத் தொடுவானம்) ஒருங்காது. இவ்வேறுபாடு, அவன் கடல் மட்டத்திற்கு எவ்வளவு உயரத்திலிருந்து காட்சிப் பதிவு செய்கிறான் என்பதைச் சார்ந்திருக்கும். ஒரு காட்சியாளன் காட்சிக்குப்படும் தொடுவானத்திற்கும் சரியான தொடுவானத்திற்கும் உள்ள கோண வேறுபாடே, 'அடிவானத் தாழ்வு' எனப்படும். (அது அக்காட்சியிடத்துக்கு மட்டுமே பொருந்தும்).

குறிப்பு : இந்த வேறுபாடு, கடல் மட்டத்திற்கு மேல், உள்ள குன்றின் மேலோ, கோபுரத்தின்மேலோ இருந்து பதிவு செய்யப்படும் பதிவுகள் சிலவற்றையும் கூடப் பாதிக்கும்.

5·5·1 : அடிவானத் தாழ்வு—விளக்கம்.



படம் 5·5·1

படம் 5·5·1இல் O—மண்ணுலக மையம்.

A— மண்ணுலகத்தின் மேல் கடல்மட்டத்தில் உள்ள ஓரிடம். Aஇல் தொடுவான திசை $AN \perp OA$. ZAO— அவ்விடத்தின் புவியீர்ப்புத்திசை.

OAஇன் நீட்டலில் Aக்கு மேல் h உயரத்தில் ஒரு காட்சியாளன் B இருக்கிறன் எனக் கொள்க. அவனுடைய நேர் உச்சிப் புள்ளியும் Zதான். OBக்கு குத்துக் கோடான BN' ($\| AN$) என்பதுதான், Bஇலுள்ள காட்சியாளனது சரியான வான தொடுவானம் (True Celestial Horizon). BC என்பது B இலிருந்து மண்ணுலகைத்திற்கு வரையப்படும் ஒரு தொடுவரை. Bஇலிருக்கும் காட்சியாளனது வானத் தொடுவரை BC என்ற திசையில் இருக்கும்; ஏனெனில் BC என்ற திசைக்கு மேலே உள்ள எல்லா வான் பொருள்களும் அவன் காட்சிக்குக் கிடைக்கும். (எடுத்துக்காட்டாக BCக்கு மேலே உள்ள P என்ற வான் பொருள் Bஇலுள்ள காட்சியாளன் கண்ணிற்படும்; ஆனால் அவனது சரியான தொடுவரை BN'க்குக் கீழேதான் அந்தப் பொருள் P இருக்கிறதென்பதைக் காண்க.)

S என்ற ஒரு விண்மீனின் சரியான ஏற்றக் கோணம் $S\hat{B}N' = a$. ஆனால் B என்ற காட்சியாளன் Sஇன் ஏற்றக் கோணத்தை $S\hat{B}C = a'$ எனப் பதிவு செய்கிறன். (ஏனெனில் Bஇன் தொடுவானதிசை BC) பதிவு செய்த ஏற்றக் கோணம், உண்மையான ஏற்றக் கோணத்தை விட அதிகம்; எவ்வளவு அதிகமெனில் $N'\hat{B}C = D$ அதிகம். D என்பதே, Bஇன் அடிவானத் தாழ்வு எனப்படும். இது காட்சித் தொடுவானத்திற்கும் இடைப்பட்ட தாழ்வு எனக் கண்டு கொள்க.

$$S\hat{B}N' = a \text{ (சரியான ஏற்றக்கோணம்)}.$$
$$= S\hat{B}C - N'BC$$
$$= a' - D$$

எனவே காட்சிப் பதிவான ஏற்றக்கோணத்திலிருந்து, காட்சியிடத்திற்குரிய அடிவானத் தாழ்வினைக் கழிக்க, Sஇன் சரியான ஏற்றக் கோணம் கிடைக்கும்.

இதை மற்ரேர் விதத்தில் கூறுவது:

'அடிவானத் தாழ்வின் விளைவாக, ஒரு விண் பொருளின் உண்மையான (வானியலுக்குச் சரியான) ஏற்றக் கோணம் மிகுதியாக்கப்படுகிறது'.

5·5·2 : அடிவானத் தாழ்வு—Dஇன் அளவு

மண்ணுலகின் அரைவிட்டம் a எனக் கொள்வோம். BAஇன் நீட்டல் மண்ணுலகின் எதிர்ப்பக்கத்தை Eஇல் வெட்டட்டும்.

படத்திலிருந்து (5;5·1 படம்)

$$
\begin{aligned}
BC^2 &= BA \cdot BE \\
&= BA \cdot (BA + AE) \\
&= BA\,(BA + 2a). \\
&= h\,(h + 2a). \\
&= h^2 + 2ah. \\
&= 2ah\left(1 + \frac{h}{2a}\right). \\
&= 2ah \text{ (தோராயமாக).}
\end{aligned}
$$

[ஏனெனில் aஇன் மதிப்பை நோக்கும்போது h மிகச் சிறியதாகும். $\frac{h}{2a}$ மிக மிகச் சிறியதாதலின் அதனை விட்டுவிடலாம்.]

எனவே $BC = \sqrt{2ah}$

$\triangle\ OBC$ இல், $B\hat{O}C = D$

$$\therefore \tan D = \frac{EC}{OC}$$

$$= \frac{\sqrt{2ah}}{a}.$$

$\therefore$ D மிகச் சிறியதாதலில்

$$D = \sqrt{\frac{2h}{a}} \text{ ஆரையன்கள். (தோராயமாக)}$$

மாற்று முறையாக :

$$\cos D = \frac{OC}{OB}$$

$$1 - 2\sin^2\left(\frac{D}{2}\right) = \frac{a}{a+h}.$$

$$\therefore 2\sin^2\left(\frac{D}{2}\right) = 1 - \frac{a}{a+h}.$$

$$= \frac{h}{a+h}.$$

$$\sin^2\left(\frac{D}{2}\right) = \frac{h}{2(a+h)}.$$

$$\sin\left(\frac{D}{2}\right) = \sqrt{\frac{h}{2(a+h)}}$$

D மிகவும் சிறியதாதலின் ஆரையன் அலகில் $\frac{D}{2} \backsim \sin\frac{D}{2}$

$$\therefore \frac{D}{2} = \sqrt{\frac{h}{2(a+h)}}$$

$$\therefore D = \sqrt{\frac{2h}{(a+h)}}$$

$$= \sqrt{\frac{2h}{a}}$$ (தோராயமாக ஆரையன் அலகில்)

குறிப்பு (1) $D = \sqrt{\frac{2h}{a}} \times \frac{180 \times 60 \times 60}{\pi}$ விகலைகள்.

(2) $h = \frac{1}{n}a$ எனக் கொண்டால்,

$$D = \frac{180 \times 60 \times 60}{\pi}\sqrt{\frac{2}{n}}$$ விகலைகள்.

எ. கா (1) 1. கி. மீ. உயரமுள்ள ஒரு குன்றின்மேலிருந்து ஒரு விண்மீனின் ஏற்றக் கோணம் $30^\circ\ 45'\ 32''$ எனப் பதிவாயிற்று. மண்ணுலகின் ஆரம் 6400 கி. மீ. எனின், அவ் விண்மீனின் சரியான ஏற்றக் கோணம் காண்க.

மேற்கண்ட குறிப்பு (2)ன்படி,

$$D = \sqrt{\frac{2}{6400}} \times \frac{180 \times 60 \times 60}{3 \cdot 14}$$

$= 36\ 49''$ (விகலைகள்)

$= 1^\circ\ 0'\ 49''$

எனவே சரியான ஏற்றக் கோணம்

$= 30^\circ\ 45'\ 32'' - 1^\circ\ 0'\ 49''$

$= 29^\circ\ 44'\ 43''$.

5·6 : அடிவானத் தாழ்வின் விளைவுகள்

(1) அடிவானத் தாழ்வின் விளைவாகத் தொடுவானம் சிறிது கீழே அழுத்தப்படுகிறது. இது நமக்குத் தெரிவதில்லை. ஆனல் இதன் காரணமாகத் தொடுவானத்திற்குச் சிறிது D அளவு கீழே உள்ள விண்பொருள்கள் தொடுவானத்திலேயே இருப்பது

போலத் தெரியும். அதாவது விண்பொருள்கள் எல்லாம் வான உச்சியை நோக்கி D உயரம் சென்றுள்ளதுபோல் காணப்படும்.

(2) அடிவானத் தாழ்வின் விளைவாக விண்மீனின் தொடுவான தூரம் மாறுவதில்லை; ஏனெனில் விண்மீனின் ஏற்றக் கோண வட்டம் இடம் மாறுவதில்லை.

(3) மற்றொரு விளைவு: ஒரு விண்மீன் சரியான கிழக்குத் தொடுவானத்திற்குக் கீழே D'' உள்ளபோதே தொடுவானத்தில் உதிப்பதுபோலத் தோன்றும்; சரியான மேற்குத் தொடுவானத்திற்குக் கீழே D'' இறங்கியபின்புதான், மறைவதுபோலத் தோன்றும். D'' அளவு தொடுவானத்திற்குக் கீழுள்ள ஒரு விண்பொருள் தொடுவானத்திற்கு வர எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம்

$= \dfrac{D}{15\sqrt{\cos^2\phi - \sin^2\delta}}$ (ϕ இடத்தின் அகலாங்கு, δ விண்பொருளின் நடுவரை விலக்கம்.) இவ்வாறே தொடுவானத்திலிருந்து D'' கீழே செல்ல எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம்

$= \dfrac{D}{15\sqrt{\cos^2\phi - \sin^2\delta}}$ விநாடிகள் என நமக்குத் தெரியும்.

எனவே தோற்ற உதயம் $= \dfrac{D}{15\sqrt{\cos^2\phi - \sin^2\delta}}$ விநாடிகள், வழக்கமான நேரத்திற்கு முன்பாகவும், தோற்ற மறைவு, $\dfrac{D}{15\sqrt{\cos^2\phi - \sin^2\delta}}$ விநாடிகள், வழக்கமான நேரத்திற்குப் பின்பாகவும்ஏற்படும். ஆகையால் அடிவானத்தாழ்வின் விளைவாக, ஒரு விண்மீன் (α, δ) தொடுவானத்திற்குமேல் இருக்கும் தோற்றக்காலம் முறையாகக் கணித்ததை விட $\dfrac{D}{15\sqrt{\cos^2\phi - \sin^2\delta}}$ விநாடிகள் மிகுதியாகிறது. கதிரவனைப்பொருத்தமட்டில் அடிவானத்தாழ்வு D'' ஆனால், கதிரவன் $\dfrac{D}{15\sqrt{\cos^2\phi - \sin^2\delta}}$ விநாடிகள் முன்பாக உதிக்கும்.

$\dfrac{D}{15\sqrt{\cos^2\phi - \sin^2\delta}}$ விநாடிகள் தாமதமாக மறையும்.

எனவே இதன் காரணமாக பகற்காலம் $\dfrac{2D}{15\sqrt{\cos^2\phi - \sin^2\delta}}$ விநாடிகள் அதிகமாகும். இரவு காலம் அதே அளவு குறையும்.

குறிப்பு: (1) $\phi = 0$ ஆனுல், பகற்காலம் $\frac{2D}{15 \cos \delta}$ விஞடிகள் அதிகமாகும்.

மேலும் $\delta = 0$ ஆனுல் (அதாவது மார்ச்சு 21ம் நாள், செப்டம்பர் 23ம் நாள்) பகற்காலம் $\frac{2D}{15}$ விஞடிகள் அதிகமாகும்.

(2) ஒரு குறிப்பிட்ட அகலாங்கில், $\delta = 0$ ஆனுல், பகற்காலம் $\frac{2D}{15 \cos \phi}$ விஞடிகள் அதிகமாகும்; $\delta = w$ ஆனுல், பகற்காலம் $\frac{2D}{15\sqrt{\cos^2\phi - \sin^2 w}}$ விஞடிகள் அதிகமாகும். இவ்விரண்டு காலங்களில், மீப்பெரு மதிப்பு $\frac{2D}{15\sqrt{\cos^2 \phi - \sin^2 w}}$; மீச்சிறு மதிப்பு $\frac{2D}{15 \cos \phi}$.

எ.கா. (2) கடல் மட்டத்திற்குமேல், ஒரே குத்துக் கோட்டில் a, b உயரமுள்ள இரு இடங்களிலிருந்து நேரடியாக அளக்கப்பட்ட ஒரு விண் மீனின் ஏற்றக் கோணங்கள் முறையே α, β ஆனுல், மண்ணுலக ஆரம் $\frac{(\sqrt{2b} - \sqrt{2a})^2}{(\beta - \alpha)^2}$ என நிறுவுக. (செ) அவ்விண்மீனின் சரியான ஏற்றக் கோணம் θ எனக்கொண்டால்,

$\theta = \alpha$ - முதலிடத்தின் அடிவானத்தாழ்வு.

$= \beta$ - இரண்டாமிடத்தின் அடிவானத்தாழ்வு.

மண்ணுலக ஆரம் R ஆனுல்,

$$\theta = \alpha - \sqrt{\frac{2a}{R}}$$

$$= \beta - \sqrt{\frac{2b}{R}}$$

$$\therefore \alpha - \sqrt{\frac{2a}{R}} = \beta - \sqrt{\frac{2b}{R}}$$

$$\therefore R = \frac{(\sqrt{2b} - \sqrt{2a})^2}{(\beta - \alpha)^2}$$

எ.கா. (3)

கடல் மட்டத்திற்குமேல் $\frac{a}{n}$ உயரத்தில் உள்ள ஒரு காட்சியாளனுக்கு, கதிரவன் $\frac{12}{\pi} \frac{\sec \delta}{\sin \theta} \sqrt{\frac{2}{n}}$ மணி நேரம் முன்னதாகவே உதயமாகிறதென நிறுவுக.

(δ—கதிரவன் நடுவரை விலக்கம்; a-மண்ணுலக ஆரம்; θ-கதிரவன் பாதைக்கும், தொடுவானத்திற்கும் உள்ள சாய்வு).

$$\text{அடிவானத் தாழ்வு } D = \sqrt{\frac{2h}{a}} = \sqrt{\frac{2a}{na}} = \sqrt{\frac{2}{n}} \text{ ஆரையன்}$$

$$= \sqrt{\frac{2}{n}} \times \frac{180 \times 60 \times 60}{\pi} \text{ விகலைகள்}$$

ஆகவே, கதிரவனுதயம் துரிதமாகும் நேரம்

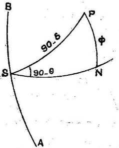
$$= \frac{D\,(\text{விகலைகள்})}{15\sqrt{\cos^2\phi - \sin^2\delta}} \text{ விநுடிகள்.}$$

$$= \sqrt{\frac{2}{n}} \times \frac{180 \times 60 \times 60}{\pi \times 15\sqrt{\cos^2\phi - \sin^2\delta}} \text{ விநுடிகள்.}$$

$$= \sqrt{\frac{2}{n}} \times \frac{180 \times 60 \times 60}{\pi \times 15\sqrt{\cos^2\phi - \sin^2\delta}} \times \frac{1}{60} \times \frac{1}{60} \text{ மணி.}$$

$$= \frac{12}{\pi}\sqrt{\frac{2}{n}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\cos^2\phi - \sin^2\delta}} \text{ மணிகள்.}$$

இப்போது, ϕ, θ, δ மூன்றினிடைப்பட்ட தொடர்பைக் காண்போம்.



படம் 5·6 (1)

படத்தில் NS தொடுவானம். தொடுவானத்தில் கதிரவன் உதிக்குமிடம் S. [படம் 5·6 (1)] ASB என்பது கதிரவன் பாதை

$\hat{ASN} = \theta$ (கொடுக்கப்பட்டது)

$\therefore \; P\hat{S}N = 90 - \theta.$

$\therefore$ முக்கோணம் SPN இல்,

$$\frac{\sin\phi}{\sin(90-\theta)} = \frac{\sin(90-\delta)}{\sin 90^\circ}$$

$$\therefore \; \sin\phi = \cos\theta\cos\delta$$

$$\therefore \; \sqrt{\cos^2\phi - \sin^2\delta} = \sqrt{1 - \cos^2\theta\cos^2\delta - \sin^2\delta}$$

$$= \sqrt{1 - (1-\sin^2\theta)(1-\sin^2\delta) - \sin^2\delta}$$

$$= \sqrt{\sin^2\theta - \sin^2\theta\sin^2\delta}$$

$$= \sin\theta . \cos\delta.$$

$\therefore$ கதிரவன் உதயம் துரிதமாகும் நேரம்

$$= \frac{12}{\pi}\sqrt{\frac{2}{n}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\cos^2\phi - \sin^2\delta}}$$

$$= \frac{12}{\pi}\sqrt{\frac{2}{n}} \frac{1}{\sin\theta\cos\delta}$$

$$= \frac{12}{\pi}\frac{\sec\delta}{\sin\phi}\sqrt{\frac{2}{n}} \text{ மணிகள்}$$

என நிறுவப்படுகிறது.

குறிப்பு (1). $\theta = 90^\circ$ ஆனால், ஒரு 'δ'க்கு, இந் நேரம் $= \frac{12}{\pi}\sec\delta\sqrt{\frac{2}{n}}$ என்ற மீச்சிறு மதிப்பைப் பெறுகிறது.

(2) மேலும் $\delta = 0$ ஆனால், இதன் மதிப்பு

$$\frac{12}{\pi}\sqrt{\frac{2}{n}} \text{ மணியாகும்.}$$

பயிற்சி 5 (iii)

1. இரு குன்றுகளின் உயரம் முறையே h, h'; மண்ணுலக ஆரம் a. இவ்விரு குன்றுகளுக் கிடைப்பட்ட தூரம் $\sqrt{2ah}+\sqrt{2ah'}$ ஆனால், ஒரு குன்றில் இருந்து மற்றொன்று தெரிய வாய்ப்புண்டு என நிறுவுக.

2. கடல் மட்டத்திற்குமேல் 80அடி உயரத்திலுள்ள ஒரு கப்பல் பாய்மரத்தின் உச்சியிலிருந்து கடல் மட்டத்திற்கு 100 அடி உயரத்திலுள்ள ஒரு கலங்கரை விளக்கு தெரிகின்றதானால், கப்பலுக்கும், கலங்கரை விளக்குக்கும் உள்ள தூரமென்ன? (முன் கணக்கு இங்கு பயன்படும்).

3. 32 மைல் சுற்றளவுக்கு ஒரு கலங்கரை விளக்கம் தெரியுமானால் அது என்ன உயரத்திலிருக்க வேண்டும்? 32 அடி உயரமான ஒரு கப்பல் பாய்மர உச்சியில் இருந்து அது தெரியும்போது, கப்பலுக்கும் கலங்கரை விளக்கத்திற்குமுள்ள தூரமென்ன?

4. எடுத்துக் காட்டு (3)இல், 45° அகலாங்கில் உள்ள இடத்தில் 3 மைல் உயரத்திலிருந்து பார்த்தால், கதிரவன் உதிக்கும் நேரம் எவ்வளவு துரிதமாகிறதெனக் கணக்கிடுக. (மண்ணுலக ஆரம் 3960 மைல்கள் எனக் கொள்க).

5. எடுத்துக் காட்டு (3)ல்; ϕ அகலாங்குள்ள ஓர் இடத்தில், மார்ச்சு 21, அல்லது செப்டம்பர் 22இல், அந்த நேரம்,

$$\left(\frac{12}{\pi\cos\phi}\right)\sqrt{\frac{2}{a}}$$ மணிகள் என நிறுவுக.

6. எடுத்துக்காட்டு (3)ல், 60° அகலாங்கிலுள்ள ஓரிடத்தில், 66அடி உயரத்தில் அந்த நேரம் 69 விநாடிகளென நிறுவுக. (மண்ணுலக ஆரம் 4000 மைல்களெனக் கொள்க).

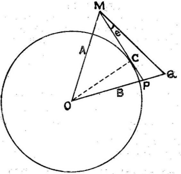
7. A, B இரு குன்றுகள். Aஇன் உயரம் a. அதன் உச்சியில் இருந்து Bன் உச்சி Aஇன் தொடுவானத்திற்கு மேல் ஏற்றக்கோணம் eஇல் தெரியுமானால், அதன் உயரம் தோராயமாக,

$$a+ed+d\left(\frac{d}{2}-\frac{\sqrt{2a}}{r}\right)$$ என நிறுவுக.

[மண்ணுலக ஆரம் r; A, Bக்கு இடைப்பட்ட தூரம் d எனக் கொள்க].

படம் 5·6 (2) காண்க.

AM—முதற்குன்று; $AM=a$; BPQ — இரண்டாம் குன்று. $BP=a'$எனவும் $PQ=x$ எனவும் கொள்க.



படம் 5·6 (2)

கணக்கு (1)ல் நிறுவக் கூடியபடி, $d = MP \simeq \sqrt{2ar} + \sqrt{2a'r}$

$\therefore (d-\sqrt{2ar})^2 = 2a'r$ ... (1)

$PQ = x \simeq ed$ ... (2)

(1) இலிருந்து $a^{1} = \frac{1}{2} . 2a^{r}\left(1 - \frac{d}{\sqrt{2ar}}\right)^2$

$$= a\left(1 + \frac{d^2}{2ar} - \frac{2d}{\sqrt{2ar}}\right)$$

$$= a + \frac{d^2}{2r} - d\sqrt{\frac{2a}{r}}.$$

$\therefore$ Bன் உயரம் தோராயமாக $a+ed+\left(\frac{d}{2r}-\sqrt{\frac{2a}{r}}\right)d.$

8. 45° அகலாங்கிலுள்ள $\frac{1}{n}$ மாலுமி மைல் உயரமுள்ள ஒரு குன்றின் மேலிருந்து வடகிழக்கில் ஒரு விண்மீன் உதிப்பதை ஒரு காட்சியாளன் பார்க்கிறான். கடல்மட்டத்திலிருந்து பார்த்தால் அவ்விண்மீன் எப்பொழுது உதிக்குமோ, அதைவிட $8\sqrt{\frac{6}{n\pi}}$ நிமிடங்கள் முன்னதாக அது உதிப்பதைப் பார்ப்பானென நிறுவுக.

[1 மாலுமி மைல் $= \frac{a \times 1 \times \pi}{60 \times 180}$; a மண்ணுலக ஆரம்.

$\therefore$ D (விகலைகளில்) $= \sqrt{\frac{2a\pi}{60 \times 180\pi n}} \times \frac{180 \times 60 \times 60}{\pi}$

$= \frac{3600\sqrt{6}}{\sqrt{\pi n}}$ விகலைகள்.

$\phi = 45^\circ$; தொடுவான தூரம் $= 45^\circ$; ஆகவே

$\sin \delta = \cos A \cos \delta = \frac{1}{2}$].

6. வான ஒளிக்கதிர்க் கோட்டம்
(ASTRONOMICAL REFRACTION)

6·0 வானியல் ஆராய்ச்சியில், மண்ணுலகக் கோள அமைப்பின் காரணமாக, அடிவானத்தாழ்வு என்ற பிழை ஏற்பட வாய்ப்பிருக்கிறதெனவும், அதன் தன்மைகளையும், அதற்குரிய பிழை திருத்தங்கள் எவ்வாறு அமைகிறதெனவும் 5·5 இல் பார்த்தோம்.

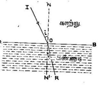
மண்ணுலகைச் சுற்றி ஒரு வளிமண்டலம் பரந்துள்ளது. இவ்வளி மண்டலம் வழியாக விண்வெளிப் பொருள்களின் ஒளிக்கதிர்கள் பாய்ந்தோடி வந்து, காட்சியாளனைச் சந்திக்கின்றன. ஓர் ஊடகம் விட்டு மற்றோர் ஊடகம் வழியாகப் பாய்ந்து வரும் போது ஒளிக்கதிர்கள் இயற்கையாகத் திசை மாறுகின்றன. இத் திசை மாற்றத்தின் விளைவாகக் காட்சியாளன் செய்யும் சில வானியல் பதிவுகள் பிழைபடுகின்றன. அப்பிழைகளின் தன்மைகளையும் அவை திருத்தப்படும் முறைகளையும் அதைச் சார்ந்த சில விளைவுகளையும் பற்றி இப்பகுதியில் காண்போம்.

6.1: வான ஒளிக்கதிர்க் கோட்டம் (Astronomical Refraction)

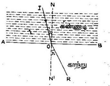
ஒரு படித்தான (homogeneous) ஊடகத்தில் (Medium) ஒளிக்கதிர் செல்லும்போது அது ஒரு நேர்க்கோட்டுப் பாதையில் செல்கிறது. ஆனால் ஓர் ஊடகத்திலிருந்து, மற்றோர் ஊடகத்தில் பாயும்போது, அவ்விரு ஊடகங்களுக்கும் பொதுவான பிரிதளத்தில் (plane of separation) அதன் திசை மாறுகிறது. இத்திசை மாற்றம் ஒளிக்கோட்டம் அல்லது ஒளிக்கதிர்க்கோட்டம் எனப்படும். இது இயற்கை விளைவு.

ஒளியியலிலே, இத்திசை மாற்றம் பற்றி மூன்று விதிகள் நிறுவப்பட்டிருக்கின்றன. புகுமுக வகுப்பிலே நீங்கள் இவ்விதிகளை அறிந்திருக்கலாம்.

சமதளத்தில் ஒளிக்கோட்டம் (Refraction in a Plane Surface)



படம் 6 1 (i)



படம் 6·1 (ii)

ஊடகங்களுக்கிடையே, அடர்மிகு (dense) ஊடகங்கள் எனவும், அடர்குறை (rare) ஊடகங்களெனவும் உறவு வகைகள் உண்டு; காற்றைவிட, கண்ணாடி அடர்மிகு ஊடகம்; வெற்றிடத்தைவிட (vacuum) காற்று அல்லது எந்த ஒளிபுகு ஊடகமும் அடர்த்தியானது; இதன் மறுதலையும் பொருந்தும்.

படம் 6.1 (i)ல் காற்று ஊடகத்திலிருந்து IO என்ற ஒரு ஒளிக்கதிர் AB என்ற சமதளம் கொண்ட ஒரு கண்ணாடி ஊடகத்தில் O என்ற இடத்தில் பாய்ந்து, OR என்ற பாதைக்குத்திரும்பி விடுகிறது. AB இவ்விரு ஊடகங்களையும் பிரிக்கும் சமதளம் (பிரிதளம்—plane of separation). OR என்ற ஒளிக்கதிர் கோட்டமடைந்திருப்பதைக் காண்க.

IO என்பது படுகதிர் (Incident Ray); O என்பது படும் இடம் (Point of Incidence); NON' என்பது படும் இடத்தில், பொதுவாக அமைந்த சமதளம் ABக்குச் செங்கோடு (Normal to the surface at the point of incidence);

CR—திசைமாறிய (கோட்ட மடைந்த) ஒளிக்கதிர் (Refracted Ray).

$\angle ION = i$, படுகோணம் (Angle of incidence)

$\angle N'OR = r$, கோட்டக் கோணம் (Angle of refraction).

படம் 6·1 (ii)ல் கண்ணாடி ஊடகத்திலிருந்து காற்று ஊடகத்தில் பாய்ந்து திசைமாறிய ஒளிக்கதிரைக் காண்க.

6 1·1: ஒளிக்கோட்ட விதிகள் (Laws of Refraction)

(1) ஒரு ஒளிக்கதிர் ஓர் அடர்குறை ஊடகத்திலிருந்து ஓர் அடர்மிகு ஊடகத்தில் பாயும்போது, அக்கதிர் செங்கோட்டுப்பக்கம்

சாய்கிறது. மறுதலையாக ஒரு ஒளிக்கதிர் ஒரு அடர்மிகு ஊடகத்திலிருந்து, ஓர் அடர்குறை ஊடகத்தில் பாயும்போது, அக்கதிர், செங்கோட்டிற்கு அப்பாற்பட்ட பக்கம் சாய்கிறது.

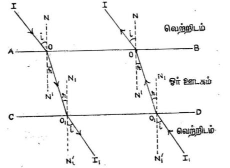
(2) படுகதிர், கோட்டக்கதிர், படுமிடத்தில் பிரிதளத்திற்கு வரையப்பட்ட செங்கோடு ஆகிய மூன்றும் ஒரே தளத்தில் அமையும் (are coplanar).

(3) ஒரு வகை நிறமுடைய ஒளி, ஒரு குறிப்பிட்ட ஊடகத்திலிருந்து மற்ருேர் குறிப்பிட்ட ஊடகத்தில் பாய்ந்து ஒளிக் கோட்டமடையும்போது, படுகோணத்தின் sineக்கும் கோட்டக் கோணத்தின் sineக்கும் உள்ள விகிதம் ஒரு மாறிலி (constant). அம்மாறிலிக்கு, அவ்விரு ஊடகத்திற்குமிடைப்பட்ட கோட்ட எண் எனப் பெயர். ஒளியின் நிறமும், ஊடகங்களும் மாருமலிருக்கும்வரை, அதற்குரிய கோட்ட எண் ஒரு மாறிலி.

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\text{கோட்ட எண் (மாறிலி)}}{\text{(Index of Refraction).}}$$

குறிப்பு

ஒளியின் நிறம் மாறினும், ஏதாவது ஒரு ஊடகம் மாறினும், அவற்றிற்குரிய கோட்ட எண் வேருெரு (மாறிலி) கோட்ட எண்ணுகும்.



படம் 6·1·1 (1) படம் 6·1·1 (2)

படம் 6.11 (1) காண்க. IO என்ற படுகதிர் வெற்றிடத்திலிருந்து, AB ஆல் பிரிக்கப்படும் ஓர் ஊடகத்தில் பாய்ந்து மறுபடியும் $O_1 I_1$ என்ற பாதையில் வெற்றிடத்தில் பாய்கிறது. மற்ற விபரங்கள் படத்தில் விளக்கமாகக் கண்டுகொள்க. (தளங்கள் ABம் CDம் இணைத்தளங்கள்.)

முதற் பாய்ச்சல்: (வெற்றிடத்திலிருந்து, ஊடகம் வழியாக)

IO—படுகதிர்; $IÔN = i$ (படுகோணம்)

OO_1 கோட்டக்கதிர்; $N^1\hat{O}O_1 = r$ (கோட்டக் கோணம்)

இரண்டாவது பாய்ச்சல்: (ஊடகத்திலிருந்து, வெற்றிடத்திற்கு)

OO_1—படுகதிர்: $O\hat{O}_1N_1 = r$ (படுகோணம்)

O_1I_1—கோட்டக்கதிர்; $N_1^1\ \hat{O}_1I_1 = i$ (கோட்டக் கோணம்)

இவ்விரண்டாவது பாய்ச்சலைத் தலைகீழாகப் பார்த்தால், (வலப்புறம் உள்ள கதிர்ப் பாதையைப் பார்க்க)

I_1O_1—படுகதிர்; $I_1\hat{O}_1N_1^1 = i$ (படுகோணம்)

O_1O—கோட்டக்கதிர்; $N_1\hat{O}_1O = r$ (கோட்டக் கோணம்.)

$\frac{\sin i}{\sin r} = \mu$ (வெற்றிடத்திற்கும் குறிப்பிட்ட ஊடகத்திற்கும் இடைப் பட்ட கோட்ட எண்.)

இதிலிருந்து புலனாவது யாதெனில் ஓர் ஒளிக்கதிர் வெற்றிடத்தி லிருந்து (வேறு ஊடகமாயிருப்பினும் இருக்கலாம்,) வேறோர் இணைப்பக்கங்களுடைய ஊடகத்தில் பாய்ந்து மறுபடியும் வெற் றிடத்தில் பாயுமானால் (முதல்கூறிய ஊடகத்திலே மறுபடியும் பாயு மானால்) முதற் படுகதிரும், கடைசியாகக் கிடைத்த கோட்டக் கதிரும் இணைகோடுகளாகும்.

6.1.2: ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட ஊடகங்கள்

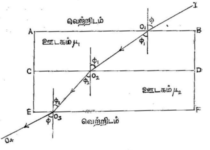
(படம் 6.1.2ஐப் பக்கம் 166ல் காண்க)

வெற்றிடத்தையொட்டி μ_1, μ_2 கோட்ட எண்களுடைய ஊடகங்கள் $ABCD, CDEF$ என முறையாகக் கொள்க. AB, CD EF யாவும் இணைத்தளங்கள்.

படத்தைக் கொண்டு

$$\frac{\sin \phi}{\sin \phi_1} = \mu_1$$

$$\frac{\sin \phi}{\sin \phi_2} = \mu_2$$



படம் 6.1·2

$$\therefore \quad \sin\phi = \mu_1 \sin\phi_1 = \mu_2 \sin\phi_2 \qquad \ldots(1)$$

இவ்வாறே, வெற்றிடத்திலிருந்து, முறையே வெற்றிடத்தோடு இணைந்த $\mu_1, \mu_2, \ldots \mu_n$ கோட்ட எண்கள் உள்ள ஊடகங்கள் வழியாக, ஒரு ஒளிக்கதிர் பாய்ந்து வருமாயின் $\mu_1 \sin\phi_1 = \mu_2 \sin\phi_2 = \ldots = \mu_r \sin\phi_r = \mu_n \sin\phi_n = \sin\phi$ எனப் பொதுப் படுத்தியெழுதலாம்.

6·2 : வான ஒளிக்கதிர்க் கோட்டம்

இம்மண்ணுலகத்தை ஒரு சரியான கோளமெனக் கொள்வோம். இதைச் சுற்றி ஏறத்தாழ 160 கி. மீ. உயரத்திற்கு ஓரியல்பாகக் குறைந்துகொண்டே போகும் அடர்த்தியான வளி மண்டலம் பரவியிருக்கிறது. மண்ணுலக தளத்தில் மிக அடர்த்தியாக உள்ள இவ்வளி மண்டலம் உயரமாகச் செல்லச்செல்ல தளர்ந்து, தளர்ந்து போய் ஏறத்தாழ 160 கி. மீட்டர் உயரத்திற்கப்பால், வெற்றிட மெனக்கொள்ளும் அளவிற்கு செறிவற்றுப் போகிறது. அதற்கொப்ப உயரச் செல்லச் செல்ல, தளர்ந்த அடுக்குகளாக (layers) உள்ள படுகைகளின் கோட்ட எண்களும் குறைந்து கொண்டே போகின்றன. எனவே, விண்மீனிலிருந்து புறப்படும் ஒளிக்கதிர் வெற்று வெளியில் பல கோடிக்கணக்கான கி. மீட்டர் தூரம் நேர்க் கோட்டில் வானவெளிப் பயணம் செய்து ஏறத்தாழ 160 கி. மீட்டர் உயரத்திலுள்ள முதற்படுகையில் படுகின்றது. பின்னர், பல மாறுபட்ட, உயர்ந்துகொண்டே வரும், கோட்ட எண்கள் பெற்ற

படுகைகள் வழியாக அக்கதிர் ஊடுருவி வந்து காட்சியாளர் நோக்கில் படுகிறது. இந்த ஊடுருவல் முழுவதும் ஒளிக்கோட்ட விதிகளுக்குட்பட்டு நடைபெறுகின்றது. மேலிருந்து கீழ் வருவதால், கோட்ட எண்கள் வளர்கின்றன. ஆகவே, ஒளிக்கதிர், வளி மண்டலப் படுகைகள் வழியாக ஊடுருவி வரும்போது, மேலும் மேலும் செங்கோட்டின் பக்கமே சாய்ந்து சாய்ந்துப் பயணம் செய்கிறது.

எனவே, விண்மீனிலிருந்து ஒளிக்கதிர் புறப்படும் திசை யொன்றாகவும், காட்சியாளனைச் சந்திக்கும் திசை மற்றொன்றாகவும் அமைகிறது.

ஆகவே, காட்சியாளன் அவ்விண்மீனைக்காணும் திசை விண்மீனின் உண்மையான திசையல்ல, வேறுபட்டதோர் திசையாகும்.

இப்படி, வளிமண்டலம் வழியாக, வளைந்துவளைந்து பயணம் செய்துவந்த விண்மீன் கதிரைக் காட்சியாளன்பார்க்கும் திசைக்கும் அம்மீனின் உண்மையான திசைக்கும் உள்ள வேறுபாடு அல்லது திசைமாற்றமே அவ்விண்மீனின் வான ஒளிக்கதிர்க் கோட்டமெனப் படும். இது வளிமண்டலங்காரணமாக ஏற்படும் ஒரு தோற்றம் என்பதை மறந்துவிடக்கூடாது.

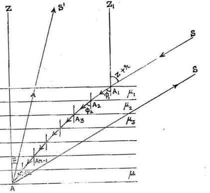
6·3 : ஒளிக்கோட்ட டான்ஜன்ட் (இருக்கை) வாய்பாடு (Tangent Foramula for Refraction)

படம் 6·3 பார்க்க.

வெகு தொலைவிலுள்ள S என்ற விண்மீனிலிருந்து புறப்படும் SA_1 என்ற ஒளிக்கதிர் வெற்றிடம் வழியாக பலகோடி. கி.மீட்டர்கள் பயணம் செய்து, வளிமண்டலத்தின் மிக உயர்ந்த (160 கி.மீ. உயரத்தில்) படுகையான A_1 என்ற படுகையில் A_1 என்ற இடத்தில் படுகிறது; பிறகு, ஒவ்வொரு படுகை வழியாக, ஒளிக் கோட்ட விதிப்படி, செங்கோட்டின் பக்கம் சாய்ந்து சாய்ந்து, A என்ற இடத்தில் உள்ள மண்ணுலகக் காட்சியாளன் பார்வைக்கு வருகிறது. படுகைகள் $A_1, A_2, \ldots A_n$ எனக் காட்டப்பட்டிருக்கின்றன; அவை சிறு சிறுகனம் (thickness) உள்ள படுகைகள். சிறிய சிறிய படுகைகளாதலின், அவை ஒவ்வொன்றும் ஒருபடித்தான ஊடகங்கள் என்று கொள்வதில் பிழையேதுமில்லை.

அவற்றிற்கும் வெற்றிடத்திற்குமுள்ள கோட்ட எண்கள் முறையே $\mu_1, \mu_2, \ldots \mu_n$ எனவும் கடைசியாக உள்ள காட்சியாளனின் படுகையின் கோட்ட எண் μ எனவும் கொள்வோம். $A_1, A_2, A_3, A_4, \ldots A_n$-1, A_n, A யாவும் கோட்டமடைந்த ஊடகப்பாதைகள்,

நேர்க்கோடுகள்; $\phi_1, \phi_2, \ldots$ கோட்டக் கோணங்கள்; $A_1 A_2$, $A_2 A_3$, ... யாவும் சிறுசிறு கோடுகளாதலால், இவை யாவற்றையும்



படம் 6·3

$A_1 A_2 A_3 \ldots A_n A$ என்ற மெல்வரையால் (smooth curve) இணைக்கலாம். இம்மெல் வரைக்கு A என்ற இடத்தில் ஒரு தொடுகோடு (tangent) வரைந்து நீட்டினால் (AS'); அந்தத் திசையில்தான், அதாவது $S'A$ என்ற திசையில்தான், காட்சியாளனுக்கு அவ் வொளிக்கதிர் வருவதுபோலத் தோற்றமளிக்கும்.

S கோடிக்கணக்கான கிலோ மீட்டர் தூரத்திலிருப்பதால், A யுடன் S ஐ இணைக்கும் கோடும், A_1Sம் ஏறக்குறைய இணை கோடாகவேயிருக்கும். அதாவது $AS \parallel A_1S$.

A யிலிருந்து S என்ற விண்மீன் தோற்றத்திசை AS' என்ற திசையேதான்.

AS என்ற திசையில் உண்மையாக இருக்கவேண்டிய S எனும் விண்மீன், AS' என்ற திசையில் இருப்பதுபோலத் தோற்றமளிக்கிறது. எனவே ஒளிக்கதிர்க் கோட்டம் $\hat{SAS'}$ ஆகும். (படத்தில் மிகப் பெரிதாக உள்ளதே யொழிய, அது மிகமிகச் சிறிய அளவுடையதுதான். இது பின்னர் கொடுக்கப்படும்.)

இப்போது A இலிருந்து AZ என்ற குத்துக்கோடும், A_1 லிருந்து A_1Z_1 என்ற குத்துக்கோடும் வரைக. AZ, AS', AS மூன்றும் ஒளிக் கோட்ட விதிப்படி, ஒரே தளத்திலிருக்கும். Z என்பது A என்ற காட்சியாளனின் வான கோள உச்சி; எனவே S என்ற விண்மீன், அவனுக்கு AS' என்ற திசையிலிருப்பதுபோலத்தோற்றமளிப்பதால்,

$\angle ZAS' = z =$ விண்மீனின் தோற்றவான உச்சி தூரம்.

ஒளிக்கோட்டம் $S'AS = r$ எனக் கொள்வோமானல்,

$\angle ZAS = z = r =$ விண்மீனின் உண்மையான வான உச்சித்தூரம்.

AZ, A_1Z_1 இரண்டும் இணைகோடுகள்;

AS, A_1 S இரண்டும் இணைகோடுகள்.

எனவே,

$$z + r = \angle SAZ = \angle SA_1Z_1.$$

இப்போது விண்மீனின் முதல் படுகதிர்க் கோணம்

$$= \angle SA_1Z_1 = z + r$$

கடைசிக் கோட்டக் கோணம் $= z$.

கடைசியாக உள்ள காட்சியாளன் படுகையின் கோட்டக்கெழு μ எனக் கொண்டிருக்கிறோம்.

எனவே, முன்கண்ட 6·1·2 முடிவின்படி,

$$\sin (z + r) = \mu_1 \sin \phi_1 = \mu_2 \sin \phi_2 = \dots = \mu \sin z$$

$$\therefore \frac{\sin (z + r)}{\sin z} = \mu.$$

$$\therefore \sin z \cos r + \cos z \sin r = \mu \sin z$$

r மிகச் சிறியதொகையால், rஐ ஆரையன் அலகில் கொள்ளும் போது $\cos r = 1$, $\sin r = r$ என்பவற்றிற்குப் பொருந்த,

$$\sin z + r \cos z = \mu \sin z$$

$$r = \frac{(\mu - 1) \sin z}{\cos z}$$

$$= k \tan z \qquad \dots(2)$$

இங்கு $k = [(\mu - 1)$ என்ற மாறிலி$]$

$k = (\mu - 1)$ என்பது கோட்ட மாறிலி அல்லது ஒளிக் கோட்டக் கெழு (Constant of Refraction) எனப்படும்,

குறிப்பு: (1) கோட்ட எண்ணிற்கும், கோட்டமாறிலிக்கும் உள்ள தொடர்பையறிக.

எனவே, ஒரு விண்மீனின் தோற்ற உச்சி தூரம் (apparent or observed zenith distance) z ஆனால், அதன் உண்மையான உச்சி தூரம் $z+r = z+k \tan z$ என நமக்குத் தெரிகிறது. ஆக, ஒளிக் கோட்டத்தின் விளைவாக, உண்மையான உச்சி தூரம் குறைகிறது; குறை $k \tan z$. எனவே உண்மை உச்சி தூரம் அறிய z எனக் காணும் உச்சி தூரத்தோடு (தோற்ற உச்சி தூரம்) கூட்ட வேண்டிய திருத்தம் $k \tan z$ (additive corection or error).

குறிப்பு (2) நாம் பெற்ற டான்ஜன்ட் (இருக்கை) வாய்பாடு, பின் கூறப்படும் மூன்று மேற்கோள்களின் (assumptions) அடிப் படையில் பெறப்படுகிறது என்பதை நாம் கவனிக்கவேண்டும்.

(i) காட்சியாளன் உள்ள இடத்தில் மண்ணுலகக் கோளப் பரப்பு (ஏறத்தாழ) ஒரே தளத்தில் (வளைந்திராமல்) அமைந் திருக்கிறது;

(ii) ஒளிக்கோட்டத்திற்குக் காரணமாயிருக்கும் வளிமண்ட லம் ஏறக்குறைய 160 கி. மீ. உயரம் வரை பரந்திருக்கிறது; அதற்குமேல் அது மிகமிக லேசாயிருப்பதால், வெற்றுவெளிக்குச் சமமான தென்றே கொள்ளப்படுகிறது;

(iii) அவ்வளி மண்டலம் காட்சியாளன் உள்ள தளத்திற்கு இணையான பல படிவங்களாகப் பிரிக்கப்படலாம்; அப்படிப் பிரிக்கப்பட்ட ஒவ்வொரு படிவமும் ஒரு படித்தான தன்மை பெற்றன.

இவ்வடிப்படையில் டான்ஜன்ட் வாய்பாடு பெறப்படுகிறது.

6·3·1: ஒளிக் கோட்டத்தால், விண்மீனின் ஆயத் தொலைகளில் ஏற்படும் விளைவுகள் (Effects of Refraction on the Coordinates of a star.)

z ஒரு விண்மீனின் தோற்ற உச்சி தூரம் ஆனால் $z+r= z+k \tan z$, அவ்விண்மீனின் உண்மையான உச்சிதூரமாகும் எனக் கண்டோம். இதன் விளைவை, வானகோளத்தில் பொருத்திப் பார்க்கும்போது, (படம் 6·3·1 காண்க)

S – விண்மீனின் சரியான இடம்;

S′ – அவ்விண்மீனின் தோற்ற இடம்;

$ZS' = z =$ தோற்ற உச்சி தூரம்.

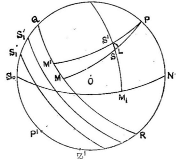
$S'S = k \tan z.$

$\therefore$ ZS = விண்மீனின் சரியான உச்சி தூரம்.

$= ZS' + S'S.$

$= z+k \tan z$ எனக் கிடைக்கிறது ...(3)

இதன் விளைவாக விண்மீன் வானகோளத்தில், தன்னுடைய சரியான நிலையிலிருந்து $k \tan z$ உயரத்திற்கு அதே குத்துக்-



படம் 6·3·1

கோட்டில் Zஐ நோக்கி உயர்த்தப்படுகிறது. அதே குத்துக்கோட்டில் உயர்த்தப்படுவதால், அதன் அடிவான தூரம் மாறுவதில்லை.

உச்சிதூரம் குறைவதால்,

ஏற்றக்கோணம் $a = 90 - z$, என்னவாகிறதெனில்,

SM_1 = சரியான ஏற்றக்கோணம்.

$S'M_1$ = தோற்ற ஏற்றக்கோணம்.

$S'M_1 > SM_1$

எனவே, தோற்ற ஏற்றக்கோணம், $k \tan z$ அல்லது $k \tan (90 - a) = k \cot a$ அளவில், சரியான ஏற்றக் கோணத்தைவிட மிகையாகிறது.

ஆகவே (i) ஒளிக்கோட்ட விளைவாகத் தோற்ற உச்சி தூரம் $z = k \tan z$. (ii) தோற்ற ஏற்றக்கோணம் a ஆனால் சரியான ஏற்றக்கோணம் $a - k \cot a$; (iii) அடி தூரத்தில் மாற்றமில்லை.

6·3·2 : இப்போது (α, δ)ல் என்ன மாற்றங்களெனக் காண்போம்.

PSM, $PS'M'$ முறையே S வழியாகவும் S' வழியாகவும் வரையப்பட்ட நடுவரை விலக்க வட்டங்கள்.

எனவே சரியான நடுவரை விலக்கம் SM
தோற்ற நடுவரை விலக்கம் $S'M'$

$S'L$ என்ற சிறுவட்டம் நடுவரை QRக்கு இணையாக வரையப்படு மானால், $SM = S'M' - LS$; அதாவது நடுவரை விலக்கத்திருத்தம் $= LS$ (தோற்ற நடுவிலக்கத்திலிருந்து குறைக்கவேண்டிய திருத்தம்.)

சரியான நேரக்கோணம் $h = \angle ZPS$
தோற்ற நேரக் கோணம் $h_1 = \angle ZPS'$
இங்கு $\angle ZPS = \angle ZPS' + \angle S'PS$.
$\therefore$ நேரக்கோணத்திருத்தம் $= \angle S'PS$.
$= M'M$ (தோற்றநேரக் கோணத்துடன் கூட்டவேண்டிய திருத்தம்)

இப்போது LSஐயும் (நடுவரை விலக்கத்திருத்தம்) $M'M$ஐயும் (நேரக் கோண திருத்தம்) இரண்டையும் கணிப்போம்.

இதற்கு, இருபெரு வட்டங்களாலும் ஒரு சிறு வட்டத்தாலும் பெறப்படும் $S'LS$ என்ற முக்கோணத்தை ஒருசிறு தள முக்கோணம் (small plane triangle) எனக் கொள்ளலாம், திருத்தங்கள் யாவும் மிகமிகச் சிறியதாக இருக்குமாதலின். இக் கொள்கையினால், பிழையேதும் ஏற்படாது.

$\triangle S'LS$ என்ற ஒரு-தள முக்கோணத்தில்,

$$\begin{aligned} LS &= SS' \cos S'SL \\ &= SS' \cos ZSL \\ &= SS' \cos ZSP \\ &= k \tan z\, \eta \;\ldots\ldots \end{aligned} \quad ..(4)$$

η = விண்மீன் இடைக்கோணம் (Parallactic angle)

எனவே நடுவரை விலக்கத் திருத்தம் $= k \tan z \cos \eta$

இதைத் தோற்ற நடுவரை விலக்கத்திலிருந்து குறைக்க, சரியான நடுவரை விலக்கம் பெறப்படும்.

மேலும், $S'L = SS' S \sin ZSP$
$= \boldsymbol{k} \tan z \sin \eta$

ஆனால் $M'M = S'L \sec S'M'$
$= k \tan z \sin \eta \sec \delta \;\ldots\ldots$ **(5)**

(1·4·1 காண்க)

எனவே நேரக்கோணத் திருத்தம் $= k \tan z \sin \eta \sec \delta$.

இதைத் தோற்ற நேரக்கோணத்தோடுசேர்க்க, சரியான நேரக் கோணம் h கிடைக்கும்.

ஆனுல் $t = \alpha \pm h$ ஆகையால்,

விண்மீன் நேரம் t கொண்டு, சரியான α—அதாவது வல ஏற்றம் கணிக்கலாம்.

$$\text{சரியான வல ஏற்றம்} = \gamma M$$
$$= \gamma M' + M'M$$
$$= \text{தோற்ற வலஏற்றம்} + k \tan z \sin \eta \sec \delta.$$

எனப் பெறப்படும்.

வல ஏற்றத் திருத்தம் $= k \tan z \sin \eta \sec \delta$.

ஒளிக் கோட்டத்தின் விளைவாக ஏற்படும் ஆயத்தொலை மாற்றங்களைப் பின்வரும் அட்டவணையில் காண்க.

தோற்ற ஆயத்தொலை		சரியான ஆயத்தொலை பெற திருத்தம் $\pm$
1. தொடுவான தூரம்	A	மாற்றமில்லை
2. உச்சி தூரம்	z	$+ k \tan z$
3. ஏற்றக் கோணம்	a	$- a \cot a$
4. நடுவரை விலக்கம்	δ	$- k \tan z \cos \eta$
5. நேரக் கோணம்	h	$+ k \tan z \sin \eta \sec \delta$
6. வல ஏற்றம்	α	$+ k \tan z \sin \eta \sec \delta$

இவற்றுள் (1), (2), (3) மட்டும் கவனத்திலிருப்பின் போதுமானது.

மேலும், ஒரு விண்மீன், உச்சி வட்டத்தைக் கடக்கும் நேரம் மாறுது; இடம் பெயர்ந்து, z பக்கமாக மட்டும் உயர்ந்திருக்கும்.

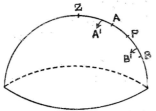
படம் 6·3·1 பார்க்க;

S_1 — உச்சி வட்டம் தாண்டுமிடம் (சரியானது)

S_1' — உச்சி வட்டம் தாண்டுமிடம். (தோற்றம்)

குறிப்பு: ஒளிக்கோட்டம் வளிமண்டலத்தின் பல படுகைகளின் அடர்த்தியின் விளைவாதலின், அது வளிமண்டலத்தின் அழுத்தத்தையும் தட்ப வெப்ப நிலைமையையும் பொருத்திருக்கும்.

6·4 : கோட்ட மாறிலியின் மதிப்பறியும் முறை :



படம் 6·4

மறையாத விண்மீன் ஒன்று சரியாக உச்சி கடக்கும் இடங்கள் A, B எனப் படத்தில் காட்டப்பட்டிருக்கிறது; அவை தோற்றமாகக் காட்சியளிக்கும் உச்சி கடக்கும் இடங்கள் A', B' எனக் கொள்க.

அது உச்சி கடக்கும் நேரத்தில் $ZA' = z_1$ எனவும், $ZB' = z_2$ எனவும், உரிய வானியல் கருவிகள் கொண்டு கணித்திருப்பதாகக் கொள்க.

அப்போது சரியான உச்சி தூரங்கள்,

$$ZA = z_1 + k \tan z_1$$
$$ZB = z_2 + k \tan z_2$$

அப்போது, P, வட துருவமெனின்,

$$\begin{aligned} ZA + ZB &= (ZP - PA) + (ZP + PB) \\ &= 2\,ZP \\ &= 2\,(90 - \text{ச}) \end{aligned}$$

$$\therefore\ z_1 + z_2 + k\,(\tan z_1 + \tan z_2) = 2\,(90 - \phi) \ \ldots\ldots \quad (6)$$

இங்கு, காட்சியாளனின் அகலாங்கு ϕ நமக்குத் தெரியுமாயின், k இன் மதிப்பையறியல

குறிப்பு (i) : நமக்குத் தெரியாவிடில், மற்ரேர் மறையா விண்மீனுக்கும், இவ்வாறே உச்சி கடக்கும்போதுள்ள உச்சி தூரத்தைக் கருவிகள் கொண்டு பெறுக.

அதன் தோற்ற உச்சி தூரங்கள் x_1, x_2 ஆனல்,

$$x_1 + x_2 + k\,(\tan x_1 + \tan x_2) = 2\,(90 - \phi) \ \ldots\ldots \quad (6a)$$

(6) உம், (6a) உம் ஒருங்கமை சமன்பாடுகளாகக் கொண்டு, k, ϕ இரண்டையும் அறியலாம்.

குறிப்பு (ii): பல மறையா விண்மீன்கள் உச்சி கடக்குங்கால் உள்ள தோற்ற உச்சி தூரங்களையளந்து பெறப்படும் k மதிப்புகளை அறிந்து, அம்மதிப்புகளின் கூட்டுச் சராசரி அறியலாம்.

சாதாரண தட்ப வெப்ப அழுத்த நிலையில், (Normal temperature and pressure) kன் மதிப்பு $58''.2$ (விகலை அளவு) என அறியப்படுகிறது. அதாவது ஒரு விண்மீனின் உச்சி தூரம் $45°$ ஆக இருக்கும்போது, அதன் ஒளிக்கோட்டம் $58''.2$ எனக் கொள்ளப்படும். ($k \tan 45° = k$) அந்த சமயத்தில் அவ்விண்மீன் உச்சி பக்கமாக அதன் ஏற்ற வட்டத்தில் $58''.2$ உயர்ந்திருப்பது போலத் தோற்றமளிக்கும்.

வளி மண்டல அழுத்தம் 76 cm உம், வெப்ப நிலை $10°$ சென்டிகிரேடும் இருக்கும் நிலைக்கு $k = 58.''2$ எனக் கொள்ளலாம்.

வளி மண்டல அழுத்தம் b cm உம், வெப்ப நிலை f சென்டிகிரேடும் இருக்கும் நிலைக்கு, ஒளிக்கோட்டம் r_1 பெறப்படும், வாய்பாடு,

$$r_1 = \frac{76\cdot5 \times br}{(428 + t)} = \frac{76\cdot5\ b}{(428 + t)} \times k \tan z$$

இது கவனத்திற்குரிய வாய்பாடாகக் கொள்ளவேண்டிய தேவையில்லை.

$r = k \tan z$ என்ற வாய்பாடு $z = 75°$ வரையில் பொருந்தும். விண்மீன் தொடுவானத்திற்கு அருகிலிருக்குமாயின் z இன் மதிப்பு $90°$க்கு அண்மையிலிருக்கும்; அப்போது $\tan z$ இன் மதிப்பு மிகப் பெரியதாயிருக்குமாதலால், $z > 75°$க்கு இவ்வாய்பாடு ஏற்புடைத்தன்று; காரணம் யாதெனின் நாம் மண்ணுலகத்தின் வளைதன்மையை (curvature) ஒதுக்கிவிட்டே, மதிப்பு கண்டோம். மேலும் முக்கிய காரணம் என்னவென்றால், $z \to 90°$ ஆனால் $\tan z \to \infty$.

6·4·1 : $z > 75°$ என்ற நிலைகளில், அதாவது விண்ணின் தொடுவானத்திற்கு அருகாமையில் இருக்குமாயின், ஒரு தெரிந்த விண்மீனைப்பற்றிய காட்சிப் பதிவுகள் செய்தே ஒளிக்கோட்டம் அவ்வப்போது கணித்துக் கொள்ளவேண்டும்.

கணிக்கும் முறை: (α, δ) ஆயத் தொலைகள் (தெரிந்தவை) உள்ள ஒரு விண்மீன் தொடுவானத்தின் அருகில் உள்ளபோது, அதன் தோற்ற உச்சி தூரத்தையும் (z), அந்த சமயம் t என்ற மீன் வழி நேரமும் பதிவு செய்துகொள்க. தோற்ற உச்சி தூரம் காண, திசை உயரமானி என்ற கருவி பயன்படும். (வானுச்சிக் கருவிகள்

என்ற பகுதியில் காண்க.); t காண மீன்வழிக் கடிகாரம் பயன் படும்.

படம் 6·4·1

Z என்ற முக்கோணத்தில்,

$P = 90 - \phi$ (தெரியும்)

$PS = 90 - \delta$ (தெரியும்)

$Z\hat{P}S = h =$ நேரக் கோணம்.

$t = \alpha \pm h$ என்ற வாய்பாடு கொண்டு சரியான h அறிக.

எனவே,

$$\cos ZS = \cos ZP \cos PS + \sin ZP \sin PS \cos h$$

என்ற வாய்பாடு கொண்டு, சரியான ZS கணக்கிடுக. தோற்ற உச்சி தூரம் z நாம் முதலில் திசை உயரமானி கொண்டு கண்டிருக்கிறோம். எனவே, கணிக்கப்பட்ட சரியான ZS — தோற்ற $z=$ ஒளிக்கோட்டம் எனக் கணக்கிடுக. இந்த முறையில், 90° முதல் 80° வரையில் ஒவ்வொரு 5′ (கலைகள்) வேறுபாட்டிற்கும், 80° முதல் 36° வரை இன்னும் அதிகமான வேறுபாட்டிற்கும், 36° முதல் 0° வரை ஒவ்வொரு 1° (பாகை) வேறுபாட்டிற்கும் ஒளிக்கோட்ட மாறிலிகள் பட்டியலாகக் கொடுக்கப்பட்டிருக்கின்றன. அவை 15°C வெப்ப நிலைக்கும், வளிமண்டல அழுத்தம் 76 cm க்கும் பொருத்தமானவை; மற்ற வெப்ப நிலைகளுக்கும், அழுத்த நிலைகளுக்கும் பயன்படுமாறு, மற்றும் உதவிப் பட்டியல்கள் உள்ளன. எடுத்துக்காட்டாக,

$z = 90°, K = 33'$ (ஏற்றக் கோணம் பூச்சியம்)

$z = 89° 30', K = 28'23''$ (ஏற்றக் கோணம் 0°30′)

$z = 89°25', K = 27'41''$ (ஏற்றக் கோணம் 0°35′)

என்ற முறையில் ஒளிக்கோட்டங்கள் வேகமாகக் குறைந்துவரும்.

$z = 75°$ இலிருந்து, $K = 58''.2$ என்ற மாறிலி மதிப்பையே கொள்ளலாம்.

$z = 0$ ஆகும்போது, ஒளிக்கோட்டம் $K \tan z$ பூச்சியமாகும்.

6·5: ஒளிக் கோட்ட விளைவாக, விண்மீன் உதிக்கும், மறையும் நேரங்களில் ஏற்படும் மாறுபாடு :

ஒளிக்கோட்டம் காரணமாக விண்மீன் தோற்றமாக உதிக்கும் நேரம் முன்னேறும்; தோற்றமாக மறையும் நேரம் பின்னடையும். ஏனெனில், தொடுவான நிலையில் r'' (விகலை) ஒளிக்கோட்டமானால் ,

விண்மீன் தொடுவானின் கீழே r'' (விகலை) இருக்கும்போதே, அது தொடுவானில் உதிப்பதுபோல் தோற்றமேற்படும். (ஒளிக் கோட்டத்தின் விளைவு, விண்மீனை z பக்கம் உயர்த்துவது.) அவ்வாறே, விண்மீன் r'' (விகலை) தொடுவானின் கீழிறங்கும் வரை, தொடுவானின் மேல் இருப்பதுபோல் தோற்றமளித்து, r'' (விகலை) இறங்கியபிறகு தான் மறைவதுபோல் தோன்றும். இதன் விளைவாக விண்மீன் தோன்றும் நேரம் $\frac{r}{15\sqrt{\cos^2\phi-\sin^2\delta}}$ வினாடிகள் முன்னேறி, மறையும் நேரம் $\frac{r}{15\sqrt{\cos^2\phi-\sin^2\delta}}$ வினாடிகள் பின்னடையும். எனவே, தோற்றப்படி, விண்மீன் தொடுவானுக்கு மேலே இருக்கும் நேரம்,

$$\frac{2r}{15\sqrt{\cos^2\phi-\sin^2\delta}} \text{ வினாடிகள் அதிகமாகும்.} \qquad ...(7)$$

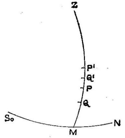
$r = 33'$ எனக் கொண்டால்,

தோற்ற உதயம் $\frac{33 \times 60}{15\sqrt{\cos^2\phi-\sin\delta}}$ வினாடிகள் முன்னேறி, தோற்ற மறைவு, அதே அளவு பின்னடையும்.

மொத்தம் $\frac{2 \times 33 \times 60}{15\sqrt{\cos^2\phi-\sin^2\delta}}$ வினாடிகள் அதிகமாக தொடுவானுக்கு மேலே இருப்பதாகத் தோற்றமளிக்கும்.

6.5 1 : மற்றும் சில ஒளிக்கோட்ட விளைவுகள் :

(i) ஒரு குத்துவட்ட வில் PQ உம்,



படம் 6·5·1 (i)

(ii) தொடுவானத்திற்கு இணையான சிறுவட்ட வில் PQ உம், எந்த அளவில் ஒளிக்கோட்டத்தின் விளைவாக மாறுகின்றன என்று பார்ப்போம்.

படம் 6·5·1 (i) காண்க :

(i) குத்துவிட்ட வில் $PQ = D$

S_0N - தொடுவானம் ;

Z - வான உச்சி ;

ZM - ஒரு குத்துவட்டம்.

ZM இல், $PQ = D$, ஒரு சிறுவில். (கோண அளவு).

ஒளிக்கோட்ட விளைவாக P என்பது P′ இலும், Q என்பது Q′ இலும் உயர்ந்து தோற்றமளிக்கும்.

$ZQ' = z$ (Qஇன் தோற்ற உச்சி தூரம்) எனவும்,

$P'Q' = D'$ (PQ இன் தோற்ற மாறுதல்) எனவும், கொள்க.

அப்போது $ZP' = z - D'$ (P இன் தோற்ற உச்சி தூரம்)

$$\begin{aligned} D - D' &= PQ - P'Q' \\ &= (Q'Q - Q'P) - (P'P - Q'P) \\ &= Q'Q - P'P \\ &= K \tan z - K \tan (z - D') \\ &= K \frac{\sin D'}{\cos z \cos (Z - D)} \\ &= K \frac{\sin D'}{\cos^2 z} \text{ (ஏறக்குறைய)} \\ &= K D' \sec^2 z \end{aligned}$$

$\left\{\begin{array}{l}D \text{ சிறியதாகையால்,} \\ \text{ஆரையன் அளவில்} \\ \sin D' = D' \text{ (தோராயமாக)}\end{array}\right.$

$\therefore P'Q'$ என, ஒளிக்கோட்ட விளைவாக மாறிய வில் அளவு D' ஆகையால்,

$$D - D' = K D' \sec^2 z$$

$$\therefore D = D'(1 + K \sec^2 z)$$

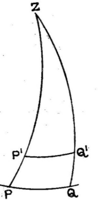
$$\therefore D' = \frac{D}{1 + K\sec^2 z}$$

$$= D(1 + K \sec^2 z)^{-1}$$

$$= D(1 - K \sec^2 z) \text{ தோராயமாக.}$$

ஆகவே PQ என்ற குத்துக் கோட்டுச் சிறிய வில் $1 : (1 - K \sec^2 z)$ என்ற விகிதத்தில் குன்றித் தோற்றமளிக்கிறது.

(ii) PO-தொடுவானத்திற்கு இணையான சிறு வட்டத்தில் D அளவுள்ள ஒரு வில்.



படம் 6.51 (ii)

ஒளிக்கோட்ட விளைவாக, P என்பது P'க்கும், Q என்பது Q'க்கும் வான உச்சிப் பக்கம் உயர்ந்து தோன்றும். படம் 6·5·1 (ii) பார்க்க.

$ZP' = ZQ' = z$ எனவும்
$P'Q'$ இன் அளவு D' எனவும்,
$PZQ = A$ எனவும் கொள்க.

ஒளிக்கோட்ட விதிப்படி,

$$PP = K \tan ZP' = K \tan z;$$

$$QQ' = K \tan ZQ' = K \tan z.$$

$$\therefore ZP = ZQ = z + K \tan z.$$

$$\therefore PQ = A \sin (z + K \tan z)$$
(1.4·1 காண்க)

$$P'Q' = A \sin z.$$

$$\therefore PQ : P'Q' = \sin(z + K \tan z) : \sin z.$$

$K \tan z$ சிறியதாயின்,

$$\sin (z+K \tan z) = \sin z \cos (K \tan z) + \cos z \sin (K \tan z)$$
$$= \sin z + \cos z . K \tan z$$
$$= \sin z + K \sin z$$
$$\therefore PQ : P'Q' = \sin z\,(1+K) : \sin z \qquad ...(9)$$
$$= (1+K) : 1$$
$$\therefore D : D' = (1+K) : 1$$
$$\therefore D = D'\,(1+K)$$
$$\therefore D' = \frac{D}{1+K}$$
$$= D\,(1+K)^{-1}$$
$$= D\,(1-K)$$ தோராயமாக.

ஆகவே PQ என்பது $1 : (1-K)$ என்ற விகிதத்தில் குன்றித் தோற்றமளிக்கிறது.

6·5·1·1: முன்பு 6·5·1 இல் கண்ட மாறுதல் வாய்பாடுகள் கொண்டு கதிரவனும், முழுச்சந்திரனும் உதிக்கும்போது நீள்வட்ட (Ellipse) வடிவில் இருப்பதைப் பின்வருமாறு விளக்கலாம்.

கதிரவன் உதிக்கும்போது

O-கதிரவன் மையம் ;

P-கதிரவன் மேல் ஒரு இடம் ;

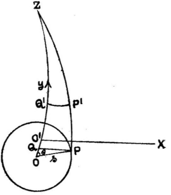
ZO, ZP தொடுவானத்தின்
மேல் குத்துவட்டங்கள்,

PQ-தொடுவானத்திற் கிணையான சிறுவட்டம்

$\angle ZOP = \theta$ எனக் கொள்க.

$OP = s =$ கதிரவனின் கோண அரைவிட்டம்,

O', P', Q என்பவை, ஒளிக்கோட்ட விளைவாக, முறையே O, P, Q-இன் தோற்ற இடங்கள்.



படம் 6·5·1·1

$\triangle OPQ$ ஐ ஒரு தள முக்கோணமாகக் கொண்டால்,

$OQ = s\cos\theta$; $PQ = s\sin\theta$

முன் கண்டபடி,

$$O'Q' = s\cos\theta\,(1-k\sec^2 z)$$
$$P'Q' = s\sin\theta\,(1-k).$$
$$z = ZQ' = ZP'.$$

O' வழியாக $O'X$ என்ற சிறு நேர்கோடு (‖ தொடு வானம்) வரைக ; $O'Z$ இல் $O'Y$ என்ற ஒரு சிறு நேர்கோடு கொள்க;

$O'X$, $O'Y$ ஆய அச்சுகளாகக் கொண்டால்,

P' இன் ஆயத்தொலைகளான

$$x = P'Q' = s\sin 2\,(1-k)$$
$$y = O'Q' = s\cos\theta\,(1-k\sec^2 z)$$

எனவே, $$\frac{x^2}{s^2(1-k)^2} + \frac{y^2}{s^2(1-k\sec^2 z)^2}$$
$$= \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1.$$

∴ P இன் தோற்றமாகிய P' ஒரு நீள் வட்டத்தின் மேலுள்ளது எனவும், அதன் மையம்,

O இன் தோற்றமாகிய O′ இல் இருக்கிறது எனவும், நீள் வட்டத்தின் அரை அச்சுக்கள் முறையே $s(1-k)$; $s(1-k\sec^2 z)$ எனவும் புலப்படுகிறது;

எனவே, கதிரவன் உதிக்கும்போதுள்ள தோற்றம் ஒரு நீள் வட்டம் ; அவ்வேறே முழுச்சந்திரனின் தோற்றமும்.

6·5·1·2: கதிரவன், சந்திரன் உதிக்கும்போது நீள் வட்டத் தோற்றம்.

மேற்கூறிய முறைதவிர, பின் கூறப்படும் முறையிலும் நீள் வட்டத் தோற்றத்தை விளக்கலாம்.

கதிரவன் (சந்திரன்) வட்டம், zஐ நோக்கி உயர்த்தப்படுகிறது என நாம் அறிவோம். வானுச்சி உயரம் குறையக்குறைய ஒளிக் கோட்டமும் குறைகின்றது. மறுதலையாக, வானுச்சி உயரம் மிக மிக, ஒளிக்கோட்டமும் அதிகமாகிறது. எனவே, கதிரவன் உதிக்கும்போது அதன் அடி வரம்பு மேல் வரம்பைவிட அதிகமாக உயர்வதால், கதிரவனின் நெடுவிட்டம் (vertical diameter) சுருங்கியிருப்பதுபோல தோன்றுகிறது. இடை விட்டம் (horizontal diameter) குறிப்பிடத்தக்க அந்த அளவுக்குச் சுருங்குவதில்லை. எனவே, கதிரவன் வட்டம் ஒரு நீள் வட்டவடிவில் தோன்றுகிறது.

இன்னும், முறைப்படி பார்ப்போமானல் சரியாகத்தொடுவானத்தில் ($z = 90°$) ஒளிக்கோட்டம் 33″; தொடுவானத்திலிருந்து 30′ உயரும்போது, ஒளிக்கோட்டம் 28′23′ ; 35′ உயரத்தில் ஒளிக் கோட்டம் 27′ 41″.

எனவே கதிரவனின் (அல்லது சந்திரனின்) கோண விட்டம் 32' எனக்கொண்டால் தொடுவானில் ஒளிக்கோட்ட விளைவாகக் கதிரவனின் கீழ்வரம்பு மேல் வரம்பைவிட 5' அதிகமாக உயர்த் தப்பட்டுத் தோற்றமளிக்கிறது. ஆக நெடுவட்டம் ஏறக்குறைய 5' சுருங்கி, கிடைவிட்டம் ஏறக்குறைய 32' ஆக நமக்குத் தோன்று கிறது. அப்போது தோராயமாக நெடுவிட்டம் : 27 : 32 என்ற விகிதத்தில் இருக்கிறது. எனவே நீள் வட்டத்தோற்றம்.

ஆனாலும் கிடைவிட்டமும் ஒளிக்கோட்ட விளைவாக சுருங்கத் தான் செய்கிறது ; ஆனால் அச்சுருக்கம் எந்த உச்சி உயரத்திற்கும் ஏறத்தாழ 0".5 தான்.

குறிப்பு: தொடுவானத்தின் மிக அண்மையில் (குறைவான ஏற்றக்கோணம்) இருக்கும்போது, கதிரவனும், சந்திரனும்பெரிதாகக் காட்சியளிப்பது போலவும், வானத்தில் ஏற ஏறச் சிறியதாய்விடுவது போலவும், நாம் பார்க்கிறோம். இது தோற்றமே யொழிய உண்மை யல்ல. மேலும் இதற்கும், ஒளிக்கோட்டத்திற்கும் ஒரு விதத் தொடர்பும் இல்லை. முறைப்படி கருவிகள் கொண்டு (டாலண டின் ஹிலியாமீட்டர்) கதிரவனின், சந்திரனின் கோணவிட்டங்களை அளந்தால் அவ்விட்ட அளவுகள் ஒரு மாறுதலையும் காட்டு வதில்லை. ஆனால் நாம் கதிரவனையும் சந்திரனையும் பார்க்கும் போது, அருகாமையிலுள்ள மரங்கள் முதலியனவோடு, ஒப்பிட்டு, பெரிது எனக்கூறுகிறோம். அவை வானவெளியில் உயர்ந்துவிட்ட பொழுது, எந்தப் பொருள்களோடும் அவற்றை ஒப்பிட்டுப் பார்க்க முடியாத நிலையில், நாமே அவை, சிறிதாகத் தோற்ற மளிப்பது போல நினைத்துக்கொள்கிறோம். இம்மாற்றங்கள் யாவும் தோற்ற மேயொழிய வேறல்ல.

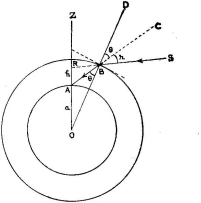
6·6: காசினி வாய்பாடு (ஒளிக்கோட்டம்)

மற்றோர் அடிப்படையில் காசினி (Cassini) என்னும் வானியல் அறிஞர், விண்மீன் ஒளிக்கோட்ட வாய்பாடு ஒன்றினை நிறுவியுள் ளார். அவர் அடிப்படையாகக் கொண்டவை :

(1) பூமிக்கு மேலே செல்லச்செல்ல, செறிவு குறைந்து போகும் இயற்கைவளி மண்டலத்திற்குப் பதிலாக ஒரேபடித்தான (homogeneous) ஒரு வளிமண்டலம் ஒன்று கற்பித்து, மண்ணுலக தளத்திலுள்ள அடர்த்தியும் கோட்ட எண்ணும் அக்கற்பனை மண் டலம் முழுவதற்கும் பொருந்தும் வகையில் கொள்ளுதல்.

(2) இக்கற்பனை வளிமண்டலத்தால் ஏற்படக்கூடிய அழுத் தத்தை இயற்கை வளிமண்டல மொத்த அழுத்தத்திற்குச் சமமாகும் வகையில், கற்பனை வளிமண்டலத்தின் உயரத்தைச் சரிக்கட்டிக் கொள்ளுதல்.

இவ்விரு கொள்கைகளின் அடிப்படையில் அமையும் கற்பனை வளிமண்டலம், மண்ணுலகத் தளத்திற்குமேல் h (h-தெரியாது) கிலோ மீட்டர்கள் ஒரேபடித்தான தன்மையுடையதாய்ப் பரவியிருக்கும் எனக் கொள்ளலாம். இதன் வழியாக ஒளிக்கதிர்பாய்ந்து வருங்கால் ஏற்படும் கோட்டத்தை அவர் வாய்பாடாக அமைத்தனர். இதன் சிறப்புப்பண்பு யாதெனின், இது உச்சி உயரம் 80° வரையில் பொருந்துமென அவர் நிறுவியுள்ளார்.

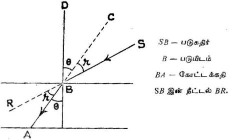


படம் 6·6·1

6·6·1 : Oஐ மையம் கொண்ட மண்ணுலகத்தின்மேல் A என்பது காட்சியாளன் இருக்குமிடம். மண்ணுலக அரைவிட்டம் a கி. மீட்டர்கள். அதற்குமேல் h கி. மீட்டர் உயரத்திற்கு, காசினி வகுத்த அடிப்படையிலமைந்த ஒரேபடித்தான ஒரு கற்பனை வளிமண்டலம், மண்ணுலக கோளத்தைச் சூழ்ந்திருக்கிறது. படம் **6·6·1** காண்க.

OA இன் நீட்டல், Aஇல் வான உச்சி Z. S என்ற விண் மீனிலிருந்துவரும் ஒளிக்கதிர், கற்பனை வளிமண்டத்தை, Bஇல் சந்தித்து, (ஒருபடித்தான ஊடகமாதலின்) ஒரே கோட்டமடைந்து BA என்ற திசையில் Aக்குப் புலனுகிறது.

இப்போது Bஇல் உள்ள கதிர்களைத் தனியாகப் படம் 6·6·1(1) இல் பிரித்துக் காட்டியிருப்பதைக் காண்க.



படம் 6·6·1 (1)

படம் 6·6·1ல் B என்ற படுமிடத்தில், மண்ணுலக கோளத்திற்குத் தொடுதளம் வரைந்தால் அதற்குச் செங்கோடு CB என்ற ஆரம்; நீட்டல் OBD.

எனவே, பிரிதளத்தில் ஒளிக்கதிர் படுமிடத்தின்கண் அமையும் செங்கோடு OBD என்பது புலனாகிறது.

எனவே $\angle SBD$ — படுகோணம்

$\angle ABO$ — கோட்டக் கோணம் $= \theta$ எனக்கொள்க.

$\angle RBA$ — கோட்டம் $= r$ எனக்கொள்க.

ஆனால், $\angle RBA = \angle CBS = r$ [6·6·1இலும் 6·6·1 (i) இலும்]

எனவே, $\angle SBD = \angle DBC + \angle CBS$.

$= \angle ABO + \angle RBA$ (நேரெதிர்க் கோணங்கள் சமம்)

$= \theta + r$.

∴ ஒளிக்கோட்ட விதிப்படி,

$$\frac{\sin(\theta+r)}{\sin\theta} = \mu \text{ (கோட்ட எண்-மாறிலி).}$$

r, மிகச் சிறியதாக விருக்குமாதலின்,

$\sin r = r$ எனவும், $\cos r = 1$ எனவும் கொள்ளவும்.

எனவே $\sin\theta \cos r + \cos\theta \cdot \sin r = \mu \sin\theta$.

$\therefore \sin\theta + r\cos\theta = \mu \sin\theta$ (தோராயமாக)

$$r = \frac{(\mu - 1)\sin\theta}{\cos\theta}$$

$$= k \tan\theta \qquad \ldots(10)$$

ஆனால் இங்கு θ நமக்குத் தெரியாது.

(எனவே $k\tan z = k \tan\theta$ எனத் தவறுகக் கொள்ளக்கூடாது).

இப்போது $\tan\theta$—ஐக் கணிப்போம். கணிக்குமுன் h என்பது a யுடன் ஒப்பிடும்போது மிகச் சிறியதாதலின் $\frac{h}{a} < 1$; மேலும் $\frac{h}{a}$ மிகச் சிறியதாயிருக்கும் ; $\left(\frac{h}{a}\right)^2$, $\left(\frac{h}{a}\right)^3$, ...முதலியவை, புறக் கணிக்கத்தக்க அளவிற்குச் சிறியதாய்விடும் என்பவற்றை கவனத்தில் வைக்கவேண்டும்.

இப்போது படம் 6·6·1ல்,

S என்றவிண்மீன் தோற்ற உச்சிதூரம்
$\angle BAZ = z$ எனக் கொள்வோம்.

$\triangle OAB$-ல், $OA = a$; $OB = a + h$; $\angle OAB = 180 - z$

$$\therefore \frac{a + h}{\sin(180 - z)} = \frac{a}{\sin\theta}$$

$$\frac{(a + h)}{a} = \frac{\sin z}{\sin\theta}.$$

$$\sin\theta = \frac{a}{a + h}\sin z.$$

$$= \frac{a}{\left(1 + \frac{h}{a}\right)}\sin z$$

$$= \left(1 + \frac{h}{a}\right)\sin z$$

$$= \left(1 + \frac{h}{a}\right)^{-1}\sin z$$

$$= \left(1 - \frac{h}{a}\right)\sin z \text{ (தோராயமாக)}$$

$$\cos\theta = \sqrt{1-\left(1-\frac{h}{a}\right)^2 \sin^2 z}. \text{ (தோராயமாக)}$$

$$= \sqrt{1-\left[1-\frac{2h}{a}+\frac{h^2}{a^2}\right]\sin^2 z}. \quad ,,$$

$$= \sqrt{1-\sin^2 z+\frac{2h}{a}\sin^2 z}. \quad ,,$$

$$= \sqrt{\cos^2 z+\frac{2h}{a}\sin^2 z}.$$

$$= \cos z\left(1+\frac{2h}{a}\tan^2 z\right)^{\frac{1}{2}} \text{ தோராயமாக.}$$

$$\therefore \tan\theta = \frac{\left(1-\frac{h}{a}\right)\sin}{\cos z\left(1+\frac{2h}{a}\tan^2 z\right)^{\frac{1}{2}}},$$

$$= \tan z\left(1-\frac{h}{a}\right)\left(1-\frac{h}{a}\tan^2 z\right)$$

தோராயமாக...(11)

$= A_1, \tan z + B_2, \tan^3 z$ என்ற அமைப்பில் வரும்.

முன்கண்ட கோட்டம் $r = k\tan\theta$.

$$= k(A_1, \tan z + B_1, \tan^3 z)$$

$$= A\tan z + B\tan^3 z. \quad ...(12)$$

என்ற அமைப்பில் பெறப்படும்; A, B மாறிலிகள்; இதுவே காசினியின் ஒளிக்கோட்ட வாய்பாடு.

குறிப்பு: (11) இதிலிருந்து

$$\tan\theta = \tan z\left[1-\frac{h}{a}\left\{1+\tan^2 z+\dots\right\}\right]$$

எனப்பெற்று,

$\tan\theta = \tan z\,[1-n\sec^2 z]$ எனவும் எழுதலாம்.

அப்போது $r = (\mu-1)\tan\theta$

$$= (\mu-1)\tan z\,(1-n\sec^2 z) \quad ...(13)$$

எனவும் எழுதலாம். இங்கு μ, n மாறிலிகள்.

6·6·2 : காசினி வாய்பாட்டிலுள்ள A, B காணல் :

மூன்று மறையாத விண்மீன்கள், மலுச்சி, கீழுச்சி கடக்கும் போது அவற்றின் தோற்ற உச்சி தூரங்களைக் காண்க.

முதல் விண்மீன் S_1 : x_1, x_2 (மேலுச்சி, கீழுச்சி தூரங்கள்.)
இரண்டாவது விண்மீன் S_2 : y_1, y_2 (,, ,,)
மூன்ருவது விண்மீன் S_3 : z_1, z_2 (,, ,,)
இவையாவும் தோற்ற தூரங்கள்.

காசினி வாய்பாடு கொண்டு, உரிய திருத்தங்களைக் கூட்டி, சரியான மேலுச்சி, கீழுச்சி தூரங்களையறிந்து 6·4 (2)ல் கண்ட முறைப்படி, செய்வோமானல்,

$$x_1+A\tan x_1+B\tan^3 x_1+x_2+A\tan x_2+B\tan^3 x_2 = 180-2\phi.$$
$$y_1+A\tan y_1+B\tan^3 y_1+y_2+A\tan y_2+B\tan^3 y_2 = 180-2\phi.$$
$$z_1+A\tan z_1+B\tan^3 z_1+z_2+A\tan z_2+B\tan^3 z_2 = 180-2\phi.$$

என மூன்று சமன்பாடுகள் வரும்.

தெரியாத இராசிகள் A, B, ϕ ஆகும்.

இம்மூன்று ஒருங்கமை சமன்பாடுகளையும் தீர்த்து, A, B, ϕ-ன் மதிப்புகளைக் கணிக்கலாம்.

ஒளிக்கோட்டம்—முடிவுகள் சுருக்கம் :

இரு வாய்பாடுகள்

1. $r=k\tan z$ ($z=0^\circ$ முதல் 75° வரை பொருந்தும்).
   $r=A\tan z+B\tan^2 z$ ($z=0^\circ$ முதல் 80° வரை பொருந்தும).
2. ஒளிக்கோட்ட விளைவாக,

(i) விண்மீன்கள், Z-ஐ நோக்கித் தங்கள் குத்துக் கோடுகளிலேயே உயர்த்தப்பட்டுக் காட்சியளிக்கும்;

(ii) கருவி கொண்டு அளந்த உச்சி தூரத்தோடு ஒளிக் கோட்டத் திருத்தத்தைக் கூட்டினுல், சரியான உச்சி தூரம் பெறப் படும்;

(iii) Z ஐ நோக்கிச்செல்லச் செல்ல, ஒளிக்கோட்டம் குறையும் ;

(iv) Z-ல் ஒரு விண்பொருளிருப்பின், அதன் ஒளிக்கோட்டம் பூச்சியம்;

(v) 75° அல்லது 80° க்கு மேற்பட்ட உச்சி தூரங்களுக்கு மேற்கூறிய இரு வாய்பாடுகளும் பொருந்தமாட்டா. தனிப் பட்டியலில்தான் காணவேண்டும்;

(vi) $z = 90^\circ$க்கு, அதாவது, தொடுவானத்திற்குரிய ஒளிக் கோட்டம் $33'$;

(vii) $z = 0^\circ$ முதல் $z = 75^\circ$ வரை $r = k\tan z$ ல் $k=58''.2$ எனக் கொள்ளலாம் ;

(viii) மறையா விண்மீன்கள் வான உச்சி கடக்கும்போது, கருவிகள் கொண்டு உச்சி தூரங்களை அளந்து, K, A, B யாவற்றையும் கணிக்கலாம்;

(ix) ஒளிக்கோட்ட விளைவாக அடிவான தூரத்திலும், உச்சி கடக்கும் நேரத்திலும் மாற்றம் ஏதும் ஏற்படாது;

(x) நடுவரை விலக்கம், வலஏற்றம் என்ற ஆயத்தொலைகள் சிறிது மாறும்; உரிய திருத்தங்களைக் கணிக்கலாம்;

(xi) கதிரவன் உதிக்கும்மறையும் நேரங்கள் சற்று முன்னேறுவது போலவும், பின்னடைவதுபோலவும் தோற்றம் ஏற்படும். கதிரவன் தொடுவானத்திற்கு மேல் இருக்கும் பகற்பொழுது $\dfrac{2r''}{15\sqrt{\cos^2\phi - \sin^2\delta}}$ விநாடிகள் அதிகமாவது போலத் தோன்றும்;

(xii) கதிரவனும், முழுநிலவும் உதிக்குங்காலை நீள் வட்ட வடிவத்திலிருப்பதுபோலத் தோன்றும்.

6·6·3 : பயிற்சிக் கணக்குகள்

எ.கா. 1.

ஓர் இடத்தின் அகலாங்கு 45° 20′ 33″ β உர்சே மைனரிஸ் (Ursae Minoris) என்ற விண்மீனின் கீழுச்சி, மேலுச்சி கடத்தல் தோற்ற ஏற்றக் கோணங்கள் முறையே 29° 58′ 15″; 60′ °45′ 3″. ஒளிக்கோட்ட மாறிலி காண்க.

கீழுச்சி கடக்குங்கால், தோற்ற உச்சி தூரம்

$= 90° - 29° 58' 15''$.

$= 80° 1' 45''$

மேலுச்சி கடக்குங்கால், தோற்ற உச்சி தூரம்

$= 90° - 60° 45' 3''$

$= 29° 14' 5° 57''$

ஒளிக்கோட்ட மாறிலி K எனக் கொண்டால், சரியான கீழுச்சி மேலுச்சி கடக்குங்கால், உச்சி தூரங்கள்,

$60° 1' 45'' + K \tan 60° 1' 45''$

$29° 14' 57'' + K \tan 29° 14' 57''$.

6·4 (2) ல் கண்டபடி,

$89° 16' 42'' + K(1{\cdot}7345 + 0{\cdot}5601) = 180° - 90° 41' 6''$

$= 89° 18' 54''$.

$\therefore\ 2{\cdot}2946\ K = 2'.\ 12''.$
$= 132''.$

$$\therefore\ K = \frac{132}{2{\cdot}2946} = 57''{\cdot}51$$

எ.கா. 2

உச்சி கடப்பதற்குமுன் அல்லது கடந்தபின் அளக்கப்பட்ட ஒரு விண்மீனின் நடுவரை விலக்கம் ஒளிக்கோட்டத்தால் பிழைபடவில்லையானால், அவ்விண்மீன் வானதுருவத்திற்கும், வான உச்சிக்கும் இடையில் உச்சி கடக்குமென நிறுவுக. மேலும், அக்குறிப்பிட்ட சமயத்தில் அதன் அடிவான தூரம் மீப்பெருமதிப்புப் பெறுகிறது எனவும் நிறுவுக;

6·3·2 (1)-ன் படி நடுவரை விலக்க மாற்றம்,

$= -K\ \tan z \cos\eta$ என நாம் அறிவோம். இது பூச்சியமானால், $\cos\eta = 0$ ஆகவேண்டும். ஏனெனில் $z \neq 0$ எனக் கொடுக்கப்பட்டிருக்கிறது.

$\therefore\ \eta = 90°$. அதாவது, அவ்விண்மீனின் நடுவரை விலக்க வட்டமும் ஏற்றக்கோணவட்டமும் $90°$ இல் வெட்டிக் கொள்கின்றன.

$\triangle$ ZPS ல், $\sin\phi = \cos z \sin\delta + \sin z \cos\delta \cos\eta.$
$= \cos z \sin\delta$ ($\because\ \cos\eta = 0$)

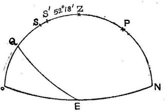
$\therefore\ \sin\phi < \sin\delta$
$\phi < \delta$

எனவே $90-\phi > 90-\delta$.

அதாவது உச்சி கடக்கும் சமயத்தில் S-இன் இடம், $ZP > SP$ என்ற சமனின்மைக்குப் பொருத்தமாயிருக்கும். ஆகவே S உச்சிகடப்பது Z-க்கும் P-க்கும் இடையில் இருக்கும். அப்படிப்பட்ட விண்மீனுக்கு மீப்பெரு அடிவான தூரம் $\eta = 90°$ என்ற நேரத்தில்தான் (அதாவது நடுவரை விலக்கம் ஒளிக்கோட்டத்தால் பிழைபடாத தருணத்தில்தான்) என 4·4 (ii) காட்டப்பட்டிருக்கிறது.

எ.கா. 3

$26°15'$ நடுவரை விலக்கமுள்ள ஒரு விண்மீன், வான உச்சிக்குத் தெற்கில் $52°\ 18'$ இல் உச்சி கடக்கிறது. ஒளிக்கோட்ட மாறிலி $58''{\cdot}2$ ஆனால், அவ்விடத்தின் அகலாங்கு காண்க. $\tan 52°\ 18' = 1{\cdot}2938$) படம் 6·6 3 (3) காண்க.



படம் 6·6·3 (3)

ZS' (தோற்றம்) $= 52^\circ\ 18'$

∴ சரியான உச்சி தூரம்

$= 52^\circ\ 18' + K \tan z$.

$= 52^\circ\ 18' + 58''{\cdot}2 \times 1{\cdot}2938$.

$= 52^\circ\ 19\ \ 15''{\cdot}3$

∴ ZS $= 52^\circ\ 19'\ 15''{\cdot}3$

$\delta = SQ = 26^\circ\ 15'$

∴ ZQ $= ZS + SQ$

$= 78^\circ\ 34'\ 15''{\cdot}3$

ஆனால் ZQ $= 90 - ZP = 90 - (90 - NP)$

$= NP = \phi$.

எனவே அகலாங்கு 78° 34' 15".3.

ஒளிக்கதிர்க் கோட்டம்

பயிற்சி 6

1. காற்றின் ஒளிக்கோட்ட எண் 1·0003 ஆனுல், வானியல் ஒளிக்கோட்ட மாறிலி 61"·9 என நிறுவுக.

2. வான் உச்சிக் கருகாமையில் இருக்கும் விண்மீன்களுக்கு ஒளிக்கோட்டம் உச்சிதூரத்தோடு தகவுடையதென நிறுவுக. அப்படிப்பட்ட விண்மீன்களுக்கு, ஒளிக்கோட்டம் ஏறத்தாழ உச்சி தூரத்தில் உள்ள பாகைகள் எண்ணிக்கைக்குச் சமமான விகலைகள் என நிறுவுக. (ஒளிக்கோட்ட மாறிலி = 57")

3. ஒரு விண்மீனின் தோற்ற ஏற்றக் கோணம் 60°. கோட்ட மாறிலி 58″·2 எனக் கொண்டால், அதன் சரியான ஏற்றக் கோணம் காண்க. (செ.)

4. ஒரு விண்மீனின் தோற்ற ஏற்றக் கோணம் $\sin^{-1}(\frac{5}{13})$; K 58″·2 எனக்கொண்டு அவ்விண்மீனின் சரியாய ஏற்றக் கோணம் காண்க. (செ.)

5. 44° 58′ 53″ வடக்கு அகலாங்குள்ள ஓர் இடத்தின் ஒரு மறையா விண்மீன் மேலுச்சி, கீழுச்சி கடக்கும்போது அளக்கப் பட்ட உச்சி தூரங்கள் 60°; 30° கோட்ட மாறிலியைக் காண்க. (செ.)

6. விண்மீனின் ஏற்றக்கோணம் உயர, உயர ஒளிக் கோட்டம் குறைகிறது எனவும், விண்மீன் வானுச்சியிலிருப்பின் ஒளிக்கோட்டம் இல்லவேஇல்லை எனவும் நிறுவுக.

7. ஒளிக்கோட்ட விளைவாகவும், கதிரவன் ஒரு புள்ளியாக மட்டுமில்லாததின் விளைவாகவும், 45° N அகலாங்குள்ள ஓர் இடத்தில் செப்டம்பர் 23ஆம் நாள், கதிரவனொளி $\frac{20\sqrt{2}}{3}$ நிமிடங்கள் அதிகமாக வீசுகிறது என நிறுவுக. (தொடுவான ஒளிக் கோட்டம் 35′ எனவும் கதிரவன் கோணவிட்டம் = 30′ எனவும் கொள்க.)

8. தொடுவான ஒளிக்கோட்டம் r'' ஆனல், கதிரவன் உதிக்குமிடம் தொடுவானத்தில் $\frac{r''\sin\phi}{\sqrt{\cos^2\phi-\sin^2\delta}}$ அளவுக்கு நகர்ந்திருக்கிறதென நிறுவுக. (ϕ — இடத்தின் அகலாங்கு)

9. மண்ணுலகத்தில் நடுவரையிலுள்ள இடங்களில், கதிரவன் மேட முதற்புள்ளி, துலாம் முதற்புள்ளிகளில் வரும்போது, கதிரவன் ஒளிக்கோட்ட விளைவின் பயனாக 4·5 நிமிடங்கள் முன் கூட்டியே உதிப்பதுபோலத் தோன்றுகிறதென நிறுவுக.

(α, δ) ஆயத்தொலைகள் உள்ள ஒரு விண்மீன் தொடுவானத் திற்குக் கீழ் θ அளவு தாழ்ந்திருக்கின்றது. அப்போது அதன் நேரக்கோணம் h ஆனல், $\cos^2\frac{h}{2} = \sec\phi.\ \sec\delta.$

$$\times\ \cos\left[\frac{\pi}{4}+\frac{\theta-\phi-\delta}{2}\right]\ \times\ \sin\left[\frac{\pi}{4}-\frac{\theta+\phi+\delta}{2}\right]$$

என நிறுவுக.

இதைப் பயன்படுத்தி (i) கதிரவன் மையம் எப்போது தொடு வானத்தில் உதிப்பதுபோல் தோன்றுகிறது எனக் காண்க. (தொடுவரன ஒளிக்கோட்டம் 35′)

(ii) எப்போது மெல்லொளி ஆரம்பிக்கிற தெனவும் காண்க.

குறிப்பு : $\triangle ZPS$ல் $ZP=90-\phi$; $PS=90-\delta$; $ZS=90+\theta$ எனக்கொண்டு cos ZS எழுதி, தேவைக்குத் தகுந்தபடி சுருக்குக.

மேலும் $\theta=35'$ அதாவது $\theta=\dfrac{35\times\pi}{60\times180}$ ஆரையன்கள் எனவும் கொண்டு, $\cos\theta=1$; $\sin\theta=\dfrac{35\,\pi}{10800}$ எனவும் கொண்டு சுருக்கி விடை காண்க.

11. கதிரவனின் கோணவிட்டம் D; அதன் மையத்தின் உச்சிதூரம் z; அச்சமயத்தில் கிடைநிலை (horizontal) விட்டச் சுருக்கம் KD அளவும், நெடுநிலை (Vertical) விட்டச் சுருக்கம் $K\sec^2 z.D$ அளவும் உள்ளதுபோல் தோன்றுகிறதென நிறுவுக.

(K-ஒளிக்கோட்ட மாறிலி.)

12. $45°\ N$ அகலாங்கில் உள்ள ஓர் இடத்தில் ஒளிக்கோட்ட விளைவாக, ஒரு விண்மீனின் தோற்ற நடுவரை விலக்கம், ஒரு நாளில் எப்படியெப்படி மாறுகிறதென ஆய்க; (சரியான நடுவரை விலக்கம் $50°\ N$). அவ்விண்மீனின் வலஏற்றம் $45°$ ஆனால், ஒளிக்கோட்டப் பிழை நடுவரை விலக்கத்தை இரண்டு குறிப்பிட்ட தருணங்களில் பாதிக்காதென நிறுவி அத்தருணங்களை விண்மீன் வழிநேரத்தில் அறிக.

[குறிப்பு : மீச்சிறு உச்சிதூரம் 5°; மீப்பெரு உச்சி தூரம் 85°; $\eta=90°$ ஆகும்போது ஒளிக்கோட்டப் பிழை பூச்சியமாகும்; அதற்குரிய h கண்டு, $t=\alpha\pm h$ என்ற வாய்பாட்டைப் பயன்படுத்தி, t அறிக].

7. புவிமையத் தோற்றப் பிழை

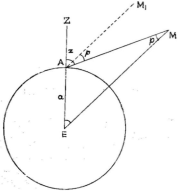
(GEOCENTRIC PARALLAX)

7·0 : ஒரு வான் பொருளைத் திட்டமாகக் குறிப்பிட்ட ஒரு புள்ளியிலிருந்து பார்க்கும் திசைக்கும், மண்ணுலகில் ஏதாமோர் இடத்தில் காட்சியாளன் அப்பொருளைப் பார்க்கும் திசைக்கும் உள்ள வேறுபாடு அவ்வான்பொருளின் 'தோற்றப் பிழை' எனப்படும்.

மண்ணுலகில் பல்வேறு இடங்களிலிருந்து வான்பொருளின் ஆயத்தொலைகள் பதிவு செய்யப்படுகின்றன. அவற்றினை ஒழுங்கு படுத்துவான் வேண்டி, புவிமையத்தை ஒரு திட்டமான புள்ளியாகக் கொண்டு, அவ்விடத்திற்குப் பொருந்தும் வகையில் ஆயத்தொலைகள் சீர்படுத்தப் படுகின்றன. இந்த அடிப்படையில் புவிமையத்திலிருந்து ஒரு வான் பொருள் இருக்கும் திசைக்கும், புவியின் மேல் ஓரிடத்திலிருந்து அப்பொருள்தோன்றும் திசைக்கும், உள்ள வேறுபாடு புவிமையத் தோற்றப் பிழை யெனப் படும். இது வழக்கமாக p எனக் குறிப்பிடப்படும்.

7·1 : பல்கோடி கிலோமீட்டர்களுக்கு அப்பாலுள்ள விண்மீன்கள் இப்பிழையால் பாதிக்கப்படுவதில்லை. ஏனெனில் புவிமையத்திலிருந்து அவற்றினைப் பார்க்கும் திசையும், காட்சியாளன் பார்க்கும் திசையும், ஏறக்குறைய இணைதிசைகளாகவே அமைந்து விடுகின்றன. ஆனல் கதிரவனும் சந்திரனும் சில கோள்களும் விண்மீன்கள் உள்ள அளவு அதிகமான தூரத்தில் இல்லையாதலின், இப்பொருள்களைப் பொருத்தமட்டில் புவிமையப் பிழைகள் கணக்கில் எடுக்கக்கூடிய அளவுக்கு இருப்பதால், அவை (மிக மிகச் சிறியதாயினும்) கணிக்கப்படுகின்றன. நடைமுறையில், கதிரவன் சந்திரன் என்பவற்றிற்குமட்டுமே, புவிமையப் பிழைகள் ஏற்றுக்கொள்ளப்படுகின்றன.

7·2 : புவிமையப் பிழை :



படம் 7·2

படம் 7·2 இல் புவியின் மேற்பரப்பில் A ஒரு இடம்

E புவியின் மையம்; M ஒரு வான்பொருள். புவிமையமான E இல் காட்சியாளன் இருப்பின், அவன் M ஐப் பார்க்கும் திசை EM. இது அவ்வான் பொருளின் சரியான திசையெனப்படும். Aஇல் உள்ள காட்சியாளன் M ஐப் பார்க்கும் திசை AM. இது அவ்வான் பொருளின் தோற்றத்திசை எனப்படும். இவ்விரு திசைகளின் வேறுபாட்டுக்கோணமான EMA, என்பது A என்ற காட்சியாளனது புவிமையப் பிழையாகும். எனவே ஒரு வான்பொருளின் புவிமையப் பிழையளவு, யாதெனின் காட்சியாளன் உள்ள இடத்தை புவிமையத் தோடு இணைக்கும் புவியின் அரைவிட்டம் ($AE = a$) அவ்வான் பொருள் M இல் வீழ்த்தும் கோணம் (எதிர்கொள் கோணம்) எனப் புலப்படுகிறது. அவ்வான்பொருளைத் திட்ட இடமான புவிமையத் திலிருந்து நோக்கினால், என்ன ஆயத்தொலைகள் இருக்குமோ அவற்றைப் பெற, உரிய புவிமையப் பிழைத்திருத்தங்கள் செய்து கொள்ளவேண்டும். இத்திருத்தங்கள் புவிமையத் தோற்றப் பிழைத்திருத்தங்கள் எனப்படும்.

உச்சி தூரத்தில் ஏற்படும் புவிமையப் பிழை திருத்தம்

படம் 7·2 இல் A வழியாக, $AM_1 \parallel EM$ வரைக. E இலிருந்து M இன் சரியான உச்சித் தூரம்

$$Z\hat{E}M = Z\hat{A}M_1 \ (\because (AM_1 \parallel EM)$$

தோற்ற உச்சித்தூரம் $z = Z\hat{A}M$

எனவே சரியான உச்சித்தூரமான

$$\begin{aligned} Z\hat{A}M_1 &= Z\hat{A}M - M_1\hat{A}M \\ &= Z\hat{A}M - A\hat{M}E \\ &= z - p \\ &= \text{தோற்ற உச்சிதூரம்} - \text{புவிமையப்பிழை} \end{aligned}$$

அதாவது தோற்ற உச்சித்தூரத்திலிருந்து p ஐக் கழித்தால் சரியான உச்சித் தூரம் கிடைக்கும். எனவே, பிழை p கழிக்கவேண்டிய அளவாகும்.

மண்ணுலக ஆரம் 'a' எனவும், E இலிருந்து வான்பொருளின் தூரம் d எனவும் கொள்வோம். a-உம், d-உம் தெரிந்தால், p இன் மதிப்பை அளவிடலாம்.

$\triangle EAM$ இல்

$$\frac{a}{\sin p} = \frac{d}{\sin E\hat{A}M} = \frac{d}{\sin(180-z)} = \frac{d}{\sin z}$$

$$\therefore \quad \sin p = \frac{a}{d}\sin z$$

'a' — யுடன் ஒப்பிடும்பொழுது d மிகப் பெரியதாக இருப்பின் $\frac{a}{d}\sin z$ —இன் மதிப்பு மிகச் சிறியதாக இருக்கும்.

$\therefore$ p ஆரையன் அளவில் கொடுக்கப்படின்

$\sin p \simeq p$

ஆகவே, புவிமையப்பிழை (ஆரையன் அளவில் தோராயமாக) $\frac{a}{d}\sin z$ எனப் பெறப்படுகிறது.

$\therefore$ $p = \frac{a}{d}\sin z$ என்ற வாய்பாடு கிடைக்கிறது ...**(1)**

இங்கு $z = 90$ ஆனல் p தனது மீப்பெரு மதிப்பாகிய $\frac{a}{d}$ என்ற மதிப்பைப் பெறுகிறது. இம் மீப்பெருமதிப்பை P எனக்

குறியீடு செய்தால், P என்பது, தொடுவான புவிமையப்பிழை (Horizontal Geocentric Parallax) எனப்படும்.

$\therefore \quad p = p \sin z$ எனவும், ...(2)

புவிமையப்பிழை வாய்பாட்டை எழுதலாம்.

ஒரு வான்பொருளின் பதிவுசெய்த உச்சித்தூரம் z ஆனால், சரியான உச்சித்தூரம்

$z - P \sin z$ எனப் பெறப்படும். ...(3)

d என்ற ஒரு குறிப்பிட்ட தூரத்தில் உள்ள வான் பொருளுக்கு $p = \frac{a}{d}$ ஒரு மாறிலியாகும்.

7·2·1 : எடுத்துக்காட்டாக சந்திரனின் தொடுவான புவிமையப் பிழை

$$P = \frac{3960}{2{,}40{,}000} \text{ (ஆரையன் அளவில்)}$$

$$= \frac{3960}{2{,}40{,}000} \times \frac{180}{\pi} \times 60 \times 60 \text{ விகலைகள்}$$

$$= 3406 \text{ விகலைகள்}$$

$$\simeq 57' \text{ (கலைகள்)}$$

ஏறக்குறைய $1°$ எனவே கொள்ளலாம்.

குறிப்பு: சந்திரனிலிருந்து, இம்மண்ணுலகத்தைப் பார்த்தால், இம்மண்ணுலகம் ஏறத்தாழ $1°$ கோண அரைவிட்டமுள்ள 'சந்திர வான்பொருளாக' (Lunar Celestial Object)க் காட்சி யளிக்கும்.

7·2·2 கதிரவன் தொடுவான் புவிமையப்பிழை

$$P = \frac{3960}{93 \times 10^6} \text{ (ஆரையன் அளவில்)}$$

$$= \frac{3960}{93 \times 10^6} \times \frac{180}{\pi} \times 60 \times 60 \text{ (விகலைகள்)}$$

$$\simeq 9'' \text{ (கலைகள்)}$$

கதிரவன், சந்திரன் மறைப்புகள்பற்றி நாம் அறிய முற்படும் பொழுது இப்புவிமையத் தோற்றப் பிழைகள் பயன்படும்.

குறிப்பு 1: இங்கு, சந்திரன், கதிரவன் சராசரி தூரம் கொண்டு, அவற்றின் புவிமையத் தோற்றப் பிழை கணிக்கப்

பட்டது. எனவே முன்பு கணிக்கப்பட்டவை, சராசரி புவிமையத் தோற்றப் பிழையெனப் படும்.

குறிப்பு 2 : சந்திரனது தூரத்தோடு ஒப்பிடும்போது கதிரவன் தூரம் ஏறக்குறைய 400 மடங்கு அதிகமாதலின், கதிரவன் தோற்றப் பிழை மிகச் சிறிதாக உள்ளது (1 : 400 என்ற தோராய விகிதத்தில் உள்ளது).

குறிப்பு 3 : கதிரவன் இம்மண்ணுலகத்தைச் சுற்றிவரும் தோற்றப்பாதை, ஒரு நீள்வட்ட மெனவும் அதன் $e = \frac{1}{60}$ எனவும் நாம் அறிவோம். மண்ணுலகத்திற்கும் கதிரவனுக்கும் உள்ள தூரம் ஒரு மாறிலி அல்ல; மீப்பெரு தூரம் $a(1+e)$; மீச்சிறு தூரம் $a(1-e)$. ஆகவே, கதிரவனின் புவிமையத் தோற்றப்பிழை மாறும் தன்மை உடையது.

$a\ (1+e)$ தூரம் உள்ளபொழுது, கதிரவனின் மீச்சிறு

புவிமையப் பிழை $= \frac{P}{1+e} = P(1+e)^{-1} \backsim P(1-e)$

$$= 9\left(1 - \tfrac{1}{60}\right)$$
$$= 8''{\cdot}85$$

மீப்பெரு புவிமையப்பிழை $= \frac{P}{1-e} = P(1-e)^{-1}$

$$\backsim P(1+e)$$
$$= 9\left(1 + \tfrac{1}{60}\right)$$
$$= 9''{\cdot}15$$

அவ்வாறே, சந்திரனின் மீச்சிறு புவிமையப் பிழை

$$= \frac{57'}{1 + \frac{1}{18}}$$
$$\backsim 57\left(1 - \tfrac{1}{18}\right)$$
$$= 53'.8.$$

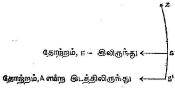
சந்திரனின் மீப்பெரு புவிமையப்பிழை

$$= \frac{57'}{1 - \frac{1}{18}}$$
$$\backsim 57\left(1 + \tfrac{1}{18}\right)$$
$$= 60{\cdot}'2$$

இவை 'கதிரவன், சந்திரன் மறைப்புப்' பகுதியில் பயன் படும்.

7.3: புவிமையத் தோற்றப் பிழையின் விளைவாக மண்ணுலக மையத்திலிருந்து ஒரு வான் பொருளைப் பார்ப்பதற்கும், மண்ணுலகப் பரப்பின் மேலிருந்து, அதே வான் பொருளைப் பார்ப்பதற்கும் உள்ள தோற்ற வேறுபாடுகள்.

வானகோளத்தின் மேல் இதன் விளைவு எப்படியிருக்கும் எனக் காண்போம்.



படம் 7.3

படம் 7.3 இதை விளக்கும்.

$ZS' = z$: A இலிருந்து பதிவு செய்த தூரம்

$SS' = p$: புவிமையப் பிழை $= P \sin ZS' = P \sin z$

∴ சரியான உச்சி தூரம் $ZS = ZS' - SS'$

$$= z - P$$

$$= z - P \sin z$$

எனவே, S என்ற விண்பொருள், தொடுவானம் பக்கமாக இறங்கிக் காட்சியளிக்கிறது.

ஆகவே, E இலிருப்பவன் ஒரு வான்பொருள் தொடு வானத்தில் உதயமாவதைப் பார்க்கும்போது, A இலிருப்பவனுக்கு அது உதயமாயிருக்காது. முன்னர் நாம் 4.2 இல் கண்டபடி, E இலிருப்பவன் வான்பொருள் உதயம் கண்ட பிறகு

$$\frac{P}{15\sqrt{\cos^2\phi - \sin^2\delta}}$$

விநாடிகள் கழித்தே, A இலிருப்பவனுக்கு அவ்வான்பொருள் உதயமாகும். (P → விகலையளவில் கொடுக்கப்பட வேண்டும்). எனவே, A இலிருப்பவனுக்கு வான் பொருள் உதயகாலம் தாமத மாகி, அந்திக் காலம் துரிதமாகிறது. ஆகவே A இலிருப்பவனுக்கு ஒரு வான் பொருள் தொடு வானத்திற்கு மேல் இருக்கும் மொத்த காலம், E இலிருப்பவனுக்கு உள்ளதைவிட

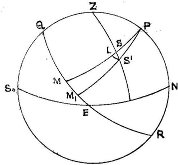
$$\frac{2P}{15\sqrt{\cos^2\phi - \sin^2\delta}}$$ விநாடிகள் குறைகிறது.

ஆனல் உச்சி கடக்கும் காலம் இருவருக்கும் ஒன்றே.
மேலும் z, s, s' மூன்றும் ஒரே பெருங்குத்து வட்டத்தின் மேலிருப்பதால், தொடுவான தூரத்தில் பிழையேதும் ஏற்படாது.

7.4: ஒளிக்கோட்ட விளைவுகள்—புவித்தோற்றப்பிழை விளைவுகள் —ஒப்பீடு.

ஒளிக்கோட்ட விளைவுகள்	புவிமையத் தோற்ற விளைவுகள்
தோற்றம்- z பக்கம் உயர்கிறது	தோற்றம்: தொடுவானம் பக்கம் தாழ்கிறது
பிழை : கூட்ட வேண்டியது $K\tan z$	பிழை : கழிக்கவேண்டியது $P\sin z$
K- வளி மண்டல நிலையைப் பொருத்தது. எல்லா வான் பொருளுக்கும் குறிப்பிட்ட வளிமண்டல நிலையில் K மாறிலி மதிப்புடையது.	P இன் மதிப்பு வான்பொருளின் தூரத்தின் நேர்மாறு விகிதத்தில் உள்ளது ($\propto \frac{1}{\text{தூரம்}}$); எனவே P ஒரு மாறிலி. வளி மண்டல நிலைக்குத் தொடர்பில்லை
விண்மீன்கள், கதிரவன் சந்திரன் முதலிய எல்லா வான் பொருள்களும் பாதிக்கப்படும்.	கதிரவன், கோள்கள், சந்திரன் மட்டுமே பாதிக்கப்படும்; விண்மீன்கள் பாதிக்கப்படுவதில்லை.
தொடுவானத்திற்கு மேலுள்ள காலம் அதிகமாகிறது	தொடுவானத்திற்கு மேலுள்ள காலம் குறைகிறது
தொடுவான தூரம், உச்சி கடத்தல் நேரம் மாறுது	தொடுவான தூரம், உச்சி கடத்தல் நேரம் மாறுது.
மாறுதல்கள் தோற்றமே.	மாறுதல்கள் தோற்றமே.
உச்சி தூரத்தைப் பொருத்தது	உச்சி தூரத்தைப் பொருத்தது.

7.5 : புவிமையத் தோற்றப்பிழை — நடுவரை விலக்கத்திலும் நேரக் கோணத்திலும் ஏற்படும் மாறுதல்கள்



படம் 7·5.

படம் 7·5 இல் E புவிமையம். மற்றவை முறைப்படி. S என்பது E இலிருந்து பார்க்கப்படும் வான் பொருளிடம் (உண்மையானது).

S'-மண்ணுலகப் பரப்பில் A என்ற ஓர் இடத்திலிருந்து பார்க்கப்படும் அவ் வான்பொருளிடம்.

இங்கு $Z\hat{S}P = \eta$ (வான் பொருளிடைக் கோணம்)

$ZS' = z$ (தோற்ற உச்சி தூரம்)

$S'S = P \sin ZS'$ (புவிமையத் தோற்றப் பிழை)

PSM, $PS'M_1$ என்பவை முறையே S, S' வழியாக வரையப்படும் நடுவரை விலக்கப் பெருவட்டங்கள்

தோற்ற நடுவரை விலக்கம் $S'M_1 = \delta$

சரியான (E மையம்) நடுவரை விலக்கம் $SM = \delta'$

S' இலிருந்து $S'L \perp PS$ வரைக (அதாவது $\parallel QR$)

நடுவரை விலக்கப்பிழை $= SL$

$\triangle SS'L$ ஒரு தள முக்கோணம் எனக் கொள்ளலாம்; ஏனெனில் SS' மிகச் சிறிய அளவுடையது. எனவே நடுவரை விலக்கப்பிழை

$$SL = SS' \cos S \ \hat{S}L$$
$$= SS' \cos Z\hat{S}P$$
$$= P \sin z \cos \eta \qquad \dots (4)$$

நேரக் கோணப் பிழை $= MPM_1$

$= $ வில் MM_1

வில் $M M_1 = S'L \sec \delta \ (\because S'M_1 = \delta)$

ஆனால் $S'L = SS' \sin \eta = P \sin \delta \sin \eta$

$\therefore MM_1 = P \sin z \sin \eta \sec \delta$

$=$ நேரக் கோணப்பிழை

$=$ வல ஏற்றப்பிழை $\qquad \dots (5)$

ஆனால்

$\triangle ZSP$ இல், $\dfrac{\sin ZP}{\sin \eta} = \dfrac{\sin ZS}{\sin ZPS}$

அதாவது, $\dfrac{\cos \phi}{\sin \eta} = \dfrac{\sin z}{\sin h}$

$\therefore \sin z \sin \eta = \cos \phi \sin h$

$\therefore$ நேரக் கோணப்பிழை

$=$ வல ஏற்றப்பிழை

$= P \sin z \sin \eta \sec \delta$

$= P \cos \phi \sin h \sec \delta \qquad \dots (6)$

7.6: உச்சி கடத்தல் அளவுகளைக் கொண்டு சந்திரனின் புவிமையப் பிழை அறிதல்.

ஒரே மண்ணுலக நெட்டாங்கில் உள்ள *A*, *B* என்ற இரண்டு இடங்கள், *A* உயர்ந்த வட அகலாங்கு பெற்றதாயும், *B* உயர்ந்த தென் அகலாங்கு பெற்றதாயும் எடுத்துக்கொள்வோம்.

ஒரே நெட்டாங்கில் இரண்டிடங்களிலும் காலம் காட்டும் கடிகாரங்கள் ஒரு குறிப்பிட்ட சமயத்தில் ஒரே நேரம்தான் காட்டும்.

காட்சிப் பதிவு செய்யும் நாளன்று, சந்திரனுக்குரிய வல ஏற்றம் பெற்று, நடுவரை விலக்கம் ஏறக்குறைய சமமாயும் உள்ள ஒரு விண்மீன் S (மாலுமிப் பஞ்சாங்கம் கொண்டு) தேர்ந்தெடுத்துக் கொள்வோம்.

படம் 7·6 காண்க. *A*, *B* என்ற இரு இடங்களும் ஒரே மண்ணுலக நெட்டாங்கிலிருப்பதால், சந்திரன் *M* உம் அவ்விண்மீன் S உம் ஒரே சமயத்தில் உச்சி கடக்கும். அப்போது இரு இடங்களிலும் சந்திர மையத்தின் உச்சித்தூரம் குறித்துக்கொள்க.

படத்தில் $Z_1 AM = z_1$; $Z_2 BM = z_2$
அதே சமயத்தில் சந்திரனுக்கும் விண்மீன் Sக்கும் இடைப்பட்ட கோண தூரம் $SAM = \alpha$, $SBM = \beta$, அளந்து கொள்க. S வெகு தூரத்திலிருப்பதால் $AS \parallel BS$ எனக் கொள்ளலாம்.

$AM' \parallel BM$ என வரைந்துகொள்வோம்.

$$S\hat{A}M' = \hat{S}BM = \beta \qquad (\because AM' \parallel BM)$$

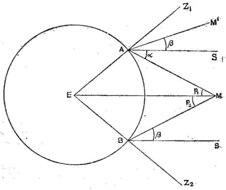
மேலும், $M'\hat{A}M = \alpha + \beta = A\hat{M}B$ $(\because AM' \parallel BM)$

மேலும் $A\hat{M}E = p_1 = P \sin z_1$

$B\hat{M}E = p_2 = P \sin z_2$

இங்கு P என்பது சந்திரனின் புவிமையத் தொடுவானத் தோற்றப் பிழையாகும்.

$$\therefore \alpha + \beta = A\hat{M}B = A\hat{M}E + B\hat{M}E$$
$$= P \sin z_1 + P \sin z_2$$
$$= P (\sin z_1 + \sin z_2)$$



படம் 7·6

$$\therefore \quad P = \frac{\alpha + \beta}{\sin z_1 + \sin z_2} \text{ எனப் பெறப்படும்.}$$

*AS*க்கும் கீழே *AM'* அமையுமானுல்

$$P = \frac{\alpha - \beta}{\sin z_1 + \sin z_2} \text{ எனப் பெறப்படும்.}$$

நாம் முன்னரே 7·2·1இல் சந்திரனின் புவிமையத்தொடுவானத் தோற்றப்பிழை ஏறத்தாழ 57' (கலைகள்)எனக் கணித்திருப் பதைக் காண்க. இவ்வாறே எந்தக் கோள்களின் புவிமையத் தொடுவானத் தோற்றப்பிழையையும் கணக்கிடலாம். ஆனுல்கதிரவன்பிழையைக் கணக்கிடுதல் இம்முறைப்படி இயலாது; ஏனெனில் S என்ற எந்த ஒரு விண்மீனையும் கூட்டாகக்கொண்டு கதிரவனைப் பார்க்க இயலாது.

ஆனுல் இடங்கள் வேறு, பார்ப்போர்கள் வேறு, கருவிகள் வேறு ஆதலால் இம்முறைப்படி, *P*ஐக் கணக்கிடுதல் அவ்வளவு செம்மையான அளவுகளைக் கொடுக்கமாட்டா.

வாய்ப்பாடுகள் சுருக்கம்

தொடுவானப் புவிமையத் தோற்றப் பிழை $= \frac{a}{d}$

(a, மண்ணுலக ஆரம், d, வான்பொருள் தூரம்)

கதிரவன் புவிமையப்பிழை (சராசரி) $= 9''$

சந்திரன் புவிமையப் பிழை (சராசரி) $= 57'$

காட்சி நேரக் குறைவு $= \frac{2P}{15\sqrt{\cos^2\phi - \sin^2\delta}}$

வல ஏற்றப்பிழை $= P \sin z \sin n \sec \delta$

$= P \cos \phi \sin h \sec \delta$

நடுவரை விலக்கப்பிழை $= P \sin z \cos n$

பயிற்சி 7

(பின்வரும் கணக்குகளில் வேறென்றும் மாருகக் கூறப்படா விடத்து மண்ணுலகின் ஆரம் 3960 மைல்களெனக் கொள்க.)

1. புவிமையத் தோற்றப்பிழையும் கோட்டப் பிழையும் ஒருங்கே கணக்கிலெடுத்தால், சந்திரனின் உதய நேரம் என்ன மாறுதலடையும் ?

2. சந்திர மையத்திலிருந்து, இம்மண்ணுலகின் சந்திரமையத் தோற்றப் பிழையென்ன ?

3. கதிரவனின் புவிமையத் தோற்றப்பிழை 9″. கோணவிட்டம் 32′ கதிரவனின் விட்டத்தையும் கதிரவனுக்கும் மண்ணுலகத்திற்கும் உள்ள தூரத்தையும் கணக்கிடுக.

4. சந்திரனின் புவிமையத் தோற்றப் பிழை 58′; கோணவிட்டம் 32′. சந்திரனின் விட்டத்தையும் சந்திரனுக்கும் மண்ணுலகிற்கும் உள்ள தூரத்தையும் கணக்கிடுக.

5. மண்ணுலகிற்கு அண்மை, சேய்மைநிலைகளிலுள்ளபோது சந்திரனின் புவிமையத் தோற்றப்பிழைகள் முறையே 1°உம் 0°54′உம் ஆகும். சந்திரன்பாதையின் குவிமையப் பிறழ்வென்ன ?

6. சந்திரனின் கோள அரைவிட்டம் 15′ஆக இருக்கும்போது அதன் புவிமையத் தோற்றப்பிழை 54′9. கோண அரைவிட்டம் 16′·6 ஆக இருக்கும்போது, அதன் புவிமையத் தோற்றப்பிழையென்ன ?

7. பின்வரும் காட்சிப்பதிவுகள் கொண்டு காட்சியிடத்தின் அகலாங்கு கணிக்க.

கதிரவன் கீழ்விளிம்பு உச்சி கடக்குங்கால் உச்சி தூரம்	62°24′45″ தெற்கு
அடிவானத்தாழ்வு	4′
கதிரவன் மைய நடுவரை விலக்கம்	+ 20° 55′ 10″
கதிரவன் கோண அரைவிட்டம்	15′ 47″
காட்சியிடத்தில் புவிமையத்தோற்றப் பிழை	5″
ஒளிக்கோட்டம்	30″

(செப்)

8. வானாய்வுக் கருவிகள்

(ASTRONOMICAL INSTRUMENTS)

8·0 : வான்பொருள்களைக் கண்டு, இடங்குறித்து, அவற்றின் ஆயத் தொலைகள், மற்ற அளவுகள் முதலியன பதிவு செய்ய வானியல் கருவிகள் பயன் படுகின்றன. இக்கருவிகள்பற்றி விரிவான முறையில் அறிய வேண்டுமானால், அதற்கென இயற்றப் பட்டிருக்கும் நூல்களைத்தான் நாடவேண்டும். கருவிகள் செய்தலும், அவற்றினை அதிநுட்ப ஆராய்ச்சிக்குப் பயன்படுத்தும் வகையில் அமைப்பதும், அக்கருவிகள் கொண்டு நுண்காட்சிகள் காண்பதும், தேவைப்படும் அளவுகளைப் பதிவு செய்வதும் பிழைகள் நேராவண்ணம் முன்னெச்சரிக்கையாக அவை நீக்குதற்குரிய ஏற்பாடுகள் செய்வதும், தனித்தனிக் கலைகளாகும். இவை பற்றிய விரிவான விளக்கங்கள் இந்நூலில் இடம் பெறுவதற்கில்லை. சில முக்கியமான கருவிகள் எந்த அடிப்படையில் அமைக்கப் படுகின்றன, எந்தெந்த அளவுகள் காண அவை பயன்படுத்தப் படுகின்றன என்பவை மட்டுமே இந்நூலில் குறிப்பாக விளக்கப் படும்.

8·1 : தொலைநோக்கி (Telescope): வானியல் அறிவு வளர்வதற்கு முதன்முதலாகப் பயன்பட்டது தொலை நோக்கி; இன்றும் தேவைப்படுவது தொலை நோக்கி. இதன் பெயருக்கு ஏற்றாற்போல் இக் கருவி, ஊனக் கண்ணால் காண இயலாது, வெகு தூரத்திலுள்ள பொருள்களை எளிதில் காணுவதற்கென, ஏற்பட்ட ஒருவகை ஒளியியல் (காட்சி) கருவியாகும் (Optical instrument). 1608ம் ஆண்டு, மூக்குக் கண்ணாடித் தொழில் செய்து வந்த 'லிப்பர்ஷே' (Lippershey) என்பவர்தான் முதன்முதலில் தொலைநோக்கிக் கருவி செய்தவராவார். அவர் கடையில் இக்கருவியைக் கண்ட கலிலியோ அவ்விதக் கருவியில் சில புத்திசாலித்தனமான மாறுபாடுகள் செய்து, அதை வான நுண்காட்சிக்குப் பயன்படும்

வகையில் திருத்தியமைத்தார். இவ்வித தொலைநோக்கி கொண்டு தான் கலிலியோ தன் வானாராய்ச்சிகளைத் தொடர்ந்து செய்து வந்தார். கெப்ளர், நியூட்டன், ஹால் (Hall), டாலண்ட் (Dolland) இன்னும் மற்றையோர் பெரு முயற்சியால், தொலை நோக்கியின் திறனும், ஆற்றலும் வளர்க்கப்பட்டன.

பொதுவாகத் தொலைநோக்கிகள் இரு வகைப்படும்.

(i) ஒளிக்கோட்ட முறைத் தொலை நோக்கி (Refracting telescope)

(ii) ஒளி திருப்பு முறைத் தொலை நோக்கி (Reflecting telescope)

8·1·1 : தொலைநோக்கிகள் (Telescopes) அடிப்படையமைப்பு :

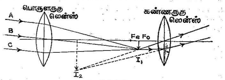
நீண்டதொரு குவிய தூரம் கொண்ட ஒரு குவிலென்ஸ் (குவி வில்லை — Convex lens) அல்லது ஒரு குழி ஆடியைப் (Concave mirror) பயன்படுத்தி எல்லையற்ற தொலைவிலிருக்கும் ஒரு பொருளின் மெய்ப்பிம்பம் முதலில் பெறப்படுகிறது. பின்னர் இந்த மெய்ப் பிம்பத்தை ஒரு குவிலென்ஸின் குவியத்தில் அல்லது குவிய தூரத்திற்குள் விழுமாறு செய்து அப்பொருளின்மாய பிம்பத்தினைப் பன்மடங்கு உருப்பெருக்கத்துடன் பெறலாம். பொருளுக்கு அருகே உள்ளது ஒரு குவிலென்ஸானால் அது ஒளிக்கோட்ட முறை தொலை நோக்கி (Refractor) எனவும், அது ஒரு குழி ஆடி ஆனால் அது ஒளி திருப்பு முறை தொலை நோக்கி (Reflector) எனவும் பெயர்பெறும். ஒவ்வொரு வகைக்கும் சில சிறப்பியல்களும் சில குறைபாடுகளும் உண்டு.

8·1·2 : வானியல் தொலைநோக்கியின் (Astronomical Telescope) அமைப்பு :

வானியல் தொலைநோக்கி, நீண்ட குவியதூரமுள்ள ஒரு குவிலென்ஸ் பொருளருகு லென்சாகவும் (Objective or objective glass), குறைந்த குவியத் தூரமுள்ள மற்றொரு லென்ஸைக் கண்ணருகு லென்ஸாகவும் (Eye-piece) கொண்டது. இவை இரண்டும் ஒரு உலோகக் குழாயின் இரு முனைகளில் அமைக்கப்பட்டுள்ளன. இவ்விரு லென்ஸுகளுக்கும் இடையே உள்ள தொலைவை சிறிதளவு கூட்டவோ குறைக்கவோ செய்வதற்காக ஒரு திருகு பக்கவாட்டில் அமைக்கப்பட்டிருக்கிறது.

செயல்படுமுறை : தொலைவில் இருக்கும் ஒரு பொருளினின்று *ABC* என்னும் ஒரு இணை ஒளிக்கற்றை பொருளருகு லென்ஸின்மீது விழுந்து அவை லென்ஸின் முக்கிய குவியத்தில்

(Principal focus) குவிக்கப்படுகின்றன. அங்கு பொருளின் மெய்ப்பிம்பம் I, ஒன்று சிறிய அளவில் தலைகீழாகக் கிடைக்கிறது. இந்த மெய்ப்பிம்பம் கண்ணருகு லென்ஸிற்குப் பொருளாக (Object) செயல்படுகிறது. இந்த மெய்ப்பிம்பம் கண்ணருகு லென்ஸின் முக்கிய குவியத்திற்குள் இருப்பதால் உருப்பெருக்கம்



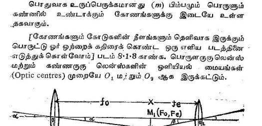
படம் 8·1·2

அடையப் பெற்ற பொருளின் ஒரு போலிப்பிம்பம் (virtual image) உண்டாக்கப்படுகிறது. முதல் பிம்பம் கண்ணருகு லென்ஸின் முக்கிய குவியத்திலேயே விழும்படி அமைந்தால் இறுதி போலிப் பிம்பம் எல்லையற்ற தொலைவில் கிடைப்பதாகக் கொள்ளப் படுகிறது.

8·1·3 : உருப்பெருக்கம் (Magnification)

பொதுவாக உருப்பெருக்கமானது (m) பிம்பமும் பொருளும் கண்ணில் உண்டாக்கும் கோணங்களுக்கு இடையே உள்ள தகவாகும்.

[கோணங்களும் கோடுகளின் நீளங்களும் தெளிவாக இருக்கும் பொருட்டு ஓர் ஒற்றைக் கதிரைக் கொண்ட ஒரு எளிய படத்தினை எடுத்துக் கொள்வோம்] படம் 8·1·3 காண்க. பொருளருகு லென்ஸ் மற்றும் கண்ணருகு லென்ஸ்களின் ஒளியியல் மையங்கள் (Optic centres) முறையே O_1 மற்றும் O_2 ஆக இருக்கட்டும்.



படம் 8·1·3

பொருள் எல்லையற்ற தொலைவில் இருப்பதால் அது கண்ணருகு லென்ஸிலோ பொருளருகு லென்ஸிலோ உண்டாக்கும் கோணங்

களுக்குள் மிகுந்த வேறுபாடு இல்லை. பொருளின் முதல் பிம்பம் (மெய்ப் பிம்பம்) பொருளருகு லென்ஸின் முக்கிய குவியத்தில் அதாவது F_0இல் கிடைப்பதால் O_1M_1 அதன் குவிய தூரத்திற்குச் (f_0) சமமாகும். கண்ணருகு லென்ஸிற்கு எல்லையற்ற தொலைவில் இறுதிப் பிம்பம் (போலிப் பிம்பம்) உண்டாவதாக இருந்தால் முதல் பிம்பத்திற்கும் கண்ணருகு லென்ஸிற்கும் இடையே உள்ள தொலைவு (F_eO_2) கண்ணருகு லென்ஸின் குவிய தூரம் (F_e) ஆகும்.

பொருள், பொருளருகு லென்ஸில் உண்டாக்கும் கோணம் α-ஆகவும், பிம்பம் கண்ணருகு லென்ஸில் உண்டாக்கும் கோணம் β-ஆகவும் இருக்கட்டும்.

$$\text{உருப்பெருக்கம் } (m) = \frac{\text{பிம்பம் கண்ணில் உண்டாக்கும் கோணம்}}{\text{பொருள் கண்ணில் உண்டாக்கும் கோணம்}}$$

$$= \frac{\beta}{\alpha}$$

கோணங்கள் சிறியனவாக இருப்பதால்

$$m = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{I_1M_1/f_e}{I_1M_1/f_o}$$

$$= \frac{f_e}{f_o}$$

$$\text{அதாவது, உருப்பெருக்கம்} = \frac{\text{பொருளருகு லென்ஸின் குவியதூரம்}}{\text{கண்ணருகு லென்ஸின் குவியதூரம்}}$$

கலிலியோ தொலைநோக்கி (Galilean Telescope)

ஒரு சாதாரண வானியல் தொலைநோக்கியில் இறுதிப்பிம்பம் தலைகீழாகக் கிடைக்கிறது. கலிலியோ தொலைநோக்கியில் ஒரு குழி லென்ஸைக் கண்ணருகு லென்ஸாகப் பயன்படுத்தி, ஒரு நேரான போலிப் பிம்பம் பெறப்படுகிறது. இவ்வகைத் தொலை நோக்கிக்குள்ள மற்றொரு சிறப்பு யாதெனின் இதன் நீளம் குறைவு. அதன் காரணமாக ஒளியிழப்பின் அளவும் குறைகிறது.

8·2 : ஒளிக்கோட்ட மற்றும் ஒளித்திருப்புமுறைத் தொலை நோக்கிகள் கீழ்க்கண்டவகைகளில் வேறுபடுகின்றன.

பொலிவுமிக்க பிம்பம் கிடைக்கவேண்டுமானாலும் பொருளின் நுண்ணிய பாகங்களைத்தெளிவாகக் காணவேண்டுமானாலும் தொலை நோக்கியின் ஒளி நுழைவாயில் (aperture) பெரியதாக இருக்க வேண்டும். இதற்கு லென்ஸின் அளவு பெரியதாக இருக்கவேண்டும்.

ஆனால் பகுதிக்குப்பகுதி ஒளிக்கோட்ட எண் மாறுமல்பெரியதொரு லென்ஸ் செய்வது கடினமாகும்.

இந்தக் குறைபாடு பெரிய நுழைவாயில் கொண்ட பெரியதொரு குழியாடியைச்செய்வதில் அவ்வளவாக இல்லை. மற்றும் ஒளிக் கோட்ட எண்ணின் மாறுபாடும் அதன் விளைவாக எழும் இரட்டை ஒளிக் கோட்டமும் இல்லை.

லென்ஸின் வழியே தளிக்கோட்டமுறையில் பிம்பமொன்றைப் பெறும்போது பெரும் பகுதி ஒளி ஆற்றல் மேல் விளைதளத்தில் ஒளித் திருப்பு முறையால் சிதறிச் சென்றுவிடுவதோடல்லாமல் லென்ஸை (கண்ணுடியானதால்) அக சிகப்பு (Infra-red) மற்றும் புற ஊதா (Ultra-violet) பகுதிகளுக்கான ஆற்றலை உட்கொண்டு விடுகிறது. எனவே பிம்பத்தின் பொலிவு வெகுவாகக் குறைகிறது.

ஒரு குழியாடி (பளபளப்பாக்கப்பட்ட உலோகத்தளம்) ஒளி சேகரிப்புத்திறன் (light gathering power) அதிகமாகப் பெற்றிருப்பதாலும், ஆடியின் மீது விழும் ஒளியில் சுமார் 90% பிம்பத்தை உண்டாக்கப் பயன்படுவதாலும் கோள்களின் பொலிவான பிம்பத்தைப் பெறலாம்.

லென்ஸ்களில் நிறப் பிறழ்ச்சி (Chromatic aberration) மற்றும் கோளகப் பிறழ்ச்சி (Spherical aberration) ஆகியவற்றை ஓரளவுக்குத்தான் குறைக்கமுடியுமேதவிர முழுதும் நீக்க முடியாது.

ஆடியினுல் உண்டாக்கப்பட்ட பிம்பங்களில் இவ்விதக்குறைபாடுகள் வெகுவாகக் குறைக்கமுடியும்.

ஒரு குறிப்பிட்ட உருப்பெருக்கமும் பொலிவும் கொண்ட பிம்பத்தைப் பெறவேண்டிய லென்ஸின் விலையைக் காட்டிலும் ஆடியின் விலை மிகவும் மலிவாகும்.

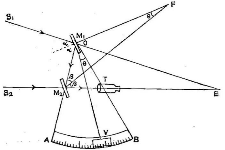
ஆனால் குழியாடியிலுள்ள பளபளப்பு மங்காமல் இருக்க அடிக்கடி அதைப் புதுப்பிக்க வேண்டும். மற்றும் உலோகத்தால் ஆக்கப்பட்ட குழியாடி வெப்பநிலை மாற்றத்தால் பாதிக்கப்படுகிறது.

சுமார் 125 செ. மீட்டருக்கு (50 அங்குலம்) அதிகமாக ஒளி நுழைவாயில் இருக்கும்படியான ஒளித்திருப்புமுறைத் தொலை நோக்கிகள் நேரிடையான மற்றும் புகைப்படமுறை காட்சிப் பதிவுகட்கு மிகவும் பயனுள்ளதாகும்.

8·2·1 : கலிபோர்னியோவிலுள்ள பாலமார் மலையின் (Palamar mountain) மீதுள்ள 200 அங்குல ஹேல் (Hale) தொலை நோக்கியே உலகிலுள்ளவற்றில் மிகப் பெரியதாகும். கலி போர்னியாவிலுள்ள ஹாமில்டன் மலையின்மீதுள்ள லிக் ஆப்ஸர் வேடரியில் (Lick Observatory) இருக்கும் 120″ தொலைநோக்கி அதற்கடுத்த பெரிய தொன்றுகும். இதற்குக் குறைவான ஒளி நுழைவாயில் கொண்ட இன்னும் பல ஒளித்திருப்புமுறை தொலை நோக்கிகள் இன்று பல்வேறு உள்ளன. எர்க்ஸ் ஆப்ஸர் வேடரியில் (Yerkes Observatory) இருக்கும் 40″ ஒளி நுழைவாயில் கொண்ட ஒளிக் கோட்ட முறை தொலைநோக்கியே இவ்வகையில் பெரிய தொலைநோக்கியாகும்

8·3 ஹேட்லேயின் செக்ஸ்டண்ட் (Hadley's Sextant)

ஒளி பிரதிபலித்தலின் தத்துவத்தின் அடிப்படையில் அமைக்கப்பெற்றுள்ள ஹேட்லேயின் செக்ஸ்டண்ட் என்னும் இக் கருவியானது ஏதேனும் ஓரிடத்தில் இரு புள்ளிகள் தாங்கும் கோண அளவைக் கண்டு அதனின்றும் விண்மீன்களின் தொலைவு மற்றும் கதிரவன், சந்திரன், கோள்கள் முதலிய வான்பொருள்களின் கோண விட்டம் போன்ற அளவுகளைக் கணக்கிடப் பெரிதும் பயன் படுகிறது.



படம் 8·3

இதில் OA மற்றும் OB என்னும் சம நீளமுள்ள இரு உலோகச் சட்டங்கள், O என்னும் புள்ளியில் $\angle AOB$ ஏறத்தாழ $60°$ இருக்கு.

மாறு இணைக்கப்பட்டுள்ளன. AB என்னும் வட்ட வில் போன்ற மற்றொரு சட்டம் பாகைகளாகப் பிரிக்கப்பட்டிருக்கிறது. இதை முக்கிய அளவுகோல் (Main scale) என்று கூறலாம். OV என்னும் மற்றொரு சட்டம் OAB என்னும் உலோகச்சட்ட அமைப்புக்குச் செங்குத்தாகவும், O வின் வழியே செல்லக்கூடியதுமான ஒரு அச்சைப்பற்றிச் சுழலும் வண்ணம் அமைக்கப்பட்டுள்ளது. V என்னும் முனையில் ஒரு வெர்னியர் அளவுகோல் (vernier scale) இணைக்கப்பட்டு, அது OB யின் மீது வரையப்பட்டுள்ள முக்கிய அளவுகோலின் மீது நகருமாறுஅமைக்கப்பட்டுள்ளது. M_1 என்னும் ஒரு சமதள ஆடி (Index mirror) OV-யின் O-என்ற முனையில் OV-யுடன் சேர்ந்தாற் போலேயே சுழலுமாறு OAB க்குச் செங்குத்தாக அமைக்கப்பட்டுள்ளது. M_2 என்னும் மற்றொரு நிலையான சமதள ஆடி (horizon glass) OA-யின் மையத்தில் ஏறத்தாழ OBக்கு இணையாக இருக்குமாறு செங்குத்தாக அமைக்கப் பட்டுள்ளது. M_2-வின் கீழ்பாதி மட்டும் ஒளியைப் பிரதிபலிக்கத் தக்கதாகவும், மேல்பாதி ஒளிபுகும் கண்ணுடியாகவும் அமைந்துள்ளது. OB-யில் T என்னும் ஒரு தொலைநோக்கி அதன் அச்சு M_2-வின் மையத்தின் வழியே செல்லுமாறும் M_2-வின் செங்குத்துக் கோட்டுடன் 30° கோணம் தாங்கும்படியாகவும் அமைக்கப் பட்டுள்ளது.

OV, OB யுடன் ஒன்றித்திருக்கும்போது வெர்னியர் அளவுகோல் மற்றும் முக்கிய அளவுகோல்களின் அளவுகள் பூச்சியமாக இருக்கும். இந் நிலையில் M_1 மற்றும் M_2-வின் தளங்கள் இணையாகவும் இருக்கும். கதிரவனை செக்ஸ்டண்டின் வழியே காணும் போது M_1 அல்லது M_2-விற்கு முன்னால் நிறவடிகட்டிகளை (coloured filters) பயன்படுத்துவதுண்டு.

செக்ஸ்டண்டின் தத்துவம் : S_1 மற்றும் S_2 என்னும் இரு விண்மீன்கள் ஒரு புள்ளியில் உண்டாகும் அல்லது தாங்கும் கோணத்தைப் பின்வரும் முறையில் கணக்கிடலாம் :

S_1, S_2 வை இணைக்கும் தளத்தில் செக்ஸ்டண்டை வைத்துக் கொண்டு S_2 வை M_2 விலுள்ள கண்ணுடியின் வழியே நேரிடையாகத் தொலைநோக்கியில் தெரியுமாறு அதை நிறுத்திக்கொள்ள வேண்டும். பின் OV என்னும் சட்டத்தை மெதுவாகச் சுழற்றினால் (அதாவது M_1 ஐச் சுழற்றினால்) M_1-ன் ஒரு குறிப்பிட்ட நிலையில் S_1-லிருந்து வரும் ஒளிக்கதிர் M_1, M_2 களில் பிரதிபலிக்கப்பட்டு தொலைநோக்கியின் வழியே செல்லுகிறது. அதாவது இப்போது தொலைநோக்கியில் S_1ம் S_2ம் ஒன்றித்திருப்பதாகத் தோன்றுகிறது. இதற்கு OV-யை துவக்க நிலையிலிருந்து திருப்பிய கோணம் ($\angle BOV$) θ ஆக இருக்கட்டும் M_1 மற்றும் M_2க்கு வரையப்பட்ட

குத்துக் கோடுகள் Fஇல் சந்திக்கட்டும். OV-யின் துவக்க நிலையில் இரு ஆடிகளின் குத்துக் கோடுகளும் இணையாக இருந்து, இப்போது M_1, θ கோணம் திருப்பப்பட்டிருப்பதால் அதன் குத்துக்கோடும் θ கோணம் திருப்பப்பட்டு $\angle OFM_2$, θ ஆகிறது. S_1-லிருந்து வரும் ஒளிக்கதிருக்கு M_1-ல் α என்பது படுகோணம், மற்றும் பிரதிபலித்த கோணமாகவும் மற்றும் M_2 ல் β என்பது அதே கோணங்களாகவும் இருக்கட்டும். $\triangle OFM_2$-ல் $\alpha=\beta+\theta$ அல்லது $\theta=\alpha-\beta$. S_1O-வையும் S_2T-யையும் இழுத்துவிட அவை E-ல் சந்திப்பதாகக் கொள்வோம்.

எனவே $\triangle OEM_2$-ல் $2\alpha=\angle OEM_2+2\beta$

அல்லது $\angle OEM_2=2(\alpha-\beta)$

$=2\theta$

அதாவது $\angle S_1ES_2=2\theta$

அதாவது S_1 மற்றும் S_2, E-ல் தாங்கும் கோணம் OV சட்டம் திருப்பப்பட்ட கோணத்தைப் போல் இரு மடங்காகும். $\angle S_1ES_2$-வை நேரிடையாக அறிந்துக்கொள்ளும்பொருட்டு AB சட்டத்தில் கோணங்கள் இரு மடங்காக்கப்பட்ட அளவீடுகளாலேயே குறிக்கப்பட்டிருக்கும்.

பின்வரும் கணக்கீட்டின் மூலம் தூரத்திலிருக்கும் பொருள்கள் தரைக்கோட்டிலிருந்து உண்டாக்கும் உயரத்தை (h) செக்ஸ்டண்டின் உதவியால் கணக்கிடலாம்.

தரைக்கோட்டிற்கும் பொருளுக்கும் இடையே உள்ள கோணத்தை 2θ என்று அளந்து கொண்டு பொருளுக்கும் E-க்கும் உள்ள தொலைவை d-என்றும் வைத்துக்கொண்டால்

$h=d\tan 2\theta$ ஆகும்

d-யின் மதிப்பு தெரியாமலிருந்தால், செக்ஸ்டண்டை x-தொலைவு பொருளை நோக்கி நகர்த்திச் சென்று இன்னொரு முறை கோணத்தை $(2\theta_1)$ அளந்தால்

$h=(d-x)\tan 2\theta_1$ ஆகும்.

இவ்விரு சமன்பாடுகளிலிருந்து

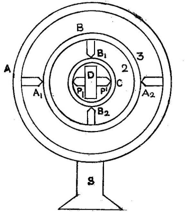
$x=h(\cot 2\theta-\cot 2\theta_1)$ என்றும்,

அல்லது $h=\dfrac{x}{\cot 2\theta-\cot 2\theta_1}$ என்றும் பெறலாம்.

தரைக்குமேலே இருக்கும் ஒரு பொருளின் உயரத்தைக் கணக்கிட பொருளை S_1 ஆகவும், S_2-வைத் தரையின் வழியாகவும் எடுத்துக்கொள்ளவேண்டும். எங்காவது ஓரிடத்தில் தரைக்கோடு

சரியாக நிர்ணயிக்க முடியாமலிருந்தால் பாதரசத்தை ஒரு செயற்கைத் தளமாகக் கொண்டு, பொருளையும் பாதரசத்தில் அதன் பிம்பத்தையும் முறையே S_1 மற்றும் S_2 ஆகக் கொண்டு E-ல் S_1 S_2 தாங்கும் கோணத்தை அளக்கவேண்டும். இதில் பாதியே உண்மையில் தேவைப்படும் கோணமாகும். சந்திரன் அல்லது கதிரவனின் விட்டத்தை அளக்க அதன் இரு விளிம்புகளையும் S_1 மற்றும் S_2 ஆக எண்ணிக்கொள்ளவேண்டும்.

8·4 : ஜைராஸ்கோப் (Gyroscope): போஃகால்ட் (Foucault) தானே அமைத்த ஜைராஸ்கோப் என்ற கருவி கொண்டு மண்ணுலக தினசரிச் சுழற்சியை நாம் கண்ணெதிரே பார்க்கும் வகையில் செய்து காட்டியிருக்கிருர். இக்கருவியின் அடிப்படையான சுழல் இயக்க விதி பின்வருமாறு.



படம் 8·4

ஒரு சமச்சீரான அச்சை மையங் கொண்டு ஒரு வெளியில் (Space) சுழலும் ஒரு பொருள் எப்போதும் அவ்வெளியிலே நிலையாகச் சுழன்றுகொண்டே இருக்கமுடியும்; அதாவது அது இயங்கும் அச்சு, திசைமாருது இருக்கமுடியும். இதுதான் தன்

திசைமாருமல் உள்ள ஒரு சமச் சீரச்சை மையங் கொண்டு மண்ணுலகம், தினசரி சுழன்று வரும் இயல்பான நிலையாம்.

8·4·1 : ஜைராஸ்கோப்பின் பகுதிகளும் அவற்றின் சுழற்சிகளும்

1. புறத்தே A என்ற வளையம் குத்துத்தளத்தில் S என்ற நிலை மேட்டில் நிறுத்தப்பட்டிருக்கிறது.

2. B_2-ம் C_2-ம் இரண்டு உள்வளையங்கள். B என்ற வளையம் A_1 A_2 என்ற அச்சில் சுழலக்கூடும்; C என்ற வளையம் B_1 B_2 என்ற அச்சில் சுழலக்கூடும்.

3. D என்ற ஒரு சக்கரம் PP' என்ற அச்சில் சுழலக்கூடும்.

4. எனவே PP' என்ற அச்சு எந்தத் திசையிலும் திருப்பி வைக்கக்கூடிய அமைப்பில் உள்ளது.

5. அவ்வாறு நாம் வேண்டும் திசையில் PP'-ஐ நிலை நிறுத்திய பின்பு, D என்ற சக்கரத்தை ஒரு மின்சார மோட்டாரோடு இணைத்து வேகமாகச் சுழலச்செய்தால் PP' என்ற அச்சின் திசைமாருமல் அச்சக்கரம் சுழன்றுகொண்டே இருக்கும்.

போ∴கால்ட் அச்சு PP'-ஐ வடதுருவப் பக்கமாக நோக்கும் படி வைத்து D என்ற சக்கரத்தை வேகமாகச் சுழற்றிவிட்டபோது, PP' திசை மாருது சுற்றிக்கொண்டேயிருந்தது. PP' ஐ ஒரு விண் மீன் திசையில் நிலைநிறுத்தி, அச்சக்கரத்தை வேகமாகச் சுழற்றி விட்டார். அப்போது அவ்வச்சு, அவ்விண்மீனோடு சுற்றி வந்த தைக் கண்டார். எப்போதும் அவ்விண்மீனை நோக்கியே PP' இருந்துவந்தது. இவ்வாருக மண்ணுலகம், துருவ அச்சு மையங் கொண்டு தன்னைத்தானே சுழல்கிறதெனவும், விண்மீன்கள் விண் வெளியில் நிலைத்திருக்கின்றனவெனவும், மண்ணுலக தினசரிச் சுழற்சியின் விளைவாகவே விண்மீன்கள் வானவெளியில் சுற்றி வரும் தோற்றம் நமக்குத் தெரிகிறதெனவும் அக்கருவி கொண்டு போ∴கால்ட் விளக்கினர்.

5·5 : வானியல் கடிகாரம் அல்லது மீன்வழிக் கடிகாரம் (The Astronomical or sidereal clock) : இந்த கடிகாரம் சாதாரண கடிகாரம் போன்றதுதான். ஆனல் இது நுட்பமாகக் காலம் காட்ட வேண்டியிருப்பதால், தட்ப வெப்பநிலை மாறுதல்களால், இது காட்டும் காலம் தவருதிருக்கவேண்டிய முறையில் அமைக்கப்பட்டிருக் கிறது. இவ்வமைப்பின் அடிப்படை யாதெனில், தட்ப வெட்ப மாறுதல்களால் ஏற்படும் வேறுபாடுகள், கூர்மதி கொண்ட புனைத் திறத்தால் சரிக்கட்டப்படுகின்றன.

ஹாரிஸன் (Harrison) புனைந்த கிரிடையர்ன் (Gridiron) ஊசலியும், கிரஹாம் (Graham) புனைந்த பாதரஸ ஊசலியும் மேற் கூறிய அடிப்படையில் சரிக்கட்டிக்கொள்ளக் கூடிய ஊசலிகள் (Compensating Pendulums).

இவ்வமைப்புக்களின் சிறப்பு யாதெனின் எல்லா தட்ப வெட்ப நிலைகளிலும், அலைவு மையத்திற்கும் (Centre of Oscillation) தொங்கல் மையத்திற்கும் (Centre of Suspension) உள்ள தூரம் ஒரு மாறிலியாக இருக்கும். எனவே அலைவு நேரம் மாறிலியாகி விடுகிறது.

தட்ப வெட்ப மாறுதலின் விளைவுகளைக் கூடிய அளவு குறைக் கும் வகையில், துத்தநாகம் எஃகு கலப்பட உலோகத்தால் ஊச லிகள் அமைப்பதுண்டு. அல்லது இன்வர் (Invar) எனப்படும் எஃகு நிக்கல் கலப்பட உலோகத்தாலும் ஊசலிகள் செய்வதுண்டு. இன்னும் முன்னெச்சரிக்கையாக, இக்கடிகாரம் தட்ப வெட்ப மாறு தல்களால் பெரிதும் பாதிக்கப்படாமல், பூமிக்குக் கீழ் ஒரு குகைய றையில் வைக்கப்படுகிறது.

இக்கடிகாரம் 0 மணி முதல் 24 மணி வரையில் காலம் காட்டும். கடிகாரமுகம் 0 முதல் 24 வரை எண்கள் தாங்கியிருக் கும். இவ்வானியல் கடிகாரம் மீன்வழிக்காலம் காட்டுவதற்கென அமைக்கப்படுகிறது. மேடமுதற்புள்ளி (r) உச்சி கடக்கும்போது இக்கடிகாரம் 0 ம 0நி 0வி காட்டும். அதாவது மணி முள்ளும் நிமிட முள்ளும் 24 என்ற எண்ணில் ஒருங்கமைந்திருக்கும். மறு படியும் அடுத்து மேட முதற்புள்ளி உச்சிகடக்கும்போது இக்கடி காரம் 24 ம 0 நி 0 வி காட்டும். இந்தக்கால இடைவெளி (அதா வது அடுத்தடுத்து γ உச்சிகடக்கும் சமயங்களுக்கிடைப் பட்டது) 24 சமபாகங்களாகப் பிரிக்கப்பட்டு, ஒவ்வொரு இடைவெளியும் ஒரு மீன்வழி எனப்படும்.

60 மீன்வழி விநாடிகள்	=	1 மீன்வழி நிமிடம்
60 மீன்வழி நிமிடங்கள்	=	1 மீன்வழி மணி.
24 மீன்வழி மணிகள்	=	1 மீன்வழி நாள்.

இம்மண்ணுலகம் தன்னைத்தானே விண்மீன்கள் பின்னணியில் ஒரு முழுச்சுற்று சுழன்றுவரும் காலம் ஒருமீன்வழி நாளாகும். இம் மண்ணுலகம் கதிரவனைச்சுற்றி, விண்மீன்கள் பின்னணியில் ஒரு முழுச்சுற்று சுற்றிவரக்கூடிய காலம் ஒருமீன் வழி ஆண்டு எனப் படும்.

இக்கடிகாரப்படி, γ வானகோளத்தில் மேற்புள்ளியில் (W) சாயும்போது மீன்வழி மணி 6 ; γ வானகோளத்தில் தொடு வானத்

திற்குக் கீழ் அடிவானத்தில்உச்சி கடக்கும்போது மீன்வழிமணி 12. γ, கீழ்ப்புள்ளியில் (E) உதயமாகும்போது மீன்வழி மணி 18; உச்சி கடக்கும்போது 24 மணி; ஒரு மீன்வழி நாள்முடிந்து அடுத்த விண்மீன்நாள் ஆரம்பிக்கிறது. இது மீன்வழி நண்பகலெனப்படும்.

சாதாரண கடிகாரத்தில் ஓர் அரை அலைவுக் காலம் (vibration) அரை விநாடிக் காலம்; முழு அலைவுக் காலம் (oscillation) ஒரு விநாடிக் காலம். ஆனால் விண்மீன் கடிகாரத்தில் ஓர் அரை அலைவிற்கு ஒரு விநாடிக் காலம் என்ற வகையில், விண்மீன் கடிகாரம் இயற்றப்பட்டிருக்கிறது. $t = \alpha + h$ என்ற வாய்பாட்டின் படி, ஒரு விண்மீன் உச்சி கடக்கும்போது இக்கடிகாரம் காட்டும் காலம், அவ்விண்மீனின் வல ஏற்றமாகும். ஒரு குறிப்பிட்ட சமயத்தில் காட்டப்படும் காலம், அந்த சமயத்தில் γ-ன் நேரக் கோணமாகும்.

γ ஐ இடங்குறிக்கும் முறை, பகுதி 10 இல் விளக்கப்பட்டிருக்கிறது; ஒரு விண்மீன் உச்சி கடக்கும் மீன்வழி நேரத்தை அறியும் முறை இப்பகுதியில் 8·6 இலிருந்து 8·5·3 வரை விளக்கப்பட்டிருக்கிறது.

மிகமிக நுட்பமாக இக்கடிகாரம் செய்யப்பட்டிருந்தாலும், இதற்கும் சில குறைகள் ஏற்படலாம். நமது பொது வழக்கிலுள்ள கடிகாரங்கள் சற்று வேகமாகவோ, சற்று வேகம் குறைவாகவோ, ஓடுவதால் ஏற்படும் பிழைகள், விண்மீன் கடிகாரங்களிலும் ஏற்படலாம். (மிக நுட்பமாகவும், இழை பிசகாத வகையிலும் செய்யப்படுவதால் பெரும் பிழைகள் ஏற்பட வாய்ப்புகள் இல்லாவிடினும், சிறுபிழைகள் ஏற்படக்கூடும்). ஒரு குறிப்பிட்ட சமயத்தில் சரியான காலம் அறிய, கடிகாரம் காட்டும் காலத்திற்குக் கூட்டவேண்டிய திருத்தம், கடிகாரப் பிழை (error of the clock) எனப்படும். (சில சமயங்களில் பிழை கழிக்கப்பட வேண்டியுமிருக்கும்). சில கடிகாரங்கள் ஒரு நாளைக்கு x'' வீதம் வேகமாகவோ, அல்லது x'' வீதம் வேகக் குறைவாகவோ போகலாம். இந்த x என்பது, கடிகாரத்தின் வேக விகிதம் (rate of the clock) ஆகும். இந்த விகிதம் ஒரு சீராக இருக்கும்வரையில் இடையூறுகள் ஏற்படா.

8·5·1 : கிரீனிச் கடிகாரம் (Chrnometer Greenwich Watch)

கிராநுமீட்டர் எனப்படும் இக் கடிகாரம் மிக நுட்பமாகச் செய்யப்பட்ட ஒரு பெரிய கடிகாரம்தான். இது ‘கிரீனிச் காலம்’ காட்டும். இதன் துடிப்பியக்கச் சக்கரம் (balance wheel) தட்ப வெட்ப நிலை மாறுவதினால் ஏற்படும் விளைவுகளைச் சரிகட்டிக்

கொள்ளும் வகையில் பூணையப்பட்டிருக்கிறது. (விரிவான விளக்கம் மற்ற நூல்களில் காண்க). கப்பல் மாலுமிகளுக்கு இக்கடிகாரம் மிகவும் தேவைப்படுகிறது. சிறு சிறு பிழைகளைத் தவிர்க்க, ஒவ்வொரு கப்பலிலும் மூன்று, நான்கு கடிகாரங்கள் இருக்கும். அவை காட்டும் சராசரி நேரத்தில் பிழை இராது. திசை தப்பிவிட்ட மாலுமிகளுக்கு, தாங்கள் இருக்கு மிடத்தை அறிந்துகொள்ள (இருக்கும் இடத்தின் அகலாங்கு, நெட்டாங்கு கணிக்க) கிரீனிச் காலம் மிகவும் இன்றியமையாதது. கப்பலில் இக் கடிகாரம் ஆடாது அசையாது மட்டமாக இருப்பதற்காக 'கிம்பால்ஸ்' எனப்படும் ஓர் அச்சின்மேல் பொருத்தப்பட்டிருக்கும். நிலத்தில் இருக்கும் போது, உலர்ந்த இடத்தில் எச்சரிக்கையாகப் பொருத்தப்பட்டிருக்கவேண்டும்.

எல்லா வானியல் ஆய்வுக் கூடங்களிலும் கிரீனிச் கடிகாரம் கட்டாயம் இருக்கும். சிறப்பாக, பூமி அதிர்ச்சியால் பாதிக்கப்படும் நாடுகளில், இது மிகவும் இன்றியமையாததாகும்; ஏனெனில் சிறு சிறு பூமியதிர்ச்சிகளால்கூட ஊசலியோடுள்ள கடிகாரங்கள் பாதிக்கப்படுகின்றன.

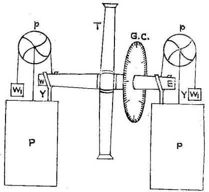
கிரானுமீட்டரை நிர்மாணித்தவர் ஹாரிஸன்; இவர்தாம் 'கிரிடைரன்' ஊசலியையும் வழக்கில் கொண்டு வந்தவர். கிரானுமீட்டர்கள் கிரீனிச் காலம் காட்டும்—அதாவது 0° நெட்டாங்கு உள்ள இடத்தில் உள்ள காலமாகும்.

வானியல் ஆராய்ச்சியில் காலம் காணல் மிகத் துல்லியமாக விருக்கவேண்டியிருப்பதால், எத்தனையோ கூர்மையான புனையமைப்புகள் செய்து, சரியான காலம் காட்டும் கடிகாரங்கள் செய்யப்படுகின்றன. வளி அழுக்கம், தட்ப வெப்ப நிலை முதலிய வற்றின் விளைவாக ஏற்படும் குறைகளெல்லாம் நீக்கப்பட்டு கடிகாரங்கள் செய்யப்படுகின்றன.

8·6: உச்சி கடத்தல் காண் தொலைநோக்கி: (The Transit Instrument):

இதன் பெயர் அறிவிப்பது போல, விண்மீன்கள், மற்ற வான் பொருள்கள் உச்சி கடக்கும் நேரம் அறிய இக்கருவி பயன்படுகிறது. இது ஒரு நிலையான வானுய்வுக் கூடத்தில் நிலைநிறுத்தப் பட்டிருக்கும். சரியானபடி, கிடைமட்டமாக (horizontally) கிழக்கு மேற்கில் பொருத்தப்பட்ட உட்புழையுள்ள உருளை (hollow cylinder) EW-ன் மத்தியில் T-என்ற ஓர் ஒளிக்கோட்டத் தொலைநோக்கி உருளையின் அச்சுக்குச் செங்குத்தாக அமையுமாறு கெட்டியாக இணைக்கப் பட்டிருக்கிறது. உருளையின் அச்சு, சரியான

கிழக்கு மேற்கில் இருக்கும். உருளையின் இரு முனைகளும் உராய்தலைத் தாங்கக் கூடிய Y-வடிவமுள்ள இரண்டு தாங்குதளங்

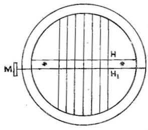


படம் 8·6

களில் வைக்கப்பட்டிருக்கும். இவ்விரு 'Y' களும் முற்றிலும் ஒரே மாதிரியாக இருக்கும். இரண்டு சம உயரங்களுள்ள தூண்களின் (PP) மேல் இவ்விரு 'Y' களும் பதிக்கப்பட்டிருக்கும். 'Y' களில் உராய்வு அதிகமில்லாமல் இருக்கும் வகையில், ஒரு புனைவு ஏற்பாடு செய்யப் பட்டிருக்கும். அச்சு பலமாக இருக்கவேண்டும். தொலை நோக்கிக் குழாய் வளைவு, நெளிவு ஏற்படாவண்ணம் அழுத்தமாக இருக்கவேண்டும். Y-களில் பொருந்தும் பகுதிகள் சரியான உருளை களாக இருக்கவேண்டும்; அவை சமமாகவும் ஒரே அச்சுடைய தாகவும் இருக்கவேண்டும். இவ்வளவு பண்புகளும் இருந்தால் தான், நுண்காட்சி அளவைகளில் பிழை ஏதும் ஏற்படாது.

இப்படிப் பதிக்கப்பட்ட அச்சை மையம் கொண்டு, அத் தொலை நோக்கி சுழலும்போது, அது உச்சி வட்டத்தில் சுழல்கின்றது. அதாவது, அத் தொலைநோக்கியின் வழியாக வானகோள உச்சி வட்டத்தில் வந்து கடக்கும் விண்பொருள்கள் யாவும் காட்சிக்குக் கிடைக்கும். பொருளருகு லென்சின் (காட்சி வில்லையின்) (Focal plane of the objective glass) குவிமையத் தளத்தில்,

'ரெட்டிகிள்' (reticle) எனப்படும் ஒரு வட்டப் பின்னல் வரி Fவைக்கப் பட்டிருக்கிறது.



படம் 8 6 (1)

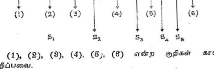
படம் 8·6 (1) காண்க. இவ் வட்டத்தில் ஒற்றைப் படை செங்குத்துக் கம்பிகள் சமதூரங்களில் (5 அல்லது 7) பதிக்கப் பட்டிருக்கின்றன ; மத்தியில் இருக்கும் கம்பி, செங்குத்து விட்டத் தோடு பொருந்தியிருக்கிறது. மேலும் இரண்டு கிடைக்கம்பிகள் (horizontal wires) பதிக்கப்பட்டுள்ளன. அவற்றுள் ஒன்று (H) கிடை விட்டத்தோடு ஒருங்கி நிலையாகப் பொருத்தப்பட்டிக்கிறது; மற்றொன்று H_1, நிலையாகப் பொருத்தப்பட்ட கம்பிக்கு இணையாக மேலும் கீழும் நகர்த்தும் வகையில் அமைக்கப்பட்டு இருக்கிறது. நகர்த்துவதற்கு ஒரு நுண் அளவை மானித் திருகாணி, M (micrometer screw-head) உதவி செய்கிறது. பெரும்பாலும் காட்சி ஆய்வுகள் இரவில் செய்யவேண்டியிருக்கும். ஆதலால், EW-க்கருகில் வசதியான ஓரிடத்தில் ஒரு விளக்கு அமைத்து அங்கு ஒரு சமதள ஆடி (Plane Mirror) வைத்து அவ் வெளிச்சம் வாயிலாக ரெட்டிக்கிள்ளில் உள்ள மெல்லிய கம்பிப் பகுதியை ஒளிபெறச் செய்யலாம்.

8·6·1 தொலைநோக்கியின் நேர் வரிப்பாடு (Line of Collimation) : மிகச் சரியாக இக்கருவி அமைக்கப்பட்டிருக்கு மானால், காட்சி வில்லையின் ஒளிமையத்தை (Optical centre) நடு செங்குத்துக் கம்பியின் மையத்தோடு இணைக்கும் நேர்க் கோடு, நாம் தொலைநோக்கியைச் சுழற்றும்போது உச்சி வட்டத்தில் சுழல்கிறது. இக் கோட்டிற்குத் தொலைநோக்கியின் நேர்வரிப்பாடு (line of collimation) எனப் பெயர்.

8·6·2 : கால வரிப்படம் (Chronograph)

உச்சிக் கடத்தல் காண் தொலை நோக்கிகொண்டு விண் மீன்கள் உச்சி கடக்கும் சமயத்தைப் பதிவு செய்வதற்காகத்தானே இயங்கும் சில பொறி அமைவுகள் செய்யப்பட்டிருக்கின்றன. (இப் பொறி அமைவு பின்னர் நாம் காண இருக்கும் திசை உயர மானி (alt. azimuth) என்ற கருவியிலும் பயன்படுத்தப்படும்). ஒரு 40 செ.மீ நீளம், சில செ.மீ. விட்டமுள்ள உருளையைச் சுற்றி ஒரு காகிதம் சுருட்டப்பட்டு, மின்னியல் சாதனம் ஒன்றோடு இணைக்கப் பட்டிருக்கிறது. இச் சாதன உதவியால் அக்காகிதத்தில் ஒரு விநாடிக்கு ஒரு முறை, அல்லது 2 விநாடிகளுக்கு ஒருமுறை ஒரு குறியிடும் வகையில் ஒரு பேனா பொருத்தப்பட்டிருக்கிறது. ஒரு விண்மீனை உற்று நோக்கிக்கொண்டிருக்கும் காட்சியாளன், அம்மீன் ஒவ்வொரு (ரெட்டிகிளில் உள்ள) கம்பி கடக்கும்போதும் ஒரு தட்டு தட்டுகிறான். அது மின்னியல் சாதன உதவியால், அக்காகிதத்தில் ஒரு குறியாக இடம் குறிக்கப்படுகிறது. சோதனை முடிந்தவுடன், அக்காகிதத்தை எடுத்து, பதிவு செய்யப்பட்ட குறிகளைக் கொண்டு, தனக்கு வேண்டிய கால அளவுகளைக் குறித்துக் கொள்கிறான்.

ஒரு கால வரிப்படம் காகிதத்தில் வரையப்பட்ட வகையில் பின்னர் காட்டப்பட்டிருக்கிறது.



(1), (2), (3), (4), (5), (6) என்ற குறிகள் காலங் குறிப்பவை.

S_1 S_2 S_3 S_4 S_5 என்ற குறிகள் விண்மீன் ஒவ்வொரு கம்பியைக் கடக்கும்போதும், காட்சியாளன் தட்டிய காரணமாக இடப்பட்ட குறிகள். முதல் கம்பியைக் கடக்கும் சமயமும் 10.58·0 என்ற மணியும் இணைந்திருக்கின்றன. எனவே முதல் கம்பியைக் கடந்த நேரம் 10ம 58நி 0வி. S_2—இரண்டாவது கம்பியைக் கடந்த சமயம் 10ம 58நி 2வி. க்கும் 10ம 58நி 4வி. க்கும் இடைப்பட்ட நேரம்; (3)→(S_2)ஐ அளந்து அச்சமயம் என்ன நேரம் என நுட்பமாகக் கணிக்கலாம் [(3) முதல் S_2 வரை நீளம்].

8·6·3 : உச்சிக் கடத்தல்காண் தொலைநோக்கியில் பின்வரும் பிழைகள் ஏற்படலாம். அவற்றை முதலிலேயே கண்டு, பின்னர் காட்சி முடிந்தபிறகு, வேண்டிய திருத்தங்கள் செய்துகொள்ள லாம்.

(1) மட்டப்பிழை (Level Error) : *EW*-சரியான கிடையாக (horizontal) இல்லாததன் விளைவாக ஏற்படும் பிழை.

(2) நேர்வரிப் பாட்டுப் பிழை (Collimation Error) : நேர் வரிப்பாடு, *EW* க்குச் செங்குத்தாக இல்லாததன் விளைவாக ஏற்படும் பிழை.

(3) திருப்பப் பிழை அல்லது தொடுவான தூரப்பிழை (Deviation Error or Azimuth Error): *EW*, கிழக்கு மேற்கில் இல்லாத காரணத்தால் ஏற்படும் பிழை. இவைகளுக்குரிய பிழை திருத்தங்கள் அறிந்து காட்சியாளன் தான் பதிவு செய்திருக்கும் அளவைகளுக்குத் திருத்தங்கள் செய்துகொள்ளவேண்டும்.

8·7 : உச்சி வட்டம் (The Transit Circle or Meridian Circle)

முன்னர் நாம் கண்ட உச்சி கடத்தல் காண் தொலை நோக்கியோடு, நுண்படிகளாக அளவுக் கூறுகள் குறிக்கப்பட்ட ஒரு வட்டம் (Graduated circle) இணைக்கப்பட்ட ஒரு கருவியே உச்சி வட்டம் என்ற கருவியாகும். உச்சி கடத்தல் காண் தொலை நோக்கி கொண்டு விண்மீன்கள் உச்சி கடத்தல் நேரத்தை மட்டுமே நாம் பதிவுசெய்யமுடியும். உச்சி வட்ட உதவியால் அது மட்டுமன்றி விண்மீன்களின் நடுவரை விலக்கம் அல்லது வடதுருவ தூரம் காணமுடியும். இதற்காக, அளவுக் கூறுகள் குறிக்கப்பட்ட ஒரு வட்டம், தொலைநோக்கியோடு சுழலும் வகையில், கெட்டியாக அச்சில் இணைக்கப்பட்டிருக்கிறது. இவ் வட்டத்தின் அச்சும், உருளையின் அச்சும் ஒன்றே. படம் 8·6 இல் *G. C.* என்பது இப்பொழுது சொல்லப்பட்ட அளவுக் கூறுகள் கொண்ட வட்டமாகும்.

தூண் ஒன்றின்மேல், அளவுக்கூறுடைய வட்டத்தைப்போல மற்றொரு வட்டம் (அதே அளவுடையது), அதே உயரத்தில் நிலைநிறுத்தப்பட்டிருக்கிறது. பின்கூறிய வட்டத்தின் வரம்பில் சம இடைவெளிகளில் 6 நூதக் கண்ணாடிகள் (microscopes) பொருத்தப் பட்டிருக்கின்றன. சற்று குறைந்த உருப்பெருக்க ஆற்றலுள்ள (Low magnifying power) மற்றோர் நூதக் கண்ணாடி யும் இந்தக் குத்து வட்டத்தின்மேல் பொருத்தப்பட்டிருக்கிறது. இப்பூதக் கண்ணாடிக்குச் சுட்டிக் காட்டி (Pointer) எனப் பெயர்.

அச்சு சுழலும்போது, அதோடு, தொலைநோக்கியும், அளவுக் கூறு வட்டமும் அப்படியே சுழலும். சுழலும்போது, அளவுக் கூறு வட்டத்தின் மேலுள்ள அளவுக் கூறுகள், பூதக் கண்ணாடிக்கு முன்பு ஓடுவதால், அப்பூதக் கண்ணாடிகளின் குவிமையத் தளத்தில் உருப் பெருக்கம் பெற்றுத் தோன்றும்.

வேண்டிய விண்மீன் காட்சிக்குக் கிடைத்தபின்பு, விண்மீன் கிடைக் கம்பிக்கு அருகில் வரும்வரை காத்திருந்து அருகில் வந்த வுடனே, தொலைநோக்கியை அதே நிலையில் இறுக்கிப் பிடித்துக் காட்சியாளன் நிலைநிறுத்திவிடவேண்டும். பின்னர் பூதக் கண்ணாடிகளிலுள்ள திருகாணியைத் திருகி செங்குத்துக் கம்பியும் கிடைக்கம்பியும் வெட்டும் இடத்தில் விண்மீன் காட்சியளிக்கும் படி செய்யவேண்டும். தொலைநோக்கியை இறுகப் பிடித்து நிலை நிறுத்திவிட்டபடியால், இப்போது முதல் வட்டத்தில் காட்டப் பட்ட அளவை, பூதக் கண்ணாடிகள் வழியாக அறிந்து, தேவைப் படின், அவ்வளவுகளின் சராசரியைக் கண்டால் நமக்குத் திருத்த மான அளவு கிடைக்கும். இப்போது, அந்த வட்டத்தில் பதிவான அளவைக் கொண்டு, நடுவரை விலக்கம் காண, நமக்கு மற்றோர் அளவு வேண்டும். அதாவது, தொலைநோக்கியின் நேர் வரிப்பாடு ஒரு குறித்த திசையில் இருக்கும்போது, வட்டத்தில் பதிவாகும் அளவு வேண்டும்.

8.7·1 : **உச்சிப் புள்ளிப்பதிவு :** நேர் வரிப்பாடு உச்சியை நோக்கியிருக்கும்போது, வட்டத்தில் காணப்படும் பதிவு உச்சிப் புள்ளி (zenith point) எனப்படும்.

கீழ் உச்சிப் புள்ளிப் பதிவு : நேர் வரிப்பாடு, கீழ் உச்சியை நோக்கியிருக்கும் போது, வட்டத்தில் காணப்படும் பதிவு, கீழ் உச்சிப்புள்ளி (Nadir point) எனப்படும்.

துருவப் புள்ளிப்பதிவு : நேர்வரிப்பாடு, வடதுருவம் நோக்கி யிருக்கும் போது, வட்டத்தில் காணப்படும் பதிவு, துருவப்புள்ளி (Polar point) எனப்படும்.

கீழ் உச்சிப் புள்ளி : தொலைநோக்கியின் அடியில், அதாவது இரண்டு தூண்களுக்கு மிடையே ஒரு பாதரசம் நிறைந்த தட்டம் ஒன்று வைக்கவும். இப்போது தொலைநோக்கியைச் சுழற்றி, ரெட்டிக்கிள்லில் உள்ள மையக் குத்துக் கம்பியும், பாதரசத்தில் விழும் அதன் நிழலும் ஒருங்குமாறு தொலைநோக்கியை வைக்கவும். அப்போது நேர் வரிப்பாடு கீழுச்சியை நோக்கி இருக்கும். இப்போது அளவுக்கூறு வட்டம் காட்டும் அளவு, கீழுச்சக் குரிய அளவாகும. இந்த அளவே கீழுச்சிப்புள்ளி என

வரையறுக்கப்படும். இந்த அளவுக்கு 180°ஐக் கூட்டினாலோ, கழித்தாலோ மேல் உச்சிக் குரிய அளவு பெறப்படும். இந்த அளவு உச்சிப்புள்ளி எனப்படும்.

துருவப் புள்ளிப் பதிவு: தொலைநோக்கியைக் கொண்டு, ஒரு 'மறையா விண்மீன்' இருமுறை தொடுவானத்திற்கு மேல் உச்சி கடக்கும்போது, அளவுக் கூறு வட்டத்தில் காட்டப் படும் அளவுகளைக் குறித்துக்கொள்க. மறையா விண்மீன் உச்சி கடக்கும். திசைகளுக் கிடைப்பட்ட கோணத்தைத் துருவத்தின் திசை இரு சம பகுதிகளாகப் பிரிப்பதால், இவ்விரு அளவுகளின் சராசரி, துருவப் புள்ளிக்குரிய அளவாகும். இந்தச் சராசரி அளவே துருவப்புள்ளி (Polar point) என வரையறுக்கப் படுகிறது.

முதலில் நாம் வேண்டிய விண்மீனைக் காட்சிக்குக் கொண்டு வந்து, அவ் விண்மீன் செங்குத்துக் கம்பியும் கிடைக்கம்பியும் வெட்டுமிடத்தில் தோன்றும்போது, அளவுக் கூறு வட்டம் காட்டும் அளவைப் பதிவு செய்திருக்கிறோம். (...8·7... காண்க). இந்தப் பதிவு C_1 எனக் கொள்க; துருவப் புள்ளி C_2 எனக் கொள்க. C_2 என்பது 90° நடுவரை விலக்கத்திற்குப் பொருந்து மாதலின், அதையொட்டி C_1ன் மதிப்பறிந்தால், அதுவே விண்மீனின் நடுவரை விலக்கமாகும்.

எடுத்துக்காட்டாக,

விண்மீன் காட்சியின்போது வட்டப்பதிவு C_1.

துருவப்புள்ளி C_2.

$$C_2 + x = 90$$
$$\therefore x = 90 - C_2$$

எனவே நாம் எடுத்துக் கொண்ட விண்மீனின் நடுவரை விலக்கம் δ எனக் கொண்டால்

$$C_1 + x = \delta \text{ எனப் பெறப்படும்.}$$
$$\therefore \delta = C_1 + 90 - C_2$$
$$= 90 - (C_2 - C_1)$$
$$= 90 - \text{வட துருவ தூரம்}$$

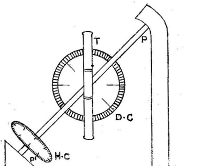
எனவே $(C_2 - C_1)$ = வடதுருவ தூரம் எனவும் கணிக்கலாம். அவ்வாறே உச்சிப் புள்ளி C_3 என நாம் வட்டப் பகுதியில் பெறுவதாகக் கொள்வோம். $|C_1 - C_3|$ ன் மதிப்பு, அவ்விண்மீன் உச்சிக் கடக்கும் சமயத்திலுள்ள உச்ச தூரம் ஆகும்.

எனவே உச்ச வட்டம் உதவி கொண்டு, ஒரு விண்மீனின் நடுவரை விலக்கத்தையும், அது உச்சிக் கடக்கும் சமயத்திலுள்ள உச்சி தூரத்தையும், அளவுக் கூறுவட்டப் பதிவளவுகளைக் கொண்டு கணிக்கலாம்.

கதிரவன், சந்திரனுடைய மையத்தின் நடுவரை விலக்கம், உச்சி கடக்கும் சமயத்திலுள்ள உச்சி தூரம் கணிக்கவேண்டுமாயின், கதிரவன், சந்திரனுடைய மேல் பகுதி அல்லது கீழ்ப்பகுதி உச்சி கடக்கும் சமயத்தில், விண்மீனுக்குச் செய்ததுபோல் அளவுக் கூறு வட்டப் பகுதிகளைக் கொண்டு, கணிக்கப்படவேண்டிய அளவுகளைக் கண்டு, அவற்றோடு, கதிரவன் அல்லது சந்திரனது கோண அரைவிட்டத்தைக் கூட்டியோ கழித்தோ அவற்றின் மையங்களின் நடுவரை விலக்கமோ அல்லது ஏற்றமோ அறியலாம்.

8.7.2: மூலக் குத்து வட்டக்கருவி (The Prime Vertical Instrument): உச்சிக் கடத்தல்காண் தொலைநோக்கியின் அச்சை தெற்கு - வடக்காகத் திருப்பி வைத்தால், தொலைநோக்கியின் நேர்வரிப்பாடு, மூலக்குத்து தட்டத்தில் சுழலும். எனவே விண்மீன் மூலக்குத்து வட்டத்தைக் கடக்கும்போது விண்மீன் காலத்தையும், அச்சமயமுள்ள உச்சி தூரத்தையும் காணலாம்.

8·9. நடுவரைத் தொலை நோக்கி



படம் 8·9.

(The Equatorial) : இதுவரை நாம் கண்ட வானியல் கருவிகள் யாவும், உச்சி கடக்கும் நேரம் அல்லது மூலக்குத்து வட்டம் கடக்கும் நேரம் காணவும், வான் பொருள்களின் ஏற்றம் அல்லது நடுவரை விலக்கம் காணவும்தான் பயன்படும். இக்கருவிகள் கொண்டு, வான்பொருள்களைச் சிறிது நேரம்தான் காட்சியில் வைத்து இருக்கமுடியும். (சில வினாடிகள் மட்டுமே). ஆனால் சில சமயங்களில், எடுத்துக்காட்டாக, கிரகண சமயத்தில், நாம் ஒரு விண்பொருளை நெடுநேரம் காட்சியில் வைத்து இருக்கவேண்டிய தேவை ஏற்படுகிறது. இதற்காகத் தொலைநோக்கியை நாம் நடுவரை உயர்ச்சியில் (Equatorial Mounting) வைக்க வேண்டியிருக்கிறது. படம் 8.9 பார்க்க.

மூலக் கோட்பாடு (Fundamental Principle)

மண்ணுலக துருவ திசையில் ஓர் அச்சு பொருத்தப்பட்டிருக்கிறது. அவ்வச்சு சுழலக் கூடியது. மண்ணுலகம் தன்னைத் தானே சுற்றிவரும் அச்சுக்கு இணையான திசையுடையது. இது துருவ அச்சு (Polar axis) எனப்படும். இந்த அச்சோடு கெட்டியாக இதற்குச் செங்குத்தாக மற்றொரு அச்சு இணைக்கப்பட்டிருக்கிறது. (முதல் அச்சு, தனது தாங்கு தளத்தில் சுழலும்போது இரண்டாவது அச்சும் அதற்கு எப்போதும் செங்குத்தாகவே அதனுடன் சுழலும்): இரண்டாவது அச்சு, நடுவரை விலக்க அச்சு (declination axis) எனப்படும். இரண்டாவது அச்சின் முனையில் ஒரு தொலைநோக்கி இணைக்கப்பட்டிருக்கிறது. தொலை நோக்கியின் ஒளி அச்சு (optical axis) இரண்டாவது அச்சுக்குச் செங்குத்தாகப் பொருத்தப்பட்டிருக்கிறது. தொலைநோக்கியை இரண்டாவது அச்சின் மையமாகச் சுழற்றலாம். முதலிரண்டு அச்சுகளை முறையாகச் சுழற்றி, எந்த விண்மீனையும் தொலை நோக்கியின் காட்சிக்குக் கொண்டு வரமுடியும். கடிகாரம்போலவே தானாகவே ஒழுங்காக இயலும் ஒரு பொறி அமைப்பு கொண்டு துருவ அச்சைப் பூமியின் வேகத்திற்குச் சமமான வேகத்தில் சுழல வைக்கலாம். எனவே, பூமியின் சுழற்சியின் விளைவு முற்றிலும் சரிக்கட்டப்படுகிறது. விண் பொருள்கள் எல்லையற்ற தூரங்களிலிருப்பதால், இப்பொறியமைப்பின் விளைவாக எப்போதும் ஒரு குறிப்பிட்ட விண் பொருளை, தொலை நோக்கியில் நமது காட்சியிலேயே வைத்திருக்கலாம்.

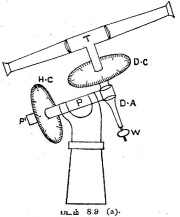
துருவ அச்சில் ஓர் அளவுக் கூறுடைய வட்டம் பொருத்தப்பட்டிருக்கிறது. அளவுக் கூறுகள், மணி, நிமிடம். இவ்வட்டம் மணி-வட்டம் அல்லது வல ஏற்ற வட்டம் (H.C). எனப்படும்.

நடுவரை விலக்க அச்சு கிடை நிலையில் உள்ளபோது, தொலைநோக்கி உச்சி வட்டத்தில் இருக்கும். அப்போது துருவ அச்சில்

அமைந்திருக்கும் ?அளவுக் கூறு வட்டத்தோடு இணைக்கப்பட்ட வெர்னியர் 0ம 0நி காட்டும். தொலைநோக்கியின் காட்சியில் ஒரு விண்மீன் படும்போது, மணி-வட்டப் பதிவு அம்மீனின் நேரக் கோணத்தைக் காட்டும். $t = \alpha \pm h$ என்ற வரம்பாடு கொண்டு அப்போது விண்மீன் காலம் கண்டு, வல ஏற்றம் கணிக்கலாம்.

ஒரு தெரிந்த விண்மீனைக் காணவேண்டுமானால், துருவ அச்சைத் திருப்பி, மணி வட்டத்தை (தெரிந்த) ?கால கோணம் காட்டும் இடத்தில் நிறுத்தி, நடுவரை யச்சைத் திருப்பி, நடுவரை வட்டத்தை (D.C.) (தெரிந்த) நடுவரை விலக்கம் காட்டும் இடத்தில் நிறுத்தினால், விண்மீன் தொலை நோக்கியில் காட்சிக்குப்படும்.

8.9 (a) படம் 8.9 (a) இல் மற்றொரு வகையான நடுவரைத் தொலை நோக்கி காட்டப்பட்டிருக்கிறது. இதன் அடிப்படைத் தத்துவம் முன் கூறப்பட்டதேயாம். ஆனால் இதன் உயர்ச்சியமைப்பு



படம் 8.9 (a).

(Mounting) மாறுபட்டது. PP′ என்ற துருவ திசையச்சு, முனைப் பகுதிகளில் பதிக்கப்படாமல், உராய்தலைத் தாங்கக் கூடிய இரு பொறியமைப்புக்களில் அசையுமாறு, ஒரு தூணில் நிறுத்தப் பட்டிருக்கிறது.

இதில்,

H.C- என்பது மணி-வட்டம்.

D.A- என்பது நடுவரை விலக்க அச்சு.

T- என்பது தொலைநோக்கி.

T உம் D.C. உம் ஒரே அச்சில் நிறுத்தப்பட்டிருக்கின்றன.

D. அஜச் சுழற்றி, தொலைநோக்கியை நாம் விரும்பும் துருவ தூரத்திற்கு இசையுமாறு நிறுத்திக் கொள்ளலாம்.

முன் போலவே P P′ இன் சுழற்சி, மண்ணுலக மீன்வழி நாள் சுழற்சியோடு இயைந்துவிடும் வகையில் ஒரு பொறியமைப்புண்டு.

நடுவரைத் தொலைநோக்கிகள் கொண்டுதான் புதிய கோள் களும் வால் விண்மீன்களும் கண்டுபிடிக்கப்படுகின்றன. நிழற் படக் காட்சிகள் செய்ய இந் நடுவரைத் தொலைநோக்கிகள் பயன் படும்.

8·9·1. திசை உயரமானி (The alt—azimuth)

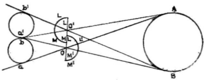
ஒரு விண்பொருள் உச்சி கடக்கும் சமயமல்லாது மற்ற சமயங் களில் அதைக் காணவேண்டுமாயின், உச்சி வட்டத்தில் மட்டுமே சுழலும், உச்சி கடத்தல் காண் தொலைநோக்கியும், உச்சிவட்டமும் பயன்படாது. எனவே மற்ற சமயங்களில் விண்பொருள் காண, திசை உயரமானி என்னுமோர் கருவி பயன்படுகிறது. இக்கருவி, ஒரு விண்பொருள் வானத்தில் எங்கிருப்பினும் அதன் ஏற்றம், அடி வான தூரம் இரண்டும் காணும் வகையில் இயற்றப்பட்டிருக்கிறது. நடுவரைத் தொலை நோக்கியின் அச்சு, துருவக் கோட்டில் இருப்ப தற்குப் பதிலாகச் செங்குத்தாகப் பொருத்தப்பட்டிருக்கிறது. அப் போது மணி—வட்டம் கிடைநிலையில் அமைந்துவிடும். இருவட் டங்களையும் சுழற்றி, ஒரு விண்பொருளைக் காட்சிக்குக் கொண்டு வந்துவிட்டால், செங்குத்துவட்டம் விண்பொருளின் ஏற்றத்தையும், கிடைநிலைவட்டம் அடிவான தூரத்தையும் காட்டும்.

கிடை நிலை வட்டமும், செங்குத்து வட்டமும் முறையே கிடை நிலையிலும் செங்குத்தாகவும் இருக்கவேண்டும். தொலைநோக்கியின் நேர் வரிப்பாடு உச்சியை நோக்கி இருக்கும்போது, இருவட்டங் களும் பூச்சியம், பூச்சியம் (zero, zero) என்ற அளவுகளைக் காட்ட வேண்டும்.

8·9·3. கதிரவன் விட்டளவுக்கருவி: (விட்டம் காட்டி- (Heliometer):

ஒளிக்கோட்ட முறைத் தொலைகாட்டியின் காட்சி வில்லை இருபுறக் குவிலென்சாக இருக்குமென நாமறிவோம். இவ் விருபுறக் குவிலென்ஸை, இரண்டு சமபாகங்களாக வெட்டி, ஒரு

அளவு கூறுடைய திருகாணி அமைப்பில் இருபகுதிகளும் ஒன்றின் மேலொன்று அவற்றின் பொதுவிட்டத்தின்மேல் நகரும் வகையில் ஒரு புனைவு செய்வோம். படம் 8·9 3 பார்க்க.



படம் 8·9·3.

LM, *L'M'* இரண்டு வெட்டப்பட்ட குவிலென்ஸின் இருசம பகுதிகள், பொதுவிட்டம் *LL'*MN' மேல் நகர்த்தக்கூடிய முறையில் அமைக்கப்பட்டு திருகாணியோடு உயர்த்தவும், தாழ்த்தவும் கூடிய வகையில் புனைவொன்று செய்யப்பட்டிருக்கிறது. *AB* கதிரவன். கதிரவனை நோக்கி இவ்விரு பகுதி லென்சுகளும் அவற்றின் பொதுவிட்டத்தின்மேல் நகர்த்தப்படுகின்றன. அப்போது கதிரவனின் இரு பிம்பங்கள் பெறப்படும். படத்தில் காட்டியுள்ளபடி, *ab*, *a'b'* என்ற இருபிம்பங்களும் ஒன்றையொன்று தொடும் வகையில் [(*a'*, *b'*) என்ற இடத்தில்] இரு லென்ஸ் பகுதிகளும் ஒன்றின் மேல் ஒன்று நகர்த்தப்பட்டு அந்நிலையில் பொருத்தப்படுகின்றன. அப்போது இருலென்ஸ் பகுதிகளின் மையங்கள் 0,0'க்கு இடைப்பட்ட தூரம், திருகாணி எத்தனைமுறை திருகப்பட்டது என்ற எண்ணிக்கையிலிருந்து அறியலாம். ob என்பது லென்ஸின் குவிய தூரம் (focal length). எனவே, ∠obo' அதாவது கதிரவனின் கோணவிட்டம் கணிக்கப்படுகிறது.

8·9·3·1 : கதிரவன் நாழிக்கோல் (The Sun dial)

கதிரவன் நேரத்தைக் காட்டும் கருவி இந்நாழிக்கோல் ஆகும். ஒரு நாழிக்கோல் தகுந்த முறையில் பதியவைத்து, அதன் நிழல் ஓர் அளவுக் கூறுத்தட்டின்மேல் விழும்போது, அத்தட்டில் நிழல் காட்டும் அளவையே, அந்த சமயத்தில் கதிரவன் நேரமாகும்.

8·9·4. ஒரு கிடைநிலை கதிரவன் நாழிக்கோல் அமைப்பு

கடிகாரங்கள் வழக்கிலில்லாத காலத்தில் கதிரவனின் நிழல் அளந்துதான் தோராயமாகக் காலம் கணிக்கப்பட்டது. அப்படிக்

கணிக்கும் முறையைப் பல நாட்டினர் ஓர் ஒழுங்குபடுத்தி, கதிரவன் நாழிக்கோலென ஒரு கருவியைப் படைத்துக்கொண்டனர். அப்படைப்புக்கு அடிப்படையான தத்துவம் பின்னர் விளக்கப்பட்டிருக்கிறது.

படம் 8·9·4 காண்க.

கிடைத் தளத்தில் S_0N என்ற ஒரு பெரிய வட்டத் தட்டம், அளவுக் கூறுகள் காட்டவேண்டிய வகையில் வைக்கப்பட்டிருக்கிறது. S_0N— தெற்கு-வடக்கு திசைக் கோட்டிலுள்ளது;

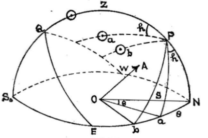
O – தட்டின் மையம்;

உச்சி வட்ட தளத்தில், அவ்விடத்தின் அகலாங்கான ϕ அளவு, சாய்வாக, OA என்ற ஒரு கோல் (மையம் C இல்) பதிக்கப்பட்டிருக்கிறது.

எனவே அக்கோல் வான கோள வடதுருவம் Pஐ நோக்கியிருக்கிறது. கதிரவன் உச்சிகடக்கும் சமயத்தில், கோலின் நிழல் ONஇன் மேல் விழும்.

பின்னர் கதிரவன் உச்சி கடந்து $\odot a$, $\odot b$ என்ற இடங்களுக்கு வரும்போது, கோலின் நிழல் வலஞ்சுழியாகச் சுழன்று தட்டத்தில் விழும்.

$ZP\odot_a = h =$ கதிரவனின் நேரக் கோணம் (கதிரவன் $\odot_a$இல் உள்ளபோது)



படம் 8.9·4

$\odot_a$ P என்ற நடுவரை விலக்க வட்டம் தொடுவானத்தை a இல் வெட்டட்டும். அப்போது, கதிரவன் $\odot_a$இல் உள்ள சமயம், கோலின் நிழல் Oa இன் மேல் விழும். $\angle NOa = \theta$ எனக் கொள்க.

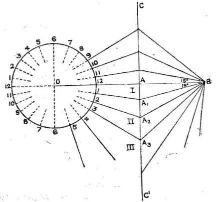
செங்கோண முக்கோணம் NPaஇல், $\angle NPa = h$ ஆகும்.

$\therefore \sin\phi = \tan\theta \cot h$ என்ற தொடர்பு கிடைக்கும்; இதை $\tan\theta = \sin\phi \tan h$ எனவும் எழுதலாம்.

θஐ அளந்துகொண்டால், ϕ நமக்குத் தெரியுமாதலின் h இன் மதிப்பைக் கணிக்கலாம். h தெரியுமானல், கதிரவன் காலத்தைக் கணிக்கலாம். இதுவே கதிரவன் நாழிக் கோலின் கொள்கையாகும்.

நாழிக் கோலமைப்பில் முன் பெறப்பட்ட $\tan\theta = \sin\phi \tan h$ என்ற தொடர்பே பயன்படுத்தப் படுகிறது. பின்னர் 8·9·5இல் காண்க.

8·9·5 : படம் 8·9·5இல் ஓர் அளவுக் கூறுத் தட்டத்தில், அளவுக் கூறுகள் பிரிக்கப்பட்டிருப்பதைக் காணலாம். விரிவான விளக்கம், வானியல் கருவிகள் (பண்டைக் காலத்தவை) பற்றியுள்ள தனி நூல்களில் காண்க. இப்போது அவை, பழங்காலப் பொருட் காட்சி சாலைகளில் (Museums) வைக்கப்பட்டிருக்கின்றன.



படம் 8·9·5

சுருக்கமாக, ஒரு குறிப்பிட்ட அகலாங்கு (வ) ϕ உள்ள இடத்தில் அவ்விடத்திற்குரிய நாழிக்கோல் அமைக்கும் முறை விளக்கப் படலாம்; முறை எளிதேயாகும்.

நாழிக்கோலின் பாதத்தை மையங்கொண்ட ஏதாமொரு வட்டம் கிடைத்தளத்தில் வரைக, அதாவது, நாழிக் கோலின் பாதம் 0 எனில் (படம் 8·9·5) 0 மையங்கொண்டு ஒரு வட்டம் கிடைத்தளத்தில் வரையப்படுகிறது.

கதிரவன் உச்சி கடக்கும் தருணத்தில், நாழிக் கோலின் நிழல் OA என்ற கோட்டில் (திசையில்) விழுவதாக வைத்துக்கொள் வோம். படத்தில் காட்டியுள்ளபடி, OAஐ Bக்கு நீட்டி, $AB = OA \sin\phi$ என்ற வகையில் Bஐ இடங்குறிக்கவும். A வழியாக, அதே கிடைத்தளத்தில் ABக்குச் செங்குத்தாக, $C'AC$ என்ற கோடு வரைக.

B வழியாக,

$$\angle ABA_1 = 15^\circ$$
$$\angle ABA_2 = 30^\circ$$
$$\angle ABA_3 = 45^\circ$$
$$\cdots \quad \cdots \cdots \cdots$$
$$\cdots \quad \cdots \cdots \cdots$$

என்றபடி, BA_1 BA_2 BA_3……என்ற கோடுகள் வரைக. அவை முறையே, $C'AC$ஐ, A_1, A_2, A_3 என்ற இடங்களில் சந்திக் கட்டும். இப்போது, A_1, A_2, A_3, …என்ற புள்ளிகளை Oவுடன் இணைத்துவிடுக.

நாழிக் கோலின் நிழல் OA_1 யுடன் ஒருங்கும் போது, பிற்பகல் 1 மணி; OA_2 யுடன் ஒருங்கும்போது பிற்பகல் 2 மணி,… …எனக் கூறலாம். ஏனெனில்:

$$\tan 15^\circ = \frac{AA_1}{AB}$$

$$= \frac{AA_1}{OA \sin\phi}$$

$$= \frac{\tan AOA_1}{\sin\phi}$$

$$\therefore \tan AOA_1 = \sin\phi \tan 15^\circ$$

எனவே $\angle AOA_1$ என்பது $\tan\theta = \sin\phi \tan h$ என நாம் 8·9·4இன் இறுதியில் கண்ட சமன்பாட்டின்படி, $h = 15^\circ$க்குரிய θஐக் குறிக்கும். ஆகவே, கதிரவன் உச்சி கடந்து 1மணி நேரத்திற்குப் பின்பு OA_1 உடன், நாழிக்கோலின் நிழல் ஒருங்கும் அவ்வாருகவே, OA_2, OA_3,

...... உடன் நாழிக்கோலின் நிழல்கள் முறையே பிற்பகல் 2மணி, 3மணி...... அளவில் ஒருங்கும்.

மேலும் ABA_1, A_1BA_2, ...என்ற கோணங்களை, இன்னும் சிறிய சமபாகங்களாகப் பிரித்து மணிப்பகுதிகளையும் கணிக்கலாம்.

பயிற்சி 8

1. மே மாதம் 25-ம் தேதி ஒரு விண் மீன் (வல ஏற்றம் 19 ம 48 நி 4 வி) உச்சி கடந்த நேரம் 19ம 46நி 52வி. அடுத்த நாள் அதே விண்மீன் உச்சி கடந்த நேரம் 19ம 40வி. இந்தப் பதிவுகளுக்குக் காலம் காட்டிய விண்மீன் கடிகாரப்படி, மே மாதம் 29ம் தேதி மற்றோர் விண்மீன் உச்சி கடந்த நேரம் 15ம 28நி 20வி. எனப்பதிவு செய்யப்பட்டது இரண்டாவது விண்மீனின் சரியான வல ஏற்றம் என்ன? (அக்)

2. ஒரு விண்மீன் (α = 15ம. 10நி. 72·5 வி.) மார்ச்சு முதல் தேதி உச்சி கடக்கும் நேரம் விண் மீன் கடிகாரப்படி 15ம. 9நி 6வி.; 8ம் தேதி உச்சி கடக்கும் நேரம் 15ம 9நி 4வி. 78. ஒவ்வொரு நாளும் கடிகாரப் பிழை என்ன? கடிகாரம் வேகமாக ஓடுகிறதா? அல்லதுவேகக் குறைவாக ஓடுகிறதா? (செப்)

3. இரு விண் மீன்கள் உச்சிகடக்கும் நேரங்களில் உள்ள வேறுபாடு 5ம 38நி 42வி (மீன் வழிக்காலம்); முதல் விண் மீனின் வல ஏற்றம் 4ம. 7நி. 18வி. எனில், இரண்டாவது விண் மீனின் வல ஏற்றம் என்ன?

4. மண்ணுலக நடுவரை மேலுள்ள ஓரிடத்தில் ஒரு நாழிக் கோல் அமைப்பது எப்படியென விளக்குக.

5. வடதுருவத்தில் ஒரு நாழிக்கோல் அமைப்பது எப்படி யென விளக்குக.

6. ஒரு நாட்பொழுதில், ஒரு கிடைத்தள நாழிக்கோலின் நிழல் முனையின் இயங்குவழி ஒரு கூம்பின் வெட்டு முகக்கோடு என நிறுவி, அதன் குவிமையப் பிறழ்வு ஏறக்குறைய $\cos\phi \operatorname{cosec}\delta$ எனக்காட்டுக. (ϕ என்பது இடத்தின் அகலாங்கு; δ என்பது அந்நாளில் கதிரவன் நடுவரை விலக்கம்.)

7. செவ்வாய்க்கோளின் தோற்றக் கோண விட்டம் 20″ ஆனால், எர்க்ஸ் (Yerkes) வானியல் ஆய்வுக் கூடத்திலுள்ள, 19·36 மீட்டர்கள் குவிய தூரமுள்ள ஒளிக்கோட்ட முறைத் தொலை நோக்கி வழியாக அதன் பிம்பம் என்ன அளவிருக்கும்? (செப்)

8. ϕ அகலாங்குள்ள ஓரிடத்தில், கதிரவன் நேரக் கோணங்கள் h_1, h_2 ஆக உள்ளபோது விழும் நிழற் கோடுகளுக்கிடைப்பட்ட கோணம் x, ஆனால் x இன் மதிப்பு காண்க.

குறிப்பு: $\tan\theta = \sin\phi \tan h_1$; ...(1)

$\tan(\theta + x) = \sin\phi \tan h_2$ ...(2)

(1), (2) இதிலிருந்து 'θ' ஐ விலக்க x இன் மதிப்பு கிடைக்கும்

அதாவது $\dfrac{\sin\phi \tan h_1 + \tan x}{1 - \sin\phi \tan h_1 \tan x} = \sin\phi \tan h_2$ என்ற சமன்பாட்டின்படி $\tan x$ இன் மதிப்பறிந்து x மதிப்பறிக

9. மண்ணுலகில் குறிப்பிட்ட ஓர் இடத்தின் அகலாங்கு காணல்
(FINDING THE LATITUDE OF A PLACE ON THE EARTH)

9·0: மண்ணுலகில் ஓர் இடத்தைக் குறிக்கும் ஆயத் தொலைகள் (1) மண்ணுலக நெட்டாங்கு (Longitude), (2) மண்ணுலக அகலாங்கு (Latitude). ஒரு குறிப்பிட்ட இடத்தில் உரிய வானியல் கருவிகளைக் கொண்டு, விண்மீன்களின் தூரங்களை அளந்து, அவ்விடத்தின் அகலாங்கைக் கணிக்கும் முறைகள் சிலவற்றை இப்பகுதியில் பார்ப்போம் வானியல் காட்சிக்கூடங்களில் வானிலை ஆய்வு செய்யப் பல நுட்பமான கருவிகள் உள்ளன. அவை ஆக்கப்படும் அடிப்படையான மூலக்கோட்பாடுகள் பகுதி 8 இல் சுருக்கமாக விளக்கப்பட்டன. சில கருவிகளை நாம் வானியல் காட்சிக்கூடங்களின்று வெளியே எடுத்துச்செல்ல முடியாது; அவை அங்கேயே பதிக்கப்பட்டிருக்கும். சில கருவிகள் வெளியே எடுத்துச் செல்லலாம். கப்பலில் செல்லும் மாலுமியும், வானக் கப்பலில் செல்லும் வான மாலுமியும் சிலசில முக்கிய கருவிகளை கப்பல்களில் வைத்திருப்பார்கள். அக்கருவிகள் கொண்டு அவர்கள் வான்பொருள்களை நோக்கி, வேண்டிய காட்சிப் பதிவுகள் செய்யலாம்.

அகலாங்கு காணும் வழிவகைகள் இரண்டு பரந்த பிரிவுகளாகும். (1) நிலத்தின் மேல் ஓரிடத்தில் (2) கடலில் கப்பல் நிற்கும் ஓர் இடத்தில் சில முறைகள், நிலத்திற்கும் கடலுக்கும் பொதுவாக வசதியாகவிருக்கும்; சில நிலத்திற்கு மட்டுமே; வேறு சில கடலுக்கு மட்டுமே வசதியாக விருக்கும்.

குறிப்பு (1): பின்னர் இம்முறைகள் விளக்கம் செய்யப்படும் போது, பொதுவாக, 'காணல்' அல்லது 'பதிவு செய்தல்' எனின் வானியல் கருவிகள் கொண்டு, அளந்து, பதிவு செய்து, வேண்டிய பிழைதிருத்தங்கள் செய்து (ஒளிக் கோட்டம்,

தொடுவானத் தாழ்வு, கருவியின் ஆதிப்பிழை (zero error) முதலியன) சரியான அளவுகளைக் கணித்தல் எனக் கொள்க.

சில இடங்களில் பிழை அளவுகளும் உடனடியாகக் கொடுக்கப் பட்டிருக்குமானால், 'பதிவு செய்தல்' என்பது வெறும் பதிவான அளவைக் குறித்தல் எனவும், பிழைகள் திருத்தப்படவேண்டும் எனவும், சந்தர்ப்பத்திற்குத் தகுந்தாற்போல் எடுத்துக்கொள்க. எப்போதும் எல்லாப் பிழை திருத்தங்களும் செய்யப்பட்ட காட்சிப் பதிவுகளே பயன்படுத்தப்படும்.

குறிப்பு (2): ஒரு விண் பொருளின் ஏற்றத்தைப் பதிவு செய்தால் அதன் உச்சி தூரம் கணிக்கலாம்; தூரத்தைப் பதிவு செய்தால், அதன் ஏற்றத்தைக் கணிக்கலாம். ஏனெனில் உச்சி தூரம் + ஏற்றம் = 90°.

குறிப்பு (3): தெரிந்த விண்மீனெனில் அதன் (α, δ) நமக்குத் தெரியுமெனக் கொள்ளவேண்டும்.

9·1 : வானியல் அடிப்படையில் அகலாங்கு கணித்தல்

A. **உச்சி கடக்கும் சமயத்தில் உச்சி தூரம் பதிவு செய்து அகலாங்கு கணித்தல்** (Meridian Observations)

(1) மறையா விண்மீன் உச்சிக் கடக்கும்போது உச்சி தூரங்கள் பதிவு செய்து அகலாங்கு கணித்தல் ;

(2) ஒரு தெரிந்த விண்மீன் அல்லது கதிரவன் உச்சி கடக்கும் போது, அதனுடைய உச்சி தூரம் பதிவு செய்து அகலாங்கறிதல் ;

(3) வானுச்சிக்கு இரு பக்கத்திலும், வடக்கே உச்சி கடக்கும் ஒரு தெரிந்த விண்மீனும், தெற்கே உச்சி கடக்கும் மற்றொரு தெரிந்த விண்மீனும் உச்சி கடக்கும்போது, அவற்றின் உச்சி தூரங்கள் பதிவு செய்து அகலாங்கறிதல்.

B. **உச்சி கடக்காத நேரத்தில் உச்சி தூரப் பதிவு செய்து அகலாங்கு கணித்தல்** (Ex-meridian Observations)

(4) இரண்டு தெரிந்த விண்மீன்களின் உச்சி தூரங்கள் பதிவு செய்து அகலாங்கு கணித்தல் ;

(5) ஒரு தெரிந்த விண்மீன் மூலக்குத்து வட்டம் கடக்கும் போது உச்சி தூரம் பதிவு செய்து அகலாங்கு கணித்தல்.

(6) ஒரு தெரிந்த விண்மீனின் உச்சி தூரமும் அப்போதுள்ள விண்மீன் நேரமும் இருமுறை பதிவு செய்து அகலாங்கறிதல்.

(a) ஒரு தெரிந்த விண்மீன் உச்சி கடப்பதற்கு சற்று முன்பு அதன் உச்சி தூரமும் விண்மீன் நேரமும் பதிவு செய்து அகலாங் கறிதல்.

(b) துருவ விண்மீனின் உச்சி தூரம் கண்டு அகலாங்கறிதல்.

9·2·1 : மறையா விண்மீன் உச்சி கடக்கும்போது மேலுச்சி, கீழ் உச்சி தூரம் பதிவு செய்து, அகலாங்கு கணித்தல் முறை :

'மண்ணுலகத் தினசரி இயக்கம்' என்ற பகுதியிலும் இம்முறை விளக்கப்பட்டிருப்பதைக் காண்க. உச்சி தூரங்கள் கண்டு 'ஒளிக் கோட்டப்பிழை', 'தொடுவானத் தாழ்வு' இவற்றின் விளைவாக ஏற்படும் பிழைகளை உரிய முறையில் திருத்திய பின்பு,

$$ZA + ZB = 2\ (90 - \phi).$$

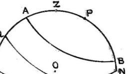
ZA, ZB முறையே மேலுச்சி, கீழ் உச்சி கடக்கும்போது பதிவு செய்யப்பட்ட உச்சி தூரங்கள், (6.4 காண்க).

குறிப்புக்கள் :

(1) இரு விண்மீன்கள் உச்சி கடக்கும் காலை உள்ள உச்சி தூரங்களைப் பதிவு செய்தால் ஒளிக் கோட்டப் பிழை திருத்தமும், அகலாங்கும் அறியலாம்.

(2) ஏற்றக் கோணம் கண்டால், $\frac{\pi}{2} -$ ஏற்றக் கோணம் = உச்சி தூரம் என்ற வாய்பாட்டைப் பயன்படுத்தலாம்.

(3) படத்தில் உள்ளபடி, மேலுச்சி கடக்கும் புள்ளி Zக்குத் தெற்கிலும், கீழுச்சி கடக்கும் புள்ளி Zக்கு வடக்கிலும் இருப்பின், பின்வரும் முறையைக் காண்க. ZA, ZB பதிவு செய்த உச்சி தூரங்களாகக் கொள்க.



படம் 9 2 1

$$ZA = z_1\ ;\ ZB = z_2$$
$$z_1 = ZA = ZQ - AQ$$
$$= \phi - \delta\ ;$$

$$z_2 = ZB = ZP + PB = (90 - \phi) + (90 - \delta)$$
$$= 180 - (\phi + \delta)$$
$$\therefore z_2 - z_1 = 180 - \phi - \delta - \phi + \delta$$
$$= 180 - 2\phi$$

இனி ϕ இன் மதிப்பைக் கணிக்கவும்.

(4) தொடுவானத் தாழ்வு இருப்பின், அதற்குரிய திருத்தம் செய்து கொள்க.

(5) மண்ணுலக நடுவரைக்கு மிக அருகாமையில் உள்ள இடங்களில் 'மறையா' விண்மீன்கள் அரிதாகும். அப்போது இம்முறை பயன்படாது.

(6) இம்முறை நிலத்தில்தான் கையாளமுடியும். கடலில் 12 மணி நேரம் ஒரே இடத்தில் இருந்தால்தான் இவ்விரண்டு உச்சி தூரங்களையும் காணலாம். எனவே கப்பலில் இது உதவாது.

பயிற்சி 9 (i)

1. ஓரிடத்தில் ஒரு மறையா விண்மீன், மேல், கீழ் உச்சிகள் கடக்கும்போது, அதனுடைய உச்சி தூரங்கள் முறையே $47^\circ\ 28'$, $22^\circ\ 18'$; ஒளிக்கோட்ட மாறிலி $58''.2$ ஆனால், அவ்விடத்தின் அகலாங்கையும், அவ்விண்மீனின் நடுவரை விலக்கத்தையும் அறிக.

2. ஓரிடத்தில் கதிரவன் நண்பகல் உச்சி கடக்கும்காலை உச்சி தூரம் 35°; அன்று நள்ளிரவு உச்சி கடக்கும்காலை உச்சி தூரம் $6^\circ 9'$; கதிரவனின் நடுவரை விலக்கம் அன்று மணிக்கு $45''$ வேகத்தில் வளர்ந்து சென்றதெனின், அவ்விடத்தின் அகலாங்கு காண்க. (செப்.)

3. ஓரிடத்தில், மீப்பெரு பகற்பொழுது இருந்த நாளன்று, நண்பகலில் ஒரு மறையா விண்மீன், உச்சி கடக்கும்போது கதிரவனின் மையமும், அவ்விண்மீனின் மையமும் சமமான உச்சி தூரம் கொண்டிருந்தன; அன்று நள்ளிரவு அவ்விண் மீன் தொடுவானத்தைத் தொட்டுச் சென்றது. அவ்விடத்தின் அகலாங்கு காண்க.

குறிப்பு: மீப்பெரு பகற்பொழுது நாளன்று கதிரவனின் நடுவரை விலக்கம் $= \omega = 23^\circ\ 30'$. எனவே, நண்பகலில் கதிரவன் உச்சிதூரம் (Zக்குத் தெற்கு) $\phi - 23^\circ 30'$. கொடுக்கப்பட்டபடி விண்மீனின் மேலுச்சி தூரம் $\phi - 23^\circ 30'$ (Zக்கு வடக்கு). கொடுக்கப்பட்டபடி விண்மீனின் கீழுச்சி தூரம் 90° (Zக்கு

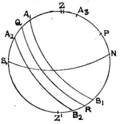
வடக்கு). எனவே $90 + (\phi - 23°30') = 180 - 2\phi$; மதிப்பு = $37°50'$ எனக் காண்க.

4. தெற்கு அகலாங்கில் உள்ள ஓரிடத்தில் ஒரு விண் மீனின், மேல், கீழ் உச்சிகள் கடக்கும்போதுள்ள சரியான உச்சி தூரங்கள் $20° 16' 40''$ம், $64° 24' 50''$ம்; அவ்விடத்தின் தெற்கு அகலாங்கு காண்க. (தெற்கு அகலாங்குள்ள இடத்திற்குரிய வான கோளப்படம் வரைந்து விடையறிக).

9·2·2: ஒரு தெரிந்த விண்மீன் அல்லது கதிரவன் உச்சி கடக்கும் போது அதனுடைய ஏற்றக் கோணம் பதிவு செய்து அகலாங்கறிதல்: (இம்முறை 'நிலம்', 'கடல்' இரண்டிற்கும் வசதியானது)

முதலில் விண்மீன் உச்சி கடக்கும்போது உரிய கருவி கொண்டு ஏற்றக்கோணம் பதிவு செய்து, அதன் சரியான உச்சி தூரத்தைக் கணிக்கலாம்.

முறையே $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ நடுவரைவிலக்கமுள்ள (படம். 9·2·2இல்) மூன்று விண்மீன்கள் உச்சி கடக்கும்போது, சரியான (திருத்தங்களுக்குப்பின்பு) கடத்தடங்கள் A_1, A_2, A_3 எனக் காட்டப்படுகின்றன.



படம் 9·2·2

மேலும் $QA_1 = \delta_1$; $QA_2 = \delta_2$, $QA_3 = \delta_3$ எனக் கொள்க, ($\delta_1, \delta_2, \delta_3$ தெரிந்தவை). முதல் விண் மீன் உச்சி கடக்குமிடம் A_1, நடுவரைக்கு வடக்கே Zக்குத் தெற்கே உள்ளது.

பதிவு செய்த உச்சி தூரம் $ZA_1 = z_1$ எனக் கொள்க. படத்தில், $\phi = ZQ$

$$= ZA_1 + A_1 Q$$
$$= z_1 + \delta_1$$

'தெரிந்த' விண் மீனுதலின் δ_1 தெரியும். எனவே, அகலாங்கு = உச்சி கடக்குங்கால் உச்சி தூரம் + வடக்கு நடுவரை விலக்கம் (வாய்பாடு I) ... (1)

இரண்டாவது விண்மீன் : உச்சி கடக்குமிடம் A_2, நடுவரைக்கும் Zக்கும் தெற்கேயுள்ளது. பதிவு செய்த உச்சி தூரம் $ZA_2 = z_2$ எனக்கொள்க.

மரபுப்படி δ_2, குறை மதிப்புடையதாகும் ; $-\delta_2$ கூட்டு மதிப்பு. $\phi = ZQ$

$$= ZA_2 - QA_2$$
$$= z_2 - |\delta_2|$$
$$= z_2 + \delta_2.$$

எனவே அகலாங்கு = உச்சி கடக்குங்காலை உச்சி தூரம் + தெற்கு நடுவரை விலக்கம் (வாய்பாடு II) ... (2)

மூன்றுவது விண்மீன் : உச்சி கடக்குமிடம் A_3 ; நடுவரைக்கும் Zக்கும் வடக்கேயுள்ளது. பதிவு செய்த உச்சி தூரம் $ZA_3 = z_3$ எனக்கொள்க.

$$\phi = ZQ$$
$$= A_3Q - ZA_3$$
$$= \delta_3 - z_3$$

எனவே, அகலாங்கு = நடுவரை விலக்கம் — உச்சி கடக்குங் காலை உச்சி தூரம் (வாய்பாடு III). ... (3)

இப்போது மரபு வழக்காக, விண்மீன் Zக்குத் தெற்கே உச்சி கடந்தால் உச்சி தூரம் கூட்டு மதிப்புடையது எனவும், (+); Zக்கு வடக்கே கடந்தால், குறைமதிப்புடையது எனவும் (—); விண்மீன், நடுவரைக்கு வடக்கேயிருப்பின், நடுவரை விலக்கம் கூட்டு மதிப்புடையது எனவும் (+); தெற்கேயிருப்பின் குறை மதிப்புடைய தெனவும் (—) கொள்ளப்படுகிறது.

ஆகவே வாய்பாடு I, II, III மூன்றுமே $\phi = z + \delta$ என்ற ஒரே வாய்பாட்டில் அடங்கும் எனக் கண்டுகொள்க. (உரிய இடங்களில் உரிய குறிகள் $\pm$ கொள்க).

குறிப்புக்கள் : (1) கப்பலிலிருந்து அளவுகள் பதிவு செய்தால், தொடுவானத்தாழ்வு திருத்தம் செய்யவேண்டும்.

(2) கதிரவன் உச்சிகடக்கும்போது, அதன்மேல் விளிம்பு உச்சி கடக்கும்போது, மேல் விளிம்பின் உச்சி தூரம் பதிவு செய்தால், பதிவுத் தொகையோடு கதிரவனின் கோண அரைவிட்ட அளவைக் கூட்டினுல் கதிரவன் மையத்தின் உச்சி தூரம் கிடைக்கும் ; கீழ் விளிம்பின் உச்சி தூரம் பதிவு செய்தால், பதிவுத் தொகையிலிருந்து கோண அரைவிட்ட அளவைக் கழித்தால்

மையத்தின் உச்சி தூரம் கிடைக்கும். உச்சி கடக்கும் நேரத்திற்குரிய நடுவரை விலக்கம், மாலுமிப் பஞ்சாங்கம் கொண்டு கணித்துக் கொள்க.

(3) ஒளிக் கோட்டமிருப்பின் ஒளிக் கோட்டத் திருத்தம் செய்து கொள்க.

எ.கா : 1

ஒரு விண்மீன் உச்சி கடக்கும்போது பதிவு செய்யப்பட்ட ஏற்றக்கோணம் $67° 35' 10''$; ஒளிக் கோட்ட மாறிலி $58{\cdot}2''$; நடுவரை விலக்கம் $5°15'$ வடக்கு. அவ்விடத்தின் அகலாங்கறிக.

$$\text{தோற்ற உச்சி தூரம்} = 90° - 67°35'10''$$
$$= 22° 24' 50''.$$
$$\therefore \text{ சரியான உச்சி தூரம்} = 22° 24' 50'' + 58.''2 \times \tan 22° 24' 50''$$
$$= 22° 24' 50'' + 24''$$
$$= 22° 25' 14''$$
$$\therefore \text{ அகலாங்கு} = 22° 25' 14'' + 5°15'$$
$$= 27° 40' 14''$$

எ.கா : 2

ஏப்ரல் 7ம் தேதி கதிரவன் கீழ்விளிம்பு உச்சி கடக்கும்காலை உச்சி தூரம் $36° 12'$. கிரீனிச் சராசரி நேரம் காட்டும் கடிகாரம் அப்போது 6மணி 5நி. 12வி. காட்டியது. அதற்கு முன் கிரீனிச்சில் கதிரவன் நண்பகல் உச்சி கடக்கும் போது நடுவரை விலக்கம் $6°29' 3.''4$; மணிக்கு மணி நடுவரை விலக்க மாற்றம் $56{\cdot}''65$; கதிரவனின் கோணவிட்டம் $32'$; ஒளிக் கோட்ட மாறிலி $58''$ அவ்விடத்தின் அகலாங்கு காண்க. கடிகாரப்பிழை + 3நி. 20வி எனக் கொள்க.

கடிகாரப்பிழை மதிப்பைக் கொண்டு, உச்சி கடக்கும் சரியான நேரம் 6ம. 5நி. 12 வி.—3நி. 20வி.

= 6ம 1நி 52வி (கிரீனிச் சராசரி நேரம்).

18ம 1நி 52வி முன்பு, கதிரவன் நடுவரைவிலக்கம் $= 6°29'3{\cdot}4''$ வடக்கு நடுவரை விலக்கம் $0°$ முதல் $23\frac{1}{2}°$ வரை வளர்ந்து செல்லும் பருவத்தில் ஏப்ரல் 7ஆம் நாள் உள்ளது. எனவே, 18ம. 1நி. 52 விநாடிகளில் நடுவரை விலக்க வளர்ச்சி $= 18{\cdot}03 \times 56''{\cdot}65$

$= 1021''$ (ஏறத்தாழ)

$= 17' 1''$

$\therefore$ அந்த உச்சி கடக்கும் சமயத்தில் வடக்கு நடுவரை விலக்கம் $= 6°29'3''{\cdot}4 + 17' 1'' = 6° 46' 4''{\cdot}4.$

கதிரவன் மைய உச்சி தூரம் (பதிவானது) $= 36^\circ\ 12' - 16'$
$= 35^\circ\ 56'$

சரியான உச்சி தூரம் $= 35^\circ 56' + 58'' \times \tan 35^\circ 56'$
$= 35^\circ 56' + 42''\cdot 04$
$= 35^\circ 56'\ 42''\cdot 04$

∴ அகலாங்கு $= 35^\circ 56'\ 42''\cdot 04 + 6^\circ 46'\ 4''\cdot 4$
$= 42^\circ\ 42'\ 46''\cdot 44.$

பயிற்சி 9 (ii)

1. ஒரு விண்மீன் உச்சி கடக்குங்கால் தோற்ற உச்சி தூரம் $16^\circ 20' 3''$ தெற்கு; ஒளிக்கோட்ட மாறிலி 58". 02, அதனுடைய நடுவரை விலக்கம் $15^\circ 27' 46''$ வடக்கு. இடத்தின் அகலாங்கு காண்க.

2. $51^\circ 28'$ வடக்கு அகலாங்கு உள்ள இடத்தில் ஒரு விண்மீன் உச்சி கடக்குங்கால் தோற்ற உச்சி தூரம் $16^\circ 20'$ தெற்கு; அதே விண்மீன் $38^\circ 56'$ தெற்கு அகலாங்கு உள்ள இடத்தில் உச்சி கடக்குங்கால் தோற்ற உச்சி தூரம் $68^\circ 1' 50''$ வடக்கு. டான்ஜன்ட் வாய்பாடுபடி ஒளிக்கோட்ட மாறிலி காண்க.

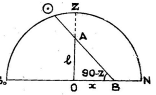
3. ஜூன் 22ம் தேதி $53^\circ 10'$ அகலாங்கு உள்ள இடத்தில் கதிரவன் உச்சி கடக்குங்காலை உச்சி உயரம் என்ன? (செ).

4. ஒரு விண்மீன் உச்சி கடக்கும்காலை அதன் ஏற்றக் கோணம் $49^\circ 37'$ (தெற்கு); அதன் நடுவரை விலக்கம் $+ 3^\circ 13'$. ஏற்றக் கோணப்பதிவு கடல் மட்டத்திற்கு 36 கி. மீட்டர் உயரத்தில் செய்யப்பட்டது. அவ்விடத்தின் அகலாங்கு காண்க. (மண்ணுலக ஆரம் 6000 கி.மீ எனக் கொள்க.)

5. ஆகஸ்டு 10ம் தேதி, கதிரவன் Z க்குத் தெற்கே உச்சி கடக்கும்போது ஏற்றக் கோணம் $55^\circ 31'$; அப்போது கிரீனிச் நேரம் 4 ம 7நி. 12வி; அன்று முன் நள்ளிரவில் கிரீனிச்சில், நடுவரை விலக்கம் $15^\circ 46' 41''$ வடக்கு; மணிக்கு மணி மாற்றம்—43". 48; அவ்விடத்தின் அகலாங்கு காண்க.

6. வடக்கு அகலாங்குள்ள ஓர் இடத்தில், ஒரு மறையா விண்மீனும், 10° வடக்கு நடுவரை விலக்கமுள்ள ஒரு விண்மீனும், முறையே வான உச்சிக்கு வடக்கிலும் தெற்கிலும் சம தூரத்தில் உச்சி கடக்கின்றன. மறையா விண்மீன் கீழுச்சி கடக்கும்போது, தொடுவானத்தைத் தொட்டுச் செல்கிறது. அவ்விடத்தின் அகலாங்கு $33^\circ 20'$ என நிறுவுக.

7. ஒரு செங்குத்தான குச்சியை நிலத்தில் நட்டு, ஓராண்டு முழுவதிலும், தினந்தோறும் கதிரவன் உச்சி கடக்கும்போது, அக் குச்சியின் நிழலின் நீளங்களை அளந்து அவற்றில் மீச்சிறு, மீப்பெரு அளவுகளைக் கொண்டு அவ்விடத்தின் அகலாங்கையும், கதிரவன் பாதைச் சாய்வையும் கணிக்கலாமென நிறுவுக.



குறிப்பு: l—குச்சி உயரம்.

⊙ கதிரவன் உச்சி கடக்கும் இடம்

OB—நிழலின் நீளம்.

$$\hat{ABO} = 90 - z$$

∴ $OB = z\,x$ ஆனால், $\frac{x}{l} = \cot(90 - z)$

$$x = l \tan z.$$

∴ நிழல் நீளம் $= l \tan z$; δ—கதிரவன் நடுவரை விலக்கமானால் $z = \phi - \delta$;

$\delta = \omega$ ஆனால், z இன் மீச் சிறு மதிப்பு $= \phi - \omega$;

$\delta = -\omega$ ஆனால் z இன் மீப் பெருமதிப்பு $= \phi + \omega$.

∴ tan z இன் மீச் சிறுமதிப்பு $= \tan(\phi - \omega)$

$$= \frac{\text{மீச் சிறு நிழல் நீளம்}}{\text{குச்சி நீளம்}} \quad \ldots \quad (1)$$

tan z இன் மீச்சிறு மதிப்பு $= \tan(\phi + \omega)$

$$= \frac{\text{மீப்பெரு நிழல் நீளம்}}{\text{குச்சி நீளம்}} \quad \ldots \quad (2)$$

(1)உம் (2)உம் கொண்டு, ϕ, ω இரண்டையும் தோராயமாகக் கணிக்கலாம்.

9.2·3 : வானுச்சிக்கு இரு பக்கத்திலும் வடக்கே உச்சி கடக்கும் ஒரு தெரிந்த விண்மீனும், தெற்கே உச்சி கடக்கும் மற்றொரு தெரிந்த விண்மீனும், உச்சி கடக்கும்போது அவற்றின் உச்சி தூரங்கள் பதிவு செய்து அகலாங்கறிதல் : (நிலத்தில் மட்டுமே பயன்படக்கூடியது).

படம் 9·2·2 பார்க்க. Zக்கு வடக்கே A_3·ல் உச்சி கடக்கும் விண் மீனுக்குத் திருத்தமின்றிப் பதிவான உச்சி தூரம் z_3 ; தெரிந்த நடுவரை விலக்கம் δ_3. Zக்குத் தெற்கே A_1ல் உச்சி கடக்கும் விண் மீனுக்குத் திருத்தமின்றிப் பதிவான உச்சி தூரம் z_1 ; தெரிந்த நடுவரை விலக்கம் δ_1. முதல் விண்மீனுக்குச் சரியான உச்சி தூரம் $= z_4 + K \tan z_3$. இரண்டாவது விண்மீனுக்குச் சரியான உச்சி தூரம் $= z_1 + K \tan z_1$.

அவ்விடத்தின் அகலாங்கு ϕ ஆனுல்

(i) $\phi = \delta_1 + z_1 + K \tan z_1$

(ii) $\phi = \delta_3 - z_3 - K \tan z_3$. இரண்டையும் கூட்ட

$$2\phi = (\delta_1 + \delta_3) + (z_1 - z_3) + K(\tan z_1 - \tan z_3).$$

z_1ம் z_3ம் ஏறக்குறைய சமமாக இருக்கும்படியாக, இரண்டு விண் மீன்களை நாம் பார்வைக்கு எடுத்துக்கொண்டால் $\tan z_1 - \tan z_3$ ஏறக்குறைய பூச்சியமாகிவிடும். எனவே ஒளிக்கோட்டப் பிழைகள் தானே விலக்கப்பட்டு, $2\phi = (\delta_1 + \delta_3) + (z_1 - z\ )$ என நமக்குக் கிடைக்கும்; அதாவது பதிவு செய்யப்பட்ட Z_1, Z_3 இரண்டையுமே அப்படியே பிழைதிருத்தமின்றிப் பயன்படுத்தலாம்.

குறிப்பு: ஏறக்குறைய அந்த இடத்தின் அகலாங்கை நாம் அறிவோமானுல், $2\phi = \delta_1 + \delta_3$ என்ற முறையில் δ_1, δ_3 பெற்ற இரு விண்மீன்கள், மாலுமிப் பஞ்சாங்கம் கொண்டு தேர்ந் தெடுக்கலாம்.

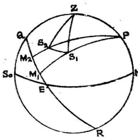
9.3·1 : உச்சி கடக்காத நேரத்தில் ஏற்றக் கோணம் பதிவு செய்து அகலாங்கு கணித்தல் :

(4) இரண்டு தெரிந்த விண்மீன்களின் ஏற்றக் கோணங்களை ஒரே சமயத்தில் பதிவு செய்து அகலாங்கு கணித்தல் : (நிலம், கடல் இரண்டிற்கும் வசதியானது)

குறிப்பிட்ட ஒரே சமயத்தில் மீன்வழி நேரம் t பதிவு செய்து கொண்டு, இரண்டு விண்மீன்கள் S_1, S_2ன் உச்சி தூரங்கள் ZS_1, ZS_2 எனக் கண்டுபிடிக்கவும். தெரிந்த விண்மீன்களாதலால் (α_1, δ_1); (α_2, δ_2) நமக்குத் தெரியும். படம் 9·3·1 காண்க.

$\therefore PS_1 = 90 - \delta_1$ (தெரியும்)

$PS_2 = 90 - \delta_2$ (தெரியும்)



படம் 9·3·1

கிழக்கு $h_1 = Z\hat{P}S_1 = \alpha_1 - t$ (தெரியும்)

கிழக்கு $h_2 = Z\hat{P}S_2 = \alpha_2 - t$ (தெரியும்)

$\therefore S_2\hat{P}S_1 = (\alpha_1 - t) - (\alpha_2 - t)$

$= (\alpha_1 - \alpha_2)$ தெரியும்

$NP = \phi$ கண்டுபிடிக்கவேண்டும்.

$ZP = 90 - \phi$ கண்டு பிடித்தால் ϕ ஐக் கணக்கிடலாம்.

(i) $\triangle S_1PS_2$ இல்,

$$\cos S_1S_2 = \cos PS_1 \cdot \cos PS_2 + \sin PS_1 \cdot \sin PS_2 \cos S_1\hat{P}S_2$$
$$= \sin\delta_1 \sin\delta_2 + \cos\delta_1 \cos\delta_2 \cos(\alpha_1 - \alpha_2).$$

$\therefore S_1S_2$ மதிப்பறியப்படுகிறது. ... (i)

(ii) அதே முக்கோணத்தில் S_2P, $S_2\hat{P}S_1$, PS_1, $\hat{P}S_1S_2$ என்ற நான்கு அடுத்தடுத்த உறுப்புக்களை யெடுத்துக் கொள்க.

$$\therefore \cos PS_1 \cos S_2\hat{P}S_1 = \sin PS_1 \cot PS_2 - \sin S_2\hat{P}S_1 \cot \hat{P}S_1S_2$$

$$\therefore \sin\delta_1 \cos(\alpha_1 - \alpha_2) = \cos\delta_1 \tan\delta_2 - \sin(\alpha_1 - \alpha_2) \cot PS_1S_2$$

$\therefore PS_1S_2$ மதிப்பறியப்படுகிறது ... (ii)

(iii) $\triangle ZS_1S_2$ இல்,

$$\cos ZS_2 = \cos ZS_1 \cos S_1S_2 + \sin ZS_1 \sin S_1S_2 \cos ZS_1S_2$$

$$\therefore \cos Z_2 = \cos Z_1 \cos S_1S_2 + \sin Z_1 \sin S_1S_2 \cos ZS_1S_2.$$

இங்கு Z_1 Z_2, S_1S_2 [(i)ல் கணக்கிடப்பட்டது] மூன்றும் தெரியு மாதலின் $Z\hat{S}_1S_2$ மதிப்பறியப்படுகிறது ... (iii)

(iv) (ii), (iii) இரண்டையும் பயன்படுத்தினால்,

$\hat{PS_1}Z = PS\ S_2 - ZS_1S_2$ என்ற வகையில்,

$P\hat{S}_1Z$ கணிக்கப்படுகிறது ... (iv)

$\triangle\ ZPS_1$ இல்,

$$\cos ZP = \cos ZS_1 \cos PS_1 + \sin ZS_1 \sin PS_1 \cos PS_1Z$$

$$\therefore\ \sin\phi = \cos Z_1 \sin\delta_1 + \sin Z_1 \cos\delta_1 \cos PS_1Z$$

(iv)ல் கண்ட PS_1Z மதிப்பைப் பயன்படுத்த, ϕ மதிப்பு பெறப் படுகிறது. இந்தச் சோதனையில் இரண்டு காட்சியாளர்கள் வேண்டும்.

9·3·1·1 : இரண்டு பேர் இல்லையேல், ஒருவரே S_1 என்ற விண் மீனை, முதலில் 't_1' மீன்வழி நேரத்தில் நோக்கி உரிய Z_1ஐயும், சிறிது நேரம் கழித்து t_2 மீன் வழி நேரத்தில் மற்றோர் விண்மீன் S_2ன் Z_2ஐயும், மற்றோர் முறை சிறிது நேரம் கழித்து t_3 மீன் வழி நேரத்தில் முதல் விண்மீன் S_1ன் Z_3ஐயும் பதிவுசெய்துகொண்டு, வேண்டிய திருத்தம் செய்து, Z_1, Z_2, Z_3 என்ற சரியான உச்சி தூரத்தைக் கணித்துக் கொள்க. $t_3 - t_1$ என்ற நேர இடைவெளியில், $Z_3 - Z_1$ என்ற அளவில் S_1ன் உச்சிதூரம் வேறுபடுகிறது. நேரமும் உச்சிதூரமும் ஒரே விகிதத்தில் மாறுபடுகின்றது என்ற அடிப்படையில், $t_2 - t_1$ என்ற நேர இடைவெளியில் S_1ன் உச்சி தூர வேறுபாடு $x = \frac{t_2 - t_1}{t_3 - t_1} \times (Z_3 - Z_1)$ எனக் கணக்கிடலாம்.

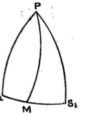
எனவே, t_2 என்ற மீன்வழி நேரத்தில், S_2ன் சரியான உச்சி தூரம் $= Z_1 + x$ எனக் கிடைக்கும். அதே t_2 என்ற மீன்வழி நேரத்தில், S_2ன் சரியான உச்சி தூரம் $= Z_2$ என முதலிலேயே கணக்கிடப் பட்டிருக்கிறது. அதற்குமேல் ϕ அறிய 9·3·1இல் கூறிய முறையைக் கையாள்க.

9·3·1·2 : பின்வரும் முறையிலும், ஒரு விண்மீனை அல்லது கதிரவனை நோக்கி, உச்சி தூரங்கள் பதிவு செய்து, உரிய திருத்தங்கள் செய்து, ஓர் இடத்தின் அகலாங்கைக் கணிக்கலாம்.

t_1, t_2 என்ற பதிவு செய்யப்பட்ட மீன்வழி நேரங்களில், ஒரு விண்மீன், அல்லது கதிரவன் உச்சி தூரங்கள் (திருத்தப்பட்டவை) Z_1, Z_2 என கணிக்கப்பட்டிருக்கின்றன.

t_1 நேரத்தில் S_1—விண்மீன் இடம்/(கதிரவன்)

t_2 நேரத்தில் S_2—விண்மீன் இடம்/(கதிரவன்)



படம் 9·3·1·2

$PS_1 = 90 - \delta = PS_2$

$\triangle\ PS_1S_2$ ஓர் இரு சமபக்க முக்கோணம்.

S_1S_2ஐ Mஇல் இருசமபாகமாக்கி, MP என்ற பெரு வட்டவில் வரைக.

$P\hat{M}S_1 = 90^\circ = P\hat{M}S_2$

$\therefore\ S_1\hat{P}M = M\hat{P}S_2 = \frac{1}{2}(t_2 - t_1)$ மணி அளவில்

$= \frac{15}{2}\ (t_2 - t_1)$ கோண அளவில் (பாகைகள்)

$\triangle\ PS_1M$ எடுத்துக் கொள்க. (படம் 9·3·1·2)

அது செங்கோண முக்கோணம் ; $P\hat{M}S_1 = 90^\circ$

$$\frac{\sin MS_1}{\sin S_1PM} = \frac{\sin PS_1}{\sin 90^\circ}$$

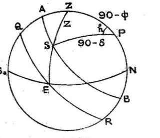
$\therefore\ \sin MS_1 = \cos\delta \sin \frac{15}{2}(t_2 - t_1)$,

$\therefore\ MS_1$ மதிப்பு கிடைக்கிறது.

$\therefore\ 2MS_1 = S_2S_1$ன் மதிப்பு கிடைக்கிறது (ii)

மேலும் ϕ அறிய, 9·3·1இல் கூறிய முறையைக் கையாள்க.

9·32 : விண்மீன் அல்லது கதிரவன் மூலக்குத்து வட்டம் கடக்கும் போது உச்சிதூரம் கண்டு, அகலாங்கு கணித்தல். (நிலம், கடல் இரண்டிற்கும் பொருந்தும்)



படம் 9·3·2

இம்முறை 'மண்ணுலக தினசரி இயக்கம்' என்ற பகுதியில் விளக்கப்பட்டிருப்பதைக் காண்க.

ஒரு விண்மீன் மூலக்குத்து வட்டம் கடக்கும்போது, உச்சி தூரம் பதிவு செய்ய, மூலக்குத்து வட்ட நோக்கி (Prime Vertical Instrument) பயன்படுத்தப்படும்.

$\therefore$ $\sin\phi\sin\delta = \sec Z$ (படம் 9·8·2) எனக்கண்டு, ϕ கணிக்கலாம்.

மற்றோர் முறை: விண்மீன் (கதிரவன்) மூலக்குத்து வட்டம் கடக்கும்போது, மீன்வழிநேரம் tஐ அறிந்தால், $Z\hat{P}S = \alpha - t$ அல்லது $t - \alpha$ எனக் கண்டுகொண்டு, நேப்பியர் விதிப்படி,

$$\cos h = \tan\delta\cot\phi.$$

$\therefore$ $\tan\phi = \tan\delta\sec h$ எனக் கண்டு, ϕன் மதிப்பைக் கணிக்கலாம்.

இங்கு, அவ்விண்மீன், தொடுவானத்திற்குக் கிழக்கிலும், மேற்கிலும், மூலக்குத்து வட்டம் கடக்கும்போது, t_1, t_2 என்ற விண்மீன் நேரங்களைப் பதிவு செய்தால் $t_2 - t_1 = 2h$ எனக் கிடைக்கும். இம்முறையில் விண்மீன் கடிகாரத்தின் பிழை விலக்கப்பட்டு விடும்.

பயிற்சி 9 (iii)

1. ஒரு விண்மீனின் நேரக்கோணம் 6 மணியாயிருக்கும் போது, அதன் ஏற்றக் கோணம் α_1; அது மூலக்குத்து வட்டத்தைக் கடக்கும்போது, அதன் ஏற்றக் கோணம் α_2. அதன் நடுவரை விலக்கம் $\sin_2\delta = \sin\alpha_1 \sin\alpha_2$ என்ற தொடர்பால் கிடைக்கிறதென நிறுவுக. $\sin_2\phi = \dfrac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2}$ எனவும் நிறுவுக.

[குறிப்பு: $\sin\alpha_1 = \sin\phi\sin\delta$; $\sin\alpha_2 = \sin\delta\operatorname{cosec}\phi$].

2. $\alpha = 315°$; $\delta = +30°$ உள்ள ஒரு விண்மீன் மூலக்குத்து வட்டம் கடக்கும்போது, உச்சிதூரம் 42°. அவ்விடத்தின் அகலாங்கு கறிக.

3. கதிரவனின் $\delta = 18° +$; அது மூலக்குத்து வட்டம் கடக்கும்போது கிழக்கு உச்சி தூரம் 81° அவ்விடத்தின் அகலாங்கு கறிக.

4. கதிரவன் வான தெட்டாங்கட் இருக்கும்போது, நேர் கிழக்கே (அதாவது மூலக்குத்து வட்டத்தைக் கடக்கும்காலையில்)

$\underline{a}$ என்ற ஏற்றக் கோணத்தில் தோன்றுகிறது. அவ்விடத்தின் அகலாங்கு $\sin\phi \sin a = \sin\omega \sin Z$ என்ற தொடர்பால் கிடைக்கிற தென நிறுவுக.

5. ஒரு விண்மீன், கிழக்கே குத்துவட்டத்தைக் கடத்தலுக்கும் மேற்கே குத்துவட்டத்தைக் கடத்தலுக்கும் உள்ள இடைவெளி 4 மணி நேரம்; அதன் நடுவரை விலக்கம் $\tan^{-1}(\frac{1}{2})$. அவ்விடத்தின் அகலாங்கு 30° என நிறுவுக.

9·3·3 : (6) ஒரு தெரிந்த விண்மீனின் உச்சிதூரம், அப்போது மீன்வழி நேரம் இரண்டும் பதிவு செய்து அகலாங்கறிதல்:

△ ZPS என்ற முக்கோணம் எடுத்துக் கொள்க. $ZPS=$ நேரக் கோணம் $h = \alpha - t$ அல்லது $t - \alpha$. இங்கு α தெரியும்; நோக்கும் விண்மீன் நேரம் t பதிவு செய்தால், அப்போது h அறியலாம்.

$ZP = 90-\phi$ (தெரியாது)

$ZS = Z$—பதிவு செய்து திருத்தப்பட்ட உச்சி தூரம்.

$PS = 90-\delta$ (தெரியும்)

$$\cos ZS = \cos ZP \cos PS + \sin ZP \sin PS \cos ZPS.$$

$$\cos Z = \sin\phi \sin\delta + \cos\phi \cos\delta \cos h \quad \dots (1)$$

இங்கு Z, α, δ, h தெரியும்; எனவே, ϕ கணிக்கலாம். ϕ அறிய, $\sin\delta = A\cos\theta$ எனவும், $\cos\delta \cos h = A\sin\theta$ எனவும் கொள்க. ... (2)

$$A = \sqrt{(\sin^2\delta + \cos^2\delta \cos^2 h)}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\cos\delta \cos h}{\sin\delta}\right)$$

$$= \tan^{-1}(\cos\delta \cos h)$$

$\therefore$ A, θ மதிப்புகளை அறியலாம்.

(1)ல் (2)ஐ ஈடு செய்ய,

$$\cos Z = A\cos\theta \sin\phi + A\sin\theta\cos\phi$$

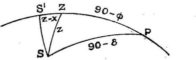
$$= A\sin(\theta+\phi)$$

Z, A, θ தெரியுமாதலால் ϕ கணிக்கலாம்.

குறிப்பு : கதிரவன் நோக்கியும் கணிக்கலாம். ஆனால் இன்னும் சில மாற்றங்கள் தேவைப்படும்,

9·3·4: 6 (A) தெரிந்த விண்மீன் உச்சி கடப்பதற்குச் சற்று முன்பு, அதன் உச்சி தூரம் அளந்து, அகலாங்கு காணல். (நிலம், கடல் இரண்டிற்கும் பொருந்தும்.)

இது 9·3·3 இல் கண்ட முறைப்படி ஒரு சிறப்பு வகையில் அமையும். S என்ற இடத்தில் உச்சி கடக்கும் விண்மீனின் (α, δ) நமக்குத் தெரியும். அது உச்சி கடத்தற்குச் சற்று முன்பு S'ல் உள்ளது. அப்போட பதிவு செய்து திருத்திய உச்சி தூரம்



படம் 9·3·4

Z_1 எனக் கொள்வோம். அப்போது $h = ZPS = t - \alpha$ அல்லது $\alpha - t$ எனக் கணக்கிட்டு விடலாம். (t-அப்போது மீன்வழி நேரம்) உச்சி கடக்கும்போது உச்சி தூரம் $Z-x$ எனக் கொள்க. x நாம் காணவேண்டிய சிறு அளவு. (படம் 9·3·4 காண்க).

$\triangle$ ZPS இல்,

$$\cos ZS = \cos PZ \cos PS + \sin PZ \sin PS \cos h$$

$$= \cos PZ \cos PS + \sin PZ \sin PS \left(1 - 2 \sin^2 \frac{h}{2}\right)$$

$$= \cos (PS - PZ) - 2 \sin PZ \sin PS \sin^2 \frac{h}{2}$$

$$= \cos (PS' - PZ) - 2 \sin PZ \sin PS \sin^2 \frac{h}{2}$$

$$(\because PS' = PS)$$

$$= \cos (Z - x) - 2 \cos \phi \cos \delta \sin^2 \frac{h}{2}$$

$$\therefore \cos (Z - x) - \cos Z = 2 \sin \frac{x}{2} \sin \left(Z - \frac{x}{2}\right)$$

$$= 2 \cos \phi \cos \delta \sin^2 \frac{h}{2} \qquad \ldots \text{(i)}$$

xம், hம் மிகச் சிறியதாகையால், x, h இரண்டையும் ஆரையன் அளவில் கொண்டால்,

$$2 . \frac{x}{2} \sin Z = 2 \cos \phi \cos \delta \cdot \frac{h^2}{4} \text{ (தோராயமாக)}$$

$$\therefore x = \frac{h^2 \cos \phi \cos \delta}{2 \sin Z} \text{ எனப் பெறப்படும்} \qquad \ldots \text{(ii)}$$

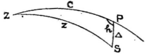
ஆனால் ϕ நமக்குத் தெரியாதாகையால், தோராயமாக

$$\phi = ZS' + \delta$$
$$= Z - x + \delta$$

$$= Z - \frac{h^2 \cos(Z+\delta)\cos\delta}{2\sin Z} + \delta$$ எனப் பெறப்படும்.

9·3·5 (6·B) துருவ விண்மீனின் ஏற்றக் கோணம் கண்டு அகலாங்கு அறிதல்.

1941 இல் 'போலாரிஸ்' (Polaris) எனப்படும் துருவ விண்மீன், துருவப் புள்ளியிலிருந்து (P) $1^0\ 1^1$ தூரத்தில் (வட துருவ தூரம்) உள்ளது; இது ஆண்டுதோறும் துருவத்தை நோக்கி 18" (விகலைகள்) நகர்கிறது. எனவே காட்சியிடத்தின் அகலாங்கு = துருவ விண்மீனின் ஏற்றக் கோணம் ± ஒரு சிறிய தூரம் ($\not> 1^0\ 1^1$)



படம் 9·3·5

படம் 9·35 இல் S துருவ விண்மீனைக் குறிக்கிறது.

ZS—பதிவு செய்யப்பட்ட உச்சி உயரம் Z.

$PS = 90 - \delta$ = வடதுருவ தூரம் = $\triangle$ என சிறிய அளவு ($1^0\ 1^1$க்கு மேற்படாதது).

$ZP = C = 90 - \phi = 90 -$ அகலாங்கு.

$C \int Z$ என்பது தெளிவாகிறது.

$C = Z + x$ (x மிகச் சிறியதெனக் கொள்க)

$\triangle$, x இரண்டும் மிகச் சிறியதாகையால், ஆரையன் அளவில் கொடுக்கப்பட்டால், $\cos x = 1 - \frac{x^2}{2}$;

$$\sin x = x - \frac{x^3}{6};$$

$$\cos \triangle = 1 - \frac{\triangle^2}{2};$$

$\sin \triangle = \triangle - \frac{\triangle^3}{6}$, என்ற தோராய மதிப்புகளைப் பயன்படுத்தலாம். $\triangle$ ZPS இல்,

$$\cos z = \cos c \cos \triangle + \sin c \sin \triangle \cos h$$
$$= \cos (z + x) \cos \triangle + \sin (z + x) \sin \triangle \cos h$$
$$= (\cos z \cos x - \sin z \sin x) \cos \triangle$$
$$+ (\sin z \cos x + \cos z \sin x) \sin \triangle \cos h$$
$$= \left[\cos z \left(1 - \frac{x^2}{2} \right) - \sin z \left(x - \frac{x^3}{6} \right) \right] \times \left(1 - \frac{\triangle^2}{6} \right)$$
$$+ \left[\sin z \left(1 - \frac{x^2}{2} \right) + \cos z \left(x - \frac{x^3}{6} \right) \right] \left(\triangle - \frac{\triangle^3}{6} \right) \cos h$$

மூன்றும் படி வரையில் சிறிய மதிப்புக்களைக் கொண்டால்,

$$\cos z = \cos z - \frac{x^2}{2} \cos z - \frac{\triangle^2}{2} \cos z - x \sin z + \frac{x \triangle^2}{2} \sin z + \frac{x}{6} \sin z$$
$$+ \triangle \sin z \cos h - \frac{\triangle x^2}{2} \sin z \cos h - \frac{\triangle^3}{6} \cos h \sin z$$
$$+ x \triangle \cos z \cos h$$

இரு பக்கங்களையும் cos z ஆல் வகுக்க,

$$1 = 1 - \frac{x^2}{2} - \frac{\triangle^2}{2} - x \tan z + \frac{x \triangle^2}{2} \tan z + \frac{x^3}{6} \tan z$$
$$+ \triangle \tan z \cos h - \triangle \frac{x^2}{2} \tan z \cos h - \frac{\triangle^3}{6} \tan z \cos h$$
$$+ x \triangle \cos h$$
$$= 1 - \frac{x^2}{2} - \frac{\triangle^2}{2} + \tan z (\triangle \cos h - x) + x \triangle \cos h$$
$$+ \tan z \left(\frac{x \triangle^2}{2} + \frac{x^3}{6} \right) - \frac{\triangle^3}{6} \tan z \cos h - \frac{\triangle x^2}{2} \tan z \cos h$$

இருபக்கங்களிலும் '1' ஐநீக்கி, tan z ஆல் வகுத்து, பக்கம் மாற்றி எழுதினால்,

$$x - \triangle \cos h = -\tfrac{1}{2} \cot z (x^2 + \triangle^2 - 2 x \cos h)$$
$$+ \left[\frac{x \triangle^2}{2} + \frac{x^3}{6} - \frac{\triangle^3}{6} \cos h - \frac{x^2 \triangle}{2} \cos h \right]$$

x இன் தோராய மதிப்பு முதல்முதலாக,

$$x - \triangle \cosh = 0 \text{ எனக் கொண்டு } x = \triangle \cosh \qquad \ldots (1)$$

எனப் பெறலாம்; இங்கு x, $\triangle$ என்ற சிறு மதிப்புக்களின் இரண்டாம், மூன்றும் படிகள் கணக்கில் எடுக்கப்படாமல் விலக்கப் பட்டன.

xன் இரண்டாவது தோராய மதிப்பு, சிறு அளவுகளான $\triangle$, xன் முப்படிகளை விலக்கி, $x = \triangle \cos h$ என்ற முதல் தோராய மதிப்பைப் பயன்படுத்தி,

$$x = \triangle \cos h - \tfrac{1}{2} \cot z \left(\triangle^2 \cos^2 h + \triangle^2 - 2\triangle^2 \cos^2 h\right)$$
$$= \triangle \cos h - \tfrac{1}{2} \cot z \left(\triangle^2 \sin^2 h\right)$$
$$= \triangle \cos h - \frac{\triangle^2}{2} \cot z \sin^2 h \qquad \ldots (2)$$

$\triangle$ நமக்குத் தெரியும்; மீன்வழிநேரம் t ஆனால் $h = t - \alpha$ அல்லது $(\alpha - t)$ என கணித்துக் கொள்ளலாம்.

$$\therefore 90 - \phi = c = Z + x$$
$$= Z + \triangle \cos h \text{ (முதல் தோராய மதிப்பு)}$$

மேலும் $e = Z + \triangle \cos h - \dfrac{\triangle^2}{2} \cot Z \sin^2 h$ என்ற இரண்டாவது தோராய மதிப்பும் கிடைக்கும். முன் விரிவாகக் கூறப்பட்ட முறைகளிலே நிலத்திலோ, கடலிலோ, வசதிக் கேற்றவாறு பொழுதை வீண் கழிக்காமலிருக்கும் வகையில் விண்மீன் உச்சி தூரம் அல்லது கதிரவன் உச்சி தூரம் (உச்சி கடக்கும்போது, அல்லது கடக்காத போது) பதிவு செய்து, அகலாங்கு அறியலாம்.

பயிற்சி 9 (iv)

1. ஒரு மலை உச்சியிலிருந்து 35°26'; 88°15' நடுவரை விலக்கமுள்ள இரு விண்மீன்கள், ஒன்று உச்சிக்குத் தெற்கிலும் மற்றொன்று உச்சிக்கு வடக்கிலும், உச்சி கடப்பதாகத் தெரிகிறது. அப்போது அவற்றின் உச்சி தூரங்கள் முறையே 26°20', 26°30' எனத் தெரிகிறதென்றால் அவ்விடத்தின் அகலாங்கு காண்க.

2. கதிரவன் ஒரு குறிப்பிட்ட நாளில் உதிக்கும் இடத்தின் தொடுவான் தூரம் (A) கணிக்கப்படுகிறது; அன்று, கதிரவன் உச்சி கடக்கும்போது ஒரு செங்குத்தாக நிற்கும் குச்சியின் நீளமும் அதன் நிழல் நீளமும், அளக்கப்படுகின்றன. இவ்விரு அளவுகளைக் கொண்டு அவ்விடத்தின் அகலாங்கு காண்பது எப்படி?

குறிப்பு : $\sin\delta = \cos\phi \cos A$

$$k = \frac{\text{நிழல் நீளம்}}{\text{குச்சி நீளம்}} = \tan z = \tan(\phi - \delta)$$

முதற் சமன்பாட்டில் δ, ϕ தேராக்கணியங்கள் ;
இரண்டாம் சமன்பாட்டில் $\tan(\phi - \delta) = k$ என்ற மதிப்பு கொண்ட $(\phi - \delta)$ன் மதிப்பை யறிக.

$\phi - \delta = \alpha$ ஆனால், $\delta = \phi - \alpha$ என முதல் சமன்பாட்டில் ஈடு செய்ய $\sin(\phi - \alpha) = \cos\phi \cos A$ பெறப்படும். இங்கு α, A மதிப்புகள் தெரியுமாதலின், ϕ மதிப்பு காணலாம்.

3. ஒரு விண்மீன் உச்சிகடக்கும்போதும், மூலக்குத்து வட்டத்தைக் கடக்கும்போதும், அதன் ஏற்றக்கோணங்கள் முறையே x-உம் x'உம் ஆகும்.

$$\cot\delta = \sec x \operatorname{cosec} x' - \tan x \text{ எனவும்,}$$

$$\cot\phi = \tan x - \sec x' \sin x' \text{ எனவும் நிறுவுக.}$$

4. ஒரே நெட்டாங்கில் உள்ள மூன்று இடங்களின் அகலாங்குகள் முறையே ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3, அம்மூன்று இடங்களிலும், ஒரு குறிப்பிட்ட நாளில் மூன்று சம உயரமான குச்சிகள் நட்டு, கதிரவன் உச்சி கடக்கும்போது அவற்றின் நிழல் நீளங்கள் முறையே h_1, h_2, h_3 என அளக்கப்படுகின்றன. அப்போது,

$$\Sigma h_1, (h_2 - h_3)^2 \cot(\phi_2 - \phi_3) = 0 \text{ என நிறுவுக.}$$

குறிப்பு :
$$\left.\begin{array}{l} h_1 = a \tan z_1 \\ h_2 = a \tan z_2 \\ h_3 = a \tan z_3 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \phi_1 = z_1 + \delta \\ \phi_2 = z_2 + \delta \\ \phi_6 = z_3 + \delta \end{array}$$

$$\cot(\delta_2 - \phi_3) = \cot(z_2 - z_3) = \frac{1 + \tan z_2 \tan z_3}{\tan z_2 - \tan z_3}$$

$$= \frac{1 + \frac{h_2}{a} \cdot \frac{h_3}{a}}{\frac{h_2}{a} - \frac{h_3}{a}}$$

$$= \frac{a^2 + h_2 h_3}{a(h_2 - h_3)}$$

$$\Sigma h_1 (h_2 - h_3)^2 \cot(\phi_2 - \phi_3)$$

$$= \Sigma \frac{h_1 (a_1{}^2 + h_2 h_3)(h_2 - h_3)}{a} = 0 \text{ என நிறுவலாம்.}$$

5. ஒரு நாள் 20° வடக்கு அகலாங்கு உள்ள இடத்தில் கதிரவன் உச்சி கடக்கும்போது, செங்குத்தாக நிறுத்தப்பட்ட ஒரு

குச்சியின் நிழல் விழவில்லை. (நிழ்ல் நீழம் பூச்சியம்); அன்று காலை 9 மணிக்கு நிழல் நீளம் 5 மீட்டர். அக்குச்சியின் நீளமென்ன ? ஏறக்குறைய, எந்த நாளில் இது நிகழும் ?

நிழலேயில்லையாதலின், கதிரவன் z என்ற புள்ளியிலேயே உச்சி கடக்கிறது. ஆகவே அன்று கதிரவனின் நடுவரை விலக்கம் 20° வடக்கு எனத்தெரிகிறது. 9 மணிக்குக் கதிரவனின் கிழக்கு நேரக்கோனம் 45°. அப்போது உச்சி தூரம் z ஆனால், $\cos z = \cos^2 70^\circ + \sin^2 70^\circ \cos 45^\circ = k$ எனக் கொள்வோம்.

$\therefore \quad \tan z = \dfrac{\sqrt{1-k^2}}{k}$ எனப் பெறப்படும்.

$\dfrac{\text{நிழல் நீளம்}}{\text{குச்சி உயரம்}} = \dfrac{\sqrt{1-k^2}}{k}$ இதிலிருந்து குச்சி உயரம்

$= \dfrac{5k}{\sqrt{1-k^2}}$ மீட்டர்கள் என அறியலாம்.

அன்று $\sin \odot = \dfrac{\sin \delta}{\sin w}$ என்ற தொடர்பிலிருந்து. $\odot$ கண்டு வேண்டிய நாளை அறிக.

6. பின்வரும் பட்டியலில் கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக:

கதிரவன் மையம்/ விண்மீன் உச்சி தூரம் (உச்சிகடக்கும்போது)	இடத்தின் அகலாங்கு	நடுவரை விலக்கம்	ஒரு குச்சி உயரம்	அக்குச்சியின் நிழல் நீளம்	தேதி.
கதிரவன் —	30°வ	——	3 மீட்டர்	——	23, மார்ச்
விண்மீன் 25°	——	12° தெ			
விண்மீன் 15°	40°வ	——			
விண்மீன் 25°	——	15° தெ			
கதிரவன் —	60°வ	——	——	3 மீட்.	ஜூன் 23
கதிரவன் 30°	——	——			23, டிசம்பர்

7. மண்ணுலகின் ஒரு பெரு வட்டத்தின்மேலுள்ள மூன்று இடங்களின் அகலாங்குகள் முறையே ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3; நெட்டாங்குகள் முறையே $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$; அப்போது $\Sigma \tan\phi_1, \sin(\lambda_3 - \lambda_2) = 0$ என நிறுவுக.

8. ஒரு குறிப்பிட்ட நேரத்தில் ஒரு விண்மீனின் உச்சி தூரம் z_1; h மீன்வழி மணிக்குப் பிறகு, அது உச்சி கடக்கும்போது அதன் தூரம் z_2. அவ்விடத்தின் அகலாங்கு பின்வரும் சமன்பாட்டால் தொகுக்கப்படுகிறதென நிறுவுக :

$$\cos(2\phi - z_2)\sin^2\frac{h}{2} = \cos z_2 \cos^2\frac{h}{2} - \cos z_1$$

9. ஒருவிண்மீன் மூலக்குத்து வட்டம் கடக்கும்போது அதன் உச்சிதூரம் 45° ; உச்சி கடக்கும்போது உச்சி தூரம் 30°, அவ்விடத்தின் அகலாங்கு என்ன? அவ்விண்மீனின் நடுவரை விலக்கமென்ன ?

10. ஓரிடத்தில் ஜூன் 22ம் தேதி நண்பகலில் நிலத்தில் செங்குத்தாக நிலை நிறுத்தப்பட்ட ஒரு குச்சியின் நிழல் நீளம், அக்குச்சியின் நீளத்திற்குச் சமமாயின், அவ்விடத்தின் அகலாங்கு என்ன? அன்று நள்ளிரவில் கதிரவன் கீழுச்சி தூரம் என்ன ?

(செப்.)

10. கதிரவன் பாதை குறித்தல்

(FIXING THE ECLIPTIC)

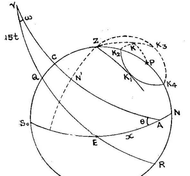
10.0 : வான கோளத்தின்மேல் வான நடுவரைக்கு $23\frac{1}{2}°$ சாய்வில் கதிரவன் பாதை இருப்பதை நாம் அறிவோம். வான நடுவரையும் கதிரவன் பாதையும் வெட்டுமிடங்கள் ♈ (மேட முதற்புள்ளி), ♎ (துலாம் முதற் புள்ளி). ♈வும் ♎ வும் வான நடுவரைமேல், விண்மீன் நாள் ஒன்றுக்கு ஒரு முழுச்சுற்று சுற்றிக்கொண்டிருப்பதால் கதிரவன் பாதை எப்போதும் வானகோளத்தின்மேல் தன்னிலை மாறிக் கொண்டே இருக்கிறது. எனவே ஒரு குறிப்பிட்ட சமயத்தில் கதிரவன் பாதை இருக்குமிடத்தை நாம் எண்ணிப்பார்க்க முடியாது போகிறது.

10.1 : ஒரு குறிப்பிட்ட சமயத்தில் வானகோளத்தின்மேல் கதிரவன் பாதை இருக்குமிடம் அறிதல்.

ஒரு குறிப்பிட்ட அகலாங்கு பெற்ற இடத்தில் வான வடதுருவம் P நிலையாக இடங் குறிக்கப்படுகிறதென நாம் அறிவோம். அப்படி P இடம் குறிக்கப்பட்ட பின்பு, $\omega = 23\frac{1}{2}°$ கோண அரைவிட்டமாக உடைய சிறு வட்டம், கதிரவன் பாதையின் துருவமான *K*-ன் இயங்கு பாதையாகும். ஏனெனில் நடுவரையும் கதிரவன் பாதையும் ஒன்றுக்கொன்று $23\frac{1}{2}°$ சாய்வில் உள்ளன.

10.2 : குறிப்பிட்ட காலம் மீன்வழிக் காலம் '*t*' எனக் கொள்க. அச்சமயத்தில் ϕ அகலாங்கு உள்ள இடத்தில் வான கோளத்தில் ♈CA கதிரவன் பாதையையும் ♈ ϕ E வான நடுவரையையும் குறிக்கட்டும் (படம் 10.2). அச்சமயத்தில் கதிரவன் பாதை கிழக்குத் தொடுவானத்தை Aயிலும், மேற்குத் தொடுவானத்தை B-யிலும் வெட்டட்டும் (B படத்தில் காட்டப்படவில்லை). A, B என்ற இரு புள்ளிகளும் முறையே ஏறுபுள்ளி (Ascending point) இறங்குபுள்ளி (Descending point) எனக் கூறப்படுகின்றன. வான நடுவரையும் கதிரவன் பாதையும் உச்சி வட்டத்தை முறையே Q-இலும் C-இலும்

வெட்டட்டும். C என்பது உயர் புள்ளி (culminating point) எனப்படும். குறிப்பிட்ட சமயம் மீன்வழி நேரம் 't' ஆகையால் $Qr = 15t^\circ$ ஆகும்.



படம் 10·2

அச்சமயத்தில் $EA = x$ எனவும், தொடுவானத்துடன் கதிரவன் பாதையின் சாய்வு $\angle CAE = \theta$ எனவும் வைத்துக் கொள்வோம். x, θ-ன் மதிப்புக்களைக் கணக்கிட்டறிந்தால் அப்போது கதிரவன் பாதையின் இடங் காணலாம்.

முதல் வழி

x-ன் மதிப்பறிதல்

முக்கோணம் γEA—இல்

$$E\gamma = EQ + Q\gamma$$
$$= 90^\circ + 15t^\circ$$

$$\angle \gamma EA = \angle \gamma EN = QZ + ZN = \phi + 90^\circ$$

$$EA = x \text{ (தெரியாது)}$$

$$\angle EA\gamma = \theta \text{ (தெரியாது)}$$

$$\angle E\gamma A = \omega$$

எனவே

$$\cos \gamma E \ \cos \ \angle \gamma EA = \sin \gamma E . \cot EA - \sin \angle \gamma EA . \ \cot \angle E\gamma A$$ அதாவது

$$\cos(90+15t) . \cos(90+\phi) = \sin(90+15t)\cot x - \sin(90+\phi) . \cot \omega$$

$$\therefore \sin 15t^{\circ} \sin\phi = \cos 15t \cot x - \cos\phi \cot \omega$$

$$\therefore \cot x = \tan 15t \sin\phi + \cos\phi \cot \omega \sec 15t$$

எனவே x-ன் மதிப்பை நாம் பெறுகின்றோம்; அதாவது குறிபிட்ட சமயத்தில் கதிரவன் பாதை E இலிருந்து தொடுவானத்தை வெட்டு மிடத்தின் தூரம் பெறப்படுகிறது.

θ-ன் மதிப்பறிதல்

இம் மதிப்பறிய, பின் கூறப்படும் கோளப் பண்புகள் பயன்படும்

முக்கோணம் ZPK

	பெருவட்டம்	துருவங்கள்	காரணம்
1.	ZK	A,B	A, தொடு வானத்திற்கும் கதிரவன் பாதைக்கும் பொதுவான புள்ளி $\therefore AZ = AK = 90^{\circ}$
2.	PK	γ, ≏	γ, வான நடுவரைக்கும் கதிரவன் பாதைக்கும் பொதுவான புள்ளி $\therefore \gamma P = \gamma K = 90^{\circ}$
3.	ZP	E, W	E தொடு வானத்திற்கும் வான நடுவரைக்கும் பொதுவான புள்ளி $\therefore EZ = EP = 90^{\circ}$

கொடுக்கப்பட்ட சமயத்தில் K-கதிரவன் பாதையின் ஒரு துருவம் எனக் கொள்வோம்.

கோள முக்கோணம் PZK-ல்,

ZK = தொடுவானம், கதிரவன் பாதை இரண்டின் துருவங் களுக்கும் இடைப்பட்ட தூரம்.

= தொடுவானம், கதிரவன் பாதைக்கும் இடைப்பட்ட கோணம்

$= \theta$ ... (4)

இப்போது $\angle KZP$ = பெரு வட்டங்கள் ZK, ZP-களுக்கு இடைப்பட்ட கோணம்.

= அவைகளின் துருவங்களுக்கு இடைப்பட்ட தூரம்

= AE...(பட்டியலில் (1), (3) காண்க)

$= x$ ... (5)

$\angle ZPK$ = பெருவட்டங்கள் ZP, PK- களுக்கிடைப்பட்ட கோணம்

= அவைகளின் துருவங்களுக்கிடைப்பட்ட தூரம்

= Eγ...(பட்டியலில் (2) (3) காண்க)

$= 90 + 15t$ ...(6)

வில் PK = வான நடுவரை, கதிரவன் பாதைகளின் துருவங்களுக்கிடைப்பட்ட தூரம்

= வான நடுவரை கதிரவன் பாதைகளுக்கிடைப் கோணம்

$=$ ω ...(7)

∴ $\triangle ZPK$ இல்

$$\cos ZK = \cos ZP \cos PK + \sin ZP \sin PK \cos \angle ZPK$$

அதாவது,

$$\cos \theta = \cos (90 - \phi) \cos \omega + \sin (90 - \phi) \sin \omega \cos (90 + 15t)$$

$$\cos \theta = \sin \phi \cos \omega - \cos \phi \sin \omega \sin 15t$$

இதிலிருந்து θ-இன் மதிப்பு பெறப்படுகிறது.

எனவே E என்ற புள்ளியிலிருந்து தொடுவானத்தின் மேல் x-தூரமுள்ள புள்ளி A-ன் வழியாகத் தொடுவானத்திற்கு θ சாய்வுடைய பெருவட்டமே அந்த சமயத்தில் கதிரவன் பாதையாகும்.

10·2·1 இரண்டாவது வழி

இப்போது முதல் காட்டிய வழியில் கூறியாங்கு A-ன் இடங் குறித்தபின்பு, கதிரவன் பாதை, உச்சி வட்டத்தை வெட்டும் புள்ளியான C-ன் இடங்குறித்து விட்டால், A, C வழியாக வரையப் படும் பெருவட்டம் நமக்குக் கதிரவன் பாதையைக் காட்டும்.

இப்போது C யின் இடங் காண்போம்

கோள முக்கோணம் $Q\gamma C$-இல், $\gamma QC = 90°$

∴ நேப்பியர் விதிப்படி

$$\sin \gamma Q = \tan QC \cdot \cot \omega.$$

∴ $\tan QC = \sin 15' \tan \omega$ எனப் பெறலாம்.

∴ QC இன் அளவு பெறப்படும்.

ஆனல் $ZC = ZQ - QC$

$$= \phi - QC$$

எனவே உச்சி வட்டத்தின்மேல் Z-லிருந்து ZC அளவுள்ள இடத்தில் C அமையும். இப்போது நமக்கு A-ம் C-ம் இருக்குமிடம் தெரியும். A, C வழியாக வரையப்படும் பெருவட்டமே அந்த சமயத்தில் கதிரவன் பாதையாகும்.

10·2·2: பெருவட்டம் ZK-ன் நீட்டல் கதிரவன் பாதையை N-ல் சந்திக்கட்டும். அப்பெரு வட்டத்திற்கு A ஒரு துருவ மாதலின் $AN' = 90°$. N' தான் கதிரவன் பாதையில் உயர்ந்த புள்ளியாகும். அப்புள்ளியின் ஏற்றக்கோணம் $\theta°$ ஆகும். N' என்ற புள்ளியை (அச்சமயத்தில் கதிரவனின் பாதையின்) உச்சிப்புள்ளி (Nonagesimal point) என்று குறிப்பிடுகின்ருேம்.

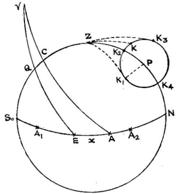
10·3 : மண்ணுலகில் பல்வேறு மண்டலங்களில் ஒரு நாட் போக்கில் கதிரவன் பாதை நிலேயில் வேறுபாடுகள் (Variations in the position of the Ecliptic in the course of a day in the various zones of ths earth.)

முதலில், ஒரு நாட்போக்கில் மண்ணுலகில் பல்வேறு மண்டலப் பகுதிகளில் x-ல் ஏற்படும் மாற்ற மறிதல்.

(1) வெப்ப, மிதவெப்ப மண்டலங்களிலுள்ள இடங்கள்

$[O < \phi < 90 - \omega]$....படம் 10·3 (i)

கதிரவன் பாதையின் ஒரு துருவமான K-ன் தினசரிப் பாதை அறிய வானகோளத்தின் ஒரு துருவம் Pஐ மையமாகவைத்து ω கோள அரைவிட்டம் கொண்ட ஒரு சிறுவட்டம் வரைந்தால் அது கதிரவன் பாதையின் துருவம் K-யின் தினசரிப்பாதையென முன்னர் கூறியிருக்கின்ருேம். அவ்வட்டம் K_1 K_2 K K_3 K_4 எனக் கொள்க.



படம் 10·3 (i)

ஒரு குறிப்பிட்ட மீன்வழி நேரம் 't' இல் கதிரவன் பாதையின் துருவம் K-ல் இருக்கிறது எனக் கொள்வோம்.

$\angle KZP = AE$

$= x$ என 10·2 (5) இல் கண்டோம்.

ஆனால் $\angle KZP$ என்பதை K ன் அடிவான தூரமாகக் கொள்ளலாம் (N-லிருந்து).

எனவே E-க்கும் A என்ற ஏறு புள்ளிக்கும் இடையேயுள்ள தூரம்

= அச்சமயத்தில் K-ன் அடிவான தூரம்

என்ற சமன்பாடு கிடைக்கிறது.

இப்பொழுது மிதவெப்ப மண்டலத்தில் உள்ள ஓர் இடத்தில் ($\omega < \phi < 90 - \omega$) K-ன் தினசரிப்பாதை உச்சிவட்டத்தை K_2, K_4 என்ற இடங்களில் உச்சிக்கு (Z) வடக்கே வெட்டுகிறதெனக் கொள்வோம். [ZP 90 $- \phi > \omega$]. மேலும் K-ன் தினசரிப்பாதையை ZK என்ற குத்துவட்டம் K_1, K_3 என்ற இடங்களில் தொடட்டும்.

இப்போது கதிரவன் பாதைத்துருவம் K_1-இலும் K_3-இலும் இருக்கும்போது, K-ன் அடிவானத்தூரம் மீப்பெருமதிப்பைப் பெறுகிறது. அம்மீப்பெருமதிப்பு

$$= \sin^{-1} (\sin \omega \sec \phi)$$

என நிறுவலாம்.

கோளமுக்கோணம் ZPK_1-ல்

$$\angle ZK_1P = 90^\circ$$

∴ நேப்பியர் விதிப்படி

$$\sin \omega = \cos \phi \sin \angle PZK_1$$

$$\therefore \angle PZK_1 = \sin^{-1} (\sin \omega \sec \phi)$$

அவ்வாறே,

$$K_3ZP = \sin^{-1} (\sin\omega \sec \phi) \quad [4\cdot4 \text{ (ii) காண்க}]$$

எனவே,

$x = AE = \angle KZP$ எனப் பொதுவாக நிறுவியதை யொட்டி

x-ன் மீப்பெருமதிப்பு $\sin^{-1} (\sin \omega \sec\phi)$ எனக் கிடைக்கப் பெறுகிறோம்.

ஆகவே கதிரவன் பாதைத் துருவம் K_1-ல் இருக்கும்போது, ஏறுபுள்ளி A, Eக்குத் தெற்கே மீப்பெருந் தூரத்தில் உள்ளது (இடம் A_1).

பிறகு K தனது தினசரிப் பாதையில் செல்லச் செல்ல x-ன் மதிப்பு குறைகிறது. எனவே, புள்ளி A-ம் கிழக்குப் புள்ளியை நோக்கி நகருகிறது. பிறகு K_2 என்ற இடத்தை K அடையும் பொழுது K_2ன் அடிவான தூரம் = 0. அப்போது $x = 0$; ஆகையால் A என்ற புள்ளி E ஒடு ஒருங்குகின்றது. பின்னர் கதிரவன் பாதைத் துருவம் K_3ஐ அடையும் வரையில் x-ன் மதிப்பு வளர்ந்து சென்று, K_3ல் கதிரவன் துருவம் அமையும்பொழுது x தனது மீப்பெரு மதிப்பைப் பெற்று, அதன் காரணமாக Eக்கு வடக்கே மீப்பெரு தூரத்தில் A என்ற ஏறுபுள்ளி அமைகிறது (இடம் A_3).

பிறகு K என்பது K_4ஐ அடையும்வரையில், A திரும்பவும் E-ஐ நோக்கிச் சென்று, K_4ல் கதிரவன் பாதைத் துருவம் இருக்கும் போது E-ம் A-ம் ஒருங்குகின்றன. மேலும் K_4ஐத் தாண்டி, K போகப்போக, x வளர்கிறது; எனவே Aம் Eயிலிருந்து விலகி மறுபடியும் K_1க்குக் கதிரவன் பாதைத் துருவம் வரும்போது, A, E

யிலிருந்து மறுபடியும் மீப்பெருந் தூரத்தில் Eக்குத் தெற்கே அமைகிறது (A_1).

இவ்வாறு ஒரு நாளில் ஏறுபுள்ளி A கிழக்குப் புள்ளியின் இரு புறங்களிலும் $\sin^{-1}\{\sin \omega \sec \phi\}$ என்ற தூரத்திற்கு ஊசலாடுகிறது. இவ்வாறே அதற்கு நேரெதிற் புள்ளியான இறங்கு புள்ளி B யும் மேற்குப் புள்ளியின் இருமருங்கிலும் $\sin^{-1}(\sin \omega \sec \phi)$ என்ற தூரத்திற்கு ஊசலாடும்.

$\angle ZPK_1 = h$ ஆனுல், கதிரவன் பாதையின் துருவம், K_1-லிருந்து K_3-க்குச் செல்ல எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம் $\frac{2h}{15}$ மணி ஆகும். இவ்வேளைகளில் ஏறுபுள்ளி தென்கோடியிலிருந்து வடகோடிக்குச் செல்கிறது.

கோள முக்கோணம் ZPK_1-ல்,

$$\angle ZK_1P = 90^\circ$$

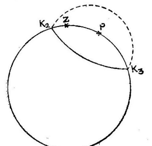
∴ நேப்பியர் விதிப்படி.

$$\cos h = \tan \omega \tan \phi$$

$$\because \quad h = \cos h^{-1}\{\tan \omega \tan \phi\}$$

எனவே ஏறுபுள்ளி தென்கோடியிலிருந்து வடகோடிக்குச் செல்ல எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம்

$\frac{2}{15}\cos^{-1}\{\tan \omega \tan \phi\}$ மணி ஆகும்.



படம் 10·3 (2)

மேலும் வடகோடியிலிருந்து தென் கோடிக்குத் திரும்பி வரும் நேரம்

$$24-\frac{2}{15}\cos^{-1}\{\tan \omega \tan \phi\}$$ எனப் பெறப்படுகிறது.

(2) குளிர் மண்டலத்திலுள்ள இடங்கள் $(90-\omega<\phi<90)$.

படம் 10·3 (2) காண்க.

குளிர் மண்டலத்திலுள்ள இடங்களில் கதிரவன் பாதையின் ஒரு துருவமான K-யின் தினசரிப்பாதை, உச்சி வட்டத்தை, உச்சியின் (Z) இரு புறங்களிலும் வெட்டுகின்றது $(\because ZP = 90-\phi<\omega.)$ இப்போது K-யின் அடிவான தூரம் 0° முதல் 360° வரை மாறி வருகிறது. எனவே x-ன் அளவும் $(x=AE)$ 0° முதல் 360° வரை மாறும். எனவே இவ்விடங்களில் ஏறுபுள்ளியும் இறங்கு புள்ளியும் தொடுவானத்தின்மேல் முழுச்சுற்று சுற்றி வரும் எனப் பெறப்படும்.

(3) கடகரேகையின்மீதுள்ள இடங்கள் $(\phi = \omega)$

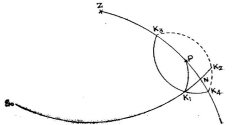
இவ்விடங்களில் K-ன் தினசரிப்பாதை தொடுவானத்தை வடக்குப் புள்ளியில் தொட்டுக்கொண்டு செல்கிறது. K, வடக்குப் புள்ளியைத் தொடும்பொழுது ஏறுபுள்ளி A, கிழக்குப் புள்ளி Eயுடன் இணைந்து இருக்கிறது. அப்போது கதிரவன் பாதை மூலக்குத்து வட்டத்துடன் இணைகிறது. ஏறுபுள்ளி A முன் கண்டபடியே Eக்கு இருபுறங்களிலும் $\sin^{-1}(\sin \omega \sec \phi)$

$$= \sin^{-1}(\sin \omega \sec \omega)$$
$$= \sin^{-1}(\tan \omega)$$

தூரத்திற்கு அலைகிறது.

(4) வெப்ப மண்டலத்திலுள்ள இடங்கள் $(\phi<\omega)$.

படம் 10·3 (4) காண்க.



படம் 10·3 (4)

வெப்ப மண்டலத்தில் உள்ள இடங்களில் K-ன் தினசரிப் பாதை தொடுவானத்தை K_1, K_2-ல் வெட்டுகிறதெனக் கொள்வோம். ($NP = \phi < \omega$).

கதிரவன் பாதையின் ஒரு துருவம் K_1 தொடுவானத்தின் மேலிருக்கும்பொழுது $K_1Z = 90°$. எனவே அப்போது கதிரவன் பாதை Z வழியாகச் செல்கிறது. இந்தக் காரணமே K_2-ற்கும் பொருந்தும். அவ்விரு சமயங்களிலும் கதிரவனின் பாதை செங்குத்தாக அமையும்.

$\angle K_1PZ = h$ எனின், K என்ற துருவம் K_1-லிருந்து K_2-விற்கு, வர எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம் $\frac{2h}{15}$ மணியாகும்.

கோளமுக்கோணம் K_1PN-ல், $\angle PNK_1 = 90°$

∴ நேப்பியர் விதிப்படி

$$h = \cos^{-1}\{-\tan\phi \cot\omega\}.$$

அதாவது வெப்ப மண்டலத்திலுள்ள இடங்களில் தினந்தோறும் இருமுறை கதிரவன் பாதை தொடுவானத்திற்குச் செங்குத்தாக அமைகிறது. இவ்விரு நிலைகளுக்கும் இடைப்பட்ட நேரம் $\frac{2}{15}\cos^{-1}\{-\tan\phi \cot\omega\}$ மணிகளாகும்.

10·5 : θ-ன் மதிப்பில் மாறுதல்கள் காணல்

θ = தொடுவானம், கதிரவன் பாதைகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணம்

= அப்பெரு வட்டங்களின் துருவங்களுக்கு இடைப்பட்ட தூரம்

= ZK......... [10·1 (4) காண்க].

K_2-ல் K இருக்கும்போது $ZK = \theta$ தனது மீச் சிறுமதிப்பைப் பெறுகிறது. K_4ல் K இருக்கும்போது $ZK = \theta$ தனது மீப் பெரு மதிப்பைப் பெறுகிறது. [படம் 10·2 காண்க]

∴ θ-ன் மீப் பெருமதிப்பு $= ZK_4$

$= ZP + PK_4$

$= 90 - \phi + \omega$

மேலும் θ-ன் மீச்சிறு மதிப்பு $= ZK_2$

$= ZP - PK_2$

$= 90 - \phi - \omega$

$\phi >$ யஆக இருக்கும் போது θன் மீப்பெருமதிப்பு $90 - \phi +$ ய $< 90°$. எனவே கதிரவன் பாதை எப்போதும் தொடுவானத்தைச் செங்குத்தாக வெட்டுவதில்லை. $\phi =$ ய ஆக இருக்கும்பொழுது θ-ன் மீப்பெருமதிப்பு $90 - \phi +$ ய $= 90°$. எனவே ஒருநாட் போக்கில் ஒரே ஒருசமயத்தில் மாத்திரம் கதிரவன் பாதை தொடுவானத்திற்குச் செங்குத்தாக அமைகின்றது.

$\phi <$ ய ஆக இருக்கும்பொழுது θ-ன் மீப்பெருமதிப்பு $90 - \phi +$ ய > 90, எனவே கதிரவன் பாதை இருசமயங்களில் தொடுவானத்திற்குச் செங்குத்தாக அமைகிறது.

அதாவது

(1) வெப்ப மண்டலத்திற்கு அப்பாற்பட்ட இடங்களில் கதிரவன் பாதை ஒருபோதும் தொடுவானத்திற்குச் செங்குத்தாக அமையாது ;

(2) கடகரேகையில் ($\phi =$ ய) உள்ள இடங்களில் ஒருநாள், ஒருமுறை, கதிரவன் பாதை தொடுவானத்திற்குச் செங்குத்தாக இருக்கும் ; அப்போது மூலக்குத்து வட்டத்தோடு ஒருங்கியிருக்கும்;

(3) வெப்பமண்டலத்தில் ஒருநாளில் இருமுறை கதிரவன் பாதை, தொடுவானத்திற்குச் செங்குத்தாக இருக்கும்.

10·6 : கதிரவன் பாதைச் சரிவை நிர்மாணித்தல் (Determination of the Obliquity of the Ecliptic)

கதிரவன் கோடைத்திருப்ப நிலைக்கு வரும்போது அதன் நடுவரை விலக்கம் ய, வல ஏற்றம் $90°$ அல்லது 6மணி. மேல் உச்சி கடத்தல் புள்ளியில் கதிரவன் இருக்கும்பொழுது மீன்வழிநேரம் 6 மணியானால் கதிரவன் சரியாகக் கோடைத்திருப்பத்தில் இருக்கிறதென்பது உறுதி; ஆனால் கதிரவன் உச்சிகடக்கும் நேரமும் கோடைத் திருப்ப நிலையை அடையும் நேரமும் ஒன்றாக இருக்க வேண்டும் என்பது இன்றியமையாததல்ல. கதிரவன் உச்சிக் கடப்பதற்குச் சற்று முன்னோ, பின்னோ கோடைத்திருப்ப நிலையைக் கடக்கக்கூடும். எனவே ஜூன் 22-ம் தேதியன்று, கதிரவன் உச்சி கடக்கும்போது, அதன் உச்சி தூரமும் (z) மீன்வழிநேரமும் (t) பதிவு செய்வதாகக் கொள்வோம்.

$\phi = z + \delta$ என்ற வாய்பாடு கொண்டு δவின் மதிப்பையும்,

$t = \alpha'$ (உச்சிகடக்கும் சமயம்)

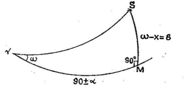
என்ற மதிப்பையும் கணிக்கலாம். உச்சிகடக்கும்போது,

$\therefore \quad \delta = \phi - z$

$=$ ய $- x$ எனக்கொள்க. (படம் 10·6 காண்க)

$\alpha' = 90 + \alpha$ எனக் கொள்க.

எனவே δ உம், α உம் நமக்குத் தெரியும். மேலும் α, x மிகச்சிறிய அளவுகளே.



படம் 10·6

மரபுப்படி கோளமுக்கோணம் γMS ல் (படம் 10·6)

$$\sin (90 \pm \alpha) = \tan \delta \cot \omega$$

$$\therefore \quad \cos \alpha = \frac{\tan \delta}{\tan \omega} \qquad \ldots \text{(A)}$$

அதாவது $\dfrac{\cos \alpha}{1} = \dfrac{\tan \delta}{\tan \omega}$

$$\therefore \quad \frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{\tan \omega - \tan \delta}{\tan \omega + \tan \delta}$$

$$\tan^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin (\omega - \delta)}{\sin (\omega + \delta)}$$

$$\therefore \quad \sin (\omega - \delta) = \sin (\omega + \delta) \tan^2 \alpha/2$$

$\omega - \delta = x$ மிகச்சிறியது ; α-சிறியது ; ωவும் δவும் ஏறக்குறைய சமம்.

$\therefore \quad (\omega + \delta)$-உம் 2δ-ம் ஏறக்குறைய சமம் ;

எல்லாக் கோணங்களையும் ஆரையன் அளவில் கொண்டால்,

$$x = \frac{\alpha^2}{4} \sin 2\delta$$

δ-உம், α-உம் நமக்கு அளக்கப்பட்டிருப்பதால் ω இன் மதிப்பைக் காணக்கலாம்.

$\therefore \quad \omega = \delta + \dfrac{\alpha^2}{4} \sin 2\delta$ எனப் பெறுகிறோம் ; ஆனால் α ஆரையன் அளவில் உள்ளது. ... (B

$\omega = \delta + \frac{\alpha^2}{4} \sin 2\delta$ என்ற மதிப்பை, பின் கொடுக்கப்படும் பொது வாய்பாட்டினின்றும் பெறலாம். அப்போது வாய்பாடு, நிறுவப்படுவதைக் காண்க.

10·7 பொது வாய்பாடு

$$\tan y = \left(\frac{1+t}{1-t}\right) \tan x$$ என்ற சமன்பாடு வாயிலாக,

$$y = x + t \sin x + \frac{t^2}{2} \sin 4x + \dots \infty$$

என்ற கந்தழித் தொடர் பெறப்படுகிறது. இது சில இடங்களில் பயன்படுத்தப்படுவதால், இங்கு அதை நிறுவுவோம். கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாடு,

$$\tan y = \left(\frac{1+t}{1-t}\right) \tan x$$

$$\therefore \quad \frac{e^{iy} - e^{-iy}}{e^{iy} + e^{-iy}} = \frac{(1+t)}{(1-t)} \frac{(e^{ix} - e^{-ix})}{(e^{ix} + e^{-ix})}$$

$$\therefore \quad \frac{e^{2iy} - 1}{e^{2iy} + 1} = \frac{(1+t)(e^{2ix} - 1)}{(1-t)(e^{2ix} + 1)}$$

$$\therefore \quad e^{2iy} = \frac{(1+t)(e^{2ix} - 1) + (1-t)(e^{2ix} + 1)}{(1-t)(e^{2ix} + 1) - (1+t)(e^{2ix} - 1)}$$

$$= e^{2ix} \left(\frac{1 - te^{-2ix}}{1 - te^{2ix}}\right)$$

இரு பக்கங்களுக்கும் மடக்கை (log) எடுக்க,

$$2iy = 2ix + \log(1 - te^{-2ix}) - \log(1 - te^{2ix})$$

$$= 2ix - \left(te^{-2ix} + \frac{t^2}{2} e^{-4ix} + \frac{t^3}{3} e^{-6ix} + \dots\right)$$

$$+ \left(te^{2ix} + \frac{t^2}{2} e^{4ix} + \frac{t^3}{3} e^{6ix} + \dots\right)$$

$$= 2ix + t(e^{2ix} - e^{-2ix})$$

$$+ \frac{t^2}{2}\left(e^{4ix} - e^{-4ix}\right)$$

$$+ \frac{t^3}{3}\left(e^{6ix} - e^{-6ix}\right) \dots \dots \dots \dots$$

$$= 2ix + 2i\left[t \sin 2x + \frac{t^2}{2} \sin 4x + \frac{t^3}{3} \sin 6x + \ldots \right]$$

∴ இரு பக்கங்களையும் $2i$ ஆல் வகுக்க,

$$y = x + t \sin 2x + \frac{t^2}{2} \sin 4x + \frac{t^3}{3} \sin 6x + \ldots$$

என்ற சமன்பாடு பெயப்படும். ... (1)

இப்போது,

$$\tan y = \left(\frac{1-t}{1+t}\right) \tan x$$ எனக் கொண்டால்,

$$y = x - t \sin 2x + \frac{t^2}{2} \sin 4x - \frac{t^3}{3} \sin 6x + \ldots$$

என்ற சமன்பாடு பெறப்படும். ... (2)

இப்போது, 10·6 (A) வழியாக,

$$\tan \omega = \frac{\tan \delta}{\cos \alpha} = \frac{\tan \delta}{\dfrac{1 - \tan^2 \alpha/2}{1 + \tan^2 \alpha/2}}$$

$\tan^2 \alpha/2 = t$ என ஈடுசெய்ய,

$$\tan \omega = \left(\frac{1+t}{1-t}\right) \tan \delta$$ எனப் பெறப்படும்.

எனவே,

$$\omega = \delta + t \sin 2\delta + \frac{t^2}{2} \sin 4\delta + \frac{t^3}{3} \sin 6\delta \ldots$$

என்ற சமன்பாடு பெறப்படும்.

t இன் மதிப்பு மிகச் சிறிதானால்,

$\omega = \delta + t \sin 2\delta$ (தோராயமாக)

10·6 (B) காண்க. ∴ $\omega = \delta + \tan^2 \frac{\alpha}{2} \sin 2\delta$

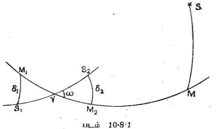
$$= \delta + \frac{\alpha^2}{4} \sin 2\delta \left(\alpha - \text{மிகச் சிறிதானால்}\right)$$

10·8 : மேட முதற்புள்ளியின் நிலை காணல் (Fixing the Position of the first point of Aries)

ஒரு விண்மீன் உச்சிகடக்கும்பொழுது, அதன் வல ஏற்றம், அச்சமயத்திலுள்ள மீன்வழிக் காலத்திற்குச் சமமாகும் என நாம் அறிவோம். ($t = \alpha \pm h$; $h = 0$) எனவே, விண்மீன்களின் வல

ஏற்றங்களை நாம் சரியாகக் கணக்கிடவேண்டுமானால் மேட முதற் புள்ளி (γ) உச்சிகடக்கும்பொழுது நம்மிடமுள்ள விண்மீன் கடிகாரம் 0மே. 0நி. 0வி. காட்டவேண்டும். ஆனால் மேட முதற்புள்ளி γ ஒரு கற்பனைப் புள்ளியாதலின் அதுகடக்கும் நேரத்தைக் கண்டு, மீன் வழிநேரம் காட்டும் கடிகாரத்தைத் திருத்த முடியாது. மீன் வழிக்கடிகாரத்தைத் திருத்தப் பின்வரும் வழிகளைக் காண்போம்.

10·8·1 : முதல் வழி



படம் 10·8·1

படம் 10·8·1 காண்க.

S ஒரு விண்மீன் ; SM அதன் நடுவரை விலக்கப் பெருவட்டம். M என்பது அவ்வட்டத்தின் பாதம். CL, கதிரவன் பாதை ; பொதுவாகக் கதிரவன் நடுப்பகலில்தான் γஐக் கடக்கும் என்று ஏற்கமுடியாது. ஆனால் அது எப்போதாவது ஏற்படலாம். இப்போது CL-ல் S_1 என்பது கதிரவன் γ ஐக் கடப்பதற்கு முன்னுள்ள நடுப்பகல் நிலை. S_2 என்பது γஐக் கடந்தபின்னுள்ள அடுத்த நடுப்பகல் நிலை. இவ்விரு நிலைகளிலும் கதிரவன் உச்சி கடக்கும் விண்மீன் நேரங்களைப் பதிவுசெய்து கொள்ளவேண்டும். படத்தில் M_1 உம் M_2 உம் S_1, S_2 வழியாக வரையப்படும் நடுவரை விலக்கப் பெருவட்டங்களின் பாதங்கள். வானியல் கூடம் இருக்கும் இடத்தின் அகலாங்கு ϕ எனக் கொள்வோம். கதிரவன் S_1 ல் உச்சி கடக்கும்போது அதன் உச்சி தூரம் Z_1 என அளந்து $\phi = Z_1 + \delta_1$ என்ற வாய்பாட்டினைப் பயன்படுத்தி δ_1-ன் மதிப்பை அறியலாம். இங்கு நடுவரை விலக்கம் δ_1 குறைக்குறி பெற்றிக்கும். அன்று S என்ற விண்மீன் உச்சிகடக்கும் மீன்வழி நேரத்தைப் பதிவு செய்துகொள்ளவேண்டும். அந்நாள் கதிரவன் உச்சிகடக்கும் சமயத்திற்கும் விண்மீன் உச்சிகடக்கும் சமயத்திற்கும் இடைப்

பட்ட நேரம் என்னவெனக் கணித்துக்கொள்ளலாம். இவ்விடைவெளி x மணி எனக்கொள்க. கடிகாரம் சரிவரக் காலங் காட்டவில்லையாயினும் இடைவெளி x சரியாகவே இருக்கும். இதனைப் பாகைக்கு மாற்றினல் M_1M-ன் பாகை அளவு கிடைக்கும். M_1M-என்பது கதிரவன், விண்மீன் இரண்டிற்கும் உள்ள வல ஏற்றத்தின் வேறுபாடாகும். அடுத்த நாள் நடுப்பகலில் கதிரவன் γ-ஐத் தாண்டி S_2-ல் இருக்கும்போது கதிரவனின் நடுவரை விலக்கம் (δ_2) கூட்டு மதிப்புடையதாக இருக்கும். கதிரவன் S_2-ல் இருக்கும்போது உச்சிவட்டத்தில் உச்சித் தூரம் Z_2 என அளந்து $\phi = Z_2 - \delta_2$ என்ற வாய்பாட்டினைப் பயன்படுத்தி δ_2-ன் மதிப்பை அறியலாம்.

மேலும் மீன்வழிநாள் காட்டும் கடிகாரம் கொண்டு இரண்டாவது நாளும் விண்மீன் S உச்சிகடக்கும் நேரத்தைப் பதிவு செய்துகொள்ளவேண்டும். அன்று கதிரவனும் விண்மீனும் உச்சிகடக்கும் சமயங்களுக்கு இடைப்பட்ட நேரம் y-எனக் கணித்துக் கொள்ளலாம். இதனைப் பாகைக்கு மாற்ற M_2Mன் பாகை அளவு கிடைக்கும். இது இரண்டாம் நாள் கதிரவன், விண்மீன் இரண்டிற்கும் உள்ள வல ஏற்றத்தின் வேறுபாடாகும்.

கதிரவனின் வல ஏற்றமும் நடுவரை விலக்கமும் அவ்வொரு நாள் இடைவெளியில் சீராக மாறுகிறதெனக் கொள்வோம். ஒரு நாளில் நடுவரை விலக்கத்தில் ஏற்பட்ட மாறுதல் $|\delta_1| + \delta_2$ ஆகும். இம்மாறுதல் கதிரவன் S_1-லிருந்து S_2-க்குச் செல்லும் கால இடைவெளியில் ஏற்பட்டதாகும். எனவே S_1-லிருந்து கதிரவன் γ-வுக்கு வர எடுத்துக்கொண்ட நேரம் $|\delta_1| / |\delta_1| + \delta_2$ ஆகும்.

S_1-லிருந்து S_2-க்குச் செல்லும்போது வல ஏற்றத்தில்

$$\text{மாறுதல்} = M_1M_2$$
$$= M_1M - M_2M$$
$$= x - y$$

அதாவது ஒருநாளில் கதிரவன் வல ஏற்றத்தில் ஏற்படும் மாறுதல் $x-y$. எனவே கதிரவன் S_1-லிருந்து γ வரும் நேர இடைவெளியில் ஏற்படும் வல ஏற்ற மாறுதல்

$$(x - y) \; |\delta_1| \; / \; |\delta_1| + \delta_2$$

இது $M_1\gamma$-க்குச் சமமாகும்.

எனவே விண்மீன் Sஇன் சரியாகக் கணிக்கப்பட்ட வல ஏற்றம்

$$\alpha = \gamma M$$
$$= M_1M - M_1\gamma$$

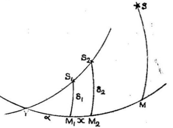
$$= x - \frac{(x - y)\,|\delta_1|}{|\delta_1| + \delta_2}$$

$$= \frac{x\delta_2 + y\,|\delta_1|}{|\delta_1| + \phi_2}$$

விண்மீன் S-ன் வல ஏற்றம் α எனக் கணிக்கப்பட்டபின், மறுநாள் S உச்சிகடக்கும்போது மீன்வழிக் கடிகாரம் சரியாக α-மணி காட்டுமாறு நாம் திருப்பி வைக்கவேண்டும். இப்போது γ-உச்சி கடக்கும்போது, இக்கடிகாரம் சரியாக 0ம 0நி 0வி. யைக் காட்டும். இதுவே கடிகாரத்தைச் சரிசெய்யும் முறையாகும். எந்த ஒரு விண்பொருளின் வல ஏற்றத்தையும், அப்பொருள் உச்சி கடக்கும்பொழுது இக்கடிகாரம் காட்டும் காலம் கொண்டு உடனடியாகத் தெரிந்துகொள்ளலாம்.

ஏதாவது ஒரு விண்மீன் வல ஏற்றத்தை மீன்வழிக் கடிகாரத்தைச் சரிபடுத்தாமலே பின்வருமாறு கணக்கிடலாம்: S′ என்ற விண்மீன் வல ஏற்றம் காணவேண்டும் எனக் கொள்வோம். கொடுக்கப்பட்ட கடியாரத்தைக் கொண்டு S_1-உம் S′ உம் உச்சி கடக்கும் நேரங்களின் வேறுபாட்டைக் கணக்கிடலாம். நேர வேறுபாடு 't' எனக் கொள்வோம். S′ உச்சிவட்டத்தை Sக்கு முன்பு கடக்குமாஞல் S′-ன் வல ஏற்றம் $(\alpha - t)$ உம் பின்பு கடக்குமாஞல் S′-ன் வல ஏற்றம் $(\alpha + t)$ உம் ஆகும்.

10·8·2 : இரண்டாவது வழி



படம் 10·8·2

படம் 10·8·2 காண்க.

கதிரவன் γ ஐக் கடந்து ஒருசில நாட்களுக்குப் பின்பு ஒரு காட்சிப்பதிவும் அடுத்து சில நாட்களுக்குப் பின்பு மற்ருேர் காட்சிப்

பதிவும் செய்து, γ-ன் இடத்தைக் கணிப்பதோடல்லாமல் கதிரவன் பாதைச்சாய்வையுங் கணிக்கலாம்.

கதிரவன் γ-ஐத் தாண்டிச்சென்ற சில நாட்களுக்குப் பின்பு, ஒரு நாள் கதிரவன் உச்சிகடக்கும் சமயம், பின்வரும் காட்சிப் பதிவுகள் செய்வோம் :

(1) கதிரவன் S_{γ} உச்சி கடக்கும் மீன்வழி நேரம் t_1.

(2) உச்சி கடக்கும் சமயத்தில் கதிரவனின் உச்சித்தூரம். அன்று ஒரு விண்மீன் γ உச்சி கடக்கும் சமயம், மீன் வழிநேரம் t_2-உம் பதிவு செய்வோம். அவ்விடத்தின் அகலாங்கு ϕ என இருப்பின் $\phi = z_1 + \delta_1$ என்ற வாய்பாடு கொண்டு δ_1 (கதிரவன் நடுவரை விலக்கம்) கணிக்கலாம். $|t_1 - t_2| = x_1$ எனக் கொள் வோம்.

படத்தில்

$$S_1M_1 = \delta_1 ; \; M_1M = x_1$$

சில நாட்கள் கழித்து, மற்றொரு நாள், கதிரவனுக்கும் அதே விண் மீனுக்கும், முற்கூறிய பதிவுகள் செய்து $S_2M_2 = \delta_2$; $M_2M = x_2$ எனப் பெறலாம்.

முதற் காட்சிப் பதிவு நாளன்று கதிரவன் வல ஏற்றம் α எனவும், இரண்டாம் காட்சிப் பதிவு நாளன்று கதிரவன் வல ஏற்றம் $\alpha + x$ எனவும் கொண்டால்,

$$\gamma M_1 = \alpha ; \; \gamma M_2 = \alpha + x$$

ஆகும். x_1, x_2 மதிப்புகள் நமக்குத் தெரியுமாகையால்

$$x_{\gamma} - x_2 = M_{\gamma}M - M_2M$$
$$= M_1M_2$$
$$= x$$

என்ற அளவு கிடைக்கும்.

கோள முக்கோணம் $S_1\gamma M_1$ லிருந்து

$\sin \alpha = \cot \omega \tan \delta_1$ என்ற சமன்பாடும் ... (1)

கோளமுக்கோணம் $S_2\gamma M_2$ லிருந்து

$\sin(\alpha + x) = \cot \omega \tan \phi_2$ என்ற சமன்பாடும் பெறப்படும். ... (2)

எனவே,

$$\frac{\tan \delta_1}{\tan \delta_2} = \frac{\sin \alpha}{\sin(\alpha + x)}$$

அதாவது

$$\frac{\tan \delta_2}{\tan \delta_1} = \frac{\sin \alpha \cos x + \cos \alpha \sin x}{\sin \alpha}$$
$$= \cos x + \sin x \cot \alpha .$$

இச்சமன்பாட்டில் x, δ_1, δ_2 தெரியுமாதலின் α-ஐக் கணக்கிடலாம். எனவே விண்மீன் S-ன் வல ஏற்றம்

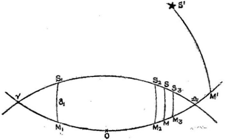
$$= \gamma M$$
$$= \gamma M_1 + M_1 M$$
$$= \alpha + x_1$$

α, δ_1இன் மதிப்பை (1)ல் ஈடுசெய்ய ω-இன் மதிப்பு பெறப்படும்.

10·8·3 : மூன்ருவது வழி: ப்ளாம்ஸ்டீட் முறை (Flamsteed's Method)

மேற்கூறிய இருமுறைகளிலும் ஏற்படக்கூடிய காட்சி கருவிப் பிழைகள் பலவற்றை நீக்கிய வகையில் மற்ருேர் சிறந்த முறை இங்கிலாந்து நாட்டு முதல் அரசவை வானியலறிஞர் (Astronomer Royal) ப்ளாம்ஸ்டீட் அவர்களால் விளக்கப்பட்டது. அம்முறை பின்வருமாறு :

படம் 10·8·3இல் $\gamma M_1 \simeq$ வான நடுவரையையும், γS_1 ♎ கதிரவன் பாதையையும் குறிக்கட்டும். S' ஒரு விண்மீனையும் $S'M'$ அவ் விண்மீனின் நடுவரை விலக்கு வட்டத்தின் ஒரு பகுதியையும்



படம் 10·83

குறிக்கட்டும். கதிரவன் γ-ஐக்கடந்து சில நாட்களுக்குப் பின் ஒரு நாள் நடுப்பகலில் S_1 என்பது கதிரவனின் நிலை எனக் கொள்வோம். $S_1 M_1 = \delta_1$ அதன் அப்போதைய நடுவரை விலக்கமாகும். S_1-ல் கதிரவனின் உச்சித்தூரம் z_1ஐ அளந்து δ_1 கணக்கிடலாம்.

$(\phi = z_1 + \delta_1)$. அன்று கதிரவனும் விண்மீன் S'ம் உச்சி கடக்கும் நேரங்களைப் பதிவு செய்து, அவ்விரு நேரங்களின் வேறுபாடு, x_1 எனக் கொள்வோம். அன்று, விண்மீன் S'-ன் வல ஏற்றத்திற்கும், கதிரவன் வல ஏற்றத்திற்கும் உள்ள வேறுபாடு படத்தில் கண்ட படி. M_1M'. எனவே $M_1M' = x_1$ எனப் பெறப்படுகிறது. கதிரவன் பாதை மீது S என்ற புள்ளி $\gamma S_1 = \frown S$ என்றிருக்குமாறு குறித்துக் கொள்வோம். அப்போது S-ன் நடுவரை விலக்கம் SM என்பது δ_1க்குச் சமமாகும். (ஏனெனில் $\triangle \gamma S_1M_1 \equiv \triangle \frown SM$). கதிரவன் S-ல் இருக்கும்பொழுது உச்சிகடத்தல் நிலையாயிருக்கும் என்று கொள்ளமுடியாது. S என்ற நிலைக்குக் கதிரவன் வருவதற்கு முந்திய நண்பகலில் S_2-இலும், அடுத்த நண்பகலில் S_3இலும் உச்சி கடப்பதாகக் கொள்வோம். $S_3M_2 = \delta_3$; $S_3M_3 = \delta_3$ என்பன முறையே அவ்விரு நாட்களில் கதிரவனின் நடுவரை விலக்கத்தைக் குறிக்கின்றன. δ_1 பெற்ற முறைப்படியே δ_2-உம் δ_3-உம் அவ்விரு நாட்களிலும் பெறப்படவேண்டும். அவ்விரு நாட்களிலும் கதிரவனும் விண்மீன் S'-உம் உச்சி கடக்கும் நேரங்களின் வேறுபாடுகள் முறையே x_2, x_3 எனக் (x_1 கணக்கிட்ட படி) கணக்கிடலாம். எனவே படத்தில் $M_2M' = x_2$ எனவும் $M_3M' = x_3$ எனவும் பெறப்படும்.

ஒரு நாளில் கதிரவன் நடுவரை விலக்கத்தில் மாறுதல் $= \delta_2 - \delta_3$

S_2-விருந்து Sக்குச் செல்லும் வரை விலக்கத்தில் மாறுதல் $\Big\}\ \delta_2 - \delta_1$

எனவே நடுவரை விலக்கம் $(\delta_2 - \delta_1)$ மாறுதலுக்கு எடுத்துக் கொள்ளப்பட்ட நேரம் $\dfrac{\delta_2 - \delta_1}{\delta_2 - \delta_3}$ நாள். ... (A)

ஒரு நாளில் கதிரவன் வல ஏற்றத்தில் ஏற்பட்ட மாறுதல் $\Big\}$ $= M_2M_3$

$= M_2M' - M_3M'$

$= x_2 - x_3$

எனவே $\dfrac{\delta_2 - \delta_1}{\delta_2 - \delta_3}$ நாளில் கதிரவன் வல ஏற்றத்தில் ஏற்பட்ட மாறுதல் $\Big\}\ \dfrac{\delta_2 - \delta_1}{\delta_2 - \delta_3}(x_2 - x_3)$

அதாவது,

$$M_2M = \frac{\delta_2 - \delta_1}{\delta_2 - \delta_3}(x_2 - x_3)$$

$$\therefore M_1 M = M_1 M_2 + M_2 M$$
$$= M_1 M' - M_2 M' + M_2 M$$
$$= x_1 - x_2 + \frac{\delta_2 - \delta_1}{\delta_2 - \delta_3}(x_2 - x_3)$$

$r \simeq$ வின் மையப் புள்ளி 0.

$$\because \triangle \gamma S_1 M_1 \equiv \triangle \simeq SM$$
$$\gamma M_1 = M \simeq$$

$\therefore M_1 M$ இன் மையப் புள்ளி 0 தான்.

எனவே $M_1 O = \frac{1}{2} M_1 M$

$$= \frac{1}{2}\left\{(x_1 - x_2) + \frac{\delta_2 - \delta_1}{\delta_2 - \delta_3}(x_2 - x_3)\right\}$$

முதல் நாள் பதிவின்போது கதிரவனின் வல ஏற்றம் ;

$$= \gamma M_1$$
$$= \gamma O - M_1 O$$
$$= 6^h - \frac{1}{2}\left\{(x_1 - x_2) + \frac{\delta_2 - \delta_1}{\delta_2 - \delta_3}(x_2 - x_2)\right\} \text{ மணிகள்}$$

எனவே விண்மீன் S'-ன் வல ஏற்றம்

$$= \gamma M'$$
$$= \gamma M_1 + M_1 M'$$
$$= \gamma O - M_1 O + M_1 M'$$
$$= 6^h - \frac{1}{2}\left\{(x_1 - x_2) + \frac{\delta_2 - \delta_1}{\delta_2 - \delta_3}(x_2 - x_3)\right\} \text{ம} + x_1 \text{ம}.$$

முன்போலவே இங்கும் இம் மதிப்பைப் பயன்படுத்தி மீன்வழிக் கடிகாரத்தைத் திருத்திக் கொள்ளலாம்.

குறிப்பு : ப்ளாம்ஸ்டீட் முறையிலுள்ள அனுகூலங்கள்

(1) 10.8·3 (A) இல் $\frac{\delta_2 - \delta_1}{\delta_2 - \delta_3}$ என்று கொள்ளப்படும் அளவுக்கு நாம் உச்சி தூரங்கள் பதிவு செய்தபடி, $\frac{z_1 - z_2}{z_3 - z_2}$ என்ற அளவைப் பயன்படுத்தலாம். அப்போது நமக்கு அவ்விடத்தின் அகலாங்கு ϕ இன் மதிப்பு தேவைப்படாது.

(2) $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ மூன்றும் ஏறக்குறைய சமமாதலால், z_1, z_2, z_3 மூன்றும் ஏறக்குறைய சமமாயிருக்கும். ஆகவே, $(z_1 - z_3)$ என்ற அளவிலும் $(z_2 - z_3)$ என்ற அளவிலும் கதிர்க்கோட்டப் பிழையை

விலக்கிவிட்டுப் பதிவு செய்து பெற்ற அளவுகளையே ஏற்றுக் கொள்ளலாம்.

(3) குறிப்பிட்ட விண்மீனின் சரியான வல ஏற்றம் நாம் கண்டு பிடிப்பதால், மீன்வழிக் கடிகாரத்திலுள்ள தனிப் பிழை, வேகம் அல்லது வேகக் குறைவுப் பிழை விகிதம் யாவும் கணித்துவிடலாம்.

(4) கதிரவனும், விண்மீனும் உச்சி கடக்கும் நேரங்களின் மாறுபாடுகளைமட்டுமே நாம் கணக்கிலெடுக்கிறோமாதலால், மீன் வழிக் கடிகாரத்திலுள்ள பிழைகள் ஒன்றுக்கொன்று சரிக்கட்டிப் போகும்.

எனவே, இம்முறை மற்றிரு முறைகளைவிட விரும்பற்பாலது. ஆனால் சோதனை ஏறக்குறைய ஆறு மாத காலம் கொள்ளும். அதாவது கதிரவன் γ விலிருந்து ♎க்கு வரும் அரையாண்டுக் காலமாகும்.

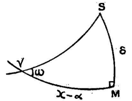
10.9 :

எ.கா.1 : கதிரவன் நடுவரை விலக்கங்கள் δ, δ' ஆக இருக்கும் பொழுது கதிரவன் வல ஏற்றத்திற்கும் ஒரு விண்மீன் வல ஏற்றத்துக்கும் உள்ள வேறுபாடும் முறையே α, α'. அப்போது விண்மீனின் வல ஏற்றம்

$$\tan^{-1}\left\{\frac{\sin\alpha\tan\delta' - \sin\alpha'\tan\delta}{\cos\alpha\tan\delta' - \cos\alpha'\tan\delta}\right\}$$

அல்லது இதன் மிகைநிரப்புக் கோணம் என நிறுவுக.

விண்மீனின் வல ஏற்றம் x-எனக் கொள்க.



படம் 10.9 (1)

கதிரவனின் நடுவரை விலக்கம் δ ஆனால், அதன் வல ஏற்றம் $x-\alpha$ அல்லது $x+\alpha$ ஆக இருக்கும்.

வல ஏற்றத்தை $x-\alpha$ எனக் கொள்வோம், அப்போது கோள முக்கோணம் γ SM-ல்

$$\sin(x-\alpha)\cot\delta = \cot\omega$$

அவ்வாறே

$$\sin(x-\alpha')\cot\delta' = \cot\omega$$

$$\therefore \frac{\sin(x-\alpha)}{\tan\delta} = \frac{\sin(x-\alpha')}{\tan\delta'}$$

$$\sin x\cos\alpha-\cos x\sin\alpha)\tan\delta' = (\sin x\cos\alpha'-\cos x\sin\alpha')\tan\delta$$

$$\sin x(\cos\alpha\tan\delta'-\cos\alpha'\tan\delta) = \cos x(\sin\alpha\tan\delta'-\sin\alpha'\tan\delta)$$

$$\therefore \tan x = \frac{\sin\alpha\tan\delta' - \sin\alpha'\tan\delta}{\cos\alpha\tan\delta' - \cos\alpha'\tan\delta}$$

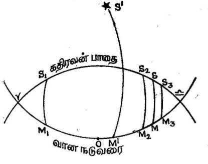
வல ஏற்றத்தை $x+\alpha$ ஆகக்கொண்டால் மற்றோர் மதிப்பு வரும்.

எ.கா. 2.

பின்வரும் அட்டவணையிலிருந்து மார்ச்சு மாதம் 24ம் தேதி யன்று கதிரவனின் வல ஏற்றத்தைக் கணிக்க. மற்றும் மார்ச்சு 24ம் தேதியன்றும் செப்டெம்பர் 19ம் தேதியன்றும் கடிகாரத்தின் பிழைத்திருத்தங்கள் காண்க.

	மார்ச் 24	செப்டெம்பர் 18	செப்டெம்பர் 19
நடுப்பகல் கதிரவனின் நடுவரை விலக்கம்.	1° 28′ 25″	1° 49′ 40″	1° 26′ 24″
கதிரவன் உச்சி கடக்கும் நேரம்	0 ம 13 நி 48வி	11 ம 13 நி 4 வி	11ம 46 நி 29வி
விண்மீன் சிரியஸ் உச்சி கடக்கும் நேரம்	6 ம 42 நி 43வி	6 ம 42 நி 29 வி	6 ம 42 நி 29 வி

படம் 10·9 (2) இல் S′ என்பது விண்மீன் சிரியஸ்ஸைக் குறிக்கட்டும். அதன் நடுவரை விலக்க வட்டத்தின் பாதம் M′, γ ♎ க்கு இடையே இருக்கும்;(ஏனெனில் சிரியஸ்ஸின் வல ஏற்றம்



படம் 10·9 (2)

6 மணிக்கும் 7 மணிக்கும் இடைப்பட்டிருக்கிறது). காட்சிப் பதிவு செய்யப்பட்ட தேதிகளில் கதிரவனின் நடுவரை விலக்கங்கள்

$$\delta_1 = 1^\circ\ 28'\ 25''\ (\text{மார்ச்சு } 24)$$
$$\delta_2 = 1^\circ\ 49'\ 40''\ (\text{செப்டெம்பர் } 18)$$
$$\delta_3 = 1^\circ\ 26'\ 24''\ (\text{செப்டெம்பர் } 19)$$

இம்மூன்று தேதிகளிலும் நடுப்பகலில் கதிரவன் நிலைகள் S_1, S_2, S_3 எனவும், M_1, M_2, M_3 என்பவை முறையே அப்புள்ளிகளின் வழியே வரையப்படும் நடுவரை விலக்க வட்டங்களின் பாதங்களெனவும் கொள்வோம்.

அப்போது

$$S_1M_1 = \delta_1,\ S_2M_2 = \delta_2\ ;\ S_3M_3 = \delta_3$$

$\frown S = \gamma S$, என்ற வகையில் S என்ற புள்ளியை எடுத்துக் கொள்ளுவோம். அப்போது,

$$S_1M_1 = SM = \delta_1$$

இம்மூன்று நாட்களிலும் கதிரவன் வல ஏற்றத்திற்கும் விண்மீன் S'ன் வல ஏற்றத்திற்கும் உள்ள வேறுபாடுகள்

$M_1M' =$ 6ம 42நி 43வி—0ம 13நி 48வி = 6ம 28நி 55வி

$M_2M' =$ 11ம 48நி 4வி—6ம 42நி 29வி = 5ம 0நி 35வி.

$M_3M =$ 11ம 46நி 39வி—6ம 42நி 29வி = 5ம 4நி 10வி.

செப்டெம்பர் 18ம் தேதி நண்பகலிருந்து அடுத்த நாள் நண்பகல் வரை ஏற்பட்ட நடுவரைவிலக்க வேறுபாடு

$= \delta_2 - \delta_3$

$= 1° 49' 40'' - 1° 26' 24''$

$= 0° 23' 16''$

$= 1396''$

கதிரவன் S_2 லிருந்து Sக்குச் செல்லுகையில் ஏற்படும் நடுவரை விலக்க வேறுபாடு

$= \delta_2 - \delta_1$

$= 1° 49' 40' - 1° 28' 25''$

$= 0° 21' 15''$

$= 1275''$

எனவே கதிரவன் S_3 விலிருந்து Sக்குச் செல்ல எடுக்கும் நேரம்

$= \frac{1275}{1396}$ நாள்

ஒரு நாளில் கதிரவனின் வல ஏற்றத்தில் ஏற்படும் வேறுபாடு

$= M_2 M_3$

$= M_3 M' - M_2 M'$

= 5ம 4நி 10வி – 5ம 0நி 35வி

= 0ம 3நி 35வி

= 215வி.

எனவே $\left(\frac{1275}{1396}\right)$ நாளில் ஏற்படும் கதிரவன் வல ஏற்ற வேறுபாடு

$= \frac{1275}{1396} \cdot 215$ வி

= 196வி

= 3நி 16வி

எனவே

$M_3 M$ = 3நி 16வி

$M_1 M = M_1 M_3 + M_3 M$

$= M_1 M' + M_3 M' + M_3 M$

= 6ம 28நி 55வி + 5ம 0நி 35வி + 3நி 16வி

= 11ம 32நி 46 வி

$\gamma \underline{\Omega}$ ன் மையப்புள்ளி O எனக்கொள்வோம்.

$OM_1 = \frac{1}{2} M_1 M$

$= \frac{1}{2}$ (11ம 32நி 46வி)

$=$ 5ம 46நி 23வி

மார்ச் 24ல் கதிரவன் வல ஏற்றம்

$= \gamma M_1$

$= \gamma O - OM_1$

$=$ 6ம — 5ம 46நி 23வி

$=$ 0ம 13நி 37வி

சிரியஸ்ஸின் வல ஏற்றம்

$= \gamma M'$

$= \gamma M_1 + M_1 M'$

$=$ 0ம 13நி 37வி + 6ம 28நி 55வி

$=$ 6ம 42நி 32வி

மார்ச் 24ல் கடிகாரத்தில் பிழை = சரியான வல ஏற்றம்—பதிவு செய்யப்பட்ட உச்சி கடத்தல் நேரம்

$=$ 6ம 42நி 32வி — 6ம 42நி 43வி

$= -$ 11வி

செப்டம்பர் 19-ல் கடிகாரத்தில் பிழை

$=$ 6ம 42நி 32வி—6ம 42நி 29வி

$=$ 3வி

எனவே மார்ச் 24-ல் 11 வினாடிகள் வேகமாகவும் செப்டெம்பர் 19-ல் 3 வினாடிகள் தாமதமாகவும் சென்றிருக்கிறது. அதாவது 178 நாட்களில் 14 வினாடிகள் தாமதமாகக் காலங்காட்டியிருப்ப தால் கடிகாரத்தின் தினசரி பிழை விகிதம் $= \frac{14}{178}$

$=$ 0·08 வி.

பயிற்சி 10

1. கதிரவன் γ கடந்து சில நாட்களுக்குப் பின் இரண்டு நாட்களில் அதன் வல ஏற்றம் முறையே (α, δ); $(\alpha + \delta, \delta^1)$. இப்பதிவான அளவுகள் கொண்ட γன் இடமறிய

$\cot \alpha = \cot \delta \tan \delta' \operatorname{cosec} x - \cot x$ என்ற சமன்பாடு பெறலாம் என நிறுவுக.

செப்டெம்பர் 22ம் நாள், 23ம் நாள் கதிரவன் உச்சி கடக்கும் பொழுது செய்த பதிவுகள் பின்வருமாறு :

	உச்சி கடக்கும்பொழுது நடுவரை விலக்கம்
22 ம் நாள்	17′ 2.8″ வடக்கு
23 ம் நாள்	6′ 21·56″ தெற்கு

இவ்விரு உச்சி கடத்தலுக்கும் இடைப்பட்ட மீன் வழிநேரம் 24ம. 3நி. 35·5வி. 23ம் நாள் கதிரவன் வலஏற்றம் என்ன? இந்த முறையில் மேட முதற்புள்ளி ♈ ஐ இடங்குறிப்பதால் என்ன பிழைகள் ஏற்படுகின்றன ?

3. கதிரவன் ♈ ஐக் கடந்த சில நாட்களுக்குப் பின்பு, விண்மீன் வீகா (vega) உச்சி கடக்கும் நேரத்திற்கும் கதிரவன் உச்சி கடக்கும் நேரத்திகும் இடைப்பட்ட காலம் 17ம. 36நி. 38வி. கதிரவன் ♎ கடந்த சில நாட்களுக்குப் பிறகு அதே மாதிரி பதிவு செய்யப்பட்ட இடைக்காலம் 7ம. 32நி. இரு நாட்களிலும் கதிரவனின் நடுவரை விலக்கம் சமமாயிருந்தன. வீகாவின் வல ஏற்றம் என்ன ?

4. பின் கொடுக்கப்படும் காட்சிப் பதிவுகளிலிருந்து மார்ச்சு 24ஆம் தேதி கதிரவனின் வல ஏற்றத்தையும் விண்மீனின் வல ஏற்றத்தையும் கணிக்க.

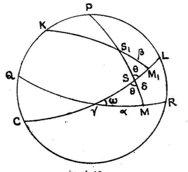
தேதி	கதிரவன் நடுவரை விலக்கம்	கதிரவன் உச்சி கடத்தலுக்கும் ஒரு குறிப்பிட்ட விண்மீன் உச்சி கடத்தலுக்கும் இடைப்பட்ட மீன்வழி நேரம்
மார்ச்சு 24	1° 29′ 5·1″	6ம 1நி 34·45வி
செப்டெம்பர் 18	1° 49′ 30·2″	5ம 27நி 32·97வி
செப்டெம்பர் 19	1° 26′ 12·8″	5ம 31நி 8.3வி

5. பின் கொடுக்கப்படும் காட்சிப் பதிவுகளிலிருந்து மார்ச்சு 30ம் தேதி கதிரவன் வல ஏற்றம் காண்க.

தேதி	கதிரவன் நடு வரை விலக்கம்	கதிரவன் உச்சி கடக்கும் மீன்வழி நேரம்	α செர்பென்டிஸ் உச்சி கடக்கும் மீன்வழி நேரம்
மார்ச்சு 30	4° 0′ 8·1″	$0^{\text{ம}}$ $1^{\text{நி}}$ $4{\cdot}47^{\text{வி}}$	$15^{\text{ம}}$ $1^{\text{நி}}$ $54{\cdot}76^{\text{வி}}$
செப்டெம்பர் 11	4° 20′ 58·8″	$0^{\text{ம}}$ $1^{\text{நி}}$ $4{\cdot}09^{\text{வி}}$	$4^{\text{ம}}$ $19^{\text{நி}}$ $11{\cdot}38^{\text{வி}}$
செப்டெம்பர் 12	3° 58′ 3·0″	$0^{\text{ம}}$ $1^{\text{நி}}$ $4{\cdot}07^{\text{வி}}$	$4^{\text{ம}}$ $15^{\text{நி}}$ $49{\cdot}33^{\text{வி}}$

6. ஒரு விண்மீனின் (α, δ) வான அகலாங்கு β (ஒரு சிறிய மதிப்பு) கதிரவனின் வல ஏற்றம் α ஆக இருக்கும்போது, விண்மீனின் அகலாங்கிற்கும் கதிரவனின் அகலாங்கிற்கும் உள்ள வேறுபாடு ஏறக்குறைய $\beta \sin\delta \cot\alpha$ என நிறுவுக. (செப்)

படம் 10.a காண்க.



படம் 10.a

$\triangle\, \gamma SM$ல்

$$\sin\delta = \tan\alpha \cot\theta$$
$$SM_1 = \beta \cot\theta$$
$$= \beta \sin\delta \cot\alpha;$$

11. சந்திரன்

(THE MOON)

11·0: மண்ணுலகில் வாழும் நமக்கும் சந்திரனுக்கும் மிகுந்த தொடர்புண்டு. நமக்கு வானவெளியில் இயற்கையிலேயே அமைந்த ஒரே ஒரு துணைக்கோள் (Satellite) சந்திரனே யாகும்.

11·1: இதுவரை சந்திரனைப்பற்றிப் பல உண்மைகள் நமக்குத் தெரியும். ஆனால் சந்திரனைப்பற்றிய ஆராய்ச்சியில் (1960-1969) சில ஆண்டுகளாகவே, அமெரிக்காவும் ரஷ்யாவும் செய்திருக்கும் சாதனைகள் பலப்பல. இந்தப்பத்தாண்டு காலத்திலே விண் வெளி ஊர்திகள் (Spacecrafts) சந்திரனுக்கு மிக நெருங்கிச்சென்று பல படங்கள் பிடித்திருக்கின்றன. 1965ல் அமெரிக்க ரேஞ்சர் IX (U. S. Ranger IX), சந்திரனுக்கு அண்மையில் (225 கி. மீ. 105 கி. மீ., 20 கி. மீ.) சென்று, வியத்தகு படங்கள் கொண்டு வந்தது. ரஷ்யாவின் வெளி ஊர்திகள் லூனா III (Luna III), சாண்ட் III (Zond III), இதுவரை நம் காட்சிக்கு அப்பாற்பட்டே இருந்துவந்த சந்திரனின் மறுபுறத்தை நமக்குப் படமூலமாக வெளிப் படுத்தியிருக்கின்றன. சிறப்பாக, 1966ம் ஆண்டில் மனிதனுல் இயக்கப்படாத ஒரு ரஷ்ய விண் வெளி ஊர்தி லூனா IX (Luna IX) சந்திரன் மேலேயே இறங்கி, சந்திரனுடைய தரையிலிருந்து புகைப் படங்கள் கொடுத்திருக்கின்றது. சந்திரன் தரை மிக மிருதுவாக இருப்பதால், இவ்வூர்தி தரைக்குள் அழுந்திவிடுமோ என்று பயந்தனர். ஆனால் அது தரைமேலேயே நின்றது.

1969ம் ஆண்டில், இரண்டு அப்பலோக்களில் (Apollo XI and Apollo XII) சென்றஅமெரிக்கர்கள், சந்திரனில் அடியெடுத்து வைத்துத் திரும்பினர். அவர்கள் கொண்டுவந்த சந்திரப்பாறைகள் விஞ்ஞானிகள் ஆராய்ச்சிக் கூடங்களில் பரிசோதிக்கப்பட்டு வருகின்றன. இவ்வாராய்ச்சிகளின் முடிவுகளை அறிவுடை மக்கள் எதிர்பார்த்தவண்ணம் இருக்கின்றனர். மேலும் பன்முறை மனி

தன் சந்திரனுக்குச் சென்று திரும்பும் வாய்ப்புக்கள் மலியலாம். சந்திரன் மேலேயே, ஆராய்ச்சிக் கூடங்கள் அமைக்கப்படலாம். குடியும் குடித்தனமுமாக, மனிதர் சிலர் அங்கு வாழலாம் என்ற கனவு அண்மையிலே கைகூடாவிட்டாலும், இந்நூற்றாண்டு திரும்பும் காலை நனவாக மாறின் அது வியத்தகு செய்தியாகாது.

11·1·1 : சந்திரனுக்கும் மண்ணுலகிற்கும் உள்ள நெருங்கிய தொடர்புக்கு முக்கிய காரணம், யாதெனின் அதுதான் நமக்கு மிக மிக அண்மையில், உள்ள விண்பொருளாகும். நமக்கும் சந்திரனுக்கும் இடைப்பட்டதூரம் ஏறத்தாழ, 3,84,000 கி. மீட்டர்கள் (2,40,000 மைல்). அதுவும் பூமியைப்போல் உருண்டை வடிவ முள்ளது. அதன் அரைவிட்டம் ஏறத்தாழ 1760 கி. மீட்டர்கள் (1100 மைல்கள்). நிலைத்தவிண்மீன் மண்டலப் பின்னணியில் சந்திரன் பூமியைச் சுற்றிவரும் நேரம் ஏறக்குறைய $27\frac{1}{3}$ நாட்களாகும் (27 நாட்கள் 7 மணி 43 நிமிடம் 11·5 செகண்டுகள்). கதிரவனை யொட்டி, அது பூமியைச் சுற்றிவரும் நேரம் ஏறக்குறைய $29\frac{1}{2}$ நாட்களாகும் (29 நாட்கள் 12 மணி 44 நிமிடம் 2·8 செகண்டுகள்). வான கோளத்தின்மேல் அதன் தோற்றப்பாதை ஏறக்குறைய கதிரவன் பாதையோடு இணைந்து இருக்கிறது என நாம் 8·9 (i) இல் ஏற்றுக்கொண்டோம். ஆனால் உண்மையில் சந்திரனின் வான கோளப்பாதை, கதிரவன் பாதைக்கு ஏறத்தாழ (சராசரி) 5° 9′ சாய்ந்திருக்கும், ஒரு வானகோளப் பெருவட்டமாகும். இச்சாய்வும் நிலைத்தது அல்ல ; ஓராண்டு காலத்தில் அச்சாய்வு 4°59′ முதல் 5° 18′ வரை மாறி வருகிறது. சந்திரன் பாதையும் கதிரவன் பாதையும் வெட்டும் இரு இடங்களும் இருகணுக்கள் (Nodes) எனப்படும்; ஒன்று ஏறுகணு (Ascending node—இராகு) எனவும் மற்றொன்று (Descending node—கேது) எனவும் கூறப்படும். இக்கணுக்களுக்கருகே, கதிரவனும் சந்திரனும் வரும்போது, முழுநிலவோ (பௌர்ணமி) அல்லது அமாவாசையோ ஏற்படுமானல், ஒரு சந்திரகிரகணமோ, கதிரவன் கிரகணமோ ஏற்படத்தக்க சூழ்நிலை உருவாகிறது. இதுபற்றி விரிவாக மறைப்புக்கள் அல்லது கிரகணங்கள் என்ற பகுதியில் பார்ப்போம்.

11·2 : சந்திரன் பூமியைச் சுற்றிவரும் இயக்கம், மிகச் சிக்கல் நிறைந்தது. சந்திரன் பூமியைச் சுற்றி ஏறத்தாழ ஒரு வட்டப்பாதையில் செல்கிறதெனப் பொதுவாக நாம் கொண்டாலும், ஒருபடி நுட்பமாகப் பார்க்குமிடத்து, சந்திரனியக்கம் கெப்ளர் விதிகளுக்கு உட்பட்டு இருக்கிறதெனக் கொள்ளலாம்.

1. மண்ணுலகத்தை ஒரு குவிமையப் புள்ளியாகக் கொண்ட நீள் வட்டப்பாதையில் சந்திரன் செல்கிறது. (குவிமையப் பிறழ்வு = $\frac{1}{18}$ அல்லது 0·055).

2. மண்ணுலகத்தைச் சந்திரனோடு இணைக்கும் கோட்டின் பரப்பு வேகம் (areal velocity) ஒரு சீரானது.

3. சந்திரனியக்கப்பாதை மண்ணுலக மையம் வழியாகச்செல்லும் ஓர் தளத்தில் அமைந்திருக்கிறது; அத்தளம், கதிரவன் பாதைத் தளத்திற்குச் சராசரி 5°9' சாய்வில் உள்ளது.

ஆனால் இவ்விதிகள் முற்றிலும் சரியெனக் கொள்ளமுடியாது: கதிரவன் ஈர்ப்புகள் காரணமாக, இயக்கப்பாதை, வேகம் முதலியன பலப் பல மாறுதல்களுக்கு உட்படுகின்றன. அவை 'தடு மாற்றங்கள்' (Perturbations) எனப்படும். இத்தடு மாற்றங்கள் (அல்லது உலைவுகள்) யாவற்றையும் கணக்கில் எடுத்துக்கொண்டால்தான், அதி நுட்பமாகவும் மிகச் சரியாகவும் சந்திரனியக்கத்தைக் கவனிக்க முடியும்.

சந்திரன் நீள்வட்டப்பாதையின் குவிமையப் பிறழ்வு $\frac{1}{18}$ ஆகையால், பூமிக்கு அண்மைப் புள்ளியும் சேய்மைப் புள்ளியும் உள்ள தூரங்கள் $1-\frac{1}{18} : 1+\frac{1}{18}$ என்ற விகிதத்திலிருக்கும். அப்புள்ளிகளிலிருந்து சந்திரனின் கோணவிட்டங்கள்,

$$\frac{1}{1-\frac{1}{18}} : \frac{1}{1+\frac{1}{18}}$$

என்ற விகிதத்திலிருக்கும்.

11·2·1: விண்மீன் மாதம் — திங்கள் — ஆண்டு — இவைகளுக்கிடைப்பட்ட தொடர்புகள்: (Sidereal Month — Lunation — Year.)

விண்மீன் பின்னணியில் சந்திரன் மண்ணுலகைச் சுற்றி வரும் காலவட்டம் ஒரு விண்மீன் மாதம் (*S*) எனப்படும். கதிரவனையொட்டி, சந்திரன் மண்ணுலகை ஒரு சுற்றுச் சுற்றிவரும் காலவட்டம் ஒரு திங்கள் அல்லது ஞாயிற்று வழி மாதம் (Lunation or Synodic period) எனப்படும் (*L*). கதிரவன், விண்மீன் பின்னணியில் மண்ணுலகத்தை ஒரு சுற்று சுற்றிவரும் காலவட்டம் ஒரு கதிரவன் ஆண்டு (*Y*) எனப்படும் [இது தோற்றமேயொழிய உண்மையில் மண்ணுலகம்தான் கதிரவனைச் சுற்றி வருகிறதென நீங்கள் அறிவீர்கள்.] ஒரு நாளில் கதிரவன் தன் பாதையில் விண்மீன் பின்னணியில் பெற்றுள்ள தனிக்கோண வேகம் $\frac{360°}{Y}$.

ஒரு நாளில் சந்திரன், விண்மீன் பின்னணியில் மண்ணுலகைச் சுற்றிவரும்போது பெற்றுள்ள தனிக்கோண வேகம் $\frac{360°}{S}$.

எனவே கதிரவனையொட்டி, சந்திரனது சார் வேகம் $= \frac{360°}{S} - \frac{360°}{Y}$

ஆனால், கதிரவனையொட்டி, சந்திரனது சார்வேகம் $\frac{360}{L}$.

$$\therefore \frac{360}{L} = \frac{360}{S} - \frac{360}{Y}.$$

$$\therefore \frac{1}{L} = \frac{1}{S} - \frac{1}{Y}.$$

$L = 29{\cdot}5$ நாட்கள்; $Y = 365{\cdot}25$ நாட்கள் எனக் கொண்டால்,

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{L} + \frac{1}{Y}.$$

$$= \frac{1}{29{\cdot}5} + \frac{1}{365{\cdot}25}$$

$= 27{\cdot}30$ நாட்கள் எனப் பெறப்படும்.

எனவே, விண்மீன் பின்னணியில் சந்திரன் மண்ணுலகைச் சுற்றி வரும் காலவட்டம் $= 27{\cdot}30$ நாட்கள். சரியான எண்ணிக்கை $= 27$ நாட்கள் 7 மணி 43 நி. $11{\cdot}5$ வி.

இக்கால வட்டத்தில், சந்திரன் விண்மீன் பின்னணியில், மண்ணுலகத்தை ஒரு முழுச் சுற்று சுற்றி வருகிறது.

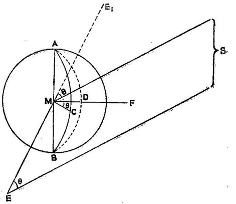
11.2 2: சந்திரனின் பிறையளவுகள் (Phases of the Moon)

அமாவாசைக்குப் பின்பு இரண்டு நாட்கள்கழித்துக் கதிரவன் மறைந்தபின், மேல் வானத்தில் நாம் சந்திரனை ஒரு சிறு பிறை வடிவமாகப் பார்க்கிறோம். நாளுக்குநாள் இப்பிறை வளர்ந்து, பௌர்ணமியன்று கதிரவன் மறைந்தவுடன் கீழ்வானில் முழுமதியம் எழுவதைப் பார்க்கிறோம். இது சந்திரனின் வளர்பிறைக் காலம் (Waxing phase of the moon) எனப்படும். பௌர்ணமிக்குப் பின்பு நாளுக்குநாள் சந்திரன் குறைந்து வருவதைப் பார்க்கிறோம். அமாவாசையன்று சந்திரன் நமக்குத் தெரிவதில்லை. இது சந்திரனின் தேய்பிறைக் காலம் (Waning phase of the moon) எனப்படும். ஒரு அமாவாசைக்கும் அடுத்த அமாவாசைக்கும் (ஒரு பௌர்ணமிக்கும்அடுத்த பௌர்ணமிக்கும்)இடைபட்டப் கால வெளி $L = 29.5$ நாட்கள். இந்த இடைவெளியில் (அமாவாசை முதல் அடுத்த அமாவாசைவரை) சந்திரனின் ஒளிப்பாகம் வளர்ந்து முழு மதிய நிலையெய்தி மறுபடி குறைந்து, ஒளிப்பாகம்

இல்லாத நிலைக்கு வருகிறது. இந்த ஒளிப் பாகத்தை அல்லது பிறையளவைக் கணக்கிடும் முறையை இப்போது பார்ப்போம்.

சந்திரனுக்கு சுயமான ஒளியில்லையெனவும், அது ஓர் இருண்ட உருண்டையெனவும், கதிரவன் ஒளி அதன்மேல் படுவதால் அது ஒளி பெறுகிறது எனவும், அவ்வாறு கடன் வாங்கிய ஒளி கொண்டே அது மண்ணுலகத்திற்குத் தன் ஒளிக் காட்சியை அளிக்கிறதெனவும் நாம் அறிவோம். ஒரு திங்களில் சந்திரனது வெவ்வேறு அளவுள்ள பிறைகளை நாம் பார்க்கிறோம். அப்பிறையளவு கணிக்கும் முறை பின்வருமாறு:

சந்திரன் மையம் M; கதிரவன் மையம் S; மண்ணுலக மையம் E எனப் பின்வரும் படத்தில் கொள்க (படம் 11·22).



படம் 11.22

MS க்குச் செங்குத்தான தளத்தில் ACB என்ற சந்திரனின் பெரு வட்டம் உள்ளது. MEக்குச் செங்குத்தான தளத்தில் AFB என சந்திரனின் பெரு வட்டம் உள்ளது. சந்திரன் ஒளி பெறும் பகுதி S பக்கமுள்ள ACB என்ற அரைக்கோளம். மண்ணுலகிற்கு சந்திரன் காட்டும் பகுதி E பக்கமுள்ள AFB என்ற அரைக்கோளம்.

எனவே, மண்ணுலகம் காணும் சந்திரன் ஒளிப்பகுதி ACBக்கும் AFBக்கும் பொதுவாக, இரு வில் வளைவுகளுக்குட்பட்ட (வில் AF, வில் AB) $ABFA$ என்ற கோளப்பிறை (Lune); இது ஒரு கிச்சிலிப் பழச்சுளை வடிவத்தில் இருக்கும்.

AFB என்ற தளத்தில் ACB என்ற வட்டத்தின் குத்து வீச்சம் (orthogonal projection) ADB எனக் கொண்டால், மண்ணுலகில் உள்ளோர்க்கு $AFBDA$ என்ற பரப்புப் பகுதி ஒளிபெற்றிருப்பதாகத் தெரியும்.

ஒளி பெற்று நமக்குக் காட்சியளிக்கும் சந்திரன் பரப்பிற்கும், சந்திரனின் முழுவட்டப் பரப்பிற்கும் உள்ள விகிதம், சந்திரனின் பிறையளவு (phase) எனப்படும். இப்போது, படம் 11.2·2-இன்படி, தளங்கள் AFB க்கும் ACB க்கும் இடைப்பட்ட கோணம் θ என்பது $(=F\hat{M}C)$ EMன் நீட்டலுக்கும் MSக்கும் இடைப்பட்ட கோணம் $=E'MS$.

$\therefore$ ACB என்ற அரைவட்டம், AFB என்ற தளத்தின்மேல் வீச்சமடையும்போது பெறப்படும் அரை நீள் வட்டம் ADBன் பரப்பு, $=\frac{1}{2}\pi r^2\cos\theta$ (r என்பது சந்திரனது அரைவிட்டம்).

$\therefore$ காட்சியளிக்கும் ஒளிப்பரப்பு $AFBDA$ = அரைவட்ட AFBன் பரப்பு — அரைநீள் வட்ட ADBன் பரப்பு

$$=\tfrac{1}{2}\pi r^2-\tfrac{1}{2}\pi r^2\cos\theta.$$
$$=\tfrac{1}{2}\pi r^2(1-\cos\theta).$$

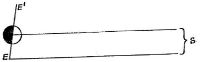
முன்பு வரையறுக்கப்பட்டபடி,

$$\text{பிறையளவு}=\frac{\pi r^2}{2}\times\frac{(1-\cos\theta)}{\pi r^2}$$
$$=\tfrac{1}{2}(1-\cos\theta) \text{ எனப் பெறப்படும்.}$$

$$\text{அதாவது பிறையளவு}=\tfrac{1}{2}(1-\cos\theta)$$
$$=\tfrac{1}{2}(1-\cos SME')$$
$$=\tfrac{1}{2}[1+\cos(\pi-SME')]$$
$$=\tfrac{1}{2}[1+\cos EMS].$$

$E\hat{M}S$ என்பது, M என்ற புள்ளியில் ES தாங்கும் கோணம், அதாவது மண்ணுலக மையம் E-உம் கதிரவன் மையம் S உம், சந்திரன் மையம் M இல் தாங்கும் கோணம் EMS ஆகும். இக்கோண தூரம் சந்திர மையத்திலிருந்து கதிரவன்—மண்ணுலக

நீட்சி (அல்லது திசை விலக்கம்) — [Elongation of the Earth's centre from the sun as seen from the Moon's centre] எனப் பெயரிடப்பட்டிருக்கிறது. ES என்ற திசைக்கும், MS என்ற திசைக்கும் இடைப்பட்ட கோணம் 10′க்கு மேற்படாது. எனவே, ESம் MSம் இணைகோடுகள் என்றே கொள்ளலாம். படம் 11·2·2·1 பார்க்க.



படம். 11·2·2·1

(குறிப்பு: ஏறக்குறைய $ES = 400\ EM$; அதாவது EM ஐ 1செ.மீ அளவில் குறித்தால், $ES = 4$ மீட்டராகும்.)

எனவே படம் 11·2·2 இல் $ES \| MS$ எனக் கொண்டால்,

$$\theta = \angle E'MS = \angle MES.$$

11.2·3 : நீட்சி (Elongation)

$E\hat{M}S$ = சந்திர மையத்திலிருந்து கதிரவன் – மண்ணுலக நீட்சி எனக் கூறினோம். அவ்வாறே SEM என்பது, மண்ணுலகிலிருந்து, கதிரவன் – சந்திர நீட்சி எனக் கூறலாம். (Elongation of the moon's centre from the sun as seen from the Earth's centre).

இங்கு, சந்திரனைப் பொருத்தமட்டில் $E'\hat{M}S = \theta =$ ஏறத்தாழ $M\hat{E}S$ = மண்ணுலகிலிருந்து கதிரவன் — சந்திர நீட்சியெனக் கொண்டால், வான கோளத்தின்மேல் MES என்பது வில் MSக்குச் சமமாக, ஏறக்குறைய கதிரவன் விண் நெட்டாங்கிற்கும், சந்திரனது விண் நெட்டாங்கிற்கும் உள்ள வேறுபாடு என அமையும். (கதிரவனும், சந்திரனும் கதிரவன் பாதையிலேயே செல்கின்றன என்ற அடிப்படையில் இதைக் கொள்க).

எனவே,

பிறையளவு $= \frac{1}{2}(1-\cos\theta)$.

$= \frac{1}{2}[1-\cos$ (கதிரவன் → சந்திரன் நீட்சி)].

$= \frac{1}{2}[1-\cos$ (கதிரவன் விண் நெட்டாங்கிற்கும் சந்திரன் விண் நெட்டாங்கிற்கும் உள்ள வேறுபாடு).

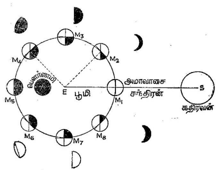
எனவே அமாவாசைக்கு x நாட்களுக்குப் பின்பு கதிரவன் விண் நெட்டாங்கு ⊙ எனவும். சந்திரன் விண் நெட்டாங்கு M எனவும் கொண்டால், ஏறத்தாழ பிறையளவு $= \frac{1}{2}\ [1-\cos\ (M-\odot)] = \frac{1}{2}\ [1-\cos 12{\cdot}2\ x^\circ]$ எனக் கொள்ளலாம்.

மேலும் ACB, AFB என்ற தளங்களுக்குப் பொதுவான AB என்ற விட்டம், EMS என்ற தளத்திற்குச் செங்குத்தாக இருக்கும். A, B என்பவை பிறைச் சந்திரனின் கொம்புகள் (horn of the moon) எனப்படும்; எனவே, கொம்புகளை இணைக்கும் சந்திர விட்டம் எப்போதும் EMS என்ற தளத்திற்குச் செங்குத்தாக இருக்கும்; அதாவது AB கதிரவன் பாதைக்குச் சற்றேறத்தாழ செங்குத்தாக விருக்கும். (கதிரவன் பாதையும் சந்திரன் பாதையும் ஒன்றே என்ற அடிப்படையில், அல்லது Mன் இடம் கதிரவன் பாதைக்கு மிக அருகாமையில் இருக்கிறதென்ற அடிப்படையில்). மேலும், ஒளி பெற்ற சந்திரன் பகுதி, கதிரவன் பக்கமே திரும்பி யிருக்கும்.

11·2·4. வளர்பிறை – தேய்பிறை : 11·2·4 படத்தில் (பக்கம் 294) கதிரவனும் சந்திரனும் இணையல் நிலையில் (நெட்டாங்கு வேறுபாடு பூச்சியம்) E, M_1, S முறையே மண்ணுலகம், சந்திரன், கதிரவன் எனக் கொள்க. அப்போது பூமிக்கு ஒரே பக்கத்தில் சந்திரனும் கதிரவனும் உள்ளன. கதிரவன் பக்க மிருக்கும் சந்திரனின் அரைக்கோளம், கதிரவனது ஒளிபெறும்; பூமியின் பக்கமிருக்கும் சந்திரனின் அரைக்கோளம் ஒளி பெறு திருக்கும் காரணத்தால், சந்திரன் பூமிக்குத் தெரியவேதெரியாது. அது அமாவாசை நாளாகும். கதிரவனை நிலைக்க வைத்து, சந்திரன் ஏறத்தாழ தினசரி சார்வேகமான 12°2′ வீதம் பூமியைச் சுற்றி வரட்டும். சந்திரன் பாதையில், பின்வரும் பட்டியல்படி, பூமியிலிருந்து, கதிரவன்—மண்ணுலக நீட்சி π இலிருந்து $-\pi$ வரை மாறுவதையும் அந்த நிலைகளில் பிறையளவுகள் மாறுவதையும் கவனிக்க. சந்திரன் M_1லிருந்து M_5வரை வளர்பிறையும் (அமாவாசை முதல் பௌர்ணமி வரை) M_5லிருந்து மறுபடியும் M_1 வரை தேய்பிறையும் (பௌர்ணமி முதல் அமாவாசைவரை) இருப்பதைக் கவனிக்க. M_1லிருந்து M_5 வரை கதிரவனுக்கும் சந்திரனுக்கும் உள்ள விண் நெட்டாங்கு வேறுபாடு 0முதல் πவரை வளர்கிறது; M_5 முதல், கதிரவனுக்கும் சந்திரனுக்கும் உள்ள விண் நெட்டாங்கு வேறுபாடு πமுதல் 2πவரை மேலும் வளர்கிறது. M_1ல் ஆரம்பித்து M_1க்கு மறுபடியும் வரும் வரையில், சந்திரன், கதிரவனை யொட்டி ஒரு முழுச் சுற்று சுற்றுகிறது. இந்த இடைவெளிப் பொழுதே ‘ ஒரு திங்கள் ’ எனப்படும். இது ஏறத்தாழ 29·5 நாட்களாகும். படம் 11·2·4 பார்க்க.

சந்திரன் இருக்கும் இடம்.	படம் 11·2·2ல் $\theta = E'MS$ = ஏறக்குறைய MES = ஏறக்குறைய கதிரவன் விண் நெட்டாங்கிற்கும் சந்திரன் விண் நெட்டாங்கிற்கும் உள்ள வேறுபாடு. (பூமியிலிருந்து கதிரவன்→ சந்திரன் நீட்சி)	படம் 11·2·2ல் $EMS = \pi - \theta = \theta_1$ சந்திரனிலிருந்து கதிரவன்—→ மண்ணுலக நீட்சி.	பிறையளவு $= \frac{(1-\cos\theta)}{2} = \frac{1+\cos(\pi-\theta)}{2}$ $= \frac{1+\cos EMS}{2}$
M_1	$0°$	π	○—அமாவாசை
M_9	$0 \angle \theta \angle \frac{\pi}{2}$	(விரிகோணம்) $\frac{\pi}{2} \angle \theta_1 \angle \pi$	அளவு $\angle \frac{1}{2}$
M_8	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	அளவு $\frac{1}{2}$ அரைவட்டச் சந்திரன்
M_4	$\frac{\pi}{2} \angle \theta \angle \pi$	(குறுங்கோணம்) $0 \angle \theta_1 \angle \frac{\pi}{2}$	அளவு $> \frac{1}{2}$ குமிழ்ச் சந்திரன் (Gibbous Moon).
M_5	π	○	அளவு முழுமதியம்—பௌர்ணமி.

M_6	$\pi \angle \theta \angle \frac{3\pi}{2}$	θ_1 மதிப்பு குறை(—) $\mid \theta_1 \mid \angle \frac{\pi}{2}$	அளவு $>\frac{1}{2}$ குமிழ்ச் சந்திரன்
M_7	$\frac{3\pi}{2}$	θ_1 மதிப்பு குறை (—) $\mid \theta_1 \mid = \frac{\pi}{2}$	அளவு $\frac{1}{2}$ அரைவட்டச் சந்திரன்
M_8	$\frac{3\pi}{2} \angle \theta \angle 2\pi$	θ_1 மதிப்பு குறை (—) $\frac{\pi}{2} \angle \mid \theta_1 \mid \angle \pi$	அளவு $<\frac{1}{2}$
M_1	2π	θ_1 மதிப்பு குறை (—) $\mid \theta_1 \mid = \pi$	O—அமாவாசை



படம் 11·2·4

M_1லிருந்து M_8வரை ஏறத்தாழ $\frac{90}{12\cdot 2} = 7\cdot 375$ நாட்கள்.

M_8லிருந்து M_5வரை ,, 7·375 ,,

M_5லிருந்து M_7வரை ,, 7·375 ,,

M_7லிருந்து M_1வரை ,, 7·375 ,,

மொத்தம் 29·5 நாட்கள்

அமாவாசை முதல் பௌர்ணமிவரை 14·75 நாட்கள்.

பௌர்ணமி முதல் அமாவாசை வரை 14·75 நாட்கள்.

11·3 : சந்திரனில் வாழவிருக்கும் மக்கள் காணக்கூடிய காட்சிகள் :

சந்திரனுக்குச் சென்றுவர வாய்ப்புபெற்ற மனிதன் ஒருவன் சந்திரனில் சிறிது காலம் தங்கி, அங்குத் தோன்றும் காட்சிகளைக் குறித்து வருகிறுனென வைத்துக்கொள்வோம். நமக்கு மண்ணுலகத்தில் இரவும் பகலும் எப்படி மாறிமாறி வருகிறதோ, அப்படியே அவனுக்கும் இரவும் பகலும் மாறிமாறி வரும். ஆனுல் அவனுடைய இரவுக் காலம் ஏறக்குறைய நமது 14 நாட்களுக்குச்

சமமாயிருக்கும். ஏனெனில், பூமி தன்னைத்தானே ஒருமுறை சுற்றி வரும் காலம் 24 மணி நேரம் கொண்ட ஒரு நாளெனக் கொண்டால், சந்திரன் தன்னைத் தானே ஒருமுறை சுற்றி வரும் காலம் ஒரு திங்கள் ஆகும். அந்த 'சந்திரமண்டல' இரவுப் போழ்தில், குளிர் மிகுதியாயிருக்கும். ஒரு குறிப்பிட்ட சமயத்தில் கதிரவனுக்கு நேர்க் கீழே இருக்கும் புள்ளியில் (சந்திரன் மையத் தையும், கதிரவன் மையத்தையும் இணைக்கும் நேர்க்கோடு சந்திரன் பரப்பை வெட்டுமிடம்; இந்தப்புள்ளி அந்த சமயத்திற்குரிய ஞாயிற்று நேர்க் கீழ்ப்புள்ளி—Sub solar point எனப்படும்), வெப்ப நிலை அப்போது ஏறக்குறைய 101°C அல்லது 214°F இருக்கும்; கொதிக்கும் தண்ணீரின் வெப்பநிலையைவிட 1°C அதிகம். ஆனல், அதற்கப்பாற்பட்ட இடங்களில் வெப்பநிலை வேகமாகக் குறைந்து, கதிரவன் படாத பகுதியிலுள்ள இடத்தில் மிகக் குளிர்ந்த தட்பநிலை இருக்கும். சந்திரக்கிரகணம் ஏற்படும்போது, கதிரவன் வெப்பக் கதிர்கள், சந்திரன்மேல் விழாது தடுக்கப்படும் நிலையில், கிரகண ஆரம்பத்தில் வெப்பநிலை, ஞாயிற்று நேர்க் கீழ் புள்ளியில் 99°C ஆகயிருந்து, சந்திரன் முழுவதும் மறையும் போழ்து—78 C அளவிற்குக் குறைந்து விடுகிறதெனில், சந்திரன் பரப்பின் மேல் தட்ப வெப்பநிலை குறுகிய காலத்திலேயே எவ்வளவு மிகப் பெரிய மாறுதல்கள் அடைகிறதென ஊகித்துப் பார்க்கலாம். குறுகிய காலத்தில் இவ்வளவு பெரிய மாறுதல்களுக்குக் காரணம், சந்திரன் தரையமைப்பைப் பொருத்திருக்கவேண்டுமென நினைக்க இடமிருக்கிறது. இப்போது மண்ணுலகத்திற்குக் கொண்டு வரப் பட்ட சந்திரப் பாறைகளைப் பற்றிய ஆராய்ச்சிகள், நமக்கு மேலும் சந்திரன் தரையமைப்பைப் பற்றிய விளக்கங்கள் தரக்கூடும்.

சந்திரமண்டலத்தின் ஈர்ப்புச் சக்தி, மண்ணுலக ஈர்ப்புச் சக்தியைப் போல ஆறில் ஒரு பங்குதான் என இதுவரை கணிக்கப் பட்டிருக்கிறது. ஆகவே சந்திரன் தரைமேல் நடக்கும்போது, காலை அழுந்த வைத்து நடக்கமுடியாத நிலை ஏற்படுகிறது எனத் தெரிகிறது. நடக்கும் மனிதனின் எடை (Weight) ஆறில் ஒரு பங்காகக் குறைவதால், நடக்க முயலும் மனிதன், பறப்பது போன்ற உணர்ச்சியுடன் நடக்கின்ருன். இந்த முடிவுக்கு ஆதாரம் பின்வருமாறு :

நமக்கும் ஒரு விண்மீனுக்கும் இடையே சந்திரன் வரும்போது, விண்மீன் நம் காட்சியினின்றும் இடைமறைக்கப்படுகிறது (Occultation of a Star). சந்திரனைச் சுற்றி ஒரு வளி மண்டலம் (நம்மைச் சுற்றியிருக்கும் வளிமண்டலம் போல (Earth's-tmosphere) இருக்குமானல், விண்மீன் ஒளி அவ்வளிமண்டலத்தில்

நுழையும்போதும், அதை விட்டு வெளிவரும்போதும், சற்று மங்கலாகக் காட்சியளிக்கவேண்டும்; இது நடைபெறுவதில்லை. மேலும் சந்திர வளிமண்டலம் (Lunar atmosphere) வழியாக அவ்விண் மீன் ஒளி பாயும்போது கோட்டமடைந்து, அதன் திசை சற்று மாற வேண்டும். (நமது வளிமண்டலத்தில் கோட்டம் K tan z என நாம் பார்த்தோம்); அத்திசை மாற்றமும் ஏற்படுவதில்லை. இவ்விரண்டு நிகழ்ச்சிகளும்—ஒளிக்கோட்டம், மங்கல்—நடப்ப தாகத் தெரிவதில்லை. எனவே மண்ணுலகைச் சுற்றியிருக்கும் அழுத்தமான ஒரு வளிமண்டலம் சந்திரனைச் சுற்றி அமைந் திருக்கவில்லையெனத் தெரிகிறது. இந்த அடிப்படையில்தான் சந்திரமண்டல ஈர்ப்புச் சக்தி, உலக ஈர்ப்புச் சக்தியைப் போல, ஏறக்குறைய ஆறிலொரு பங்கு எனக் கணிக்கப்பட்டிருக்கிறது.

இப்போது சந்திரனில் சென்றிருக்கும் மனிதன் அங்குச் சில காலம் தங்கக்கூடிய வசதி, ஏற்படுத்திக் கொள்ளமுடியுமானால் சந்திரமண்டல வானத்தில் என்ன விதமான காட்சிகளைக் காண இயலும் எனப் பார்ப்போம். நம்முடைய 24 மணி நேரம் கொண்ட நாளைப்போல, தொடர்ந்து 14 நாட்கள் பகலும் (கதிரவனைத் தனது வானில் காணும் வாய்ப்பும்) அடுத்து, தொடர்ந்து 14 நாட்கள் இரவும் (கதிரவனைத் தனது வானில் காணமுடியாத வாய்ப்பும்) அவனுடைய பகல் இரவு நேரங்களாகும். [பகலில் தாங்கமுடியாத வெப்பமும், இரவில் தாங்கமுடியாத குளிரும் மாறிமாறி வரும். மற்றும் தனக்கு வேண்டிய உயிர் வாயும் (Oxygen) உணவுப் பொருள்களும், தண்ணீரும் அவன் இவ்வுலகத்தில் இருந்துதான் கொண்டுபோகவேண்டும். இன்னும் விண்வெளி உடைகள் (Space suits) முதலியனவும் வேண்டும்].

சந்திரமண்டலப் பரப்பில் கடுமையான வேகத்தில் விண்கற்கள் (Meteorites) மழைபோல் இடைவிட்டு, இடைவிட்டு பொழிந்த வண்ணம் இருக்கும். கதிரவனிலிருந்து ஆற்றல்மிக்க புற ஊதாக் கதிர்கள் (Ultra Violet rays) விழும். விண்வெளியிலிருந்து காஸ்டிக் கதிர்கள் நிலாப்பரப்பைத் தாக்கும்.

11·3·1 : நாம் 'சந்திர ஒளி'யைப் (Moon shine) பார்ப்பது போல சந்திரனிலிருப்பவன் 'உலக ஒளி'யை (Earthshine) அவனது சந்திர 'இரவில்' பார்க்கலாம். நமது வானத்தில் நாம் முழு மதியத்தையும், மற்ற சந்திரப்பிறைகளையும் பார்ப்பது போல, சந்திரனிலுள்ள மனிதன் 'முழு உலகத்தையும்' (Full-Earth) 'உலகப் பிறைகளையும்' (Earth's Crescents) அவனுடைய இரவு நேரத்தில் காணமுடியும். நமக்கு அமாவாசை (புதுச்

சந்திரன்) போலச் சந்திரனிலிருப்பவனுக்குப் புதுஉலகம் (New Earth) என்று ஒரு காலமிருக்கும். இக்காட்சிகள் எவ்வெப்போது சந்திர 'மனிதனுக்குத்' தென்படுகின்றனவெனப் பார்ப்போம்.

மண்ணுலக மனிதன் அமாவாசை கொண்டாடும்போது சந்திரனது இரவுப் பகுதியில் உள்ளவன் தனது வானவெளியில் 'முழு உலகம்' காண்பான். அம் 'முழு உலகம்' நாம் பார்க்கும் சந்திரனைப்போல, ஏறக்குறைய 3·6 மடங்கு அரைவிட்டமுள்ள (13 மடங்கு பரப்புள்ள) ஒரு பெரிய ஒளிமிகுந்த தங்கத் தாம்பாளம் போலக் காட்சியளிக்கும். சந்திரன் பரப்பின்மேல் "முழு உலகம்" வெளிச்சம், நாம் பௌர்ணமியன்று பெறும் வெளிச்சத்தைப்போல 50 மடங்கு அதிகமாக இருக்கும். அந்த ஒளியில் ஒரு செய்தித்தாளை சாதாரணமாகப் படிக்கலாம்

11·3·1·1. சந்திரனிலிருந்து காணக்கூடிய மண்ணுலகப் பாதைகள் (Earth Crescents as seen from the Moon):

சந்திரனிலிருந்து மண்ணுலகத்தைப் பார்த்தால், மண்ணுலகப் பிறையளவு மதிப்பு

$$= \frac{1}{2}(1 + \cos \text{MES}) \text{ (படம் 11·2·2)}$$

$$= \frac{1}{2}(1 + \cos \theta) \text{ (ஏறக்குறைய)}$$

அதற்குரிய, அதாவது அத்தருணத்திற்குரிய சந்திரப் பிறையளவு $= \frac{1}{2}(1 - \cos \theta)$

எனவே, 'θ' இன் எல்லா மதிப்புக்களுக்கும், அதாவது, எந்த ஒரு குறிப்பிட்ட தருணத்திலும், சந்திரப் பிறையளவு + மண்ணுலகப் பிறையளவு = 1 எனப் பெறப்படும்.

எனவேதான், 11·3·1 இல் கூறினதுபோல, 'முழு உலகமும்', 'அமாவாசையும்' ஒருங்கும்; 'புது உலகமும்' (New Earth), 'பௌர்ணமியும்' ஒருங்கும்.

11·3·2: சந்திரன்மேல் என்ன உண்டு? என்ன இல்லை?

17ஆம் நூற்றாண்டு வானியல் அறிஞர்கள் தங்கள் தொலை நோக்கிகளின் மூலம் கண்ட உண்மைகள் சிலவைவன:

சந்திரனில் வளிமண்டலமில்லை; காற்றில்லை; மழையில்லை. ஆகவே நீர் எனக்கொள்ளும்பொருள், சந்திரனது பரப்பில் காணப்படாது.

இப்போது சந்திரனிலிருந்து கொண்டு வரப்பட்ட பாறைகளில் ஈரம் உள்ளதா என்பதுபற்றி நாம் அறியவிருக்கிறோம். பெரிய பெரிய கடல், ஏரி போன்ற சந்திரன் தரைப்பரப்புகளும், பலப்பல இலட்சக் கணக்கான சிறுசிறு குழிகளும், சில பெரிய பள்ளத் தாக்குகளும், பல சிறு குன்றுகளும் சந்திரன்மேல் உள்ளன. ஏறக்குறைய 30,000 பள்ளம் படு குழிகளுக்கு மேல் அங்கு இருக்கின்றன வென இதுவரை கணக்கிடப்பட்டிருக்கிறது. கடல் அல்லது, ஏரி எனக் கூறப்படும் பள்ளங்களில் தண்ணீரில்லை; ஆகவே அவற்றைக் கடலென்றோ ஏரியென்றோ கூறுவது பொருந்தாக் கூற்றாகும். சந்திரன் பரப்பின்மேலுள்ள மிகப் பெரிய 'புயற்கடல்' (Ocean of Storms-Oceanus Pracellarum). ஏறக்குறைய 20 இலட்சம் சதுரமைல் பரப்புடையது.

இவ்விதமான பரந்த மிருதுவான தரைப் பகுதிகள், சந்திரனுக்கே தனிச் சிறப்பான உரிமையெனக் கருதப்படுகிறது. 90 மைல் அகலமுள்ள ஒரு பெரும் பள்ளத் தாக்கு, 3×10^9 ஆண்டுகளுக்கு முன்பே, ஒரு பெரும் எரிமீன் தாக்குதலால் ஏறபட்டிருக்கலாமென ஊகிக்கப்படுகிறது. இன்னும் சந்திரனைப் பற்றிப் பலபல வியத்தகு உண்மைகளை அறியும் புதியதோர் காலக் கட்டத்தில் நாம் வாழ்ந்துவருகிறோம். சந்திரனைப்பற்றிய பல படங்கள் 'Planets; Carl Sagan, Leonard and Editors of Life' என்ற நூலில் பக்கம் 82 முதல் 107 வரை காண்க. இந்நூல் Life Science Library வரிசையில் ஒன்று. இதில் பக்கம் 102 இல், சந்திரன் மறுபுறம் (நாம் மண்ணுலகிலிருந்து பார்க்கமுடியாத பகுதி) படமெடுத்துக் காட்டப்பட்டிருக்கிறது.

11·4 : மெட்டன் கால வட்டம் (Metonic Cycle)

கிரகெரி ஆண்டில் சராசரி 365·2425 நாட்கள்; ஒரு திங்களில் 29·53059 நாட்கள்; 19 ஆண்டுகள் = 6939·6075 நாட்கள்; 235 திங்கள்கள் = 6939·6882 நாட்கள்.

எனவே 19 ஆண்டுகளும் 235 திங்களும் சமம். (வேறுபாடு 0·0807 நாள் = 1 மணி 56 நிமிடங்கள்). சந்திரன் பிறையளவுகள் கதிரவன், சந்திரன், மண்ணுலகம் மூன்றின் இடங்களைப் பொருந்திருக்கின்றன. எனவே, இன்று அமாவாசையென்றால், அல்லது இன்று பிறையளவு $\frac{1}{2}$ என்றால், அல்லது இன்று பௌர்ணமியென்றால், 19 ஆண்டுகள் கழித்து (ஏறக்குறைய 1 மணி 56 நிமிட வேறுபாட்டில்) அமாவாசையோ, பிறையளவு $\frac{1}{2}$ உள்ள சந்திரனோ

முறைப்படி நிகழும். இது மெட்டன் காலவட்டம் எனப்படும். இக்கால வட்டம் மெட்டனுக்கு முன்பாகவே கிழக்கிந்திய நாடுகளில் வழக்கிலிருந்தது.

இக்கால வட்டம் மெட்டன் (Meton) யூக்டெமன் (Euctemon) என்பவர்களால் கணிக்கப்பட்டது. மதச்சார்புடைய திருவிழா நாட்கள் பல, சந்திரன் பிறையளவையொட்டித் தீர்மானிக்கப் படுவதால், இக்கால வட்டம் மிகவும் முக்கியத்துவம் வாய்ந்தது. எடுத்துக்காட்டாக, ஈஸ்டர் பண்டிகை (Easter Festival), மார்ச்சு 21க்கு பின்பு (கதிரவன் γ கடக்கும் காலம்) திகழும் பௌர்ணமிக்கு அடுத்த ஞாயிற்றுக்கிழமையன்று ஈஸ்டர் ஞாயிற்றுக் கிழமையாகும் (Easter Sunday). ஈஸ்டர் ஞாயிற்றுக் கிழமைக்கு இரண்டு நாள் முந்திய வெள்ளிக்கிழமை, நல்ல வெள்ளிக் கிழமையாகும் (Good Friday). பௌர்ணமி ஞாயிற்றுக் கிழமையாகவே வாய்த்துவிடின், அதற்கடுத்த ஞாயிற்றுக்கிழமை ஈஸ்டர் ஞாயிற்றுக் கிழமையாகும்.

1969-மார்ச்சு 21க்குப்பின் பௌர்ணமி ஏப்ரல் 2 ஆம் நாள், புதன்கிழமை. நல்ல வெள்ளிக்கிழமை ஏப்ரல் 4 ம் நாள், ஈஸ்டர் ஞாயிற்றுக்கிழமை ஏப்ரல் 6ம் நாள். 1970 மார்ச்சு 21க்குப் பின் பௌர்ணமி, மார்ச்சு 22ம் நாள்; அன்று ஞாயிற்றுக் கிழமை; எனவே நல்லவெள்ளிக்கிழமை மார்ச்சு 27-ம் நாள். ஈஸ்டர் ஞாயிற்றுக் கிழமை மார்ச்சு 29ம்நாள்.

எனவே பண்டிகை தினங்களை முன்கூட்டியறிய பௌர்ணமி தினங்கள் தெரியவேண்டும். பண்டைக் காலத்தில், பொது நினைவுச் சின்னங்களின்மேல் 19ஆண்டு காலத்திற்குப் பௌர்ணமி தினங்கள் பொன்னெழுத்துக்களால் பொறிக்கப்பட்டிருந்தனவாம். மீட்டன் என்ற கிரேக்க அறிஞர் கி. மு. முதலாம் ஆண்டு முதல் 19ஆண்டுகளுக்குப் பௌர்ணமி தினங்களை ஓர் ஆதன்ஸ் (Athens) ஆலயத்தில் பொறிக்க ஏற்பாடு செய்தனரென நாம் அறிகிறோம். மெட்டன் ஏற்பாடுசெய்த பொறிப்புக்களையொட்டிப் பிற்காலத்தவர், பௌர்ணமி தினங்களையறிந்து வருகின்றனரென்றும் தெரிய வருகிறது; எடுத்துக்காட்டு : கி.பி. x-ஆவது ஆண்டுக்கு நாம் பௌர்ணமி தினங்கள் காணவேண்டுமெனக் கொள்வோம். $(x+1)$ ஐ 19ஆல் வகுத்து வரும் மீதி r என இருக்கட்டும்; r வது ஆண்டுக்காகப் பொறித்து வைக்கப்பட்டுள்ள பௌர்ணமி தினங்கள் கி. பி. x-வது ஆண்டுக்கும் பொருந்தும்.

11·5 : சந்திரனின் அசைவுகள் (Lunar Librations)

சந்திரனியக்கம், கெப்ளர் விதிகளுக்குட்பட்டு, மண்ணுலகத்தைக் குவிமையம் கொண்டு, $\frac{1}{18}$ குவிமையப் பிறழ்வுடன் ஒரு நீள்வட்டத்தில், சமபரப்பு வேகத்துடன் இயங்குகிறது எனவும், அதன் பாதை கதிரவன் பாதைக்குச் சராசரி 5°9′ சாய்வில் அமைகிறதெனவும் முன்னர் கூறினோம். ஆனால் பல ஆராய்ச்சிகளின் விளைவாக, இவ்வியக்க விதிகள் அவ்வளவு சரியானதல்ல:

1. ஒரே நீள் வட்டத்தில் சந்திரன் சுழல்வதில்லை;

2. ஒரே திங்களில்கூட, நீள் வட்டத்தில் மாறுதல்கள் காணப்படுகிறன.

3. ஒரே திங்களில் குவிமையப் பிறழ்விலேகூட மாறுதல்கள் காணப்படுகின்றன.

இம்மாறுதல்கள், சந்திரன் ஒரு புறம் மண்ணுலகத்தினால் ஈர்க்கப்படுவதாலும், மற்றோர் புறம் கதிரவனால் ஈர்க்கப்படுவதாலும், தூரங்கள் மாறுவதாலும் ஏற்படுவன. இவையாவும் வான நூல்–ஈர்ப்புப்பகுதியின்பாற்படுமாதலின், விரிவாக விளக்கப்படாது விடப்படுகிறது. (Barlow and Bryan: Elementary Mathematical Astronomy—pp 478 - 477 காண்க). இப்பகுதிகளில் வேறு சில அசைவுகளைப்பற்றிப் பார்ப்போம்:

11·5·1. கீழ் மேல் அசைவு (Librations in Longitude)

சந்திரனைப் பற்றிய ஒரு முக்கியமான உண்மையாதெனின் எப்போதும் நாம் சந்திரனின் ஒரு பாதிப் பகுதியை பார்க்கிறோம். அதன் மற்றொரு பாதிப் பகுதி நமது காட்சிக்கே தெரியாமல் ஒரு மறைந்த புதிராகவே இருக்கிறது. இந்த விதமான நிகழ்ச்சி எப்படி, ஏற்படுகின்றதென்பதைப் பின்வரும் எடுத்து காட்டு விளக்கும்.

ஒரு பெரிய வட்டம் வரைந்து அதன் மையத்திலே ஒரு விளக்கு வைக்கவும். ஒருவன் அவ்விளக்கை நேராகப் பார்த்துக் கொண்டேயிருக்கும் வகையில், அவ்வட்ட வரையில் நடந்து வருவானாயின், அவ்விளக்குப் பக்கம், அவன் முதுகுக் காட்சி ஏற்பட முடியாதல்லவா? அவன்வட்ட வரையில் ஒரு புள்ளியில் நின்று விளக்கை நேர்முகமாகப் பார்த்துக் கொண்டு, கால்வட்டம் வந்தபிறகு அவன் தன்னைத்தானே 90° சுற்றிக்கொண்டிருப்பான்: முழு வட்டம் வந்த பிறகு தன்னைத்தானே 360° சுற்றிச் கொண்டிருப்பான். இந்த சுற்றில், அவன் முன்புறம் விளக்குப் பக்கம்

எப்போதும் திரும்பியிருக்கும்; எப்போதும் அவன் முதுகுப் புறம் விளக்குப் பக்கம் திரும்பியிருக்காது.

இவ்வாறே சந்திரன் மண்ணுலகத்தை ஒரு சுற்று சுற்றி வரும் விண் மீன் மாதத்தில் தன்னைத்தானே, தன்மைய அச்சைச் சுற்றி, ஒரு முறை முழுவதும் சுழன்று வருகிறது. ஆகவேதான், சந்திரனின் ஒரு பாதிப் பகுதியே உலகின் காட்சிக்குக் கிடைக்கிறது. மறுபாதி எப்படியிருக்குமென்றும், அங்கு என்ன புதிர்கள் மறைந்திருக்கின்றனவென்றும், முன்கூறிய ரஷ்ய விண்வெளி ஊர்திகள் படம்பிடித்துக்காட்டும்வரை மனிதன் அறிந்தானில்லை.

ஆனாலும், சந்திரன் தன்னைத்தானே சுற்றி வரும் அச்சு, அதன் இயக்கப்பாதைத் தளத்திற்கு செங்குத்தாகச் இருந்து, சந்திரன் கோண வேகமும் ஒரு சீராக இருந்து, இயக்கப்பாதையும் சரியான வட்டமாக அமைந்திருந்தால், சரியாக ஒரே பாதி சந்திரகோளமே நம்பக்கம் காட்சியளிக்கும். ஆனால், சுற்று அச்சு, இயக்கப் பாதைத் தளத்திற்குச் செங்குத்தாக இல்லாமல் ஒரு சிறிது 6°5′ சாய்ந்திருக்கிறது; கெப்ளர் விதிப்படி சந்திரன் ஒரு நீள் வட்டத்தில் செல்வதால், பூமிக்கு அண்மை நிலையில் உள்ளபோது (Perigee) கோணவேகம் மீப்பெரு மதிப்பும் பூமிக்குச் சேய்மை நிலையில் (Apogee) உள்ளபோது, கோண வேகம் மீச்சிறு மதிப்பும் பெறுகிறது; மேலும் இயக்கம் சரியான வட்டத்திலில்லை, நீள் வட்டமாக அமைகிறது.

மண்ணுலகத்திற்கு அண்மை நிலையில் சந்திரனின் இயக்க கோண வேகம் (Orbital Velocity) தன்னைத்தானே சுற்றும் வேகத்தைவிட அதிகப்பட்டு, சேய்மை நிலையில் இயக்க கோண வேகம், தன்னைத்தானே சுற்றும் வேகத்தைவிடக் குறைந்து போகிறது. ஆகவே மண்ணுலகத்திற்கு அண்மை நிலையில், சந்திரனின் (மேற்கிலிருந்து கிழக்காக இயங்குவதால்) மேற்குப் பக்கம் சிறிது அதிகமாகத் தெரிகிறது; ஆனால் அந்த அளவிற்கு அதன் கிழக்குப் பக்கம் தெரியாது (அதாவது எந்தக் குறிப்பிட்ட சமயத்திலும் ஒரு சரி பாதிமட்டுமே தான்தெரியும்). அவ்வாறே சேய்மை நிலையில் சந்திரனின் கிழக்குப்பக்கம் சிறிது அதிகமாகத் தெரியும்; அந்த அளவிற்கு அதன் மேற்குப் பக்கம் தெரியாது. எனவே, ஒரு குறிப்பிட்ட சமயத்தில் ஒரு பாதி சந்திர கோளம் மட்டுமே நமது காட்சிக்குக் கிட்டுமாயினும், ஒரு விண் மீன் மாத காலத்தில், மேற்குப் பக்கம் கொஞ்சம் அதிகமாகவும், கிழக்குப் பக்கம் கொஞ்சம் அதிகமாகவும் நமக்குக் காட்சிக்குத் தோன்றி மறைந்து விடும். இந்த அசைவே சந்திரன் நெட்டாங்கு அசைவு (Libration in Latitude) எனப்படும்.

11.5·2 : அகலாங்கு அசைவு (Libration in Latitude)

முன்குறிப்பிட்டபடி, சந்திரன் தன்னைத்தானே சுற்றும் அச்சு, தன் இயங்கு தளத்திற்குச் செங்குத்தாக இல்லாமல், செங்குத்துக்கு 6·5° சாய்ந்திருப்பதால், ஒரு சமயத்தில் அவ்வச்சின் ஒரு முனை மண்ணுலகம் பக்கமாகச் சாய்ந்தும், மற்றோர் சமயத்தில் மற்றமுனை மண்ணுலகம் பக்கமாகச் சாய்ந்தும் இருக்கும். அந்த சமயங்களில் அச்சின் ஒரு முனையைச் சுற்றி 6·5° கோண அரைவிட்ட அளவுள்ள கோளப் பகுதி முதலிலும் (Spherical cap of radius 6·5°) மற்றோர் முனையைச் சுற்றி 6·5° கோண அரைவிட்ட அளவுள்ள கோளப் பகுதி பின்னரும் மாறிமாறி மண்ணுலகக் காட்சிக்குக் கிடைக்கிறது. இந்த அதிகப்படியான பரப்பு, அவ்வச்சு இயக்க தளத்திற்குச் செங்குத்தாக இருந்தால் தெரியாது. இந்த அசைவு, அகலாங்கு அசைவு எனப்படும்.

11·5 3. தினசரி அசைவு (Diurnal Libration)

காட்சியாளன் மண்ணுலக மையத்திலிருப்பின், முன்கூறிய அசைவுகளின் விளைவுகள், அவனுக்குத் தோன்றும். ஆனல் மண்ணுலக மையக் காட்சி, கற்பனைக் காட்சியெனவும் இருப்பினும் வான ஆராய்ச்சியில் அக் கற்பனைக் காட்சியின் இன்றியமையாமை பற்றியும் நாம் 'புவிமையத் தோற்றப் பிழை' யென்ற பகுதியில் கண்டோம். எனவே மண்ணுலகத்தின் மேற்பரப்பில் உள்ள காட்சியாளன், உதயமாகும் சந்திரனின் மேற்குப் புறத்தில், 57′ (சந்திரனின் புவிமையத் தோற்றப்பிழை) அதிகமாகவும், கிழக்குப் புறத்தில் 57′ குறைவாகவும் காண்பான்; அவ்வாறே மறையும் சந்திரனின் மேற்குப் புறத்தில் 57′ குறைவாகவும், கிழக்குப் புறத்தில் 57′ அதிகமாகவும் காண்பான். இது புவிமையத் தோற்றப் பிழை காரணமாக ஏற்படும் விளைவாகும். இதற்குத் தினசரி அசைவு எனப்பெயர்.

அகலாங்கு அசைவு, நெட்டாங்கு அசைவு, தினசரி அசைவு இவைகளின் விளைவாக, ஏறக்குறைய சந்திரனின் 59 சதவீதக் காட்சி மொத்தமாக எப்படியாவது கிடைத்து விடுகிறது. ஆனல் ஒரு குறிப்பிட்ட சமயத்தில் 50 சதவீதம் மட்டுமே காட்சிக்குத் தெரியும் என்பதைக் கவனத்தில் கொள்க.

11·6. சந்திரோதயத்தில் தாமதம்—துரிதம்

சந்திரன் இயக்கம் சிக்கல் நிறைந்தது எனவும், அச்சிக்கல்களுக்குக் காரணங்கள் என்னவென்வும் 11·2 இல் கண்டோம்.

சந்திரன் தனது பாதையில் ஏறக்குறைய $18°11'$ வேகத்தில் தினசரி நகர்ந்து செல்வதால், அதன் நடுவரை விலக்கமும், வல ஏற்றமும் வேகமாக மாறுகின்றன. கதிரவன் பாதையும் சந்திரன் பாதையும் வெட்டுமிடங்களின் அண்மையில் சந்திரனின் நடுவரை விலக்க மாற்றம் ஏறத்தாழ தினசரி $\sin 18°11' \sin i = 0{\cdot}2281 \sin i$ என்ற அளவிலிருக்கும் (i-கதிரவன் பாதைக்கும் சந்திரன் பாதைக்கு மிடைப்பட்ட கோணம்).

முதலில், சந்திரனின் நடுவரை விலக்கம் தினசரி மாற்றத்தின் விளைவுகளைப் பார்ப்போம், வல ஏற்றம் மாறுபடாமல், சந்திரன் நடுவரை விலக்கம் மட்டும் மாறுபடின், தொடுவானத்திற்கு மேல் சந்திரன் இருக்கும் காலஅளவு மாறுபடும்; ஆனால் உச்சி கடக்கும் சமயம் மாறாது; ஏனெனில் இம்மாறுபாடு வல ஏற்றத்தை மட்டுமே சார்ந்திருக்கிறது. நடுவரை விலக்கம் உயர்ந்தால், சந்திரன் தொடுவானத்தின் மேலிருக்கும் காலம் அதிகமாகும்; குறைந்தால் அக்காலமும் குறையும் ($\cos h = -\tan \phi \tan \delta$).

ஆனால் நடுவரை விலக்கம் மாறாமல் வல ஏற்றம் மட்டும் உயருமானால், சந்திரன் உதயமாகும் சமயம், உச்சி கடக்கும் சமயம், மறையும் சமயம் மூன்றும் வல ஏற்றம் மாறும் அளவில் தாமதமாகும்; இப்போது ஒரு திங்களில் சந்திரனுடைய வல ஏற்றம் வளர்ந்து கொண்டே போகிறது; நடுவரை விலக்கம் மாறிமாறி வளர்ந்தும், குறைந்தும்வருகிறது. இவ்விரண்டு மாற்றங்கள் ஒருங்கே சந்திரனைப் பாதிக்கும்போது, ஏற்படும் விளைவுகள் என்னவென ஒருவாறு கூறலாம்.

சந்திரன் மேட முதற்புள்ளியைக் கடக்கும்போது, (1) நடுவரை விலக்கம் வேகமாக உயர்கிறது; (2) வல ஏற்றமும் உயர்கிறது.

எனவே அந்த சமயத்தில் வல ஏற்ற வளர்ச்சி காரணமாக, உதயமாகும் நேரம், காலதாமதமாகும் நிலையில், நடுவரை விலக்க உயர்வு காரணமாக, இத்தாமதம்ஓரளவு ஈடு செய்யப்பட்டுத் தாமத அளவு குறைகிறது; ஆனால் மறையும் சமயம் இரு காரணங் களாலும் மிகவும் தாமதமடைகிறது.

சந்திரன் துலா முதற்புள்ளியைக் கடக்கும்போது (1) நடுவரை விலக்கம்குறைகிறது; (2) ஆனால் வல ஏற்றம் உயர்ந்து கொண்டே போகிறது.

எனவே அந்த சமயத்தில் சந்திரன் உதயமாகும் நேரம் இரு காரணங்களாலும், மிகவும் தாமதமடைகிறது; ஆனால் மறையும்

நேரத்திலேற்படும் தாமதம் ஓரளவு ஈடுசெய்யப்பட்டு, தாமத அளவு குறைகிறது.

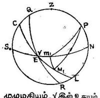
ஒரு 'திங்கள்' காலத்தில், சந்திரன் γ, ♎ என்ற இரு புள்ளிகளையும், ஓரோர் முறை கடக்கிறது. எனவே மேற் கூறிய நிகழ்ச்சிகள் மாதமொருமுறை ஏற்படுகின்றன.

ஆகவே 'திங்கள்' முழுவதும் தினந்தோறும், சந்திரன் உதிக்கும், மறையும் நேரங்களில் ஏற்படும் தாமதம் ஒரு சீரானதல்ல; ஆனல் சராசரியாக 50 நிமிடங்கள் எனக் கூறலாம். அதாவது இன்று கதிரவன் மேற்கில் மறையும் சமயம், முழுச்சந்திரன் நேர் கிழக்கில் உதயமாகுமாயின், நாளை, கதிரவன் மறைந்து ஏறக்குறைய 50 நிமிடங்கள் தாமதித்து, குறைச் சந்திரன் கிழக்கு வானில் உதயமாகும். இத்தாமதக் காலம் மாறும் தன்மையுடையது என்பதை நாம் மறைந்துவிடக்கூடாது.

11·6·1. அறுவடைச் சந்திரன் (Harvest Moon)

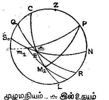
செப்டம்பர் 23ம் தேதி வாக்கில், இலையுதிர் காலச்சம இரவுப் புள்ளியைக் கதிரவன் கடக்கும் அளவில், முழுமதியம் ஏற்படின், இக்காலதாமதம் மீச்சிறு மதிப்பையேற்கிறதெனப் பின்வருமாறு நிறுவலாம் :

நிறுவன்முறை மிகச்சுருக்கமாகவே கொடுக்கப்பட்டிருக்கிறது. முழுமதியம் ஏறக்குறைய, γ இல் உதயமாகும் எனில், ♎ இல் கதிரவன் மறையும். இது இலையுதிர் காலத்தில் ஏற்படுவதாகும். மாருக முழுமதியம் ஏறக்குறைய ♎ இல் உதயமாகுமெனில், γ இல் கதிரவன் மறையும். இது இளவேனிற் காலத்தில் ஏற்படுவதாகும்.



முழுமதியம் – γ இல் உதயம்
அடுத்தநாளுதயம் – m_1 இல்

படம் 11·6 (i)



முழுமதியம் – ♎ இல் உதயம்
அடுத்த நாளுதயம் – m_2 இல்

படம் 11·6 (ii)

படம் 11·6 (i) ம், (ii) மரபுப்படி வரையப்பட்டிருக்கின்றன.
படம் 11·6 (i) இலையுதிர் காலத் தொடர்புடையது என்பதும்,

படம் 11·6 (ii) இளவேனிற் காலத்தொடர்புடையது என்பதும் படத்தில் விளங்கும். படம் 11·6 (i) ல், முழுமதியம் γ இல் உதயம்; எனவே கதிரவன் மறைவு ♎ இல்; இலையுதிர் காலம் முழுமதியத்திற்கு அடுத்த நாள் சந்திரன் நிலை M_1 (CL இன் மேல் M_1; $\gamma M_1 = 13°11'$); சந்திரன் பாதை $M_1 m \parallel QR$, உதய இடம் m_1; எனவே உதய தாமதம் = நேரக் கோணம் $m\hat{P}M_1$ படம் 11·6 (ii) இல், முழுமதியம் ♎ இல் உதயம்; எனவே கதிரவன் மறைவு γ இல்; இளவேனிற்காலம். அடுத்த நாள் சந்திரன் நிலை M_2 (CL இன் மேல் M_2; ♎ $M_2 = 13°11'$); சந்திரன் பாதை $M_2 m_2 \parallel QR$: உதய இடம் m_2; எனவே உதய தாமதம் = நேரக்கோணம் $m_2 P M_2$. $\angle m_1 PM_1 < \angle m_2 PM_2$ எனத் தெரிகிறது. ... (1)

(காரணம் : 11·6 (i), 11·6 (ii) படங்களில் சந்திரன் பாதைகளைக் காண்க). எனவே இலையுதிர் காலப் பௌர்ணமிக்கு அடுத்த நாள் சந்திரோதயத்தில் ஏற்படும் காலதாமதம் மிகக்குறைவெனவும் இளவேனிற் காலத்தில் அத்தாமதம் அதிகமெனவும் தெரிகிறது. மேற்கூறிய இயற்கை விளைவால் இலையுதிர் காலப் பௌர்ணமிக்கு ஒரு தனிச்சிறப்பு வழங்கப்பட்டிருக்கிறது. மேனாட்டவர் அறுவடைக் காலத்தில் இந்த நிகழ்ச்சி ஏற்படுவதால் அவர்கள் இப்பௌர்ணமிக்கு (ஐப்பசி மாதப் பௌர்ணமி), அறுவடைப் பௌர்ணமி (harvest moon) எனப் பெயரிட்டிருக்கின்றனர். அறுவடைக் காலமாதலின், பகற்காலம் குறைவு; இரவுக்காலம் அதிகம். கதிரவன் சாய்ந்த பின்பு உடனேயே சந்திரோதயம் மிகக்குறைந்த காலதாமதத்தில் ஏற்பட்டு அவர்கள் அறுவடை செய்து களமடிக்கும் வேலையைக் கதிரவன் மறைந்த பின்பும் தொடர்ந்து செய்ய அச்சந்திரனொளி உடனடியாகப் பயன் படுவதால், இந்தப் பௌர்ணமிக்கு உழவர் சந்திரன் எனப் பெயர் கொடுக்கப்பட்டிருக்கிறது.

11·6·2 : வேடுவர் சந்திரன் (Hunter's Moon)

இதற்கு அடுத்த பௌர்ணமி சமயத்திலும், இக்கால தாமதம் குறைவாகவே இருக்கிறது; அதாவது சராசரித் தாமதம் 50 நிமிடங்களுக்குக் குறைவு. இதற்கு வேடுவர் சந்திரன் எனப் பெயர். ஏனெனில் இது மேனாட்டவர்களின் வேட்டைக்காலம்.

குறிப்பு : (1) உயர்ந்த வட அகலாங்கிலுள்ள இடங்களில், கதிரவன் பாதைக்கும், நடுவரைக்கும் இடையே தொடுவானம்

இருக்க வாய்ப்பிருக்கிறது. அந்த சமயங்களில் பௌர்ணமி γ இல் ஏற்படுமானால், சந்திரோதயத் தாமதம் மிகவும் குறையும்.

(2) மண்ணுலக நடுவரையின்மேலுள்ள இடங்களில் 'அறுவடைச் சந்திரன்' ஏற்பட வாய்ப்பில்லை.

(3) மண்ணுலகத்தில் தென் அகலாங்கிலுள்ள இடங்களுக்கு, பௌர்ணமி γ இல் அல்லது γ க்கு அருகில் நிகழும்போது 'அறுவடைச் சந்திரன்' நிகழும்.

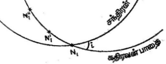
11·7 பருவங்கள்தோறும் சந்திரனின் பளபளப்பு:

மாரிக் காலத்தில் கதிரவன் வான நடுவரைக்குத் தெற்கேயும், கோடைக் காலத்தில் வடக்கேயும் இயங்குகிறது. ஒவ்வொரு பௌர்ணமியிலும் சந்திரன் கதிரவனுக்கு நேரெதிரில் இடம் பெறும். எனவே மாரிக்காலப் பௌர்ணமியில் சந்திரன் வான நடுவரைக்கு வடக்கே தன் தினசரிப்பாதையில் செல்கிறது. ஆகவே மாரிக் காலப் பௌர்ணமிகளில் சந்திரன் வானத்தில் உயர்ந்து செல்கிறது; நடுமாரிக்காலப் பௌர்ணமியில் சந்திரன் இன்னும் உயர்ந்து செல்கிறபடியால், அப்போது சந்திரன் தொடுவானத்திற்குமேல் அதிக நாழி உலவியும் தனது உச்சி கடக்கும் கோண ஏற்றம் மீப் பெரு மதிப்பைப் பெற்றும், மிகப் பளபளப்பாய்க் காட்சியளிக் கிறது. மாரிக்காலப் பௌர்ணமிகள் மிகப் பொலிவாயிருப்பதற் குரிய காரணங்கள் மேற் கூறியவையாகும். இதற்கு நேர்மாறான நிலை கோடைக்காலப் பௌர்ணமிகளுக்கு உருவாகின்றதை நாம் காண்கிறோம்.

மண்ணுலகில் வடக்கு வெப்ப மண்டலத்தில் (0° முதல் 23½° வரை வடக்கு அகலாங்கு) உள்ள இடங்களில், வானகோள நடுவரை வான உச்சிக்கு அருகாமையில் இருக்கிறது. எனவே, சந்திரன் தினசரிப் பாதையில் உச்சி கடக்கும்போது, வான உச்சிக்கு அருகில் உச்சி கடக்கிறது; ஆனால் அதிக அகலாங்கு உள்ள மண்ணுலகப் பகுதிகளில், வான உச்சிக்கு வெகு தொலைவில் சந்திரன் உச்சி கடக்கிறது. சந்திரன் தினசரிப்பாதை தொடுவானத்திற்கு அருகில் அமைகிறது; உச்சி கடக்கும்போது சந்திரனின் வான ஏற்றமும் மிகக் குறைவு; இந்தக் காரணங்களின் விளைவாக, மேல் நாடுகளில் சந்திர ஒளி மங்கலாகவும், இந்தியா போலக் குறைவான அகலாங்கில் அமைந்துள்ள நாடுகளில் சந்திர ஒளி மிகப் பொலிவாகவும், மிகப் பளபளப்பாகவும் இருப்பதை நாம் காணலாம்.

11·8 : சந்திர கணுக்களின் சுழற்சி :

கதிரவன் பாதையும் சந்திரன் பாதையும் 5° ஒன்றுக்கொன்று சாய்வுள்ளதென நாம் பார்த்தோம். அவை வெட்டுமிடங்கள் இரண்டும் கணுக்கள் எனப்படும். அவ்விரு கணுக்களும் நிலைத்த இடத்திலிருப்பதில்லை. அவை ஆண்டுதோறும் 19°21' வலஞ் சுழியாக, கதிரவன் பாதையின்மேல் நகர்ந்துகொண்டே இருக் கின்றன. இச் சுழற்சிக் கால வட்டம் 6,798·4 நாட்கள் அல்லது ஏறக்குறைய 18·6 ஆண்டுகளாகும். அதாவது இப்போது ஒரு கணு N_1 என்ற இடத்தில் இருந்தால், அடுத்த ஓராண்டு கழித்து கதிரவன் பாதையின் மேல் 19°21' நகர்ந்து N_1' என்ற இடத்தி லும் அதற்கடுத்த ஆண்டு N_1'' என்ற இடத்திலும் இருக்கும். (படம் 11·8 காண்க)



படம் 11·8.

இங்கு $N_1N_1' = 19°21' = N_1'N_1''$

அவ்வாறே N_1க்கு இணையான N_2 என்ற கணுவும் நகர்ந்து கொண்டே செல்லும். கதிரவன் பாதையில் N_1ல் உள்ள கணு, மறுபடியும் N_1க்கு வர $\frac{360}{19{\cdot}35} = 18{\cdot}6$ ஆண்டுகள் எனக் கணிக்கலாம்.

11.8·1 கதிரவன் வழிக்கணுக் காலவட்டம் (Synodic Period of the Nodes)

ஓராண்டில் கதிரவன் தன் பாதையில் இடஞ்சுழியாக 360° செல்கிறது. சந்திரன் கணுக்கள் ஆண்டுதோறும் 19°21' வீதம் வலஞ்சுழியாக நகர்ந்து செல்கின்றன. எனவே, ஒரு கணுவிலிருந்து கதிரவன் புறப்படுமாயின், ஒரு நாளில் அக்கணுவிற்கும் கதிரவ

னுக்கும் ஏற்படும் தூரம் $\left(\frac{360}{365\cdot25}+\frac{19\cdot35}{365\cdot25}\right)^\circ$ ஆகும். எனவே கதிரவனும் அக்கணுவும் மறுபடியும் சந்திக்கும் காலவெளி S நாட்கள் எனக் கொண்டால்,

$$\frac{360}{S}=\frac{360+19\cdot35}{365\cdot25}$$

$$\therefore S=\frac{365\cdot25\times360}{379\cdot35}$$

$= 346\cdot62$ நாட்கள் ($346\frac{2}{3}$ நாட்கள் ஏறக்குறைய)

இக்கால வட்டம் கதிரவன் (ஞாயிற்று) வழிக்கணுக் காலவட்டம் எனப்படும். இக்கால வட்டம் கதிரவன், சந்திரன் கிரகணங்கள் கணிக்கும்போது பயன்படும்.

11·9: சந்திரனும் கடல் அலைகளும்

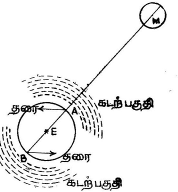
கடல் அலைகள் எப்படி சந்திரன், கதிரவன் ஈர்ப்பு சக்திகளால் உருவாகின்றன வென்பது பற்றி அறிய விரும்புவோர் வான நூல் களில் ஈர்ப்புப் பகுதியில் (Barlow and Bryan—Mathematical Astronomy) விரிவாகக் காணலாம். (பக்கம் 449 முதல் காண்க). இந்நூலில் மிகச் சுருக்கமாக இவ் வலைகள் எப்படித் தோன்று கின்றனவென்று பார்ப்போம் :

உலகப் பரப்பின்மேலுள்ள கடல் நீர், சந்திரனின் ஈர்ப்புச் சக்தியால், அலைகளாக எழுகிறது. கதிரவன் ஈர்ப்புச் சக்திக்கும் இதில் பங்குண்டு.

உலகம் ஒரு சரியான கோளவடிவம் பெற்றதெனக் கொள் வோம். ஒரு குறிப்பிட்ட சமயத்தில் சந்திரன் மையத்தையும், உலக மையத்தையும் இணைக்கும் கோடு, உலகப் பரப்பை A என்ற புள்ளியில் வெட்டினால், அச்சமயத்தைப் பொருத்தமட்டில் A என்பது நிலவு நேர்ப்புள்ளி (Sublunar point) எனப்படும். A ஒரு கடற்பரப்பின்மேல் இருக்குமாயின், சந்திரனது ஈர்ப்புச் சக்தியின் காரணமாக, கடல் நீர் Aஐச் சுற்றி வேகமாகக் குவிகிறது; மேலும் தண்ணீராதலின் நிலத்தை ஈர்ப்பதைவிடத் தண்ணீரை அதிகமாக அச்சக்தி ஈர்க்கும்; எனவே அலைகள் எழுகின்றன. அதே சமயத்தில், நிலவு நேர்ப்புள்ளிக்கு நேர் எதிராக உலகின்மேல் உள்ள புள்ளி Bஐ எடுத்துக்கொள்வோம். Bக்கு மேலேயிருக்கும்

தண்ணீரைவிட, B என்ற இடத்தில் உள்ள தரைப்பாகம், Mக்கு அருகில் உள்ள படியால் சந்திரன் ஈர்ப்புச் சக்தி B என்ற தரைப் பகுதியில் அதிகமாயிருக்கிறது. அவ்வீர்ப்பின்காரணமாக, Bஐச் சுற்றியுள்ள தண்ணீர், Bஐ நோக்கி ஓடி வந்து குவிகிறது. (படம் 11.9 காண்க)

இப்படி A, B என்ற இடங்களில் கடல்நீர் ஓடிவந்து குவிதலால் அலைகள் ஏற்படுகின்றன*



படம் 11·9

ஒரே நாளில், ஏற்படும் அலைகள் வெவ்வேறு உயரங்கள் பெற்றிருக்கும். மேலும் கதிரவன் ஈர்ப்புச் சக்தியும் சந்திரன் ஈர்ப்புச் சக்தியோடு சேருகிறது. கதிரவன் சந்திரனைவிடப் பெரிதாக இருப்பினும், அது வெகு தூரத்தில் இருப்பதால் அதற்கு இருக்கும் அலை எழுப்பும் ஆற்றல் சந்திரன் ஆற்றலைப்போல் $\frac{6}{11}$ பங்குதான். ஆனல் பௌர்ணமி, அமாவாசை நாட்களில்,

* இந் நிகழ்ச்சி இவ்வளவு எளிதாக விளக்கப்பட்டிருக்கிறதேயொழிய, பலபல சிக்கல்கள் நிறைந்தது. மற்றும் விரிவான விளக்கங்கள் ஏனைய நூல்களில் காணலாம்.

கதிரவன் சக்தியும், சந்திரன் சக்தியும் ஒன்றுசேர்ந்து, அலைகள் உயரத்தையும் வேகத்தையும் பெருக்குகின்றன. ஆனால் அரை மதியக் காலங்களில், சந்திரன் சக்தியும், கதிரவன் சக்தியும் மாறுபட்ட திசைகளில் இருப்பதால், அக்காலங்களில் அலைகள் அவ்வளவு உயரமும் வேகமும் பெறுவதில்லை. அமாவாசை, பௌர்ணமி காலங்களில் ஏற்படும் உயர்ந்த அலைகள் ஏறு அலைகள் (Spring Tides - வேனில் அலைகள்) எனவும், அரைமதியக் காலங்களில் ஏற்படும் அலைகள் மட்ட அலைகள் (Neap Tides) எனவும் பெயர் பெறும். ஏறு அலைகள் உயரமும், மட்ட அலைகள் உயரமும் $11 + 5 : 11 - 5 = 16 : 6 = 8 : 3$ என்ற விகிதத்திலிருக்கும்.

மற்றும் சந்திரன் பாதையின் குவிமையப் பிறழ்வு, $\frac{1}{18}$ என்ற சற்று பெரிய மதிப்புடையதாதலின், சந்திரன் மண்ணுலக அண்மையில் இருக்கும்போது உயரமான அலைகளும், மண்ணுலகச் சேய்மையில் இருக்கும்போது மட்டமான அலைகளும் ஏற்படுகின்றன. எனவே, மண்ணுலக அண்மை நிலையில் பௌர்ணமி, அமாவாசை நிகழுமாயின், அப்போது அலைகள் மிக உயரமாக இருக்கும்.

ஆனால் அலைகள்பற்றிய சரியான விளக்கங்கள், நில அமைப்பு, கடலமைப்பு முதலியவற்றையும் கணக்கில் எடுத்துப் பார்க்க வேண்டியவையாகும்.

இப்பகுதியில் கூறப்பட்ட விளக்கம் சிக்கல்கள் நீக்கிக் கூறப்பட்டவையாகும்.

பயிற்சி 11

1. முழுமதியப் பிறையளவு 1 எனக்கொண்டால், அமாவாசைக்கும் அரைமதியத்திற்கும் நடுவே, பிறையளவு ஏறக்குறைய $\frac{1}{4}$ என நிறுவுக. (செப்)

2. படங்கள் வரைந்து, சந்திரன் நீட்சி மாறுதல்களையும், பிறையளவு மாறுதல்களையும், அவற்றிற்கிடைப்பட்ட தொடர்புகளையும் விளக்குக. (செப்)

3. சந்திரனின் மீப்பெரு, மீச்சிறு கோணவிட்டங்கள் முறையே 33′ ; 29′5 ஆனால், சந்திரன் நீள்வட்டப் பாதையின் குவிமையப் பிறழ்வு கணிக்க. (செப்)

4. பின் கொடுக்கப்பட்ட பட்டியல்கள் கொண்டு அமாவாசை நேரத்தைக் கணிக்க :

		கதிரவன் நெட்டாங்கு	சந்திரன் நெட்டாங்கு
(i) அக் 28,	நண்பகல்	215° 4′ 30″	212° 0′ 0″
,,	நள்ளிரவு	215° 34′ 30″	218° 41′ 15″ (அக்)
(ii) ஜூலை 26,	நண்பகல்	125° 4′ 33″	122° 0′ 0″
,,	நள்ளிரவு	125° 34′ 30″	128° 41′ 15″ (செப்)

5. பின் கொடுக்கப்பட்ட பட்டியல் கொண்டு, பௌர்ணமி நேரத்தைக் கணிக்க.

		கதிரவன் நெட்டாங்கு	சந்திரன் நெட்டாங்கு
டிசம்பர் 31,	நண்பகல்	279° 33′ 30″	95° 0′ 30″
,,	நள்ளிரவு	280° 7′ 0″	102° 1′ 30″ (செப்)

6. ஒரு நாள் இரவு 10 மணிக்குச் சந்திரோதயம்; அன்று சந்திரன் வயதென்ன? பிறையளவு என்ன? சந்திரனின் மேற்குப் புறம் ஒளிபெற்றிருந்ததா, அல்லது கிழக்குப்புறம் ஒளி பெற்றிருந்ததா?

7. ஒரு திங்களில் 29·5 நாட்கள்; ஒரு சந்திர நாளில், எத்தனை மணி நேரங்கள் சராசரியாக உள்ளன?

8. மீன்வழி மாதத்தில் $27\frac{1}{2}$ நாட்கள். நேற்று சந்திரன் இரவு 8 மணிக்கு உதயமானால், இன்று எப்போது உதயமாகும்? நாளைக்கு எப்போது உதயமாகும்?

9. ஒரு நாள் சந்திரன் உச்சி கடக்கும்போது, பிறையளவு $\frac{3}{4}$; மேற்குப் பக்கம் ஒளி பெற்றிருந்தது. அப்போது சந்திரன் வயதென்ன? கடிகாரக் காலமென்ன? (செப்)

10. கதிரவன் தூரம் 93×10^6 மைல்கள்; சந்திரன் தூரம் 24×10^4 மைல்கள். சந்திரன் பிறையளவு (i) $\frac{1}{2}$ (ii) $\frac{3}{4}$ இருக்கும் போது கோணம் ESM ன் மதிப்பைத் தோராயமாகக் கணக்கிடுக.

11. ஓராண்டில் மார்ச்சு மாதம் 7ம் தேதி அமாவாசை. அந்த ஆண்டில் ஆகஸ்டு மாதம் 7ஆம் தேதி சந்திரன் வயதென்ன? ஆகஸ்டு மாதப் பௌர்ணமி ஏறக்குறைய எந்த நாளில் வரும்?

12. சந்திரனும் மண்ணுலகமும் வட்டப் பாதையில் சீரான கோண வேகத்தில் செல்கின்றன என்ற அடிப்படையில், சந்திரன் மண்ணுலகைச் சுற்றும் கோண வேகம் ω; மண்ணுலகம் கதிரவனைச் சுற்றும் கோண வேகம் ω'. கதிரவனிலிருந்து மண்ணுலகம்—சந்திரன் நீட்சியின் மீப்பெரு மதிப்பு θ; அடுத்தடுத்து இந்நீட்சி மீப்பெரு மதிப்புப்பெறும் கால இடைவெளி $\frac{\pi - 2\theta}{\omega - \omega'}$ அல்லது $\frac{\pi + 2\theta}{\omega - \omega'}$ என நிறுவுக. (θ, ω, ω' என்பவை ஆரையனளவில் இருக்கின்றன.)

13. மண்ணுலகில், நாள் முழுதும் 'மறையா மதியம்' நிகழக்கூடிய இடம், குறைந்தது எந்த அகலாங்கில் இருக்க முடியும்? (61°24').

14: ஒரு திங்கள் 29·53 நாட்கள் கொண்டது. சந்திரனின் இயக்கப்பாதை ஒரு வட்டமெனக் கொண்டு, அதன் வயது 20·5 நாளாகும்போது அதன் பிறையளவு என்ன எனக் காண்க. 50°வ. அகலாங்கு உள்ள ஓரிடத்தில் அன்று சந்திரன் உச்சி கடக்கும் போது எந்த உருவத்தில் சந்திரனிருக்கும் என்று படம் வரைந்து காட்டுக.

15. அண்ணுமலை நகரில் ஒரு நாள் சந்திரன் காலை 2மணிக்கு உதயமானதாகப் பதிவு செய்யப்பட்டது. அப்போது அதன் பிறையளவு என்ன? தொடுவானம் வரைந்து, அதற்கு மேல் சந்திரனது இடங்குறிக்க. அடுத்த நாள் அங்கு சந்திரன் எத்தனை மணிக்கு உதயமாகும்?

(அக்)

12 (A). கெப்ளர் விதிகள்

(KEPLER'S LAWS)

A

12·0 : முன்னுரையில் கொபர்னிக்கஸ் "கதிரவன் மையக் கொள்கை'யை வகுத்தாரெனவும், அவர் அடிச்சுவட்டிலே தோன்றிய டைகோபிராஹியும் அவர் மாணவரான கெப்ளரும், கதிரவனைச் சுற்றிக் கதிரவன் குடும்பக்கோள்கள் எந்த இயற்கை விதிகளுக்குட்பட்டு விண் வெளியில் இயங்கி வருகின்றன என்று அறிவித்தனர் என்றும் கூறினோம். இப்பகுதியில் அவ்விதிகள் யாவை யெனவும், அவற்றின் அடிப்படையில் வேறு பல வானியற்செய்திகளும் விளக்கம் பெறுகின்றன.

12·1 : விண்வெளியில் கதிரவனைச் சுற்றி இயங்கிவரும் பெருங்கோள்கள் (Major Planets) ஒன்பதாகும். அவை கதிரவனிடமிருந்துள்ள அண்மை-சேய்மை முறைப்படி புதன், வெள்ளி மண்ணுலகம், செவ்வாய், வியாழன், சனி, உரேனஸ், நெப்டியூன், புளூட்டோ – இவைகளின் இயக்கம்பற்றி டைகோ பிராஹியின் ஆராய்ச்சிக் குறிப்புக்களின் அடிப்படையில் அவரது மாணவர் ஜான் கெப்ளர் (John Kepler) வெளியிட்டுள்ள விதிகள் வருமாறு:

1. ஒவ்வொரு கோளும், கதிரவனை ஒரு குவியமாகக் கொண்ட (Focus) ஒரு நீள்வட்டப்பாதையில் (Elliptic orbit) இயங்குகிறது. (Each planet moves in an elliptic orbit, the sun being at one focus of the ellipse)

2. ஒவ்வொரு கோளும் கதிரவனைச் சுற்றிவரும் பாதையில் கதிரவனையும் அக்கோளையும் சேர்க்கும் நேர்க்கோடு சமநேரங்களில் சமபரப்புக்களைக் கடக்கின்றது ; அதாவது அவ்வினைக்

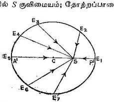
கோட்டின் பரப்பு வேகம் (areal velocity) ஒரே சீரானது. (The radius vector joining the sun and a planet traces out equal areas in equal intervals of time; that is, the areal velocity of any planet in its orbit is constant.)

3. கோள்கள், கதிரவனைச் சுற்றிவரும் கால-வட்டங்களின் (Periodic times), இருபடிகளும் அக்கோள்களின் சராசரி தூரங்களின் முப்படிகளும் ஒரே நேர் விகிதத்தில் உள்ளன. (The squares of the periodic times of the planets are proportional to the cubes of their mean distances from the sun)

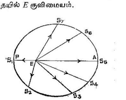
கோள்களில் ஒன்றுன மண்ணுலகத்தைப் பொருத்தமட்டில் முதலிரண்டு விதிகளையும் நாம் சோதனை செய்து நிறுவக்கூடும்; பின்னர் 12·2·4 இல் சோதனை முறை காண்க.

12·2: 'மண்ணுலகம்' என்ற பகுதியில் (2·5இல்) மண்ணுலகம் கதிரவனைச் சுற்றிவரும் உண்மையான இயக்கத்தின் விளைவாக, கதிரவன் மண்ணுலகை ஒரு குவியத்திற்கொண்டு, ஒரு நீள் வட்டப்பாதையில் மண்ணுலகைச்சுற்றி வருவது போன்ற ஒரு தோற்றக்காட்சி நமது அனுபவமாகும் என விளக்கப்பட்டது.

உண்மையான மண்ணுலக இயக்கப்பாதையும் கதிரவன் தோற்ற இயக்கப்பாதையும் முறையே படம் 12·2 (i), (ii) இரண்டிலும் காட்டப்பட்டிருக்கின்றன. அப்படங்களில் E மண்ணுலகையும் S கதிரவனையும் குறிக்கிறது. உண்மையான இயக்கப்பாதையில் S குவிமையம்; தோற்றப்பாதையில் E குவிமையம்.



படம் 12·2 (i)
மண்ணுலகப் பாதை



படம் 12·2 (ii)
கதிரவன் தோற்றப்பாதை

மண்ணுலகம் கதிரவனைச் சுற்றிவரும் பாதையில் [12.2 (i)] ஒரு நிலையில், அதாவது P' என்ற நிலையில், அது கதிரவனுக்கு மிக அருகிலும், மற்றோர் நிலை A' இல் அதிக தூரத்திலும் உள்ளது. இவ்

விரு நிலைகளையும் முறையே (கதிரவனிலிருந்து) மண்ணுலகின் அண்மைநிலை (Perihelion) என்றும், மண்ணுலகின் சேய்மை நிலை (Aphelion) என்றும் குறிப்பிடுகிறோம்.

படம் (i)க்கு இணையானது படம் (ii). எனவே P', A' என்ற அண்மை, சேய்மை நிலைகளுக்கு இணையாக P, A என்ற இரு இடங்கள் தோற்றப் பாதையில் இருக்கின்றன. இங்கு நிலை Aஐ (மண்ணுலகிலிருந்து) கதிரவன் அண்மை நிலை (Perigee) என்றும் அதிக தூரத்தில் உள்ள நிலை Aஐ கதிரவன் சேய்மை நிலை (Apogee) என்றும் குறிப்பிடுகின்றோம். இப்புள்ளிகள் P', A' இரண்டும் P, A இரண்டும் அப்பாதைகளின் கவியங்கள் (apses or apsides) என்று கூறப்படும். நேர்கோடு $P'A'$ உம் PAஉம் அப்பாதைகளின் கவியக்கோடு (Apsidal line) என்றும், நீளம் $P'A'$உம் PAஉம் கவிய தூரம் எனவும் கூறப்படும்.

12·2·1 : கதிரவன் கோண அரைவிட்டம்

முன்னர் (4· 2·1இல்) கதிரவனின் கோண அரைவிட்டம் s என்னவென வரையறுத்தோம். அதன்படியாக

$$s = \frac{r}{d} \text{ எனப்பெற்றோம்.}$$

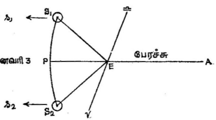
r என்பது கதிரவனின் ஆரம் (மாறிலி); d என்பது காட்சியாளரிடமிருந்து கதிரவன் மையத்தின் மாறுதூரம். இதனால் கதிரவனின் கோண அரைவிட்டம் s உம் கதிரவன்தூரம் d உம் எதிர் விகிதத்தில் உள்ளனஎன்பது புலனாகிறது.கதிரவனின் s மதிப்பைத் தினந்தோறும் நண்பகலில் டாலன்ட் ஹீலியாமீட்டர் உதவி கொண்டு பதிவுசெய்துவந்தால் அதன் மதிப்பு ஜனவரி 3ஆம் தேதி மிக அதிகமாகவும், ஜூலை 3ஆம் தேதி மிகக்குறைவாகவும் இருக்கும். இதிலிருந்து கதிரவன் ஜனவரி 3 ஆம் தேதி மண்ணுலகிற்கு மிக அண்மை நிலையிலும், ஜூலை 3ஆம் தேதி மிகச் சேய்மை நிலையிலும் உள்ளது என்பது விளங்குகிறது.

12·2·2: கதிரவன் அண்மைநிலையின் நெட்டாங்கு (Longitude of Perigee)

கதிரவன் அண்மைநிலையில் உள்ளபோது அதனுடைய வானநெட்டாங்கு நமக்கு வானியலில் தெரியவேண்டியதொரு பதிவுத் தொகையாகும். இதைப் பின்வருமாறு கணக்கிட்டு அறியலாம்.

டிசம்பர் கடைசியில், ஏதேனும் ஒருநாள் நண்பகலில் கதிரவனின் கோண அரைவிட்டம் பதிவு செய்க. அப்போது

படம் 12·2·2ல் காட்டியபடி கதிரவன் S_1இல் இருக்கட்டும்; அப்படிப் பதிவான கோண அரைவிட்டம் s_1 எனக்கொள்க.



பின்பு தொடர்ந்து தினந்தோறும் அதனுடைய நண்பகல் கோண அரை விட்டங்களைப் பதிவு செய்துகொண்டே வருக. ஜனவரி 3ஆம் தேதிக்குப்பின் அண்மையில் ஒரு நாள் கதிரவன் கோண அரைவிட்டம் அதே s_1 மதிப்புப் பெறும். (அப்போது கதிரவன் s_2 இல் இருக்கட்டும்). கதிரவனின் தோற்றப்பாதை நீள் வட்டமாதலின் அந்நீள் வட்டம் தனது பேரச்சுக்குச் (major axis) சமச்சீர் பெற்றிருக்கும், எனவே S_1, S_2 என்ற இடங்களில் கதிரவன் இருக்கும்போது கோண அரைவிட்டங்கள் சமமானதால், $ES_1 = ES_2$ ஆகவிருக்கும். கதிரவன் பாதையின் பேரச்சு PAக்கு, S_1E உம் S_2Eஉம் சமச்சாய்விலிருக்கும் ($P\hat{E}S_1 = P\hat{E}S_2$). இப்போது γஐக் கதிரவன் பாதையின்மேல் இடங் குறிப்போமானல்,

$$\odot_1 = \gamma\hat{E}S_1 \uparrow = S_1\text{இன் வான நெட்டாங்கு}$$

$$k = \gamma\hat{E}P \uparrow = P\text{ இன் (அண்மை நிலை) நெட்டாங்கு}$$

$$\odot_2 = \gamma E S_2 \uparrow = S_2\text{ இன் வான நெட்டாங்கு};$$

படத்தின்படி,

$$\begin{aligned}\odot_1 + \odot_2 &= \gamma\hat{E}S_1 + \gamma\hat{E}S_2 \\ &= (\gamma\hat{E}P - P\hat{E}S_1) + (\gamma EP + PES_2) \\ &= 2\,\gamma EP \\ &= 2\,k \quad \text{(அண்மைநிலை நெட்டாங்கின் இருமடங்கு)}\end{aligned}$$

எனவே அண்மைநிலை நெட்டாங்கு, $\frac{\phi_1+\phi_2}{2}$ க்குச் சமமாகிறது.

எனவே ϕ_1, ϕ_2 கணக்கிடமுடியுமாயின், K ஐக் கணிக்கலாம்.

குறிப்பு: ϕ_1, ϕ_2 கணக்கிடும் முறை

அவ்விரு நாட்களில், கதிரவன் உச்சி கடக்குங்கால், உச்சி தூரங்கள் Z_1, Z_2 எனக் கருவி கொண்டு அளக்கலாம். காட்சி யிடத்தின் அகலாங்கு ϕ ஆனுல், $\phi=Z+\delta$ என்ற வாய்பாடு கொண்டு, கதிரவன் நடுவரை விலக்கங்கள் δ_1, δ_2 கணிக்கலாம். 8·8 8·1 (v) (ii)இல் கண்டபடி, δ_1, δ_2க் குரிய கதிரவன் வான நெட்டாங்குகள் ϕ_1, ϕ_2 இரண்டும் முறையே

$$\sin^{-1}\left(\frac{\sin\delta_1}{\sin\omega}\right);\ \sin^{-1}\left(\frac{\sin\delta_2}{\sin\omega}\right)\text{ஆகும்.}$$

$$\therefore K=\tfrac{1}{2}\left[\sin^{-1}\left(\frac{\sin\delta_1}{\sin\omega}\right)+\sin^{-1}\left(\frac{\sin\delta_2}{\sin\omega}\right)\right]$$

எனவே இவ்வாறு கதிரவன் அண்மைநிலை கடப்பதற்கு முன்பும் பின்பும் சமமான கோண அரைவிட்டமுள்ள இரு நாட்களைக் கொண்டு, அண்மைநிலை வான நெட்டாங்கு கணக்கிடலாம். அண்மைநிலை வான நெட்டாங்கு ஏறக்குறைய 288° எனக் கொள்ளலாம்.

12.2·3. மண்ணுலகு, கதிரவனைச் சுற்றிவரும் பாதையின் குவி மையப் பிறழ்வு காணல்

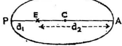
மண்ணுலகு கதிரவனைச் சுற்றிவரும் பாதை, கதிரவனின் தோற்றப் பாதைக்குச் சமமாதலின், இரு நீள்வட்டங்களின் குவிமையப் பிறழ்வுகளும் சமமாயிருக்கும். கதிரவன் அண்மை நிலையிலும் (P) சேய்மை நிலையிலும் (A) உள்ளபோது கதிரவனது கோண அரைவிட்டங்கள் முறையே s_1, s_2 எனக் கொள்வோம். இவ்விரு நிலைகளிலும் மண்ணுலகிலிருந்து கதிரவனின் தூரம் d_1, d_2 எனக் கொள்வோம். அப்போது,

$$s_1 \propto \frac{1}{d_1},\ s_2 \propto \frac{1}{d_2}$$

$$\therefore \frac{s_1}{s_2}=\frac{d_2}{d_1}$$

நீள்வட்டத்தின் குவிமையப் பிறழ்வு e எனவும், மையம் c எனவும் கொள்வோம் (படம் 12·2·3 காண்க).

$$\text{அப்போது } d_1 = EP$$
$$= CP - CE$$
$$= a - ae = a(1-e)$$



படம் 12·2·3

$$
\begin{aligned}
d_2 &= EA \\
&= EC + CA \\
&= ae + a \\
&= a(1 + e)
\end{aligned}
$$

$$\therefore \frac{s_1}{s_2} = \frac{1+e}{1-e}$$

$$e = \frac{s_1 - s_2}{s_1 + s_2}$$ எனப் பெறலாம்.

அளவுப்பதிவுப்படி

$$s_1 = 32' \, 36''$$

$s_2 = 31' \, 32''$ எனக் கொண்டால்

$$e = \frac{32' \, 36'' - 31' \, 32''}{32' \, 36'' + 31' \, 32''}$$

$= \frac{1}{60}$ (தோராயமாக) எனப் பெறப்படும்.

12.2.4. மண்ணுலகம் ஒரு கோளாதலின் அதைப் பொருத்தமட்டில் கெப்ளரின் முதல் இரண்டு விதிகள் சரியாவெனச் சோதிக்கும் முறை:

ϕ அகலாங்கு பெற்ற ஓரிடத்தில் தினந்தோறும் கதிரவன் கோண அரைவிட்டம் s எனவும், உச்சி கடக்கும்போது (நண்பகலில்) உச்சி தூரம் z எனவும் பதிவு செய்யப்படுவதாகக் கொள்வோம். அப்போது $\phi = z + \delta$ என்ற வாய்பாட்டைப் பயன்படுத்தி ஒவ்வோர் நாளிலும் நடுப்பகலில் δ இன் மதிப்பைக் கணக்கிடலாம். மேலும் $\sin \delta = \sin \omega \sin \odot$ என்ற தொடர்பைப் பயன்படுத்தி, கதிரவனின் நெட்டாங்கு $\odot$ ஐயும் கணக்கிட்டு அவ்வளவுகளைப் பின் வருமாறு பட்டியலில் குறிக்க.

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
நாள்	கதிரவன் கோண அரை விட்டம் s	நடுப்பகலில் கதிரவனின் நடுவரை விலக்கம்	(3)க் குரிய கதிரவன் நெட்டாங்கு $\odot$	தினசரி நெட்டாங்கு வேறுபாடு $\odot_1 - \odot_2 = \triangle\odot$	$\frac{\triangle \odot}{s^2}$	$\theta = \odot - K$	$\frac{1 + e\cos\theta}{s}$
		$\delta = \phi - z$	$= \sin^{-1}\left(\frac{\sin \delta}{\sin \omega}\right)$				
		——					

ஜனவரி 3ம் தேதி அளவில், s இன் அளவு s_1 மீப்பெரு மதிப்பையும், ஜூலை 3ம் தேதி அளவில் s இன் அளவு s_2 மீச்சிறு மதிப்பையும் ஏற்பது காண்க. sன் மீப்பெரு, மீச்சிறு அளவுகள் கொண்டு முன் 12·2·3 இல் கண்டபடி $e = \frac{s_1 - s_2}{s_1 + s_2}$ என்ற e இன் மதிப்பைக் கணிக்க. sன் அளவு மீப்பெரு மதிப்புப் பெறும்போது, கதிரவன் அண்மைநிலையிலிருக்குமாதலின், அன்று அண்மைநிலை நெட்டாங்கு K என்னவென நிரல் (4) இலிருந்து அறியலாம். (5) (6), (7), (8) நிரல்களில் குறிப்பிட்டபடி உரிய மதிப்புக்களைக் கணித்துக் குறிக்க. நிரல் (8)இல் உள்ள மதிப்புக்கள் ஏறத்தாழ ஒரு மாறிலியாக இருப்பதைக் காணலாம். அதன் காரணமாக, e என்ற குவிமையப் பிறழ்வு பெற்ற ஒரு நீள் வட்டத்தில் கதிரவன் மண்ணுலகை ஒரு குவிமையமாகக் கொண்டு சுற்றுவது (தோற்றம்) நிறுவப்படும்.

எப்படியெனில், கதிரவன் கோண அரைவிட்டமும் கதிரவனுக்கும் மண்ணுலகிற்கும் இடைப்பட்ட தூரமும் எதிர்விகிதத்தில் இருப்பதால் $\left(s \propto \frac{1}{d}\right)$

$$\frac{1 + e\cos\theta}{s} \propto (1 + e\cos\theta)\, d$$ என எழுதலாம்.

ஆனல்,

$\frac{1+e\cos\theta}{s}$ ஒரு மாறிலியாயின், $(1 + e\cos\theta)\, d =$ மற்ருேர் மாறிலியாகும்.

$\therefore 1+e\cos\theta = \frac{l}{d}$ என எழுதலாம் (l – மாறிலி)

$e < 1$ ஆகையால் இது ஒரு நீள் வட்டம் என நிறுவப்படுகிறது. dக்குப் பதிலாக, போலார் ஆயத்தொலை முறையில் பயன்படுத்தப்படும் r ஈடு செய்தால் $\frac{l}{r} = 1+e\cos\theta$ என்ற நீள்வட்டத்தின் சமன்பாடு கிடைக்கும்.

$$\left[\, e = \frac{s_1 - s_2}{s_1 + s_2} < \;\; ; \text{ஏனெனில் } s_1 > s_2 \,\right]$$

அதாவது கதிரவனின் தோற்றப் பாதை மண்ணுலகைச் சுற்றிவரும் ஒரு நீள்வட்டம், எனவும் மண்ணுலகம் ஒரு குவியத்தில் அமைந்து உள்ளது எனவும் தெரிகிறது. எனவே மண்ணுலகின் இயங்கு வழி ஒரு நீள்வட்டம் எனவும் கதிரவன் ஒரு குவியத்தில் அமைந்துள்ளது எனவும் பெறப்படும். எனவே கெப்ளரின் நீள் வட்ட

இயக்க முதல் விதி சரியென நிறுவப்படுகிறது. மேலும் $\frac{\triangle \odot}{s^2}$ என்ற நிரலிலுள்ள மதிப்புக்களும் ஏறக்குறைய ஒரு மாறிலியாயிருப் பதைக் காணலாம்.

அதாவது $\triangle \odot \propto s^2$

,, $\triangle \odot \propto \frac{1}{d^2}$ $\left(\because s \propto \frac{1}{d} \right)$

$\therefore \frac{1}{2} d^2 \triangle \odot$, அதாவது $\frac{1}{2} r^2 \triangle \odot$ ஒரு மாறிலி என நிறுவப் படுகிறது. எனவே மண்ணுலகம் கதிரவனைச் சுற்றி வரும்போது கதிரவனையும் மண்ணுலகையும் சேர்க்கும் நேர்க்கோடு, சம நேரத்தில் சம பரப்பைக் கடக்கிறது எனப் பெறப்படுகிறது. எனவே கெப்ளர் இரண்டாம் விதியின் பொருத்தம் மண்ணுலகையொட்டிய மட்டில் சரியென நிறுவப்படுகிறது. $\left(\text{பரப்பு வேகம்} = \frac{1}{2} r^2 \frac{d\theta}{dt} \right)$

12·3. கெப்ளரின் மூன்றாவது விதியின் விளக்கம்

இரு கோள்களின் அரைப் பேரச்சுக்கள் a_1, a_2 எனவும் அக் கோள்கள் கதிரவனை ஒரு முறை சுற்றி வர எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம் T_1, T_2 எனவும் கொள்வோம்.

மூன்றாவது விதி :

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

மண்ணுலகம் தவிர, மற்றோர் கோளின் காலவட்டம் நாம் அறிந்தால், இவ்விதியின் உண்மையைச் சரிபார்க்க முடியும்.

12·3·1 : இயங்கு பாதையில் முடுக்கப் பிரிவுகள் : (Component-accelerations in the orbital motion)

ஒரு தளத்தில் $r = f(\theta)$ என்ற போலார் சமன்பாடு பெற்ற பாதையின்மேல் ஒரு பொருள் இயங்குமானால், அதற்குள்ள முடுக்கம் (acceleration) ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான இரு திசைகளில் பிரிக்கப்படலாம். ஆதிப்புள்ளி O (Pole) எனவும், ஒரு குறிப்பிட்ட சமயம் 't' இல், அப்பொருள் தனது பாதையில் P (r, θ) என்ற புள்ளியில் இருக்கிறதெனவும் கொள்க. அப்போது அதன் முடுக்கங்கள், OP என்ற திசையில் $\frac{d^2 r}{dt^2} - r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2$ எனவும், OPக்குச் செங்குத்தான திசையில் $\frac{1}{r} \frac{d}{dt}\left(r^2 \frac{d\theta}{dt}\right)$ எனவும், மதிப்

புடையனவென்று இயக்கவியலில் (Dynamics) நிறுவப் பட்டிருக்கிறது. OP என்ற திசையிலுள்ள முடுக்கம் ஆரை முடுக்கம் (Radial acceleration) எனவும், OPக்குச் செங்குத்தான திசையில் உள்ள முடுக்கம் குறுக்கு முடுக்கம் (Transverse acceleration) எனவும் கூறப்படுகிறது.

12·3·2. கெப்ளரின் விதிகளிலிருந்து நியூட்டன் கண்ட முடிவுகள் :

1. முதல் விதி வழியாக :

தன் பாதையில் இயங்கும் கோளை, கதிரவன் தன் பக்கம் தன்னை நோக்கி வலிக்கிறது. அவ்விதம் ஈர்க்கும் விசை கதிரவனுக்கும் கோளுக்கும் உள்ள தூரத்தின் இருபடிக்கு எதிர் விகிதத்தில் உள்ளது.

2. இரண்டாம் விதி வழியாக :

தன்பாதையில் இயங்கும் கோளை ஈர்க்கும் விசை ஒன்றே ஒன்று ; அது, கதிரவனை நோக்கி, கதிரவனையும் அக்கோளையும் இணைக்கும் நேர்கோட்டுத் திசையில் உள்ளது.

3. மூன்றும் விதி வழியாக :

கதிரவன் தன்னை நோக்கி எக்கோளையும் ஈர்க்கும் விசையின் விகிதம் ஒரு மாறிலி (தூர இருபடி எதிர் விகிதம்).

முதல் விதியின்படி ஒரு கோளின் இயங்குபாதை கதிரவனை ஒரு குவியத்தில் கொண்ட ஒரு நீள் வட்டம் எனக் கண்டோம். அந்நீள் வட்டத்தின் சமன்பாடு

$$\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta \text{ எனக்கொள்வோம்.}$$

இரண்டாவது விதியின்படி ஒரு கோள் கதிரவனைச் சுற்றி வரும்போது கதிரவனையும் கோளையும் இணைக்கும் நேர்கோடு, சம நேரங்களில் சம பரப்புக்களைக் கடக்கிறது. பரப்பு வேகம் $\frac{1}{2} r^2 \frac{d\theta}{dt}$ என்ற மதிப்புடையது. எனவே $\frac{1}{2} r^2 \frac{d\theta}{dt}$ ஒரு மாறிலி— அதாவது, $r^2 \frac{d\theta}{dt}$ ஒரு மாறிலி; அதனை h எனக்கொள்வோம். எனவே குறுக்கு முடுக்கம்,

$$= \frac{1}{r} \cdot \frac{d}{dt}\left(r^2 \frac{d\theta}{dt}\right)$$

$$= \frac{1}{r} \cdot \frac{d}{dt}(h)$$

$$= 0 \text{ எனப் பெறப்படுகிறது.} \qquad (1)$$

ஆகவே ஆரைக்குச் (radius vector) செங்குத்தான திசையில் கோளின்மீது ஏதும் விசை இல்லை என்ற முடிவு பெறப்படுகிறது. ஆரைத் திசையில் உள்ள முடுக்கம் $= \frac{d^2r}{dt^2} - r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2$ மட்டுமே அக்கோளை இயங்கச் செய்கிறது. இப்போது $r = \frac{l}{1 + \cos\theta}$ என்ற இயங்கு பாதையில் செல்லும் கோளுக்கு ஆரை முடுக்கத்தைக் கணிப்போம்.

$$\therefore \frac{dr}{dt} = \frac{el \sin\theta}{(1 + e\cos\theta)^2} \frac{d\theta}{dt}$$

$$= \frac{e\sin\theta}{l} r^2 \frac{d\theta}{dt} \left[\because \frac{1}{(1 + e\cos\theta)^2} = \frac{r^2}{l^2}\right]$$

$$= \frac{eh}{l}\sin\theta \left(\because r^2\frac{d\theta}{dt} = h\right)$$

$$\therefore \frac{d^2r}{dt^2} = \frac{eh}{l}\cos\theta\frac{d\theta}{dt}$$

$$= \frac{eh^2}{lr^2}\cos\theta \left[\because \frac{d\theta}{dt} = \frac{h}{r^2}\right]$$

$$\therefore \text{ஆரைமுடுக்கம்} = \frac{d^2r}{dt^2} - r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2$$

$$= \frac{eh^2}{lr^2}\cos\theta - \frac{rh^2}{r^4}$$

$$= \frac{h^2}{lr^2}\left[e\cos\theta - \frac{l}{r}\right]$$

$$= -\frac{h^2}{lr^2}$$

$$= -\frac{\mu}{r^2} \quad \ldots\ldots(2)$$

இங்கு $\frac{h^2}{l} = \mu$ ஒரு மாறிலி; ஏனெனில் ஒரு குறிப்பிட்ட கோளைப் பொருத்தமட்டில், h-ம் l-ம் மாறிலிகள். ஆரை முடுக்கம் ஒரு குறைமதிப்பைப் பெறுவதால், அதன் திசை, கதிரவனிலிருந்து கோளை நோக்கி அல்ல; ஆனால் கோளிலிருந்து கதிரவனை நோக்கிய திசையில் உள்ளதெனத் தெரிகிறது; அதாவது இயங்கும் கோள், நிலைத்த கதிரவனை நோக்கி, அக்கோட்டின் திசையில் ஈர்க்கப்படுகிறது.

மேலும் அம்முடுக்கம் $\propto \frac{1}{r^2}$ ஆக இருப்பதும் தெரிகிறது.
எனவே, நியூட்டன் முதல் முடிவு பெறப்படுகிறது.

நியூட்டனின் இரண்டாவது முடிவு 12·3·2 (1)ன் படி $\frac{1}{r}\frac{d}{dt}\left(r^2\frac{d\theta}{dt}\right) = 0$ என்ற முடிவிலிருந்து பெறப்படுகிறது.

அதாவது அக் கோளை இயக்கும் முடுக்கம் (விசை) ஒன்றே ஒன்று; அம் முடுக்கம் ஆரைக் கோட்டில்மட்டுமே கோளிலிருந்து கதிரவனை நோக்கிய திசையிலிருக்கிறது.

12·3·2·1 : கெப்ளர் மூன்றும் விதிவழியாக நியூட்டனின் மூன்றும் முடிவு :

இரு கோள்கள் முறையே $a_1, b_1 ; a_2, b_2$ என்ற அரைப் பேரச்சு, சிற்றச்சுக்களையும் (semi-major and semi-mi·or axes) l_1, l_2 என்ற அரைச் செவ்வகலங்களையும் (semi-latera recta) T_1, T_2 என்ற காலவட்டங்களையும் பெற்றுள்ளன எனக் கொள்வோம். கெப்ளர் இரண்டாம் விதிப்படி

$$T_1 = \frac{\pi a_1 b_1}{h1/2} \quad \left[\because \frac{h_1}{2} = \text{பரப்பு வேகம்} \right]$$

$$= \frac{2\pi a_1 b_1}{h_1}$$

அவ்வாறே $T_2 = \frac{2\pi a_2 b_2}{h_2}$

$$\therefore T_1^2 = \frac{4\pi^2 a_1^2 b_1^2}{h_1^2} = \frac{4\pi^2 a_1^2 l_1 a_1}{h_1^2}\left[\because l_1 = \frac{b_1^2}{a_1}\right]$$

$$= \frac{4\pi a_1^3}{\mu_1} \text{ (A)} \left[\because h_1^2 = l_1/\mu_1\right]$$

அவ்வாறே $T_2^2 = \frac{4\pi a_2^3}{\mu_2}$. (B)

கெப்ளர் மூன்றும் விதிப்படி,

$$\frac{a_1^3}{a_2^3} = \frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3 \cdot \mu_2}{\mu_1 \cdot a_2^3} \quad \left[\text{(A), (B) ன் படியாக} \right]$$

$$\therefore \mu_1 = \mu_2 = \text{ஒருமாறிலி}$$

∴ ஆரைமுடுக்கத்தில் நாம் பெற்ற μ [12·3·2(2)] எல்லாக் கோள்களுக்கும் சமமதிப்புடையது. இதுவே நியூட்டனின் மூன்றுவது முடிவு.

12·3·2·2. a, b முறையே ஒருகோளின் நீள்வட்ட அரைப்பேரச்சு, சிற்றச்சு எனவும் அக்கோள், கதிரவனை ஒருமுறை சுற்றிவர எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம் T எனவும் கொள்வோம்.

h என்பது பரப்பு வேகத்தின் இருமடங்கு என்பது நாம் முன் கொண்டதாகும்; அதாவது

$$h = \frac{2\pi ab}{T}$$

l என்பது நீள்வட்டத்தின் அரைச் செவ்வகலம்.

$$= \frac{b^2}{a}; \text{ எனவே } \mu = \frac{h^2}{l}$$

$$= \frac{4\pi^2 a^2 b^2}{T^2} \times \frac{a}{b^2}$$

$$= \frac{4\pi^2 a^3}{T^2}$$

கெப்ளரின் மூன்றாவது விதியின்படி $\frac{a^3}{T^2}$ ஒரு மாறிலியாதலின் $\mu = 4\pi^2 K$. இது எல்லாக் கோள்களுக்கும் ஒரே மதிப்புடைய தென்ற நியூட்டன் முடிவை முன் 12·3·2·1 இல் பார்த்தோம். எனவே m பொருண்மையுள்ள ஒரு கோளைக் கதிரவன் பக்கம் வலிக்கும் விசை $\frac{m\mu}{r^2}$ எனப் பெறப்படும்.

12·3·2·3 : கோள்கள் கதிரவனை வட்டப் பாதைகளில் சீரான வேகத்தில் சுற்றுகின்றன என்ற அடிப்படையில் நியூட்டனின் பொது ஈர்ப்பு விதியிலிருந்து நாம் கெப்ளரின் மூன்றாவது விதியைப் பெறலாம்.

நியூட்டன் பொது ஈர்ப்புவிதி : **எந்த ஒரு பொருளும் மற்றொரு பொருளை ஈர்க்கும் விசையானது அவற்றின் பொருண்மைகளின் (masses) பெருக்குத் தொகைக்கு நேர் விகிதத்திலும் அவ்விரு பொருள்களுக்கும் இடைப்பட்ட தூரத்தின் இருபடிக்கு எதிர் விகிதத்திலும் இருக்கிறது.**

m_1, m_2 என்பவை இரு பொருள்களின் பொருண்மை; r இரு பொருள்களுக்கு இடைப்பட்ட தூரம்; F ஈர்ப்பு விசை; G ஈர்ப்பு மாறிலி எனக்கொண்டால் நியூட்டன் பொது விதிப்படி $F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$.

M கதிரவனின் பொருண்மை, m கோளின் பொருண்மை, r கதிரவனுக்கும் கோளிற்கும் இடைப்பட்டதூரம், எனக்

கொண்டால், இரு விண்பொருள்களுக்கு இடைப்பட்ட விசை யானது G $\frac{Mm}{r^2}$. எனவே கதிரவனின் ஈர்ப்பு விசையின் காரணமாக கோளைக் கதிரவன் தன் பக்கம் வலிக்கும் முடுக்கம் $\frac{GM}{r^2}$.

(∵ விசை = பொருண்மை × முடுக்கம்)

சுற்றும் பாதை r ஆரம் கொண்ட ஒரு வட்டப் பாதையெனவும், சுற்றும் பாதையில் கோளின் வேகம் V எனவும் கொண்டால், அப்போது கோளைத்தன் பக்கம் கதிரவன் வலிக்கும் விசை $F = \frac{mV^2}{r}$ (இயக்க இயல் முடிவு); எனவே கதிரவனை நோக்கிக் கோளின் முடுக்கம் $\frac{V^2}{r}$ ஆகும். (வட்டப் பாதையில்)

$$\therefore \frac{V^2}{r} = \frac{GM}{r^2}$$

$$V^2 = \frac{GM}{r}$$

கோள் கதிரவனை T நாட்களில் ஒருமுறை வட்டப் பாதையில் சுற்றுமானால்

$$V = \frac{2\pi r}{T}$$

எனவே, $\frac{4\pi^2 r^2}{T^2} = V^2 = \frac{G \cdot M}{r}$

$$\therefore \quad T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{G \cdot M}$$

இங்கு $T^2 \propto r^3$ என கெப்ளரின் மூன்றாவது விதி பெறப்படுகிறது. (ஆனால் அடிப்படை, வட்டப் பாதை என கவனத்தில் கொள்க).

12·3·2·4 : கெப்ளரின் மூன்றாவது விதியின் சரியான அமைப்பு :

M, கதிரவனின் பொருண்மை, m கோளின் பொருண்மை, r கதிரவனுக்கும் கோளிற்கும் இடைப்பட்ட தூரம் எனக் கொண்டால் இரண்டிற்கும் இடையில் உள்ள ஈர்ப்பு விசை $G \cdot \frac{Mm}{r^2}$ ஆகும். எனவே கதிரவனின் ஈர்ப்பினால் கோள், கதிரவனை நோக்கிய திசையில் ஈர்க்கப்படும் முடுக்கம் $\frac{GM}{r^2}$. அவ்வாறே கோளின் ஈர்ப்பினால், கதிரவன், கோளை நோக்கிய திசையில்

ஈர்க்கப்படும் முடுக்கம் $\frac{Gm}{r^2}$. இவ்விரு விசைகளும் ஒரே நேர்க் கோட்டில் நேரெதிர்த் திசைகளில் இருக்கின்றன. எனவே கோளின் சார்வு முடுக்கம் (Relative Acceleration) $G\frac{(M+m)}{r^2}$ ஆகும்.

ஆனால் கோள் பெறும் விளையுள் முடுக்கம் (Resultant Acceleration) $\frac{\mu}{r^2}$. இங்கு $\mu = \frac{h^2}{l}$. இவ்விசை கதிரவனை நோக்கி இயங்கிக் கொண்டு இருக்கின்றது.

எனவே,

$$\frac{G(M+m)}{r^2} = \frac{\mu}{r^2}$$

$$\therefore G(M+m) = \mu = \frac{h^2}{l}$$

$$\therefore G(M+m)\,l = h^2$$

a, b என்பவை நீள்வட்டத்தின் பேரச்சு, சிற்றச்சில் பாதி எனவும், T-கதிரவனை ஒரு முறை சுற்றிவர எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம் எனவும் கொள்வோம்.

அப்போது $l = \frac{b^2}{a}$; $h = \frac{2\pi ab}{T}$

$$G(M+m)\,\frac{b^2}{a} = \frac{4\pi^2 a^2 b^2}{T^2}$$

அதாவது $G(M+m)T^2 = 4\pi^2 a^3$.

m_1 – பொருண்மையுள்ள மற்றொரு கோளினை எடுத்துக்கொண்டால் இத்தொடர்பு $G(M+m_1)T_1^2 = 4\pi a_1^3$ எனப் பெறப்படும்.

$$\therefore \frac{M+m}{M+m_1}\cdot\frac{T^2}{T_1^2} = \frac{a^3}{a_1^3}.$$

இதுவே கெப்ளரின் மூன்றுவது விதியின் சரியான அமைப்பு ஆகும். ஆனால் கதிரவனின் பொருண்மையோடு கோள்களின் பொருண்மையை ஒப்பிட்டுப் பார்க்கும்போது கோள் பொருண்மைகள் மிகமிகச் சிறியவைகளாதலின் $(M+m)$ம், $(M+m_1)$ம் ஏறக்குறைய சமமாகும்.

அப்போது $\frac{M+m}{M+m_1} \approx 1$; எனவே $\frac{T^2}{T_1^2} = \frac{a^3}{a_1^3}$ என்ற கெப்ளரின் மூன்றுவது விதி பொருந்துகிறது.

12·3·2·5 ஒரு கோளின் பொருண்மை காணும் முறை :

M-கதிரவனின் பொருண்மை, m = நாம் பொருண்மை காண வேண்டிய கோளின் பொருண்மை; m_1 என்பது கோள் m-ன் உப கோளின் பொருண்மை. a, a_1 முறையே கோளிற்கும் கதிர வனுக்கும், கோளிற்கும் உபகோளிற்கும் உள்ள தூரங்கள் எனக் கொள்க. T, T_1 என்பன முறையே, கோள் கதிரவனையும், உப கோள் தன் தாய்க்கோளையும் ஒருமுறை சுற்றிவர எடுத்துக் கொள்ளும் நேரங்கள் எனக்கொள்வோம். அப்போது,

$$\frac{M+m}{m+m_1} \cdot \frac{T^2}{T_1^2} = \frac{a^3}{a_1^3}$$

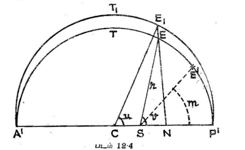
M-உடன் ஒப்பிடும்போது m, m_1 இரண்டும் சிறியவைகளாதலின்

$$\frac{M}{m} \cdot \frac{T^2}{T_1^2} = \frac{a^3}{a_1^3}$$ என்ற தோராயத் தொடர்புகொண்டு

$m = \frac{T^2 a_1^3}{T_1^2 a^3}$ M எனக் கணிக்கலாம்.

குறிப்பு : உபகோள் இல்லாத கோளுக்கு இம்முறை பயன் படாதென அறிக. (புதனும், வெள்ளியும் உபகோள்கள் பெற்றவையல்ல).

12·4 : கொடுக்கப்பட்ட ஒரு சமயத்தில் மண்ணுலகின் நிலையை அதன் பாதையில் நிர்ணயித்தல் :



படம் 12·4

படம் 12·4இல் $P'TA'$ கதிரவனை மண்ணுலகம் சுற்றிவரும் நீள் வட்டப் பாதையில் ஒரு பாதி; $P'A'$ அந்நீள் வட்டத்தின்

பேரச்சு; $P'T_1A'$ என்பது பேரச்சை விட்டமாகக் கொண்ட அரை வட்டம். (நீள் வட்டத்தின் துணைவட்டம் – Auxi'ary Circle); C நீள் வட்ட மையம்; S—கதிரவன் குவியத்தில் இருக்கும் நிலை; E என்ற புள்ளி மண்ணுலகம் நீள்வட்டப் பாதையில் அதன் நிலையை ஒரு குறிப்பிட்ட தருணத்தில் குறிக்கட்டும்; P' அண்மைப் புள்ளி; A' சேய்மைப் புள்ளி; மண்ணுலகம் P' இலிருந்து புறப்படுவதாகக் கொள்க; புறப்பட்டு 't' நேரம் கழித்து Eஇல் இருக்கட்டும்; $SE = r$ எனக் கொள்வோம்; EN-பேரச்சுக்குச் செங்குத்தான கோடு; அதன் நீட்டல் துணை வட்டத்தை E_1இல் வெட்டட்டும்.

இங்கு $E\hat{S}P' = v$ என்பது இயல்பு நெறிப் பிறழ்ச்சி (True-Anomaly) எனவும், $E_1\hat{C}P' = \mu$ என்பது மைய அகற்சி நெறிப் பிறழ்ச்சி (Eccentric Anomaly) எனவும் கூறப்படும் (இவற்றினை, இனி முறையே இயல்புப் பிறழ்ச்சியெனவும், மையப் பிறழ்ச்சியெனவும் கூறுவோம்).

Sஎன் பரப்பு வேகமான $\frac{1}{2}r^2 \frac{dv}{dt}$ ஒரு மாறிலி. (சாதாரணமாக நாம் $\frac{d\theta}{dt}$ எனக் கொள்ளும் கோண வேகம் இங்கு $\frac{dv}{dt}$ எனக் கொள்ளப்பட்டிருக்கிறது; v ஒரு கோணம்;)

r ஒரு மாறியாதலின் $\frac{dv}{dt}$ம் ஒரு மாறியாகும்; அதாவது இயல்புப் பிறழ்ச்சி சீரான வேகத்தில் மாறுவதில்லை.

இப்போது P' இலிருந்து E புறப்படும்போது, மற்றொரு கற்பனைப் பொருள் E' மண்ணுலகத்தோடே P' இலிருந்து புறப்பட்டு, சீரான கோண வேகத்தில் [சீரான கோணவேகம் $\left.\frac{2\pi}{y}\right]$, மண்ணுலகப் பாதையிலேயே, மண்ணுலகக் கால வட்டத்தில் (y) செல்வதாகக் கற்பனை செய்துகொள்வோம். எனவே E, E' இரண்டும் Pஇலிருந்து புறப்பட்டபின்பு இணைந்து செல்லா.

முதலில் E முந்திக்கொள்ளும்; E' பின்தொடரும். இரண்டும் A'இல் ஒருங்கமையும். பின் E' முந்திக் கொள்ளும். E பின் தொடரும். மறுபடியும் இரண்டும் P'இல் ஒருங்கமையும். (காரணம் எளிதில் புலப்படுகிறதாதலின் விரிவாக விளக்கப்படவில்லை.)

மண்ணுலகம் தன் பாதையில் Eஇல் இருக்கும் சமயம், கற்பனைப் பொருள் அதே பாதையில் E'இல் இருப்பதாகக் கொள்வோம். E'ன் கோணவேகம் மண்ணுலகின் சராசரி கோணவேகமான $\frac{2\pi}{y}$ க்குச்

சமமெனக் கொண்டோம். E'ஐ நீள்வட்டப் பாதைக் குவியமான கதிரவன் Sஓடு சேர்த்தால் $E'\hat{S}P' = m$ என்பது சராசரிச் பிறழ்ச்சி (Mean Anomaly) எனப்படும்.

12·4·1 : பிறழ்ச்சிகளுக்கிடைப்பட்ட தொடர்புகள்

நீள்வட்டத்தின் பாதிப் பேரச்சு a, பாதிச்சிற்றச்சு b, குவிமையப் பிறழ்வு e எனக்கொள்க. இயல் முறை வடிவ கணிதத்தில், வழக்கிலுள்ளபடி, Eன் ஆயத் தொலைகள் ($a \cos u$, $b \sin u$); அதாவது $CN = a \cos u$; $NE = b \sin u$.

(A) இயல்புப் பிறழ்ச்சி (v) க்கும், மையப் பிறழ்ச்சி (u) க்கும், இடைப்பட்ட தொடர்பு:

$$\triangle \text{ SEN இல், } r \cos v = SN$$
$$= CN - CS$$
$$= a \cos u - ae \qquad \dots(1)$$

மேலும் $r \sin v = NE$
$$= b \sin u \qquad \dots(2)$$

(1), (2) ஐயும் இருபடிக்கு உயர்த்திக் கூட்ட,

$$r^2 = a^2 \cos^2 u + a^2 e^2 - 2a^2 e \cos u + b^2 \sin^2 u$$
$$= a^2 [\cos^2 u + e^2 - 2e \cos u + (1-e^2) \sin^2 u]$$
$$(\because \; b^2 = a^2 (1-e^2))$$
$$= a^2 [1 + e^2 \cos^2 u - 2e \cos u]$$
$$= a^2 (1 - e \cos u)^2$$
$$\therefore \; r = a(1 - e \cos u) \qquad \dots(3)$$

(1), (3) இலிருந்து

$$r(1 + \cos v) = a(1 - \cos u) + (a \cos u - ae)$$
$$= a(1-e)(1 + \cos u) \qquad \dots(4)$$

மேலும் (1), (3) இலிருந்து

$$r(1 - \cos v) = a(1 - e \cos u) - (a \cos u - ae)$$
$$= a(1+e)(1 - \cos u) \qquad \dots(5)$$

(4), (5) இலிருந்து

$$\frac{1 - \cos v}{1 + \cos v} = \frac{(1 + e)(1 - \cos u)}{(1 - e)(1 + \cos u)}$$

எனவே $\tan^2 \frac{v}{2} = \frac{1+e}{1-e} \tan^2 \frac{u}{2}$

$$\therefore \tan\frac{v}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}\tan\frac{u}{2} \qquad \ldots(6)$$

இது கொண்டு, uஇன் சார்பாக vஇன் தனி மதிப்பைத் தோராயமாகக் கணிப்போம்.

$e < 1$ ஆதலின் $e = \sin\theta$ எனக் கொள்வோம்.

$$\frac{1+e}{1-e} = \frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta}$$

$$= \frac{1+\frac{2t}{1+t^2}}{1-\frac{2t}{1+t^2}} \left[\text{இங்கு } t = \tan\frac{\theta}{2}\right]$$

$$= \frac{(1+t)^2}{(1-t)^2}$$

(6) இல் இதனை ஈடு செய்ய,

$\tan\frac{v}{2} = \frac{1+t}{1-t}\tan\frac{u}{2}$ எனப் பெறப்படும்.

10·7, வாய்பாடு (1) ஐப் பயன்படுத்த,

$$v = u + 2t\sin u + t^2 \sin 2u + \qquad \ldots(7)$$

$e = \sin\theta$ என நாம் முதலில் கொண்டபடியால்,

$e = \sin\theta = \frac{2t}{1+t^2}$ என எழுதலாம்.

$$\therefore \; et^2 - 2t + e = 0$$

$$\therefore \; t = \frac{1 \pm (1-e^2)^{\frac{1}{2}}}{e}$$

$$= \frac{1 \pm (1 - \frac{1}{2}e^2 \ldots)}{e}$$

$$= \frac{e}{2} \text{ (தோராயமாக)}; \; (t < 1)$$

$\therefore$ (7) இலிருந்து, $v = u + e\sin u + \frac{e^2}{4}\sin 2u + \quad \ldots(8)$

என்ற தொடர்பு, v, u இரண்டையும் இணைக்கிறது. இது ஒரு தோராய மதிப்பீடு.

(B) மையப் பிறழ்ச்சி (u) க்கும், சராசரிப் பிறழ்ச்சி (m) க்கும் இடைப்பட்ட தொடர்பு :

மண்ணுலகம் கதிரவனை ஒருமுறை சுற்றிவர எடுத்துக் கொள்ளும் காலம் y (ஓராண்டு) எனக்கொள்வோம். மண்ணுலகின் சராசரிக்கோண வேகம் $n = \frac{2\pi}{y}$.

ஒரு கற்பனைப் பொருள் E' சீரான கோண வேகத்தில் சுற்று கிறதென எடுத்துக்கொண்டோம் (12·4). மண்ணுலகம் P' இலிருந்து தற்போது உள்ள நிலை Eக்கு வர எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம் t ஆனால், அதே நேரத்தில் E' சுற்றும் கோணம் $nt = \frac{2\pi}{y} t$ ஆகும்.

இதுவே நாம் 12·4 இல் கூறிய m எனப்பட்ட சராசரிப் பிறழ்ச்சி.

$$\therefore m = \frac{2\pi t}{y} \quad \dots (9)$$

இந்த mஇன் மதிப்பைக் கொண்டு, m-க்கும் uக்கும் உள்ள தொடர்பைக் காண்போம்.

மையப் பிறழ்ச்சி $u = P'\hat{C}E_1$

(9) இன்படி சராசரிப் பிறழ்ச்சி $m = \frac{2\pi t}{y}$

y நேரத்தில் மண்ணுலகப் பயணப் பரப்பு $= \pi ab$. எனவே t நேரத்தில் மண்ணுலகப் பயணப் பரப்பு $P'SE = \frac{\pi ab}{y} t$

$$= ab \frac{m}{2} \text{ [(9)ன் படி]}.$$

$$\frac{\text{நீள்வட்டப்பகுதி } P'ES\text{ன் பரப்பு}}{\text{இணைவட்டப்பகுதி } P'SE\text{ன் பரப்பு}} = \frac{b}{a}$$

எனவே, $P'SE$இன் பரப்பு $= \frac{b}{a} \times P'SE_1$ன் பரப்பு

$$= \frac{b}{a} \text{ [பரப்பு } P'CE_1 - \text{முக்கோணம் } CSE_1]$$

$$= \frac{b}{a} [\tfrac{1}{2} a^2 u - \tfrac{1}{2} ae. \ a \sin u]$$

$$\therefore \text{ பரப்பு } P'SE = \frac{ab}{2} (u - e \sin u)$$

$$\text{எனவே } ab \frac{m}{2} = \frac{ab}{2} (u - e \sin u)$$

$$\therefore m = u - e \sin u \quad \dots (10)$$

இச்சமன்பாடு கெப்ளரின் சமன்பாடு எனப்படும். இத் தொடர்பு கொண்டு u இன் தோராய மதிப்பை m இன் தொடர்பாகக் காண்போம்.

முன்பு $m = u - e \sin u$ என நிறுவினோம்.

$\therefore u = m + e \sin u.$

$\therefore u = m$ (முதல் தோராயம்)

$\therefore u = m + e \sin m$ (இரண்டாம் தோராயம்)

$\therefore$ மூன்றும் தோராயமாக,

$$u = m + e \sin (m + e \sin m)$$

$$= m + e \,[\sin m \cos (e \sin m) + \cos m \sin (e \sin m)]$$

$$= m + e \,[\sin m + \cos m \,.\, e \sin m]$$

$$= m + e \sin m + \frac{e^2}{2} \sin 2\text{m} \qquad \dots \ (11)$$

இது மூன்றும் தோராயம்.

(C) இயல்புப் பிறழ்ச்சி (v)க்கும், சராசரிப் பிறழ்ச்சி (m)க்கும் உள்ள தொடர்பு :

(8) இன்படி,

$$v = u + e \sin u + \frac{e^2}{4} \sin 2u.$$

இங்கு (11) இல் கண்ட 'u' இன் மதிப்பை ஈடு செய்க.

$$\therefore v = m + e \sin m + \frac{e^2}{2} \text{siu}\, 2m$$

$$+ e \sin \left(m + e \sin m + \frac{e^2}{2} \sin 2m\right)$$

$$+ \frac{e^2}{4} \sin 2 \left(m + e \sin m + \frac{e^2}{2} \sin 2m\right)$$

e^3 ஐயும், மற்ற உயர்ந்த e இன்படிகளையும் விலக்கினுல்,

$$v = m + e \sin \text{m} + \frac{e^2}{2} \sin 2m$$

$$+ e \,[\sin m \cos (e \sin m)$$

$$+ \cos m \sin (e \sin m)] + \frac{e^2}{4} \sin 2m$$

(தோராயமாக)

$$= m + e \sin m + \frac{e^2}{2} \sin 2m$$

$$+ e\,[\sin m + \cos m \cdot e \sin m] + \frac{e^2}{4} \sin 2m$$

$$= m + e \sin m + \frac{e^2}{2} \sin 2m + e \sin m$$

$$+ \frac{e^2}{2} \sin 2m + \frac{e^2}{4} \sin 2m.$$

$$= m + 2e \sin m + \frac{5}{4}{}^2 \sin 2m \quad \ldots \quad (12')$$

$$\therefore v - m = 2e \sin m + \frac{5e^2}{4} \sin 2m \qquad (12')$$

இது இயல்புப் பிறழ்ச்சிக்கும், சராசரிப் பிறழ்ச்சிக்கும் உள்ள வேறுபாடு. இது மையப்பிழை (குறை-Equation of Centre) எனப்படும். இது கொண்டு, 'm' இன் தனி மதிப்பை v இன் சார்பாகக் காண்போம்.

$$v = m + 2e \sin m + \frac{5}{4} e^2 \sin 2m$$

$$\therefore m = v - 2e \sin m - \frac{5}{4} e^2 \sin 2m$$

$m = v$ (முதல் தோராயம்)

$\therefore m = v - 2e \sin v$ (இரண்டாம் தோராயம்)

$\therefore$ மூன்றும் தோராயமாக

$$m = v - 2e \sin (v - 2e \sin v)$$

$$- \tfrac{5}{4} e^2 \sin 2v$$

$$\mu = v - 2e\,[\sin v \cos (2e \sin v) - \cos v \sin (2e \sin v)]$$

$$- \frac{5e^2}{4} \sin 2v$$

$$= v - 2e\,[\sin v - \cos v \cdot 2e \sin v] - \tfrac{5}{4} e^2 \sin 2v$$

$$= v - 2e \sin v + 2e^2 \sin 2v - \tfrac{5}{4} e^2 \sin 2v$$

$$\therefore m = v - 2e \sin v + \tfrac{3}{4} e^2 \sin 2v \quad \ldots\ldots (13)$$

இதுவரை நாம் u, v, m என்பவற்றை இணைத்துப் பெற்ற தொடர்புகள் :

சரியான வாய்பாடுகள்	தோராய மதிப்புக்கள்
I $\tan \frac{v}{2} = \frac{\sqrt{1+e}}{1-e} \tan \frac{u}{2}$ (6)	(i) $v = u + e \sin u + \frac{e^2}{4} \sin 2u$ (8)
	(ii) $u = m + e \sin m + \frac{e^2}{2} \sin 2m$ (11)
	(iii) $v = m + 2e \sin m + \frac{5e^2}{4} \sin 2m$. (12)
II $m = u - e \sin u$ (10)	(iv) $m = v - 2e \sin v + \frac{3}{4} e^2 \sin 2v$ (13)

பயிற்சி 12 A

1. கதிரவன் மீப்பெரு, மீச்சிறு விட்டங்கள் முறையே 32′31″; 31′28″. மண்ணுலக நீள்வட்டப் பாதையின் குவிமையப் பிறழ்வு காண்க. (செ)

2. மண்ணுலகம் தனது நீள்வட்டப் பாதையில் அண்மை, சேய்மை நிலையிலும், முறையே v_1, v_2 என்ற நீள் வேகத்துடன் செல்கிறது. குவிமையப் பிறழ்வு e எனக்கொண்டால் $\frac{v_1}{v_2} = \frac{1+e}{1-e}$ என நிறுவுக.

3. மண்ணுலக நீள்வட்டப் பாதையில், மரபுப்படி இயல்புப் பிறழ்ச்சி v; குவிமையப் பிறழ்ச்சி u, சராசரிப் பிறழ்ச்சி m எனக் கொண்டு பின் வருவனவற்றை நிறுவுக.

(i) $v = u + \frac{e^2}{4} \sin 2u + e \sin u$

(ii) $\tan \frac{v}{2} = \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right) \cdot \tan \frac{u}{2}$ ($e = \sin \phi$)

(iii) $\cos v = \frac{\cos u - e}{1 - e \cos u}$

$\sin v = \frac{\sqrt{1 - e^2} \sin u}{1 - e \cos u}$

(iv) $u = m + \frac{e \sin m}{1 - e \cos m} - \frac{1}{2}\left(\frac{e \sin m}{1 + e \cos m}\right)^3$

(தோராயமாக)

4. ஒரு கோளின் காலவட்டம் T; பேரச்சுப்பாதி a; பேரச்சுப் பாதியில் ஒரு சிறு அளவு $\triangle a$, மிகுதியானால் காலவட்டம் $\frac{3\,T\triangle a}{2a}$ அளவு மிகும் என நிறுவுக.

($T^2 = K \cdot a^3$

இரு பக்கங்களும் மடக்கைமெடுத்து, வகைநுண்கெழு கண்டால்,

$2 \log T = \log K + 3 \log a$

$\therefore \frac{2}{T}\frac{dT}{da} = \frac{3}{a}$

$\therefore \triangle T = \frac{dT}{da} \triangle a$ என்ற வகையில்

$\triangle T = \frac{3}{a} \cdot \frac{T}{2} \triangle a$ எனப் பெறப்படும்.)

5. புளூட்டோவின் நீள்வட்டப்பாதையின் குவிமையப் பிறழ்ச்சி 0·25; அதன் காலவட்டம் 248 ஆண்டுகள். சேய்மை நிலையில், அது கதிரவனிலிருந்து உள்ள தூராம் ஏறக்குறைய 50 வானியல் அலகுகள் என நிறுவுக. (செ)

6. கதிரவன் பொருண்மை M எனக் கொண்டால், மண்ணுலகப் பொருண்மை $\frac{1}{33 \times 10^4}$ M; சனியின் பொருண்மை $\frac{1}{3500}$ M. கதிரவனிலிருந்து மண்ணுலக தூரம் : சனியின் தூரம் = 2 : 19. கெப்ளரின் மூன்றும் விதிவழியாகப் பெறப்படும் சனியின் காலவட்டம், அதன் சரியான காலவட்டத்தைவிட 1·5 நாள் வேறுபடுகிறதென நிறுவுக.

7. மண்ணுலக நீள்வட்டப் பாதையின் செவ்வகலம் l_1; அதே ஒரு கோளுடையது l_2. மண்ணுலகப் பரப்பு வேகம் : கோளின் பரப்பு வேகம் $= \sqrt{l_1} : \sqrt{l_2}$ என நிறுவுக. (செ)

B

12·5 : காலக்குறை—நிறைச் சமன்பாடு (Equation of Time)

மேட்முதற்புள்ளியை ஆதாரமாகக்கொண்டு மீன்வழி நேரம் கணக்கிடப்படுகிறது. குறிப்பாக மேட்முதற்புள்ளியின் மேற்கு நேரக்கோணமே அத்தருணத்தில் மீன்வழி நேரமாகும். இந்நேரம் வானவியலில் பெரிதும் பயன்பட்டபோதிலும் நமது அன்றுட வாழ்க்கையில் பயன்படுவதில்லை. மேலும் மனிதனின் அன்றுட வாழ்க்கை (கதிரவன் ஒளிகொடுக்கும் நேரமான) பகல், (ஒளியற்ற நேரமான) இரவுக்காலங்களின் அடிப்படையில்தான் அமைகிறது. ஆனால் மீன்வழி நேரம் கதிரவன் பகல் இரவுக் காலங்களோடு இணைந்து வராததால், அன்றுட வாழ்க்கைக்குப் பயன்படாது.

எடுத்துக்காட்டாக : ஆண்டு முழுவதும் தினசரி மீன்வழி நேரம் 10 மணிக்கு ஒரு கல்லூரி தொடங்கி மீன்வழி நேரம் 16 மணிக்கு முடியவேண்டுமென வைத்துக்கொள்வோம். மீன் வழி நேரம் 10 மணிக்குக் கதிரவன் வலஏற்றம், நேரக்கோணம், கதிரவன் பகல் இரவு நேரம், எப்படி ஓராண்டில் மாறிமாறி வருகின்றதென பின்வரும் பட்டியலில் கண்டு வாழ்க்கையை மீன்வழி நேரப்படி திட்டமிட முடியாதென அறிக.

மீன்வழி நேரம் 10 மணிக்குரிய கதிரவன் நேரம் :

நாள்	கதிரவன் வல ஏற்றம் (ஏறக்குறைய)	கதிரவனை யொட்டிய காலம்—நேரம்
மார்ச்சு 21	0°	இரவு 10 மணி
ஏப்ரல் 20	30°	இரவு 8 மணி
ஜூன் 22	90°	மாலை 4 மணி
செப்டம்பர் 22	180°	முற்பகல் 10 மணி
அக்டோபர் 22	210°	காலை 8 மணி
டிசம்பர் 22	270°	விடியற்காலை 4 மணி
ஜனவரி 21	300°	விடியற்காலை 2 மணி

12·6 : வான சராசரி கதிரவன் (Astronimical Mean Sun)

இப்போது கதிரவன் வழிநேரம் பற்றிப் பார்ப்போம். உண்மையான கதிரவன் தோற்றவழி நேரம், (True or Apparent Solar Time), தோற்றக்கதிரவன் (True or Apparent Sun) வானிலிருக்கும் இடத்தின் அடிப்படையில் கணக்கிட்டு நிர்ணயிக்கப்பட வேண்டும். ஆனால் கதிரவன் தன்பாதையில் சீரான கோண வேகத்தில் இயங்காத காரணத்தாலும் கதிரவன் பாதை, நடுவரைக்கு $23\frac{1}{2}°$ சாய்ந்திருப்பதாலும், கதிரவனின் வல ஏற்றம் சீரான வேகத்தில் மாறுவதில்லை. எனவே, ஒரு சீராக இயங்கும் கடிகாரம் தோற்றக்கதிரவன் வழிநேரத்தைக் காட்டமுடியாது. இந்தச் சிக்கலை நீக்கி ஒரு சீரானமுறையில் காலம் காட்டும் கடிகாரம்கொண்டு, வாழ்க்கைத் தொழில்களை முறையாகக் காலவரைப்படி அமைப்பதற்கு உதவும் வகையில் வானஇயல் நிபுணர்கள், வானசராசரி கதிரவன் (Astronomical Mean Sun) என்ற ஒரு கற்பனைக் கதிரவனை அமைத்து, அக்கற்பனைக் கதிரவனின் சீரான வல ஏற்ற மாற்றத்தின் அடிப்படையில் கதிரவன் வழிச்சராசரி நேரம்(Astronomical Mean Solar Time அல்லது சுருக்கமாக Mean Solar Time) வகுத்திருக்கின்றனர்.

தோற்றக் கதிரவனின் இயக்கக் காலவட்டமாகிய ஓராண்டில் இக்கற்பனைக் கதிரவன் வானநடுவரையின்மேல் சீரான கோண வேகத்தில் (அதாவது வல ஏற்ற மாற்றம் சீராக உள்ள வகையில்) ஒரு முழுச்சுற்று சுற்றுகிறது. தோற்றக்கதிரவன் சீரான வேகத்தில் வலஏற்றமாற்றம் பெற்றில்லாத காரணத்தால் இவ்விரு கதிரவன்களுக்கிடையே வலஏற்ற வேறுபாடு இருக்கத்தான் செய்யும்.

12·6·1 : இயக்க விடைக் கதிரவன் (Dynamical Mean Sun)

வான நடுவரையில் இயங்கும் கற்பனைக்கதிரவனான வான சராசரிக் கதிரவன் அல்லாமல் இயக்கவிடைக்கதிரவன் என்ற மற்றொரு கற்பனைக்கதிரவன் சீரான் கோண வேகத்தோடு உண்மைக் கதிரவன் பாதையிலேயே இயங்குவதாக எடுத்துக்கொள்கிறோம். உண்மைக்கதிரவன் அண்மை நிலையிலும் சேய்மை நிலையிலும் உள்ள போது இயக்கவிடைக் கதிரவனும் அண்மை நிலையிலும் சேய்மை நிலையிலும் உள்ளது. மேலும் உண்மைக் கதிரவன் காலவட்டத்திலேயே இக்கற்பனைக் கதிரவனும் சரியாக ஒருமுறை சுற்றுகிறது. மேலும், வான் சராசரிக்கதிரவனும் இயக்கவிடைக் கதிரவனும், ஒருங்கே γ இல் புறப்படுகின்றனவெனக் கொள்ளப்படுகிறது. இவ்விரு கற்பனைக் கதிரவர்களும் (1) γ இலிருந்து ஒருங்கேயிருந்து (2) ஒரே காலவட்டத்தில் (ஓராண்டுக் காலம்) $360°$ பயணம் செய்கின்றன. ஆனால் சராசரிக்கதிரவன் பாதை சீரான

கோண வேகத்தில் வான நடுவரையில் அமைந்துள்ளது. இயக்கவிடைக் கதிரவன் பாதை சீரான கோணவேகத்தில் உண்மையான கதிரவன் (தோற்றக் கதிரவன்) பாதையிலேயே அமைந்துள்ளது. எனவே வானநடுவரையில் இயங்கும் சராசரிக் கதிரவனின் வலஏற்றமாற்றம் ஒரு சீரானது; கதிரவன் பாதையிலேயே இயங்கும் இயக்கவிடைக் கதிரவனின் வான நெட்டாங்கு மாற்றம் ஒரே சீரானது. எனவே இவ்விரண்டும் ♈ விலிருந்து ஒருங்கே புறப்படுகின்றனவெனக் கொள்ளப்படுவதால் **எந்த சமயத்திலும் இயக்கவிடைக் கதிரவனின் நெட்டாங்கும் சராசரிக் கதிரவனின்** வலஏற்றமும் சமமாயிருக்கும். **(இது ஒரு முக்கியமான முடிவு. இதைத் தெளிவுபடப் புரிந்துகொள்ளுதல் இன்றியமையாதது.)**

12·7: காலக் குறை—நிறைச் சமன்பாடு (வரையறை)

ஒரு குறிப்பிட்ட தருணத்தில் தோற்றக் கதிரவன் வழி நேரத்திற்கும் வான சராசரிக் கதிரவன் வழி நேரத்திற்கும் உள்ள வேறுபாடு, அத்தருணத்திற்குரிய காலக்குறை—நிறைச் சமன்பாடாகும்.

ஒரு குறிப்பிட்ட சமயத்தில் காலச் சமன்பாட்டை E எனக் குறிப்போம்.

அந்த சமயத்தில்,

1. தோற்றக் கதிரவனின் வலஏற்றம் α எனவும்,
2. தோற்றக் கதிரவனின் நெட்டாங்கு $\odot$ எனவும்,
3. இயக்க விடைக் கதிரவனின் நெட்டாங்கு l எனவும்,
4. சராசரிக் கதிரவனின் வலஏற்றம் α' எனவும்,
5. மின்வழி நேரம் t எனவும் குறிப்போம்.

முன்...12·6·1.....இல் கண்டபடி. $l=\alpha'$

∴ வரையறைப்படி, காலச்சமன்பாடு

E = தோற்றக் கதிரவன் வழிநேரம் − சராசரிக் கதிரவன் வழி நேரம்

= தோற்றக் கதிரவனின் நேரக்கோணம் — சராசரிக் கதிரவனின் நேரக்கோணம்

= (மின்வழி நேரம் − தோற்றக் கதிரவனின் வலஏற்றம்) —(மின் வழிநேரம் − சராசரிக் கதிரவனின் வலஏற்றம்)

$$= (t-\alpha) - (t-\alpha')$$

$$= \alpha' - \alpha$$

$$= l - \alpha$$

$$= (l-\odot) - (\odot - \alpha) \qquad ...(14)$$

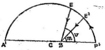
= $E_1 + E_2$ என இரு கூறுகள்.

கதிரவன் இயற்கைப் பாதை ஒரு நீள் வட்டமாதலால், கதிரவனின் நெட்டாங்கு ஒரே சீராக மாறுவதில்லை. எனவே இயக்க விடைக் கதிரவன் நெட்டாங்கு (l)க்கும் கதிரவனின் இயற்கை நெட்டாங்கிற்கும் ($\odot$) வேறுபாடு இருக்கும். இவ் வேறுபாடு $l - \odot = E_1$ என்பது கதிரவன் அடிப்படையில் ஏற்படும் காலச்சமன்பாடு எனப்படும்.

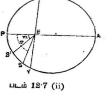
கதிரவன் பாதை வானநடுவரையுடன் ω கோணச் சாய்வி லிருப்பதால் கதிரவனின் நெட்டாங்கிற்கும் ($\odot$) வலஏற்றத்திற்கும் (α) வேறுபாடு இருக்கும். இவ்வேறுபாடு $\odot - \alpha = E_2$ என்பது கதிரவன் பாதைச் சாய்வின் காரணமாக ஏற்படும் காலச் சமன்பாடாகும்.

முன்பு நாம் **12·4, 12·4·1** முழுவதும் விளக்கிய பகுதிகளில் E என்ற மண்ணுலகம் கதிரவனைக் குவிமையங் கொண்டு ஒரு நீள் வட்டத்தில் சுற்றி வருங்கால், E' என்ற ஒரு கற்பனைப் பொருள், *சீரான* கோண வேகத்தில் அதே நீள்வட்டத்தில் கதிரவனைச் சுற்றி வருமானல் இயல்புப் பிறழ்ச்சி (v), மையப் பிறழ்ச்சி (u), சராசரி பிறழ்ச்சி (m) என்ற மூன்றிடையேயும் உள்ள தொடர்புகளைக் கணித்தோம்.

மண்ணுலகம் கதிரவனைச் சுற்றிவரும் இயற்கைச் சம்பவம், கதிரவன் மண்ணுலகைச்சுற்றிவருவது போலத் தோற்றமளிக்கிறதென நாம் அறிவோம்.



படம் **12·7** (i)



படம் **12·7** (ii)

படம் 12·7 (i) கதிரவன் மண்ணுலகைச் சுற்றிவரும் பாதை; அதன் விளைவாக படம் 12·7 (ii) மண்ணுலகத்தைக் கதிரவன் சுற்றிவரும் தோற்றப்பாதை.

இந்தத் தோற்றப்பாதையில் கதிரவனோடு P இலிருந்து புறப் பட்டு, E'இன் *சீரான* கோணவேகத்தோடு செல்லும் S' என்ற

ஒரு கற்பனைப் பொருளைப் பொருத்திக் காண்க. இந்தக் கற்பனைப் பொருள் S' என்பது இயக்க விடைக் கதிரவன் என்பது தெளிவு.

இப்போது, படம் 12·7.. (i)க்குரிய u, m என்ற பிறழ்ச்சிகளைப் படம். 18·7...(ii)இல் பொருத்திக் காண்க.

$$\left.\begin{aligned} m &= E'\hat{S}P = P\hat{E}S' \\ v &= \hat{E}\hat{S}P' = P\hat{E}S \end{aligned}\right\} \because$$

	படம் 12·7 (i)		படம் 12·7 (ii)
	SP'	∥	PE
	$E'S$	∥	ES'
	ES	∥	ES

படம் 12·7 (ii)இல் γ, ஐ இடங்குறிக்க. இப்போது முன் கூறிய முடிவுகளை யொட்டி $E=E_1+E_2$ என்ற காலச் சமன்பாட்டின் இரு பகுதிகளைத் தனித்தனியே கணிப்போம்.

12·7·1 : E_1 இன் மதிப்பு காணல் : $E_1=(l-\odot)$—12·7 (14) காண்க

ஒரு குறிப்பிட்ட சமயத்தில், கதிரவன் இயக்க விடைக் கதிரவன் இரண்டும் முறையே படம்...12·7 (ii)இல், S, S' என்ற புள்ளிகளில் இருக்கட்டும், (இந்நிலைகள் படம் (i)இல் E, E'க்கு இணைந்த நிலைகளென கவனத்தில் வைக்கவும்.

$\gamma \hat{E}P\uparrow = k$ (அண்மைநிலை நெட்டாங்கு)

$\gamma ES'\uparrow = l$ (இயக்க விடைக் கதிரவன் நெட்டாங்கு)

$\gamma ES\uparrow = \odot$ (உண்மை/தோற்றக் கதிரவன் நெட்டாங்கு)

சற்று முன்பு 12·7இல், $P\hat{E}S = v$ இயல்புப் பிறழ்ச்சியெனவும் $P\hat{E}S' = m$ என்ற சராசரிப் பிறழ்ச்சி எனவும் கண்டோம்.

எனவே படம் 12·7 (ii) இல் $\odot = \gamma\hat{E}S = \gamma\hat{E}P + P\hat{E}S$

$$= K+v \qquad ...(15)$$

மேலும் $l=\gamma\hat{E}S' = \gamma\,\hat{E}P + P\hat{E}S'$

$$= K+m \qquad ...(16)$$

$\therefore l-\odot = m-v$

மேலும் .... 12·4·1 (C) (12) இன்படி

$v = m+2\,e \sin m + \frac{5}{4}\,e^2 \sin 2\,m + \ldots\ldots\ldots$

அதாவது $v = m + 2e \sin m$ (தோராயமாக)

$\therefore m-v = -2e \sin m$

$= -2e \sin (l-K)$ [(16)ன்படி]

எனவே $l-\odot = -2e \sin (l-K)$ ...(17)

$\therefore E_1 = -2e \sin (l-K)$ ...(17')

12.7·2 : E_2ன் மதிப்புக் காணல்

$E_2 = (\odot - \alpha)$ [12·7 (14) காண்க]

நமக்கு 3·8·8·1 (v) (10) இன்படி $\cos \omega = \tan \alpha \cot \odot$ எனத் தெரியும்.

$$\therefore \tan \alpha = \tan \odot \cos \omega$$

$$= \frac{1 - \tan^2 \frac{\omega}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\omega}{2}} \tan \odot$$

$$= \frac{1-t}{1+t} \tan \odot \quad \left[t = \tan^2 \frac{\omega}{2} \right]$$

∴ 10·7 இல் கண்ட வரய்பாடு (2) இன்படி

$$\alpha = \odot - t \sin 2\odot + \frac{t^2}{2} \sin 4\odot \text{ (தோராயமாக)}$$

எனவே $\alpha = \odot - \tan^2 \frac{\omega}{2} \sin 2\odot$ (தோராயமாக)

$$\odot - \alpha = \tan^2 \frac{\omega}{2} \sin 2\odot$$

$$= \tan^2 \frac{\omega}{2} \sin 2[l + 2e \sin (l - K)]$$

[(17) இன் படியாக]

$$= \tan^2 \frac{\omega}{2} \sin 2l \text{ (தோராயமாக)}$$

எனவே $E_2 = \tan^2 \frac{\omega}{2} \sin 2l$ ...(18)

$e = \frac{1}{60}$ எனவும், $\omega = 23°27'$ என எடுத்துக்கொண்டால்

$(l - \odot) = E_1 = -2e \sin (l - K)$ ஆரையன்கள் (17') இன்படி.

$= -\frac{12}{30\pi} \sin (l - K)$ மணிகள்

$= -·0334678 \times 13751 \sin (l - K)$ விநாடிகள்

$= -$ 7நி. 67 $\sin (l - K)$ ...(19)

$(\odot - \alpha) = E_2 = \tan^2 \frac{\omega}{2} \sin 2l$ ஆரையன்கள்

$= \frac{12}{\pi} \tan^2 \frac{\omega}{2} \sin 2l$ மணிகள்

$$= 18751 \times \cdot 04037 \times \sin 2l \text{ விநாடிகள்}$$

$$9\text{நி}. 87 \sin 2l \quad ...(20)$$

எனவே மொத்தமாக காலக்குறை – நிறைச் சமன்பாடு

$$E = E_1 + E_9$$

$$= - 7\text{நி}. 67 \sin (l - K) + 9\text{நி}. 87 \sin 2l \quad ...(21)$$

$$= - 460{\cdot}2 \text{ வி} \sin (l - K) + 592{\cdot}3\text{வி} \sin 2l \quad ...(22)$$

12·7·3·1: காலக் குறை-நிறைச் சமன்பாடு ஓராண்டில் நான்கு முறை பூச்சியமாகிறது :

காலக் குறை-நிறைச் சமன்பாடு

$E = - \overset{\text{நி}}{7{\cdot}67} \sin (l - k) + \overset{\text{நி}}{9{\cdot}87} \sin 2l$ என நாமறிவோம். இங்கு K என்பது கதிரவன் அண்மைநிலை நெட்டாங்கினைக் குறிக்கிறது; Kன் மதிப்பு 283°; எனவே E இன் மதிப்பு, lஇன் சார்புடைய ஒரு மதிப்பாகும். l என்ற வானிடைக் கதிரவனின் நெட்டாங்கு ஓராண்டில் 0° முதல் 360°வரை மாறுகிறது. எனவே E என்பது l என்ற ஒரு மாறியின் சார்பு அல்லது சார்பலன் (function of ι).

$$E(l) = - \overset{\text{நி}}{7{\cdot}67} \sin (l - 288^\circ) + \overset{\text{நி}}{9{\cdot}87} \sin 2l.$$

$f(x) = 0$ என்ற சமன்பாட்டில் $x = \sigma, b$ என்ற மதிப்புக்களை ஏற்கும்போது (x) குறை, கூட்டு மதிப்புக்களை ஏற்குமானால் $x = a, b$ என்ற மதிப்புகளுக்கு இடையில் ஏதாவது ஒரு மதிப்பிற்கு $f(x)$ ன் மதிப்பு குறைந்தது ஒரு முறையேனும் பூச்சியமாகும் என நாமறிவோம். அம்முறைப்படியே $E(0)$, $E(45)$, $E(90)$, $E(180)$, $E(360^\circ)$ன் மதிப்புகளைக் கண்டு $E(l)$ன் மதிப்பு, ஆண்டில் நான்கு முறை பூச்சியமாகிறதென நிறுவுவோம்.

$$E(0) = - \overset{\text{நி}}{7{\cdot}67} \sin (- 283^\circ) + \overset{\text{நி}}{9{\cdot}87} \sin 0$$

$$= \overset{\text{நி}}{7{\cdot}67} \sin 283^\circ$$

$$= \text{குறைமதிப்பு}$$

$$E(45) = - \overset{\text{நி}}{7{\cdot}67} \sin (45^\circ - 283^\circ) + \overset{\text{நி}}{9{\cdot}87} \sin 90^\circ$$

$$= - \overset{\text{நி}}{7{\cdot}67} \sin (- 288^\circ) + \overset{\text{நி}}{9{\cdot}87}$$

$$= \overset{\text{நி}}{7{\cdot}67} \sin 288^\circ + \overset{\text{நி}}{9{\cdot}87}$$

$$= \text{கூட்டு மதிப்பு.}$$

$$E(90) = -\overset{\text{நி}}{7\cdot67} \sin(90^\circ - 283^\circ) + \overset{\text{நி}}{9\cdot87} \sin 180^\circ$$

$$= -\overset{\text{நி}}{7\cdot67} \sin(-193^\circ)$$

$$= +\overset{\text{நி}}{7\cdot67} \sin 193^\circ$$

= குறை மதிப்பு.

$$E(180) = -\overset{\text{நி}}{7.67} \sin(180^\circ - 283^\circ) + \overset{\text{நி}}{9\cdot87} \sin 360^\circ$$

$$= -\overset{\text{நி}}{7\cdot67} \sin(-103^\circ)$$

$$= \overset{\text{நி}}{7\cdot67} \sin 103$$

= கூட்டு மதிப்பு.

$$E(360) = -\overset{\text{நி}}{7\cdot67} \sin(360^\circ - 283^\circ) + \overset{\text{நி}}{9\cdot87} \sin 720^\circ$$

$$= -\overset{\text{நி}}{7\cdot67} \sin 77^\circ$$

= குறை மதிப்பு.

எனவே l ஒரு முறை, $0^\circ \rightarrow 45^\circ$ க்கு இடையில் ஏதாவதொரு மதிப்பேற்கும்போதும், மறுபடி ஒருமுறை $45^\circ \rightarrow 90^\circ$ க்கு இடையில் ஏதாவதொரு மதிப்பேற்கும்போதும், மறுபடி ஒரு முறை $90^\circ \rightarrow 180^\circ$ க்கு இடையில் ஏதாவதொரு மதிப்பேற்கும் போதும், மற்றுமோர் முறை, நான்காவதாக $180^\circ \rightarrow 360^\circ$ க்கு இடையில் ஏதாவது ஒரு மதிப்பேற்கும் போதும், Eன் மதிப்பு(l இன் சார்பாக) நான்கு முறை பூச்சிய மதிப்பேற்கும் என நிறுவப்படுகிறது.

12·7·3·2 : இரண்டாம் முறை

$$E = E_1 + E_2$$

$$E_1 = -\overset{\text{நி}}{7\cdot67} \sin(l - k)$$

$E_2 = \overset{\text{நி}}{9\cdot87} \sin 2l$ என நாமறிவோம். எனவே E_1, E_2-இன் தனி அல்லது மட்டு (absolute) மதிப்புக்கள் முறையே $\overset{\text{நி}}{7\cdot67}$, $\overset{\text{நி}}{9\cdot87}$ அதாவது E_2ன் மட்டுமதிப்பு E_1-ன் மட்டு மதிப்பை விடப் பெரிது.

எனவே E_2 தனது மீப்பெரு மதிப்பான $+9.87$ நி. என்ற மதிப்பு பெறும்போதும், E_2 தனது மீச்சிறு மதிப்பான $-9\cdot87$ நி. என்ற மதிப்புபெறும் போதும் (E_1 இன் மதிப்பு என்னவானாலும்)

$(E_1 + E_2)$ன் கூட்டுத் தொகை முறையே + மதிப்பையும், − மதிப்பையும் பெறும்.

E_2ன் மதிப்புக்கள்

$l = 45°$: $E = +9\cdot87$ நி ; ஏறக்குறைய மே 5ஆம் தேதி, (D_1)

$l = 135°$: $E = -9\cdot87$ நி ; ஏறக்குறைய ஆகஸ்டு 6ம் தேதி (D_1)

$l = 225°$: $E = +9\cdot87$ நி ; ஏறக்குறைய நவம்பர் 7ம் தேதி (D_3)

$l = 315°$: $E = -9\cdot87$ நி ; ஏறக்குறைய பிப்ரவரி 5ம் தேதி (D_4)

எனவே D_1, D_2, D_3, D_4 எனக் குறிப்பிட்ட நாளளவில் $E = (E_1 + E_2)$ இன் மதிப்புக்கள் முறையே + ; − ; + ; − ; ஆகவிருக்கும். D_1 என்ற தேதியிலிருந்து ஓராண்டு காலம் எடுத்துக் கொண்டால், மேமாதம் 5முதல் ஆகஸ்டு 6வரை ஏதாவது ஒரு சமயம் Eன் மதிப்பு பூச்சியமாகும். இவ்வாருக, இரண்டாவது, ஆகஸ்டு 6 முதல் நவம்பர் 7வரை ஒரு முறையும், மூன்ருவது, நவம்பர் 7முதல் பிப்ரவரி 5வரை ஒரு முறையும், நான்காவது பிப்ரவரி 5முதல் மே மாதம் 5வரை ஒரு முறையும் பூச்சியமாகும். எனவே ஓராண்டு காலவட்டத்தில் Eன் மதிப்பு நான்கு முறை பூச்சியமாகும். இம்முடிவு எந்த ஓராண்டு இடைவெளிக்கும் பொருந்துமெனக் கண்டுகொள்க.

12·7·3·3 : மூன்ரும் முறை

காலச் சமன்பாட்டின் வரைப்படம். (Graph of the equation of Time).

தகுந்த அளவுச் சட்டத்தில் X-அச்சில் ஓராண்டில் உள்ள நாட்களையும் Y-அச்சில் E_1, E_2, Eஇன் மதிப்புக்களைத் தனித்தனியே இடங்குறித்து வரைப்படம் வரையலாம். Eன் மதிப்பு lஇன் மதிப்பைச் சார்ந்துள்ளபடியால், l-க்கு 0° யிலிருந்து 360° வரை மதிப்புக்கள் கொடுக்கவும். lஇன் மதிப்பைச் சார்ந்து E_1, E_2, Eஇன் தனித்தனி மதிப்புக்கள் கிடைக்கும்.

$$E_1 = -\overset{\text{நி}}{7\cdot67}\sin(l - k)$$

$$E_2 = \overset{\text{நி}}{9\cdot87}\sin 2l$$

$$K = 283°$$

l-க்கு வசதிக்கேற்ப மதிப்புக்கள் கொடுக்க அம்மதிப்புக்களுக்கு ஒத்த E_1, E_2 இன் மதிப்புக்கள் பெறலாம்.

12·7·8·3 என்ற எண்ணுடைய பட்டியலில் ஜனவரிமுதல் தேதி, மூன்றும் தேதி, பின்னர் தொடர்ந்து ஒவ்வொரு மாதம் தேதி 3, மார்ச்சு 21, ஜூன் 22, செப்டெம்பர் 23, டிசெம்பர் 22, தேதி களுக்குரிய,

(i) இயக்கவிடைக் கதிரவன் நெட்டாங்கு;

(ii) உரிய E_1 இன் மதிப்புக்கள்;

(iii) உரிய E_2 இன் மதிப்புக்கள்;

(iv) $E = (E_1 + E_2)$ இன் மதிப்புக்கள்;

கணித்துக் கொடுக்கப்பட்டிருக்கின்றன.

பின்னர் படம் 12·7·8·3 (i) இல் E_1 இன் வரைபடம் (மெல்லிய வரைகோடு); E_2 இன் வரைபடம் (தடித்த வரைகோடு) இரண்டும் வரைந்து காட்டப்பட்டிருக்கின்றன.

பின்னர் படம் 12·7·8·3 (ii) இல் $(E_1 + E_2)$ என்ற மதிப்புடைய E இன் வரைபடம் (புள்ளி வரைகோடு) கொடுக்கப்பட்டிருக்கிறது.

12·7·8·3 (ii) உள்ள வரைபடத்தில் E இன் மதிப்புக்கள் பூச்சியமாகும். இடங்கள் (E இன் வரைபடம் $\bar{X}$ அச்சை வெட்டு மிடங்கள்) A, B, C, D எனக்காட்டப்பட்டிருக்கின்றன.

அவ்விடங்களுக்குரிய தேதிகளில் E இன் மதிப்பு பூச்சிய மாகிறது. எனவே ஓராண்டு காலத்தில் நான்கு முறை, E எனப் படும் காலக் குறை—நிறைச் சமன்பாடு பூச்சியமாகிறது என அறி யப்படுகிறது. E இன் மதிப்பு பூச்சியமாகும் தேதிகள், ஏறத்தாழ (1) ஏப்ரல் 16 (2) ஜூன் 14 (3) செப்டெம்பர் 2 (4) டிசெம்பர் 25 எனப் படத்தில் ஒருவாறு இடங் குறிக்கப்பட்டிருப்பதைக் காண்க.

E இன் மதிப்பு ஓராண்டு காலத்தில்—14·25 நி. முதல் 16·25 நிமிடம் வரை ஏற்றத்தாழ்வுகள் பெறுகிறது.

பட்டியல் 12·7·3·3

$$E = E_1 + E_2$$
$$= -7{\cdot}67 \sin(l - k) \text{ நி} + 9{\cdot}87 \sin 2l \text{ நி}.$$

E_1க்குத் தனிவரைபடம்; E_2க்குத் தனி வரைபடம்;

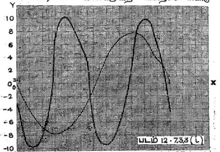
$E = E_1 + E_2$ என்பதற்குத் தனி வரைபடம் இணைக்கப்பட்டிருக்கின்றன.

தோராயமான தேதி	1—1 ஜன	3—1 ஜன	3—2 பிப்	3—3 மா	21—3 மா	3—4 ஏ	3—5 மே	3—6 ஜூன்	22—6 ஜூன்	3—7 ஜூலை	3—8 ஆ	3—9 செப்	23—9 செப்	3—10 அக்	3—11 நவம்	3—12 டிசெ	22—12 டிசெ
l—தோராயமான நெட்டாங்கு—இயக்க விடைக் கதிரவன்	280°	283°	313°	343°	0°/360°	13°	43°	73°	90°	103°	133°	163°	180°	193°	223°	253°	270°
$E_1 = -7{\cdot}7 \sin(k-l)$ நிமிடங்கள்	0·4	0	—3·8	—6·6	—7·5	—7·7	—6·6	—3·8	—1·7	0	3·8	6·6	7·5	7·7	6·6	3·8	1·73
$E_2 = 9{\cdot}87 \sin 2l$ நிமிடங்கள்	—3·4	—4·3	—9·9	—5·5	0	4·3	9·8	5·5	0	—4·3	—9·8	—5·5	0	4·3	9·9	5·5	0
$E = E_1 + E_2$ நிமிடங்கள்	—3	—4·3	—13·7	—12·1	—7·5	—3·4	3·2	1·7	—1·7	—4·3	—6	1·1	7·5	12	16·5	9·3	1·73

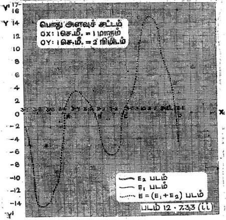
முதல் வரிசை—இயக்க விடைக்கதிரவன் நெட்டாங்குக்குரிய தோராய நாள்—தேதிகளும் மாதங்களும் 1—1, 3—1, 3—2, ... என 22—12 வரை கொடுக்கப்பட்டிருக்கின்றன. மாத முதல் எழுத்துக்களும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கின்றன.

இரண்டாம் வரிசை—இயக்க விடைக் கதிரவன் நெட்டாங்கு (தோராயமாக).

வரைபடம் – காலக்குறை – நிறைச்சமன்பாடு



படம் 12 · 7.3.3 (i)



படம் 12 · 7.3.3 (ii)

அந்நான்கு நாட்களிலும் காலக் குறை-நிறைச் சமன்பாடு பூச்சியமாகும். மேலும் $E-14{\cdot}25$ நி என்ற மீச் சிறு மதிப்பையும் $16{\cdot}25$ நி என்ற மீப்பெரு மதிப்பையும் பெறும் காலத்தைத் தோராயமாகக் கணக்கிடலாம்.

குறிப்பு : காலக் குறை-நிறைச் சமன்பாடு இரு காரணங்களால் ஏற்படுகிறது.

$$E = E_1 + E_2$$

$$= (l-\odot) + (\odot-\alpha)$$ என்று பெறப்பட்டது.

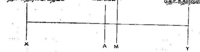
$E_1 = (l-\odot)$

கதிரவன் பாதை ஒரு சரியான வட்டமாயிருந்தால் $e=0$ ஆகும். அப்போது, $l=\odot$ எனப் பெறப்படும். எனவே $E_1=0$ ஆகும்.

கதிரவன் பாதை வான நடுவரையோடு ஒன்றுமாயின் $\omega=0$ ஆகும். அப்போது $\odot=\alpha$ எனப் பெறப்படும். எனவே $E_2=0$ ஆகும். எனவே Eஇல் காணப்படும் இரு பகுதிகளில் E_1 என்பது, கதிரவன் பாதையில் சீரான கோணவேகம் பெருமலிருப்பதின் விளைவு; E_2என்பது, கதிரவன் பாதை நடுவரைக்கு ω அளவு சாய்வு பெற்றிருப்பதின் விளைவு.

12·7·4 : காலைநேர அளவு—மாலை நேரஅளவு = $2E$

காலைநேர அளவு என்பது தோற்றக் கதிரவன் உதயத்திற்கும் ச.க. நண்பகலுக்கும் உள்ள கால இடைவெளி என்றும் மாலை நேர அளவு என்பது ச.க. நண்பகலுக்கும் தோற்றக் கதிரவன் மறைவுக்கும் உள்ள கால இடைவெளி என்றும் வரையறுக்கப் படுகின்றன. தோற்ற நண்பகல் என்பது தோற்றக் கதிரவன் உதயத்திற்கும் தோற்றக் கதிரவன் மறைவுக்கும் உள்ள மைய நேர மாகும். எனவே தோற்றக் கதிரவன் உதயத்திலிருந்து தோற்ற நண்பகலுக்குள்ள நேரம், தோற்ற நண்பகலிலிருந்து தோற்றக் கதிரவன் மறைவுக்குள்ள நேரத்திற்குச் சமம்.



X, A, M, Y என்ற புள்ளிகள் முறையே தோற்றக் கதிரவன் உதயம், தோற்ற நண்பகல், ச.க. நண்பகல், தோற்றக் கதிரவன் மறைவுகளைக் குறிக்கட்டும். இப்போது $XA = AY$

XM – காலை நேர அளவு.

MY – மாலை நேர அளவு

$$
\begin{aligned}
\text{காலை நேர அளவு—மாலை நேர அளவு} &= XM - MY \\
&= (XA + AM) - (AY - AM) \\
&= AM + AM \\
&= 2AM \\
&= 2E
\end{aligned}
$$

மேலே நிறுவப்பட்டுள்ள வாய்பாட்டில் ஒரு நாட்பொழுதில் ஏற்படும் கதிரவனின் நடுவரை விலக்கம் சிறிதெனக் கொண்டு அச் சிறு மாறுதல் ஏற்றுக்கொள்ளாமல் விடப்பட்டது. அச்சிறு நடுவரை விலக்க மாறுதலையும் ஏற்றுக்கொண்டால் தோற்றக் கதிரவன் உதயத்திற்கும், தோற்ற நண்பகலுக்கும் உள்ள 0 நேரம், தோற்ற நண்பகலுக்கும் தோற்றக் கதிரவன் மறைவுக்கும் உள்ள நேரத்திலிருந்து சிறிது மாறுபடும். கதிரவன் உதிக்கும்போது h நேரக்கோணம் எனவும் δ அப்போதைய நடுவரை விலக்கம் எனவும் கொள்வோம். கதிரவன் மறையும்போது நடுவரை விலக்கம் $\delta + 4\delta$ ($\triangle\delta$ மிகச் சிறியது) எனக் கொள்வோம். உதய நேரத்தில் $\cos h = -\tan\phi \tan\delta$ என நாமறிவோம். வகை நுண்கெழு பிரித்தெழுதினல்,

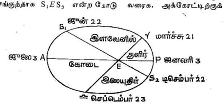
$$-\sin h \triangle h = -\tan\phi \sec^2\delta \triangle\delta.$$

$$
\begin{aligned}
\therefore \triangle h &= \frac{\tan\phi \sec^2\delta \triangle\delta}{\sin h} \\
&= \frac{\tan\phi \sec^2\delta \triangle\delta}{\sqrt{1 - \tan^2\phi \tan^2\delta}} \\
&= \frac{\sin\phi \sec\delta \triangle\delta}{\sqrt{\cos^2\phi \sin^2\delta}}
\end{aligned}
$$

மாரித் திருப்ப நிலையிலிருந்து கோடைத்திருப்ப நிலைவரை $\triangle\delta$ சிறிதுசிறிதாக வளர்ந்து செல்வதால் அந்தக் கால இடைவெளியில் தோற்ற நண்பகலிலிருந்து தோற்றக் கதிரவன் மறைவுவரையுள்ள நேரம், தோற்றக் கதிரவன் உதயத்திலிருந்து தோற்ற நண்பகல் வரையுள்ள நேரத்தைவிட அதிகமாகும். இவ்வதிகப்படியான நேரம் $\triangle h/15$ மணிகள். மீதியுள்ள அரையாண்டு காலத்தில் தோற்ற நண்பகலிலிருந்து தோற்றக் கதிரவன் மறைவு வரையுள்ள நேரம் தோற்றக் கதிரவன் உதயத்திலிருந்து தோற்ற நண்பகல் வரையுள்ள நேரத்தைவிடக் குறைவாகும்.

12·8 : பருவங்கள் (Seasons)

வானியலறிஞர்கள் ஆண்டினை நான்கு பருவங்களாகப் பிரித்து இருக்கின்றனர். அவையாவன : இளவேனிற் காலம் (பருவம்); கோடைக் காலம்; இலையுதிர் காலம்; குளிர்காலம். படம் 12·8இல் காட்டியுள்ள நீள்வட்டம், மண்ணுலகைச் சுற்றி வரும் கதிரவனின் தோற்றப்பாதையைக் குறிக்கட்டும். மண்ணுலகு E, நீள் வட்டத்தின் ஒரு குவியத்தில் அமைந்துள்ளது. மார்ச்சு 21, செப்டம்பர் 23 ஆகிய தேதிகளில் கதிரவன் முறையே $E\gamma$, E♎ என்ற திசைகளில் அமைந்திருக்கும். γE♎ என்ற கோட்டிற்கு சம இரவுப் புள்ளிக்கோடு எனப் பெயர். E வழியாக γE♎க்குச் செங்குத்தாக S_1ES_2 என்ற கோடு வரைக. அக்கோட்டிற்குக்



படம் 12·8

கதிரவன் திருப்பநிலைக் கோடு எனப்பெயர். கதிரவன் S_1க்கு ஜூன் 22ந் தேதியும் S_2க்கு டிசெம்பர் 22ந்தேதியும் வந்தடைகிறது. மண்ணுலக வடகோளப் பாதியில் உள்ளவர்களுக்கு இளவேனிற் காலமானது, கதிரவன் γஇலிருந்து S_1 வரும்வரையும், வேனிற் காலமானது கதிரவன் S_1இலிருந்து ♎ வரும் வரையும், இலையுதிர் காலமானது கதிரவன் ♎ இலிருந்து S_2 வரும் வரையும், மாரிக் காலமானது கதிரவன் S_2இலிருந்து γ வரும்வரையும் நீடிக்கும். எனவே ஒவ்வொரு பருவமும் எவ்வளவு காலம் நீடிக்கிறதெனக் கணிக்கலாம். கெப்ளரின் இரண்டாவது விதிப்படி பரப்பு வேகம் சீரானதாதலின், நான்கு பருவங்களும் அந்நான்கு பரப்புப் பகுதிகளுக்கு விகித சமத்திலிருக்கும்.

எனவே,

$$\frac{\text{இளவேனில்}}{\text{பரப்பு } \gamma ES_1} = \frac{\text{கோடை}}{\text{பரப்பு } S_1E\text{♎}} = \frac{\text{இலையுதிர்}}{\text{பரப்பு ♎}ES_2} = \frac{\text{குளிர்}}{\text{பரப்பு } S_2E\gamma}.$$

$$= \frac{y}{\text{நீள் வட்டத்தின் பரப்பு}}.$$

இங்கு y என்பது நான்கு பருவங்களின் கூட்டு காலத்தைக் குறிக்கும் ஓராண்டு காலம். மேற்கண்ட சமன்பாட்டிலிருந்து கோடைக் காலம் நீண்ட காலமென்றும் குளிர் காலம் குறைந்த காலமென்றும் பெறப்படுகிறது. மேலும் இலையுதிர் காலத்தைவிட இளவேனிற் காலம் நீண்டது என்றும் பெறப்படுகிறது.

12·8·1. பருவங்களின் கால அளவுகளைக் கணிக்கும் வாய்பாடு

தோற்றக் கதிரவனின் நெட்டாங்குகள் $0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, 2\pi$ ஆக இருக்கும்போது இயக்கவிடைக் கதிரவனின் நெட்டாங்குகள் முறையே l_0, l_1, l_2, l_3, l_4 எனக் கொள்வோம். அப்போது, இளவேனிற் காலம், வேனிற்காலம், இலையுதிர் காலம், குளிர்காலம் இவற்றின் நீடிப்புகள் முறையே பின்வரும் காலங்களாகும்: இயக்க விடைக் கதிரவன் சீரான கோண வேகத்தில், அதாவது, $\frac{2\pi}{y}$ கோண வேகத்தில்

1. $l_1 - l_0$ பயணம் செய்யும் நேரம் (இ.வே).
2. $l_2 - l_1$,, ,, (வே)
3. $l_3 - l_2$,, ,, (இலை)
4. $l_4 - l_3$,, ,, (குளிர்)

∴ இளவேனிற் காலம் நீடிப்பது,

$$\frac{(l_1 - l_0)\,y}{2\pi} \text{ நாட்கள்;}$$

வேனிற் காலம் $\frac{(l_2 - l_1)\,y}{2\pi}$ நாட்கள்;

இலையுதிர் காலம் $\frac{(l_3 - l_2)\,y}{2\pi}$ நாட்கள்;

குளிர் காலம் $\frac{(l_4 - l_3)\,y}{2\pi}$ நாட்கள்.

ஆனால் $l - \odot = -2e \sin(l - k)$ என நாமறிவோம்.

$\therefore \quad l = \odot - 2e \sin(\odot - k)$ எனத் தோராயமாகக் கொள்ளலாம்.

$\odot = 0$ ஆகும்போது $l = l_0$

எனவே $\odot = 0$இல், $l_0 = -2e \sin(0 - k)$

$$= 2e \sin k.$$

$\odot = \frac{\pi}{2}$இல், $= l_1$; $\therefore \; l_1 = \frac{\pi}{2} - 2e \sin\left(\frac{\pi}{2} - k\right)$

$$= \frac{\pi}{2} - 2e \cos k.$$

$\theta = \pi$ இல், $l = l_2$; $\therefore\ l_2 = \pi - 2e\sin(\pi - k)$
$= \pi - 2e \sin k.$

$\theta = \frac{3\pi}{2}$ இல், $l = l_3$; $\therefore\ l_3 = \frac{3\pi}{2} - 2e \sin\left(\frac{3\pi}{2} - k\right)$
$= \frac{3\pi}{2} + 2e \cos k.$

$\theta = 2\pi$ இல், $l = l_4$; $\therefore\ l_4 = 2\pi - 2e\sin(2\pi - k)$
$= 2\pi + 2e \sin k.$

$\therefore$ இளவேனில் கால அளவு $= \frac{l_1 - l_0}{2\pi} y.$

$$= \frac{y}{2\pi}\left[\frac{\pi}{2} - 2e(\cos k + \sin k)\right]$$ நாட்கள்.

கோடைகால அளவு $= \frac{l_2 - l_1}{2\pi} y.$

$$= \frac{y}{2\pi}\left[\frac{\pi}{2} - 2e(\sin k - \cos k)\right]$$ நாட்கள்.

இலையுதிர்கால அளவு $= \frac{l_3 - l_2}{2\pi} y$

$$= \frac{y}{2\pi}\left[\frac{\pi}{2} + 2e(\cos k + \sin k)\right]$$ நாட்கள்.

குளிர்கால அளவு $= \frac{l_4 - l_3}{2\pi} y$

$$= \frac{y}{2\pi}\left[\frac{\pi}{2} + 2e(\sin k - \cos k)\right]$$ நாட்கள்.

அண்மைநிலையின் நெட்டாங்கு $k = 283°$, $e = \cdot 01674$ $y = 365 \cdot 2422$ நாட்கள் எனக்கொண்டு பருவகாலங்களின் நாட்களைக் கணக்கிட்டால் இளவேனிற்காலம் 92 நாட்கள் 20·2 மணிகள் ; கோடைகாலம் 93 நாட்கள் 14·4 மணிகள் ; இலையுதிர் காலம் 89 நாட்கள் 18·7 மணிகள் ; குளிர் காலம் 89 நாட்கள் 0·5 மணிகள் எனப்பெறப்படும்.

குறிப்பு: மண்ணுலக வடகோளப் பாதியில் பருவங்கள் இளவேனிற் காலம், கோடைகாலம், இலையுதிர் காலம், குளிர்

காலமாயிருக்கும்போது, மண்ணுலக தென்கோளப் பாதியில் அப்பருவங்கள் முறையே இளவேனிற்காலம், குளிர் காலம், இளவேனிற்காலம் கோடை காலமாயிருக்கும்.

12·8·1 : வெப்ப அளவு

மண்ணுலகில் பருவங்கள்தோறும் வெப்பநிலை மாறி வருவது நமது அனுபவம்.

ஒரு நாட்பொழுதில் ஒரு குறிப்பிட்ட இடத்திலே உள்ள வெப்ப அளவு மூன்று காரணங்களால் பாதிக்கப்படும்.

1. கதிரவன் அவ்விடத்தில் அன்று தொடுவானத்திற்கு மேல் இருக்கும் மொத்த நேரம் ;

2. கதிரவன் அவ்விடத்தில் அன்று பெறும் மீப்பெரு ஏற்றக் கோணம் ;

3. அன்று கதிரவனுக்கும் மண்ணுலகிற்கும் உள்ள தூரம்.

முதல் காரணப்படி ஒரு நாள் கதிரவன் தொடுவானத்திற்கு மேல் நீண்ட காலம் இருக்குமானால், அன்று வெப்பம் அதிகமாயிருக்க வாய்ப்புண்டு.

மூன்றாவது காரணப்படி, கதிரவன் மண்ணுலகிற்கு அண்மையில் இருக்குமானால் அன்று வெப்பம் அதிகமாயிருக்க வாய்ப்புண்டு. இரண்டாவது காரணப்படி, கதிரவனின் உச்சி வட்ட ஏற்றக் கோணம் அதிகமிருக்கும் பகுதிகளில் கதிரவனின் கதிர்கள் செங்குத்தாக விழும். அப்போது அதிக வெப்பமிருக்கும். கதிரவனின் உச்சி கடக்கும்போதுள்ள ஏற்றக்கோணம் குறைவாக இருக்கும் பகுதிகளில் கதிரவனின் கதிர்கள் செங்குத்தாக விழுவதில்லை. அத்தகைய இடங்களில் ஒளிக் கதிர்கள் பரவலாக விழ ஏதுவாவதுமில்லாமல் அச்சமயத்தில் வெப்ப ஒளிக் கதிர்கள் மண்ணுலகிற்கு மேலுள்ள வளி மண்டலத்தில் அதிக தூரம் செல்வதாலும் அம்மண்டலத்தின் ஈர்ப்புச் சக்தியாலும் வெப்பம் குறைந்து விடுகிறது. இத்தகைய காரணங்களினால் கதிரவன் உச்சி வட்ட ஏற்றக் கோணம் குறைந்துள்ள பகுதிகளில் வெப்பம் குறைந்து விடுகிறது.

மண்ணுலக வடகோளப் பாதியில் எந்த ஒரு இடத்திலும் கோடைகாலத்தில் இரவைவிட பகற்பொழுது அதிகமாகவும், குளிர்காலத்தில் பகற்பொழுதைவிட இரவு நேரம் அதிகமாகவும் இருக்கும். அகலாங்கு ϕ பெற்ற ஓரிடத்தில் கதிரவனின் அன்றைய வல ஏற்றம் δ ஆனால், கதிரவன் அன்று உச்சி கடக்கும்போது அதன் ஏற்றக் கோணம், $90-\phi+\delta$ ஆகும். கோடை காலத்தில்

δ-ன் மதிப்பு கூட்டுத் தொகையாகவும், குளிர்காலத்தில் δ-ன் மதிப்பு குறை மதிப்பாகவும் இருப்பதனால் கோடையில் கதிரவன் உச்சி கடக்கும்போது ஏற்றக் கோணம் அதிகமாகவும் குளிர் காலத்தில் அக்கோணம் குறைவாகவும் இருக்க வாய்ப்பேற் படுகிறது. ஆனால் கோடையில் கதிரவன் குளிர் காலத்தில் இருப் பதைவிட மண்ணுலகிலிருந்து அதிகமான தூரத்தில் இருப்பதால் அந்தக் காரணத்தால் வெப்பம் கோடை காலத்தில் குறைவாகவும் குளிர்காலத்தில் அதிகமாகவும் இருக்க வாய்ப்பு ஏற்படுகிறது. ஆனால் முதலிரண்டு காரணங்களினால் கோடையில் அதிகவெப்பம் ஏற்படுவதினால், மூன்றாவது காரணத்தால் ஏற்படும் வெப்பக் குறைவினால் கோடையில் வெப்பக் குறைவாகத் தோன்றுவதில்லை. இவ்வாறாக, கோடையில் அதிக வெப்பத்தைப் பெறவும் குளிர்காலத் தில் குறைந்த வெப்பத்தைப் பெறவும் மண்ணுலக வட பாதியில் உள்ள பகுதிகளுக்கு வாய்ப்புக்கள் உண்டு.

மண்ணுலக தென் பாதியில் உள்ள பகுதிகளுக்கு மேற்கூறப் பட்ட இரு காரணங்களால் கோடையில் வெப்பம் அதிகமேற் படுகிறது. மற்றும் இப்பகுதிகளில் கோடையில் கதிரவன் பூமிக்கு அருகிலும் குளிர்காலத்தில் பூமியைவிட்டு தூரத்திலும் இருப்பதால் மண்ணுலக வடகோளப் பாதியில் கோடை காலத்தைவிடத் தென் கோளப் பாதியில் கோடை காலம் அதிகம் வெப்பம்பெற வாய்ப் புள்ளது. ஆனால் தென்கோளப் பாதி நீர் நிறைந்த பகுதியா தலின் நிலம் நிறைந்த வடகோளப் பாதியைப்போல் வெப்பமா வதில்லை.

12·8·2 மண்ணுலகின் வடபாதியில் சிறப்பாக வட மிதவெப்ப மண்டலத்தில் ஒரு குறிப்பிட்ட வட அகலாங்கு ($\omega < \phi < 90 - \omega$) பெற்ற இடத்தில் ஓராண்டு காலத்தில், பருவ நிலைகள் மாறும்போது தட்ப வெப்ப நிலைகளில் ஏற்படும் மாறுதல்களைப்பற்றிச் சற்று விரி வாக ஆராய்வோம்.

கதிரவன் γ புள்ளியைக் கடப்பதிலிருந்து வேனிற்திருப்பப் புள்ளியைக் கடக்கும்வரை (மார்ச்சு 21 முதல் ஜூன் 22 வரை) இளவேனிற் காலம். அம்மூன்று மாத இடைவெளியில் கதிரவனது நடுவரை விலக்கம் $0°$ முதல் $23\frac{1}{2}°$ (ω) வரை வளர்கிறது.

ஜூன் 22 முதல் செப்டம்பர் 23 வரை வேனிற்காலம்; அம் மூன்று மாத இடைவெளியில் கதிரவனது நடுவரை விலக்கம் $23\frac{1}{2}°$ முதல் $0°$ வரை குறைந்துவருகிறது.

எடுத்துக் காட்டாக, ஏப்ரல் முதல் தேதி, அதாவது கதிரவன் γவைத் தாண்டி சில நாட்களுக்குப்பிறகு ஒரு நாள் கதிரவனது

நடுவரை விலக்கம் δ ஆக இருக்குமானால், செப்டம்பர் 23க்குச் சில நாட்கள் முன்பு, ஏதாவது ஒரு நாள் அதன் நடுவரைவிலக்கம் அதே δ ஆக இருக்கும்.

இவ்வாறாக, கதிரவனது நடுவரை விலக்கங்கள் சமமாக இருக்கும் வகையில் இளவேனிற்காலத்தில் உள்ள நாட்களையும், வேனிற் காலத்தில் உள்ள நாட்களையும், இரட்டை, இரட்டையாக இணைக்கமுடியும்; அப்படி இணைக்கப்பட்ட ஈரிரு நாட்களில் கதிரவன் நடுவரை விலக்கங்கள் சமமாக, கதிரவன் தினசரிப் பாதைகள் ஒன்றேயாகும் (ஒருங்கியிருக்கும்). அப்படி இரட்டை, இரட்டையாகப் பாகுபடுத்தப்பட்ட நாட்களில், கதிரவன் தொடுவானத்திற்குமேல் உள்ள கால இடைவெளிகள் சமமாயிருக்கும். ($\cos h = -\tan\phi \tan\delta$; தொடுவானத்திற்குமேலிருக்கும் நேரம், அதாவது பகற்பொழுது $= \frac{2h}{15}$ மணிகள்.)

இதிலிருந்து நாம் வெகுவாக,

'இளவேனிற் காலத்திலும், வேனிற் காலத்திலும் உள்ள சராசரி வெப்பநிலைகள் (Mean Temperatures) சமமாக இருக்கலாம்'

என்ற முடிவுக்குவர இடமிருக்கிறது. அதாவது, இளவேனிற் காலமும், கோடை காலமும் சமவெப்பமுடையவையென்றே முடிவு கட்டலாம். ஆனால் அது உண்மை நிலைக்குப் புறம்பானது. ஏனெனில் ;

இளவேனிற்காலம் ஆரம்பிக்கு முன் குளிர்காலம். குளிர் காலத்தில் குளிர்ந்த பூமி, அடுத்து இளவேனிற்காலத்தில் சிறிது சிறிதாகச் சூடுபிடிக்க ஆரம்பிக்கிறது; கதிரவன் ஏற்றக் கோணமும் வளர வளர ($90-\phi$ முதல் $90-\phi+\omega$ வரை) வெப்பம் அதிகமாகிக்கொண்டே போகிறது. ஜூன் 22ம் தேதி, மீப்பெரு பகல் காலம் பெற்றிருப்பதல்லாமல் கதிரவன் ஏற்றக் கோணம் (உச்சி கடக்கும்போது) மீப்பெரு மதிப்பான $90-\phi+\omega$ மதிப்பைப் பெறுகிறது. எனவே, அன்றுதான் நாம் கொண்ட மண்ணுலகப் பகுதியில், பகலில் கதிரவனிடமிருந்து பெறும் வெப்பத்திற்கும், இரவில் தான் இழக்கும் வெப்பத்திற்கும் உள்ள வேறுபாடு மீப்பெரு அளவு உள்ளதாகும், அதன் காரணமாக, அன்றுதான் மீப்பெரு வெப்ப நாள் (hottest day) என்று கூறிவிட முடியாது. இதற்குப் பின்பும்கூட அவ்விடம், பகலில் பெறும் வெப்பம், இரவில் இழக்கும் வெப்பத்தைவிட மிகுதியாகவே இருக்கும், எனவே, ஜூன் 22ம் தேதிக்குப் பின்பும் மண்ணுலகில்

வெப்பம் அதிகரிக்கும். ஏனெனில் பகற்பொழுதில் பெறும் வெப்பமும் இரவுப் பொழுதில் இழக்கும் வெப்பமும் சமமாகும்வரை, அவ்வெப்ப மிகுதிநீடிப்பு இருந்துகொண்டே யிருக்கும். இந்தச் சமநிலை ஏறக்குறைய ஆகஸ்டு மாதம் ஆரம்பமாகும் சமயம். பின்னர்தான் வெப்பம் குறைய ஆரம்பிக்கும். எனவே இளவேனிற் காலத்தைவிட வேனிற்காலத்தில் வெப்பம் அதிகம் : ஜூன் 22ம் நாளன்று பகற் பொழுது மீப்பெரு நீட்சி பெற்றிருப்பினும், மீப்பெரு வெப்பநாள் அதன் பின்னரே ஏறக்குறைய ஆகஸ்டு முதல் வாரத்தில்தான் வரும் என்பது புலனாகிறது.

மீப்பெரு வெப்பநாளுக்குப் பின்பு, அவ்விடத்தில் வெப்ப இழப்பு, வெப்பம் பெறுவதைவிட மிகும். இருப்பினும், பூமி, தான் பெறும் வெப்பத்தைத் தன்னகத்தே சேமித்து வைக்கக்கூடிய இயல்பு பெற்றிருப்பதால், பகற்காலம் தொடர்ந்து வெப்பமாகவேயிருக்கும். இலையுதிர்காலம்வரை, இவ் வெப்பநிலை நீடிக்கும். இலையுதிர்காலம் ஆரம்பமானபிறகு, பகற்பொழுது குறைந்து, இராப்பொழுது மிகுதியாகும் ; கதிரவன் தினசரிப் பாதை, வான நடுவரைக்குக் கீழே தாழ்ந்துகொண்டே போகும்.

டிசெம்பர் 22ம் நாள், மீச்சிறு பகற்பொழுதும் மீப்பெரு இராப் பொழுதும் பெற்றதென நமக்குத் தெரியும். அன்று, வெப்பக்கதிர் வீச்சல் (Radiation) காரணமாக இரவில் ஏற்படும் வெப்ப இழப்பு அதிகம் ; மேலும் பகலில் பெறும் வெப்ப அளவும் குறைவு. இருப்பினும் டிசெம்பர் 22ம் நாள், மிகக் குளிர்ந்த நாள் என்று கூறுவதற்கில்லை.

ஏனெனில்,

டிசெம்பர் 22ம் நாளுக்குப் பின்பும், மேலும் ஏறக்குறைய 40 நாட்கள் வரை, வெப்பக் கதிர்வீசல் காரணமாக, பூமி இழக்கும் வெப்பம், பூமி பெறும் வெப்பத்தைவிட அதிகம். இரண்டும் சமநிலை யடைவது ஏறக்குறைய பிப்ரவரி முதல் வாரத்தில்தான். அப்போது தான் மிகக் குளிர்ந்த நாள் (coldest day) ஏற்படும். பிப்ரவரி மாதம் தான் மிகக் குளிர்ந்த காலம். இந்த நிலை தமிழ் மாதங்கள் தை, மாசியில் ஏற்படுவதால்தான் :' தையும் மாசியும் வையகத்துறங்கு ' என ஆன்றோர் மொழியமைந்தது.

எனவே இலையுதிர் காலத்தைவிட குளிர்காலத்தில்தான் குளிர் அதிகம் ; மேலும் டிசெம்பர் 22ம் நாள் மீச்சிறு பகற்பொழுதுடைய தாயினும், அது மீப்பெரு குளிர்ந்த நாளாகாது ; அதன் பின்னரே தான் மீப்பெரு குளிர்நாள் வரும்.

இதற்கு நேரெதிர்மாறாக, மண்ணுலகத் தென் பாதியில் (Southern hemisphere) உள்ளவர்களுக்கு, பிப்ரவரிமுதல் வாரத்தில் தான் மீப்பெரு வெப்பமுடைய காலமும், ஆகஸ்டு முதல் வாரத்தில் தான் மீப்பெரு குளிர்காலமும் நிலவுமென்பதைக் காண்க.

12·8·3 வெப்ப மண்டலங்களில், அதாவது கடகரேகைக்கும் மகர ரேகைக்கும் இடைப்பட்ட மண்ணுலகப் பகுதிகளில், ($0 < \phi$ $(N.S) <$ ω) பகல் இரவுப் பொழுதுகளில் பெரிய வேறுபாடுகள் இல்லை; கதிரவன் ஏற்றக்கோணத்தில் பெரிய வேறுபாடுகள் இல்லை. ஆண்டு முழுவதுமே, கதிரவன் மேலுச்சி (z)க்கு அருகாமையிலே உச்சி கடக்கும். ஆகவே பருவங்கள் காரணமாக, தட்ப வெப்ப நிலைகளில் பெரிதும் மாற்றங்கள் ஏற்படுவதில்லை. ஆனாலும், தெற்கு, வடக்கு வெப்ப மண்டலங்களில் ஆண்டு முழுவதுமே, வெப்பநிலை சற்றுக் கூடுதலாகவே இருக்கும். குளிர் காலத்தில் இரவில் குளிர் சற்று மிகுதியாக இருப்பினும், பகல் சற்று வெப்பமாகவேயிருக்கும். இளவேனிற் காலத்தைவிட வேனிற்காலம் மிகுதியான வெப்பமாகவும், இலையுதிர்காலத்தைவிட குளிர்காலம் மிகுதியான குளிராகவும் இருக்கும்.

மண்ணுலகில் குளிர் மண்டலங்களில் ($N,S\ \phi > 66\frac{1}{2}^\circ$) ஆண்டு முழுவதுமே கதிரவன் தினசரிப் பாதை, தொடுவானம் பக்கமாகவே மிகுதியாகச் சாய்ந்திருப்பதால், நண்பகலில்கூட, கதிரவன் மிகத் தாழ்ந்தேயிருக்கும். நீலத்த பகற்காலங்களில்கூடக் கதிரவன் வெப்பம் அதிகமிராது; ஆனால் நீலத்த இரவுக் காலங்களில் குளிர் மிகமிக அதிகமாகவிருக்கும்.

குறிப்பு

பின்வரும் சொற்றொடர்க் குறுக்கங்கள் (Abbreviation of terms and expressions) இந்நூலில் வெகுவாகப் பயன்படுத்தப்படும்:

சொற்றொடர்	குறுக்கம்
மீன்வழி நேரம் (Sidereal Time)	மீ. வ. நேரம்
தோற்றக் கதிரவன் வழி நேரம் (Apparent Solar Time)	தோ. க. நேரம்
சராசரிக் கதிரவன் வழி நேரம் (Mean Solar Time)	ச. க. நேரம்
கிரீனிச் மீன்வழி நேரம் (Greenwich Sidereal Time)	கி. மீ. வ. நேரம்

சொற்றொடர்	குறுக்கம்
கிரீனிச் தோற்றக் கதிரவன் வழி நேரம் (Greenwich Apparent Solar Time)	கி. தோ. க. நேரம்
கிரீனிச் சராசரிக் கதிரவன் வழி நேரம் (Greenwich Mean Solar Time அல்லது Greenwich Mean Time (G.M.T.)	கி. ச. க. நேரம்
தோற்றக் கதிரவன் (Apparent or Real Sun)	தோ. க.
இயக்க விடைக் கதிரவன் (Dynamical Mean Sun	இ. இ. க.
சராசரிக் கதிரவன் (Astronomical Mean Sun அல்லது Mean Sun)	ச. க.
மீன் வழி (Sidereal)	மீ. வ.
இந்திய நியம நேரம் (Indian Standard Time)	இ. நி. நேரம்
காலக் குறை - நிறைச் சமன்பாடு (Equation of Time)	E
கிழக்கு ; மேற்கு ; வடக்கு ; தெற்கு	முறையே கி. மே. வ. தெ.

பயிற்சி 12 B

(1) மீன்வழி நேரம், தோற்றக்கதிரவன் நேரம், சராசரி நேரம் இம்மூன்றும் என்னவென வரையறுத்துக் கூறுக.

அவை ஒவ்வொன்றும் ஏன் தேவைப்படுகின்றன என்பதை விளக்குக.

(2) $\Delta\alpha = \Delta_\odot \cos\omega \sec^2\delta$ என்பதை நிறுவுக. இது கொண்டு Eஇன் ஒரு பகுதியான E_2இல் ஏற்படும் மாறுதல்களை விளக்குக. எப்போது E_2 தனது மீப்பெரு, மீச்சிறு மதிப்புகளைப் பெறுகிறது ?

(3) $E = E_1 + E_2$ என்ற காலக்குறை—நிறைச் சமன்பாட்டில் E_1 இன் மீப்பெரு மதிப்பு $\frac{24e}{\pi}$ மணியெனவும், E_2இன் மீப்பெரு

மதிப்பு $\frac{12}{\pi}\tan^2\frac{\omega}{2}$ மணி எனவும் நிறுவுக. E_2 தனது மீப்பெரு மதிப்பேற்கும்போது $\sin\odot = \cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}\sec\left(\frac{\omega}{2}\right)$ என நிறுவுக.

(4) மரபுப்படி α, $\odot$ எடுத்துக்கொண்டால்.

$$\frac{\sin(\odot-\alpha)}{\sin(\odot+\alpha)} = \tan^2\frac{\omega}{z}$$ என நிறுவுக.

[$\frac{\tan\odot}{\tan\alpha} = \frac{1}{\cos\omega}$ என நமக்குத் தெரியும்.

எனவே $$\frac{\tan\odot - \tan\alpha}{\tan\odot + \tan\alpha} = \frac{\sin(\odot-\alpha)}{\sin(\odot+\alpha)} = \frac{1-\cos\omega}{1+\cos\omega} = \tan^2\frac{\omega}{2}$$]

(5) மண்ணுலகப் பாதை ஒரு சரியான வட்டமாக இருக்குமானால்,

காலக்குறை—நிறைச் சமன்பாடு =

$$\frac{720}{\pi}\tan^{-1}\left[\frac{(1-\cos\omega)\tan\odot}{(1+\cos\omega)\tan^2\odot}\right]$$ என நிறுவுக.

[$e = 0$ எனவே $E_1 = 0$; $E_2 = \odot - \alpha$

$\therefore E = 0 + (\odot-\alpha) = (\odot-\alpha)$ மட்டுமே,

$$\therefore \tan E = \tan(\odot-\alpha) = \frac{\tan\odot - \tan\alpha}{1+\tan\odot\tan\alpha}$$

$$= \frac{\tan\odot\left(1-\frac{\tan\alpha}{\tan\odot}\right)}{1+\tan\odot\tan\odot\cos\omega}$$

$$= \frac{\tan\odot(1-\cos\omega)}{1+\tan^2\odot\cos\omega}$$]

(6) E_2இன் மதிப்பு தன் மீப்பெரு அல்லது மீச்சிறு மதிப்பை ஏற்கவேண்டுமாயின் $\tan\odot = \sqrt{\sec\omega}$; $\tan\alpha = \sqrt{\cos\omega}$ என நிறுவுக.

[$$E_2 = \frac{\tan\odot(1-\cos\omega)}{1+\cos\omega\tan^2\odot}$$, (கணக்கு 5ின் படியாக)

$$\frac{dE_2}{d\odot} = \frac{(1-\cos\omega)\sec^2\odot(1+\cos\omega\tan^2\odot)2-\tan\odot(1-\cos\omega)\cos\omega\tan\odot\sec^2\odot}{(1+\cos\omega\tan^2\odot)^2}$$

$\frac{dE_2}{d\odot} = 0$ ஆகும்போது

$$1+\cos\omega\tan^2\odot = 2\tan^2\odot\cos\omega$$

$$\therefore \tan^2\odot\cos\omega = 1$$

$$\tan\odot = \sqrt{\sec\omega}$$

அப்போது $\tan\alpha = \tan\odot\cos\omega$

$$= \sqrt{\cos\omega} \Big]$$

(7) கதிரவன் உதயம் மறைவு முறையே 5ம 37 நி; 18ம 24நி அன்று நண்பகலில் Eஇன் மதிப்பென்ன. (செ)

(8) கதிரவன் உதயம் 5 மணி 59 நி: அன்று $E = 4$ நி 9 வி கதிரவன் சாய்தல் எப்போது ?

(9) கிரீனிச்சில், ச. க. நேரங்கள் t, t' ஆக இருந்தபோது, தோ. கதிரவனின் நேரக்கோணங்கள் (பாகையளவில்) முறையே h, h'. அதற்கு முந்திய ச.க. நண்பகலில் $E = \frac{ht' - h't}{15(t-t')}$ ச. க. மணிக்காலமென நிறுவுக. (செ)

(10) கதிரவன் γஇல் இருந்தபோது Eன் மதிப்பு—7 நி. 29 வி. வேனிற்திருப்பப் புள்ளியில் Eன் மதிப்பு—1 நி. 37 வி. மண்ணுலக வடக்கு மண்டலத்தில் இளவேனிற்காலம் 92 நாள் 19·2 மணியிருக்குமென நிறுவுக. (செ)

(11) கதிரவன் உதயம் 5 ம. 4 நி. 10 வி ; சாய்வு 19ம 50 வி. உதய முதல் சாய்வுவரை, Eன் மதிப்பு மாருதிருந்ததென்ற அடிப்படையில் அதன் மதிப்பென்ன ?

(12) ஒரு நாள் கதிரவன் நாழிக்கோல், ச.க. காலம் காட்டும் காலத்தைவிட 10 நிமிடம் அதிகமாகக் காட்டிற்று. அன்று Eன் மதிப்பென்ன ? காலை நேரமெவ்வளவு ? மாலை நேரமெவ்வளவு? (செ)

(13) ஓராண்டில் வேனிற்காலம், இளவேனிற் காலத்தைவிட Q நாட்கள் அதிகம்; இலையுதிர் காலத்தைவிட R நாட்கள் அதிகம். அப்போது மண்ணுலக நீள்வட்டப் பாதையின் குவிமையப்

பிறழ்வு காண்க; கதிரவன் அண்மைநிலையின் நெட்டாங்கு காண்க.

(14) இளவேனிற்காலத்தில் ஆரம்பித்து, நான்கு பருவங்களின் நீடிப்புக் காலங்கள் முறையே

$$(1)\ A-B\sin\left(\frac{\pi}{4}+k\right);\ (2)\ A+B\cos\left(\frac{\pi}{4}+k\right)$$

$$(3)\ A+B\sin\left(\frac{\pi}{4}+k\right);\ (4)\ A-B\cos\left(\frac{\pi}{4}+k\right)$$

எனத் தோராய மதிப்புப் பெற்றவை என நிறுவுக.

A = காலாண்டு: k = கதிரவன் அண்மை நிலை நெட்டாங்கு; $B : 4A = e\sqrt{2} : \pi$ என்ற சமன்பாட்டிற்கொப்ப B ஒரு மாறிலி யெனக் கொள்க.

(15) மண்ணுலகத் தென்பாதியில், பருவங்களின் கால நீடிப்புக்களைக் கணித்துப் பார்க்க.

C

காலக் கணிப்பு முறை—பஞ்சாங்கம்
(The Calendar)

12·9. கதிரவன் மண்ணுலகை 1 முறை சுற்றிவர எடுத்துக்கொள்ளும் தோற்றக் காலமே ஓராண்டு என வரையறுக்கப்படுகிறது. அதாவது கதிரவன் தன் பாதையில் ஒரு குறிப்பிட்ட இடத்திலிருந்து புறப் பட்டு மறுபடியும் அந்த இடத்தை வந்தடைய எடுத்துக்கொள்ளும் காலமே ஓராண்டு காலம் எனப்படுகிறது. அந்தக் குறிப்பிட்ட இடம், அகண்ட வெளியில் ஒரு நிலைத்த இடமானால், 'ஆண்டுக் காலம்' ஒரு மாறிலியாகும். அக்குறிப்பிட்ட இடம் அகண்ட வெளியில் மாறும் தன்மை பெறின், நாம் அவ்வாறு கூறமுடியாது. மூன்று வகையான ஆண்டுகள் பின்வருமாறு வரையறுக்கப் படுகின்றன.

1. மீன்விழி ஆண்டு (Sidereal Year)

கதிரவன் விண்மீன்கள் பின்னணியில் நிலைத்த ஓர் இடத்தி லிருந்து புறப்பட்டு மீண்டும் அவ்விடத்தை வந்தடைய எடுத்துக் கொள்ளும் காலம் ஒரு மீன்வழி ஆண்டாகும். இதன் கால அளவு சராசரி 365.256360 ச. கதிரவன் நாட்களாகும்.

2. பருவஆண்டு (Tropical Year)

கதிரவன் மேட முதற்புள்ளி γ-லிருந்து புறப்பட்டு மீண்டும் γ-ஐ வந்தடைய எடுத்துக்கொள்ளும் காலம் ஒரு பருவ ஆண்டு எனப்படுகிறது. இவ்வாண்டிற்கும் மீன்வழி ஆண்டிற்கும் ஒரு சிறு

வேறுபாடு உண்டு. இச்சிறு வேறுபாடு ஏற்படக் காரணம் மேட முதற்புள்ளி ஆண்டு ஒன்றிற்கு சராசரி 50"·26 பின் நோக்கி நகர்வதேயாம். (பகுதி 8 காண்க). இதன் காரணமாக இவ் வாண்டின் கால அளவு சராசரி 365·242199 ச. கதிரவன் நாட்களாகும்.

3. அண்மை நிலையாண்டு (The Anomalistic Year)

கதிரவன் அண்மை நிலையிலிருந்து புறப்பட்டு மீண்டும் அவ் வண்மை நிலையை வந்தடைய எடுத்துக்கொள்ளும் காலம் ஓர் அண்மை நிலையாண்டாகும். இதையே கதிரவன் தன் பாதையில் அடுத்தடுத்து அண்மை நிலைகளைக் கடக்கும் காலம் எனவும் குறிப்பிடலாம். அண்மை நிலைப்புள்ளி ஒரு நிலைத்த புள்ளியாய் அல்லாமல் ஓர் இயங்கு புள்ளியாய் ஆண்டிற்குச் சராசரி 11"·25 முன்னேக்கிநகர்வதால் இவ்வாண்டு மீன்வழி ஆண்டைவிடச் சிறிது அதிகமாக இருக்கின்றது. இதன் கால அளவு சராசரி 365·259641 ச. கதிரவன் நாட்களாகும். இந்த வரையறைப்படி பின்வரும் விகித சமம் சரியாகும்.

$$\frac{\text{மீன்வழியாண்டு}}{360^\circ} = \frac{\text{பருவ ஆண்டு}}{360^\circ - 50''\cdot26} = \frac{\text{அண்மை நிலையாண்டு}}{360^\circ + 11''\cdot25}.$$

இம்மூன்று வகையான ஆண்டுகள் மட்டுமன்றி, ஒரு முழு எண்ணிக்கை நாட்கள் கொண்ட நிர்வாக ஆண்டு (Civil Year) வழக்கிலிருக்கிறது. ஆனால் இந்த வகையான நிர்வாக ஆண்டு, பருவ ஆண்டின் அடிப்படையில்தான் நிறுவப்பட்டிருக்கிறது.

12·9·1: மனிதனுக்கு இயற்கையாக அமைந்த கால அளவைகள், தோற்றக் கதிரவன் நாள், திங்கட்காலம், பருவ ஆண்டு என்பவை. தோற்றக் கதிரவன் நாளுக்குப் பதிலாக, சராசரிக் கதிரவன் நாள் என ஒரு நாள் நிறுவப்பட்டு வழக்கிலுள்ளதை நாம் அறிவோம். திங்கட்காலமும், பருவ ஆண்டும் ஒரு முழு எண்ணிக்கை நாட்கள் உடையவையல்ல. எனவே, ஒரு முழு எண்ணிக்கை நாட்கள் கொண்ட நிர்வாக ஆண்டு நிறுவப்பட்டது.

ஆனல் முழு எண்ணிக்கை நாட்கள் கொண்ட நிர்வாக ஆண்டும், பருவ ஆண்டும் ஏறத்தாழ சமமாகவிருக்க வேண்டிய தேவையும் ஏற்படுகிறது. பண்டைய காலக் கணிப்பு முறைகள் இதற்கொப்ப அமையவில்லை. அக்கணிப்புக்கள் பல, பன்னிரண்டு திங்கள்கள் பெற்ற சந்திரன் வழியாண்டுகளாகவே இருந்தன. இவ்விதப் பஞ்சாங்கங்கள் இன்றும் முஸ்லிம்கள் வழக்கி லுள்ளன. ஆனல் அவ்வழியிலே, பருவங்கள் மாறிமாறி வருகின்றன; மேலும் அவ்வாண்டில் 354·5 நாட்களேயிருந்தன. ரோமன் கணிப்புக்களும் இவ்விதமான குறைகளைப் பெற்றிருந்தன.

ஆனால், பருவங்களை, ' பருவங்களாகக் ' கொள்ளவேண்டி, தன்னிச்சையாகப் பஞ்சாங்கங்களில் நாட்கள், மாதங்கள் திணிக்கப் பட்டு, பஞ்சாங்கங்கள் சீர்குலைக்கப்பட்டன.

இவ்விதமான சீர்குலைவுகள் காலக் கணிப்பில் ஏற்பட்டதால், ஜூலியஸ் சீஸர் (Julius Caesar) சோசிஜெனஸ் (Sosigenes) என்ற ஒரு வானியல் அறிஞரின் உதவிகொண்டு காலக் கணிப்பு முறையைச் சீர்திருத்த முயன்றார். அம் முயற்சியின் விளைவே இன்று நாம் நெட்டாண்டு எனக்கூறும் லீப் ஆண்டின் தோற்றம்.

ஜூலியன் காலக் கணிப்பு எனக் கூறப்படும் இச் சீர் திருத்தத்தில், 365 நாட்கள் கொண்ட மூன்று ஆண்டுகளுக்குப் பின் 366 நாட்கள் கொண்ட ஒரு நெட்டாண்டு உருவாயிற்று. ஆண்டினைக் குறிக்கும் எண், நான்கின் மடங்கானால், அதாவது நான்கால் மீதியின்றி வகுபடுமானால், அவ்வாண்டு நெட்டாண்டாக ஏற்றுக் கொள்ளப்பட்டது.

இக்காலக் கணிப்பு முறை கி. மு 45ஆம் ஆண்டில் நடை முறைக்கு வந்தது. உடனடியாக ஆண்டாரம்ப காலமும் மாற்றம் பெற்றது. அதற்கு முன்னர் மார்ச்சு மாதம் ஆரம்பமான ஆண்டு, ஜனவரி மாதம் முதல் தேதி ஆரம்பமாயிற்று. (கி. மு 45ம் ஆண்டு மாரித் திருப்ப நிலைக்கு அடுத்த அமாவாசையன்று, இவ்வாண்டு ஆரம்பமாயிற்று. இதன்பொருட்டு அதற்கு முன் ஆண்டு மிகவும் நீட்டப்பட்டு, குழப்பம் விளைத்ததால், அவ்வாண்டு 'குழப்ப ஆண்டு ' (Year of Confusion) எனவே பெயர் பெற்றது).

12·9·2. ஜூலியன் ஆண்டுக்குத் திருத்தங்கள்—கிரகரி காலக் கணிப்பு முறை—கிரகரித் தோற்றம்:

ஜூலியன் காலக் கணிப்புப்படி நான்கு பருவ ஆண்டுகளைவிட 44நிமிடம் 56·08 செகண்டுகள் அதிகம். அவ்வாறாக 400 நிர்வாக ஆண்டுகள், 400 பருவ ஆண்டுகளைவிட 3நாட்கள் 2 மணிகள் 53, நிமிடங்கள் 30 செகண்டுகள் அதிகமாக இருக்கின்றன. இவ்வதிகப் படியான காலம் (3நா 2ம 53நி 30வி) சரியான முறையில் நீக்கப் பட்டு திருத்தப்படாவிட்டால் நீண்டகால இடைவெளியில் பருவ ஆண்டின் ஆரம்பமும் பருவகால ஆரம்பமும் ஒத்து வராது முரண் பட்டுப் போகும். எனவே, அதனை ஈடு செய்யும்பொருட்டு கி. பி. 1582இல் போப் கிரகரி XIII என்பவர் ஜூலியன் காலக் கணிப்பிற்கு ஒரு திருத்தம் கொண்டுவந்தார். ஜூலியன் காலக் கணிப்புப்படி 100ஆல் வகுபடும் ஒவ்வோர் ஆண்டும் 4ஆல் வகுபடுமாதலின் 2000; 1100; 2200 ,....என்ற ஆண்டுகள் எல்லாம் நெட்டாண்டாகும். ஆனால் கிரகரி கொண்டு வந்த

திருத்தப்படி 100ஆல் வகுபடும் எல்லா ஆண்டுகளும் நெட்டாண்டுகள் ஆகாது; ஆனால் நூற்றாண்டைக் குறிக்கும் எண்ணும் 4-ஆல் வகுபட்டால் மட்டுமே அவ்வாண்டு நெட்டாண் டாகக் கொள்ளப்படும். எடுத்துக்காட்டாக கி. பி. 1900, 2000, 2100, 2300, 2400, ...ஆண்டுகளில் கி.பி. 2000ம் கி.பி. 2400 மட்டுமே நெட்டாண்டுகளாகும்; மற்ற ஆண்டுகள் 4-ஆல் மீதி யின்றி வகுபட்ட போதிலும் நெட்டாண்டுகள் ஆகாது. இவ்வாறு அமைக்கப்பட்ட காலக் கணிப்பு முறை கிரகரியின் காலக் கணிப்பு முறை என்று கூறப்படுகிறது. இத்திருத்தம் கிரகரித் திருத்தம் (Geregory's Correction) எனப்படும். இக்கணிப்பு முறையே இப்போது வழக்கத்திலிருந்து வருகிறது. இக்கணிப்பு முறையும் சரியானது என்று நாம் ஏற்றுக் கொண்டுவிடமுடியாது. ஏனெனில் 4000 பருவ ஆண்டுகளை விட 1 நாள் 4 மணிகள் 55 நிமிடங்கள் அதிகமாக இருக்கின்றன. காலப் போக்கில் இதற்கும் திருத்தம் அமைத்து அதையும் வழக்கில் ஏற்றுக்கொள்ளவேண்டி இருக்கும்.

12·9·3: பெசலியன் ஆண்டு (Besselian Year)

ஜெர்மானிய வானியலறிஞர் பெஸல் என்பவரால் இம்முறை கணிக்கப்பட்டது. இடைக் கதிரவனின் வான நெட்டாங்கு 280° ஆக இருக்கும்போது இவ்வாண்டு ஆரம்பிக்கிறது. இத் துவக்கம் சற்றேறக் குறைய நிர்வாக ஆண்டின் ஆரம்பத்தோடு இணைந்து விடுகிறது. இவ்வாண்டின் கால அளவும் பருவ ஆண்டின் கால அளவும் ஒன்றும்.

12·9·4. ஜூலியன் நாள் (தேதி) (Julian Date)

வானியல் கணிப்புக்களில், பலவிதமாக நாட்கணக்கெடுக்கும் முறைகளைச் சீர்படுத்தி அமைப்பதற்காக ஜூலியன் நாள் என்ற அமைப்பு உருவாக்கப்பட்டது.

முதல்முதலாக கி.பி. 1582ஆம் ஆண்டில் இந்த முறையை எடுத்தோதியவர் ஸ்காலிகர் (Scaliger) என்ற வானியல் அறிஞர். ஜூலியன் கால வட்டத்தில் ஆண்டிற்கு $365\frac{1}{4}$ நாட்கள் கொண்ட 7980 ஜூலியன் ஆண்டுகள் உள்ளன; ஆரம்பத் தேதி கி.மு. 4713ம் ஆண்டு ஜனவரி முதல் தேதி.

மாலுமிப் பஞ்சாங்கத்தில், எந்த ஆண்டிலும் ஜனவரி முதல் தேதிக்குச் சரியான ஜூலியன் நாள் கொடுக்கப்பட்டிருக்கிறது. ஜூலியன் நாள் (நிர்வாக நாள் நள்ளிரவு 12 மணிக்கு ஆரம்ப மாவது போல் அல்லாமல்) நண்பகலில் ஆரம்பமாகிறது.

கி.பி. 1950—ஜனவரி 1 நண்பகல் :		ஜூலியன் நாள்	2,433,283
,,	1951—ஜனவரி 1 நண்பகல் :	,,	2,43 48
,,	1952—ஜனவரி 1 நண்பகல் :	,,	2,434,ட
,,	1953—ஜனவரி 1 நண்பகல் :	,,	2 434,379
,,	1969—ஜனவரி 1 நண்பகல் :	,,	2,440,223
,,	1970—ஜனவரி 1 நண்பகல் :	,,	2,440,588

ஜூலியன் நாட்களை 7 ஆல் வகுக்க வாரத்தின் கிழமை கிடைக்கும். 7 ஆல் சரியாக வகுபடுமானால், திங்கட் கிழமை; மீதி 1 வருமானால் செவ்வாய்க் கிழமை; . ... மீதி 6 வருமானால் ஞாயிற்றுக் கிழமை. 1969ம் ஆண்டு ஜனவரி 1ம் தேதி புதன் கிழமை. உரிய ஜூலியன் நாள், 2 440, 223ஐ 7 ஆல் வகுக்க மீதி 2-புதன் கிழமை. 1970ம் ஆண்டு ஜனவரி 1ம் தேதி வியாழக் கிழமை. உரிய ஜூலியன் நாள் 2,440,588ஐ 7 ஆல் வகுக்க மீதி 3-வியாழக்கிழமை.

கதிரவன் சந்திரன் மறைப்புகள் 'சாராஸ்' எனப்படும் 6585 நாட்கள் கொண்ட காலவட்டங்களில், திரும்பத் திரும்ப நிகழ்ந்துகொண்டேயிருக்குமெனப் பின்னர் பகுதி 17இல் பார்க்கவிருக்கிறோம். ஜூலியன் தேதி x ஆக இருக்கும்போது, ஒரு வகையான சந்திரன் மறைப்போ, கதிரவன் மறைப்போ ஏற்பட்டதாயின் மறுபடியும் அதேவகையான மறைப்பு ஜூலியன் நாள் $x+6585$க்கு ஏற்படும்.

எனவே ஜூலியன் நாட்கள், கிழமைகள் அறிவதற்கும், சந்திரன் கதிரவன் மறைப்பு தினங்களை அறிவதற்கும் பயன்படுகிறது. இன்னும் பல வானியல் நிகழ்ச்சிகளைக் குறிக்கவும் பயன்படுகிறது.

12·9·5. ஒரு பருவ ஆண்டில் உள்ள சராசரிக் கதிரவன் நாட்களும் மீன்வழி நாட்களும் :

கதிரவன் மண்ணுலகத்தை ஒரு முழுச் சுற்று சுற்றிவரும் காலவட்டம் ஒரு பருவ ஆண்டு (365·2422 நாட்கள்) எனப்படும். இதுவே ச.க. மண்ணுலகைச் சுற்றிவரும் கால வட்டமாகும். மேட முதற் புள்ளியில் புறப்படும் ச. கதிரவனுடைய வல ஏற்றம் இவ்வோராண்டில் 0° முதல் 360°வரை சீராக வளர்கிறது. அதாவது தினசரி $\frac{360^\circ}{365\cdot2422}$ அல்லது $\frac{24 \text{ மணி}}{365\cdot2422}$ அளவில் வளர்கிறது. (இது சராசரிக் கதிரவன் வரையறுத்தபடி பெறும் முடிவாகும்). இந்த விகிதத்தை x எனக்கொள்வோம். ச. கதிரவன் ஒரு நாள் உச்சி கடக்கும்போது, அதன் வல ஏற்றம் α எனக்

கொள்வோம்; அடுத்த நாள் உச்சி கடக்கும்போது அதன் வல ஏற்றம் $\alpha + x$. எனவே இரண்டு அடுத்தடுத்த சராசரிக் கதிரவன் நண்பகல்களுக்கிடைப்பட்ட இடைவெளி = $(24+x)$ மீன்வழி மணிகள். ஆனால் இதுதான் 24 ச.க மணி நேரத்திற்குச் ச.ம

எனவே 24 ச.க. மணிகள் $= 24 + \dfrac{24}{365 \cdot 2422}$ மீ. வ. மணிகள்

$$1.\ \text{ச.க. மணி} = 1 + \frac{1}{365 \cdot 2422}\ \text{மீ. வ. மணி}$$

மேல் அலகிற்குக் கணித்தால்,

ஒரு ச.க. ஆண்டு = ஒரு தோ. க. ஆண்டு

= ஒரு பருவ ஆண்டு

= 365·2422 ச.க நாட்கள்

= 365·2422 × 24 ச.க. மணிகள்

$$= 365 \cdot 2422 \times 24 \left(1 + \frac{1}{365 \cdot 2422}\right)\ \text{மீ.வ. மணிகள்}$$

$$= 365 \cdot 2422 \left(1 + \frac{1}{365 \cdot 2422}\right)\ \text{மீ. வ. நாட்கள்}$$

= 366·2422 மீ.வ. நாட்கள்.

அதாவது 365·2422 ச.க. நாட்கள் = 366·2422 மீ.வ. நாட்கள் எனப் பெறப்படும்.

12.9·5·1 : மற்றோர் முறை : ஒரு பருவ ஆண்டு என்பது 365·2422 சராசரிக் கதிரவன் வழிநாட்களைக் கொண்டதாகும். இக்கால இடைவெளியில் ச. கதிரவன் மேட முதற்புள்ளி γ விலிருந்து புறப் பட்டு மீண்டும் அப்புள்ளியை அடைந்துவிடுகிறது. ஆனால் இக்கால இடைவெளியில் சராசரிக் கதிரவன் ஓர் இடத்தின் உச்சி வட்டத்தை 365·2422 முறை கடக்கிறது. இக்கால இடைவெளியில் கதிரவன் ஒரு முறை பூமியைச் சுற்றிவருவதால் மேட முதற்புள்ளி γ உச்சி வட்டத்தை ஒரு முறை அதிகமாக, அதாவது 366·2422 முறை சுற்றி வருகின்றது. எனவே, 365·2422 ச.க. நாட்கள் = 366·2422 மீன்வழி நாட்கள். அதாவது ஒரு பருவ ஆண்டில் 365·2422 சராசரிக் கதிரவன் நாட்கள் உள்ளன ; 366·2422 மீன் வழி நாட்கள் உள்ளன என்பது பெறப்படுகிறது.

12.9·6 : நேரமாற்றங்கள் (Conversion of Time)

மீன்வழி நேரம், தோற்றக் கதிரவன் வழி நேரம், சராசரிக் கதிரவன் வழி நேரம், கிரீனிச் நேரம் என்று பல வகையிலே ஒரு

குறிப்பிட்ட தருணத்தைக் கூறலாம் என இதுவரை நாம் கண்டதி லிருந்து தெரிகிறது.

இப்போது ஒரு குறிப்பிட்ட தருணத்தை, ஒரு வழியாகக் குறிப்பிட்டால், அந்தத் தருணத்திற்குரிய மற்ற வகைப்பட்ட நேரங் களாக மாற்றித் தருவது எப்படி என்ற சில முறைகளைப் பார்ப்போம்.

மாலுமிப் பஞ்சாங்கக் குறிப்புக்கள் பல இடங்களில் தேவைப் படும். சில இடங்களில் தேவையான குறிப்புக்கள் உடனுக் குடனேயும் இணைக்கப்பட்டிருக்கலாம்.

12·9·6·1 : சராசரிக் கதிரவன் மணி அலகில் கொடுக்கப்பட்ட நேரத்தை மீன்வழி அலகில் மாற்றுதல் (Mean solar hours into sidereal hours)

சராசரிக் கதிரவன் அலகுகள்		மீன்வழி அலகுகள்
365·24 நாட்கள்	=	366·24 நாட்கள்
ஃ 1 நாள்	=	$\left(1+\frac{1}{365{\cdot}24}\right)$ நாட்கள்
	=	(1 + ·002738) நாட்கள்
∴ 24 மணிகள்	=	24ம. 3நி. 56·5வி
	=	24ம. 4நி − 4வி (தோராயமாக)
ஃ 1 மணி	=	1ம + 10வி — ($\frac{1}{6}$) வி (A)
எனவே 6 நிமிடங்கள்	=	6நி + 1வி — ($\frac{1}{60}$) வி (B)

மேற்கண்ட (A), (B) என்ற இரண்டு சமன்பாடுகளிலிருந்து பின் வரும் ‘கவனத்தில் வைக்கக்கூடிய’ வாய்பாடு வருவதைப் பார்க்க :

1 ச.க. மணி = 1. மீ.ம. + 10 வி.— ($\frac{1}{60}$) 10 வி.

6 ச.க. நிமிடம் = 6. மீ.நி. + 1வி. — ($\frac{1}{60}$) 1 வி.

எனவே 1 ச.க. மணிக்கு 10 வினுடியும், 6 ச.க. நிமிடங்களுக்கு 1 வினுடியும் கூட்டி, கூட்டும் தொகையில் ($\frac{1}{60}$) பங்கு குறைத்து விட்டால், ச.க. மணி அலகுகளை மீ.வ. மணி அலகுகளாக மாற்ற லாம்; இதுவே நடைமுறையில் செயல்படுத்தக்கூடிய விதி (working rule) ஆகும்.

எ.கா : 1 ச.க. 9ம 56நி கால அளவை மீ.வ. அலகில் காண்க.
9 மணிக்கு 90 விநாடிகளும்
56 நிமிடத்திற்கு 9·33 விநாடிகளும் கூட்டி
$\frac{99 \cdot 33}{60}$ விநாடிகள் கழிக்கவும்.

விடை : 9ம 56நி + 99·33வி − 1·66வி
= 9ம = 57நி − 37·67வி. (மீ.வ)

12·9·6·2. மீன்வழி அலகில் கொடுக்கப்பட்ட காலஅளவை சராசரி கதிரவன் அலகில் மாற்றுதல் :

மீன்வழி அலகு		சராசரிக் கதிரவன் அலகு
363·24 நாட்கள்	=	365·24 நாட்கள்
∴ 1 நாள்	=	$\left(1 - \frac{1}{366 \cdot 24}\right)$ நாள்.
	=	(1 − ·00273) நாள்.
∴ 24 மணி	=	24 ம − 3நி 55·87வி.
	=	24 ம − 4நி + 4வி (தோராயமாக)
∴ 1 மணி	=	1 மணி − 10வி + $\frac{1}{6}$ வி
6 நிமிடங்கள்	=	6நி − 1வி + $\frac{1}{60}$ வி

எனவே முன்பத்தியில் பயன்படுத்திய சுருக்கு முறையைக் கையாண்டால், பின்வரும் வாய்பாடு வருவதைப் பார்க்க.

ஒருமீன் வழி மணிக்கு 10 விநாடிகள் கழித்து
6 மீன்வழி நிமிடங்களுக்கு 1 விநாடி கழித்து

கழித்த தொகையில் ($\frac{1}{60}$)பங்கு கூட்டினால், மீன் வழி மணி அலகுகளை, சராசரிக் கதிரவன் மணி அலகுகளாக மாற்றலாம்; இதுவே நடைமுறையில் செயல்படுத்தக் கூடிய விதியாகும்.

எ. கா. : 1 மீ. வ. 9ம 56நி கால அளவை ச. க. அலகில் காண்க.

முன் பத்தியில் உள்ள எடுத்துக் காட்டில் பெற்ற திருத்தங்களைக் குறிமாற்றி எடுத்துப் பயன்படுத்தலாம்.
கழிக்கவேண்டியது 99·33 வி
கூட்டவேண்டியது 1·67 வி
எனவே நிகரமாகக் கழிக்கவேண்டியது 1நி 38வி.
விடை = 9ம 56நி − 1நி 38 வி
= 9ம 54நி 22 வி

இன்னும் நுட்பமாக இம்மாற்று வாய்பாடுகள் வேண்டுமாயின்,

M ச. க. மணிகள் $= M\,(1 + \varepsilon)$ மீன் வழி மணிகள்

$$\text{இங்கு } \varepsilon = \frac{1}{365{\cdot}2422} = {\cdot}002738.$$

S மீன் வழி மணிகள் $= S\,(1 - \varepsilon')$ ச. க. மணிகள்

$$\text{இங்கு } \varepsilon' = \frac{1}{366{\cdot}2422} = {\cdot}0027302\ .$$

மீன்வழி மணி கணிப்பது γ-மேல் உச்சி கடப்பதிலிருந்து 0, 1,……24 மணிகள் என்றும், சராசரிக் கதிரவன் மணி கணிப்பது, சராசரிக் கதிரவன் கீழ் உச்சி கடப்பதிலிருந்து 0, 1, 2,… ..24 மணிகள் என்றும் நாம் அறிவோம். அதாவது மீன்வழி மணி, γ இன் நண்பகலிலும், சராசரிக் கதிரவன் வழி மணி, ச. க. இன் நள்ளிரவிலும் இருந்து அளக்கப்படுகிறது.

மாலுமிப் பஞ்சாங்கத்தில், ச. க. நள்ளிரவுக்குரிய, மீன்வழி நேரம் (s_m) உம், γ இன் நண்பகலுக்குரிய ச. க. வழிநேரம் (m_s) உம் ஒவ்வொரு ஆண்டிலும் தினந்தோறும் கிரீனிச் (மண்ணுலக நெட்டாங்கு பூச்சியம் உள்ள இடம்) என்ற இடத்திற்குக் கொடுக்கப்பட்டிருக்கிறது. அப்பஞ்சாங்கக் குறிப்புக்கள் கொண்டு, மண்ணுலகில் எந்த நெட்டாங்குள்ள இடத்திற்கும், ச. க. மணி நேரத்தை, மீன் வழி மணி நேரமாகவும், எதிர் மாருகவும் மாற்ற இயலும். சில எடுத்துக்காட்டுகள் பின்னர் கொடுக்கப்பட்டிருக்கின்றன. (குறிப்பு: s_m, m_s எவற்றினைக் குறிக்கும் குறியீடுகள் எனக் கவனத்தில் வைக்கவும். பின்னர் அக் குறியீடுகளை அவ்வப்பொருள்களில் பயன்படுத்தலாம்).

12·9·6·3 : ஒரு குறிப்பிட்ட நாளில் கிரீனிச் ச. க. நேரம் n அதற்குரிய கிரீனிச் மீன் வழி நேரம் என்ன?

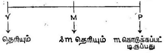
மாலுமிப் பஞ்சாங்கத்தில் அந்நாளுக்குரிய s_m உம், m_s உம் பார்த்துக்கொள்ளலாம்.

படம் A இல் (பக்கம் 371)

γ குறிப்பது, மீ. வ. நண்பகல் சமயம் ($0^{ம} 0^{நி} 0^{வி}$ மீ. வழி நேரம்)

M குறிப்பது, ச. க. நள்ளிரவுச் சமயம் ($0^{ம} 0^{நி} 0^{வி}$ ச. க. நேரம்)

P நமக்குக் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் சமயம், அதாவது, கி. ச. க. நேரம் $= m$.



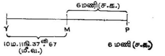
படம் A

$$MP = m \text{ (ச. க. அலகில்)}$$
$$= m(1 + \varepsilon) \text{ மீன் வழி அலகில்}$$
$$\gamma M = s_m \text{ மீன் வழி அலகில்}$$
$$\therefore \gamma P = s_m + m(1 + \varepsilon) \text{ மீன் வழி அலகில்}$$

எனவே கிரீனிச் ச. க. நேரம் m இருக்கும்போது கிரீனிச் மீன் வழி நேரம் $= s_m + m(1 + \varepsilon)$. [மீன்வழி அலகுகளில்].

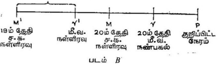
எ கா. 1.

கிரீனிச் ச. க. நேரம் 6 மணிக்குரிய மீன் வழி நேரம் என்ன? அன்று, கிரீனிச்சில் ச. ந. கீழ் உச்சி கடந்த மீன்வழி நேரம் 10ம 11நி. வி.37·67.



$$6 \text{ ச. க. மணி நேரம்} = (6^{ம} + 60^{வி} - 1^{வி}) \text{ மீன் வழி காலம்}$$
$$= 6^{ம}\, 0^{நி}\, 59^{வி}$$
$$\therefore \text{அப்போது மீன் வழி நேரம்} = 10^{ம}\, 11^{நி}\, 37.67^{வி}$$
$$+ 6^{ம}\, 0^{நி}\, 59^{வி}$$
$$= 16^{ம}\, 12^{நி}\, 36.67^{வி}$$

எ.கா. 2 : 1932ஆம் ஆண்டு மார்ச்சு 20ஆம் தேதி கிரீனிச்சில் ச.க. நேரம் 3ம 42நி க்குச் சரியான கிரீனிச் மீ.வ. நேரம் காண்க; 19ஆம் தேதி அங்கு நள்ளிரவு நேரம் 14ம. 35நி. 46வி (ச.க).



படம் B

படத்தில் குறிக்கப்பட்டதைக் கவனிக்க. (படம் B)

$M'M$ = 24 மணி (ச.க.)

$\gamma'\gamma$ = 12 மணி (மீ.வ).

MP = 3ம 42நி (ச.க).

MPக்குரிய மீன்வழி நேரம் காணவேண்டும்.

$M'\gamma'$ = 14ம 35நி 46வி (ச.க).

$\therefore$ $M'P = M'M + MP$

= 27ம 42நி (ச.க.)

$\gamma'P = \gamma'M + MP$

= (24—14ம 35நி—46வி) + 3ம 42நி (ச.க.)

= 9ம 24நி 14வி + 3ம 42நி (ச.க.)

= 13ம 6நி 14வி (ச.க).

இதை மீன்வழி நேரமாக மாற்றுக.

$\gamma'P$ = 13ம 6நி 14வி + 130வி + 1வி - 2வி

= 13ம 6நி 14வி + 129வி

= 13ம 8நி 23வி (மீ.வ).

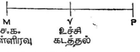
$\therefore$ $\gamma P = \gamma'P - \gamma'\gamma$

= [13ம 8நி 23வி — 12ம] (மீன்வழி)

= 1ம 8நி 23வி.

12·9·6·4 : கிரீனிச்சில் ஒரு குறிப்பிட்ட மீன்வழி நேரத்திற்குரிய ச.க. நேரம் காணல்.

குறிப்பிட்ட மீன்வழி நேரம் s எனக் கொள்க. m_s—அதாவது γ உச்சி கடக்கும்போது உள்ள ச.க. நேரம் கொடுக்கப்பட்டிருக்கிறது (மாலுமிப் பஞ்சாங்கப்படி).



P = s கொடுக்கப்பட்டிருப்பது.

$M\gamma = m_s$

Pக்குரிய ச.க. நேரம் = $M\gamma$ (ச.க.)

= $M\gamma$ (ச.க.) + γP (ச.க.)

= $m_s + s(1-\varepsilon')$

= $E' = \cdot 0027302$

முன் எடுத்துக்காட்டில் m_sக்குப் பதிலாக s_m—அதாவது ச.க. நள்ளிரவுக்காலம் மீ.வ. மணியில் கொடுக்கப்பட்டால்...

$$\gamma M = s_m \text{ (மீ.வ)}.$$
$$= s_m (1-\varepsilon') \text{ (ச.க)}$$
$$\gamma P = s \text{ (மீ.வ)} = s(1-\varepsilon') \text{ (ச.க.)}$$
$$\therefore MP = \gamma P - \gamma M$$
$$= s(1-\varepsilon') - s_m(1-\varepsilon')$$
$$= (s-s_m)(1-\varepsilon') \text{ மீ.வ.}$$

12·9·7 : இந்த முறைகளை விரிவுபடுத்தினால், எந்த இடத்திலும் இம்மாற்றங்களைச் செய்யலாம்.

அதற்குத் தேவைப்படுவன பின்வரும் விதிகள் : கிரீனிச் மீன் வழி நேரம்$=s$ ஆக இருக்கும் தருணம், $l°$ கிழக்கு நெட்டாங்குள்ள A என்ற இடத்தில் மீன்வழிநேரம் $= \left(s + \frac{l}{15}\right)$ ஆக விருக்கும். $l°$ மேற்கு நெட்டாங்குள்ள B என்ற இடத்தில் அத்தருணம், மீன் வழி நேரம் $= \left(s - \frac{l}{15}\right)$ ஆகவிருக்கும். இவ்விதி ச.க. நேரத்திற்கும், தோ.க. நேரத்திற்கும் பொருந்தும். (விளக்கம் அடுத்த பகுதி 13இல் காண்க).

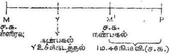
இந்த விதிகளைக்கொண்டு, முன் விளக்கப்பட்ட முறைகளைக் கையாண்டால் தேவைப்படும் மாற்றங்கள் பெறலாம்.

I.S.T. இந்திய நியம நேரம் வேண்டுமெனின் கிரீனிச் நேரத்தோடு 5மணி 30நிமிடம் கூட்டினால் போதும் ; I.S.T (இ. நி. நே.) கொடுக்கப்பட்டால் அதிலிருந்து 5மணி 30நிமிடம் கழித்தால் கிரீனிச் நேரம் பெறப்படும். இது மீன்வழி நேரம், சராசரிக் கதிரவன் நேரம் இரண்டிற்கும் ஒன்றேதான்.

எ.கா. 1. மண்ணுலக நெட்டாங்கு 50°கி உள்ள ஓரிடத்தில் குறிப்பிட்ட நாளில் ச.க. நேரம் 17ம 6நி 18வி. க்குரிய மீன் வழி நேரம் காண்க. கிரீனிச்சில் ச.க. நண்பகலுக்குரிய மீன்வழி நேரம் 1ம 45நி 24வி எனக்கொள்க.

50° கி நெட்டாங்குள்ள இடத்தில் பிற்பகல் 17ம 6நி 18வி ச.க. நேரமானல், அதற்குச் சரியான

கிரீனிச் ச.க. நேரம் = 17ம 6நி 18வி—50 × 4 நிமிடங்கள்.
= 17ம 6நி 18வி
— 3ம 20நி
= 13ம 46நி 18வி
= பிற்பகல் 1ம 46நி 18வி



γ M' = 1ம 45நி 24வி (மீ.வ)
M'Pஐ மீ. வ நேரத்திற்கு மாற்றுக.
M'P = 1ம 46நி 18வி + 10வி + 7·7வி — $\frac{1}{60}$ (17·7)வி
= 1ம 46நி 18வி + 17·4வி
= 1ம 46நி 35·4வி (மீ.வ)
∴ γP (மீ.வ) = γM' + M'P
= 1ம 45நி 24வி (மீ.வ.)
+ 1ம 46நி 35·4வி (மீ வ)
= 3ம 31நி 59·4வி (மீ.வ).

இது கிரீனிச் நேரம்.

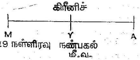
∴ குறிப்பிட்ட இடத்தில் மீன்வழி நேரம்
= 3ம 31நி 59·4வி
+ 3ம 20நி
= **6ம 51நி 59.4வி.**

எ.கா. 2

விண்மீன் அன்டாரஸ் (Antares) வல ஏற்றம் 16ம 24நி 48வி. பின்வரும் பதிவுகள் கொண்டு, மே மாதம் 1ம் தேதி அது சென்னையில் உச்சி கடக்கும் ஊர்ப்பொழுது காண்க. (செ)

பதிவு : சென்னை நெட்டாங்கு 5ம 20நி 59·6வி (கி)
பதிவு : ஏப்ரல் 30ம் நாள் கி.மீ. வழி நண்பகல் 9ம 28நி 46வி (ச.க)

சென்னையில் அண்டாரஸ் உச்சி கடக்கும் மீன்வழி நேரம்	16ம 24நி 48வி
சென்னை நெட்டாங்கு	5ம 20நி 59·6வி
∴ சென்னையில் அண்டாரஸ் உச்சி கடக்கும் போது, கி.மீ.வ. நேரம்	11ம 3நி 48·4வி



ΥA = 11ம 3நி 48·4வி (மீ.வ. அளவு)
= 11ம 3நி 48·4வி − 110வி − 0·6வி + 1·8வி
(ச.க. அளவு)
≑ 11ம 2நி (தோராயமாக) (ச.க. அளவு)

∴ MA = 11ம 2நி
+ 9ம 28நி 46வி (ச.க.)
= 20ம 30நி 46வி. (ச.க.)

சென்னை நெட்டாங்கு = 5ம 20நி 59·6வி

∴ சென்னையில் அன்டாரஸ் உச்சி கடக்கும் ச.க. நேரம் } = 25ம 51நி 45·6வி

அதாவது மே மாதம் முதல்தேதி 1ம 51நி 45·6 (ச.க. நேரம்).
ஆனால், இந்திய நியம நேரம் = 20ம 30நி 46வி
+ 5ம 30நி
= 26ம 0நி 46வி

அதாவது ஊர்ப்பொழுது
மேமாதம் முதல் தேதி = 2ம 0நி 46வி (ச.க. நேரம்)

பயிற்சி 12C

1. ஒரு விண்மீனின் வல ஏற்றம் 19ம 43நி 51வி. சற்று முந்திய ச.க. நண்பகல் நேரம் 0ம 6நி 40வி (மீ.வ.) அம்மீன் உச்சி கடக்கும் ஊர்ப்பொழுது காண்க. (அ)

2. கிரீனிச்சில் மீ.வ. நேரம் 11ம 35நி 42வி. பின்வரும் பதிவு கொண்டு அதற்குச் சரியான தி.ச.க. நேரம் காண்க. ஜனவரி 18ம் தேதி ச.க. நேரம் 16ம 29நி 47 விநாடிக்கு அங்கு γ உச்சி கடந்தது. (அ)

3. மார்ச்சு 19ம் தேதி கிரீனிச்சில் γ கீழுச்சி கடந்த ச.க. நேரம் 14ம 35நி 40வி. மார்ச்சு 20ம் தேதி ச.க. நேரம் 3ம 42நி 35 விநாடிக்குச் சரியான மீ.வ. நேரம் காண்க. (செ)

4. கிரீனிச்சில் ஜூன் 1/2ம் தேதி ச. க. நள்ளிரவின்போது, மீ.வ. நேரம் 1/2ம் தேதி 4ம 36நி 54 விநாடி. ஜூன் 2ம் தேதி

கிரீனிச்சில் ச.க. நேரம் 2ம 35நி 45 வினுடிக்குச் சரியான மீ.வ. நேரம் காண்க. (செ)

5. பின் கொடுக்கப்படும் பதிவு கொண்டு, ஓரிடத்தில் மீ வ. நேரம் 10ம 20 நிமிடத்திற்குச் சரியான ச.க. நேரம் காண்க.

முந்திய ச.க. நள்ளிரவில், மீ.வ. நேரம் 3ம 5நி. (செ).

6. பின் கொடுக்கப்படும் பதிவு கொண்டு, ஓரிடத்தில் மீ.வ. நேரம் 14ம 30 நிமிடத்திற்குச் சரியான ச.க. நேரம் காண்க.

முந்திய ச க. நள்ளிரவில், மீ.வ. நேரம் 5ம 15நி. (செ)

குறிப்பு: பின்வரும் கணக்குகளை இப்போதே செய்தாலும் செய்யலாம்; அல்லது அடுத்துவரும் 'நெட்டாங்கு' (13) என்ற பகுதியைப் படித்துவிட்டுச் செய்தாலும் செய்யலாம்.

7. சென்னையின் கி. நெட்டாங்கு 80° 14′ 19″; செப்டம்பர் முதல் தேதி கிரீனிச்சில் ச.க. நள்ளிரவின்போது மீ.வ. நேரம் 22ம 35நி 40வி. அன்று சென்னை ச.க. நேரம் (இ.நி. நேரம்) முற்பகல் 8ம 35 நிமிடத்திற்குச் சரியான சென்னை மீ.வ. நேரம் காண்க. (செ)

8. சென்னையின் கிழக்கு நெட்டாங்கு 5ம 21நி; ஏப்ரல் முதல் தேதி கிரீனிச்சில் ச.க. நள்ளிரவின்போது மீன்வழி நேரம் 0ம 38நி 53வி. அன்று சென்னை ச.க. நேரம் முற்பகல் 7·30க்குச் சரியான மீன்வழி நேரம் காண்க. (செ)

9. கி. ச.க. நண்பகலுக்குச் சரியான மீ.வ. நேரம் 11ம 14நி 25வி. சென்னையின் நெட்டாங்கு, கிழக்கு 5ம 20நி 57வி. சென்னையில் மீ.வ. நேரம் 18ம 20நி 30விநுடிக்குச் சரியான சென்னை ச.க நேரமும், இ.நி. நேரமும் காண்க; சென்னையில் மீ.வ. நேரம் 21ம 6நி 7·5 விநுடிக்குச் சரியான சென்னை ச.க நேரமும், இ நி. நேரமும் காண்க. (அ)

10. நியூயார்க்கில் அக்டோபர் 31ம் தேதி ச.க. நள்ளிரவுக்குச் சரியான மீ.வ. நேரம் 22ம 30நி 20வி; அவ்விடத்தின் மேற்கு நெட்டாங்கு 74°. அவ்விடத்தின் காலை ச.க. நேரம் 9ம 50 நிமிடத்திற்குச் சரியான மீ.வ. நேரம் காண்க. (செ)

11. ஏப்ரல் முதல் தேதி ச.க. நள்ளிரவுக்குச் சரியான கி.மீ.வ. நேரம் 0ம 42நி 7வி. சென்னையின் நெட்டாங்கு 5ம 30நி 59வி (கிழக்கு); ஏப்ரல் 2ம் தேதி, இரவு 9ம—45 நிமிடத்திற்குச் சரியான சென்னை மீ.வ. நேரமும், இ.நி. நேரமும் காண்க. (செ)

கல்லூரி நூல் வெளியீட்டு இயக்குநரகம்

தமிழ்நாட்டுப் பாடநூல் நிறுவனம்

சென்னை

1970 ஜனவரிவரை வெளியிட்டுள்ள நூல்கள்

பொருளாதாரம்

			ரூ.	பை.
*1.	பொருளாதாரம்—I	சி. வேலாயுதம்	6	50
*1-A	,, II	,,	9	00
*2.	சோவியத் பொருளாதார வளர்ச்சி	டாக்டர் எம். ஜே. கே. தவராஜ்	4	25
*3.	அமெரிக்கப் பொருளாதாரம்	,,	4	50
*4.	பொருளாதாரச் சிந்தனை வரலாறு	சோணாசலம்	7	00
*5.	பன்னாட்டு வாணிபம்	மு. ஆரோக்கியசாமி	6	00
6.	புதுமைப் பொருளாதாரக் கூறுகள்	திருமதி ஆர். தாமரஜாட்சி	12	00
7.	பொருளாதாரம் ஓர் அறிமுகம்—I	தி. சி. மோகன்	12	00
8.	,, II	எம். ஏ. அபூர்வசாமி, பி.வி. ஸ்ரீநிவாசன்	10	75
9.	பொருளாதாரக் கோட்பாடு வளர்ந்த வரலாறு	க. முத்தையன்	7	00
*10.	பணவியலும் பாங்கியலும்—I	சி வேலாயுதம்	6	75
*11.	,, II	,,	11	50
*12.	நவீன பாங்கு இயல்	க. வெற்றிவேல்	7	50
*13.	இந்தியச் செலாவணியும் பாங்கு முறையும்	பி. வி. ஸ்ரீனிவாசன்	5	50
*14.	அரசாங்க நிதி இயல்	அர. சேஷாசலம்	4	75
15.	இந்தியப் பொருளியல்—I	எம். பாலசுப்பிரமணியன்	10	00
16	,, II	எம். லூர்துநாதன்	4	25

*மூல நூல் (Original Book)

பொருளாதாரம்—(தொடர்ச்சி)

			ரூ.	பை.
17.	நமது பொருளாதாரப் பிரச்சினை—I	சி. சுந்தரராஜன்	10	75
18.	,, II	எஸ். குழந்தைநாதன்	10	50
19.	இங்கிலாந்தின் பொருளாதார வரலாறு—I	கீ சி. இராமசாமி	6	00
20.	,, II	,,	6	00
21	அமெரிக்காவின் நவீன பொருளாதார வளர்ச்சி	தி. சி. மோகன்	5	00
22.	அமெரிக்கப் பொருளாதார வரலாறு—I	மு. க. சுப்பிரமணியம்	11	00
23.	,, II	பி. வி. சீனிவாசன்	6	00
24.	,, III	,,	6	50
25.	அரசாங்க நிதியியலின் பொருளாதாரம்—I	மா. குமாரசாமி	10	00
26.	,, II	அர. சேஷாசலம்	9	50
27.	இந்தியாவின் பொருளாதார வளர்ச்சி—I	தே. வேலப்பன்	10	00
28.	,, II	ஜி. சிதம்பரம்	8	00
29.	பணம்—சிறு விளக்கம்	கோ. இராதாகிருஷ்ணன்	10	00
30.	வணிக இயலின் தத்துவங்கள்	கு. ஆளுடைய பிள்ளை	9	50
31.	பத்தொன்பதாம் நூற்றூண்டில் கிரேட் பிரிட்டனில் தொழில்-வாணிகப் புரட்சி	சூ. ரா. கருப்பண்ணன்	11	00
32.	பென்ஹாம் பொருளாதாரம்—I	ஏ. குழந்தை	11	00
33.	,, II	எஸ். குழந்தைநாதன்	7	00
34.	வரவு செலவுத் திட்டம்	ஆர். ரங்காச்சாரி	6	00
35.	பன்னாட்டுப் பொருளாதாரம்—I	ஏ. குழந்தை	7	50
36.	,, II	கே. எஸ். இராமசாமி	9	00
37.	பொருளாதார ஆய்வு நூல்—I	கோ. இராதாகிருஷ்ணன்	7	75
38.	,, II	,,	7	00
39.	வளர்ச்சியுறுத நாடுகளின் அரசாங்க நிதியியல்	க. வெற்றிவேல்	4	25
40.	வளர்ச்சி குறைந்த நாடுகளின் முதலாக்கம் பற்றிய சிக்கல்கள்	மா. குமாரசாமி	5	50
41.	1939 முதல் இந்தியாவில் பணவீக்க விஸைப் போக்குகள்	சி. சுந்தரராஜன்	7	50

42.	பொருளாதார வளர்ச்சிபற்றிய கட்டுரைகள்	எம். கே. சுப்பிரமணியம்	7	75
43.	இந்தியப் பொருளாதார வரலாறு (1857—1956)—I	ம. திருநாவுக்கரசு	7	00
44.	பொருளாதாரம்—ஓர் அறிமுகம்	பு. வி. சீனிவாசன்	6	25
	வரலாறு			
*45.	பிரிட்டன் வரலாறு—I	கி. ர. அனுமந்தன்	4	50
*46.	,, II	,,	3	50
*47.	,, III	,,	7	25
*48.	ஐரோப்பிய வரலாறு—I	டி. வி. சொக்கப்பா	4	50
49.	ஐரோப்பா—கடந்த ஐந்து நூற்றுண்டுகாலச் சரித்திரம்	வை. விருத்தகிரீசன்	15	00
50.	இங்கிலாந்து வரலாறு—I	இரா. அண்ணுமலை	13	00
51.	,, II	பா. மாணிக்கவேலு	13	00
52.	,, III	என். ஜே. ராஜகோபால்	8	00
53.	,, IV	,,	8	00
54.	இங்கிலாந்தின் வரலாறு—I	க. த. திருநாவுக்கரசு	15	00
55.	,, II	எம். எக்ஸ். மிராண்டா	8	00
56.	,, III	,,	5	00
57.	இந்தியாவின் சிறப்பு வரலாறு—I	தி. வெ. குப்புசாமி	7	50
58.	,, II	ஏ. உஸ்மான் ஷெரீப்	9	00
59.	,, III	அ. பாண்டுரங்கன்	11	00
60.	கிரேக்க நாட்டு வரலாறு—I	சைமன் ஐ. எஸ். பாக்கியநாதன்	7	50
61.	,, II	,,	7	00
62.	,, III	பி. இராமாநுஜம் தேவதாஸ்	7	75
63.	ஆக்ஸ்ஃபோர்டின் இந்திய வரலாறு—I	தி. வெ. குப்புசாமி	8	25
64.	,, II	ஏ. உஸ்மான் ஷெரீப்	7	50
65.	,, III	க. த. திருநாவுக்கரசு	10	50

* மூலநூல் (Original Book)

			ரூ.	பை.
வரலாறு—(தொடர்ச்சி)				
66.	முகலாயப் பேரரசு—I	ஏ. உஸ்மான் ஷெரீப், எம். எக்ஸ். மிராண்டா	7	50
67.	,, II	எம். எக்ஸ். மிராண்டா, பா மாணிக்கவேலு	7	75
68.	ஆங்கில அரசியலமைப்பின் வரலாறு—I	வை. விருத்தகிரீசன்	7	50
69.	,, II	வை. விருத்தகிரீசன், இரா. அண்ணுமலை	6	75
70.	,, III	இரா. அண்ணுமலை, பா. மாணிக்கவேலு	6	50
71.	,, IV	பா மாணிக்கவேலு	7	00
72.	ஆங்கிலேயரின் சமுதாய வரலாறு—I	சி. ஈ. இராமச்சந்திரன்	6	50
73.	,, II	சி. ஈ. இராமச்சந்திரன், இரா. ஆலாலசுந்தரம்	6	75
74.	,, III	ஆர். ஆலாலசுந்தரம்	6	50
75.	இந்தியாவில் முகலாயரின் ஆட்சி—I	பா. மாணிக்கவேலு	5	00
76.	,, II	ஏ. உஸ்மான் ஷெரீப்	6	00
அரசியல்				
77.	அரசியல் அமைப்புகள்	ஜே. இராமச்சந்திரன்	4	62
78.	அரசாங்கத்தின் வரலாறு	மோ. கிளாரன்சு, டி. டி. பெலிக்ஸ்	7	50
*79.	இந்திய அரசியலமைப்பு	வீ. கண்ணையா	4	75
80	அரசியலுக்கு ஓர் அறிமுகம்	டி. செல்லப்பா	8	50
81.	தற்கால அரசியல் அமைப்புகள்	மோ. வள்ளுவன் கிளாரன்சு	8	50
82.	பன்னாட்டு அரசியல்—I	திருமதி நூர்ஜஹான் பாவா	16	00
83.	,, II	,,	13	25
84.	பொதுத்துறை ஆட்சி இயல்—I	வீ. கண்ணையா	9	00
85.	,, II	இ. ஜெகதீசன்	7	25
86.	பொதுத்துறை ஆட்சியியலுக்கு ஓர்அறிமுகம்—I	வீ. கண்ணையா	7	50
87.	,, II	டி. செல்லப்பா	7	50

88	இந்திய அரசியலமைப்புத் திட்டம்	தி. வெ. குப்புசாமி, எஸ். சுப்பிரமணியன்	9	25
89.	இந்திய ஆட்சி அமைப்புமுறை வளர்ச்சி—I	வீ. கண்ணையா	6	25
90.	,, II	வீ. கண்ணையா, கி. ர. அனுமந்தன்	5	75
91.	,, III	கி ர. அனுமந்தன்	7	25
*92.	மக்கள் ஆட்சி	க. சந்தானம்	4	25
93.	1919 முதல் சர்வதேச உறவுகளும் உலக அரசியலும்	என். ஜே. ராஜகோபால்	7	25
94.	சமூக, அரசியல் கொள்கையின் அடிப்படைகள்	மோ. வள்ளுவன் கிளாரன்ஸ்	7	00
95.	அரசியலமைப்புச் சட்ட ஆய்வுக்கு ஓர் அறிமுகம்—I	பா. சூரியநாராயணன்	5	75
96.	,, II	பா. சூரியநாராயணன், கி. ர. அனுமந்தன்	6	00
97.	,, III	கி. ர. அனுமந்தன்	5	75
உளவியல்				
98.	குழந்தை உளவியல்—I	கி. ர. அப்புள்ளாச்சாரி	8	00
99.	,, II	,,	7	00
100.	உட்கவர் மனம்	சி. ந. வைத்தீஸ்வரன்	7	00
101.	இளையோர் உளவியல்—I	தி. இரா. அரங்கராசன்	12	00
102.	,, II	,,	9	00
103.	சமூக உளவியல்	என். வேதமணி மானுவேல்	9	25
104.	பிறழ்நிலை உளவியல்	அ. பெசன்ட் கிரீப்பர்ராஜ்	11	00
105.	பித்தரின் உள்ளம்	,,	8	00
*106.	குமர உள்ளம்	டாக்டர் மு. அறம்	6	25

*மூல நூல் (Original Book)

தத்துவம்

				ரூ.	பை.
107	இந்து சமயத் தத்துவம்	...	ஞா. ராஜாபகதூர்	... 5	50
*108.	அறிவு ஆராய்ச்சி இயல்	...	ஆர். ராமானுஜாச்சாரி	... 3	50
*109.	மேலைநாட்டுத் தத்துவம்	...	ஆர். எஸ். தேசிகன்	... 3	50
110.	அத்துவித தத்துவம்	...	கோ. மோ. காந்தி	... 6	50
111.	ஆங்கிலேயப் பயன்வழிக் கொள்கையினர்	...	மோ. வள்ளுவன் கிளாரன்சு	... 5	50
112.	இந்தியத் தத்துவம் – I	...	வ. அ. தேவசேனுபதி, பா. நா. சண்முகசுந்தரம்	... 3	50
113.	,, II	...	,,	... 6	00
114.	மெய்ப்பொருளியல் - ஓர் அறிமுகம் — I	...	சி. இராமலிங்கம்	... 6	00

அறவியல்

115.	அறவியல் - ஓர் அறிமுகம்	...	கோ. மோ. காந்தி	... 8	50

அளவையியல்

116.	அளவையியல்—தொடக்க நூல்	...	கி. ர. அப்புள்ளாச்சாரி	... 2	50

மானிடவியல்

*117.	மானிடவியல்	...	ம. சு. கோபாலகிருஷ்ணன்	... 4	75
118.	பண்பாட்டுக் கோலங்கள்	...	கி. பூ. சுப்பிரமணியம்	... 5	50
119.	இந்தியாவில் குடியானவர் வாழ்க்கை	...	எஸ். இலட்சுமி	... 3	50

சமூகவியல்

120.	சமூகவியலின் அடிப்படைக் கோட்பாடுகள்	...	ஜே. நாராயணன்	... 10	50

புவியியல்

121.	ஆசியா—I	... கொ. சேஷ. நரசிம்மன்	...	9	50
122.	,, II	... ,,	...	8	75
123.	ஐரோப்பாக் கண்டத்தின் புவியியல்	... ஏ. எஸ். நாராயணன்	...	8	50
*124.	தென்கிழக்கு ஆசியா	... ஜி. கிருஷ்ணமூர்த்தி	...	8	50
*125.	வட அமெரிக்கா	... குமாரி இரா. அலமேலு	...	8	25
*126.	தென் அமெரிக்கா	... எம். என். பத்மநாபன்	...	9	00
*127.	தென் கண்டங்கள்—ஆஸ்திரேலியா	... திருமதி எச். நியூமன்	...	4	00
*128.	,, —ஆஃப்ரிக்கா	... எஸ். முத்துக்கிருஷ்ணக் கரையாளர்	...	8	25
*129.	புவிப்புறவியல்—II	... நா. அனந்தபத்மநாபன்	...	6	00
*130.	செய்முறைப் புவியியல்	... சு. ஜெயச்சந்திரன்	...	9	00
*131.	மக்கட்பரப்பியல்	... வி. எஸ். அனந்தபத்மநாபன்	...	8	25
*132.	சமுத்திரவியல்	... கோ. இராமசாமி	...	6	50
133.	காலநிலை இயல்—I	... கொ. சேஷ நரசிம்மன்	...	10	00
134.	,, II	... ,	...	5	00
*135.	காலநிலை இயல்	... திருமதி இராதா	...	10	00
136.	வளியியலுக்கு ஓர் அறிமுகம்	... கோ. இராமசாமி	...	11	00
*137.	புவி அமைப்பு இயல்	... சி. விஸ்வநாதன்	...	4	75
138.	பௌதிகப் புவியியலும் புவியமைப்பியலும்	... கோ. இராமசாமி	...	6	00
139.	சிஷோமின் வாணிகப் புவியியல்—I	... எஸ். மாணிக்கம்	...	9	50
140.	,, II	... எம். கார்த்திகேயன்	...	12	00
141.	,, III	... சி. எஸ். நரசிம்மன்	...	5	75

*மூல நூல் (Original Book)

		ரூ.	பை.
புள்ளியியல்			
*142. புள்ளியியல் – அறிமுகம்	... ச. வைத்தியநாதன்	... 10	00
143. புள்ளியியல் முறைகள் — I	... கோ. சண்முகசுந்தரம்	... 10	00
144. ,, II	... கே. ஆர். இராஜகோபாலன்	... 14	00
145. நம்மைச் சுற்றியுள்ள பேரண்டம்	... தி. வி. லட்சுமிநரசிம்மன்	... 6	50
உயர்கணிதம்			
*146. ஆயத்தொலை வடிவகணிதம்	... டி. கே. மாணிக்கவாசகம் பிள்ளை	... 12	50
*147. வகை நுண்கணிதம்	... ,,	... 8	00
*148 தொகை நுண்கணிதம்	... தி. கோவிந்தராசன்	... 9	00
விலங்கியல்			
*149. விலங்கியல்	... பெ. மா. அண்ணாமலை, இரா. முருகேசன்	... 12	00
பௌதிகவியல்			
150. ஒளி நூல்	... ச. சம்பத்து	... 10	00
விஞ்ஞானம்			
*151. வானவெளி வெற்றி	... டாக்டர் எம். ஏ. தங்கராஜ்	... 6	00
*152. ரேடியோ	... டாக்டர் பி. திருஞானசம்பந்தம்	... 4	75
*153. எக்ஸ்-கதிர்கள்	... பெ. நா. அப்புசாமி, ஜே.பி. மாணிக்கம்	... 4	50
*154. பாம்புகள்	... பெ. மா. அண்ணாமலை	... 3	50
*155. தாவரம் — வாழ்வும் வரலாறும்	... டாக்டர் கு. சீனிவாசன்	... 8	00
*156. கரும்பு	... கு. பெரியசாமி	... 4	00
*157. தாவரங்களின் வாழ்வியல்	... எஸ். சுந்தரம்	... 6	50

மருத்துவம்

*158.	நீரிழிவு - க்ஷயரோகம்	டாக்டர் ஜி. வேங்கடசாமி, டாக்டர் ஏ. கதிரேசன்	2	50
159.	மகப்பேறும் மாதர் நோயும்	டாக்டர் (குமாரி) மணிமேகலை	8	25
*160.	பாக்டீரியா	சு. சுந்தரம்	2	50
161	புற்றுநோய்	அ. கதிரேசன்	3	50
162.	உடலியங்கியல்—I	டாக்டர்கள் ஜி. வேங்கடசாமி, டி. சரோஜினி, எஸ். கே. துரைராஜ், ஆர். சேது	6	75
163.	,, II	,,	5	50
164.	என்புருக்கி நோய்	டாக்டர் அ. கதிரேசன்	7	25

பொறியியல்

165.	நீங்களே உங்கள் வீட்டைக் கட்டலாம்	கே. வி. கிருஷ்ணராஜ், சி. ஆர். சுப்பிரமணியம், ஆர். இராமசாமி, கே. வேணுகோபால்	8	50

கூட்டுறவு

166	உலகக் கூட்டுறவு இயக்கம்	அ. வேல்மணி	5	50

சட்டம்

*167.	குற்றவியல் சட்டம்	எம். சண்முகசுப்பிரமணியம்	10	00

*மூல நூல் (Original Book)

பொது நூல்கள்

				ரூ.	பை.
168.	மகாத்மா காந்தி	...	சரஸ்வதி தங்கையன்	... 3	25
169.	விவசாயப் புரட்சி	...	வி. கார்த்திகேயன்	... 8	00
*170.	சேமக் கை-நூல்	...	ஆ. சுப்பிரமணியம்	... 2	50
*171.	முற்காலச் சோழர் கலையும் சிற்பமும்	...	எஸ். ஆர். பாலசுப்பிரமணியம்	... 9	00
*172.	உணவும் ஊட்டமும்	...	தி. வேங்கட கிருஷ்ணய்யங்கார்	... 4	50

புகுமுக (P.U.C.) வகுப்புகளுக்குரியவை

*173.	உலக வரலாறு	...	டி. ஆர். இராமச்சந்திரன்	... 4	00
*174.	பொருளாதாரம்	...	ஜி. சிதம்பரம்	... 2	75
*175.	வணிகவியலுக்கு ஓர் அறிமுகம்—I	...	கு. ஆளுடைய பிள்ளை	... 2	50
*176.	,, II	...	,,	... 2	25
*177.	பௌதிகம்	...	டாக்டர் பி. திருஞானசம்பந்தம், ஆர். நாகராஜன்	... 7	50
*178.	புகுமுக பௌதிகம்	...	டாக்டர் எம். ஏ. தங்கராஜ்	... 5	75
*179.	புகுமுக வகுப்புக் கணிதம்—I	...	கே. ராஜகோபாலன்	... 7	00
*180.	,, II	...	,,	... 3	00
*181.	புகுமுக வகுப்புக் கணித நூல்—I	...	டி. கோவிந்தராஜன், முத்துசாமி	... 7	00
*182.	,, II	...	,,	... 4	50
*183.	கணிதம்—ஓர் அறிமுகம்—I	...	ஆர். மகாதேவன்	... 4	75
*184.	,, II	...	,,	... 3	25
*185.	வேதியியல்	...	பி. டி. முனியப்பா, ஆர். முத்துலட்சுமி	... 7	00
*186.	புகுமுக வேதியியல்	...	சி. ஏ. பத்மநாபன்	... 5	50
*187.	விலங்கியல்	...	எஸ். ஆப்ரகாம்	... 4	00
*188.	புகுமுக விலங்கியல்	...	பெ. மா. அண்ணாமலை	... 7	25
*189.	புகுமுக வகுப்புத் தாவரவியல்	...	எஸ். சுந்தரம்	... 4	50

பட்டப்படிப்பிற்குரிய (B.Sc.) நூல்கள்

பௌதிகம் (Physics)

			ரூ.	பை
*190.	எந்திரவியல்—சிறப்புப்பாடம் (Book I)	ஆர். நாகராசன்	6	25
*191.	வெப்பவியல்—சிறப்புப்பாடம்	கே. நாச்சிமுத்து	5	25
*192.	செய்முறைபௌதிகம்-சிறப்புப் பாடம் (Book I)	டி. கமலக்கண்ணன், எஸ். கிருட்டிணசாமி	4	50
*193.	பௌதிகம்—துணைப்பாடம்- I (Book I)	பி. தங்கராஜன்	4	00
*194.	,, (Book II)	,,	8	00
*195.	செய்முறை பௌதிகம்—துணைப்பாடம்	கே. பாசுகரன், இரா. செயராம்	4	50
*196.	மின்னியல்-காந்தவியல் (Book I)	டி. ஏ. கருப்பண்ணன்	4	75
*197.	ஒளியியல்—சிறப்புப்பாடம்	டாக்டர் வி. சண்முகசுந்தரம், டாக்டர் ஆர். சபேசன்	7	75

வேதியியல் (Chemistry)

			ரூ.	பை
*198.	செய்முறைக்கனிமவேதியியல்-சிறப்புப்பாடம்	டி. இராமலிங்கம்	2	25
*199.	பௌதிக வேதியியல் (Book I)	டி. சக்திவேலு	4	00
*200.	கனிம வேதியியல்—துணைப்பாடம்	சி. ஏ. பத்மநாபன்	6	50
*201.	கனிம வேதியியல் (Book I)	பி. டி. முனியப்பா	4	00
*202.	பொது பௌதிக வேதியியல்—துணைப்பாடம்	ஆர். துளசிதாஸ்	4	75

கணிதம் (Mathematics)

			ரூ.	பை
*203.	இயற்கணிதம்—சிறப்புப்பாடம் (Book I)	டி. கோவிந்தராஜன், கே. முத்துசாமி	4	25
*204.	தொகுமுறை வரைகணிதம்—சிறப்புப்பாடம்	ஆர். மகாதேவன்	2	00

*மூல நூல் (Original Book)

கணிதம்—(தொடர்ச்சி)

			ரூ.	பை.
*205.	எண்சார் கணிதம்—சிறப்புப்பாடம்	எம். எம். இராமசாமி	5	50
*206.	திரிகோண கணிதம்—சிறப்புப்பாடம்	வி. அரங்கநாதன்	8	25
*207.	கணிதம்—துணைப்பாடம்	ஆர். அனுமந்தராவ்	6	00
*208.	நிலையியல்—சிறப்புப்பாடம்	கே. இராஜகோபாலன்	5	00

புள்ளியியல் (Statistics)

*209.	புள்ளியியல்—துணைப்பாடம்	எஸ். கருப்பையா	3	50

விலங்கியல் (Zoology)

*210.	முதுகெலும்பற்றவை—I—சிறப்புப்பாடம்	ஆர். முருகேசன்	11	50
*211.	,, II—சிறப்புப்பாடம்	திருமதி எஸ். கே. வள்ளி	11	25
*212.	முதுகுநாணுள்ளவை—I—சிறப்புப்பாடம் (Book I)	திருமதி ராணி கந்தசுவாமி	8	00
*213.	,, (Book II)	,,	9	75
*214.	முதுகுத்தண்டுள்ளவை—II—சிறப்புப்பாடம்	திருமதி கிருஷ்ணவேணி நாராயணன்	11	75
*215.	முதுகெலும்பற்றவை—துணைப்பாடம்	என். இராமலிங்கம்	9	00
*216.	முதுகுநாணுள்ளவை—துணைப்பாடம்	வி. சேது	10	00

தாவரவியல் (Botany)

*217.	தாவர வெளி உள்ளமைப்பியல்களும் வகைப்பாட்டியலும்—சிறப்புப்பாடம்	கே. ராஜசேகரன்	11	00
*218.	தாவரப் புற அமைப்பியல்	கே. பாலசந்திரகணேசன்	9	25
*219.	தாவர உள்ளமைப்பியல்	டாக்டர் ஏ. கோவிந்தராஜுலு	7	25

*மூல நூல் (Original Book)