அடிப்படைத் திண்மநிலை இயற்பியல்

[FUNDAMENTALS OF SOLID STATE PHYSICS]

ச. சம்பத்து

தமிழ்நாட்டுப் பாடநூல் நிறுவனம்

த. பா. நி. (க. வெ.) வரிசை எண்—856

அடிப்படைத் திண்மநிலை இயற்பியல்

ஆசிரியர்

ச. சம்பத்து, எம். ஏ.,
இயற்பியல் விரிவுரையாளர்,
மண்டலப் பொறியியற் கல்லூரி,
திருச்சிராப்பள்ளி.

தமிழ்நாட்டுப் பாடநூல் நிறுவனம்

First Edition—October, 1979

Number of Copies—2000

T.N.T.B.S. (C.P.) No. 856

© Government of Tamilnadu

FUNDAMENTALS OF SOLID STATE PHYSICS

S. SAMPATH

Price Rs. 11-75

Published by the Tamilnadu Textbook Society under the Centrally Sponsored Scheme of production of books and literature in regional languages at the University level, of the Government of India in the Ministry of Education and Social Welfare (Department of Culture), New Delhi.

This book has been printed on concessional paper made available by the Government of India.

Printed by

BHAGAT PRINTERS,
55, Railway Station Road,
Alandur, Madras-600 016.

அணிந்துரை

(திரு. செ. அரங்கநாயகம், தமிழகக் கல்வி அமைச்சர்)

தமிழைக் கல்லூரிக் கல்வி மொழியாக ஆக்கிப் பத்தொன்ப தாண்டுகள் ஆகிவிட்டன. குறிப்பிட்ட சில கல்லூரிகளில் இளங்கலை வகுப்புவரை மாணவர்கள் தங்கள் பாடங்கள் அனைத்தையும் தமிழிலேயே கற்றுவந்தனர். 1969ஆம் ஆண்டிலிருந்து அறிவியல் பாடங்களையும் தமிழிலேயே கற்பிக்க ஏற்பாடு செய்துள்ளோம். தமிழிலேயே கற்பிப்போம் என முன்வந்துள்ள கல்லூரி ஆசிரியர்களின் ஊக்கம், பிற பல துறைகளில் தொண்டு செய்வோர் இதற்கெனத் தந்த உழைப்பு, தங்கள் சிறப்புத் துறைகளில் நூல்கள் எழுதித்தர முன்வந்துள்ள நூலாசிரியர்கள் தொண்டுணர்ச்சி இவற்றின் காரணமாக இத்திட்டம் நம்மிடையே மகிழ்ச்சியும் மனநிறைவும் தரத்தக்க வகையில் நடைபெற்று வருகிறது. இவ்வகையில் கல்லூரிப் பேராசிரியர்கள் கலை, அறிவியல் பாடங்களை மாணவர்களுக்குத் தமிழிலேயே பயிற்று விப்பதற்குத் தேவையான பயிற்சியைப் பெறுவதற்கு மதுரைப் பல்கலைக்கழகமும் சென்னைப் பல்கலைக்கழகமும் ஆண்டுதோறும் எடுத்துவரும் பெருமுயற்சியைக் குறிப்பிட்டுச் சொல்லவேண்டும்.

வரலாற்றியல், அரசியல், உளவியல், பொருளியல், மெய்ப்பொருளியல், புவியியல், புவியமைப்பியல், மனையியல், கணிதவியல், இயற்பியல், வேதியியல், உயிரியல், வானியல், புள்ளியியல், விலங்கியல், தாவரவியல், பொறியியல், சட்டவியல் ஆகிய எல்லாத் துறைகளிலும் மூலநூல்கள், மொழிபெயர்ப்பு நூல்கள் என்று இரு வகையிலும் தமிழ்நாட்டுப் பாடநூல் நிறுவனம் நூல்களை வெளியிட்டு வருகிறது.

இவற்றுள் ஒன்றான அடிப்படைத் திண்மநிலை இயற்பியல் என்னும் இந்நூல் தமிழ்நாட்டுப் பாடநூல் நிறுவனத்தின் 856ஆவது வெளியீடாகும். கல்லூரித் தமிழ்க் குழுவின் சார்பில் வெளியான 35 நூல்களையும் சேர்த்து இதுவரை 891 நூல்கள் வெளிவந்துள்ளன. இந்நூல் மைய அரசு, கல்வி, சமூகநல அமைச்சகத்தின் 'மாநில மொழியில் பல்கலைக்கழக நூல்கள் வெளியிடும் திட்ட'த்தின்கீழ் வெளியிடப்படுகிறது.

தமிழில் பயிலும் மாணவர்கள் உலக மாணவர்களிடையே சிறந்த இடம்பெறவேண்டும் என்பதே நம் குறிக்கோளாகும். கல்லூரிகளிலும் பல்கலைக்கழகங்களிலும் கலையியற் பாடங்களையும், அறிவியற் பாடங்களையும், தொழில்நுட்ப அறிவுப் பாடங்களையும் பயிலுகின்ற மாணவர்கள் அவற்றைத் தமிழில் பயில வேண்டும் என்பதை வலியுறுத்தி வருவதற்குக் காரணம், தமிழறிவு வளர வேண்டும் என்பதைவிட, தமிழ் மக்களின் அறிவு ஆற்றல் எளிதாக, விரைவாக வளரவேண்டும் என்பதுதான். 'எதிலும் தமிழ்; எங்கும் தமிழ்' என்னும் குறிக்கோளை நிறைவேற்ற வேண்டிய கடப்பாடு தமிழகத்து ஆசிரியப் பெருமக்களையும் மாணவர்களையும் சார்ந்ததாகும். தமிழ்நாட்டுப் பல்கலைக் கழகங்களின் பல்வகை உதவிகளுக்கும் ஒத்துழைப்புக்கும் நம் மனம் கலந்த நன்றி உரித்தாகுக!

செ. அரங்கநாயகம்

பொருளடக்கம்

			பக்கம்
1.	தோற்றுவாய்	...	1
2.	படிகவியல்	...	6
3.	அணு இடைப் பிணைப்புகள்	...	56
4.	திண்மங்களின் வெப்பப் பண்புகள்	...	89
5.	உலோகங்களில் மின் கடத்தல்	...	126
6.	மின்கடத்தாப் பொருள்கள்—நிலைமின்புலத்தில்	...	136
7.	மின்கடத்தாப் பொருள்கள்—மாறுதிசை மின்புலத்தில்	...	193
8.	மண்டலக் கொள்கை	...	220
9.	குறைகடத்திகள்	...	239
10.	மீக்கடத்திகள்	...	309
11.	காந்தப் பண்புகள்	...	321
	மேற்கோள் நூற்பட்டியல்	...	379
	கலைச்சொற்கள்	...	381

1. தோற்றுவாய்

1-1. திண்மநிலை

பொருள்கள் யாவுமே திண்மநிலை, திரவநிலை, வாயுநிலை என்ற முந்நிலைகளில் யாதேனும் ஒன்றில் காணப்பெறுகின்றன. பிளாஸ்மாநிலை (Plasma state) எனப்படும் நான்காம் நிலையும் உண்டெனினும் இது சில சிறப்பு நிலைகளிலேயே காணப்பெறும்.

அணுக்கள் அல்லது அயனிகள் அல்லது மூலக்கூறுகள் இணைந்து ஒரு பொருளை உருவாக்குகின்றன. இந்த அடிப்படைப் பொருள்கள் ஒன்றுக்கொன்று எவ்வளவு தூரத்தில் அமைகின்றன, என்ன வடிவமைப்பில் காணப்பெறுகின்றன, இவை ஒன்றன்மீ தொன்று செலுத்தும் விசையின் அளவு யாது என்பவற்றைப் பொறுத்துப் பொருளின் நிலையைத் திண்மநிலை என்றோ, திரவ நிலை என்றோ, வாயுநிலை என்றோ கூறுகின்றோம். காட்டாக, திண்மங்களிலும் திரவங்களிலும் அடுத்தடுத்துள்ள அணுக்களிடையேயுள்ள தூரம் சில ஆங்க்ஸ்ட்ராம்கள் (Angstrom—10^{-10}மீ.) எனும் அளவில் இருக்கும். அதாவது, ஒரு கனமீட்டர் திண்மத்தில் அல்லது திரவத்தில் ஏறத்தாழ $10^{28}-10^{29}$ அணுக்கள் இருக்கும். ஆனால், வாயுக்களிலோ, அறை வெப்பநிலையில் ஒரு வளி அழுத்தத்தில் மூலக்கூறுகளிடையேயுள்ள தூரம் ஏறத்தாழ 30 ஆங்க்ஸ்ட்ராம்கள் எனுமளவில் இருக்கும். எனவே, வாயுக்களின் அடர்த்தி ஏறத்தாழ ஒரு கனமீட்டருக்கு $2{\cdot}7\times10^{25}$ மூலக்கூறுகள் என இருக்கும். வாயு நிலையில் மூலக்கூறுகளிடையே விசையே இல்லை எனுமளவில் இருக்கும். ஆனால் திண்ம, திரவ நிலைகளில் அவ்வாறல்ல.

1-2. படிகநிலை

திண்மங்கள் பொதுவாகப் படிகங்களாகவோ (crystals) அல்லது படிக உருவமற்றவையாகவோ (amorphous) காணப் பெறும். படிகத் திண்மங்கள் எனும்போது அவற்றில் அணுக்கள் அல்லது அயனிகள் அல்லது மூலக்கூறுகள் ஓர் ஒழுங்கான முறையில் அடுக்கப்பெற்றிருக்கும். ஒரு குறிப்பிட்ட பாங்கத்தை (pattern)—மாதிரி அமைப்பு ஒன்றினை—ஓர் ஒழுங்கான முறைமையைப்

பின்பற்றி முப்பரிமாணங்களில் அடுக்கிக்கொண்டே போனால் படிகத் திண்மம் கிட்டுகின்றது—செங்கற்களை அடுக்கிச் சுவர் அமைப்பதுபோல. இங்கே செங்கல் ஒரு பாங்கம்—ஒரு மாதிரி அலகு; இதனை முப்பரிமாணத்தில் அடுக்கக் கிடைக்கும் சுவர் திண்மம். எனவே, படிகங்களுக்கு மடக்குநிலை (periodicity) ஓர் இன்றியமையாத பண்பு என்பது விளங்கும்.

பொருளின் ஒரு துண்டு முழுவதிலும் பாங்கம் திரும்பத் திரும்ப மடக்குநிலை பிறழாமல் வருமானால் அதனை நாம் ஒரு தனிப் படிகம் (single crystal) என்கிறோம். அவ்வாறன்றித் தொடர்ச்சி விட்டுவிட்டு இருக்குமானால் அப்பொருளைப் பல்படிகப் பொருள் (poly crystalline matter) என்போம். ஒரு பல்படிகப்பொருள் பல சிறு மணிகளால் (grains) ஆனது. ஒவ்வொரு மணியும் ஒரு சிறு படிகம். இம் மணிகள் ஒன்றையொன்று தொடும் எல்லைகள் மணி எல்லைகள் (grain boundaries) எனப்பெறும். இதிலிருந்து மணி எல்லைகளில் தனிப்படிகத்தின் தொடர்ச்சி—மடக்குநிலை—தடையுறுகின்றது என்பது தெளிவு.

மணிகள் நுண்ணியல் அளவிலிருந்து (microscopic) சில ஆங்க்ஸ்ட்ராம் அளவினவாகக்கூட இருக்கலாம். மணிகளின், அதாவது படிகத் துணுக்குகளின் (crystallites) அளவானது பாங்கத்தின் (pattern unit) அளவோடு ஒப்பிடத்தக்க அளவு சிறிதாக இருக்குமானால் நாம் அவற்றைப் படிகங்கள் என்று அழைப்பதில்லை. மாறாக, அப் பொருள்களைப் படிக உருவமற்றவை (amorphous) எனக் கூறுகின்றோம்.

பெரும்பாலான திண்மங்களுக்குப் படிகநிலையே மிகவும் இயல்பானதாகும். ஏனெனில், ஒழுங்கான அணு அமைப்பினது ஆற்றல் ஒழுங்கற்ற அணுத் தொகுதியின் ஆற்றலைக் காட்டிலும் குறைவு. அவ்வாறானால் படிக உருவமற்ற பொருள்கள் தோன்றக் காரணம்தாம் யாது?

அணுக்கள் ஒழுங்காகத் தம்மை அமைத்துக்கொள்வதற்கான வாய்ப்பளிக்கப்படாவிடில், காட்டாக, அவற்றின் இயங்குதிறனைத் (mobility) தடைசெய்துவிட்டோமானால், அப்போது படிக உருவமற்ற பொருள் உருவாகும். குறைந்த வெப்பநிலைகளில் சிதைவின் விளைபொருளாகவும் (decomposition product) படிக உருவமற்ற பொருள் உருவாகலாம். காட்டாக, படிக உருவமற்ற கரி உருவாவதனைக் கூறலாம்.

பலபடி (polymer) மூலக்கூறுகள் மிகப் பெரியவை; ஒழுங்கான உருவமற்றவை. இதனால் இவை படிக அமைப்பை எளிதில் பெறுவதில்லை.

திரவங்களைக் குளிரச்செய்யும்போது அவை திண்மங்களாக மாறும். ஆனால், அவற்றின் பாகியல் தன்மை (viscosity) உயர்வாக இருந்து, அவற்றை மிக விரைவாகக் குளிரச்செய்தால் அவை படிகங்களாக உருவாகப் போதுமான நேரம் கிட்டுவதில்லை. அப்போது, அவை கண்ணாடித்தன்மையுடைய பொருள்களாக (glassy) ஆகின்றன. பதனாற்றலின்போது (annealing) அவை படிகங்களாக மாறலாம்.

திண்மம் என்றால் அதில் அணுக்கள் ஒழுங்காக அமைக்கப்பட்டிருக்கின்றன; ஒவ்வோர் அணுவும், மற்றவற்றோடு ஒப்புநோக்க ஒரு குறிப்பிட்ட நிலையான இடத்தில் அமைகின்றது என்றே நாம் பொதுவாகக் கருதுகின்றோம். ஆனால், இது எப்போதும் அவ்வாறு இருக்கவேண்டு மென்பதில்லை. எந்த ஒரு படிகத்திலும் அணுக்கள் அவற்றின் அமைதி நிலையை மையமாகக்கொண்டு அதிர்வுறும்· அதாவது, அணுக்கள் அதிர்வியக்கங்களை (vibrational motion) உடையனவாய் இருக்கும். சில குறிப்பிட்ட திண்மங்களில் குறிப்பிட்ட அணுத்தொகுதிகள் ஓரளவிற்குச் சுழலியக்கத்தையும் (rotatory motion) பெற்றிருக்கும். காட்டாக, KCN ஆனது NaCl கட்டமைப்பை உடையது. இதன் CN^{-1} அயனிகள் அறை வெப்ப நிலையிலேகூடச் சுழன்றுகொண்டிருக்கும். கரி அணுவோ நைட்ரஜன் அணுவோ அணிக்கோவையில்(lattice) நிலையான இடங்களில் அமைவதில்லை; மாறாக, பல நிலைகளில் இருக்கும். இதேபோல நீண்ட சங்கிலி மூலக்கூறுகள் நெட்டச்சின் (longitudinal axis) மீது சுழலக்கூடும். NO_3^- போன்ற தட்டு வடிவான (disc shaped) அயனித் தொகுதிகள் தட்டின் தளத்தில் சுழலும். இவ்வாறாகத் திண்மத்தின் அணுக்கள் அல்லது அயனிகள் அல்லது மூலக்கூறுகள் இயக்கங்களைக் கொண்டிருந்தாலும் முப்பரிமாண ஒழுங்கமைப்பு இப் படிகங்களில் காணப்படுகின்றன. அத்தகைய படிகங்கள் அரைகுறையாக உருகியுள்ளன என்று சிலர் சொல்லக்கூடும். இதற்கான காரணமாவது: போதுமான அளவு குறைந்த வெப்ப நிலைகளில் இச் சுழலியக்கங்கள் தடைப்பட்டுவிடும்.

ஒன்று அல்லது இரண்டு பரிமாணங்களில் மட்டும் ஒழுங்கமைப்பு (regularity) உள்ள வேறொரு வகைப் படிகங்களும் உள்ளன. இவை திரவப் படிகங்கள் எனப்படும். இத்தகைய படிகங்கள் பாய்தன்மையுடையன. இவை நுண்ணிழைக் குழாய்

களில் ஏறும் பண்பை உடையன. சாதாரண, இயல்பான படிகங்கள் புறவிசைகள் அவற்றின்மீது செயற்படும்போது மட்டிலுமே பாய்தன்மையைப் பெறும். இத்தகைய திரவப் படிகங்கள் சில நூறு உள்ளன. இவை பெரும்பாலும் அங்ககச் சேர்மங்களே (organic compounds). இவற்றைப்பற்றி நாம் இந் நூலின்கண் மேற்கொண்டு பார்க்கப்போவதில்லை.

1-3. திண்மநிலை இயற்பியல்

திண்மநிலையில் பொருள்களின் கட்டமைப்பையும் அவ் வமைப்புகளில் பொருள்கள் பெறும் பண்புகளையும் ஆராயும் பகுதியே திண்மநிலை இயற்பியலாகும்.

பெரும்பாலான திண்மங்கள் படிக வடிவிலேயே அமைகின்றன என மேலே கூறினோம். படிகவடிவில் அமைதல் என்று சொல்லும் போது அங்கே ஓர் ஒழுங்கு முறைமை உண்டென்றும் கண்டோம். படிகம் முற்றிலும் இந்த ஒழுங்கு முறைமை இருக்குமானால் அது தூய படிகம் எனப்படும். ஆனால், நடைமுறைப் படிகங்களில் அணிக்கோவைக் குறைபாடுகள் இருக்கலாம்; மாசுகள் இருக்க லாம்; அணுக்கள் இருக்கவேண்டிய இடங்கள் காலியாக இருக்கலாம்; ஒருவகை அணுக்களால் ஆன படிகத்தில் வேற்று வகை அணுக்கள் இருக்கலாம்; இவைபோன்ற பலவகைக் குறை பாடுகளைக் கொண்டவையே நடைமுறைப் படிகங்கள். இக் குறைபாடுகளின் காரணமாகப் பொருள்களின் பண்புகள் மாறுபடக்கூடும். இதுவும் நமக்கு நன்மையாகவே அமைகின்றது.

சாதாரண வெப்பநிலையில் மிகக் குறைந்த அளவு மின் கடத்தும் திறனைப் பெற்றுள்ள குறைகடத்தியில் தக்கதொரு வேற்றுப் பொருளைச் சேர்ப்பதன் வாயிலாக அதன் மின்கடத்து திறன் உயர்கிறது என்ற உண்மையினை நாம் குறைகடத்திகள் பற்றிய தலைப்பின்கண் காண்போம். இதனால் எலெக்ட்ரானியல் துறை பெருமளவு வளர்ந்திருக்கின்றது.

அறிவியல், தொழிலியல், பொருளியல் வளர்ச்சியின் காரண மாகச் சில தனித்த பண்புகளை உடைய திண்மங்களை உருவாக்க வேண்டியதன் தேவை நாளும் பெருகிவருவதை நாம் உணரு கின்றோம். காட்டாக, விண்வெளிப் பயணத்திற்கான இராக் கெட்டுகளை அமைக்கப் பயன்படும் திண்மங்கள் மிக உயர்ந்த வெப்பநிலைகளிலும் உருகாத் தன்மையுடையனவாய் இருத்தல் வேண்டும். இவைபோன்ற, வழக்கமாகப் பெற்றுள்ளதைக் காட்டிலும் வேறான, புதிய எந்திரவியல் பண்புகளையோ

(mechanical properties), காந்தப் பண்புகளையோ, உயர்ந்த வெப்பக்கடத்தல் பண்புகளையோ, வேறுபட்ட மின் பண்புகளையோ, சிறப்பான ஒளியியல் பண்புகளையோ, இன்ன பிற பண்புகளையோ பெற்றுள்ள புதிய திண்மங்களை உருவாக்க வேண்டியுள்ளது.

இச் சவாலை ஏற்கவேண்டுமெனில் முதற்கண் நாம் திண்மங்களைப்பற்றிய முழு அறிவினைப் பெறவேண்டும். அவற்றின் கட்டமைப்பும், மின் பண்புகளும், காந்தப் பண்புகளும் இன்ன பிறவும் எவ்வாறமைகின்றன என்பதனை அறியவேண்டும். இதன் பின்னர்தான் இப் பண்புகளை எவ்வாறு நம் தேவைக்கேற்ப மாற்றியமைக்கக்கூடும் என ஆய்தலும் இயலும்.

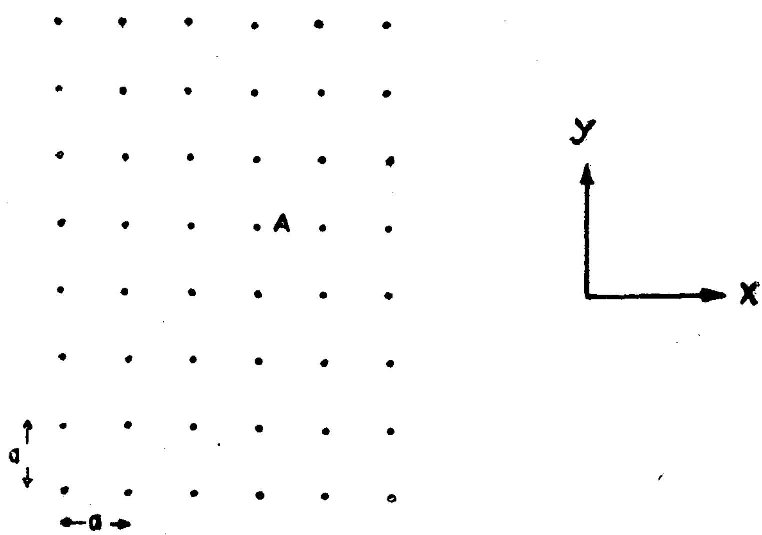
இதனைச் செய்வது திண்மநிலை இயற்பியலே. எனவேதான் திண்மநிலை இயற்பியல் இன்று சிறப்பானதோரிடத்தைப் பெற்றுள்ளது.

2. படிகவியல்

2-1. படிக அணிக்கோவை

பொருள்கள், அணுக்கள் அல்லது அயனிகள் அல்லது அணுக்களின் தொகுதியாம் மூலக்கூறுகளால் ஆனவையென்றும், படிகங்களில் இவை ஓர் ஒழுங்கான வரைமுறைக்கு உட்பட்டு அடுக்கப் பெற்றிருக்கும் என்றும் முந்தைய தலைப்பின்கண் கண்டோம்.

படிகங்களில், அணுக்கள் ஒழுங்காக அடுக்கப்பட்டிருக்கும் என்று சொன்னால் படிகத்திலுள்ள எந்தவோர் அணுவையும் எடுத்துக்கொண்டு அதன் சூழலை ஆராய்ந்து பார்த்தால் அது



படம் 2.1

இருபரிமாண அணிக்கோவை

படிகத்திலுள்ள வேறெந்த அணுவின் சூழலோடு முற்றிலும் ஒத்திருக்கும் என்பதனைத் தெளிவாகப் புரிந்துகொள்வதற்குப் படம் 2·1ஐ நோக்குவோம். இதில் அணு அல்லது அயனி அல்லது மூலக்கூறுக்குப் பதிலாகப் புள்ளிகள் எடுத்துக்கொள்ளப் பெற்றிருக்கின்றன; இப் படம் இரண்டு பரிமாணங்களில் வரையப்

பட்டுள்ளது. இதில் x-திசையிலும் y-திசையிலும் சமதூரங்களில் புள்ளிகள் அமைக்கப்பட்டுள்ளன. இப் புள்ளிக்கோலம் வெகு தூரங்களுக்குப் பரந்துள்ளது எனக் கொள்வோம்.

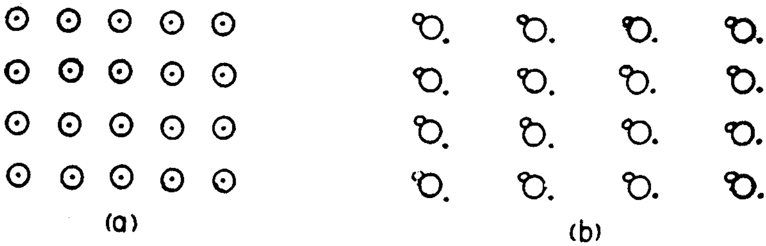
இப்போது A எனும் ஒரு புள்ளியை எடுத்துக் கொள்வோம். இதிலிருந்து x-திசையில் a தூரம் சென்றால் ஒரு புள்ளி இருக்கின்றது. y-திசையில் a தூரத்தில் ஒரு புள்ளியும், x-திசையிலிருந்து $45°$கோணத்தில் $a\sqrt{2}$ தூரத்தில் ஒரு புள்ளியும் உள்ளன. இதே போல் A-யிலிருந்து வேறுபல புள்ளிகளின் நிலைகளையும் கணக்கிட்டறியலாம். இப்போது, A-க்குப் பதிலாக வேறு எந்த ஒரு புள்ளியை எடுத்துக்கொண்டு பார்த்தாலும் இதே திசைகளில் இதே குறிப்பிட்ட தூரங்களில் புள்ளிகள் இருக்கக் காணலாம். எனவே, இந்தப் புள்ளிக்கோலத்தில் எல்லாப் புள்ளிகளும் (ஓரத்திலும் அதன் அண்மையிலும் உள்ளவை தவிர்த்து) ஒரே மாதிரியான சூழலைப் பெற்றுள்ளன.

இரு பரிமாணங்களில் வரையப்பட்ட இத்தகைய புள்ளிக் கோலமானது இருபரிமாண அணிக்கோவை (two dimensional lattice) எனப்படும். இதேபோன்று முப்பரிமாணங்களில் அமைக்கப்படும் புள்ளிக்கோலம் வெளி அணிக்கோவை (space lattice) எனப்படும். இங்கு படம் 2.1-ல் காட்டப்பெற்றது ஒரு சதுர அணிக்கோவையாகும் (square lattice). இது முப்பரிமாணத்தில் கனசதுர அணிக்கோவையாகும். இதுபோன்று செவ்வக, இணைகர அணிக்கோவை என்று பலதிறப்பட்ட அணிக்கோவைகளை அமைக்கலாம். அஃதேபோன்றுப் பல்வகை அணிக்கோவைகளையும் அமைத்தல் இயலும். ஆனால், படிகங்களைப் பொறுத்தமட்டிலும் ஒருசில குறிப்பிட்ட வகையான அணிக்கோவைகளே இருக்க முடியும். அவற்றைப் பின்னர்க் காண்போம்.

இப்போது ஓர் அணிக்கோவையின் ஒவ்வொரு புள்ளியிலும் (புள்ளிகள் கற்பனையானவையே) ஓர் அணுவையோ அல்லது அயனியையோ அல்லது மூலக்கூறையோ வைத்தோமானால் அது ஒரு படிகமாகின்றது. அணு அணிக்கோவைப் புள்ளியில்தான் (lattice point) இருக்கவேண்டும் என்பதில்லை; புள்ளியின் அருகிலும் இருக்கும். ஆனால், ஓர் அணு அணிக்கோவைப் புள்ளி ஒன்றிலிருந்து எத்திசையில் எவ்வளவு தூரத்தில் இருக்கின்றதோ அதே மாதிரி தான் மற்ற அணுக்களும் அமைதல் வேண்டும். இதனைப் படம் (2.2) விளக்குகின்றது.

எனவே, அணிக்கோவையும் படிகத்தின் ஆக்கக்கூறும் (base) அணு அல்லது அயனி அல்லது மூலக்கூறும் சேர்ந்ததே படிக அமைப்பு என்பது தெளிவு. இதனை 'அணிக்கோவை + அணு (ஆக்கக் கூறு) = படிகம்' என எழுதலாம்.

மேலே கூறியதுபோன்று அணிக்கோவைகள் பல்வகையாயிருக்கக்கூடுமாயினும் படிகங்களில் சில வகைகளே இருக்கமுடியும்.



படம் 2.2

(a) அணிக்கோவையும் அணுக்களும் — அணுக்கள் அணிக்கோவைப் புள்ளிகளில்.

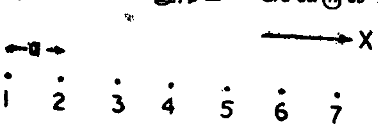
(b) அணிக்கோவையும் மூலக்கூறுகளும்—மூலக்கூறுகள் அணிக்கோவை—புள்ளிகளிலிருந்து நகர்ந்துள்ளன.

இவை எவ்வடிப்படையில் என்பதனையும் படிக இயலமைப்பையும் ஆயும் பகுதி படிக வடிவ கணிதம் (crystal geometry) எனப்படும். இதன் சில அடிப்படைகளை ஈண்டுக் காண்போம்.

2-2. நேர் பெயர்ச்சி மடக்குநிலை

அணிக்கோவையின் சிறப்பான பண்பு நேர் பெயர்ச்சி மடக்குநிலையாம் (translational periodicity). இந்த அடிப்படையில் அணிக்கோவையைப் புரிந்துகொள்வது எளிது.

படம் 2·3-ல் காட்டப்பட்டுள்ள 1 என்ற புள்ளியிலிருந்து x-திசையில் a தூரம் சென்றால் 2 என்ற புள்ளியும், அதிலிருந்து அதே திசையில் மேலும் a தூரம் சென்றால் 3 என்ற புள்ளியும், என நமக்குத் தொடர்ச்சியாகப் புள்ளிகள் கிட்டுகின்றன. எனவே, ஒரு நேர்கோட்டில் ஏற்படும் நேர் பெயர்ச்சியால் நமக்குப் புள்ளிகளாலான ஒரு நேர்கோட்டு அணி (linear array of points) கிட்டுகின்றது. இந்த அணியிலுள்ள புள்ளிகளையெல்லாம் கீழ்க்காணும் நேர்பெயர்ச்சிச் செயலியால் (translation operator) குறிக்கலாம்.



படம் 2.3

நேர்கோட்டு அணி

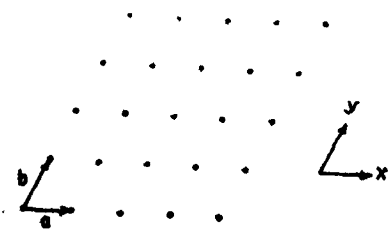
$$\bar{t} = n\,\bar{a} \qquad \longrightarrow 2.1$$

இங்கே $\bar{a}$ என்பது நேர் பெயர்ச்சி வெக்டார் (translation vector).

இந்த நேர்கோட்டு அணியினை y திசையில் மீண்டும் மீண்டும் b தூர அளவுகளில் பெயர்ச்சியடையச் செய்தால் இருபரிமாணப்

புள்ளிகள் அணி (two dimensional array of points) ஒன்று கிட்டுகின்றது (படம் 2·4). இதுவே இருபரிமாண அணிக்கோவையாம் (two dimensional lattice). இதனைக் கீழ்க்கண்ட நேர்பெயர்ச்சிச் செயலால் குறிக்கலாம்.

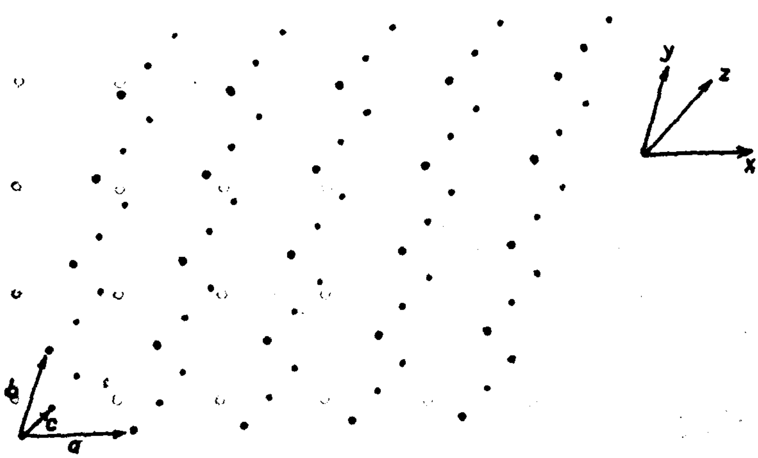
$$\bar{t} = n_1 \bar{a} + n_2 \bar{b} \longrightarrow 2.2$$



படம் 2.4
இருபரிமாண அணிக்கோவை

இந்த இருபரிமாண அணியினை z-திசையில் மடக்கி மடக்கி c தூரம் பெயர்ச்சியடையச் செய்தால் ஒரு முப்பரிமாண அணி கிட்டுகின்றது (படம் 2.5). இதுவே வெளி அணிக்கோவை (space lattice) எனப்படும். இதற்கான நேர்பெயர்ச்சிச் செயலி (translational operator)

$$\bar{t} = n_1 \bar{a} + n_2 \bar{b} + n_3 \bar{c} \longrightarrow 2.3$$

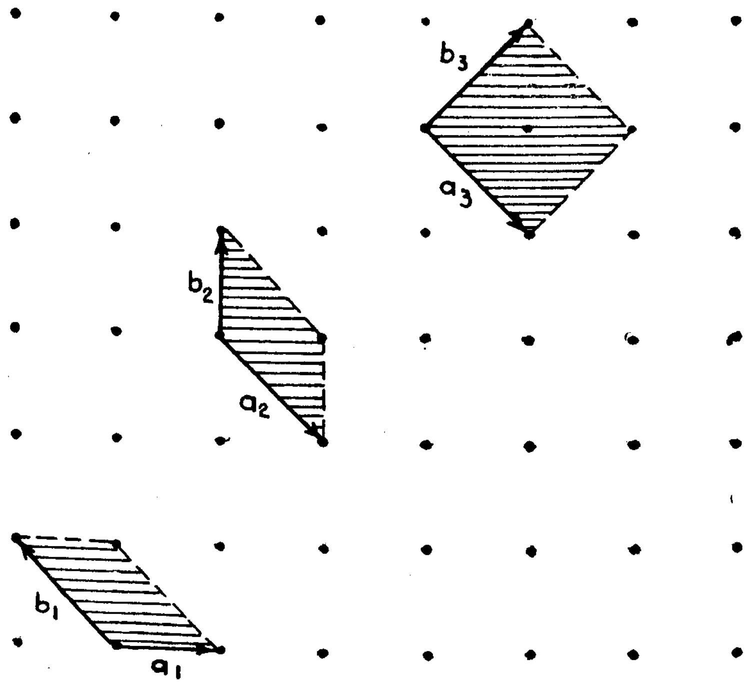


படம் 2.5
முப்பரிமாண அணிக்கோவை

இங்கே, $\bar{a}$, $\bar{b}$, $\bar{c}$ ஆகியவை படிக அச்சுகள் திசையிலுள்ள அடிப்படை நேர்பெயர்ச்சி வெக்டார்களாகும் (fundamental translation vectors); n_1, n_2, n_3 ஆகியவை முழு எண்கள். $\bar{a}$, $\bar{b}$, $\bar{c}$ வெக்டார்களால் வரையறுக்கப்பட்ட ஓர் அணிக்கோவையிலுள்ள புள்ளிகள் யாவற்றையும் n_1, n_2, n_3 ஆகியவற்றிற்குப் பல்வேறு முழு எண் மதிப்புகளை அளிப்பதன்மூலம் உண்டாக்கலாம்.

2-3. அலகு செல்

படிகம் என்பது அணுக்கள் அல்லது அயனிகள் அல்லது அணுக்களின் தொகுதிகள் மடக்கு நிலையாக மீண்டும் மீண்டும் வருமாறு உள்ள ஓர் அணிக்கோவையெனக் கண்டோம். எனவே, படிகத்தின் கட்டமைப்பைப் புரிந்துகொள்ள அதன் அணிக் கோவை முழுவதையும் தெரிந்துகொள்ள வேண்டிய தேவை யில்லை. அதற்கு மாறாக அணிக்கோவை முழுவதையும் பிரதி பலிக்கக்கூடிய அதன் மிகச்சிறு பகுதியொன்றினை எடுத்துக் கொண்டால் போதும். இந்த மிகச் சிறு பகுதியினை முப்பரி மாணங்களிலும் திரும்பத் திரும்ப அடுக்குவதனால் படிகத்தைப் பெறலாம். இந்த அடிப்படைத் துணுக்கே அலகு செல் (unit cell) எனப்படும்.



படம் 2.6

அலகுசெல்—தள அணிக்கோவையில்

இருபரிமாண தள அணிக்கோவையில் (plane lattice) அலகு செல்லை எவ்வாறு தேர்ந்தெடுக்கலாம் என்பதனைப் படம் 2.6 விளக்குகின்றது. இங்கு, a_1, b_1 ஆகிய இரு வெக்டார்களால் குறிக்கப்பட்டுள்ளது ஓர் அலகு செல்லாகும். இதனை a

வெக்டார் திசையில் a_1 தூரங்களிலும், b_1 வெக்டார் திசையில் b_1 தூரங்களிலும் மீண்டும் மீண்டும் பெயர்த்து அடுக்கிக் கொண்டேபோனால் அணிக்கோவை முழுவதும் கிடைக்கும்.

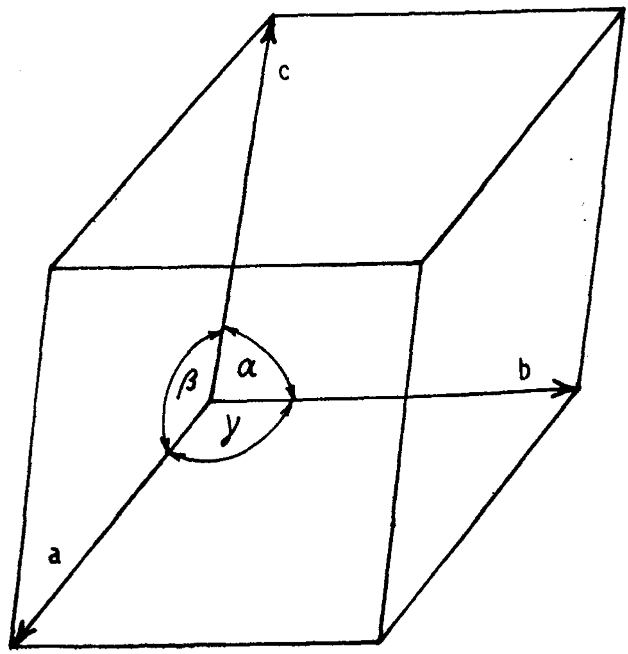
இங்கே a_1, b_1 ஆகியவை நேர்பெயர்ச்சி வெக்டார்கள். இதே அணிக்கோவைக்குப் படத்தில் (படம் 2.6) a_2, b_2 வெக்டார் களால் குறிக்கப்பட்டுள்ள அலகு செல்லையோ a_3, b_3 வெக்டார் களால் குறிக்கப்பட்டுள்ள அலகு செல்லையோ அல்லது வேறு வகை அலகு செல்லையோ நம் வசதிக்கேற்பத் தேர்ந்தெடுத்துக் கொள்ளலாம்.

படம் 2.6-ல் காட்டப்பெற்றுள்ள செல்களில் (a_1, b_1), (a_2, b_2) வெக்டார்களால் வரையறுக்கப்படும் அலகு செல்கள் மூல அலகு செல்கள் (primitive cells) எனப்படும். ஒவ்வொரு மூல அலகு செல்லிலும் ஒரே ஓர் அணிக்கோவைப் புள்ளிதான் (lattice point) இருக்கும். மேலெழுந்தவாரியாகப் பார்க்கும் போது ஒரு மூல செல்லில் நான்கு புள்ளிகள் இருப்பதாகத் தோன்றும். ஆனால், மூல செல்லின் நான்கு அணிக்கோவைப் புள்ளிகளில் ஒவ்வொன்றும் நான்கு மூல அலகு செல்களுக்குப் பொதுவானவையாக இருக்கின்றன. எனவே, ஒரு புள்ளியில் நான்கில் ஒரு பங்குதான் ஒரு மூல அலகு செல்லிற்கு உரித்தானது. ஆகவே, ஒரு மூல அலகு செல்லிற்கு ($4 \times \frac{1}{4} =$) 1 அணிக்கோவைப் புள்ளிதான் உண்டு.

அவ்வாறன்றி (a_3, b_3) வெக்டார்களால் குறிக்கப்பெற்ற அலகு செல்லிற்கு 2 புள்ளிகள் உரிமையாய் உள்ளன என்பதனை நோக்கவும். மூல செல்லின் மூலைகளில் உள்ள நான்கு புள்ளி களின் பங்கு $4 \times \frac{1}{4} = 1$; செல்லின் நடுவிலுள்ள புள்ளி முற்றிலும் இந்தச் செல்லுக்கே சொந்தம். எனவே, இந்தச் செல்லில் உள்ள அணிக்கோவைப் புள்ளிகள் இரண்டு. இத்தகைய செல்கள் மூலமல்லாச் செல்கள் (non - primitive cells) எனப்படும்.

முப்பரிமாணங்களில் பரவிநிற்கும் வெளி அணிக்கோவைக் கும் (space lattice), அதனால் படிகங்களுக்கும் மேற்கூறியவாறே அலகு செல்களைத் தேர்ந்தெடுக்கலாம். பொதுவான வகை அலகு செல் ஒன்று படம் 2.7-ல் காட்டப்பெற்றுள்ளது. இதன் ஓரங்கள் a, b, c ஆகியவை அடிப்படை நேர்பெயர்ச்சி வெக்டார்களாகும். இவற்றின் திசைகள் படிக அச்சுகள் (crystallographic axes) எனப் படும். இங்குக் காட்டப்பெற்றுள்ள அலகு செல்லின் அச்சிடைக் கோணங்கள் α, β, γ.

மேற்கண்ட அலகு செல் மூல செல் ஆகும். இதன் மூலைகளில் மட்டிலுமே அணிக்கோவைப் புள்ளிகள் உள்ளன. அவ்வாறன்றி அலகு செல்லின் உருவ மையத்திலும் அணிக்கோவைப் புள்ளியிருந்



படம் 2.7
அலகு செல்

தால் அது உருவ மைய செல் (body centred cell) எனப்படும். மூலைகள் தவிர்த்து அதன் ஆறு பக்கங்களின் மையங்களிலும் புள்ளிகள் இருந்தால் அது முக மைய செல் (face centred cell) எனப்படும். மூலைகள் மட்டுமன்றி முனைப்பக்கங்களின் (end faces) மையங்களிலும் அணிக்கோவைப் புள்ளிகள் இருந்தால் அது முனை மைய செல் (end centred or base centred cell) எனப்படும். இந்த அலகு செல்களால் உருவாகும் அணிக்கோவைகள் கீழ்க்காணும் குறியீடுகளால் குறிப்பிடப்படுவது வழக்கம்.

மூல அணிக்கோவை (primitive lattice) — *P*

உருவ மைய அணிக்கோவை (body centred lattice) — *I*

முக மைய அணிக்கோவை (face centred lattice) — *F*

முனை மைய அணிக்கோவை (base centerd lattice) — *C*

2-4. பிரவே அணிக்கோவை

மேலே கண்ட அலகு செல்லின் பக்கங்களின் விகிதங்களையும் பக்கங்களிடையே உள்ள கோணங்களின் விகிதங்களையும் மாற்றுவதன் வாயிலாகப் பல்வேறு வடிவினவான அலகு செல்களையும் அதனுல் பல்வேறு வகையான, எண்ணற்ற அணிக்கோவைகளையும் உருவாக்க முடியும். ஆனுல், படிகங்களைப் பொறுத்தவரை அவை எண்ணற்றவையாக இருக்கவில்லை. படிகங்கள் ஒழுங்கான உருவ அமைப்புகளை உடையன என்று முன்னரே கூறினேம். இவை நேர்பெயர்ச்சி மடக்குநிலையை உடையன என்றும் கண்டோம். இது மட்டுமேயன்றிப் படிகங்கள் வேறுவகையான சமச்சீர்களையும் (symmetry) உடையன. இச் சமச்சீர்கள் குறித்துப் பின்னர்க் காண்போம்.

சமச்சீர்கள் அடிப்படையில் பார்த்தால் படிகங்களுக்குப் பொருந்திவரக்கூடிய மொத்த அணிக்கோவைகள் பதினுன்கே. இவை பிரவே அணிக்கோவைகள் (Bravais lattice) எனப்பெறும். இந்தப் பதினுன்கு பிரவே அணிக்கோவைகளையும் நுணுகிப் பார்த்தால் படிகங்கள் ஏழு வகைப்படும் என்பது தெரியவரும். படிகங்களின் ஏழு வகைகளும் (crystal classes) பதினுன்கு பிரவே அணிக்கோவைகளும் அட்டவணை 2.1-ல் காட்டப்பெற்றுள்ளன.

பதினுன்கு வகை பிரவே அணிக்கோவைகளும் படம் 2·8-ல் காட்டப்பெற்றுள்ளன.

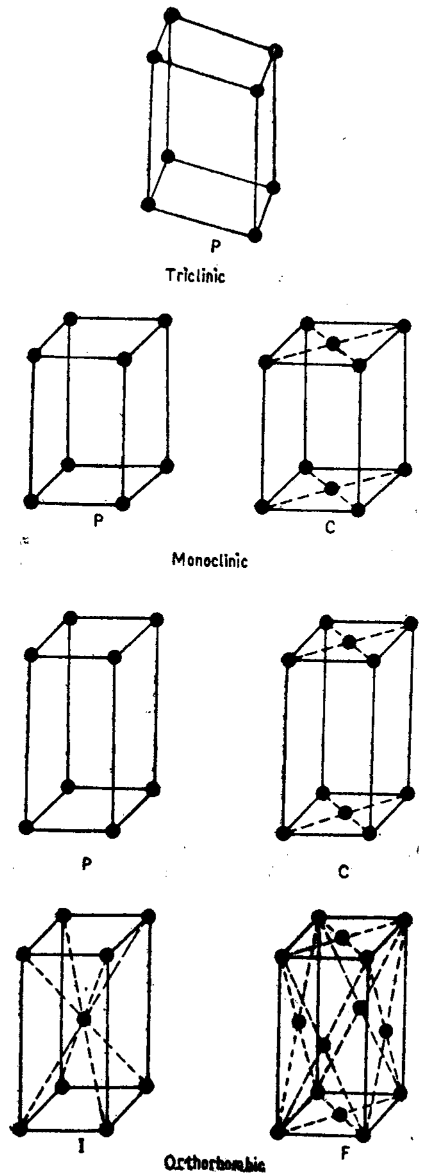
அட்டவணையிலிருந்து மூன்று சாய்கோணப் படிக வகையில் (Triclinic crystal system) ஓர் அணிக்கோவையும் (மூல அணிக் கோவை), ஒரு சாய்கோணப் படிக வகையில் (monoclinic crystal system) இரண்டு அணிக்கோவைகளும் (*P*, *C*) ஆக எழுவகைப் படிக வகைகளிலும் மொத்தம் 14 அணிக்கோவைகள் இருக்கின்றதெனக் காண்கிறேம். மேற்போக்காக எண்ணிப்பார்த்தால், ஒவ்வொரு படிக வகைக்கும் நான்கு வகை அணிக்கோவைகள் (*P, C, I, F*) இருக்கலாமே; எனவே, எழுவகைப் படிகங்களுக்கும் $7 \times 4 = 28$ வகைப் பிரவே அணிக்கோவைகள் இருக்கக்கூடுமே; ஆனுல், பிரவே அணிக்கோவைகளெனப் பதினுன்குதானே குறிக்கப்படுகின்றது எனத் தோன்றலாம். முக மைய நாற்கோண செல் (face centred tetragonal cell) ஒன்றினுல் அளிக்கப்படும் அணிக்கோவையினை உருவ மைய செல்லினுலும் (body centred) அப்படியே பெறக்கூடும் என்பதனை எளிதில் காட்டக்கூடும். மற்றவையும் இவ்வாறே.

அட்டவணை 2·1

படிக வகைகளும் பிரவே அணிக்கோவைகளும்

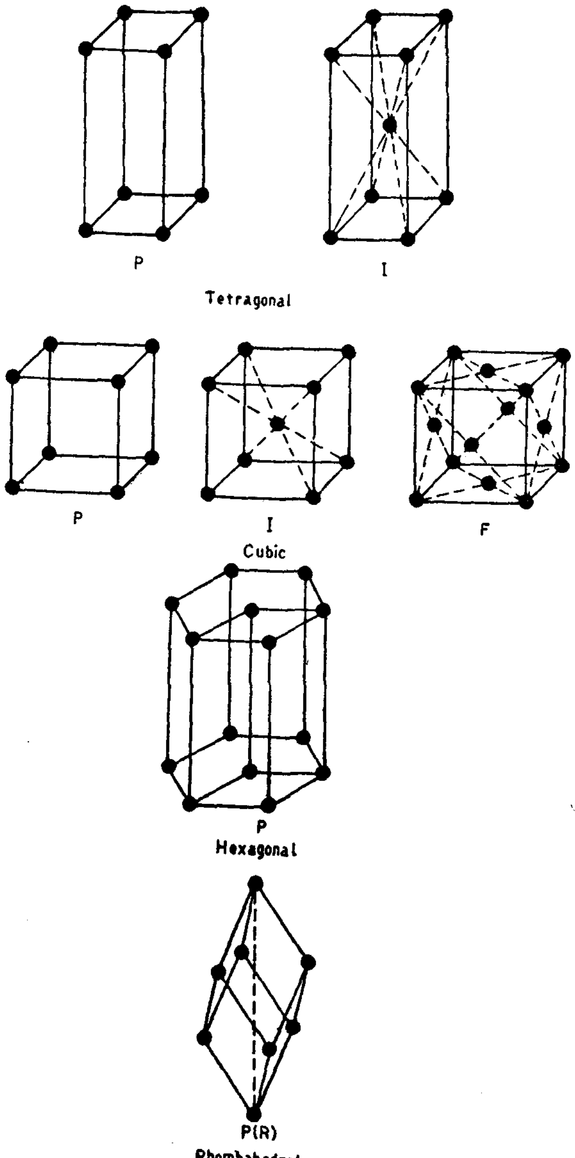
படிக வகை	அச்சுகளும் அச்சுகளிடைக் கோணங்களும்	பிரவே அணிக் கோவை	சில படிகங்கள்
மூன்று சாய் கோணம் (Triclinic)	$a\neq b\neq c$, $\alpha\neq\beta\neq\gamma\neq 90^\circ$	P	$CuSO_4\cdot 5H_2O$ $K_2Cr_2O_7$
ஒரு சாய் கோணம் (Monoclinic)	$a\neq b\neq c$, $\alpha=\gamma=90^\circ\neq\beta$	P C	$CaSO_4\cdot 2H_2O$ $K_2Mg(SO_4)_2\cdot 6H_2O$
சதுரம் Orthorhombic	$a\neq b\neq c$, $\alpha=\beta=\gamma=90^\circ$	P C F I	$PbCO_3$, $BaSO_4$ K_2SO_4, KNO_3 $\alpha-S$
நாற்கோணம் (Tetragonal)	$a=b\neq c$, $\alpha=\beta=\gamma=90^\circ$	P I	SnO_2, S_n, TiO_2 KH_2, PO_4
கனசதுரம் (Cubic)	$a=b=c$, $\alpha=\beta=\gamma=90^\circ$	P I F	CaF_2, ZnS, FeS_2 Cu_2O, $NaClO_3$, NaCl வைரம், Pb, Hg, Ag
அறுகோணம் (Hexagonal)	$a_1=a_2=a_2\neq c$, $\alpha=\beta=90^\circ, \gamma=120^\circ$	P	HgS, Mg, Zn, Cd கிராஃபைட்
சாய் சதுரம் (Rhombo-hedral)	$a=b=c$, $\alpha=\beta=\gamma\neq 90^\circ$	$P\ (R)$	கால்சைட், மாக்னசைட், குவார்ட்சு $NaNO_3$, As, Sb, Bi

($\neq$ என்ற குறி சாதாரணமாக, சமமாக இருக்க வேண்டுவதில்லை என்ற பொருளை உணர்த்தும்.)



படம் 2·8 (அ)

பிரவே அணிக்கோவைகள்



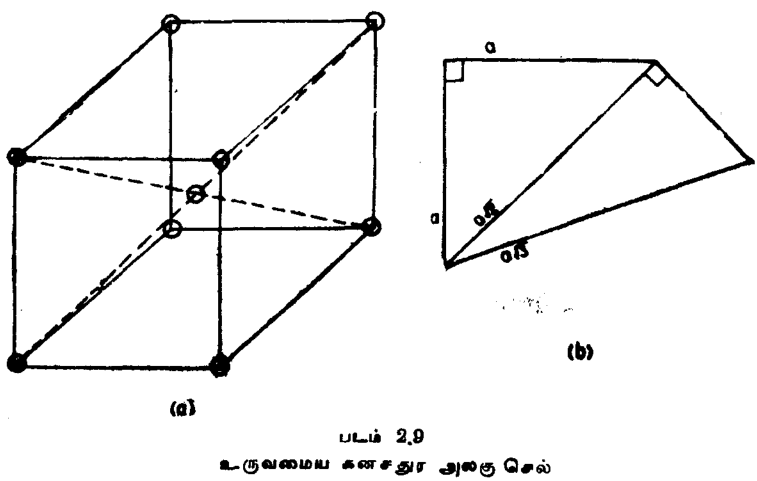
படம் 2.8 (ஆ)
பிரவே அணிக்கோவைகள்

2-5. சில எளிய படிக வகைகள்

படிகங்கள் பதினுன்கு வகையான அணிக்கோவைகளில் அமையுமாறுலும் தொழிலியல் துறையில்—நடைமுறையில்—முக்கியத்துவம் வாய்ந்த திண்மங்களில் பெரும்பான்மையானவை உருவமைய கன சதுரம் (Body centred cubic—*BCC*), முகமைய கன சதுரம் (Face centred cubic—*FCC*), அறுகோண நெருக்கப் பொதிவு (hexagonal close packing—*HCP*) எனப்படும் மூவகைகளிலேயே காணப்படுகின்றன. எனவே, இவை குறித்து ஈண்டுக் காண்போம்.

2-6. உருவமைய கனசதுர அலகு செல்

உருவமைய கனசதுர அலகு செல் படம் 2·9-ல் காட்டப் பெற்றுள்ளது. கனசதுரத்தின் எட்டு மூலைகளிலும் உள்ள எட்டு அணுக்கள் ஒவ்வொன்றிலும் எட்டில் ஒரு பகுதிதான் இந்த அலகு செல்லிற்கு உரிமையானது என்பது நமக்குத் தெரியும். ஆனல், உருவ மையத்திலுள்ள அணு முற்றிலும் இந்த அலகு செல்லிற்கே உரியது. எனவே, ஓர் உருவமைய கனசதுர அலகு செல்லில் (*BCC* unit cell) $8 \times \frac{1}{8} + 1 = 2$ அணுக்கள் இருக்கும்.



படம் 2.9
உருவமைய கனசதுர அலகு செல்

2-6.1 *BCC* அணுக்க அண்டை அணுக்கள்

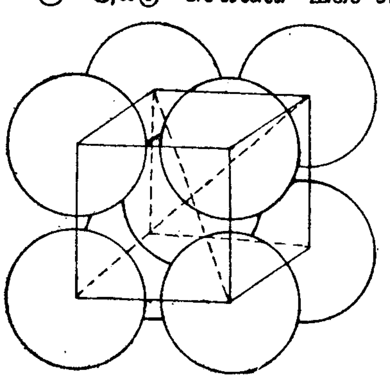
செல்லிலுள்ள ஒவ்வோர் அணுவிலிருந்தும் பல்வேறு தொலைவுகளில் பல அணுக்கள் உள்ளன. அவற்றிற்கு மிக நெருக்கமாக—மிக மிகக் குறைந்த தூரத்திலுள்ள அணுக்கள் அவற்றின் அணுக்க அண்டை அணுக்கள் (nearest neighbours) எனப்படும்.

அண்டை அணுக்களின் எண்ணிக்கை 'coordination number' எனப்படும். *BCC* அலகு செல்லில் உருவமைய அணுவிலிருந்து சம தூரத்தில் எட்டு மூலைகளிலும் எட்டு அணுக்கள் உள்ளன. ஆனால், இவைதாம் அணுக்க அண்டை அணுக்கள் என்பதனை முதலில் நிரூபிக்க வேண்டும். இதற்காக வேண்டி கனசதுரத்தின் பக்கம் ஒவ்வொன்றின் நீளமும் '*a*' எனக் கொள்வோம். எனவே, உருவ மூலைவிட்டத்தின் (body diagonal) நீளம் $a\sqrt{3}$ (படம் 2·9 (*b*). உருவமைய அணுவிற்கும் எந்தவொரு மூலை அணுவிற்கும் இடையேயுள்ள தூரம் $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ ஆகும். கனசதுரத்தின் முகத்தி லுள்ள எந்த இரு அணுக்களுக்கிடையேயுமுள்ள தூரம் *a* அல்லது $a\sqrt{2}$ என்பது தெளிவு. எனவே, உருவமைய அணுவிலிருந்து மிக அண்மையில்—அணுக்கத்தில் உள்ளவை மூலை அணுக்களே என்பது தெளிவாகின்றது. இவையே அணுக்க அண்டை அணுக்களாம். எனவே, *BCC*-ன் அணுக்க அண்டை அணுக்களின் எண்ணிக்கை $Z = 8$ ஆகும்.

நாம் உருவமைய அணுக்களை எடுத்துக்கொண்டு, அவற்றின் அணுக்க அண்டை அணுக்களைக் கணக்கிட்டதுபோல எந்தவோர் அணுவிற்கும் கணக்கிடலாம். அதுவும் இதே முடிவைத்தான் அளிக்கும் என்பதனை எளிதில் ஊகித்துக் கொள்ளலாம்.

2-6·2. *BCC* அணுவிட்டம்

அணுக்கள் யாவும் திண்மக் கோளங்கள் எனக் கொண்டோமானால் அலகு செல்லின் மிகச் சிறிய உருவம் எவ்வளவிருக்கும்? அலகு செல் மிகச் சிறிய உருவத்தைப் பெறும்போது அதில் அணுக்க அண்டை அணுக்கள் ஒன்றையொன்று தொட்டுக் கொண்டிருக்க வேண்டும். அண்மை அணுக்கள் மட்டுமே தொட்டுக் கொண்டிருக்க வேண்டுமேயன்றி மற்றவை அவ்வாறிராதென்பதனைச் சொல்லத் தேவையில்லை. இதைப் படம் 2.10-ல் காண்க. *BCC* செல்லில் உருவமைய அணுவானது மூலைவிட்ட அணுக்களைத் தொட்டுக் கொண்டிருக்கும். எனவே, ஒன்றையொன்று தொட்டுக்



படம் 2.10
BCC செல்—கடின கோள மாதிரி

கொண்டிருக்கும் இரு அணுக்களின் மையங்களுக்கிடையேயுள்ள தூரம் அணுவிட்டம் ஆகும். அணுவிட்டம் 'd' எனக் கொண்டால்

$$d = \frac{a\sqrt{3}}{2} \qquad \longrightarrow 2\cdot4$$

அணிக்கோவை அளபுருவைச் (lattice parameter) சோதனைகள் வாயிலாக மிகத் திருத்தமாகக் கணக்கிடலாமாதலின் அணு விட்டத்தைச் சமன்பாடு 2·2 ஐக் கொண்டு எளிதில் கணக்கிட லாம். காட்டாக, BCC அமைப்பிலுள்ள இரும்பினது அணிக் கோவை அளபுரு சோதனையின்படி 2·87 ஆங்க்ஸ்ட்ராம் ஆகும். எனவே,

$$d = \frac{2\cdot87 \times \sqrt{3}}{2}$$

அல்லது $d = 2\cdot48$ ஆங்க்ஸ்ட்ராம்.

இவ்வகையில் கணக்கிடப்பட்ட BCC உருவத்தில் காணப்பெறும் சில தனிமங்களது அணுவிட்டங்கள் கீழே அட்டவணையில் தரப் பட்டுள்ளன.

அட்டவணை 2·2

BCC உருவப்பொருள்கள் சிலவற்றின் அணு விட்டங்களும் அணிக்கோவை அளபுருக்களும்

தனிமம்	a Å	d Å
பேரியம்	5·025	4·35
சீசியம்	6·06	5·25
குரோமியம்	2·885	2·498
α – இரும்பு	2·8664	2·482
δ – இரும்பு	2·94	2·54
மாலிப்புனம்	3·1468	2·725
நியோபியம்	3·3007	2·859
பொட்டாஷியம்	5·334	4·624
சோடியம்	4·289	3·714
டங்க்ஸ்டன்	3·158	2·734
வனடியம்	3·039	2·632

2·6·3. *BCC* பொதிவு அடர்த்தி

அணுக்களைக் கடின கோளங்களெனக் கருதும் முறையின் அடிப்படையில் பொதிவு அடர்த்தியைக் (density of packing) கணக்கிடுதல் நன்மை பயக்கும். இதனைப் பின் கண்டவாறு வரையறுக்கலாம்.

ஓரலகு செல்லில் உள்ள அணுக்கள், உண்மையில் அதில் அடைத்துக் கொள்ளும் இடத்திற்கும் அலகுசெல்லின் மொத்தப் பருமனுக்குமுள்ள விகிதமே பொதிவு அடர்த்தியாகும்.

இப்போது *BCC* அலகு செல்லின் பொதிவு அடர்த்தியைக் கணக்கிடுவோம். அணுக்கோளவை அளபுரு a எனவும், அணுவின் விட்டம் d எனவும் கொள்வோம்.

BCC அலகு செல்லின் பருமன்,

$$V = a^3 \qquad \longrightarrow 2\cdot5$$

ஒவ்வோர் அணுவினது பருமனும் v ஆனால்,

$$v = \frac{\pi d^3}{6} \qquad \longrightarrow 2\cdot6$$

ஒரு *BCC* அலகு செல்லில் 2 அணுக்கள் உள்ளதால் அவ்விரு அணுக்களது பருமன்,

$$V' = \frac{\pi d^3}{3} \qquad \longrightarrow 2\cdot7$$

எனவே, பொதிவு அடர்த்தி,

$$\rho = \frac{V'}{V}$$

அல்லது, $$\rho = \frac{\frac{\pi d^3}{3}}{a^3}$$

அல்லது, $$\rho = \frac{\pi d^3}{3a^3} \qquad \longrightarrow 2\cdot8$$

சமன்பாடு 2·2 ஐப் பயன்படுத்த,

$$\rho = \frac{\pi}{3a^3}\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^3$$

அல்லது, $$\rho = \frac{\pi\sqrt{3}}{8} \qquad \longrightarrow 2\cdot9$$

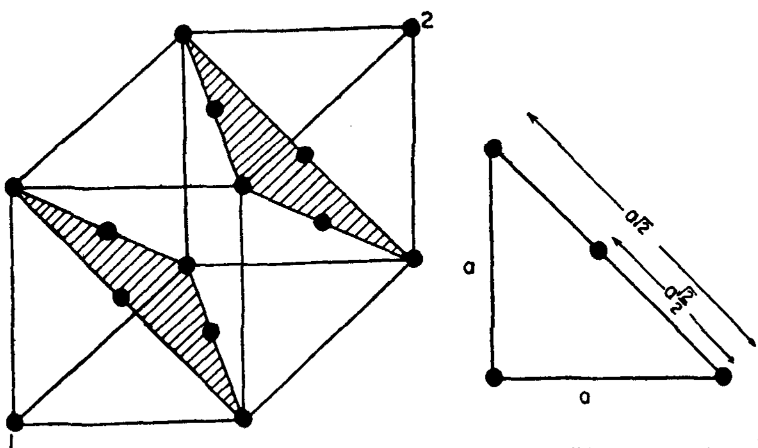
அல்லது, $\rho = 0.681$

அல்லது, $\rho = 68.1\%$

எனவே, உருவமைய கனசதுர அலகுசெல்லின் பருமனில் நூற்றுக்கு 68·1% விழுக்காடுதான் அணுவினால் அடைக்கப்பட்டுள்ளது; மீதி காலியிடம்.

2-7. முகமைய கனசதுர செல்

முகமைய கனசதுர அலகு செல் (face centred cubic cell—*FCC*) படம் 2·11-ல் காட்டப்பெற்றுள்ளது.



(a) (b)

படம் 2.11

முகமைய கனசதுர அலகு செல், நெருக்கப் பொதிவுத் தளங்கள் கோடிட்டுக் காட்டப்பட்டுள்ளன

இதன் எட்டு மூலைகளிலும் உள்ள அணுக்களில் ஒவ்வொன்றும் $\frac{1}{8}$ அணுவையும், முகமையத்திலுள்ள ஆறு அணுக்களில் ஒவ்வொன்றும் $\frac{1}{2}$ அணுவையும் ஓர் அலகு செல்லுக்கு உரித்தாக்குகின்றன. எனவே, ஒரு *FCC* அலகு செல்லில் உள்ள அணுக்களின் எண்ணிக்கை,

$8 \times \frac{1}{8} + 6 \times \frac{1}{2} = 4$ ஆகும்.

2-7·1. *FCC* அணுக்க அண்டை அணுக்கள்

உருவமைய கனசதுர அலகுசெல்லின் ஒரு மூலையிலுள்ள அணுவை எடுத்துக்கொள்வோம். இதனை அடுத்துள்ள பக்கங்களின்

மையத்தில் அமைந்துள்ள அணுக்களே இதற்கு மிகவும் நெருக்கமாகவுள்ள அண்டை அணுக்கள் என்பதனை எளிதில் புரிந்து கொள்ளலாம். அணுக்க அண்டை அணுக்களின் எண்ணிக்கை $Z=12$ என்பதனையும் எளிதில் கண்டுகொள்ளலாம். கடின கோள அடிப்படையில் அணுக்களின் விட்டம்,

$$d = \frac{a\sqrt{2}}{2} \longrightarrow 2\cdot10$$

எனக் கணக்கிடுவதும் எளிதே. படம் 2·11 (b)ஐ நோக்கவும்.

முகமைய கனசதுர அமைப்பிலுள்ள சில தனிமங்களது அணிக்கோவை அளபுருக்களும் (a), அணுவிட்டங்களும் (d) அட்டவணை 2·3-ல் கொடுக்கப்பெற்றுள்ளன.

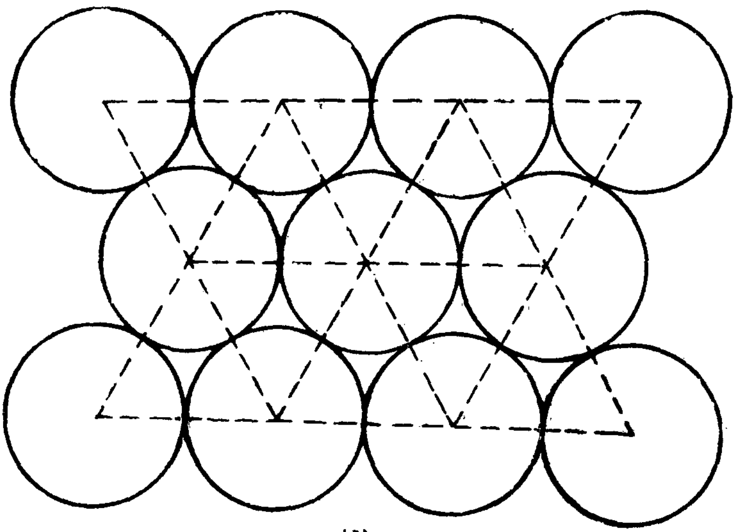
அட்டவணை 2·3

முகமைய கனசதுரத் தனிமங்களின் அணிக்கோவை அளபுருக்களும் அணுவிட்டங்களும்

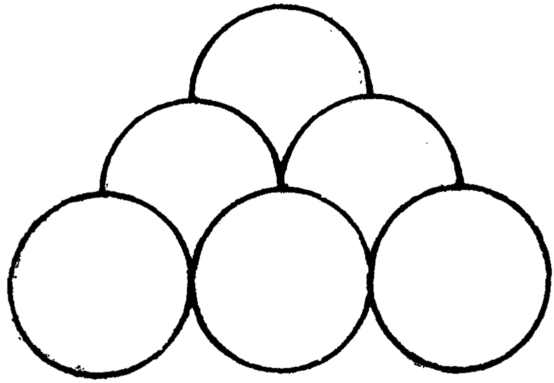
தனிமம்	a, Å	d, Å
அலுமினியம்	4·0490	2·862
ஆர்கான் (−233° செ)	5·43	3·84
செம்பு	3·6153	2·556
பொன்	4·078	2·882
இரிடியம்	3·8389	2·714
γ-இரும்பு (950° செ)	3·656	2·585
கிரிப்டான் (−191° செ)	5·69	4·03
ஈயம்	4·9489	3·499
நியான் (−268° செ)	4·53	3·21
நிக்கல்	3·5238	2·491
பிளாட்டினம்	3·9310	2·775
வெள்ளி	4·0856	2·888

2-7·2. *FCC* நெருக்கப் பொதிவுத் தளங்கள்

கடின கோள மாதிரியில் அணுக்க அண்டை அணுக்கள் ஒன்றையொன்று தொட்டுக் கொண்டிருக்குமாதலால் அதில் சில



(a)



(b)

படம் 2.12
நெருக்கப் பொதிவுத் தளம்

குறிப்பிட்ட தளங்களில் உள்ள ஒவ்வோர் அணுவும் அத்தளத்தி லுள்ள அதன் அணுக்க அண்டை அணுக்கள் எல்லாவற்றையும்

தொட்டுக்கொண்டிருக்கும். இத்தகு தளங்கள் நெருக்கப் பொதிவுத் தளங்கள் (close packed planes) எனப்பெறும். நெருக்கப் பொதிவுத் தளம் ஒன்று படம் 2·12 (a)-ல் காட்டப் பெற்றுள்ளது. ஒரு தளத்தில் நெருக்கமாக அணுக்களை அமைக்க வேண்டுமானால் இதைத் தவிர்த்து வேறு வழியில்லை என்பதனை ஓர்க.

இந்தத் தளத்திலுள்ள அணுக்கள் சமபக்க முக்கோணங்களின் மூலைகளில் அமைந்துள்ளன என்பதனைப் படம் 2·12 (a)-லிருந்து காணலாம். இம் முக்கோணங்கள் புள்ளிக்கோட்டினால் காட்டப் பெற்றுள்ளன.

FCC நெருக்கப் பொதிவு மாதிரியில் இந்த ஒரு தளத்தில் மட்டுமன்றி மூன்று பரிமாணங்களிலும் அணுக்கள் நெருக்கமாக அடுக்கிய மாதிரி அமைந்திருக்கும். அவ்வாறானால் ஒரு நெருக்கப் பொதிவுத் தளத்தின் மேலோ கீழோ வேறு நெருக்கப் பொதிவுத் தளம் எவ்வாறு அமையும்? அதாவது ஒரு தளத்தின் மீதுள்ள மற்றொரு தள அணுக்கள் எந்தவிடங்களில் அமையும் என்பது ஒரு வினவாகும். படம் 2·12 (a)-ல் காட்டப்பெற்றுள்ள நெருக்கப் பொதிவுத் தளத்தினை முப்பரிமாணத்தில் கற்பனை செய்து பார்த்தோமானால் அது படம் 2·12 (b)-ல் உள்ளது போலிருக்கும். இதிலிருந்து ஒவ்வொரு முக்கோணத்தின் மையத்திலும் அடுத் தடுத்துள்ள மூன்று அணுக்களால் உருவான ஒரு குழிவு (Depression) இருக்கக் காணலாம். இத்தகையக் குழிவுகளை x–குழிவுகள், y-குழிவுகள் என இரு வகைப்படுத்தலாம். இவை படம் 2·13-ல் காட்டப்பெற்றுள்ளன.

இவ்வாறு உருவாகும் குழிவுகளில் அணுக்களை வைத்தால் நமக்கு நெருக்கப் பொதிவு கிட்டும். ஆனால் குறிப்பிட்ட ஒரு தளத்தின் மீது உண்டாகும் x-குழிவுகளில் அணுக்களை வைக்க முடியாது. அவ்வாறே y குழிவுகளைப் பயன்படுத்தினால் x-குழிவு களில் அணுக்கள் பொருந்தா. இந்த உண்மை, படம் 2·13-லிருந்துப் புலனாகும். இதில் முழுக் கோடுகளால் வரையப்பட்ட வட்டங் கள் ஒரு நெருக்கப் பொதிவுத் தளத்திலுள்ள அணுக்களைக் குறிக் கின்றன. புள்ளிக்கோடுகளால் வரையப்பட்ட வட்டங்கள் முதல் தளத்தின் மேலே நெருக்கமாக அமைந்த இரண்டாவது நெருக்கப் பொதிவுத் தளத்தினைக் குறிக்கின்றன.

மேலே கூறியவற்றில் எந்தக் குழிவை x-குழிவு எனக் கொள் வது; எதனை y-குழிவு எனக் கொள்வது? ஏதேனும் ஒரு குழிவை x-குழிவு எனக் கொண்டால் எல்லா x-குழிவுகளும் உடனடியாகத் தொடரும். x-குழிவுகளாக அமையாதவை y-குழிவுகள் ஆகும்.

இவ்வாறு ஒரு தளத்தின்மீது இரண்டாவது தளத்தை அமைத்ததன் பின்னர் அதன்மீது ஏற்படும் x-குழிவுகளையோ அல்லது y-குழிவுகளையோ பயன்படுத்தி மூன்றாவது தளத்தை அமைக்கலாம். இவ்வாறு தளங்களை ஒன்றன்மீதொன்றாக அடுக்குவதற்குச் சில வழிகள் உண்டு.

முதலில் எடுத்துக்கொள்ளும் அணுத்தளத்தை A-தளமென்று குறிப்போம். A-தளத்தின் x-குழிவுகளில் அணுக்கள் அமர்ந்து அமையும் தளத்தை B-தளமென்றும், A-தளத்தின் y-குழிவுகளில் அணுக்கள் அமர்ந்து அடுத்த அணுத்தளம் அமையுமானால் (இப்படியும் செய்யலாம்) அதனை C-தளமென்றும் குறிப்போம். இப்போது ஒன்றன்மீதொன்றாகப் பல அணுத்தளங்களை அமைத்து நெருக்கப் பொதிவினை ஏற்படுத்துதல் பின்கண்ட வழிகளில் அமையலாம்.

ABC ABC ABC......

எனவோ, அல்லது

ABA BAB......

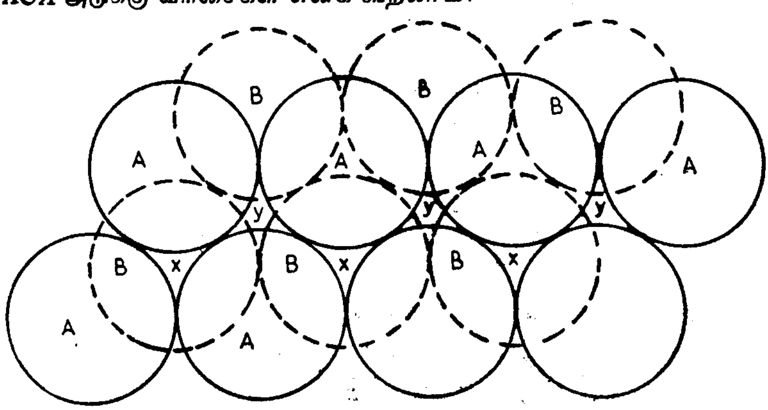
எனவோ, அல்லது

ACB ACB......

எனவோ, அல்லது

ACA CAC......

எனவோ தளங்களை அடுக்கலாம். இவற்றை *ABC ABA, ACB, ACA* அடுக்கு வரிசைகள் எனக் கூறலாம்.

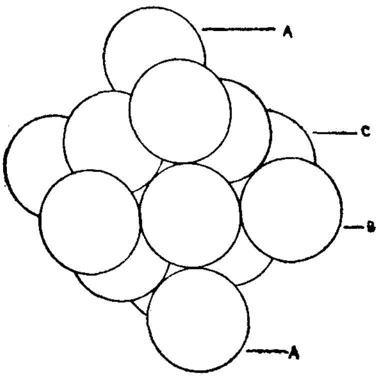


படம் 2·13

நெருக்கப்பொதிவு—A-தளத்தின் x-குழிவுகளில் அணுக்கள் அமர்ந்து B-தளத்தை உருவாக்குகின்றன.

ABC அடுக்கு வரிசையில் *A* தளத்தின்மீது *B* தளமும், அதன் மீது *C* தளமும், மீண்டும் *ABC* தளங்களுமென வரிசையாக அடுக்கப்பெறும்.

FCC படிகங்களில் *ABC* என்ற அமைப்பிருக்கும். இதனைப் படம் 2·11 (*a*)-லிருந்து புரிந்துகொள்ளலாம். படம் 2·11 (*a*)-ல் 1,2 என்று குறிக்கப்பட்டுள்ள இரண்டு மூலை அணுக்களும் ஒன்றுக்கு நேர்மேலாக மற்றொன்று என்ற நிலைகளில் இருக்கின்றன. எனவே, இவை இரண்டினையும் ஒரே தளங்களில்—*A* தளங்களில்—உள்ள அணுக்களாகக் கருதலாம். கோடிட்டுக் காட்டியுள்ள இரு தளங்களும் *BC* தளங்களெனக் கொள்ளலாம். எனவே, இது *ABC* அமைப்பையுடையது. படம் 2·11 (*a*)-ல் அணுக்கள் புள்ளிகளாகக்காட்டப்பட்டுள்ளன. கடினகோள அமைப்பில் *FCC* அலகில் *ABC* தளங்கள் படம் 2·14-ல் காட்டப் பெற்றுள்ளன.



படம் 2.14
FCC அலகு செல்—நெருக்கப்பொதிவு *ABCA* தளங்கள்

2-7·3. *FCC* பொதிவு அடர்த்தி

FCC யில் ஓர் அலகு செல்லில் நான்கு அணுக்கள் உள்ளனவாதலால் அதிலுள்ள அணுக்களின் பருமன்,

$$V' = 4 \times \frac{\pi d^3}{6}$$

ஆகும். இங்கே *d* என்பது அணுவிட்டம்,

$$d = \frac{a\sqrt{2}}{2} \qquad \longrightarrow 2\cdot11$$

என முன்னரே கண்டுள்ளதால்,

$$V' = \frac{4}{6} \times \pi \times \frac{a^3 (\sqrt{2})^3}{2^3}$$

அல்லது, $$V' = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{6} \qquad \longrightarrow 2\cdot12$$

மேலும், $V = a^3$ $\longrightarrow$ 2·13

எனவே, பொதிவு அடர்த்தி,

$$\rho = \frac{V'}{V} = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{6\times a^3}$$

அல்லது, $\rho = 0{\cdot}742$ $\longrightarrow$ 2·14

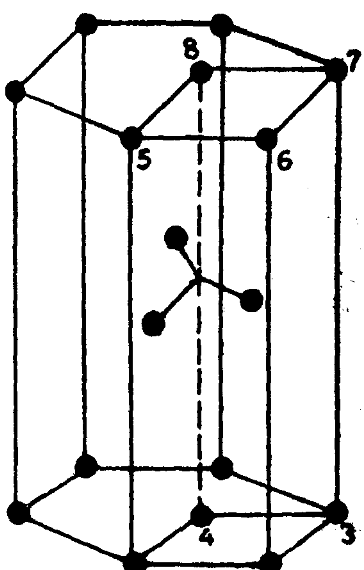
அல்லது, $\rho = 74{\cdot}2\%$ $\longrightarrow$ 2·15

எனவே, FCC-ன் பொதிவு அடர்த்தி (74·2%) BCC-ன் பொதிவு அடர்த்தியை (68·1%) விட அதிகமென்பதனை உணர்க. ஒரே அளவினவான கடின கோள அமைப்பில் 74·2% ஐ விட அதிகமான பொதிவு அடர்த்தியினை அடைதல் முடியாது. எனவே, FCC அமைப்பானது கடின கோள அமைப்பில் பெருமப் பொதிவு அடர்த்தியினையுடையதாக அமையும்.

2-8. அறுகோண நெருக்கப் பொதிவு அலகு செல்

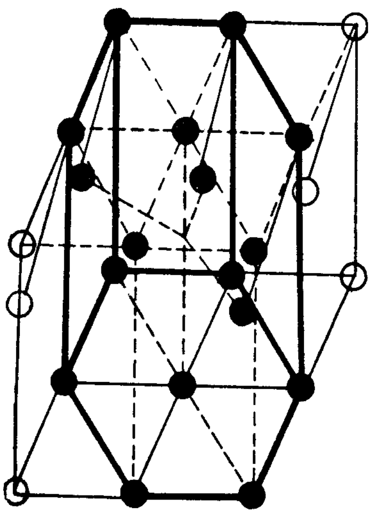
படம் 2·15-ல் அறுகோண நெருக்கப் பொதிவு அலகு செல் (Hexagonal close packed unit cell— *HCP* unit cell) காட்டப் பெற்றுள்ளது.

படத்தில் 12345678 எனக் குறிக்கப்பட்டுள்ளதே மூல அறுகோணச் செல்லாகும். இதுவொன்றே படிகங்களில் இருக்க முடியும் என்பது 'படிக வகைகளும் பிரவே அணிக்கோவைகளும்' என்ற அட்டவணையிலிருந்து தெரியவரும். ஆனால், படத்தில் காட்டியிருப்பது அவ்வாறில்லை. படத்தில் (2·15) மூன்று அறுகோணச் செல்கள் சேர்த்துக் காட்டப்பட்டுள்ளன. இது நம் வசதிக்காகவே. இருப்பினும் இதனை மூன்று மூல அறுகோணச் செல்கள் என்று கூற முடியுமா? ஒவ்வொரு மூல செல்லின் எட்டு மூலைகளில் மட்டுமன்றி அதன் உட்புறத்தேயும் ஓர் அணு இருப்பதனைக் காண்க. இதனால் இது மூலமற்ற செல்லாகி விடாதா? அப்படி

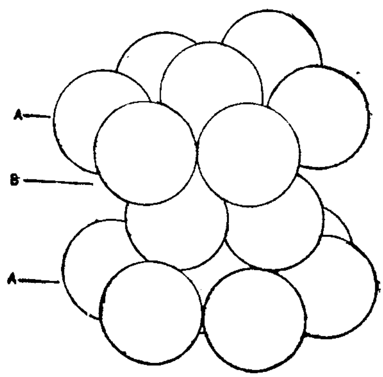


படம் 2.15
HCP செல்

யாயின் அட்டவணை 2.1-ன் படி இது படிகத்தில் இருக்க முடியாது. இதனைப் பின்கண்டவாறு விளக்கலாம். மூலச் செல்லின் மூலைகளில் ஓர் அணுதான் இருக்கவேண்டுமென்று நியதியில்லை. மாறாக அணுக்களின் தொகுதியும் ஆக்கக் கூறாக (basis) இருக்கலாமல்லவா?



படம் 2.16
HCP-ம் மூல செல்லும்



படம் 2.17
HCP—ABA தளங்கள்

ஒவ்வோர் ஆக்கக் கூறும் இரண்டு அணுக்களையுடையது. இவற்றுள் ஓர் அணு செல்லின் மூலையிலும், மற்றொன்று *C*-பரிமாணத்தில் அரைத்தள உயரத்திலும் அமையும். இது படம் 2·16-ல் காட்டப்பெற்றுள்ளது. இங்கே நான்கு எளிய அறுகோணச் செல்கள் இணைந்துள்ள நிலை காட்டப்பட்டுள்ளது. இதிலிருந்து அறுகோண வடிவம் எவ்வாறு ஏற்படுகின்றது என்பது தடித்த கோட்டால் காட்டப்பெற்றுள்ளது. ஆக்கக் கூறுகள் ஒரு சில இடங்களிலேயே முழுமையாகக் காட்டப்பெற்றுள்ளன.

அறுகோண நெருக்கப்பொதியில் அணுத்தளங்கள் *ABABAB*... எனும் அமைப்பையுடைத்தாயிருக்கும். இது படம் 2·17-ல் காட்டப்பெற்றுள்ளது.

2-8·1. *HCP* அணுக்க அண்டை அணுக்கள்

HCP அணுக்க அண்டை அணுக்களின் எண்ணிக்கையை, படம் 2·15-ன் துணைகொண்டு கணக்கிடலாம். அடித்தளத்தின் மையத்தி

ளுள்ள அணுவானது அதே தளத்தின் ஆறு அணுக்க அண்மை அணுக்களைப் பெற்றுள்ளது. இந்தத் தளத்திற்கு $\frac{c}{2}$ தூரத்திலுள்ள மேல் தளத்தில் மூன்று அணுக்களையும், $\frac{c}{2}$ தூரத்தில் கீழ்த்தளத்தில் மூன்று அணுக்களையும் அண்டை அணுக்களாகப் பெற்றுள்ளது. எனவே *HCP* அணுக்க அண்டை அணுக்களின் எண்ணிக்கை $Z = 12$ ஆகும்.

அண்டை அணுக்களிடைத் தூரத்தையும் படம் 2·15-லிருந்து கண்டுகொள்ளலாம். இது 'a'க்குச் சமம். எனவே அணுவின் விட்டமும் $d=a$ ஆக இருக்க வேண்டும்.

HCP-ன் அணுக்க அண்டை அணுக்களின் எண்ணிக்கை *FCC*-ன் எண்ணிக்கைக்குச் சமமாயிருப்பதனை நோக்குக. ஏனெனில் இவையிரண்டும் நெருக்கப் பொதிவு அமைப்புகளாம்.

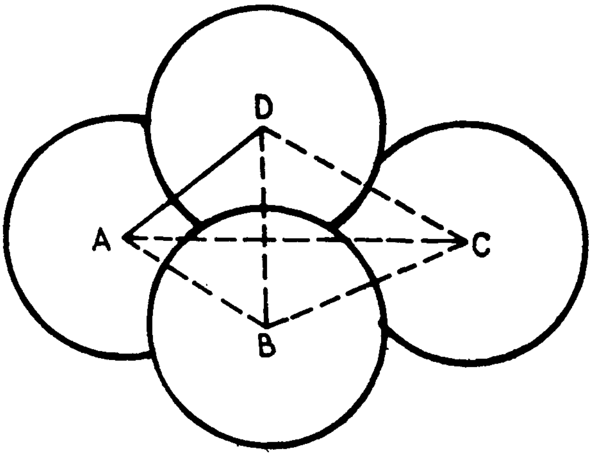
2-8·2. $\frac{c}{a}$ விகிதம்

HCP அமைப்பில் அணுத்தளங்கள் நெருக்கமாகப் பொதியப் பெற்றிருப்பதால் இவற்றின் அணிக்கோவை உறுப்புகள் c-ம் a-ம் எப்படி வேண்டுமானாலும் இருக்க முடியாதென்பதும், இவை இரண்டும் ஒன்றையொன்று சார்ந்திருக்க வேண்டுமென்பதும் தெளிவு. *ABA* வரிசையில் அமைக்கப்பெற்று உருவாகும் *HCP*-ன் c-க்கும் a-க்கும் உள்ள விகிதம், இலட்சிய $\frac{c}{a}$ விகிதம் (ideal $\frac{c}{a}$ ratio) எனப்படும். நடைமுறையில் *HCP* படிகங்களது $\frac{c}{a}$ மதிப்பு இதிலிருந்து மாறுபட்டுக் காணப்படும். இப்போது இலட்சிய $\frac{c}{a}$ மதிப்பைக் காண முனைவோம்.

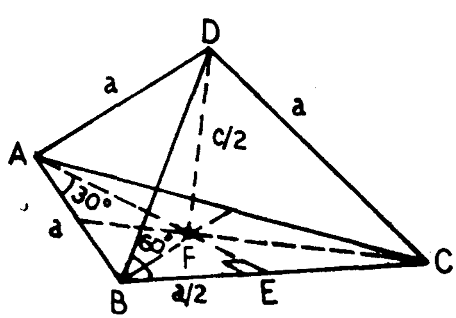
அடித்தளத்தில் அமைந்துள்ள மூன்று அணுக்களும் அவற்றின் குழிவில் அமர்ந்துள்ள நடுத்தள அணுவும் படம் 2·18(a)-ல் காட்டப் பெற்றுள்ளன.

நான்கு அணுக்களும் ஒரு நான்முகியின் (tetrahedron) நான்கு மூலைகளில் (*ABCD*) அமைந்துள்ளன. நான்முகி மட்டிலும் படம் 2·18(b)-ல் காட்டப் பெற்றுள்ளது. நான்முகியை உருவாக்கும் மூன்று முக்கோணங்களும் *ABC*, *ADB*, *BDC*, *ADC* சம

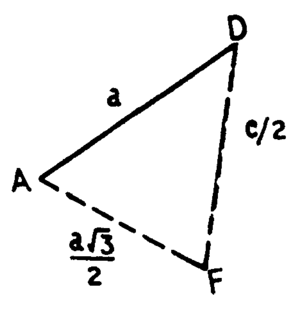
பக்க முக்கோணங்கள் என்பதும், அவற்றின் பக்கம் ஒவ்வொன்றும் அணிக்கோவை அளபுருவிற்குச் (a) சமம் என்பதும் தெளிவு. இந் நான்முகியின் குத்துயரம் (altitude) $\frac{c}{2}$ ஆகும். ஏனெனில் நடுத்தளமானது மேல்தளம், கீழ்த்தளம் ஆகிய இரண்டிற்கும் சரி நடுவில் இருக்க வேண்டும்.



(a)



(b)



(c)

படம் 2.18

நெருக்கப் பொதிவு நான்முகி

படம் 2·18 (b)-லிருந்து மையக்கோட்டின் (median) நீளம்,

$$AE = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

அல்லது, $AE = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ ⟶ 2·16

நான்முகியின் குத்துக்கோடு AE எனும் மையக்கோட்டினை F-ல் வெட்டினுல்

$$AF = \frac{2}{3} AE$$

ஆகும். எனவே சமன்பாடு (2.14)-லிருந்து

$$AF = \frac{2}{3} \cdot \frac{a}{2}\sqrt{3}$$

அல்லது, $AF = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ ⟶ 2.17

படம் 2·18 (c) ஐ நோக்க,

$$DF = \frac{c}{2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2}$$

அல்லது, $\frac{c}{2} = a\sqrt{\frac{2}{3}}$

அல்லது, $\frac{c}{a} = 2\sqrt{\frac{2}{3}}$ ⟶ 2·18

அல்லது, $\frac{c}{a} = 1{\cdot}633$ ⟶ 2·19

பெரும்பாலான பொருள்களுக்கு $\frac{c}{a}$-ன் மதிப்பு, இந்த இலட்சிய மதிப்பிற்குச் சமமாயிருப்பதில்லை. ஆனுல். சில பொருள்களுக்கு $\frac{c}{a}$-ன் மதிப்பு இலட்சிய மதிப்பையொட்டியுள்ளது. காட்டாக, கோபால்ட், மக்னீஷியம் ஆகியவற்றைக் கூறலாம். அட்டவணை 2·4 ஐ நோக்குக.

இவ்வாறு $\frac{c}{a}$-ன் மதிப்பு இலட்சிய மதிப்பிலிருந்து விலகியிருத்தலுக்கான காரணம் அணுவிட்டமானது a-ன் மதிப்புக்குச் சமமாக இல்லாதிருத்தலே ஆகும். $\frac{c}{a}$ ஆனது இலட்சிய மதிப்பை விட உயர்ந்திருந்தால் அணுவிட்டம் d ஆனது a ஐ விடப் பெரியது. $\frac{c}{a}$ ஆனது இலட்சிய மதிப்பினும் சிறியதாயிருந்தால் d ஆனது a ஐ

விடக் குறைவு. முதலில் கூறிய நிலையில் அணுக்கள் மிக நெருங்கியுள்ளன. (உண்மை நிலையில் அணுக்கள் கடின கோளங்கள் அல்லவாதலால் இது ஏலும்.) பிந்தைய கூற்றில் ஒரு தளத்திலுள்ள அணுக்கள் ஒன்றையொன்று தொட்டுக் கொள்ளாமல் சற்றே விலகியுள்ளன.

2-8.3. *HCP* பொதிவு அடர்த்தி

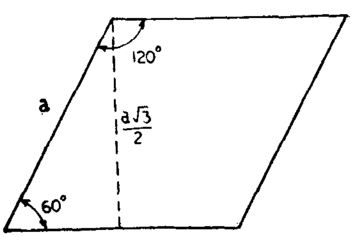
HCP-ன் பொதிவு அடர்த்தியினைக் காண, படம் 2·15ஐ எடுத்துக் கொள்வோம். இதில் ஒரேயொரு மூலச்செல்லை மட்டிலும் எடுத்துக் கொண்டால் அதன் எட்டு மூலைகளிலும் 8 அணுக்கள் உள்ளன; அதன் உள்ளே ஓர் அணு உள்ளது. மூலைகளில் உள்ள எட்டில் ஒவ்வொன்றும் இந்தச் செல்லுக்கு $\frac{1}{8}$ பகுதியையே உரித்தாக்கும். நடுவிலுள்ள முழுவதும் இதற்கே உரியது. எனவே, ஒரு மூலச் செல்லில் உள்ள மொத்த அணுக்கள் $8 \times \frac{1}{8} + 1 = 2$ ஆகும். எனவே அணுக்கள் அடைத்துக் கொள்ளும் இடம்

$$V' = 2 \times \frac{\pi d^3}{6}$$

அல்லது, $V' = \frac{\pi d^3}{3}$

முன்னரே கூறியது போல $d = a$ ஆனதால்

$$V' = \frac{\pi a^3}{3} \qquad \longrightarrow 2.20$$



படம் 2.19

HCP அலகுசெல்லின் அடிப்பகுதி

அலகு செல்லின் அடிப்பக்கம் ஓர் இணைகரம். அதன் பக்கங்கள் யாவும் *a*-க்குச் சமம். இதன் குத்துயரம் $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ என்பதனைப் படம் 2.19-லிருந்து தெரிந்து கொள்ளலாம்.

எனவே, அடித்தளத்தின் பரப்பு

$$= a \times \frac{a\sqrt{3}}{2} \text{ ஆகும்.}$$

அலகு செல்லின் செங்குத்துயரம் '*c*' ஆனதால் அலகு செல்லின் பருமன்

$$V = a \times \frac{a\sqrt{3}}{2} \times c$$

சமன்பாடு (2·16) ஐப் பயன்படுத்த

$$V = a \times \frac{a\sqrt{3}}{2} \times 2\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot a$$

அல்லது, $V = \sqrt{2} \cdot a^3$ $\longrightarrow$ 2.21

எனவே, பொதிவு அடர்த்தி

$$\rho = \frac{V'}{V} = \frac{\pi a^3}{3} \times \frac{1}{\sqrt{2} \cdot a^3}$$

அல்லது, $\rho = \frac{\pi}{3\sqrt{2}} = \frac{\pi\sqrt{2}}{6}$ $\longrightarrow$ 2.22

அல்லது, $\rho = 0{\cdot}742$

அல்லது, $\rho = 74{\cdot}2\%$

இது FCC-ன் பொதிவு அடர்த்திக்குச் சமமாயிருக்கின்றது. ஏனெனில் இவை இரண்டுதான் மிக நெருக்கமாக அமைக்கக் கூடிய அமைப்புகளாகும்.

HCP-ல் அமைந்த சில பொருள்களது அணுக்கோவை அளபுருக்கள் அட்டவணை (2·4)-ல் தரப்பட்டுள்ளன.

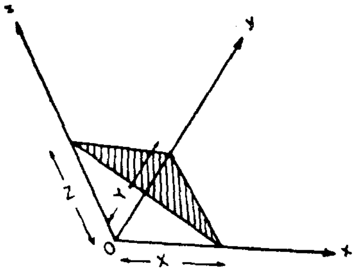
அட்டவணை 2·4

HCP பொருள்கள் சிலவற்றின் அணிக்கோவை அளபுருக்கள்

தனிமம்	a, Å	c, Å	$\frac{c}{a}$	d, Å
பெரிலியம்	2·2854	3·5841	1·568	2·225
காட்மியம்	2·9787	5·617	1·886	2·979
கோபால்ட்	2·507	4·069	1·623	2·506
மக்னீஷியம்	3·2092	5·2103	1·624	3·196
டிடானியம் (25° செ)	2·9504	4·6833	1·587	2·89
நாகம்	2·664	4·945	1·856	2·664
சிர்கோனியம்	3·230	5·133	1·589	3·17

2-9. படிக தளங்களைக் குறித்தல்

இனி அணுக்கள் அமைந்துள்ள வெவ்வேறு தளங்களை எவ்வாறு குறிப்பதெனக் காண்போம். படிகத்தினது x, y, z அச்சுக்களை ஓர் அணுத்தளம் வெட்டுவதாகக் கொள்வோம். (படம் 2·20) இதனால் ஏற்படும் வெட்டுத்துண்டுகள் முறையே X, Y, Z எனக் கொள்வோம். இந்த வெட்டுத்துண்டுகளைப் படிக அணிக்கோவை அளபுருக்களால் அளக்கலாம். அதாவது, a, b, c என்பன படிகத்தின் x, y, z அச்சுக்களில் அணிக்கோவை அளபுருக்கள் ஆனால்,



படம் 2.20
ஒரு தளம் படிக அச்சினை வெட்டுதல்

$$X = Aa$$
$$Y = Bb$$
$$Z = Cc$$

என எழுதலாம். இதிலிருந்து x-வெட்டுத்துண்டு A அணிக்கோவை அளபுருக்கள், y-வெட்டுத்துண்டு B அணிக்கோவை அளபுருக்கள், z-வெட்டுத்துண்டு C அணிக்கோவை அளபுருக்கள் எனக் கூறலாம். எனவே, நாம் எடுத்துக் கொண்ட தளத்தின் வெட்டுத் துண்டுகள் A, B, C ஆகும். இப்போது இவற்றின் தலைகீழ் மதிப்புகளைக் $\left(\frac{1}{A}, \frac{1}{B}, \frac{1}{C}\right)$ காண்போம். இவை பெரும்பாலும் பின்னமாக இருக்கும். இவற்றைத் தகுந்த பொதுக்காரணியால் பெருக்கி மிகச்சிறு முழு எண்களாக மாற்றினால் அந்த மூன்று எண்களும் அத்தளத்தைக் குறிக்கும் மில்லர் எண்கள் (Miller indices) எனப்பெறும். இவற்றை $(h\ k\ l)$ எனக் குறிப்பது வழக்கம். அடைப்புக் குறிக்குள் எழுதப் பெறும் h, k, l ஆகியவற்றிற்கிடையே கால் நிறுத்தப் புள்ளி போன்ற எந்த நிறுத்தப் புள்ளியையும் பயன் படுத்துவதில்லை. இந்த மில்லர் எண்களையுடைய தளம் $(h\ k\ l)$ தளம் எனப்படும்.

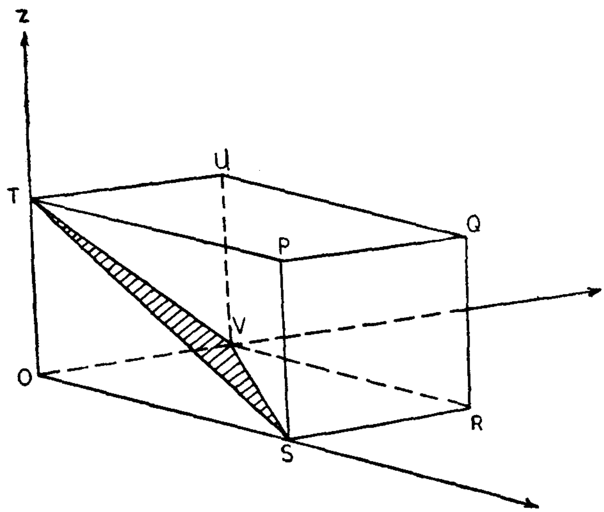
மில்லர் எண்களை எவ்வாறு காண்பதென்பதனை நன்கு புரிந்து கொள்வதற்காக வேண்டி ஓர் எடுத்துக்காட்டினைப் பார்ப்போம். படம் 2.21-ல் ஒரு கனசதுர அலகு செல் காட்டப்பட்டுள்ளது.

இதில் கோடிட்டுக் காட்டியுள்ள தளத்தை எடுத்துக்கொள்வோம். இத் தளம் x, y, z அச்சுகளில் ஏற்படுத்தும் வெட்டுத்

துண்டுகள் யாவும் 1 தான், அதாவது $A=1$, $B=1$, $C=1$. எனவே, இவற்றின் தலைகீழ் மதிப்புகள்

$$\frac{1}{1}, \frac{1}{1}, \frac{1}{1}$$

ஆகும். எனவே இத் தளத்தின் மில்லர் எண்கள் (111) ஆகும்.



படம் 2.21
(111) தளம்

இதேபோல கனசதுர அலகு செல்லின் y, z அச்சுகளுக்கு இணையான பக்கத்தை எடுத்துக்கொண்டால் (படம் 2·21-ல் $PQRS$) இதனுடைய வெட்டுத்துண்டுகள் முறையே 1, ∞, ∞ ஆகும். எனவே இவற்றின் தலைகீழ் மதிப்புகள்

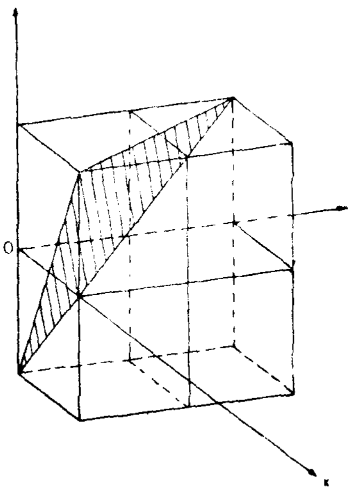
$$\frac{1}{1}, \frac{1}{\infty}, \frac{1}{\infty}$$

அல்லது 1, 0, 0 ஆகும். எனவே, இதன் மில்லர் எண்கள் (100) ஆகும். இவ்வாறே மற்றப் பக்கங்களுக்கும் காணலாம்.

இப்போது இன்னொரு எடுத்துக்காட்டைப் பார்ப்போம். படம் 2.22-ல் கோடிட்டுக் காண்பிக்கப்பட்டுள்ள தளத்தின் வெட்டுத்துண்டுகள் முறையே 1, 2, −1 ஆகும். இவற்றின் தலைகீழ் மதிப்பு

$$\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{-1}$$

ஆகும். எனவே, இவற்றை முழு எண்களாக்க, 2, 1,−2 என வாகின்றன. எனவே இதன் மில்லர் எண்கள் $(21\bar{2})$ ஆகும். −2 என்பது $\bar{2}$ என எழுதப்படும்.



படம் 2.22
$(21\bar{2})$ தளம்

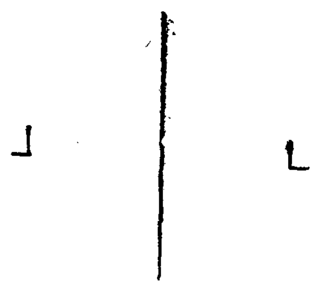
அறுகோணப் படிக வகைகளில் a_1, a_2, a_3 c என நான்கு அச்சுகள் உள்ளதால் அவற்றிற்கான எண்கள் $(h\ k\ i\ l)$ ஆகும். இவை மில்லர் பிரவே எண்கள் (Miller Bravais in dices) எனப்படும்.

2-10. சமச்சீர் உறுப்புகள்

படிகங்கள் சமச்சீர் உடையவை எனக் கூறினேம். சமச்சீர் செயற்பாடு (symmetry operation) பொருள் கூறிகள் (motif) திரும்பத் திரும்ப வரச் செய்யும் நேர்ப் பெயர்ச்சி மடக்குநிலை (translational periodicity) என்றவொரு சமச்சீர் உறுப்பினைப் பகுதி (2·2)-ல் கண்டோம். இதுவே யன்றி வேறு சமச்சீர் உறுப்புகளும் உண்டு. அவை குறித்து ஈண்டுக் காண்போம்.

2-10·1. ஆடித் தளம்

படம் 2·23-ல் இரண்டு ⌊க்கள் காட்டப்பட்டுள்ளன. இவற்றிற்கு நடு மையத்தில் ஒரு சமதள ஆடி இருப்பதாகக் கொள்வோம். அப்போது இரண்டு ⌊க்களில் ஒன்று மற்றதனுடைய ஒளித் திருப்பமாக (reflection) பிம்பமாக அமையும். எனவே, இந்தத் தளத்தை நாம் ஒரு சமச்சீர் உறுப்பாகக் கருதலாம். இது ஆடித் தளம் (mirror plane) எனப்படும்.



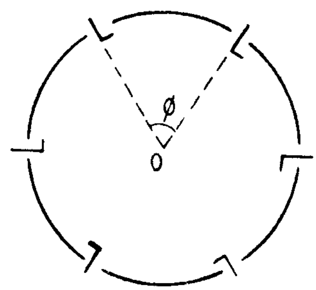
படம் 2.23
ஆடித்தளம்

இங்கே ஒரு பொருள் வலம்புரியாக இருக்க அதன் பிம்பமாய் விளங்கும் மற்றது இடம்புரியாயிருத்தலை நோக்குக. இத்தகைய பொருள்கள் எதிர்வடிவப் பொருள்கள் (enantiomorphous objects) எனப்படும். இவ்வாறன்றி இரு

பொருள்களின் வடிவங்களும் முற்றிலும் ஒத்திருக்குமானுல் அவை முற்றொருத்த பொருள்கள் (congruent objects) எனப்பெறும்.

2-10·2. சுழற்சி

சுழற்சியினுலும் பொருள்களைத் திரும்பத் திரும்ப பெற முடியும். படம் 2.24. இதில் '∟' ஆனது O என்னும் புள்ளியின் வழியாக வட்டத்தளத்திற்கு நேர் குத்தான திசையில் உள்ள அச்சின் வழியாக 60° சுழற்சிகளால் திரும் பத் திருப்பக் கிடைக்கின்றது. இந்த அச்சு, சுழற்சி அச்சு (rotation axis) எனப்படும்.



படம் 2.24
சுழற்சி

மேலே விவரித்ததில் சுழற்சியினுல் கிட்டும் உருவங்கள் யாவும் வலம்புரி யாகவேயுள்ளன. எனவே, இந்தத் தொகுதி முற்றொருத்ததாகும். இவ் வாறு முற்றொருத்த உருவங்களை உரு வாக்கும் சுழற்சி, நேரிய சுழற்சி (proper rotation) எனவும், அந்தச் சுழற்சி அச்சு, நேரிய சுழற்சி அச்சு (proper rotation axis) எனவும் அழைக்கப் பெறும். இதுபோலன்றி, சில சுழற்சிச் செயற்பாடுகள் எதிர் வடிவப் பொருள்களை உருவாக்கலாம். அத்தகைய சுழற்சி அச்சு, நேரற்ற சுழற்சி அச்சு (improper rotation axis) எனப்படும்; அச் சுழற்சி, நேரற்ற சுழற்சி (improper rotation) எனப்படும்.

2-10·3. நேரிய சுழற்சி அச்சுகள்

அடுத்தடுத்து n தடவைகள் ϕ கோணங்களில் சுழற்றிய பின்னர் பொருள் தன் பழைய இடத்தின்மீது பொருந்துமானுல்

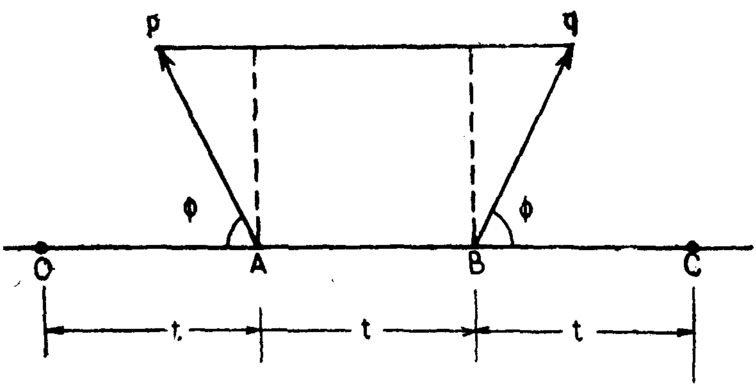
$$\phi = \frac{360^\circ}{n} \longrightarrow 2.23$$

என்பது தெளிவு. இங்கு n ஆனது 1, 2, 3...என்ற மதிப்புகளைப் பெறும். சுழற்சிக் கோணம் ϕ ஆனது அச்சின் எறிவு (throw of the axis) எனப்படும். n ஆனது அச்சின் மடக்கு (fold) எனப் பெறும்.

ஒரு குறிப்பிட்ட அச்சினைச் சுற்றியுள்ள வெளி முழுவதிலும் சமச்சீர் இருக்குமானுல் அங்கே சுழற்சி அச்சு இருக்கின்றதெனச் சொல்வோம். காட்டாக ஒரு முக்காலியானது மும்மடக்குச் சமச்சீரை (three-fold symmetry) உடையதாகும்.

மேலே கூறியவற்றிலிருந்து ஒரு சுழற்சி அச்சு ஒரு மடக்கு இரு மடக்கு, மும்மடக்கு, நான்மடக்கு, ஐமடக்கு, அறுமடக்கு என எத்தனை மடக்குடையதாக வேண்டுமானாலும் இருக்கலாம் எனத் தெரிகிறது. இது அச்சினைச் சுற்றியுள்ள வெளியினது சமச்சீரையே முற்றிலும் பொருத்தது. ஆனால், படிகங்களில் n-ன் மதிப்பு எதுவாக வேண்டுமானாலும் இருக்க முடியாது. ஏனெனில் படிகத்தில் நேர்ப்பெயர்ச்சி மடக்குநிலை (translational periodicity) யும் உண்டு. இதனை இப்போது காண்போம்.

படம் 2.25-ல் காட்டியுள்ளது போன்ற $O\ A\ B\ C$ என்ற அணிக்கோவை வரிசையொன்றினை எடுத்துக் கொள்வோம்.



படம் 2.25

5 மடக்கு இராதென்பதனை விளக்கப் படம்

அணிக்கோவை அளபுரு t எனவும், இந்த அணிக்கோவை n மடக்கு அச்சினைப் பெற்றுள்ளதாகவும் கொள்வோம். AO, BC ஆகிய வெக்டார்களைப் படம் (2.25)-ல் காட்டியுள்ளதுபோல $\phi = \frac{360}{n}$ கோணம் சுழற்றுவோம். இரு வெக்டார்களது முனைகளும் இப்போது p, q ஆகிய இடங்களில் இருக்கட்டும். இந்த அணிக் கோவைக்கு n-மடக்கு அச்சுள்ளதால் p, q ஆகிய இரு புள்ளிகளும் அணிக்கோவைப் புள்ளிகளாக இருக்கவேண்டும். மேலும் $p\,q$ கோடு $OABC$-க்கு இணையாக இருக்க வேண்டுமென்பது தெளிவு. எனவே pq தூரமானது அணிக்கோவை அளபுருவின் முழு எண் மடங்குகளாகத்தான் இருக்கவேண்டும். அதாவது,

$$pq = t + 2t \cos \phi = mt \quad \longrightarrow 2.24$$

இங்கே m ஆனது $0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \ldots$ போன்ற மதிப்புகளைப் பெறக்கூடும். சமன்பாடு (2.24)-லிருந்து

$$\cos\phi = \frac{m-1}{2} = \frac{N}{2} \qquad \longrightarrow 2.25$$

இங்கே N என்பதும் ஒரு முழு எண். சமன்பாடு (2.25) ஐத் தீர்த்தால் ϕ பெறக்கூடிய மதிப்புகளும் அதனால் படிக அணிக் கோவை பெறக்கூடிய மடக்குகளும் தெரியும். இவை அட்டவணை 2·5-ல் தரப்பட்டுள்ளன.

அட்டவணை 2·5

அணிக்கோவைக்கான சுழற்சி அச்சுகள்

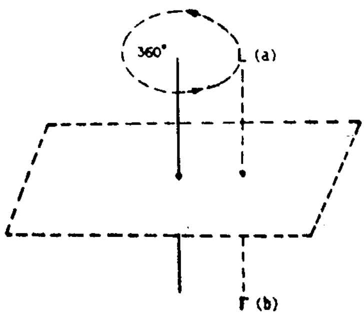
N	$\cos\phi$	ϕ°	n
-2	-1	180	2
-1	$-\frac{1}{2}$	120	3
0	0	90	4
$+1$	$+\frac{1}{2}$	60	6
$+2$	$+1$	360 அல்லது 0	1

சமன்பாடு 2.25-ல் N-ன் மதிப்பு ± 2-க்கு மேல் இருக்க முடியாது. அவ்வாறிருக்குமானால் $\cos\phi$-ன் மதிப்பு ± 1-க்கு மேலிருக்கும். இது இயலாதவொன்று. எனவே, அட்டவணை (2·5)-ல் காட்டியவையே படிக அணிக்கோவைக்குப் பொருந்தி வரக்கூடிய மதிப்புகளாம். எனவே, ஒரு படிக அணிக்கோவைக்கு 1, 2, 3, 4, 6 மடக்கு சுழற்சி அச்சுகள் தாம் இருக்க முடியும். 2 மடக்கு அச்சினை 2 என்றும், 3 மடக்கு அச்சினை 3 என்றும் குறிப்பது வழக்கம்.

2-10·4. நேரற்ற சுழற்சி அச்சு

ஒரு சுழற்சியும், ஒரு திருப்பமும் சேர்ந்து ஒரு கலப்பின செயற்பாடாக (hybrid operation) ஆனால், அது சுழல் திருப்பம் (roto reflection) எனப்படும். இது எதிர் வடிவப் பொருள்களைத் தரும். ஒவ்வொரு நேரிய சுழற்சி அச்சிற்கும் ஒவ்வொரு நேரற்ற

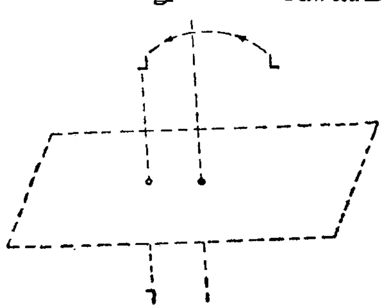
சுழற்சி அச்சு இருக்கவேண்டும். எனவே இரண்டையும் பாகுபடுத்திக் குறிப்பதற்கு நேரற்ற சுழற்சி அச்சு 1 ஐக் குறிக்க $\bar{1}$ (ஒன்று டில்டே எனக் கூறப்படும்) என்ற குறியீடு பயன்படும்.



படம் 2.26
நேரற்ற சுழற்சி அச்சு $\bar{1}$

நேரற்ற சுழற்சி அச்சினைத் தெளிவாகப் புரிந்துகொள்ளுதற்கு இரண்டுஎடுத்துக்காட்டுகளைப் பார்ப்போம். படம் 2·26-ல் $\bar{1}$ எவ்வாறு உருவாகின்றது எனக் காட்டப்பட்டுள்ளது. நேரிய சுழற்சி 1 ஆனது (a) இடத்திலுள்ள பொருளை அச்சின்மீது 360° கோணம் சுழலச் செய்கின்றது. இதனால் பொருள் பழைய நிலையையே எட்டும். இப்போது ஆடித் தளத்தில் திருப்பத்தினால் பொருள் (b) இடத்திற்கு மாறுகிறது. இதனால் நமக்கு ஒரு சோடி எதிர்வடிவ L க்கள் கிட்டுகின்றன. இவை ஓர் ஆடித் தளத்தால் (இது *m* எனக் குறிக்கப்படும்) ஏற்படுவனவே என்பதனை உணர்க. எனவே $\bar{1}$ எனும் நேரற்ற சுழற்சி அச்சு *m*-க்குச் சமம்.

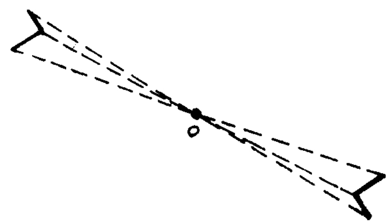
படம் 2·27-ல் $\bar{2}$ எவ்வாறு உருவாகின்றது எனக் காட்டப்பட்டுள்ளது. நேரிய சுழற்சி அச்சு 2-ன் மீது 180° கோணம் சுழற்றப்பெற்ற பின்னர் ஆடித் தளத்தில் திருப்பமடைந்து எதிர் வடிவ L கிடைக்கின்றது. இந்தச் செயற்பாடு ஓர் 2 மடக்கு நேரிய சுழற்சியோ அல்லது ஓர் ஆடித் தளத் திருப்பமோ அல்ல என்பதனையும், இரண்டும் கலந்த கலப்பினச் செயற்பாடு என்பதனையும் உணர்க.



படம் 2.27
நேரற்ற சுழற்சி அச்சு $\bar{2}$

படம் 2·27-ல் காட்டப்பெற்றுள்ள இரண்டு L க்களும் ஒரு தலைகீழாக்க மையம் (inversion centre) என்ற ஒரு சமச்சீர் உறுப்பினால் உண்டானவையென்றும் கூறலாம். இதனைப் படம் 2.28 விளக்குகின்றது. ஒரு L-ன்

மீதுள்ள ஒவ்வொரு புள்ளியிலிருந்தும் மையத்தைச் (O) சேர்க்கும் கோட்டை அதே தூரத்திற்கு மேலும் நீட்டினால் அது மற்றொரு ட-ன் ஒத்த புள்ளியில் முடிகின்றது. எனவே, இதனை ஓர் ஆடியில் திருப்பத்திற்குப் பதிலாகப் புள்ளியில் திருப்பம் எனக் கொள்ளலாம். இது தலைகீழாக்க மையம் அல்லது சமச்சீர் மையம் (symmetry centre) எனப்படும். இச் சமச்சீர் மையமும் எதிர்வடிவப் பொருள்களையே அளிக்கின்றன.



படம் 2·28
தலைகீழாக்க மையம்

ஒரு தலைகீழாக்க மையத்தைச் சுழற்சி அச்சு ஒன்றோடு சேர்த்தால் சுழல் தலைகீழாக்க அச்சு (roto inversion axis) எனப்படும் சமச்சீர் உறுப்பு கிட்டும். சுழல் திருப்பம் (roto reflection) போன்று சுழல் தலைகீழாக்கமும் ஒரு கலப்பினச் செயற்பாடாகும். சுழல் தலைகீழாக்க அச்சினைக் குறிப்பதற்கு அதற்கிணைந்த நேரிய சுழற்சி அச்சுக்கான குறியீட்டின் மேலே ஒரு சிறு கோடு போடப்படும். காட்டாக, மும்மடக்கு சுழல் தலைகீழாக்க அச்சினை $\bar{3}$ என எழுதுவது வழக்கம். இது மூன்று பார் எனப் படிக்கப்படும்.

அட்டவணை 2·6

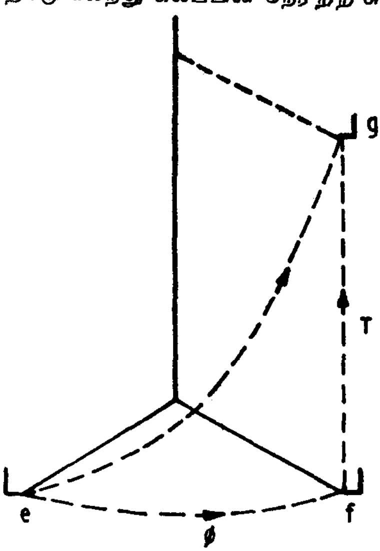
நேரற்ற சுழற்சி அச்சுகளும் அவற்றின் வழக்கமான குறியீடுகளும்

சுழல் தலைகீழாக்க அச்சு	சுழல் திருப்ப அச்சு	வழக்கமாகக் குறிக்கும் விதம்
$\bar{1}$	$\tilde{2}$	சமச்சீர்மையம் $\bar{1}$
$\bar{2}$	$\tilde{1}$	ஆடித்தளம் m
$\bar{3}$	$\tilde{6}$	மும்மடக்கு சுழல் தலைகீழாக்கம் $\bar{3}$
$\bar{4}$	$\tilde{4}$	நான்மடக்கு சுழல் தலைகீழாக்கம் $\bar{4}$
$\bar{6}$	$\tilde{3}$	அறுமடக்கு சுழல் தலைகீழாக்கம் $\bar{6}$

படம் 2.28 ஆனது $\bar{1}$ ஐக் குறிக்கின்றது எனப் புரிந்து கொள்ளலாம். படம் 2.27, $\tilde{2}$ ஐக் குறிக்கின்றது. இரண்டும் சமமே. எனவே $\bar{1} = \tilde{2}$. இவ்வாறே ஒவ்வொரு சுழல் தலைகீழாக்க அச்சும் ஏதேனுமொரு சுழல் திருப்ப அச்சிற்குச் சமமெனக் காட்டலாம். எனவே, இந்தச் சமச்சீர் செயற்பாடுகளைக் குறிப்பதற்கு ஒரு வகை நேரற்ற சுழற்சி அச்சுகளைப் பயன்படுத்தினால் போதும். சுழல் தலை கீழாக்க அச்சுகளும் அவற்றிற்குச் சமமான சுழல் திருப்ப அச்சுகளும் முன்பக்கத்திலுள்ள அட்டவணை (2·6)-ல் தரப் பட்டுள்ளன. அவை வழக்கமாக எவ்வாறு குறிக்கப்படும் என் பதும் இதில் தரப்பட்டுள்ளது.

2-10·5 திருகு அச்சு

நேரிய சுழற்சி அச்சினை, சமச்சீர் மையம் அல்லது திருப்பத் தோடு கலந்து கலப்பின நேரற்ற சுழற்சி அச்சுக்களை உருவாக்கியது போன்றே ஒரு நேரிய சுழற்சியினை அச்சுழற்சி அச்சிற்கு இணையான திசையில் ஏற்படுத்தும் நேர்ப்பெயர்ச்சியோடு (translation) இணைக்கவும் கூடும். இத்தகைய ஒரு செயற்பாடு படம் 2.29-ல் காட்டப் பெற்றுள்ளது.



படம் 2.29
திருகு அச்சு

இங்கே, e-லிருந்து f-க்கு ϕ கோணம் சுழற்றப்பட்ட பின்னர், f-லிருந்து g-க்கு அச்சிற்கு இணையான திசையில் T அளவு இடப்பெயர்ச்சி அளிக்கப்படுகின்றது. இந்த இரு செயல்களையும் இணைத்துப் பார்த்தால் அது e-லிருந்து g-க்கு ஒரு திருகு சுழற்சி இயக்கத்திற்குச் சமமானதென்பதனைப் புரிந்து கொள்ளலாம். இத்தகைய இயக்கத்தோடு இயைந்த சமச்சீர் உறுப்பு திருகு அச்சு (screw axis) எனப்படும்.

ஓர் அணிக்கோவையில் ஓர் அச்சானது நேர்ப் பெயர்ச்சித் திசைக்கு இணையாக இருக்க வேண்டும். எனவே ϕ கோணங்களில் n சுழற்சிகளும், T தூரங்களில் n நேர்ப் பெயர்ச்சிகளும் நடைபெற்றதன் பின்னர், அதாவது, சுழற்சி அச்சிற்கு இணையாக n

நேர்ப் பெயர்ச்சிகளுக்குப் பின்னர் அச்சின் திசையில் நடைபெற்ற மொத்த நேர்ப்பெயர்ச்சித் தூரமானது அணிக்கோவை அளபுருவின் (lattice parameter) ஏதேனுமொரு முழு எண் பெருக்கமாக இருக்க வேண்டும். அதாவது,

$$nT = mt \longrightarrow 2 \cdot 26$$

இங்கே 't' என்பது அணிக்கோவை அளபுரு, n, m ஆகியவை முழு எண்கள். எனவே,

$$T = \frac{mt}{n} \longrightarrow 2 \cdot 27$$

சமன்பாடு 2·27-லிருந்து நேர்ப்பெயர்ச்சிக் கூறு (translation component) [இது புரியிடைத் தூரம் (pitch) எனப்பெறும்]. பெறக்கூடிய மதிப்புகள் அச்சினது மடக்கினைப் (fold) பொருத்திருக்கின்றது என்பது தெரிகின்றது. $m = 0, 1, 2, 3 \ldots$ என்ற மதிப்புகளைப் பெறக்கூடுமானால் புரியிடைத்தூரம் T பெறக்கூடிய மதிப்புகள் அட்டவணை (2.7)-ல் தரப்பட்டுள்ளனவேயாகும் என்பது தெளிவு.

அட்டவணை 2·7

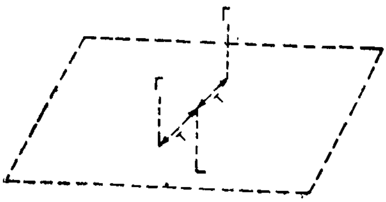
திருகு அச்சினது புரியிடைத் தூரங்கள்

அச்சின் மடக்கு	புரியிடைத் தூரம் T பெறக்கூடிய மதிப்புகள்
1	$0\,t,\ 1\,t,\ 2\,t \ldots$
2	$0\,t, \frac{1}{2}t, \frac{2}{2}t, \frac{3}{2}t \ldots$
3	$0\,t, \frac{1}{3}t, \frac{2}{3}t, \frac{3}{3}t, \frac{4}{3}t \ldots$
4	$0\,t, \frac{1}{4}t, \frac{2}{4}t, \frac{3}{4}t, \frac{4}{4}t, \frac{5}{4}t \ldots$
6	$0\,t, \frac{1}{6}t, \frac{2}{6}t, \frac{3}{6}t, \frac{4}{6}t, \frac{5}{6}t, \frac{6}{6}t, \frac{7}{6}t \ldots$

2–10·6. இழைவியக்கத் தளம்

ஒரு திருப்பத்தை ஆடித்தளத்திற்கு இணையான திசையில் ஒரு நேர்ப்பெயர்ச்சியோடு இணைத்து ஒரு சமச்சீர் செயற்பாட்டினை

உருவாக்கலாம். இது இழைவியக்கத் திருப்பம் (glide reflection) எனப்படும். இதனால் உண்டாகும் அமைப்பு தொடர்பு படுத்தும் சமச்சீர் உறுப்பு இழைவியக்கத் தளம் (glide plane) எனப்படும். இது படம் 2.30-ல் காட்டப் பெற்றுள்ளது.



படம் 2.30
இழைவியக்கத் தளம்

ஓர் இழைவியக்கத் தளத்தின் நேர்ப்பெயர்ச்சிக் கூறு T ஆனது இழைவியக்கத்திற்குச் செங்குத்தான திசையில் அணிக் கோவை அடையும் நேர்ப்பெயர்ச்சியில் பாதிக்குச் சமமாகும்.

எனவே, a அச்சுத் திசையில் நிகழும் இழைவியக்கத்தின் $T = \frac{a}{2}$ ஆகும். இது a-இழைவியக்கம் (a-glide) எனப்பெறும். இவ்வாறே ஒரு மூலைவிட்ட இழைவியக்கம்

$T = \frac{a}{2} + \frac{b}{2}$ அல்லது $\frac{b}{2} + \frac{c}{2}$ போன்ற மதிப்புகளைப் பெறும்.

இழைவியக்கங்களில் என்னென்ன விதம் இருக்கக்கூடுமென்பதும், அவற்றின் நேர்ப்பெயர்ச்சிக் கூறுகளும் அடுத்த பக்கத்திலுள்ள அட்டவணை (2·8)-ல் தரப்பட்டுள்ளன.

2-10·7. சமச்சீர் குழுக்கள்

இதுகாறும் நாம் சமச்சீர் உறுப்புகளைப் பற்றிக் கண்டோம். இவையே நேர்ப்பெயர்ச்சி மடக்கு நிலையோடு (translation periodicity) ஒத்து வரக்கூடியவை. எல்லாவகையான படிக இயலமைப்புகளுக்கும் மடக்குநிலையே அடிப்படையானதால் படிகங்களிலுள்ள அணுக்கள் மடக்குநிலையில் அமையப்பெற்றிருக்கும். இத்தோடு கூடப் படிகம் சமச்சீரும் பெற்றிருக்குமானால் அணு அணிக்கோவைகளும் இச்சமச்சீர்களைப் பெற்றிருக்கும். ஆனால் எந்த ஒரு படிகத்திலும் எல்லாச் சமச்சீர்களும் இருக்க வேண்டுவதில்லை.

ஒவ்வொரு படிக வகையும் ஒன்றோ அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட சமச்சீர்களையோ பெற்றிருக்கும்.

சமச்சீர் அச்சுகளைக் கோடுகளாகவும், ஆடிகளைத் தளங்களாகவும் கருதுவோமானால் இந்தச் சமச்சீர் உறுப்புகள் படிகத்தின் மையத்தில் ஒரு பொதுப்புள்ளியில் வெட்டும். இத்தகைய ஒரு

பொதுப்புள்ளியும் இருக்கக் கூடிய, பல்வேறு வகையான சமச்சீர் உறுப்புத் தொகுப்புகள் (combinations), புள்ளிக் குழுக்கள் (point

அட்டவணை 2·8

இழைவியக்கத்தின் விதம்	குறியீடு	நேர்ப்பெயர்ச்சிக் கூறு *T*
அச்சு இழைவியக்கம்	a	$\frac{a}{2}$
அச்சு இழைவியக்கம்	b	$\frac{b}{2}$
அச்சு இழைவியக்கம்	c	$\frac{c}{2}$
மூலைவிட்ட இழை வியக்கம்	n	$\frac{a}{2}+\frac{b}{2}$, $\frac{b}{2}+\frac{c}{2}$ அல்லது $\frac{c}{2}+\frac{a}{2}$
வைர இழைவியக்கம்*	d	$\frac{a}{4}+\frac{b}{4}$, $\frac{b}{4}+\frac{c}{4}$, அல்லது $\frac{c}{4}+\frac{a}{4}$

* வைர இழைவியக்கத்தில் T ஆனது முகமைய தள அணிக்கோவையின் ஊடே இருக்கும் உண்மையான நேர்ப்பெயர்ச்சியில் பாதியாகும்.

groups) எனப்பெறும். படிகவியலின் துவக்கக் கால படிகவியலறிஞர்கள் படிகங்களது புற உருவங்களை நோக்கி அவற்றின் புள்ளிக் குழுக்களைக் கண்டனர். இவற்றின் அடிப்படையில் படிகங்களை வகை பிரித்தனர். இவையே நாம் முன்னர் விவரித்த படிக வகைகளாம்.

திருகு அச்சு, இழைவியக்கத் தளம் ஆகிய சமச்சீர் உறுப்புகளைப் படிகங்களது புறத் தோற்றத்திலிருந்து காண முடியாது. ஏனெனில், இச் சமச்சீர்களோடு தொடர்பு கொண்ட நேர்ப்பெயர்ச்சிகள் மிகச் சிறியவை—அணு பரிமாணத்தில் உள்ளவை. அதனால் சிறந்த உருப்பெருக்கிகளால் கூட இவற்றைக் காண்பது அறிது. புள்ளிக்குழு என்பது ஒரு புள்ளியைச் சுற்றி

உள்ள படிக வெளியினது சமச்சீரை விவரிக்கும் ஒன்றுனதால் திருகு அச்சும், இழைவியக்கத் தளமும் புள்ளிக் குழுவில் பங்கேற்க முடியாது என்பது தெளிவு. புள்ளிக் குழுக்கள் மொத்தம் பன்னிரண்டு ஆகும்.

புள்ளிக் குழுக்களின் அடிப்படையிலேயே ஒரு படிகத்தில் இருக்கக்கூடிய 14 வகை பிரவே அணிக்கோவைகளும் வருவிக்கப் பட்டன.

படிக வகைகளையும், பிரவே அணிக்கோவைகளையும் வருவிக்கும் முறைகள் இந்நூலின் நோக்கிற்கு அப்பாற்பட்டவை.

புள்ளியிலிருக்கக் கூடிய சமச்சீர் உறுப்புகளை அணிக்கோவை வகைகளுடன் சேர்த்தோமானுல் இடக் குழுக்கள் (space groups) என்பவை கிட்டும். அணிக்கோவைகள் நேர்ப்பெயர்ச்சிக் கூறு களையுடையனவாதலால் இவற்றை 32 புள்ளிக் குழுக்களோடு சேர்க்கும்போது நமக்கு 230 இடக் குழுக்கள் கிட்டும். இடக் குழுக்களில் திருகு அச்சுகளும், இழைவியக்கத் தளங்களும் பங் கேற்கும்.

2-11. படிகக் குறைபாடுகள்

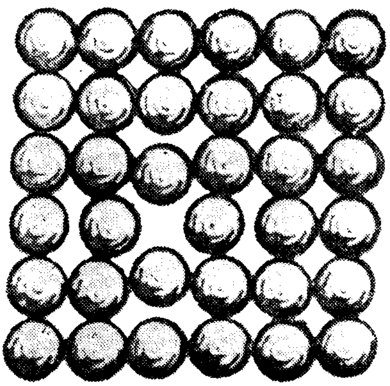
இதுகாறும். நாம் இலட்சியப் படிகங்கள் குறித்தே கண் டோம். ஆனுல் நடைமுறையில் படிகங்கள் குறைபாடுகள் (imperfections) உடையனவாக இருக்கும். பருமனளவில் பார்த் தால் இக்குறைபாடுகள் 0·01% எனுமளவில் மிகச் சிறியனவாகத் தான் இருக்குமாயினும் இவை முக்கியத்துவம் வாய்ந்தவை. ஏனெனில் பொருள்களது பல்வேறு பண்புகள் பொருள்களின் இயலமைப்புக்கேற்ப மாறக்கூடியவை; அதிலும் குறிப்பாக, ஒரு பொருளில் இருக்கும் குறைபாடுகளைப் பொருத்து, அதன் பண்பு கள் அமையும். காட்டாகச் சொல்லப்போனுல் ஒரு சிலிகான் குறைகடத்தியில் 1 மில்லியனில் 1 பங்கு அலுமினியத்தை மாசாகச் சேர்த்தால் அதன் பண்புகள் மிகப் பெருமளவு மாறு படும். நமக்குத் தெரியாமல் ஒரு டிரான்சிஸ்டரில் சேர்ந்து விடு மானுல் அதன் தன்மை குலைந்து போய்விடும். வரிக்குறைபாடு (line imperfection) எனப்படும் குறைபாடுகள் படிகப் பொருள் களது எந்திரவியல் வலிமையை வெகுவாகக் குறைக்கும்.

படிகக் குறைபாடுகளை அவற்றின் வடிவியல் அமைப்பைப் பொருத்து நான்கு வகைகளாகப் பகுக்கலாம். அவை, புள்ளிக் குறைபாடுகள் (point defects), வரிக் குறைபாடுகள் (line imperfec-

tions), பரப்புக் குறைபாடுகள் (surface imperfections), பருமக் குறைபாடுகள் (volume defects) எனப் பெறும்.

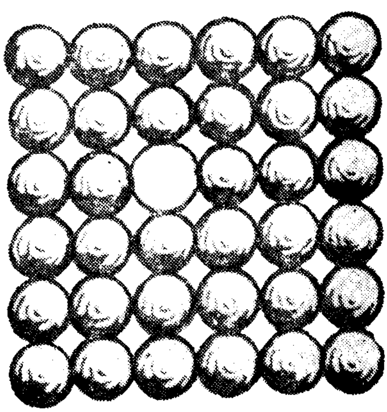
2-11·1. புள்ளிக் குறைபாடுகள்

புள்ளிக் குறைபாடுகள் சுழி பரிமாணக் குறைபாடுகள் (zero dimensional imperfections) எனப் பெறும். பெயரே கூறுமாப் போலே இவை புள்ளி அளவான பகுதிகளில் ஏற்படும் குறைபாடுகளாம். ஒரு புள்ளி குறைபாட்டினுடைய அளவு சில அணுவிட்டங்கள் தூரம் இருக்கும். புள்ளிக் குறைபாடுகளில் பலவகையுண்டு. அவற்றை ஈண்டுக் காண்போம்.



படம் 2.31
காலியிடம்

புள்ளிக் குறைபாடுகளுள் ஒன்று காலியிடம் (vacancy) எனப்படும். அதாவது, ஓர் அணு இருக்கவேண்டிய இடத்தில் ஒன்றும் இல்லாமலிருப்பதாகும். இதனைப் படம் 2.31 காட்டுகின்றது.

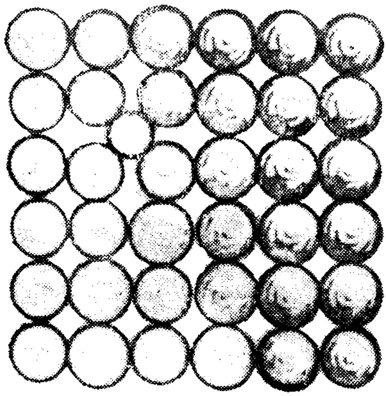


படம் 2.32
பதிலி மாசு

ஓர் அணு இருக்கவேண்டிய இடத்தில் பிறிதோர் அணு இருக்குமானால் அது பதிலி மாசு (substitutional impurity) எனப்படும். இது படம் 2.32-ல் காட்டப் பெற்றுள்ளது. பித்தளையில் நாக அணுக்கள் செம்பு அணிக் கோவையிலிருப்பது பதிலி மாசுக்கோர் எடுத்துக் காட்டாம். சிலிகானில் அலுமினியம், பாஸ்பரஸ் போன்றவற்றை மாசுக்களாகச் சேர்த்தல் பதிலி மாசு வகையே.

அணிக்கோவையில் அணுக்களுக்கிடையே சந்துகள் இருக்கும். இந்தச் சந்துகளில் ஒரு வேற்

றணு அமருமானுல் அது சந்து மாசு (interstitial impurity) எனப் படும். இது படம் 2.33-ல் காட்டப் பெற்றுள்ளது.



படம் 2·33
சந்து மாசு

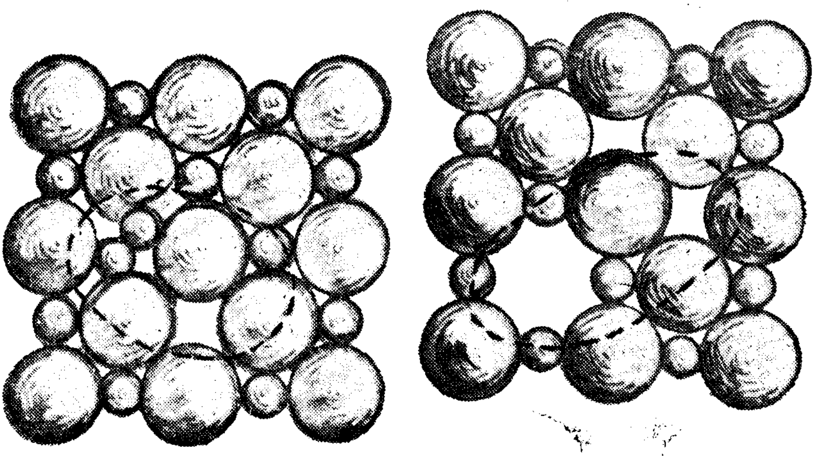
அணுக்களிடையுள்ள சந்து வெளியில் ஓரணு போய் அமர வேண்டுமானுல் அதன் அளவு படிக அணுவினுடையதை விடச் சிறியதாக இருக்கவேண்டும். காட்டாக 1.25 Å ஆரமுடைய இரும்பு அணுக்களாலான FCC இரும்பில் 0·777Å ஆரமுடைய கரி அணுக்கள் அமையும். இவை FCC அமைப்பிலுள்ள எண்முகக் குழிவுகளில் அமையும். ஆனுல் கரி அணுவின் ஆரம் அக்குழிவின் ஆரத்தைவிடப் பெரியதாக இருப்பதனுல் அங்கொரு திரிபு ஏற்படும்.

அயனிப் படிகங்களில் புள்ளிக் குறைபாடுகள் ஏற்படும் போது பொருளின் மின் நடுநிலைமை குலைந்துவிடக் கூடாது. அயனிப்படிகங்களில் இந்த நிபந்தனையையொட்டி இருவகையான புள்ளிக் குறைபாடுகள் தோன்றும். அவை ஃப்ரெங்கல் குறைபாடு (Frenkel imperfection), ஷாட்கீ குறைபாடு (Schottky defect) எனப்பெறும்.

அயனிப்படிகத்தில் ஓர் அணிக்கோவைப் புள்ளியிலுள்ள ஓர் அயனி இடம் பெயர்ந்து ஒரு சந்திற்குச் சென்றுவிடுமானுல் இது ஃப்ரெங்கல் குறைபாடாகும். நேர் அயனிகள் (cations) வழக்கமாக அளவில் சிறியனவாக இருக்குமானதால் இவையே பெரும்பாலும் சந்து இடங்களுக்குச் செல்லும். எதிர் அயனிகள் (anions) அளவில் பெரியனவாதலால் சந்திடங்கள் இவற்றிற்குப் போதாமல் போய்விடும். எனவே, இவை இடம்பெயர்ந்து சந்திடங்களுக்குப் போவது அருமை. வெள்ளி ஹாலைடுகளில் ஏற்படும் புள்ளிக் குறைபாடுகள் ஃப்ரெங்கல் வகையினவே. ஃப்ரெங்கல் குறைபாடு படம் 2.34 (a)-ல் காட்டப்பெற்றுள்ளது.

ஓர் அயனிப் படிகத்திலிருந்து ஒரு நேர் அயனி, ஓர் எதிர் அயனி ஆகிய இரண்டும் சோடியாக வெளியேறிவிட்டால்—இல்லாதுபோய் விட்டால் ஒரு சோடிக் காலியிடங்கள் ஏற்படு

கின்றன. இது ஷாட்கீ குறைபாடாம். (படம் 2.34 b) இரண்டும் ஒரே அளவிற்கு அயனியாக்கம் பெற்றவையாக இருந்தால்தான் இவ்வாறேற்படும். அப்போதுதான் மின் நடுநிலை கெடாமலிருக்கும்.



(a)

படம் 2.34 (a)
ஷாட்கீ குறைபாடு

(b)

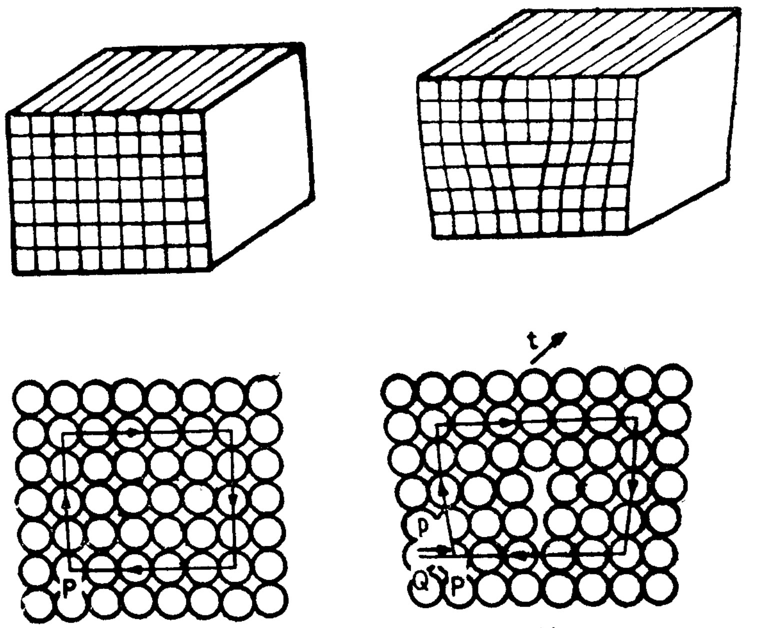
படம் 2.34 (b)
ஃப்ரெங்கல் குறைபாடு

2-11·2. வரிக் குறைபாடுகள்

வரிக் குறைபாடுகள் குலைவுகள் (dislocations) எனப் பெயர் பெறும். இவற்றில் இரு வகையுண்டு. அவை விளிம்புக் குலைவு (edge dislocation), திருகியல் குலைவு (screw dislocation) எனப் பெறும்.

முதலில் விளிம்புக் குலைவினைப் பார்ப்போம். படம் 2.35 (a)-ல் ஒரு நிறைவுடைய படிகம் காட்டப்பட்டுள்ளது. இதில் மேலேயுள்ளது முப்பரிமாணத்தில் காட்டும்போது கீழ் உள்ள படம் முன் பக்கத்திலுள்ள அணுக்களைக் காட்டுகின்றது. இப்போது இதில் அதிகப்படியாக ஓர் அரைத்தளத்தை (half plane) (அதாவது ஒரு படிகத்தின் ஒரு பாதிவரையில் அணுக்களாலான ஒரு தளம் அதிகப்படியாக இருக்கும்படி-இந்தத்தளம் அடிவரையில்லாமல், பாதியிலேயே நிற்கின்ற வகையில்) நுழைத்தோமானால் விளிம்புக் குலைவு ஏற்படுகின்றது. இந்த அரைத்தளத்தின் விளிம்பைச் சுற்றியுள்ள பகுதியில் மேற்புறத்தில் அணுக்கள் நெருக்கியடித்துக்

கொண்டு இறுக்க நிலையில் இருப்பதனையும் கீழ்ப்பகுதியில் அணுக்கள் விலகி ஓர் இழுவிசைக்காளாகிய நிலையில் இருப்பதனையும் நோக்குக. இந்த அமைப்பு அரைத்தளத்தின் ஊடே படிகம்



(a) (b)

படம் 2.35

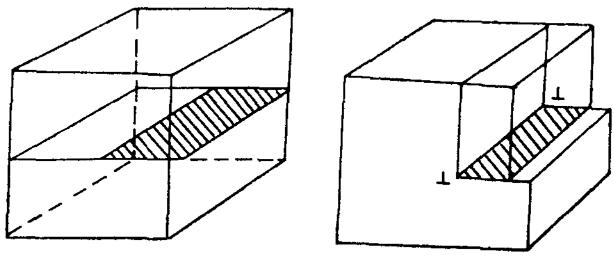
விளிம்புக் குலைவு

(a) நிறைவுடைய படிகம்

(b) விளிம்புக் குலைவுடையது. அதிகப்படியாக ஓர் அரைத் தளமுள்ளது.

முழுவதும்—உள்ளும் பரவியிருக்கும். மேற்கூறியவாறு அணுக்களின் அமைப்பில் ஏற்படும் திரிபு அரைத்தளத்தின் விளிம்புக் கோட்டைச் சுற்றியுள்ள பகுதியிலேயே ஏற்படுகின்றது. எனவே தான் இந்தக் குறைபாடு விளிம்புக் குலைவு எனப்படுகின்றது. இந்தக் குறைபாடு ⊥ அல்லது T என்ற குறியீட்டால் குறிக்கப்படும். அரைத்தளம் மேலிருந்து கீழ் வந்தால் குறைபாடு நேர் விளிம்புக் குலைவெனப்படும். இதற்குக் குறியீடு ⊥. அவ்வாறன்றி அரைத் தளம் கீழிருந்து தொடங்கினால் எதிர்விளிம்புக் குலைவாகும். இது T எனக் குறிக்கப்பெறும்.

விளிம்புக் குலைவைக் கீழ்க் காணுமாறும் புரிந்து கொள்ள லாகும். கனமேயில்லாத ஒரு மிக மெல்லிய கத்தியினுல் ஒரு படிகத் தைக் கிடைத்தளத்துக்கு இணையான தளத்தில் படிகத்தின் பாதி வரை வெட்டுவோம். இது படம் 2·36-ல் கோடிட்டுக் காட்டப் பட்டுள்ளது. இதனுல் உண்டாகும் தளம் நழுவு தளம் (slip plane) எனப்படும். இப்போது இத்தளத்துக்கு மேலே உள்ள அணுக்களை



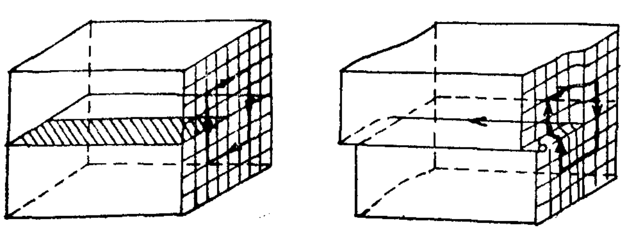
(a) (b)

படம் 2.36

விளிம்புக் குலைவு உருவாதல்

வலமிருந்து இடமாக ஓர் அணிக்கோவை அளபுறு தூரம் நகரும் படி செய்தால் ஓர் அதிகப்படியான அரைத்தளம் உண்டாகு மென உணர்ந்து கொள்ளலாம்.

திருகியல் குலைவினைப்(screw dislocation) புரிந்து கொள்ளுதல் இத னினும் சற்றுக் கடினமே. ஒரு நிறைவான படிகத்தில் முன்போல் கூரிய கத்தியால் வெட்டி ஒரு பிளவினை ஏற்படுத்துவோம். இது



(a) (b)

படம் 2.37

திருகியல் குலைவு

படம் 2.37 (a)-ல் காட்டப்பட்டுள்ளது. இப்போது நழுவு தளத் தின்மீது அணுக்கள் ஓர் அணிக்கோவை அளபுரு தூரம் நகரும்படி

வலமிருந்து இடமாக நழுவுதளத்திற்கு மேலேயுள்ள அணுக்களை நகர்த்தினுல் எல்லா அணுக்களும் இடம் பெயரும். இதனுல் திருகியல் குலைவு ஏற்படுகின்றது. திரிபு ஏற்பட்டுள்ள பகுதியில் இயல்பான படிக தளம் குலைவுக்கோட்டைச் சுற்றி ஒரு திருகு வடிவில் அமையும். இதனுல்தான் இது இப் பெயர் பெற்றது.

குலைவுகளின் அளவினை பர்கர்ஸ் வெக்டார் (Burgers vector) எனப்படும் ஒரு வெக்டாரால் அளப்பதுவழக்கம். படம் 2.35(a)-ஐ எடுத்துக்கொள்வோம். இதில் P எனும் ஒரு புள்ளியிலிருந்து புறப்பட்டு x அணுத்தூரங்கள் மேனோக்கிச்சென்று, பின் வலப்புறம் திரும்பி y அணுத்தூரங்கள் சென்று, அங்கிருந்து கீழே x அணுத்தூரங்கள் வந்து பின்னர், இடமாக y அணுத்தூரங்கள் சென்ருல் நாம் புறப்பட்ட இடத்திற்கே வந்து சேருவோம். இவ்வாறு வரையப்படும் ஒரு படம் பர்கர்ஸ் சுற்று (Burgers circuit) எனப்படும். நாம் ஒரு நிறைவுற்ற படிகத்தில் எந்தவோர் இடத்தில் இச் சுற்றினை வரைந்தாலும் சுற்று சரியாக முற்றுப் பெறும். அவ்வாறன்றி ஒரு குறைபாடுள்ள இடத்தினைச் சுற்றி இந்த பர்கர்ஸ் சுற்றை வரைந்தால் சுற்று முற்றுப் பெருது. அச் சுற்றினுள் ஒரு குறைபாடு அடங்கியுள்ளதெனக் கொள்ளலாம். காட்டாக, படம் 2.35(b)-ல் P-லிருந்து பர்கர்ஸ் சுற்றினைத் தொடங்க, அது Q-ல் வந்து முடிகிறது. எனவே புறப்பட்ட இடத்திற்கு வந்து சேர b தூரம் பின் வர வேண்டியுள்ளது. இங்கே $\vec{b}$ என்பது பர்கர்ஸ் வெக்டாராகும்.

திருகியல் குலைவிற்கும் இதேபோல் பர்கர்ஸ் வெக்டாரை வரையலாம். இது படம் 2.36-ல் காட்டப் பெற்றுள்ளது.

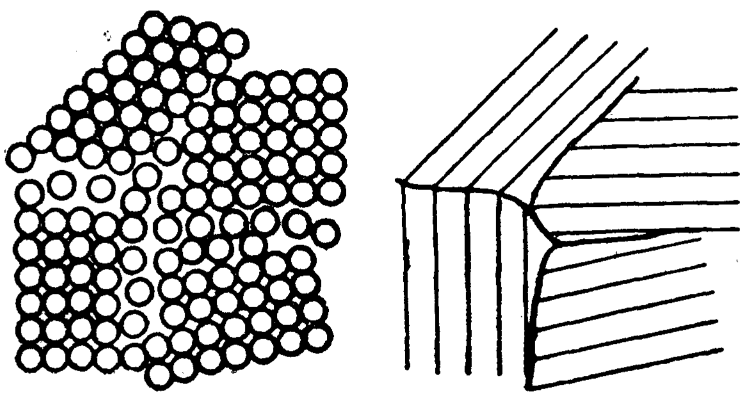
சாதாரணமாக, படிகங்களில் விளிம்பு அல்லது திருகியல் குலைவுகள் தனித்துக் காணப்படா. இரண்டும் சேர்ந்தவொரு குலைவு தான் காணப்பெறும்.

2-11·3. பரப்புக் குறைபாடுகள்

பரப்புக் குறைபாடுகள் இரண்டு பரிமாணக் குறைபாடுகளாம்.

ஒரு துண்டு இரும்பையோ அல்லது செம்பையோ எடுத்துக் கொண்டோமானுல் அவை தனிப்படிகங்களல்ல; பல மணிகளின் சேர்க்கையே ஆகும். ஒவ்வொரு மணியிலும் அணுக்கள்

அமைப்புகள் வெவ்வேறு திசைகளிலும் இருக்கும். பல மணிகள் வளர்ந்து சேர்ந்து உருவாகும்போது இம்மணிகளிடையே எல்லைப் பரப்புகள் உண்டாகின்றன. இவை மணி எல்லைகள் (grain boundaries) எனப்பெறும். இவை படம் 2.38-ல் காட்டப்பெற்றுள்ளன. இதில் படிகங்களது அமைப்பு நிலைகள் திடீர் திடீரென மாறுவதனை நோக்குக. இங்கே அமைப்புநிலை மாறுபாடுகள்



(a) (b)

படம் 2.38

மணி எல்லைகளில் அணு அமைப்புகள்

$10°—15°$-க்கு மேற்பட்டிருக்கின்றன. இத்தகைய எல்லைகள் உயர் கோண மணி எல்லைகள் (high angle grain boundaries) எனப் பெறும். உயர்கோண எல்லைகளில் அணு அமைப்புகள் மிகத் திரிந்து காணப்பெறும். எல்லைப் பகுதியானது சில அணுவிட்டங்கள் அளவே இருக்கும்.

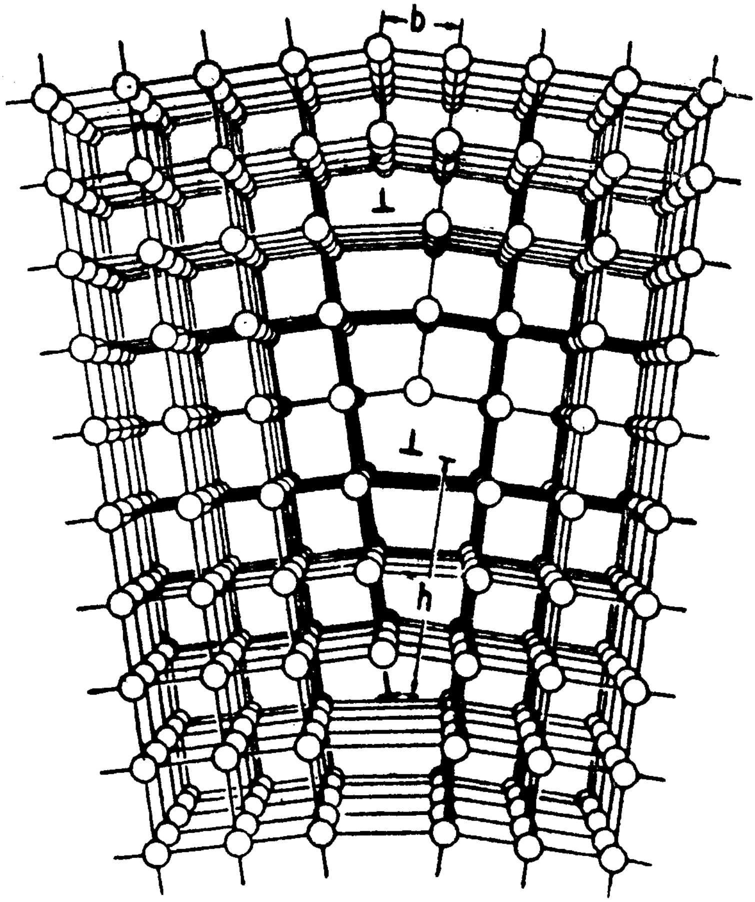
இரண்டு படிகப் பகுதிகளிடையேயுள்ள கோணம் $10°$-க்கும் குறைவாக இருக்குமானால் அது தாழ் கோண எல்லை அல்லது சாய்வு எல்லை (tilt boundary) எனப்படும். இவற்றைச் சமதூரங் களில் அமைந்த விளிம்புக் குலைவுகளாகக் கருதலாமென்பதனைப் படம் 2·39 உணர்த்தும். இவற்றின் சாய்வுக் கோணத்தை (tilt angle) பர்கர்ஸ் வெக்டாரால் (b) கீழ்க்காணுமாறு குறிக்கலாம்.

$$\frac{b}{h} = \tan\theta \qquad \longrightarrow \quad 2.28$$

இங்கே, *h* என்பது அடுத்தடுத்துள்ள இரண்டு விளிம்பு குலைவுகளுக்கிடையேயுள்ள நேர்குத்துத் தூரமாம். சாய்வுக்கோணம் மிகச் சிறிதாயிருந்தால்,

$$\frac{b}{h} = \theta$$

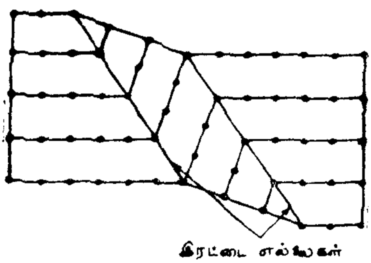
இரட்டை எல்லை (twin boundary) எனப்படும் ஒன்றில் எல்லைக்கு ஒரு பக்கத்திலுள்ள அணுக்கள் மறுபக்கத்திலுள்ள



படம் 2.39
சாய்வு எல்லை

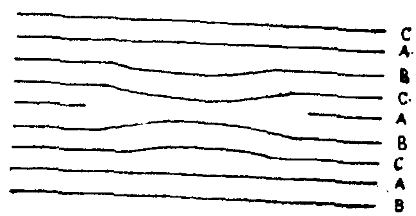
அணுக்களின் ஆடித் திருப்பமாக அமையும். இது படம் 2.40-ல் காட்டப் பெற்றுள்ளது.

அணுத்தளங்கள் ஒன்றன் மீதொன்றாக அடுக்கப்பெறும் போது தவறுகள் ஏற்படுவதுண்டு. இது அடுக்கக் குறைபாடு (stacking fault) எனப்படும். காட்டாக *ABC ABC*... என ஒரு *FCC* படிகம் அமைக்கப் பெறும்போது (படம் 2.41) ஒரு குறிப்பிட்ட *A* தளத்தில் ஒரு சிறு பகுதியில் அணுக்கள் அமையாது போய்விடலாம். அங்கே ... *BCBC* ... அமைப்பு வந்துவிடுகின்றது. இது *HCP* அமைப்பாகும். எனவே, இது ஒரு குறைபாடாகும்.



படம் 2.40

இரட்டை எல்லை



படம் 2.41

அடுக்கக் குறைபாடு

2-11·4. பருமக் குறைபாடுகள்

வேற்றுப் பொருள்கள் பெரும் அளவில் திட்டுத்திட்டாகச் சேர்தல், பெரிய குழிவுகள் (காலியிடங்கள்) ஏற்படுதல், படிக மற்ற பகுதிகள் போன்றவை பருமக் குறைபாடுகளாம். இந்தக் குறைபாடுகளின் அளவு சில பத்து ஆங்க்ஸ்ட்ராம்கள் இருக்கும்.

3. அணு இடைப் பிணைப்புகள்

3-1. அணு இடை ஈர்ப்புகள்

எந்த ஒரு திண்மத்திலும் மிகப்பல அணுக்கள் இருக்கும். காட்டாக, 1 கிராம் செம்பினை எடுத்துக் கொண்டால் அதில் $\frac{6 \cdot 02 \times 10^{23}}{63 \cdot 54}$ அணுக்கள் இருக்க வேண்டும். இவ்வணுக்கள் யாவும் ஒன்றினையொன்று ஈர்த்துக் கொண்டிருந்தால்தான் அவை யாவும் திண்மத்தில் கட்டுண்டிருக்கும். இந்த ஈர்ப்பு விசைகள் வலிமை யானவையாக இருக்கவேண்டும். இல்லெனின், சாதாரண வெப்பநிலைகளில்கூட வெப்ப ஆற்றலால் அணுக்கள் அதிர்வாற் றலைப் பெற, அதனால் அவை பிணைப்பறுந்து வாயு அணுக்கள் போன்று கட்டற்று செல்ல ஆரம்பிக்கும். எனவே, அணுக் களிடையே வலுவான ஈர்ப்பு விசைகளிருக்க வேண்டும் என்பது தெளிவு. இவ்விசைகளால் அவ்வாறு அணுக்கள் கட்டுண்டுள்ளன என்பதனைக் காணும் முன்னர் இத்தகைய ஈர்ப்பு விசைகள் அணுக் களிடையே எவ்வாறேற்படுகின்றன என்பதனைப் பார்ப்போம்.

பொதுவாக, அணுக்களிடை ஈர்ப்பானது அணுக்களின் எலெக்ட்ரான் அமைப்புகளால் உண்டாகின்றது எனச் சொல்ல லாம். *He*, *Ne* போன்ற மந்த வாயுக்களின் அணுக்கள் இணை திறன் எலெக்ட்ரான்கள் (valence electrons) அற்றவை; அவற்றின் கூடுகள் (shells) நிறைந்துள்ளவை; அதாவது, எட்டு எலெக்ட்ரான் கள் கொண்ட (ஹீலியத்திற்கு மட்டிலும் 2) நிலைத்த அமைப்பை உடையவை. எனவே, இவ்வணுக்கள் ஒன்றையொன்று ஈர்க்கும் வலிமை மிகக் குறைவாக உடையவை. ஆனால், ஏனைய தனிமங் கள் இத்தகைய நிலைத்த அமைப்பை (8 எலெக்ட்ரான்கள்) உடை யவை அல்ல. எனவே, அவை இணைதிறன் எலெக்ட்ரான்களைப் பெற்றிருக்கின்றன. எனவே, இவை தங்கள் இணைதிறன் எலெக்ட் ரான்களை வேறு அணுக்களுக்கு அளிப்பதாலோ அல்லது வேறு அணுக்களின் எலெக்ட்ரான்களை ஏற்பதாலோ அல்லது வேறு அணுக்களோடு எலெக்ட்ரான்களைப் பகிர்ந்து கொள்வதாலோ 8 எலெக்ட்ரான்கள் எனும் நிலைத்த அமைப்பை எய்த முடியும்.

இவ்வாறு இவை எலெக்ட்ரான்களை இழப்பதாலோ, ஏற்பதாலோ அல்லது பகிர்வதாலோ இவற்றின் மின் நடுநிலை (electrical neutrality) பாதிக்கப்படும். இவற்றால் அணு இடைப்பிணைப்புகள் (inter atomic bonds) ஏற்படும். இவ்வகையில் ஏற்படும் பிணைப்புகள் வலிவானவை: இவை முதன்மைப் பிணைப்புகள் (primary bonds) எனப்படும். இத்தகைய பிணைப்புகளை உடைப்பதற்கு 100 கிலோ கேலரி கிராம் மூலக்கூறு எனுமளவு உயர்ந்த ஆற்றல் தேவைப்படும்.

இவையேயன்றி வேறுவகையான பிணைப்புகளும் திண்மத்தின் அணுக்களிடையே காணப்படுகின்றன. இவை வலிவு குறைந்தவை; ஒரு கிராம் மூலக் கூறுக்கு 10 கிலோ கேலரி எனுமளவு குறைந்த வலுவுடையவை. இவை வலுவு குறைந்தவையாயினும் எப்போதும் செயல்படுபவை. எனவே, வேறுவகையான முதன்மைப் பிணைப்புகள் இல்லாதவிடத்து இவை முக்கியத்துவம் பெறுகின்றன. இவை இரண்டாம் நிலைப் பிணைப்புகள் (secondary bonds) எனப்படும்.

திண்மங்களில் காணப்பெறும் பிணைப்புகளைப் பின்வருமாறு வகுக்கலாம்.

I. **முதன்மைப் பிணைப்புகள்**

1. அயனிப் பிணைப்பு (ionic bond) அல்லது பலபடித்தான முனைவுப் பிணைப்பு (heteropolar bond)

2. சக பிணைப்பு (covalent bond) அல்லது ஒருபடித்தான முனைவுப் பிணைப்பு (homopolar bond)

3. உலோகப் பிணைப்பு (metallic bond).

II. **இரண்டாம் நிலைப் பிணைப்புகள்**

1. மூலக்கூறு பிணைப்பு (molecular bond) அல்லது வான் டெர் வால்ஸ் (Van der Waals) பிணைப்பு

2. ஹைடிரஜன் பிணைப்பு (Hydrogen bond).

மேற்கூறிய பிணைப்புகள் எவ்வெப்பொருள்களில் உள்ளன என்பதற்குச் சில எடுத்துக்காட்டுகள் அட்டவணை 3 1-ல் தரப்பட்டுள்ளன.

அட்டவணை 3·1

அணு இடைப் பிணைப்புகள்

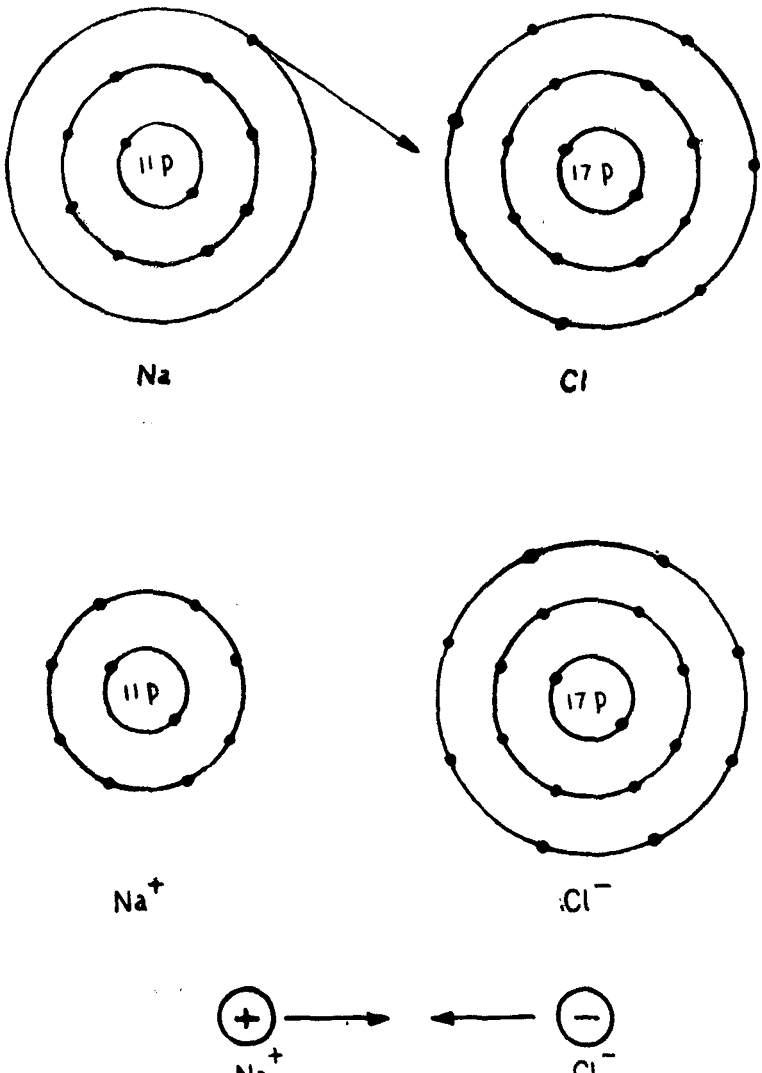
எண்	பிணைப்பு	பொருள்
1	அயனிப் பிணைப்பு	NaCl, KCl போன்ற உப்புகள்
2	சக பிணைப்பு	*Ge*, *Si* போன்ற குறை கடத்திகள்; வைரம் போன்ற காப்பான்கள்
3	உலோகப் பிணைப்பு	செம்பு, வெள்ளி, சோடியம் மக்னீஷியம் போன்ற உலோகங்கள்
4	மூலக்கூறு பிணைப்பு	ஹீலியம், நியான் போன்ற மந்த வாயுக்கள்
5	ஹைடிரஜன் பிணைப்பு	H_2O (பனிக்கட்டி)

இப்போது இப்பிணைப்புகள் ஒவ்வொன்றையும் தனித்தனியே ஆராய்வோம்.

3-2. அயனிப் பிணைப்பு

எளிதில் விவரிக்கவும் விளக்கவும் கூடியது அயனிப் பிணைப்பாகும். இது நேர், எதிர் மின்னூட்டங்களுக்கிடையேயான ஈர்ப்பினால் விளைகின்றது. சோடியம் (sodium), கால்சியம் (calcium) போன்ற ஒன்று அல்லது இரண்டு எலெக்ட்ரான்களைத் தம்முடைய இணைதிறன் கூடுகளில் (valence shells) பெற்றுள்ள தனிமங்களின் அணுக்கள் தம்முடைய புற எலெக்ட்ரான்களை வெகு எளிதில் விடுவிக்கும். அதனால் அவை நேர் மின்னூட்டமுடைய அயனிகளாகும். அவ்வாறே, குளோரின் (chlorine), ஆக்சிஜன் (oxygen) அணுக்கள் அவற்றின் வெளிக்கூட்டில் எலெக்ட்ரான்களின் எண்ணிக்கை 8 ஆகும்வரை ஒன்று அல்லது இரண்டு எலெக்ட்ரான்களை எளிதில் ஏற்றுக்கொள்ளும். இதனால் அவை எதிர்மின்னூட்டமுடைய அயனிகளாகும். நேர், எதிர் மின்னூட்டமுடைய பொருள்களுக்கு இடையே எப்போதும் ஈர்ப்பு இருக்குமானதால் இவ்விரு அயனிகளும் ஒன்றையொன்று ஈர்க்கும். இதனால் ஒரு பிணைப்பு (bond) ஏற்படுகின்றது.

சோடியம், குளோரின் அணுக்களில் எலெக்ட்ரான் மாற்றமும், அயனிகள் ஆக்கமும், அயனிப் பிணைப்பு உருவாதலும் படம் 3·1-ல் காட்டப் பெற்றுள்ளன.



படம் 3·1

அயனிப் பிணைப்பு — (NaCl)-ல்

மேலே கண்ட விவாதத்திலிருந்து உடனடியாக நமக்குத் தோன்றுவது சோடியம் குளோரைடில் உள்ள சோடியம் அயனிகளும் குளோரின் அயனிகளும் சோடி சோடியாக இணைந்த நிலையில் காணப்படும் என்பதேயாகும். ஆனால் அது உண்மையாயின் எந்தவொரு சோடியின் சோடிய குளோரின் அயனிகளுக்கிடையேயும் வலுவான ஈர்ப்பு விசைகள் இருக்கமுடியுமேயன்றி வெவ்வேறு சோடிகளுக்கிடையே குறிப்பிடத்தக்க ஈர்ப்பு இருக்கமுடியாது. அதனால் *Na Cl* நாமறிந்த வடிவில் இருக்க முடியாது.

பின் உண்மையில் நடைபெறுவதுதான் என்னே? எதிர்மின்னூட்டமுடைய அயனியொன்று ஒரேயொரு நேர்மின் அயனியைத்தான் ஈர்க்க வேண்டுமென்று விதியில்லை. ஓர் எதிர்மின் அயனி, எல்லா நேர்மின் அயனிகளையும் ஈர்க்கலாம். அவ்வாறே ஒரு நேர்மின் அயனி, எல்லா எதிர்மின் அயனிகளையும் ஈர்க்கலாம். எனவே, சோடிய அயனிகள் எதிர்மின்னூட்டமுடைய குளோரின் அயனிகளைச் சூழ்ந்திருக்கும்; குளோரின் அயனிகள் நேர்மின்னூட்டமுடைய சோடிய அயனிகளைச் சூழ்ந்திருக்கும். ஒரு சோடிய அயனி எல்லாத் திசைகளிலும் ஒரே விசையோடு குளோரின் அயனியை ஈர்க்கும். ஒரு குளோரின் அயனி எல்லாத் திசைகளிலும் ஒரேயளவு விசையோடு சோடிய அயனிகளை ஈர்க்கும்.

இவ்வாறு அயனிப் பிணைப்புகள் உருவாவதில் ஒரு நிபந்தனை என்னவெனின், நேர்மின்னூட்டங்களின் எண்ணிக்கை எதிர்மின்னூட்டங்களின் எண்ணிக்கைக்குச் சமமாக இருக்க வேண்டும் என்பதே ஆகும். எனவே, சோடியம் குளோரைடின் அமைப்பு *Na Cl* ஆகவும், மக்னீஷியம் குளோரைடின் அமைப்பு $Mg\ Cl_2$ (ஒரு மக்னீஷிய அணு இரண்டு எலெக்ட்ரான்களை அளிக்க முடியும். ஆனால் ஒரு குளோரின் அணு ஓர் எலெக்ட்ரானைத்தான் ஏற்க இயலும்.) ஆக இருக்கும்.

எளிய அயனிச் சேர்மங்கள் (ionic compounds) சிலவேயாக இருப்பினும் அயனி அணைவுச் சேர்மங்கள் பலவுள்ளன. அணைவுச் சேர்மங்கள் என்றால் என்ன பொருளெனின், இச் சேர்மங்கள் பல அணுக்களின் தொகுதியால் ஆனவை என்பதாகும். இத் தொகுதிகளில் அணுக்கள் பிணைக்கப் பெற்றிருக்கும். இத் தொகுதிகள் திண்ம, திரவ, கரைசல் நிலைகளில் தனித்தனியே இருக்கக் கூடிய தன்மை வாய்ந்தவை. காட்டாக, கால்சியம் கார்பனேட் (calcium carbonate), கால்சியம் சல்ஃபேட் (calcium sulphate), கால்சியம் பாஸ்ஃபேட் (calcium phosphate) போன்ற

அணைவுச் சேர்மங்கள் கால்சிய நேர் அயனியாயினும் (cation) (Ca^{2+}), $Co_3{}^{2-}$, $So_4{}^{2-}$, $Po_4{}^{3-}$ ஆகிய அணைவு எதிர் அயனிகளாலும் (complex anions) ஆகியவை. [அவற்றுள் C-க்கும் O-க்கும் S-க்கும் இடையிலுள்ள பிணைப்புகள் வேறு வகையான பிணைப்புகள். அவை சக பிணைப்புகள் எனப்படும்]. சிலிகேட்டுகளும் பல பல்கரு அணைவுகள் (poly nuclear complexes) போன்றவையும் இவ் வகையினவே.

அயனிப் பிணைப்புகளில் அயனிகளை ஒன்றுகப் பிணைத்து வைத் திருக்கும் ஆற்றலுக்குக் காரணமாய் அமைவன அயனிகளுக்கிடை யேயுள்ள கூலம்பு விசைகளே ஆகும். இவ்வயனிகளில் எலெக்ட் ரான்கள் யாவும் ஏறத்தாழ வலுவாகப் பிணைக்கப்பட்டிருப்பதால் அயனிப் படிகம் (ionic crystal) எதுவுமே பொதுவாக மின்கடத்தி யாக அமைவதில்லை—படிகங்களில் மின் கடத்தலுக்கு உதவுவது எலெக்ட்ரான்களின் இயக்கமே என்பதனை நினைவு கூர்க. ஆயினும் உயர் வெப்ப நிலைகளில் இவை மின்கடத்தும் ஆற்றலைச் சிறிதளவு பெறத்தான் செய்கின்றன. இந்நிலைகளில் மின்கடத்தலுக்குக் காரணமாய் அமைவன அயனிகளே. கார ஹாலைடுகள் (alkali hallides) போன்ற அயனிப் படிகங்கள் கண்காணும் ஒளியைப் பொருத்தமட்டில் ஒளிபுகும் பொருள்களாகச் (transparent materi-als) செயல்படுகின்றன. அயனிப் படிகங்களை எளிதாகப் பிள வுறச் செய்யலாம் (cleave).

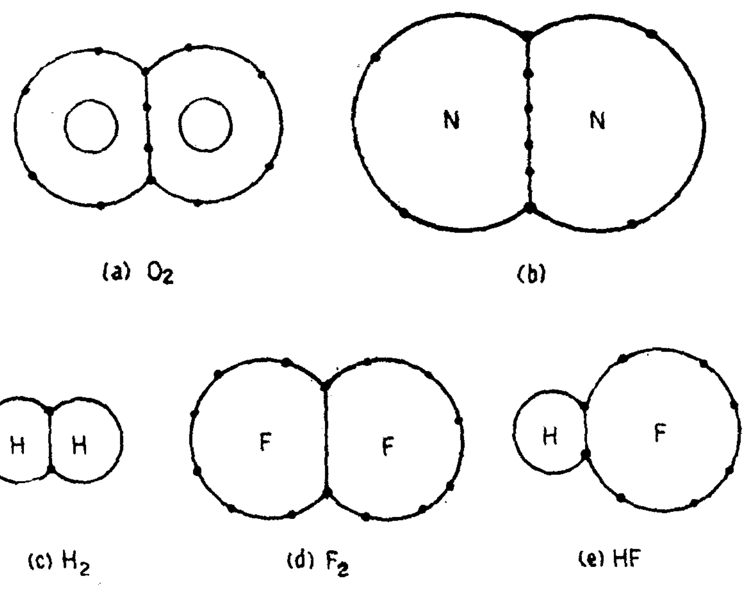
3-3. சக பிணைப்பு

தனிமங்களின் பிணைப்பைப் பொருத்தமட்டில் இரு தனிமங் களும் தனிம அட்டவணையில் (periodic table) எதிரெதிர்ப் பக்கங் களில் இருக்குமாஞல் அயனிப் பிணைப்பு எளிதாகும் என்பது எளிதில் விளங்கும். ஆனல், திண்ம அட்டவணையில் அடுத்தடுத் துள்ள தனிமங்களிடையே ஏற்படும் பிணைப்புகளோ அல்லது ஒரு தனிமத்தினது மூலக் கூறுகள் அல்லது படிகங்கள் உருவாவதற் கான பிணைப்புகளோ அயனிப் பிணைப்புகளாக இருக்க முடியா தென்பதனை விளக்கத் தேவையில்லை. அத்தகைய நிலைகளில் சக பிணைப்பு (covalent bond) அல்லது அணுப் பிணைப்பு (atomic bond) அல்லது ஒரு படித்தான முனைப் பிணைப்பு (homopolar bond) என்றெல்லாம் அழைக்கப் பெறும் பிணைப்பே செயல்படுகின்றது.

இந்தப் பிணைப்பில் எலெக்ட்ரான்கள் இரு அணுக்களாலும் பகிர்ந்து கொள்ளப் பெறுகின்றன. ஒவ்வொரு பிணைப்பிலும் இரு எலெக்ட்ரான்கள் இரு அணுக்களாலும் பகிர்ந்து கொள்ளப் பெறுகின்றன.

இத்தகு சக பிணைப்புகள் இரு வகைகளில் உருவாகலாம்: (1) பிணைக்கப்பெறும் இரு அணுக்களும் ஒவ்வோர் எலெக்ட்ரானை அளிக்கலாம் (2) பிணைப்புக்குத் தேவையான இரு எலெக்ட்ரான்களையும் ஒரேயோர் அணு மட்டிலுமே அளிக்கலாம். இந்த இரண்டாவது வகைச் சக பிணைப்பு, ஈதல் சக பிணைப்பு (coordinate covalent bond) எனப்பெறும்.

இயல்பான சக பிணைப்பினை (normal covalency) விளக்குவதற்கு, முதலில் ஹைடிரஜனை (hydrogen) எடுத்துக் கொள்வோம். ஹைடிரஜன் அணுவில் ஒரேயோர் எலெக்ட்ரான்தான் உள்ளது. ஆனால் அதன் வெளிக் கூட்டை (outer shell) நிரப்புவதற்கும், அதனால் ஒரு நிலைத்த அமைப்பை (stable structure) உண்டாக்குவதற்கும் அவ்வெளிக் கூட்டில் இரு எலெக்ட்ரான்கள் இருக்க வேண்டும். இப்போது இரு ஹைடிரஜன் அணுக்கள் சேர்கின்றன என்றும், அதனால் அவற்றின் சுற்றுப் பாதைகள் (orbits) பின்னிப்



படம் 3·2

சில சக பிணைப்புகள்

பிணைகின்றன என்றும் கொண்டால் ஒரு நேரம் இரு அணுக்களினுடைய இரு எலெக்ட்ரான்களும் ஓர் அணுக் கருவோடு (nucleus தொடர்பு கொண்டிருக்க, மற்றோர் அணுக் கருவோடு எலெக்ட்

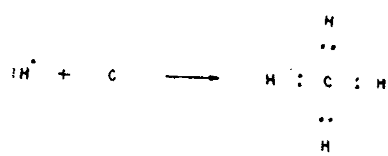
ரானே இல்லை எனும் நிலைமை ஏற்படும். சற்று நேரத்தில் நிலை மாறி முதல் அணுக் கருவோடு எலெக்ட்ரான்களே இல்லா நிலையும் இரண்டாவதோடு இரு எலெக்ட்ரான்களும் உள்ள நிலையும் ஏற்படலாம். எது எவ்வாறாயினும் எந்த ஒரு நேரத்திலும் இரு எலெக்ட்ரான்கள் எனும் நிலைத்த நிலை (stable structure) நிலவுகின்றது; வலுவான பிணைப்பு ஏற்படுகின்றது.

அயனிப் பிணைப்பிலுள்ளது போல் எலெக்ட்ரான்கள் ஓரணுவிலிருந்து பிறிதொன்றுக்கு நிலையாக மாற்றியளிக்கப்படாமையையும், இரு எலெக்ட்ரான்களும் இரு அணுக்களாலும் பகிர்ந்து கொள்ளப்படுதலையும் உணர்க.

தெளிவிற்காக வேண்டி, சில சக பிணைப்புகள் விளக்கப் படங்களாகக் முன்பக்கத்தில் தரப்பட்டுள்ளன (படம் 3·2).

பிணைப்பில் பங்கேற்கும் அணுக்கள் ஒரே மாதிரி அணுக்களாக இருக்க வேண்டியதில்லை என்பதனையும் படம் விளக்குகின்றது. எடுத்துக்காட்டு: HF. மேலும், ஒரு சோடிக்கு மேற்பட்ட எலெக்ட்ரான்கள் பிணைப்பில் பங்கேற்கும்போது அணு இடைத்தூரம் (inter atomic distance) குறைகின்றதனையும் படத்தில் காண்க.

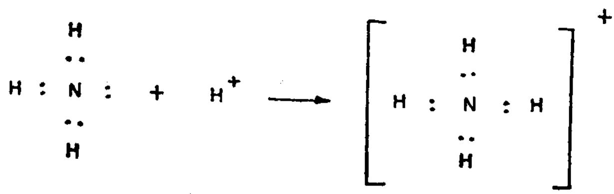
மேலே காட்டிய எடுத்துக்காட்டுகளில் (படம் 3·2) இரு அணுக்களிடையே ஏற்படும் சக பிணைப்புகளே விளக்கப் பெற்றுள்ளன. ஆனால், பல்லணுக்களிடையேயும் சக பிணைப்புகள் தோன்றக் கூடும். இதற்கு எடுத்துக்காட்டாக மீதேனைக் (methane) கூறலாம். இதில் ஒரு கரி அணுவானது நான்கு ஹைடிரஜன் அணுக்களால் சூழப் பெற்றுள்ளது. அதன் சமன்பாட்டைக் கீழ்க்காணுமாறு (படம் 3·3) எழுதலாம்.



படம் 3·3
மீதேன்

ஈதல் சக பிணைப்பிற்கோர் எடுத்துக்காட்டு NH_4^+ அயனியாம். அம்மோனியாவில் (ammonia) உள்ள நைட்ரஜனில் இரு எலெக்ட்ரான்கள் பிணைப்புகளில் பங்கேற்காமல் உள்ளன. (படம் 3·4). எனவே, வேறோர் அணுவோடு பிணைப்பினை ஏற்படுத்த இவை பயன்படும். எனவே ஹைடிரஜன் அயனி (H^+) ஒன்று அம்மோனியாவுடன் இணைகையில் இவ்விரு எலெக்ட்ரான்களும் எலெக்ட்ரான்களற்ற ஹைடிரஜன் அயனியோடு சக பிணைப்பை உண்டாக்குகின்றன. இவ்வாறாக NH_4^+ அயனியில்

மூன்று இயல்பான சக பிணைப்புகளும் ஓர் ஈதல் சக பிணைப்பும் ஏற்படுகின்றன.



படம் 3·4

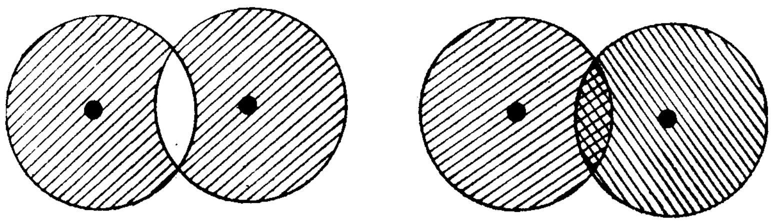
ஈதல் சக பிணைப்பு

அயனிகளிடையே பிணைப்புகள் ஏற்படுகையில் (அயனிப் பிணைப்பு) துகள்களது (particles) அலைப்பண்பானது எவ்விதப் பங்கு மேற்பதில்லை. ஏனெனில், அயனிகளது நிறை பெரிது. ஆயின் சக பிணைப்புகள் உருவாவதில் எலெக்ட்ரான்களின் பண்பினையே நோக்க வேண்டியிருத்தலால் நிறை குறைந்த அவற்றின் அலைப் பண்புகளைப் புறக்கணித்தல் ஏலாது.

அணுக்களிடை எலெக்ட்ரான்கள் பகிர்ந்துகொள்ளப் படுகையில் இரு எலெக்ட்ரான் முகில்களும் (electron clouds) ஒன்றன் மீதொன்று மேற்பொருந்துகின்றன (overlap). இதனால் இடைமாறுபாட்டு முகில் (transitional cloud) ஒன்று ஏற்படுகின்றது. இதுவே அணுக்களைப் பிணைக்கிறது. எலெக்ட்ரான் முகில்களுக்கிடையே ஏற்படும் செயலெதிர்ச் செயலைப் (inter action) பொருத்தே இரு ஹைடிரஜன் அணுக்களிடையேயும் பிணைப்போ அல்லது விலக்கமோ ஏற்படும். அணுக்கருக்களிடைப் பகுதியில் எலெக்ட்ரான் முகில் சுருங்கினால் பிணைப்பும் அடர் குறைப்பும் (rarefaction) ஏற்பட்டால் விலக்கமும் ஏற்படும் (படம் 3·5).

இரு எலெக்ட்ரான்களின் தற்சுழற்சிகளும் எதிர் எதிராக இருந்தால் ஈர்ப்பு விசைகள் உருவாகும். ஏனெனில் ஒவ்வோர் அணுவிலும் உள்ள சுற்றுப்பாதையில் இவ்விரு எலெக்ட்ரான்களும் அமைய முடியும். இது பாலி தவிர்த்தல் விதியினை (Pauli's exclusion principle) ஒட்டியேயுள்ளது என்பதனை ஓர்க. இதனால் இரு அணுக்கருக்களுக்கும் இடையே இருக்கும் பகுதியில் எலெக்ட்ரான் முகிலின் அடர்த்தி அதிகரிக்கும். இதனால் இரு அணுக்களுக்கும் இடையே சக பிணைப்பு உருவாகின்றது. (படம் 3·5 b)

தற்சுழற்சிகள் இணையாக இருந்தால் எந்தவோர் அணுவினது சுற்றுப்பாதையிலும் இரண்டில் ஓர் எலெக்ட்ரான்தான் இருக்க முடியும் என்பதும் இரு எலெக்ட்ரான்களும் ஏதேனும் ஓர் அணு



(a) (b)

படம் 3·5

இரு ஹைடிரஜன் அணுக்களிடையே சக பிணைப்பு உருவாதல் (a) எலெக்ட்ரான்களின் தற்சுழற்சிகள் இணையான நிலை—எதிர்த்துத் தள்ளுதல் நிகழ்தல். (b) எலெக்ட்ரான்களின் தற்சுழற்சிகள் எதிரெதிராக இருக்கும் நிலை—அணுக்களிடையே பிணைப்பு உருவாதல்.

வினது சுற்றுப்பாதையை மட்டிலும் அலங்கரிக்க முடியாதென்பதும் பாலியின் தவிர்க்கை விதியினால் தெளிவாகும். எனவே அணுக்கள் ஒன்றையொன்று எதிர்த்துத் தள்ளுமேயன்றி பிணைப்பை ஏற்படுத்திக் கொள்ளா என்பதனைக் கூறலும் வேண்டுமோ? (படம் 3·5 *a*)

இதுகாறும் கண்ட அடிப்படை விவாதங்களிலிருந்து அயனிப் பிணைப்புகளுக்கும் சக பிணைப்புகளுக்கும் இடையேயுள்ள முக்கிய வேறுபாடுகள் இரண்டினைப் புரிந்து கொள்ளலாம். அயனிச் சேர்மத்தில் (ionic compound) எதிரெதிரான மின்னூட்டங்களையுடைய அயனிகளிடையே வலுவான நிலை மின் ஈர்ப்பும், சிறு தொலைவுகளில் செயல்படும் எதிர்த்துத் தள்ளும் அரைகுறை மீட்சி விசைகளும் (quasi—elastic, repulsive forces) செயல்படுகின்றன. இவ்வீர்ப்பு விசையானது எல்லாத் திசைகளிலும் சம அளவில் செயல்படுமாதலால், அயனிகள் வசதிக்கேற்ப எந்த நிலைகளிலும் திண்மத்தில் அமையலாம். இவை அத்தியாயம் 2-ல் கண்டது போல் நெருக்கப் பொதிவு (close packing) முறையில் அமையும். இதனால்தான் அயனிப்பிணைப்பு பலபடித்தான முனைப் பிணைப்பு (heteropolor bond) எனப்படுகின்றது.

ஆனால், சக பிணைப்புச் சேர்மங்களில் பிணைக்கும் சுற்றுப்பாதைகளுக்கு, பிணைக்கப்படும் ஒவ்வோர் அணுவினது அமைப்பிலும் பங்குண்டு. எனவே, சக பிணைப்புகள் எந்தத் திசையில் வேண்டு

மானாலும் இருக்க முடியாது. சக பிணைப்புகளின் திசைகள் பின் கூறியவாறிருக்கலாமென பாலிங் (Pauling) கூறியுள்ளார். பிணைப்பை உருவாக்கும் இரு எலெக்ட்ரான்களின் எலெக்ட்ரான் முகில்களும் மேற்பொருந்தும்போது எந்தத் திசையில் பெருமளவு மேற்பொருந்துகிறதோ அத்திசையிலேயே சக பிணைப்பு செயல்படு கின்றது. இரு சுற்றுப் பாதைகளும் அதிக அளவில் மேற்பொருந் தினால் அணுக்களிடையே மின்னூட்ட அடர்த்தியும் அதிகமா யிருக்கும். எனவே, பிணைப்பும் வலிவுடையதாயிருக்கும். மேற் கூறிய காரணத்தினால்தான் சக பிணைப்புகள் ஒருபடித்தான முனைவுப் பிணைப்பு (homopolar bond) எனப்படுகின்றன.

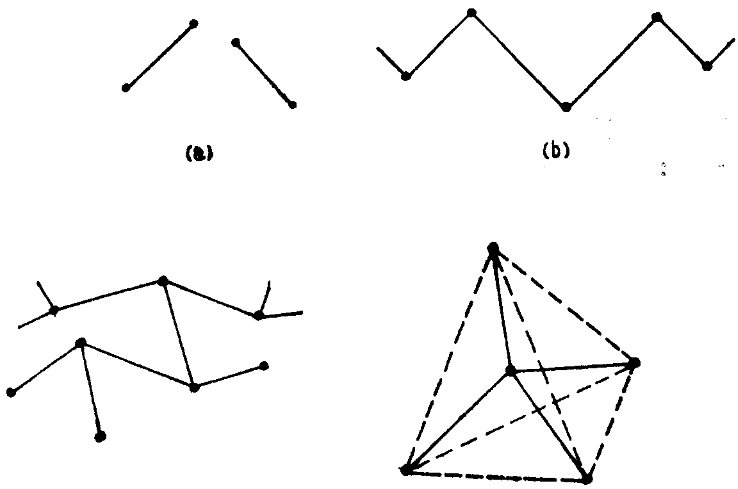
ஒரு தனிமம் எத்தனைச் சக பிணைப்புகளைப் பெற்றிருக்கக்கூடும் என்பதனை $8-N$ விதி ($8-N$ rule)யிலிருந்து அறிந்து கொள்ள லாம். ஒரு தனிமமானது தனிம அட்டவணையில் (periodic table), N ஆவது தொகுதியில் (Nth group) இடம் பெறுமானால் அத் தனிமத்தின் ஓரணுவானது அதே தனிமத்தின் வேறு அணுக் களோடு $8-N$ சக பிணைப்புகளைப் பெறும். இத்தகைய முறையில் உருவாகும் ஒரு பொருளில் ஓரணுவிற்கு $8-N$ அணுக்க அண்டை அணுக்கள் (nearest neighbours) இருக்கும். காட்டாக, ஏழாம் தொகுதியிலுள்ள ஹேலஜன்களுக்கு (halogens), $8-7=1$ சக பிணைப்பு அல்லது ஓர் அண்டை அணு இருக்கும். இதிலிருந்து ஹேலஜன்கள் ஈரணு மூலக்கூறுகளாக (diatomic molecule) அமையும் என்பது தெரிகின்றது. F_2, Cl_2, Br_2 போன்றவை படம் 3·6 (a)-ல் காட்டியுள்ளவாறிருக்கும்.

ஆறுவது தொகுதியிலுள்ள தனிமங்கள் $8-6=2$ சக பிணைப்புகளையுடையனவாக இருக்கும். எனவே, அணுக்கள் ஒரு நீண்ட சங்கிலி அமைப்பில் அமையும். இச்சங்கிலியில் ஒவ்வோ ரணுவிற்கும் இரு அண்டை அணுக்கள் இருக்கும். இத்தகைய சங்கிலி அமைப்பு, கந்தகம் (S), செலினியம் (Se), டெலூரியம் (Te) போன்ற ஆறும் தொகுதி தனிமங்களிடையே காணப் பெறு கின்றது. இவ்வமைப்பு படம் 3·6 (b)-ல் காட்டப் பெற்றுள்ளது. இச்சங்கிலி இரு பரிமாணங்களில் இருப்பதில்லை. வழக்கமாக இவை திருகலோடியிருக்கும். எனவே, இவற்றை முப்பரிமாண முடையனவாகத்தான் கருத வேண்டும்.

ஐந்தாவது தொகுதியைச் சார்ந்த பாஸ்ஃபரஸ் (P), ஆர்செனிக் (As), ஆன்டிமனி (Sb) போன்றவை $8-5=3$ அண்டை அணுக்களைப் பெற்றிருக்கும். எனவே, இவை முப் பரிமாண அணுக்கள் அணியாக (array of atoms) அமையும்.

இங்கே ஒவ்வோர் அணுவிற்கும் மூன்று அணுக்க அண்டை அணுக்கள் இருக்கும். இது படம் 3.6 (c)-ல் காட்டப் பெற்றுள்ளது.

இஃதே போன்று நாலாம் தொகுதியைச் சார்ந்த கார்பன் 8 — 4 = 4 சக பிணைப்புகளைப் பெற்றிருக்கும். இது படம் 3.6 (d)-ல் காட்டப்பெற்றுள்ளது.



(c) (d)

படம் 3.6

சக பிணைப்பில் அணுத்தொடர்கள்

(a) தொகுதி VII அணுக்களிடை

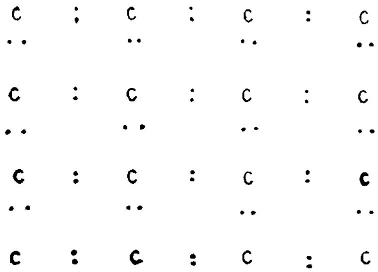
(b) தொகுதி VI அணுக்களிடை

(c) தொகுதி V அணுக்களிடை

(d) தொகுதி IV அணுக்களிடை

சக பிணைப்புகளில் உள்ள அணுக்களிடையே வலுவான ஈர்ப்பாற்றல் இருக்குமென முன்னரே கூறினோம். இதனை வைரத்தில் (diamond) தெளிவாக உணரலாம். இயற்கையில் நிலவும் பொருள்களிலேயே மிகுந்த கடினமான பொருள் வைரம் என்பது நாமறிந்த ஒன்றே. ஒவ்வொரு கார்பன் அணுவும் அதன் புறக்கூட்டில் நான்கு எலெக்ட்ரான்களைப் பெற்றிருக்கின்றது. இந் நான்கு எலெக்ட்ரான்களையும் அது அடுத்துள்ள நான்கு அணுக்களோடு பகிர்ந்து கொள்கின்றது. இதனால், முற்றிலும் சக பிணைப்புகளால் உருவான ஒரு முப்பரிமாண அணிக்

கோவையில் (three dimensional lattice) வைரம் திகழ்கின்றது. வைரத்தின் சக பிணைப்புகளை ஓர் இருபரிமாணப் படத்தின் துணை கொண்டு எளிதில் விளக்க முடியும். படம் (3.7).



படம் 3.7
வைரத்தில் சக பிணைப்புகள்—
இரு பரிமாணப் படம்

சக பிணைப்புகள் வலுவானவை என்று கண்டோம். பிணைப்புகள் வலுவானவை என்றால் அவற்றை உடைப்பதற்கு ஆற்றலும் மிகுதியாகத் தேவை. எனவே சக பிணைப்புடைய திண்மத்தைத் திரவமாக்கத் தேவையான வெப்ப ஆற்றலும், திரவத்தை வாயுவாக்கத் தேவையான வெப்ப ஆற்றலும் மிகுதியாயிருக்க வேண்டுமென்று சொல்லத் தேவையில்லை. எனவே, அவற்றின் உருகு நிலைகளும் (melting points), கொதிநிலைகளும் (boiling points) உயர்ந்து காணப்பட வேண்டும் என்று எதிர்பார்ப்பது இயல்பே. ஆனால் இது எல்லாவிடங்களிலும் உண்மையாகக் காணப் பெறவில்லை. இதற்கான காரணம் என்ன? இதனை ஓர் எடுத்துக்காட்டினைக் கொண்டு விளக்குவோம்.

மீதேன் சக பிணைப்புகளால் உருவானது. ஆனால் இது திரவமாவது —161° செ.-க்குக் கீழேயே (அட்டவணை 3.2 காண்க.) ஆகும். மீதேனில் கார்பன் அணுவின் நான்கு இணைதிறன் எலெக்ட்ரான்களும், நான்கு ஹைடிரஜன் அணுக்களின் நான்கு இணைதிறன் எலெக்ட்ரான்களோடு சேர்ந்து நான்கு வலுவான சக பிணைப்புகளை உருவாக்கிவிட்டன. எனவே மீதேன் மூலக்கூறு வலுவாக அமைந்துள்ளது. ஆனால் ஒரு மீதேன் மூலக்கூறுக்கும் ஏனைய மூலக்கூறுகளுக்கும் இடையே சக பிணைப்புகள் இல்லை; மூலக்கூறுகளிடையே வலுக் குறைந்த இரண்டாம் நிலைப் பிணைப்புகளே இருக்கும். எனவேதான் மீதேனும், ஹீலியம், நியான் போன்ற மந்த வாயுக்களைப் போன்றே தாழ்ந்த கொதிநிலையைப் பெற்றுள்ளது.

எனவே, மூலக்கூறினுள், அணுக்களிடையே வலுவான சக பிணைப்புகள் இருப்பினும், மூலக்கூறுகள் இடையே வலுவான சக பிணைப்புகள் இன்மையே தாழ்ந்த கொதிநிலைக்குக் காரணமாகும். இத்தகைய சில பொருள்களின் உருகுநிலைகளும் கொதிநிலைகளும்

அட்டவணை 3.2-ல் அளிக்கப் பெற்றுள்ளன. இப் பொருள்களின் மூலக்கூறுகளின் சக பிணைப்புகளை எளிதில் வரைந்து பார்த்துக் கொள்ளலாம்.

அட்டவணை 3.2

அணு இடை சக பிணைப்புகளுடையனவும், ஆனல் மூலக்கூறுக ளிடை சக பிணைப்பற்றவையுமான சில எளிய பொருள்களின் உருகு, கொதிநிலைகள்:

மூலக்கூறு	உருகுநிலை °செ	கொதிநிலை °செ
H_2	—259	—252
Cl_2	—102	—34
O_2	—218	—183
N_2	—209	—195
CH_4	—183	—161
CF_4	—185	—128
NH_3	—78	—33
C_2H_6	—172	—88
C_2H_4	—169	—104
C_2H_3Cl	—160	—14

இணைதிறன் படிகங்கள் (valence crystals) (சக பிணைப்புகளால் உருவான படிகங்கள்) மிகுந்த கடினமானவையாயும், எளிதில் பிளவுரு தன்மையனவாயும், மிகத் தாழ்ந்த மின், வெப்பக் கடத்துத் திறன்களை உடையனவாயும் இருக்கும்.

3-4. உலோகப் பிணைப்பு

பெயரே கூறுமாப்போலே உலோகப் பிணைப்பு (metallic bond) என்பது உலோகங்களுக்கே உரித்தான பிணைப்பாம். குறிப்பிட்ட சோடி எலெக்ட்ரான்களது பரிமாற்றத்தால் உருவாவது அயனிப் பிணைப்பு; எலெக்ட்ரான்களை அணுக்கள் பகிர்ந்து கொள்வதால் உருவாவது சக பிணைப்பு. ஆனல் உலோகப் பிணைப்பிலோ இணை திறன் எலெக்ட்ரான்கள் எந்த ஒரு குறிப்பிட்ட சோடி அணுக் களுடனும் கட்டுண்டு இரா; அவை உலோகம் முழுமையி னுள்ளும் கட்டின்றி இயங்கும். இவ்வாறு உலோகத்தில் இணை

திறன் எலெக்ட்ரான்கள் கட்டின்றித் திரிவதனைப் பின்கண்டவாறு விளக்கலாம்.

உலோகத்திலுள்ள இணைதிறன் எலெக்ட்ரான்களை அலோகத்திலுள்ளவற்றோடு ஒப்பு நோக்கும்போது, அவை அவற்றின் அணுக் கருவிலிருந்து மிகுந்த தூரத்தில் அமைகின்றன. இவ்வாறு மிக அகன்ற சுற்றுப் பாதைகளில் இணை திறன் எலெக்ட்ரான்கள் இயங்குவதால் அவற்றின்மீது அவற்றின் தாய்க்கருவின் ஆளுகையானது மிகக் குறைவாக இருக்கும். அதே நேரத்தில் அண்டையிலுள்ள வேறு அணுக்கருக்களும் இவற்றை ஈர்க்கும். எனவே, உலோகங்களிலுள்ள இணைதிறன் எலெக்ட்ரான்கள் எந்த ஒரு தனி அணுவையும் எந்நேரமும் சார்ந்திருக்கின்றது என்று கூற முடியாது. இவை உலோகத்தில் கட்டின்றி எலெக்ட்ரான் வாயு (electron gas) எனக் கூறத்தக்க வகையில் எதேச்சையாக இயங்கும்.

எனவே, ஓர் உலோகத்தின் இயலமைப்பை (structure) கீழ்க் காணுமாறு விவரிக்கலாம். அணுக்கருவையும் நிறைவுபெற்ற உட்கூடுகளிலுள்ள எலெக்ட்ரான்களையும் மட்டிலும் கொண்ட அயனிகளின் தொகுப்பானது கட்டற்ற எலெக்ட்ரான்கள் வாயுவில் (free electron gas) அமிழ்ந்துள்ளன. நேர்மின் அயனிகளுக்கும் எலெக்ட்ரான் வாயுவிற்கும் இடையேயுள்ள ஈர்ப்பானது, உலோகத்திற்கு அதன் இயலமைப்பையும் ஓரியல்பையும் (coherence) அளிக்கின்றது. எலெக்ட்ரான்கள் வாயு மூலக்கூறுகள் போன்று இருப்பதால் உலோகங்கள் உயர்ந்த மின் வெப்பக் கடத்து திறன்களைப் பெற்றுள்ளன. இவற்றைக் குறித்துப் பிந்தைய அத்தியாயங்களில் காண்போம்.

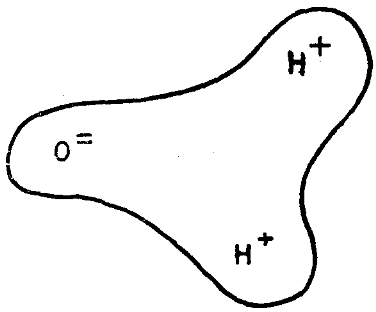
உலோகப் பிணைப்பானது முற்றிலும் ஒத்த அணுக்கள் இடையேயோ அல்லது வேதியியல் அடிப்படையில் ஒரே மாதிரியான அணுக்கள் இடையேயோதான் (கலப்பு உலோகங்கள்) ஏற்படும் என்பது கருதுதற்குரியது.

3-5. இரு முனைவு திருப்புத் திறனும் பிணைப்புக் கோணமும்

பல்வேறு தனிமங்களும் வெவ்வேறான எலெக்ட்ரான் நாட்டம் (electron affinity) பெற்றிருக்கின்றன. இதனால் இரண்டு ஒவ்வா அணுக்களிடையே (unlike atoms) சக பிணைப்பு ஏற்படுகையில் அக்கூட்டானது ஒரு மின் இருமுனையாகச் (electric dipole) செயல் படுகின்றது. மின் இருமுனைகளாக உருவாகும் குழுக்களோ அல்லது மூலக்கூறுகளோ முனைவு குழுக்கள் (polar groups) எனப் பெறும். ஒரு மூலக் கூறினது எதிர்மின்னூட்டங்களின் ஈர்ப்பு

மையமும் நேர்மின்னூட்டங்களின் ஈர்ப்பு மையமும் ஒரே புள்ளியில் அமையாது ஒன்றுக்கொன்று இடம்விட்டு இருக்குமானால் ஓர் இருமுனை உண்டாகின்றது. இதனைப் படம் 3·8 விளக்குகின்றது இதனால் ஓர் இருமுனைத் திருப்புத்திறன் (dipole moment) உண்டாகும். இதன் மதிப்பு, மின்னூட்டத்தின் மதிப்பை மின்னூட்ட மையங்களுக்கு இடையே உள்ள தூரத்தால் பெருக்கக் கிடைக்கும்.

இரு முனைகள் அல்லது முனைவு மூலக்கூறுகள் (polar molecules) ஒரு மின்புலத்தில் வைக்கப்படும்போது அவற்றின் முனை திருப்புத் திறனுக்கு ஏற்ப நிலைகொள்ளும். இதிலிருந்துநாம் அவற்றின் இரு முனை திருப்புத் திறன்களை அளக்க முடியும்.



படம் 3.8
இருமுனை தோன்றுதல்

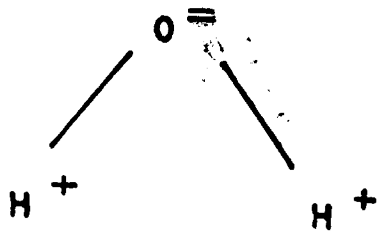
மூலக் கூறுகளின் இருமுனை திருப்புத்திறன்கள் 1 டிபை (Debye) எனுமளவில் இருக்கும். முனைவுகள் மூலக்கூறினை உருவாக்கும் அணுக்களது எலெக்ட்ரான் கவர் ஆற்றல் (electro negativity) உயர்ந்தால், இருமுனைத் திருப்புத் திறன்களின் எண்மதிப்பும் உயரும். (சக பிணைப்பிலுள்ள எலெக்ட்ரான்களை எந்த அளவிற்கு ஈர்க்கும் என்பதே ஒரு தனிமத்தின் எலெக்ட்ரான் கவர் ஆற்றல் எனப்படும்.)

ஒரு மூலக்கூறு இரு மின்முனைகளை உடைத்தாயிருந்தாலும் இருமுனைத் திருப்புத் திறனைப் பெறுதிருக்கக்கூடும். இதற்கான காரணத்தைப் பிணைப்புக் கோணத்தின் (bond angle) அடிப்படையில் புரிந்து கொள்ளலாம். பிணைப்புகளுக்கு இடையே உள்ள கோணம் பிணைப்புக் கோணமாம். கார்பன்-டை ஆக்சைடில் இரண்டு இரு முனைகள் உள்ளன. ஆனால் கார்பன்-டை ஆக்சைடின் இருமுனைத் திருப்புத் திறன் சுழியாகும். ஏனெனில் அம்மூலக்கூறு ஒரு நேர் கோட்டு அமைப்பை (linear) உடையது. அதாவது, அதன் இரு பிணைப்புகளுக்கும் இடையேயுள்ள கோணம் 180°. எனவே இரண்டு இருமுனைகளின் திருப்புத் திறன்களும் ஒன்றுக்கொன்று எதிர்த் திசையில் இருக்கும். எனவே மூலக்கூறினது தொகுபயன் இருமுனைத் திருப்புத்திறன் (resultant dipole moment) சுழியாகும். இதனைப் படம் 3·9 விளக்குகின்றது.

$$O = C = O$$

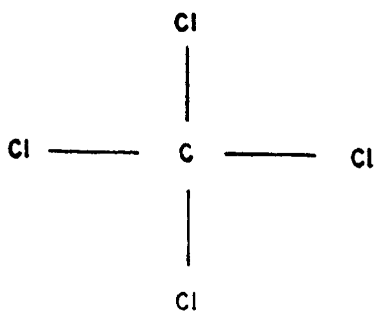
படம் 3.9
CO_2 மூலக்கூறு—
பிணைபபுக் கோணம் 180°

நீர் மூலக்கூறினைப் (water molecule) பார்த்தால் இதிலுள்ள இரு பிணைப்புகளும் ஒன்றுக்கொன்று 104·5° கோணம் சாய்ந்திருக்கும். எனவே, இதற்கு ஒரு தொகுபயன் இருமுனைத் திருப்புத் திறன் இருக்கத்தான் வேண்டும். இதனைப் படம் 3·10 விளக்குகின்றது.



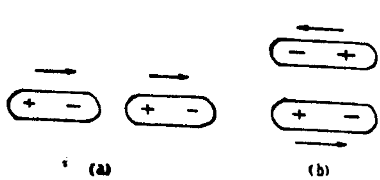
படம் 3.10
நீர் மூலக்கூறு பிணைப்புக் கோணம் 104.5°

கார்பன் டெட்ரா குளோரைடை (CCl_4) எடுத்துக் கொண்டோமானால் இதில் நான்கு இருமுனைகள் உள்ளன. ஆனால், இவை நான்கும் சமச்சீருடன் (symmetric) பகிரப் பட்டுள்ளன. எனவே, இவற்றின் தொகுபயன் இருமுனைத் திருப்புத்திறன் சுழியாகின்றது. இதனைப் படம் 3·11 விளக்குகின்றது.



படம் 3.11
CCl_4 ன் பிணைப்புகள்-பிணைப்புக் கோணம் 90°

ஒரு பொருளிலுள்ள பல்வேறு இருமுனை மூலக் கூறுகளும் ஒன்றையொன்று ஈர்க்கும். அதனால், அவை இணையான அல்லது எதிரிணையான (படம் 3.12) அமைப்புகளில் அமையும்.



படம் 3.12
இருமுனைகளிடை ஈர்ப்பால் அவற்றின் அமைவு.
(a) இணை அமைவு
(b) எதிரிணை அமைவு

முனைவற்ற மூலக்கூறு ஒன்றினை ஒரு மின்புலத்தில் வைத்தால் அதன் அணுக்கருக்களும் எலெக்ட்ரான்களும் லொரென்ட்ஸ் விசைகளின் (Lorentz force) காரணமாக எதிரெதிர்த் திசைகளில் சிறிதளவு இடப்பெயர்ச்சி அடையும். இதன் பயனாய்த் தூண்டப் பெற்ற இருமுனை தோன்றும். இதனைப் பற்றி விரிவாக மின் முனைவாக்கம் எனும் அத்தியாயத்தின்கண் காண்போம். இவ்வாறு இருமுனைகள் தூண்டப் பெறுவதால் முனைவற்ற மூலக்கூறுகளிடையேயும் வலுக்குறைந்த ஈர்ப்பு விசைகள் உருவாகின்றன.

3-6. வான் டெர் வால்ஸ் பிணைப்பு அல்லது மூலக்கூறு பிணைப்பு

இதுகாறும் நாம் கண்ட மூன்று பிணைப்புகளும் வலுவான பிணைப்புகளாம். இவை முதன்மைப் பிணைப்புகளாய்த் திகழ்கின்றன. இவை போலன்றி வலுக்குறைந்த அணு இடை ஈர்ப்பு விசைகளும் உள்ளன. இந்த இரண்டாம் நிலைப் பிணைப்பும், தோன்றும் முறைமைகளும் பல்வேறுயினும், அவை பொதுவாக வான் டெர் வால்ஸ் விசைகள் (Van der Waals forces) அல்லது மூலக்கூறு விசைகள் (molecular forces) எனப் பெறும்.

இவை வலுக்குறைந்த விசைகளாய் இருப்பதனால் முதன்மைப் பிணைப்புகள் உள்ளபோது இவை கவனிக்கப்படுவதில்லை. ஆனால், இவை மட்டுமே பிணைக்கும் விசைகளாய் அமையும் இடங்களில் இவை முக்கியத்துவம் பெறுகின்றன.

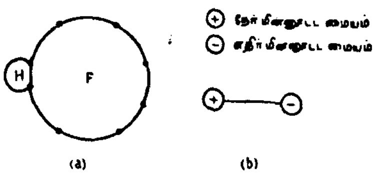
மேதகு வாயுக்களில் (noble gases) ஹீலியத்தின் புறக் கூட்டில் இரு எலெக்ட்ரான்கள் உள்ளன; அக்கூடு முற்றுப் பெற்றுள்ளது. அவ்வாறே, நியான், ஆர்கான் போன்ற மேதகு வாயுக்களிலும் புறக்கூடுகள் 8 எலெக்ட்ரான்களால் நிறைவு பெற்றுள்ளன. எனவே, இவையெல்லாம் நிலேத்த நிலையில் (stable state) உள்ளன. எனவே, இவ்வகை அணுக்கள் இடையே முதன்மைப் பிணைப்புகள் எதுவுமே செயல்பட முடியாது. ஏனெனில், முதன்மைப் பிணைப்புகள் யாவற்றிலுமே இணைதிறன் எலெக்ட்ரான்கள் இன்றியமையாதவை. எனவே, மேதகு வாயுக்களின் அணுக்கள் இடையே எவ்வித ஈர்ப்பு விசையும் இருக்க முடியாதெனத் தோன்றுகின்றது. சாதாரண வெப்ப நிலைகளில் இது உண்மையாயிருப்பினும் மிகத் தாழ்ந்த வெப்பநிலைகளில் இந்த வாயுக்களும் திரவமாக, திண்மமாகச் சுருங்குகின்றன என்ற உண்மையை எண்ணும்போது இவற்றின் அணுக்களிடையேயும் ஈர்ப்பு விசைகள் (வலுக்குறைந்தவையாயினும்) இருத்தல் வேண்டும் என்ற முடிவிற்கு வரவேண்டியவர்கள் ஆகின்றோம்.

அட்டவணை 3.2-ல் காட்டப்பெற்றுள்ள மூலக்கூறுகளிலும் சக பிணைப்புகள் வாயிலாக அவற்றின் இணைத் திறன் கூடுகள் (Valence shells) நிரம்பியுள்ளன. அதனால் மூலக்கூறில் அணுக்கள் வலுவாகப் பிணைக்கப்பட்டிருக்கின்றனவேயன்றி மூலக்கூறுகளிடையே விசைகள் இல்லையென்று எண்ணவேண்டியுள்ளது என்று முன்னரே கூறினோம். அவையும் தாழ்ந்த வெப்பநிலைகளில் திரவங்களாக, திண்மங்களாகச் சுருங்குகின்றன. எனவே, இவையும் வலுக்குறைந்த இரண்டாம் நிலைப் பிணைப்புகள் நிலவுதலை நிலைநாட்டுகின்றன. தாழ் வெப்பநிலைகளில் வெப்ப ஆற்றல்

குறைதலால் வலிவு குறைந்த இந்த இரண்டாம் நிலைப் பிணைப்புகள் காரணமாக அவை சுருங்குகின்றன.

3-6·1. மூலக்கூறு மின் முனைவாக்கம்

இரண்டாம் நிலை விசைகளாம் வான் டெர் வால்ஸ் விசைகள் பெரும்பாலும் மின் இருமுனைகளாலேயே தோன்றுகின்றன. இதனை ஹைடிரஜன் ஃப்ளோரைட் (Hydrogen fluoride) போன்ற ஒரு மூலக்கூறினைக் கொண்டு எளிதில் விளக்கலாம். (படம் 3.13).



படம் 3.13

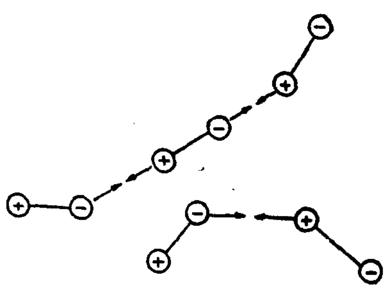
மின் முனைவாக்கம்

(a) HF போன்ற சமச்சீரற்ற மூலக்கூறுகளில் மின்முனைவாக்கம் தோன்றுதல்

(b) அதனால் மின் இருமுனை உண்டாதல்

HF மூலக்கூறில் ஹைடிரஜனுடைய *K* கூட்டில் 2 எலெக்ட்ரான்கள் உள்ளன. ஃப்ளோரினுடைய *L* கூட்டில் 8 எலெக்ட்ரான்கள் உள்ளன. ஆனால் மூலக்கூறினுள் ஒரு மின் நடுநிலைமையின்மை இருப்பதைக் காணலாம். ஏனெனில், பகிரப் பெறும் எலெக்ட்ரான்கள் இரு அணுக்களோடும் தொடர்பு கொண்டவையானதால் அவை பெரும்பாலும் படம் 3.13 (a) ல் காட்டிய நிலையிலேயிருக்கும். எனவே, நேர் மின்னூட்ட மையமும் எதிர்மின்னூட்ட மையமும் ஒன்றிப்பதில்லை. இதனால் ஓர் இருமுனை தோன்றுகின்றது (படம் 3.13. b).

இவ்வாறாக, சமச்சீரற்ற மூலக்கூறுகளில் இரு முனைகள் தோன்றுகின்றன. இவ்வாறு தோன்றிய இரு முனைகளிடையே எவ்வாறு ஈர்ப்பு விசைகள் செயல்படும் என்பதனைப் படம் 3.14 விளக்குகின்றது. இவையே மூலக்கூறு பிணைப்புக்கு ஆதாரமாய் விளங்குகின்றன.



படம் 3,14

சமச்சீரற்ற மூலக்கூறுகளில் தோன்றிய இரு முனைகளிடையே ஈர்ப்பு விசைகள் செயல்படுதல்

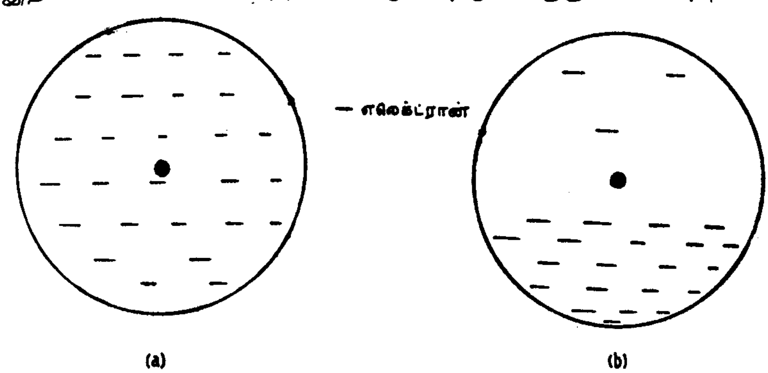
HF-ல் மூலக்கூறு மின்முனைவாக்கம் மிகச் சிறப்பாக நடைபெறுகின்றது எனலாம். அதனால்தான் உயர்கொதிநிலைகளையுடைய ஈரணு மூலக்கூறுகளில் (dicotomic molecules) ஒன்றாக

இதுவும் விளங்குகின்றது. இதன் கொதிநிலை 19.4° செ. பல்லணு மூலக்கூறுகளில் உள் மின் சமநிலைக் குறைவு (internal electric imbalance) இதனினும் மிகுதியாக இருப்பதற்கான வாய்ப்புகள் அதிகம். எனவே அவற்றில் மின் முனைவாக்கம் இதனினும் சிறப்பாக நடைபெறும்.

3-6·2. பரவல் விளைவுகள்

சமச்சீரற்ற மூலக்கூறுகளிலே எவ்வாறு மின்முனைவாக்கம் ஏற்படுகின்றது என்பதனையும், அதனால் மூலக்கூறு பிணைப்புகள் எவ்வாறு ஏற்படுகின்றன என்பதனையும் மேலே கண்டோம். இனி, சமச்சீருடைய மூலக்கூறுகளிலும் மின்முனைவாக்கம் ஏற்பட வாய்ப்புண்டா எனக் காண்போம்.

சமச்சீருடைய மூலக்கூறுகளிலும் மேதகு வாயு அணுக்களிலும் கூட அவ்வப்போது மின் முனைவாக்கம் ஏற்படக்கூடும். இது எலெக்ட்ரான்களின் தன்னிச்சையான இயக்கத்தால் உண்டாகிறது. அணுவிலுள்ள எலெக்ட்ரான்கள் சாதாரணமாக ஒரே சீராக அணுக்கருவைச் சுற்றிப் பரந்திருக்குமெனக் கொள்ளலாம். இதனைப் படம் 3.15 (a) விளக்குகின்றது. ஆனால் அவற்றின்



படம் 3·15

(a) எலெக்ட்ரான்களின் சீரான பகிர்வு

(b) கணநேர மின்முனைவாக்கப் பகிர்வு.

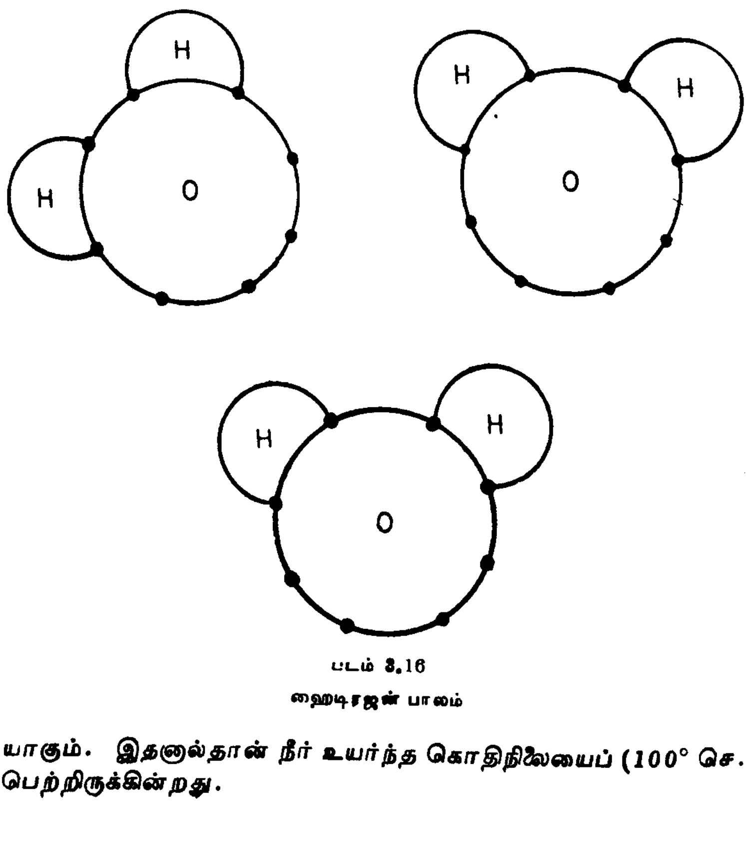
இயக்கத்தின் காரணமாக, சில நேரங்களில் படம் 3.15(b)-ல் காட்டியுள்ளபடி ஒரு பக்கத்தில் எலெக்ட்ரான் அடர்த்தி மிகுந்து காணப்படலாம். இதன் காரணமாக நேர்மின்னூட்ட மையத்தோடு (அணுக்கரு) எதிர் மின்னூட்ட மையம் ஒன்றாது போய்விடும். இதனால் ஓர் இருமுனைவு ஏற்படும். இதன் காரணமாக அணுக்களிடை ஈர்ப்பு விசைகள் செயல்படும். இவ்விசைகளினாலேயே

முன்னர் கூறியதுபோல மேதகு வாயுக்களும் சில மூலக்கூறுகளும் தாழ் வெப்பநிலைகளில் சுருங்குகின்றன (condense).

3-6·3. ஹைடிரஜன் பிணைப்பு

மேலே கண்ட இருவகையான பிணைப்புகளேயன்றி, பிறிதொரு வகை இரண்டாம்நிலைப் பிணைப்பும் உண்டு. இந்த வலிவு குன்றிய பிணைப்பு ஹைடிரஜன் பிணைப்பு (hydrogen bond) அல்லது ஹைடிரஜன் பாலம் (hydrogen bridge) எனப்படும்.

ஹைடிரஜன் பிணைப்பு என்பது மூலக்கூறு மின்முனைவர்க்கத்தைச் சேர்ந்த ஒன்றே. ஒரு H_2O மூலக்கூறைச் சார்ந்த ஒரு ஹைடிரஜன் அணுவினது அணுக்கருவானது மற்றொரு H_2O மூலக்கூறின் பகிர்வில் ஈடுபடாத எலெக்ட்ரான்களால் ஈர்க்கப்படலாம். இது ஒரு பிணைப்பாக உருவாகின்றது. இதனைப் படம் 3.16 விளக்குகின்றது. இந்தப் பிணைப்பு சற்று வலுவான பிணைப்பே



படம் 3.16

ஹைடிரஜன் பாலம்

யாகும். இதனால்தான் நீர் உயர்ந்த கொதிநிலையைப் (100° செ.) பெற்றிருக்கின்றது.

ஹைடிரஜன் பாலமானது நீருக்கும் பனிக்கட்டிக்கும் மட்டுமே உரிய ஒன்றல்ல. இது அம்மோனியா (NH_3) போன்ற வேறு மூலக்கூறுகளிலும் காணப்படுகின்றது.

3-7. அணு இடை விசைகள்

இதுகாறும் அணுக்களிடையே நிலவக் கூடியனவும் அணுக்களைப் பிணைப்பனவுமான பல்வேறு வகையான ஈர்ப்பு விசைகளைக் குறித்துக் கண்டோம். இவ்வீர்ப்பு விசைகள் மட்டுமே அணுக்களிடை நிலவுமாயின் அணுக்கள் ஒன்றையொன்று நெருங்கி வந்து ஒட்டிக்கொள்ள வேண்டும். ஆனால் அணுக்களிடையே பெருமளவில் காலியிடம் இருக்கிறது என்பது நாமறிந்த ஒன்றே. அணுக்கரு உலையில் (nuclear reactor) உள்ள யுரேனியத்தினூடும் மற்றப் பொருள்களினூடும் நியூட்ரான்கள் (neutrons) பல அணுக்களின்மீது படாமல் பல அணு தூரம் சென்றபின்தான் இறுதியில் நிறுத்தப்படுகின்றன என்ற உண்மையிலிருந்து அணுக்களிடையே காலியிடம் இருக்க வேண்டுமென்பதனை உணர்ந்து கொள்ளலாகும்.

எனவே, அணுக்களிடையே மேற்கண்ட ஈர்ப்பு விசைகள் இருத்தலோடன்றி எதிர்த்துத் தள்ளும் விசைகளும் (repulsive forces) இருக்க வேண்டுமென்று தெரிகின்றது.

அணுக்கள் ஈர்ப்பு விசைகளால் நெருங்கி வருங்காலை முதலில் அவற்றின் எலெக்ட்ரான்கள் நெருங்கி வருகின்றன; இதனால் செயலெதிர்ச்செயல் (interaction) ஏற்படும்; எலெக்ட்ரான்கள் ஒன்றையொன்று எதிர்த்துத் தள்ளும். ஆனால், இந்த எதிர்த்துத் தள்ளும் விசையால் அணுக்கள் மிகுதியும் விலகிப்போனால் இந்த விசையின் வலிமை குறைந்து போகும் என்பதை ஊகித்துக் கொள்ளலாம். எனவே, அணுக்களிடையே எந்த இடத்தில் ஈர்ப்பு விசையும் எதிர்த்துத் தள்ளும் விசையும் அளவால் சமமாய் இருக்கின்றனவோ அந்த நிலையில் அணுக்கள் நிலைபெறும் என்பது தெளிவு. இதுவே அணு இடைச் சமநிலைத் தூரம் (inter atomic equilibrum distance) எனப்படும்.

இரு வகையான விசைகள் இருத்தலின் முக்கியத்துவத்தை உணர்தலுக்கும், அவற்றால் அணுக்கள் எச் சமநிலைக்கு வருமென்பதனை அறிதற்கும், ஈண்டு *A*, *B* என்ற ஒரு சோடி அணுக்களான ஒரு வேதியியல் சேர்மத்தை (chemical compound) எடுத்துக் கொள்வோம். *A* அணுவின் அண்மையால் *B* அணுவினது நிலை ஆற்றலைக் (potential energy) கீழ்க்காணும் சமன்பாட்டால் குறிக்கலாமெனக் கொள்வோம்.

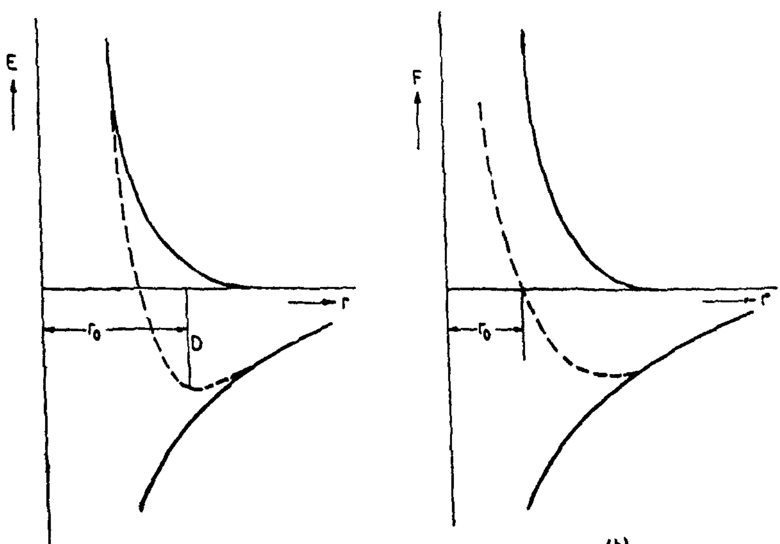
$$E(r) = -\frac{\alpha}{r^n} + \frac{\beta}{r^m} \longrightarrow (3\cdot 1)$$

இங்கே r என்பது இரு அணுக் கருக்களிடையே உள்ள தூரம்; α, β, m, n ஆகியவை AB மூலக்கூறுக்குரிய மாறிலிகள். இரு அணுக்களும் வரம்பற்ற தொலைவில் பிரிந்து இருக்கும்போது நிலை ஆற்றல் $E(\infty) = 0$ என்ற அடிப்படையில் இது எழுதப் பெற்றுள்ளது.

மேலும், சமன்பாடு 3.1-ல் வலப்பக்கத்திலுள்ள முதல் உறுப்பு எதிர்க் குறியுடையது. இது ஈர்ப்பு விசையால் உண்டாகும் ஆற்றலைக் குறிக்கும். இரண்டாவது உறுப்பு நேர்க் குறியுடையது. இது எதிர்த்துத் தள்ளும் விசையால் ஏற்படும் ஆற்றலைக் குறிக்கும். இதிலிருந்து இரு அணுக்களிடையேயுள்ள விசைக்கான சமன்பாட்டைக் கீழ்க்காணுமாறு எழுதலாம்.

$$F(r) = -\frac{dE}{dr} = -\frac{n\alpha}{r^{n+1}} + \frac{n\beta}{r^{m+1}} \longrightarrow (3\cdot 2)$$

வேதியியல் சேர்மத்தை உருவாக்கும் A, B ஆகிய அணுக்களிடையே இருக்கக் கூடிய ஆற்றலும் விசையும் படம் 3.17-ல் காட்டப் பெற்றுள்ளன.



(a) (b)

படம் 3.17
சேர்ம அணுக்களிடை ஆற்றலும் விசையும்
(a) ஆற்றல் (b) விசை

$r = r_0$ எனும் குறிப்பிட்ட அணு இடைத் தூரத்தில் ஆற்றல் சிறுமமாக இருப்பதால் (படம் 3 17a) சேர்மத்தில் அணுக்கள் இந்த நிலையிலேயே இருக்கும். இந்த நிலையில் ஆற்றல் $E(r_0)$ எதிர்க்குறியுடையதாய் (negatire) இருத்தலை நோக்குக. எனவே இது பிணைப்பாற்றலாம். எனவே சேர்மத்திலிருந்து இரு அணுக்களையும் பிரிப்பதற்குத் தேவையான மிகக் குறைந்த ஆற்றல், அதாவது, பிரிகை ஆற்றல் (dissociation energy) $D = E(r_0)$ என்பது தெளிவு. பிரிகை ஆற்றல் ஒன்று அல்லது சில எலெக்ட்ரான் வோல்ட்டுகள் (electron volts) இருக்கும். மூலக் கூறுகள் இந்த ஆற்றலை உயர் வெப்பநிலைகளில் பெறக்கூடும்; வேறு வகைகளிலும் இவ்வாற்றலைப் பெறலாம். இந்த அளவு ஆற்றலைப் பெறும் மூலக்கூறுகள் அணுக்களாகப் பிரிந்துவிடும்.

பிணைப்பாற்றல் என்பது மொத்த ஆற்றலின் (ஈர்ப்பு ஆற்றல், எதிர்த்துத் தள்ளும் ஆற்றல் ஆகியவற்றின் கூட்டுத் தொகை) சிறும மதிப்பு என்பதனை ஆற்றல் கோட்டிலிருந்து (படம் 3 17 a) உணர்ந்தோம். அதன் மதிப்பைச் சமன்பாடு 3.1-லிருந்து கணக்கிடலாம.

ஆற்றலானது $r = r_0$ தூரத்தில் சிறும மதிப்பினை அடையுமானல் $\left(\frac{dE}{dr}\right)_{r=r_0} = 0$ என்பது நமக்குத் தெரியும். எனவே, சமன்பாடு 3·1-லிருந்து

$$\left(\frac{dE}{dr}\right)_{r=r_0} = \left[\frac{n\alpha}{r^{n+1}} - \frac{m\beta}{r^{m+1}}\right]_{r=r_0} = 0$$

அல்லது, $$\frac{n\alpha}{r_0^{n+1}} - \frac{m\beta}{r_0^{m+1}} = 0$$

அல்லது, $$\frac{n\alpha}{r_0^{n+1}} = \frac{m\beta}{r_0^{m+1}}$$

அல்லது. $$r_0^{m-n} = \frac{m}{n} \cdot \frac{\beta}{\alpha}$$

அல்லது, $$\frac{r_0^m}{r_0^n} = \frac{m}{n} \cdot \frac{\beta}{\alpha}$$

அல்லது, $$r_0^m = \frac{m}{n} \cdot \frac{\beta}{\alpha} \cdot r_0^n \longrightarrow (3\cdot3)$$

இப்போது, $$E(r_0) = -\frac{\alpha}{r_0^n} + \frac{\beta}{r_0^m}$$

சமன்பாடு 3·3ஐப் பயன்படுத்த

$$E(r_0) = -\frac{\alpha}{r_0^n} + \beta \cdot \frac{n}{m} \cdot \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{1}{r_0^n}$$

அல்லது, $$E(r_0) = -\frac{\alpha}{r_0^n}\left[1 - \frac{n}{m}\right] \longrightarrow (3.4)$$

சமநிலையின்கண் $\left(\frac{dE}{dr}\right)_{r=r_0} = 0$ என்றால்

$$F = -\left(\frac{dE}{dr}\right)_{r=r_0} = 0$$

அதாவது, சமநிலையில் மொத்த விசை சுழியாகும். ஆனால் $n \neq m$ ஆனதால் சமநிலையில் மொத்த ஆற்றல் சுழியல்ல என்பதனைச் சமன்பாடு 3.4 சுட்டுதலை நோக்கவும். அவ்வாறன்றி சமநிலையில் மொத்த ஆற்றல் சுழியாக இருந்தால், அதாவது, ஈர்ப்பாற்றலும் எதிர்த்துத் தள்ளும் ஆற்றலும் சமமாக இருக்குமேயானால் இரு அணுக்களும் கட்டுண்டிருக்க ஏலாதென்பதனையும் ஓர்க. மேலும், $m >> n$ ஆனால், எதிர்த்துத் தள்ளும் ஆற்றலின் பங்கு மிக மிகக் குறைவு, மொத்தப் பிணைப்பாற்றலானது ஈர்ப்பாற்றலாலேயே நிர்ணயிக்கப்படும்.

மொத்த ஆற்றல் ஒரு சிறும மதிப்பினை உடையதாக இருக்க வேண்டுமெனில், அதாவது, இரு அணுக்கள் கட்டுறுகின்ற நிலை உண்டாக வேண்டுமெனில், $m > n$ ஆக இருக்க வேண்டும். இதனைக் கீழ்க்காணுமாறு நிலைநாட்டலாம்.

E-ன் மதிப்பு சிறுமமாக இருக்க வேண்டுமெனில் $\left(\frac{dE}{dr}\right)_{r=r_0} = 0$ ஆக இருப்பதோடன்றி $\left(\frac{d^2E}{dr^2}\right)_{r=r_0} > 0$ ஆகவும் இருக்க வேண்டுமென்பது நாமறிந்ததே. எனவே, E-ன் மதிப்பைத் தரும் சமன்பாடு 3·1ஐ இருமுறை வகையீடு செய்தால்,

$$\frac{d^2E}{dr^2} = \left[\frac{-n(n+1)\alpha}{r^{n+2}} + \frac{m(m+1)\beta}{r^{m+2}}\right]_{r=r_0} > 0$$

சமன்பாடு 3·3ஐப் பயன்படுத்த

$$\frac{-n(n+1)\alpha}{r_0^{n+2}} + \frac{m(m+1)\beta}{r_0^2} \cdot \frac{n}{m} \cdot \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{1}{r_0^n} > 0$$

$$\text{அல்லது, } \frac{m(m+1)\,\alpha}{r_0^{\,n+2}} \cdot \frac{n}{m} > \frac{n(n+1)\,\alpha}{r_0^{\,n+2}}$$

அல்லது, $(m+1) > (n+1)$

அல்லது, $m > n$.

எனவே, அணுக்களிடை வேதியியல் பிணைப்பு ஒன்று உருவாக வேண்டுமெனில் $m > n$ ஆக இருக்க வேண்டும். அதாவது, எதிர்த்துத் தள்ளும் விசைகள் ஈர்ப்பு விசைகளைக் காட்டிலும் குறுகிய நெடுக்கத்தில் (short range) செயல்பட வேண்டும்.

ஆற்றலை, சமன்பாடு 3.1ஆல் அளிக்கப்பட்டது போன்ற ஒரு சார்பினுல் சாதாரணமாக எல்லாவிடத்தும் குறிக்க முடியாது போனுலும் மேற்கண்ட விவாதம் சில பயனுடைய முடிவுகளை அளிக்கின்றது. இம் முடிவுகளைத் திண்மங்களுக்கும் பொருத்த மான வகையில் நீட்டி அமைத்துக் கொள்ளலாம். அயனிப் படிகங் களுக்கான இத்தகைய ஆராய்வு கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

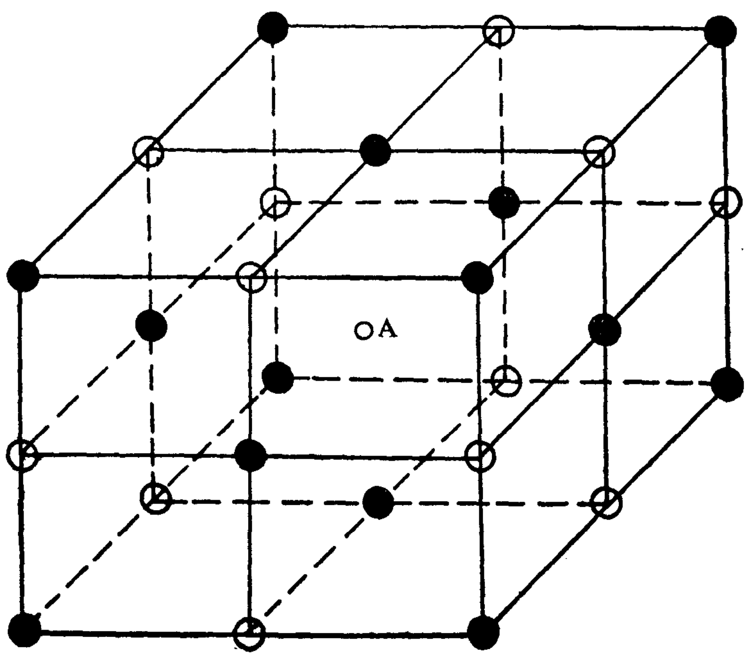
3-8. அயனிப் படிகங்களின் அணிக்கோவை ஆற்றல்

திண்மக் கொள்கைகளில் உள்ள அடிப்படைப் பிரச்சினைகளில் ஒன்று ஒரு படிகத்தின் பிணைப்பாற்றலைக் (binding energy) கணக்கிடுவதாகும். இதனைக் கணக்கிடுவதற்கு, திண்மத்தை உருவாக்கும் துகள்களிடையே செயல்படும் விசைகளைப் பற்றி நாம் அறிந்திருத்தல் வேண்டும். இந்த வகையில் எளிதில் கணக்கிடுவதற்கு வாய்ப்பான படிக வகை, அயனிப் படிகங் களாகும். இவற்றின் பிணைப்பாற்றலை 1910ஆம் ஆண்டில் பார்(ர்)ன் (Born), மெடுலங் (Medelung) ஆகியோர் கணக்கிட்டனர். சோடியம் குளோரைடுக்கான கணக்கீட்டை இவண் காண்போம்.

சோடியம் குளோரைடு படிகம், சோடிய அயனிகளாலும் (Na^+), குளோரின் அயனிகளாலும் (Cl^-) ஆனது. இந்த அயனி களுடைய மின்னூட்டம் கோளச் சமச்சீர் (spherical symmetry) உடையது எனக் கொண்டோமானுல் இரு அயனிகளுக்கிடையே யுள்ள விசையானது அவற்றிற்கிடையேயுள்ள தூரத்தை மட்டிலும் பொருத்துதான் அமையுமேயன்றி, திசையினைப் பொருத்து அமையாது. சோடியம் குளோரைடு படிகத்தில் (இதன் அணிக்கோவை, படம் 3.18-ல் காட்டப்பெற்றுள்ளது). இரு அணுக்க அண்டை அயனிகளுக்கிடையேயுள்ள தூரத்தை r எனக் கொள்வோம்.

படத்தில் A எனக் குறிக்கப்பட்டுள்ள சோடிய அயனியை எடுத்துக் கொள்வோம். இது r தொலைவிலுள்ள 6 Cl^- அயனி

களால் சூழப்பெற்றுள்ளது. எனவே இந்த ஆறு அயனிகளால் ஏற்படும் கூலம் ஆற்றல் (coulomb energy) $-\frac{6e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$. A - லுள்ள அயனியிலிருந்து $r\sqrt{2}$ தூரத்தில் 12 Na^+ அயனிகள் உள்ளன.



படம் 3.18
NaCl படிகம்

○ – Na^+ அயனி
● – Cl^- அயனி

இவற்ருல் A-ன் கூலம் ஆற்றல் $+\frac{12.e^2}{4\pi\epsilon_0\sqrt{2}r}$. A-லுள்ள அயனி $r\sqrt{3}$ தூரத்தில் உள்ள 8 Cl^- அயனிகளால் சூழப் பெற்றுள்ளது. இதனுல் A-ன் கூலம் ஆற்றல் $-\frac{8e^2}{4\pi\epsilon_0\sqrt{3}r}$. இவ்வாறே A-லுள்ள அயனி $2r$ தூரத்திலுள்ள 6 Na^+ அயனிகளாலும் $\sqrt{5}\,r$ தூரத்திலுள்ள 24 Cl^- அயனிகளாலும் சூழப்பெற்றுள்ளது. இவ்வாறே

படிகத்திலுள்ள எல்லா அயனிகளாலும் A-ன் ஆற்றலைக் கணக்கிடலாம். எனவே, A-லுள்ள Na^+ அயனியின் மொத்தக் கூலம் ஆற்றல்

$$E_c = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}\left[\frac{6}{\sqrt{1}} - \frac{12}{\sqrt{2}} + \frac{8}{\sqrt{3}} - \frac{6}{\sqrt{4}} + \frac{24}{\sqrt{5}} - \ldots\right] \longrightarrow 3\cdot5$$

இங்கே e என்பது ஓர் அயனியின் மின்னூட்டம். ஈர்ப்பாற்றல் எதிர்க்குறியாலும், எதிர்த்துத்தள்ளும் ஆற்றல் நேர்க்குறியாலும் குறிக்கப் பெற்றுள்ளன. அயனிகளிடைத் தூரம் அதிகரிக்க அதிகரிக்க, கூலம் ஆற்றல் குறையுமானுதால் நாம் ஒரு சில அயனிகளால் ஏற்படும் ஆற்றலை மட்டும் கணக்கிலெடுத்துக் கொண்டால் போதுமென எண்ணலாம். ஆனல் ஆற்றல் குறையும் வீதம் சிறியதே ஆனதால் இது உண்மையன்று.

சமன்பாடு 3·5–ல் $\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$ னுடைய கெழுவானது (coefficient) ஒரு தூய எண் என்பதனையும், இது படிக அமைப்பினை மட்டிலுமே பொருத்தது என்பதனையும் உணருகின்றோம்.

எனவே,

$$E_c = -\frac{A' e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \longrightarrow 3\cdot6$$

அல்லது, $$E_c = -\frac{Ae^2}{r} \longrightarrow 3\cdot7$$

என எழுதலாம்.

இங்கே, A, A' ஆகியவை மாறிலிகள். A' எனும் மாறிலி மடிலங் மாறிலி (Madelung constant) எனப்படும். ஏனெனில் மடிலங் என்பார் இதனை முதன் முதலில் கணக்கிட்டார். இவால்டு (Evald), இவ்ஜன் (Evjan) ஆகியோரும் இதனைக் கணக்கிட்டுள்ளனர். சில படிகங்களுக்கான மடிலங் மாறிலியின் மதிப்புகள் அட்டவணை 3·3-ல் தரப்பட்டுள்ளன.

அட்டவணை 3.3

மடிலங் மாறிலி

படிகம்	மடிலங் மாறிலி A'
சோடியம் குளோரைடு $NaCl$	1·747758
சீசியம் குளோரைடு $CsCl$	1·762670
சிங்க் ப்ளெண்ட் ZnS	1·6381
உர்ட்சைட் (Wortzite) ZnS	1·641

சமன்பாடு 3.6-லிருந்து E_c-ன் மதிப்பு எதிர்க் குறியுடையது என்பது தெரிகிறது. எனவே, ஓர் அயனியின் மீது மற்ற எல்லா அயனிகளாலும் ஏற்படும் சராசரி ஆற்றல் ஈர்ப்பாற்றல் ஆகும். இந்த ஈர்ப்பாற்றலின் ஆளுகை மட்டிலும் இருந்தால் அணிக் கோவை சிதைவுறும். இதனைத் தடுப்பனதாம் அயனிகளிடையே யுள்ள எதிர்த்துத் தள்ளும் விசைகள் என்று முன்னரே கண்டுள் ளோம். அடுத்துள்ள அயனிகளின் எலெக்ட்ரான் கூடுகள் மேற் பொருந்தத் துவங்கினாலே இந்த எதிர்ப்பு விசைகள் செயல்படத் துவங்கும்; r-ன் மதிப்பு குறையக் குறைய இவ்வெதிர்ப்பு விசைகள் வலுப்பெறத் துவங்கும். இவ்விசைகளை அலை எந்திரவியல் (wave mechanics) அடிப்படையில் விளக்குதலே சிறப்புடையது.

இரு அயனிகளுக்கிடையேயான இவ்வெதிர்ப்பு விசைகளால் ஏற்படும் எதிர்த்துத் தள்ளும் ஆற்றலானது அவற்றிடையேயுள்ள தூரத்தின் சார்பானது எனக் கொள்ளலாமென்று பார்ன் (Born) கொண்டார். இதனை $\frac{B'}{r^n}$ என்று குறிப்பிடலாமென அவர் எண்ணி னார். இங்கே B', n ஆகியவை திண்மத்திலுள்ள அயனிகளின் பண்பையொட்டி அமையும் மாறிலிகள் ஆகும்.

மீண்டும் ஒரு தனி அயனியை எடுத்துக்கொண்டு மற்ற எல்லா அயனிகளாலும் அது பெறும் எதிர்த்துத் தள்ளுமாற்றலைக் கீழ்க் காணுமாறு எழுதலாம் :

$$E_{எ} = \frac{B}{r^n} \qquad \longrightarrow \quad 3\cdot8$$

இங்கே, B ஆனது B' என்பதோடு தொடர்பு கொண்டது, இதை B'-ன் ஓர் எண்மப் பெருக்கமாகக் கொள்ளலாம். எனவே, நாம் எடுத்துக் கொண்ட ஒரு தனி அயனியினது மொத்த ஆற்றல் E (மற்ற எல்லா அயனிகளாலும்) E_c, $E_{எ}$ ஆகியவற்றின் கூட்டுத் தொகையாம். எனவே,

$$E = E_c + E_{எ}$$

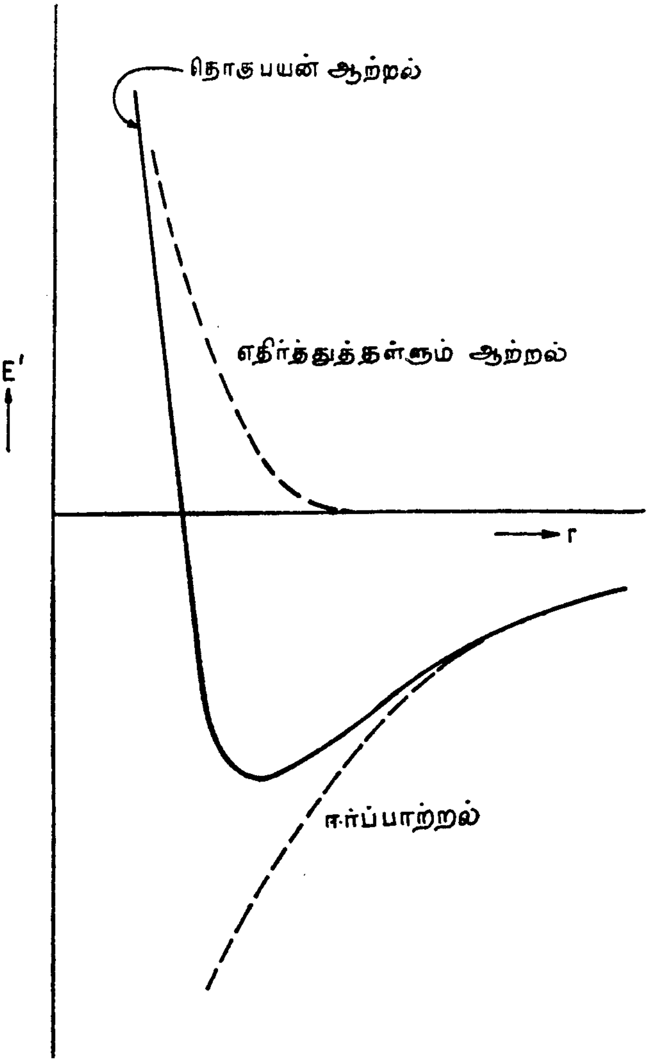
அல்லது, $$E = -\frac{Ae^2}{r} + \frac{B}{r^n} \qquad \longrightarrow \quad 3\cdot9$$

எனவே, படிகத்தில் N நேர்மின் அயனிகளும், N எதிர்மின் அயனி களும் உள்ளன என்று கொண்டால் படிகத்தின் மொத்த ஆற்றல்

$$E' = N\,.\,E(r)$$

அல்லது, $$E' = N\left(-\frac{Ae^2}{r} + \frac{B}{r^n}\right) \qquad \longrightarrow \quad 3.10$$

E′-ன் மதிப்பு *r*ஐ ஒட்டி (சமன்பாட்டின்படி) மாறுவதனைக் கீழ்க்காணும் கோட்டின் மூலம் (படம் 3.19) விளக்கலாம்.



படம் 3.19.
அயனிப் படிகத்தின் ஆற்றல் கோடு

படிகம் தனிச்சுழி வெப்பநிலையில் (absolute zero) உள்ளதெனக் கொண்டால் சம நிலையில் *E*′-ன் மதிப்பு ஒரு சிறுமமாக இருக்க

வேண்டும். இந்நிலையில் $r = a_0$ எனக் கொள்வோம். இங்கே, a_0 என்பது சுழி வெப்பநிலையில் மிகக் குறைந்த அயனியிடைத் தூரத்தைக் குறிக்கின்றது. இந்தச் சிறும மதிப்பிற்கான நிபந்தனை

$$\left(\frac{dE'}{dr}\right)_{r=a_0} = 0$$

சமன்பாடு 3·10-லிருந்து

$$\left(\frac{dE'}{dr}\right) = N\left[\frac{Ae^2}{r^2} - \frac{nB}{r^{n+1}}\right]$$

ஆனால், $\left(\frac{dE'}{dr}\right)_{r=a_0} = 0$

எனவே, $\frac{Ae^2}{r^2} - \frac{nB}{r^{n+1}} = 0$

$$\text{எனவே,} \quad B = \frac{A}{n} e^2 . a_0^{n-1} \longrightarrow 3\cdot 11$$

இம்மதிப்பினை, சமன்பாடு 3·10-ல் பதிலிட

$$E(a_0) = N\left[-\frac{Ae^2}{a_0} + \frac{Ae^2}{n} \cdot \frac{a_0^{n-1}}{a_0^n}\right]$$

$$\text{அல்லது,} \quad E(a_0) = -\frac{NAe^2}{a_0}\left(1 - \frac{1}{n}\right) \longrightarrow 3\cdot 12$$

$E(a_0)$ என்பது சுழி வெப்பநிலையில் சமநிலை ஆற்றல் ஆகும். இதனை அணிக்கோவை ஆற்றல் $E(L)$ (lattice energy) எனவும் கூறுவதுண்டு. ஓர் அயனித் திண்மத்தின் அணிக்கோவை ஆற்றலைப் பின்காணுமாறு வரையறுக்கலாம். ஒரு படிகத்தை உருவாக்கும் போது அதன் ஆக்கக் கூறுகளால் அமையும் அயனிகளைப் படிக அணிக்கோவையில் அவ்வவற்றின் இடத்தில் அமர்த்தும்போது வெளிவிடப்படும் ஆற்றலே படிகத்தின் அணிக்கோவை ஆற்றலாகும். எனவே, அயனிப் படிகத்தை அதன் ஆக்கக் கூறு அயனிகளாகத் தனித்தனியே பிரிப்பதற்கும் இந்த அளவு ஆற்றல் தேவை என்பதும் தெளிவு.

$E(L)$-ன் மதிப்பை அறிதற்கு அயனி இடைத் தூரத்தையும் (a_0) எதிர்த்துத்தள்ளு அடுக்குக் குறியையும் (repulsive exponent) நாம் அறிய வேண்டும். அயனி இடைத் தூரத்தை X-கதிர் விளிம்பு விளைவு (X-ray diffraction) ஆய்வுகள் வாயிலாகக் கணக்

அட்டவணை 3·4
பிணைப்புகளின் பண்புகள்

பண்பு	அயனிப் பிணைப்பு	சக பிணைப்பு	உலோகப் பிணைப்பு	வான்டெர் வால்ஸ் பிணைப்பு
எந்திரப் பண்புகள்	வலுவான கடினமான படிகங்கள்	வலுவான கடினமான படிகங்கள்	மாறுபடும் வன்மையுடையன	வலுக் குறைந்தவை
வெப்பப் பண்புகள்	உயர் உருகுநிலை தாழ்ந்த வெப்ப விரிவெண்கள்	உயர் உருகுநிலை தாழ்ந்த வெப்ப விரிவெண்கள்	மாறுபடும் உருகுநிலை	தாழ்ந்த உருகு நிலை உயர்ந்த வெப்ப விரி வெண்கள்
மின் பண்புகள்	நடுத்தரக் காப்பான்கள்	திண்ம நிலையிலும் உருகிய நிலையிலும் காப்பான்கள்	கடத்திகள்	காப்பான்கள்
இயலமைப்புப் பண்புகள்	திசைப் பண்பற்ற இயலமைப்பு	திசைப் பண்புடைய இயலமைப்பு	திசைப் பண்பற்ற இயலமைப்பு	திசைப் பண்பற்ற இயலமைப்பு

கிடலாம். எதிர்த்துத்தள்ளு அடுக்குக் குறியினை இறுகு திறன் (compressibility) விவரங்களிலிருந்து கணக்கிடலாம். NaCl படிகத்திற்கு *n*-ன் மதிப்பு 9·4 எனக் கணக்கிடப்பட்டுள்ளது. *n*-ன் மதிப்பு இவ்வளவு உயர்வாக இருப்பதால்தான் எதிர்த்துத் தள்ளுவிசை விரைந்து குறைந்து சுழியாகின்றது.

3-9. பிணைப்புகளின் பண்புகள்

இதுகாறும் கண்ட பல்வேறு வகைப் பிணைப்புகளின் பண்புகள் முன்பக்கத்திலுள்ள அட்டவணையில் (அட்டவணை 3.4) தொகுத்துத் தரப்பட்டுள்ளன.

4. திண்மங்களின் வெப்பப் பண்புகள்

4-1. திண்மங்களின் வெப்பப் பண்புகளை விவரிக்கும் இரு முக்கிய அளவுகள் வெப்ப எண் (specific heat), வெப்பக் கடத்துத் திறன் (Thermal conductivity) ஆகிய இரண்டுமாகும். இவற்றுள் வெப்ப எண் என்பதை ஓர் அலகு நிறையுடைய பொருளின் வெப்ப நிலையை ஒரு டிகிரி உயர்த்துவதற்குத் தேவையான வெப்ப ஆற்றல் என வரையறுக்கலாம். வெப்பக் கடத்துத் திறனைப் பின்னர் வரையறுப்போம். முதலாவதாக வெப்ப எண் குறித்து இவண் காண்போம்.

4-2. பருமன் மாறு வெப்ப எண்

வாயுக்களுக்கு இருவகையான வெப்ப எண்கள் உண்டென்பது தெரிந்த ஒன்றே. இவை பருமன் மாறு வெப்ப எண் (C_v) எனவும், அழுத்தம் மாறு வெப்ப எண் (C_p) எனவும் குறிக்கப்படும். வெப்ப இயக்கவியலில் முதல் விதிப் (First law of thermodynamics) படி ஒரு வாயு அமைப்பிற்கு dQ வெப்பத்தை அளித்தால் அவ்வமைப்பின் அக ஆற்றல் (internal energy) dU அளவு உயரச் செய்யும்; அத்தோடு கூட அவ்வமைப்பு dW அளவு வேலையைச் செய்யும்: அப்போது,

$$dQ = dU + dW$$

ஆகும்.

நடைபெற்ற வேலை எந்திர வேலையானால் (mechanical energy)

$$dW = p.dV$$

ஆகும். இங்கே dV என்பது பரும மாற்றத்தையும் p என்பது அழுத்தத்தையும் குறிக்கும்.

எனவே, $$dQ = dU + p\,dV \qquad \longrightarrow \quad 4\cdot 1$$

எனவே, $$C_p = \left(\frac{dQ}{dT}\right)_p = \left(\frac{dU}{dT}\right)_p + pdV$$ ஆகும்.

சமன்பாடு 4·1-ல் U ஆனது வெப்பநிலையாலும், பருமனாலும் மட்டிலுமே முற்றிலும் நிர்ணயிக்கப்படும்.

எனவே, $dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV$

எனவே, $dQ = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial V}{\partial V}\right)_T dV + p.dV$

அல்லது, $dQ = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p\right] dV \longrightarrow 4\cdot2$

பருமன் மாறுதிருக்குமானால், மேற்கண்ட சமன்பாட்டின் வலப் புறத்திலுள்ள இரண்டாவது உறுப்பு சுழியாகும். எனவே,

$$\left(\frac{dQ}{dT}\right)_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V = C_V \qquad \longrightarrow \quad 4\cdot3$$

இங்கே, C_v என்பது பருமன் மாறு வெப்ப எண் எனப்படும். இதனை ஒரு கிராம் மூலக்கூறு (gram-molecule) பொருளின் வெப்பநிலையை 1 டிகிரி உயர்த்துவதற்குத் தேவையான வெப்ப ஆற்றல் என வரையறுக்கலாம்.

மேற்கண்ட விவாதம் வாயுக்களுக்கே ஆனாலும், உரிய நிபந்தனைகளின் கீழ் இதனைத் திண்மங்களுக்கும் நீட்டிக் கொள்ளலாம். மேலும், திண்மங்களின் பரும மாற்றம் புறக்கணிக்கத்தக்க அளவு (வாயுக்களோடு ஒப்பு நோக்க) குறைந்ததானதால் C_p ஐப் பற்றி நாம் இங்குக் காணப்போவதில்லை; நம் விவாதம் முழுதும் C_v ஐக் குறித்தே இருக்கும்.

ஒரு திண்மத்தின் வெப்பநிலை உயரும்போது திண்மத்தினுள் என்ன நிகழ்கின்றது? அதற்களிக்கப்படும் ஆற்றல் என்னுகின்றது?

1. வெப்பநிலை உயருங்காலை அதன் அணுக்களின் இயக்கம், அதாவது, அதிர்வியக்கம் (vibrational motion) அதிகமாகும். இதனை அணிக்கோவை அதிர்வியக்க (lattice vibration) அதிகரிப்பு எனலாம்.

2. உலோகங்கள் (metals), குறைக்கடத்திகள் (semi-conductors) போன்றவற்றில் கடத்து எலெக்ட்ரான்கள் (conduction electrons) பெருமளவில் இருக்கும். எனவே, வெப்பநிலை உயர்ந்தால் கடத்து எலெக்ட்ரான்களின் இயக்க ஆற்றலும் அதிகரிக்கும்.

எனவே, ஒரு திண்மத்திற்கு வெப்ப ஆற்றல் அளிக்கப்படும் போது அதன் அக ஆற்றல் உயருகின்றது என்றால் அதன் அணிக் கோவை அதிர்வியக்க ஆற்றல் ($U_{\text{அணிக்கோவை}}$) உயருகின்றது

என்றும், அதன் கடத்து எலக்ட்ரான்களின் இயக்க ஆற்றல் ($U_{எலெக்ட்ரானிய}$) உயருகின்றது எனவும் கொள்ளலாகும். எனவே,

$$U = U_{அணிக்கோவை} + U_{எலெக்ட்ரானிய} \longrightarrow 4 \cdot 4$$

எனவே,

$$C_v = C_{v அணிக்கோவை} + C_{v எலெக்ட்ரானிய} \longrightarrow 4 \cdot 5$$

என எழுதலாம்.

பெரும்பான்மையான திண்மங்களுக்கு, சாதாரண அறை வெப்பநிலைகளில், அக ஆற்றலில், எலெக்ட்ரானிய ஆற்றலின் பங்கு மிகமிகக் குறைவானதால் வெப்ப எண்ணில் இதன் பங்கைப் பின்னர் விவாதிப்போம். வெப்ப எண்ணில் அணிக்கோவையின் பங்கினை முதலாவதாகக் காண்போம்.

வெப்ப எண்ணில் அணிக்கோவையின் பங்கினைக் கணக்கிடுவதற்கு, திண்மங்களின் சரியான அமைப்பை எடுத்துக் கொண்டு ஒரு குறிப்பிட்ட வெப்பநிலையில் அதன் அக ஆற்றல் (அணிக்கோவை) எவ்வளவு என்று கணக்கிடவேண்டும். இது குறித்துப் பலவகையான கொள்கைகள் உள்ளன. அவற்றை ஈண்டுக் காண்போம்.

4-3. வெப்ப எண்கள் பற்றிய முது பழங் கொள்கை (classical theory of specific heats)

முது பழங் கொள்கைப்படி ஒரு திண்மத்தின் அணுக்கள் யாவும் அணிக்கோவையின் புள்ளிகளில்(lattice points) அமைதி நிலைகளில் (equilibrium) இருக்கும். அவற்றுள் ஓரணுவை அணு இடைத் தொலைவோடு ஒப்பு நோக்க மிகச் சிறிய தொலைவு இடப்பெயர்ச்சி அடையச் செய்து அதனைத் தன்னிச்சையாக விட்டுவிட்டால் அது அதன் சமநிலையின்மீது சீரிசை அதிர்வுகளை (harmonic vibrations) மேற்கொள்ளும். எனவே, திண்மத்தின் ஒவ்வோர் அணுவையும் தனித்தனி அணு சீரிசை அலையியற்றியாகக் (atomic harmonic oscillator) கருதலாம். இவை அனைத்தும் ஒரே அதிர்வெண்ணோடு (frequency) (γ) இயங்கும். இவற்றிற்கான இயக்கத்தை

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{f}{m} \cdot x$$

என எழுதலாம், இங்கே, x என்பது இடப் பெயற்சியையும், m அணுவின் நிறையையும், f மீட்சி விசையையும் (restoring force), t நேரத்தையும் குறிக்கும். எனவே,

இதன் அலைவு நேரம்

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{f}} \longrightarrow 4\cdot6$$

என்பதும், இதன் அதிர்வெண்

$$\gamma = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{f}{m}} \longrightarrow 4\cdot7$$

என்பதும் தெளிவு.

மேலும், இதன் கோண அதிர்வெண் (angular frequency)

$$\omega = 2\pi\gamma = \sqrt{\frac{f}{m}} \longrightarrow 4\cdot8$$

இந்த அணு அலையியற்றிகள் மூன்று பரிமாணங்களிலும் (three dimensions) அதிர்வியக்கங்களைப் பெறலாம். ஒவ்வொரு பரிமாணத்திலும் ஓர் அணு அலையியற்றியின் சராசரி ஆற்றல் $\bar{E}$ ஆனால், முப்பரிமாணங்களிலும் அதன் ஆற்றல் $3\bar{E}$ எனக் கொள்ளலாம். எனவே, ஒரு கிராம் மூலக் கூறு திண்மத்தில் N அணுக்கள் இருக்குமானதால், ஒரு கிராம் மூலக் கூறின் மொத்த அணிக்கோவை ஆற்றல் $3N\bar{E}$ ஆகும். இதனை ஈண்டுக் கணக்கிடு வோம்.

ஓர் ஒற்றைப் பரிமாண சீரிசை அலையியற்றியின் ஆற்றல்

$$E = \frac{P^2}{2m} + \frac{f x^2}{2}$$

அல்லது, $\sqrt{\frac{f}{m}} = \omega$ ஆனதால்

$$E = \frac{P^2}{2m} + \frac{1}{2}\, m\,\omega^2 x^2 \longrightarrow 4\cdot9$$

என எளிதில் காட்டலாம். இங்கே P என்பது அலையியற்றியின் உந்தம் (momentum) ஆகும். இவற்றுள் $\frac{P^2}{2m}$ என்பது இயக்க ஆற்றலையும் (kinetic energy), $\frac{1}{2}\, m\omega^2 x^2$ என்பது நிலை ஆற்றலையும் (potential energy) குறிக்கின்றன.

முதுபழங் கொள்கைப்படி அலையியற்றியானது 0 லிருந்து ∞ வரை எந்த அளவு ஆற்றலை வேண்டுமாயினும் பெற்றிருக்கலாம். எனவே, சராசரி ஆற்றலைக் கணக்கிடுவதற்கு நாம் புள்ளியியல்

எந்திரவியல் (statistical mechanics) முடிவுகளை இங்கே பயன்படுத்த வேண்டியவர்களாகின்றோம்.

மேலே கூறியவண்ணம் 0 லிருந்து ∞ வரையான ஆற்றல்களையுடைய N அலையியற்றிகளில் E லிருந்து $E+dE$ வரையான ஆற்றலையுடைய அலையியற்றிகளின் எண்ணிக்கை dN ஆனால், dN ஆனது போல்ட்ஸ்மன் காரணியான (Boltzmann factor) $e^{-E/kT}$-க்கு நேர்விகிதத்திலிருக்க வேண்டுமென்பது நமக்குத் தெரியும். எனவே,

$$dN = A\, e^{\frac{-E}{kT}} \qquad \longrightarrow \quad 4 \cdot 10$$

இங்கே A என்பது ஒரு மாறிலி. இதிலிருந்து

$$N = \int_0^\infty dN = \int_0^\infty A\, e^{\frac{-E}{kT}} \qquad \longrightarrow \quad 4 \cdot 11$$

மேலும், dN அலையியற்றிகளின் மொத்த ஆற்றல் $E\, dN$.

எனவே, N அலையியற்றிகளின் மொத்த ஆற்றல் $\int_0^\infty E\, dN$

எனவே, அலையியற்றிகளின் சராசரி ஆற்றல்

$$\bar{E} = \frac{\int_0^\infty E\, dN}{\int_0^\infty dN}$$

அல்லது, $$\bar{E} = \frac{\int_0^\infty E \cdot A e^{\frac{-E}{kT}} \cdot dE}{\int_0^\infty A e^{\frac{-E}{kT}} \cdot dE}$$

அல்லது $$\bar{E} = \frac{\int_0^\infty E \cdot e^{\frac{-E}{kT}} \cdot dE}{\int_0^\infty e^{\frac{-E}{kT}} \cdot dE} \longrightarrow 4 \cdot 12$$

அலையியற்றியின் சராசரி ஆற்றலை அலையியற்றியின் சராசரி இயக்க ஆற்றல், மற்றும் சராசரி நிலையாற்றல் ஆகியவற்றின் கூட்டுத் தொகை என எழுதலாம்.

எனவே,

$$\bar{E} = \bar{E}_{\text{இயக்க}} + \bar{E}_{\text{நிலை}}$$

எனவே, சமன்பாடு 4·9-லிருந்து

$$\bar{E} = \frac{\bar{P}^2}{2m} + \frac{m\omega^2}{2}\bar{x}^2$$

எனவே, சமன்பாடு 4·12ஐப் பயன்படுத்த,

$$\bar{E}_{\text{இயக்க}} = \frac{\frac{1}{2m}\int_0^\infty P^2 \, e^{\frac{-P^2}{2mkT}} \cdot dP}{\int_0^\infty e^{\frac{-P^2}{2mkT}} \cdot dP} \longrightarrow 4 \cdot 13$$

மற்றும், $$\bar{E}_{\text{நிலை}} = \frac{\frac{m\omega^2}{2}\int_0^\infty x^2 \, e^{\frac{-m\omega^2 x^2}{2kT}} \cdot dx}{\int_0^\infty e^{\frac{-m\omega^2 x^2}{2kT}} \cdot dx} \longrightarrow 4 \cdot 14$$

கீழ்க்காணும் படித்தரத் தொகைகளைப் (standard integrals) பயன்படுத்தி 4·13, 4·14 ஆகியவற்றை மதிப்பிடலாம்.

$$\int_0^\infty e^{-\alpha u^2} \cdot du = \frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{\alpha}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\int_0^{\infty} u^2 e^{-\alpha u^2} . du = \frac{1}{4} \left(\frac{\pi}{\alpha^3}\right)^{\frac{1}{2}}$$

இவற்றைப் பயன்படுத்த, 4.12, 4.13 சமன்பாடுகள் ஒவ்வொன்றும் $\frac{kT}{2}$ எனவாகின்றன.

எனவே, $\bar{E} = \frac{kT}{2} + \frac{kT}{2} = kT$

முன்னரே கூறியது போல அலையியற்றி முப்பரிமாணங்களில், அதாவது, ஒன்றுக்கொன்று நேர்குத்தான மூவச்சுகளில் அதிர்வுறலாம். அதாவது, அலையியற்றிக்கு மூன்று உரிமைப் படிகள் (degrees of freedom) உள்ளன. எனவே, ஓர் அலையியற்றியின் சராசரி ஆற்றல் $3kT$ ஆகும். N அணுக்களுடைய ஒரு கிராம் மூலக்கூறு திண்மத்தின் மொத்த அக ஆற்றல் U ஆனது $3NkT$-க்குச் சமம்.

அதாவது, $U = 3\ NkT$

எனவே, பருமன் மாறு வெப்ப எண்

$$C_v = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_v = 3Nk = 3R \longrightarrow 4 \cdot 15$$

இங்கே, R என்பது பொது வாயு மாறிலி (universal gas constant). R-ன் மதிப்பைப் பதிலிட C_v-ன் மதிப்பு $5.96 \simeq 6$ கேலரி/கிராம் மூலக்கூறு/டிகிரி கெ.

மேற்கண்டவற்றிலிருந்து எந்தவொரு திண்மத்திற்கும் பருமன் மாறு வெப்ப எண்ணின் மதிப்பு $3R$ அல்லது 6 கேலரி/கிராம் மூலக்கூறு/டிகிரி கெல்வின் எனத் தெரிகின்றது—அதாவது, C_v ஒரு மாறிலி. இந்த முடிவே டியூலாங்-பெடிட் விதி (Dulong and Petit's law) எனப்படும்.

முதுபழங் கொள்கைப்படி கண்ட முடிவின்படி எந்தவொரு திண்மத்திற்கும் அதன் பருமன் மாறு வெப்ப எண் வெப்ப நிலையைச் சாராதிருக்க வேண்டும். அதாவது, பருமன் மாறு வெப்ப எண் ஒரு மாறிலி. நடைமுறையில் இது ஏறத்தாழ எல்லாத் திண்மங்களுக்கும் உயர் வெப்பநிலையில் பொருந்தியிருப்பதாகக் காணப்பட்டது. ஆனால், வெப்பநிலை தாழத்தாழ நடைமுறை மதிப்புகள் இவ்விதியை யொட்டியிருக்கவில்லை. வெப்பநிலை

தாழும்போது C_v-ன் மதிப்பும் தாழ்ந்து சுழியை (zero) அடைவதாகக் காணப்பட்டது. அலோகங்களுக்கு (non metals) வெப்பநிலை (T) சுழிநிலையை எட்டும்போது C_v-ன் மதிப்பு T^3-க்கு நேர் விகிதத்திலும் உலோகப் படிகங்களைப் பொருத்த வரையில் T-க்கு நேர்விகிதத்திலும் இருக்கக் காணப்பெற்றது.

போரான் (boron), கார்பன் (carbon), சிலிகான் (silicon) போன்ற இலேசானவையும் உயர் உருகுநிலை (melting point) உடையவையுமான பல பொருள்களின் வெப்ப எண்ணனது டியூலாங் பெடிட் விதி கூறுமளவைக் காட்டிலும் குறைவான மதிப்பைப் பெற்றுள்ளன. சோடியம் (sodium), சீசியம் (ceasium), மக்னீஷியம் (magnesium), கால்சியம் (calcium) போன்ற நேர்மின் தனிமங்களின் (electro positive elements) C_v ஆனது வெப்பநிலை உயர உயர, $3R$ எனும் மதிப்பைக் காட்டிலும் உயர்ந்து கொண்டே செல்வதாகவும் அறியப்பட்டுள்ளது. இவை யாவும் டியூலாங்—பெடிட் விதிக்கு மாறாகவும், அதனல் அணிக்கோவை அதிர்வுகள் பற்றிய முதுபழங் கொள்கைக்கு முரணகவும் நடைமுறை மதிப்புகள் இருப்பதனைச் சுட்டிக் காட்டுகின்றன.

4-4. வெப்ப எண்கள் பற்றிய ஐன்ஸ்டைன் கொள்கை

முதுபழங் கொள்கைக்கும் நடைமுறைக்கும் உள்ள வேறுபாடுகளை விளக்குவான்வேண்டி 1907 ஆம் ஆண்டில் ஐன்ஸ்டைன், பிளாங்கினது குவான்டம் கொள்கையைப் பயன்படுத்தி, புதியதொரு கொள்கையினை உருவாக்கினர். முதுபழங் கொள்கையிலுள்ளது போன்றே இவரும் ஒரு திண்மத்திலுள்ள N அணுக்களையும் $3N$ ஒற்றைப் பரிமாண சீரிசை அலையியற்றிகளாகக் கருதலாமென்றும், அவை யாவும் பொதுவான ஒரே அதிர்வெண்ணேடு (γ) ஒன்றுக்கொன்று பிணைப்பின்றி அலேவுறுமென்றும் எடுத்துக் கொண்டார். ஆனல், முதுபழங் கொள்கையில் இந்த அலையியற்றிகள் 0-லிருந்து ∞ வரையான எந்த ஆற்றலோடும் இயங்க முடியும் என்று கொண்டதனை இவர் ஏற்றுக் கொள்ளவில்லை. பிளாங்கினது கூற்றுப்படி இவ்வலையியற்றிகளது ஆற்றல் குவான்டப்படுத்தப் பெற்றிருக்கும் (quantized) எனக் கொண்டார். இதன்படி எந்தவோர் அணு அலையியற்றியினது (atomic oscillator) ஆற்றலும், $h\gamma$-ன் முழுஎண் பெருக்கங்களாகத்தான் இருக்க முடியும். அதாவது,

$$E_n = nh\gamma \qquad \longrightarrow 4.16$$

இங்கே, $n = 0, 1, 2, 3 \ldots\ldots$, h என்பது பிளாங்கின் மாறிலி.

இந்த அடிப்படையில் கீழ்க்காணுமாறு ஒரு திண்மத்தின் ஆற்றலையும் அதைக் கொண்டு பருமன் மாறு வெப்ப எண்ணையும் கணக்கிடலாம்.

முன்னர் கண்டது போலவே இப்போதும் ஓர் அலையியற்றியின் சராசரி ஆற்றலைக் கணக்கிடலாம். முன்னர் அலையியற்றியின் ஆற்றல்கள் இடையீடின்றி, தொடர்ச்சியானவையாக இருந்தமையால் தொகையிடும் முறைகளைப் (integration method) பயன்படுத்த முடிந்தது. ஆனால் இங்கோ ஆற்றலை $h\gamma$ அல்லது $h\gamma$-ன் முழு எண் பெருக்கங்களாகக் கொண்டுள்ளதால் தொகையிடும் முறை பயன் படாது; மாறாக, கூட்டுகின்ற முறையினைத் (summation method) தான் பயன்படுத்த வேண்டும் என்பது விளக்காமலே விளங்கும். எனவே, ஓர் அலையியற்றியின் சராசரி ஆற்றல்

$$\bar{E} = \frac{\sum_0^\infty E\,dN}{\sum_0^\infty dN}$$

அல்லது, $$\bar{E} = \frac{\sum_0^\infty nh\gamma . e^{\frac{-nh\gamma}{kT}}}{\sum_0^\infty e^{\frac{-nh\gamma}{kT}}}$$

அல்லது, $$\bar{E} = \frac{h\gamma\left[e^{\frac{-h\gamma}{kT}} + 2e^{\frac{-2h\gamma}{kT}} + 3e^{\frac{-3h\gamma}{kT}} + \dots\infty\right]}{1+e^{\frac{-h\gamma}{kT}} + e^{\frac{-2h\gamma}{kT}} + e^{\frac{-3h\gamma}{kT}} + \dots\infty}$$

$\frac{-h\gamma}{kT} = x$ என்க.

$$\therefore \quad \bar{E} = \frac{h\gamma\,(e^x + 2e^{2x} + 3e^{3x} + \dots)}{(1 + e^x + e^{2x} + e^{3x} + \dots)}$$

$$\therefore \quad \bar{E} = h\gamma\left[\frac{d}{dx}\log\,(1+e^x+e^{2x}+e^{3x}+\dots\infty)\right]$$

அல்லது, $$\bar{E} = h\gamma\left[\frac{d}{dx}\log\frac{1}{1-e^x}\right]$$

அல்லது, $\bar{E} = h\gamma \left[\frac{d}{dx} \{ \log 1 - \log (1 - e^{x}) \} \right]$

அல்லது, $\bar{E} = h\gamma \left[- \frac{1}{1 - e^{x}} (- e^{x}) \right]$

அல்லது, $\bar{E} = \frac{h\gamma e^{x}}{1 - e^{x}}$

அல்லது, $\bar{E} = \frac{h\gamma}{e^{-x} - 1}$

அல்லது, $\bar{E} = \frac{h\gamma}{e^{\frac{h\gamma}{kT}} - 1}$ ⟶ 4·17

எனவே, ஒரு கிராம் மூலக்கூறில் N அணுக்கள் இருத்தலானும் ஒவ்வொன்றிற்கும் மூன்று உரிமைப்படிகள் உள்ளதானும் திண்மத்தின் மொத்த ஆற்றல்

$$U = \frac{3Nh\gamma}{e^{\frac{h\gamma}{kT}} - 1} \longrightarrow 4\cdot18$$

எனவே, பருமன் மாறு வெப்ப எண்

$$C_v = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_v$$

அல்லது, $C_v = 3Nh\gamma (-1) \left(e^{\frac{h\gamma}{kT}} - 1 \right)^{-2} . e^{\frac{h\gamma}{kT}} \left(- \frac{h\gamma}{kT^2} \right)$

அல்லது, $C_v = 3Nk \left(\frac{h\gamma}{kT} \right)^2 \frac{e^{\frac{h\gamma}{kT}}}{\left(e^{\frac{h\gamma}{kT}} - 1 \right)^2}$ ⟶ 4·19

அல்லது, $C_v = 3R \left(\frac{h\gamma}{kT} \right)^2 \frac{e^{\frac{h\gamma}{kT}}}{\left(e^{\frac{h\gamma}{kT}} - 1 \right)^2}$ ⟶ 4·20

ஐன்ஸ்டைன் வெப்பநிலை (Einstein temperature) θ_E என்ற ஒன்றினை வசதிக்காக வேண்டிப் பின்காணுமாறு வரையறுத்துக் கொள்ளலாம்.

$$h\nu = k\theta_E \quad \longrightarrow \quad 4{\cdot}21$$

இதனைப் பயன்படுத்த, சமன்பாடு 4·20 கீழ்க்காணுமாறுகும்.

$$\frac{C_v}{3R} = \left(\frac{\theta_E}{T}\right)^2 \frac{e^{\frac{\theta_E}{T}}}{\left(e^{\frac{\theta_E}{T}} - 1\right)^2} = F_E\left(\frac{\theta_E}{T_E}\right) \quad \longrightarrow \quad 4{\cdot}22$$

இதில், F_E என்பது ஐன்ஸ்டைன் சார்பு (Einstein function) எனப்படும். இது T வெப்பநிலையில் திண்மத்தின் வெப்ப எண்ணிற்கும் அதன் முதுபழங் கொள்கை மதிப்பான $3R$-க்கும் உள்ள விகிதத்தினைக் குறிக்கின்றது. ஐன்ஸ்டைன் வெப்பநிலை θ_E ஆனது ஒரு கடக்கும் வெப்பநிலையாகும் (transition temperature). இதனைக் காட்டிலும் உயர்ந்த வெப்பநிலைகளில் வெப்ப எண்கள் பற்றிய முதுபழங் கொள்கை பொருத்தமாக இருக்கும். இதனினும் தாழ்ந்த வெப்ப நிலைகளில் குவான்டம் விதிகளைக் கையாள வேண்டும். இதனை வரையறுப்பதில் வெப்ப ஆற்றல் kT ஆனது குவான்டம் ஆற்றல் $h\nu$-க்குச் சமமானதாக்கப்படுகின்றது. அதாவது, $h\nu = k\theta_E$. பல திண்மங்களுக்கு θ_E-ன் மதிப்பு $100°$ கெ.-லிருந்து $300°$ கெ.-க்குள் இருக்கின்றது. $\theta_E = 300°$ கெ. எனுங்காலே, அணு அலையியற்றியின் அதிர்வெண் 5×10^{12} ஹெர்ட்சுகள் எனுமளவில் இருக்கவேண்டுமெனக் காட்டலாம். இது அணு அலையியற்றிகளுக்குப் பொருந்திவரக் கூடிய அதிர்வெண்ணே ஆகும்.

தாழ் வெப்ப நிலைகளில் சராசரி வெப்ப ஆற்றல் kT ஆனது குவான்டம் ஆற்றல் $h\nu$-க்கு மிகமிகத் தாழ்வானதாக இருக்கும். எனவே, மிகச்சில அலையியற்றிகளே இந்த வெப்ப ஆற்றலால் கிளர்ச்சியூட்டப் பெறும்; எனவே, அலையியற்றியின் சராசரி ஆற்றல் kTஐ விடக் குறைவானதாக இருக்கும். எனவே, தாழ் வெப்பநிலைகளில் குவான்டம் அலையியற்றியின் வெப்ப எண்ணானது முதுபழம் அலையியற்றியின் வெப்ப எண்ணைவிடக் குறைவாக இருக்க வேண்டும்.

இம் முடிவுகளை நாம் மேலே வருவித்த ஐன்ஸ்டைன் சமன்பாட்டைக் கொண்டு எளிதில் காட்ட முடியும். சமன்பாடு **4.22** ஐக் கீழ்க்காணுமாறு மாற்றி எழுதலாம்.

$$\frac{C_v}{3R} = \frac{x^2 e^x}{(e^x - 1)^2} \qquad \longrightarrow \qquad 4\cdot 23$$

$$\text{இங்கே, } x = \frac{\theta_E}{T} = \frac{h\gamma}{kT}$$

C_v-ன் மதிப்பு உயர் வெப்பநிலைகளில் என்னுகும் என முதலில் கணிப்போம். உயர் வெப்பநிலைகளில் $h\gamma < kT$; எனவே, x ஐச் சிறியதாகவும், அது சுழி மதிப்பை எட்ட முயலுவதாகவும் கொள்ளலாம். இந்நிலையில் சமன்பாடு 4.23ஐ ஆய்வோம்.

$$\frac{C_v}{3R} = \frac{e^x}{\left(\dfrac{e^x - 1}{x}\right)^2}$$

$$\text{அல்லது, } \frac{C_v}{3R} = \frac{1}{\left\{\dfrac{\left(1 + x + \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{x^3}{6} + \dots\right) - 1}{x}\right\}^2}$$

$$\text{அல்லது, } \frac{C_v}{3R} = \frac{1}{\left(1 + \dfrac{x}{2} + \dfrac{x^2}{6} + \dots\right)^2}$$

$$\text{அல்லது, } \frac{C_v}{3R} = 1 \quad (x \text{ மிகச் சிறியதானதால்})$$

$$\text{எனவே, } C_v = 3R$$

அதாவது, உயர் வெப்பநிலைகளில் ஐன்ஸ்டைன் சார்பின் மதிப்பு ஒன்றுகிறது. $\left(F_E = \dfrac{C_v}{3R} = 1\right)$. எனவே, டியூலாங் - பெடிட் விதி உயர் வெப்ப நிலைகளில் பொருந்தும் என்ற உண்மை ஐன்ஸ்டைன் கொள்கையிலிருந்தும் பெறப்படுகின்றது.

தாழ் வெப்ப நிலைகளில் C_v-ன் மதிப்பு என்னுகுமென்று இனிக் காண்போம்.

தாழ் வெப்ப நிலைகளில் $h\gamma >> kT$. எனவே, x-ன் மதிப்பு மிக மிக உயர்ந்ததாகும்; ∞ஐ எட்ட முயலும்.

எனவே, $\dfrac{C_v}{3R} = \dfrac{e^x}{\left(\dfrac{e^x - 1}{x}\right)^2}$

அல்லது, $$\frac{C_v}{3R} = \frac{1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \dots}{\left\{\frac{\left(1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \dots\right) - 1}{x}\right\}^2}$$

$$= 0$$

எனவே, தாழ் வெப்ப நிலைகளில் $\frac{C_v}{3R}$-ன் மதிப்பும் அதனால் ஐன்ஸ்டைன் சார்பின் மதிப்பும் 0 ஐ நோக்கிச் செல்லும்.

மேலும், $$\frac{C_v}{3R} = \frac{x^2 e^x}{(e^x - 1)^2}$$

$$= \frac{x^2 e^x}{e^{2x}} \quad (\because x \text{ உயர்வானால் } e^x - 1 = e^x)$$

$$= \frac{x^2}{e^x}$$

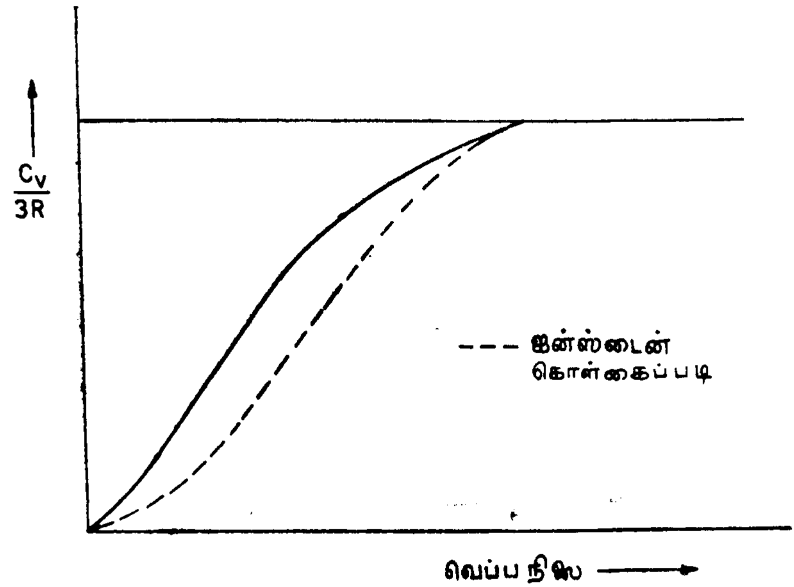
$$= \frac{x^2}{1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \dots}$$

$$= \left(\frac{h\gamma}{kT}\right)^2 \left[\frac{1}{1 + \frac{h\gamma}{kT} + \frac{1}{2}\left(\frac{h\gamma}{kT}\right)^2 + \dots}\right]$$

மேற்கண்ட சமன்பாட்டிலிருந்து வெப்பநிலைக்கேற்ப C_v எவ்வாறு மாறுகின்றது என்பதை நிர்ணயிப்பதில் $\left(\frac{h\gamma}{kT}\right)^2$ எனும் உறுப்பினைவிட $e^{\frac{h\gamma}{kT}}$ எனும் உறுப்பிற்குச் சிறப்பிடம் உள்ளதென்பது தெளிவு. எனவே, வெப்பநிலை தாழ்ந்தால் C_v-ன் மதிப்பு $e^{-\left(\frac{h\gamma}{kT}\right)}$ எனும் வீதத்தில் தாழும். ஆனால், நடைமுறை ஆய்வுகளின்படி பார்க்கையில் C_v ஆனது T^3 விதியையொட்டித் தாழ்கின்றது. எனவே, ஐன்ஸ்டைன் கொள்கைப்படி C_v-ன் மதிப்பு தாழ் வெப்ப நிலைகளில் நடைமுறை அளவுகளைக் காட்டிலும் விரைந்து குறையும். இதனைப் படம் 4.1 விளக்குகின்றது.

4-5. தொடர்ச்சியான ஊடகத்தில் அதிர்வு வகைகள்

ஐன்ஸ்டைன் கொள்கை முழு வெற்றியடையாமைக்குரிய காரணம் அவர் பல்வேறு அணு அலையியற்றிகளின் அதிர்வுகள்

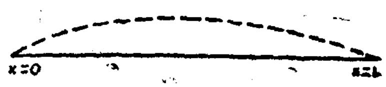


படம் 4.1

வெப்பநிலைக்கேற்ப C_v மாறுதல்

ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பற்றவை யென்றும், எல்லா அலையியற்றிகளும் ஒரே அதிர்வெண்ணில் அதிர்வுறும் என்றும் எடுத்துக் கொண்டதே ஆகும். ஆனால் உண்மையில் ஒரு திண்மத்திலுள்ள அணுக்கள் ஒன்றோடொன்று தொடர்பு கொண்டவை; அவை ஒன்றோடொன்று வில்களால் (springs) பிணைக்கப்பட்டிருப்பது போன்ற அமைப்பையுடையன என்று கொள்ளலாம். அவ்வாறாயின், அவை யாவும் ஒரே அதிர்வெண்ணில் அலைவுறும் என்று கொள்ள முடியாது. அவை வேறுபட்ட பல அதிர்வெண்களில் அலைவுறலாம். இவ்வடிப்படையில் டிபை (Debye) ஒரு கொள்கையை உருவாக்கினார். அதனைப் பார்ப்பதற்கு முன்னால் ஒரு தொடர்ச்சியான ஊடகத்தில் (medium) இருக்கக்கூடிய அதிர்வு வகைகளை (vibrational modes) முதலாவதாக ஆராய வேண்டியவர்களாகின்றோம்.

வரையறுக்கப்பட்ட எல்லைகளை, அதாவது, பக்கங்களை உடைய ஒரு முப்பரிமாணப் படிகத்தின் அதிர்வு வகைகளைக் கண்டு பிடிப்பதற்கு முன்னோடியாக ஓர் ஒற்றைப் பரிமாணப்படிகத்தின், அல்லது இரு முனைகளிலும் இழுத்துக் கட்டப்பட்டுள்ள ஒரு கம்பியின் (string) அதிர்வு வகைகளை ஆராய்வோம்.



படம் 4.2
இரு முனைகளிலும் இழுத்துக் கட்டப்பட்ட கம்பி

படம் 4.2-ல் காட்டப்பெற்றுள்ளது போன்ற ஒரு கம்பியினை எடுத்துக் கொள்வோம். இது, இதன் இரு முனைகளிலும் இழுத்துக் கட்டப் பெற்றுள்ளது. எனவே அவ்விடங்களில் அதன் பெயர்ச்சி சுழியாகத்தான் இருக்க வேண்டும். அதாவது, $x = 0$-லும், $x = L$-லும் $y = 0$. கம்பியின் மீது x தூரத்திலுள்ள புள்ளியினது விலக்கம் (deflection) t நேரத்தில் $y\ (x,t)$ ஆனால், கம்பியின் இயக்கத்தை

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \quad \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \longrightarrow 4\cdot24$$

என்ற ஒற்றைப் பரிமாண அலைச் சமன்பாட்டினால் விவரிக்கலாம். இதில், v என்பது அலைகள் பரவும் திசைவேகம் (velocity).

மேலும், $v = \gamma\lambda$

அல்லது, $v = \dfrac{2\pi\gamma}{2\pi/\lambda}$

$$\text{அல்லது, } v = \frac{\omega}{K} \longrightarrow 4\cdot25$$

இங்கே, ω என்பது கோண அதிர்வெண்ணையும் (angular frequency), K என்பது அலை எண்ணையும் (wave number) $\left(K=\dfrac{2\pi}{\lambda}\right)$, λ என்பது அலைநீளத்தையும் குறிக்கும். எனவே சமன்பாடு 4·24 ஐப் பின் காணுமாறு மாற்றி எழுதலாம்.

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{K^2}{\omega^2} \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \longrightarrow 4\cdot26$$

மாறிகளைப் பிரித்தல் முறையைப் (method of separation of variables) பயன்படுத்திக் கொண்டு

$$y = X(x) \cdot T(t)$$

எனக் குறிக்கலாமெனக் கொண்டால் சமன்பாடு 4·26 ஆனது

$$\frac{1}{T} \cdot \frac{d^2 T}{dt^2} = \frac{\omega^2}{K^2} \cdot \frac{1}{X} \cdot \frac{d^2 X}{dx^2} \longrightarrow 4 \cdot 27$$

எனவாகும். இச்சமன்பாட்டில் இடப்புறம் t-ன் சார்பாகவும் வலப்புறம் x-ன் சார்பாகவும் மட்டிலும் இருக்கின்றன. எனவே, இவை சமமாக இருக்க வேண்டுமானல் இரண்டுமே ஒரு மாறிலிக்குச் சமமாக இருக்க வேண்டும். இம் மாறிலி $-\omega^2$ எனக் கொண்டால்,

$$\frac{1}{T} \cdot \frac{d^2 T}{dt^2} = \frac{\omega^2}{K^2} \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{d^2 X}{dx^2} = -\omega^2$$

எனவே, $$\frac{d^2 X}{dx^2} + K^2 X = 0 \longrightarrow 4 \cdot 28$$

மற்றும், $$\frac{d^2 T}{dt^2} + \omega^2 T = 0 \longrightarrow 4 \cdot 29$$

இவ்விரு சமன்பாடுகளையும் தீர்க்க

$$X = A \sin Kx + B \cos Kx$$

$$T = C \sin \omega t + D \cos \omega t$$

இங்கே A, B, C, D ஆகியவை மாறிலிகள். இவற்றின் மதிப்பைக் கண்டுபிடிக்க வேண்டும். கம்பியானது இரு முனைகளிலும் கட்டப் பெற்றிருப்பதால்

$x = 0$-ல் $X = 0$

எனவே, $B = 0$; $X = A \sin Kx$.

எனவே, $y = XT = (AC \sin \omega t + AD \cos \omega t) \sin Kx$

மேலும், $x = L$ லும், $y = 0$

எனவே, $\sin KL = 0$

அல்லது, $KL = n\pi$

இங்கே n என்பது சுழி உள்ளிட்ட ஒரு முழு எண். $n=0$ ஆனால் விலக்கம் எப்போதும் எல்லாவிடத்தும் சுழியாகும்; கம்பி அதிர்வுறாது. இது நமக்குத் தேவையற்ற நிலை. முழு எண் மதிப்புகளில்

$$K = \frac{n\pi}{L}$$

எனவே, n-ன் ஒவ்வொரு மதிப்பிற்கும் K-க்கு வெவ்வேறான மதிப்புகள் உண்டென்பதும், அதனால் λ-க்கும் வெவ்வேறான மதிப்புகள் இருக்குமென்பதும், எனவே கம்பி வெவ்வேறான வகைகளில் அதிர்வுறும் என்பதும் தெளிவு. இவ்வதிர்வுகளை

$$y\ (AC \sin \omega t + AD \cos \omega t) \sin \frac{n\pi x}{L} \longrightarrow 4{\cdot}30$$

எனும் சமன்பாட்டால் குறிக்கலாம்.

$$K = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{n\pi}{L} \text{ ஆனதால் } \lambda = \frac{2L}{n}$$

n-ன் மதிப்பைப் பொறுத்து கம்பி பல்வேறு அலைநீளங்களில் அதிர்வுறும். அவ்வலைநீளங்கள் யாவும் தனித்தனியான மதிப்புகள் (discrete values) ஆகும். அவற்றின் மதிப்புகள் $2L$, L, $\frac{2L}{3}$, $\frac{2L}{4}$,...

அலைபரவும் திசைவேகம் v ஆனால்,

$$\gamma = \frac{v}{\lambda} = \frac{vn}{2L}$$

n-ன் மதிப்புகளைப் பொறுத்து ஒரு தனித்தனியான அதிர்வெண் நிறமாலை (discrete frequency spectrum) கிட்டுகின்றது. எனவே,

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \text{ என்றும்,}$$

$$\gamma_n = \frac{vn}{2L} \longrightarrow 4{\cdot}31$$

எனவே, $n = \frac{2L}{v} \cdot \gamma$

இதனை வகைப்படுத்த,

$$dn = \frac{2L}{v} \cdot d\gamma$$

இங்கே dn என்பது $d\gamma$ அதிர்வெண் இடைவெளியில் இருக்கக் கூடிய அதிர்வு வகைகளின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கின்றது.

ω ஆனது n-ன் சார்பாக இருத்தலால், ω-க்குப்பதில் ω_n என சமன்பாடு 4.30-ல் எழுத,

$$y = (AC \sin \omega_n t + AD \cos \omega_n t) \sin \frac{n\pi x}{L} \longrightarrow 4 \cdot 32$$

இதனை எளிமைப்படுத்தி, G எனுமொரு புதிய மாறிலியை எடுத்துக்கொண்டு கீழ்க்காணுமாறு எழுதலாம்.

$$y = G \cos \omega_n t \sin \frac{n\pi x}{L} \longrightarrow 4 \cdot 33$$

இச்சமன்பாட்டின் தீர்வுகள் (solutions) நிலை அலைகளுக்கு (standing waves) ஆனவையாம்.

இப்போது, முப்பரிமாணத் திண்மத்தை எடுத்துக்கொள்வோம். இதன் அதிர்வு வகைகளைக் காண்பதற்கு, திண்மத்தின் மூன்று பரிமாணங்களில் பரவும் அலை இயக்கத்திற்கான சமன்பாட்டினை எழுதவேண்டும். ஈண்டு விலக்கத்தை U எனக் [இங்கே U ஆனது U (x, y, z, t) ஆகும்] கொண்டு சமன்பாடு 4·24ஐ ஒட்டிச் சமன்பாட்டினைக் கீழ்க்காணுமாறு எழுதலாம்.

$$\nabla^2 U = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} \longrightarrow 4 \cdot 34$$

இங்கே v என்பது அலையினது திசைவேகத்தைக் குறிக்கும். இது எல்லாத் திசைகளிலும் சமமெனக் கொள்ளப்படும். சமன்பாடு 4·34ஐ மாற்றி எழுத,

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} \longrightarrow 4 \cdot 35$$

இப்போது, முப்பரிமாணத் திண்மத்தை L பக்கமுடைய ஒரு கனசதுரமாகக் கொண்டால், நிலை அலைகளுக்கான தீர்வுகளாகக் கீழ்க்காணும் மதிப்பினை எழுதலாம்.

$$U(x, y, z, t) = G \sin \frac{n_x \pi x}{L} \sin \frac{n_y \pi y}{L} \sin \frac{n_z \pi z}{L} \cos \omega t$$
$$\longrightarrow 4 \cdot 36$$

இங்கே, n_x, n_y, n_z ஆகியவை முழு எண்கள் (சுழி தவிர்த்து) ஆகும்.

இந்தத் தீர்வினைச் சமன்பாடு 4·35-ல் பயன்படுத்த

$$\frac{\pi^2}{L^2}(n_x^2 + n_y^2 + n_z^2) = \frac{4\pi^2 \gamma^2}{v^2} \longrightarrow 4 \cdot 37$$

மேலும் $v = \gamma \lambda$ ஆனதால்

$$\frac{\pi^2}{L^2}(n_x^2 + n_y^2 + n_z^2) = \frac{4\pi^2}{\lambda^2} \longrightarrow 4 \cdot 38$$

மேற்கண்ட சமன்பாடுகளிலிருந்து. அலைகளுக்கு இருக்கக் கூடிய அதிர்வெண்களையும் அலைநீளங்களையும் கணக்கிடலாம். அவற்றின் மதிப்புகளை n_x, n_y, n_z ஆகிய மூன்று குவான்டம் எண் களும் நிர்ணயிக்கின்றன.

இம்மூன்றும் (n_x, n_y, n_z) முழு எண்கள் ஆனதால் அதிர்வினது அதிர்வெண்கள் தனித்தனியாகத் (discrete) தானிருக்க வேண்டு மென்பது தெளிவு. n_x, n_y, n_z ஆகியவற்றின் மதிப்புகள் உயர் வானவையாக இருக்குமானால் அதிர்வெண்களுக்கிடையேயான வேறுபாடுகள் மிகக் குறைவானவையாக இருக்கும். எனவே, இருக்கக்கூடிய அதிர்வெண் நிறமாலையினைத் தொடர்ச்சியான தாகக் கருதலாம்.

இப்போது, γ, $\gamma+d\gamma$ ஆகிய அதிர்வெண்களுக்கு இடையே இருக்கக்கூடிய அதிர்வு வகைகளின் (modes of vibration) எண்ணிக்கை $Z(\gamma)d\gamma$ ஐக் கண்டுபிடிப்போம்.

n_x, n_y, n_z ஆகியவற்றைக் கொண்ட ஓர் ஆய அமைப்பினை (coordinate system) எடுத்துக் கொள்வோம். ஒரு குறிப்பிட்ட n_x, n_y, n_z மதிப்புகளுக்கியைந்த அதிர்வினது அதிர்வெண் γ ஆனது, இந்த ஆய அமைப்பில் n_x, n_y, n_z களால் குறிக்கப்படுகின்ற புள்ளியானது ஆதியிலிருந்து (origin) இருக்கும் தூரத்தைப் (R) பொறுத்திருக்கும். R-ன் மதிப்பினைக் கீழ்க்காணும் சமன்பாட் டினுல் எழுதலாம்.

$$R^2 = n_x^2 + n_y^2 + n_z^2$$

எனவே, 4·37-லிருந்து

$$R^2 = \frac{4L^2\gamma^2}{v^2} \longrightarrow 4 \cdot 39$$

n_x, n_y, n_z ஆகியவற்றின் மதிப்புகளில் ஏற்படும் எந்த மாற்றமும் R-ன் மதிப்பையும் அதனுல் γ-ன் மதிப்பையும் மாற்றும். எனவே, γ-க்கும் $\gamma + d\gamma$-க்கும் இடையே இருக்கக் கூடிய அதிர்வு வகைகளின் எண்ணிக்கையானது R தூரத்தில் dR கனத்தில் (thickness) உள்ள கூட்டில் (shell) இருக்கக்கூடிய அதிர்வு வகைகளே என்பது தெளிவு. n_x, n_y, n_z ஆகியவை நேர்க்குறி யுடையனவாகத்தான் இருக்குமானதால், அதிர்வு வகைகளின் எண்ணிக்கை இக் கூட்டின் எட்டில் ஒரு பகுதியிலுள்ளவையே.

$$\text{எனவே, } Z(\gamma)\, d\gamma = \frac{1}{8} \cdot 4\pi R^2\, dR$$

$$\text{அல்லது, } Z(\gamma)\, d\gamma = \frac{\pi R^2}{2} \,.\, dR$$

சமன்பாடு 4.39-லிருந்து

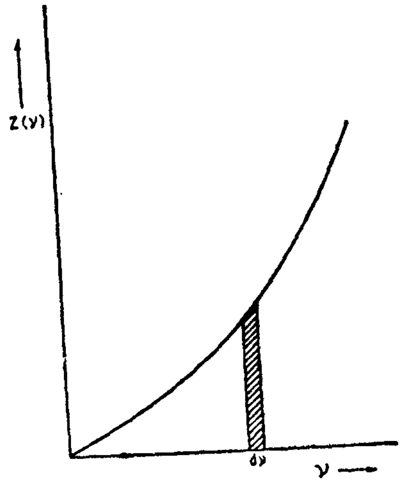
$$dR = \frac{2L}{v} \,.\, d\gamma$$

$$\text{எனவே, } Z(\gamma)\, d\gamma = \frac{\pi}{2} \,.\, \frac{4L^2}{v^2} \,.\, \gamma^2 \,.\, \frac{2L}{v} \,.\, d\gamma$$

$$\text{அல்லது, } Z(\gamma)\, d\gamma = \frac{4\pi L^3}{v^3} \,.\, \gamma^2\, d\gamma$$

$$\text{அல்லது, } Z(\gamma)\, d\gamma = \frac{4\pi V}{v^3} \,.\, \gamma^2\, d\gamma \qquad \longrightarrow \quad 4{\cdot}40$$

இங்கே $V = L^3$, திண்மத்தின் பருமனாகும்.



படம் 4.3
தொடர்ச்சியான முப்பரிமாண திண்மத்தின் அதிர்வெண் நிறமாலை

மேற்கண்ட சமன்பாட்டிலிருந்து தொடர்ச்சியான முப்பரிமாண திண்மத்தின் அதிர்வு வகைகள் γ^2-க்கு நேர்விகிதத்தில் உள்ளன என்பதும் γ-வினது அளவிற்கு எவ்வித வரம்புமில்லை என்பதும் தெரிகின்றது. $Z(\gamma)$-க்கும் γ-க்கும் ஒரு வரை படம் வரைந்தால் (படம் 4.3) γ-க்கும் $\gamma + d\gamma$-க்கும் இடைப்பட்ட அதிர்வு வகைகளின் எண்ணிக்கை படத்தில் கோடிட்டுக் காட்டப்பட்டுள்ள பகுதியின் பரப்பளவு என்பது தெளிவு. 0-க்கும் γ-க்கும் இடையே இருக்கக் கூடிய மொத்த அதிர்வு வகைகள்

$$\int_0^{\gamma} Z(\gamma)\, d\gamma = \frac{4\pi V}{v^3} \int_0^{\gamma} \gamma^2 d\gamma$$

$$\text{அல்லது, } \int_0^{\gamma} Z(\gamma)\, d\gamma = \frac{4\pi V}{3v^3} \,.\, \gamma^3 \qquad \longrightarrow \quad 4{\cdot}41$$

மேற்கண்ட விவாதத்தில் ஒரேயோர் அதிர்வு வகையினைத் தான் எடுத்துக் கொண்டோம். ஆனால், உண்மையில் ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பற்ற மூன்று அதிர்வு வகைகள் இருக்கக் கூடும். ஒவ்வோர் அணுவிற்கும் இரு குறுக்கு வகைகளும் (transverse mode), ஒரு நெடுக்கு வகையும் (longitudinal mode) இருக்கக்கூடும். எனவே, v_t, v_l என்பன முறையே குறுக்கு வகையிலும் நெடுக்கு வகையிலும் உள்ள திசைவேகங்களானால்,

$$Z(\gamma)\, d\gamma = 4\pi \left(\frac{2}{v_t^3} + \frac{1}{v_l^3}\right) V \gamma^2\, d\gamma \longrightarrow 4{\cdot}42$$

எனச் சமன்பாடு 4.41-லிருந்து எழுதலாம்.

4-6. வெப்ப எண்கள் பற்றிய டிபை கொள்கை

தாழ் வெப்ப நிலைகளில் வெப்ப எண்ணானது வெப்ப நிலையை யொட்டி மாறுவதனை விளக்க, தொடர்பம் மாதிரியினை (continuum model) டிபை (Debye) கையாண்டார். தொடர்பம் மாதிரியில் எல்லா அதிர்வெண்களும் இருக்கக் கூடுமெனக் கண்டோம். ஆனால், N அணுக்களையுடைய ஒரு திண்மத்தில் $3N$ அதிர்வு வகைகளுக்கு மேல் இருக்க முடியாது. எனவே, அதிர்வெண்ணிற்கு ஓர் உயர்மதிப்பு—உச்ச மதிப்பு இருக்க வேண்டுமென டிபை கொண்டார். இந்த உச்ச அதிர்வெண், வெட்டு அதிர்வெண் (cut off frequency) எனப்படும். இதனை டிபை அதிர்வெண் (Debye frequency) எனவும் அழைப்பதுண்டு.

γ_D என்பது வெட்டு அதிர்வெண்ணானால்,

$$\int_0^{\gamma_D} Z(\gamma)\, d\gamma = 3\,N \longrightarrow 4.43$$

என்பது தெளிவு. இதில் சமன்பாடு 4·42 ஐப் பயன்படுத்த

$$\int_0^{\gamma_D} 4\pi V\left(\frac{2}{v_t^3} + \frac{1}{v_l^3}\right) \gamma^2\, d\gamma = 3N$$

அல்லது, $4\pi V\left(\frac{2}{v_t^3} + \frac{1}{v_l^3}\right) \frac{\gamma_D^3}{3} = 3N$

அல்லது, $\gamma_D^3 = \frac{9N}{4\pi V}\left(\frac{2}{v_t^3} + \frac{1}{v_l^3}\right)^{-1} \longrightarrow 4{\cdot}44$

v_t, v_l ஆகியவை தோராயமாக 10^3 மீ/நொடி எனவும்,

$\frac{N}{V} \simeq 10^{28}$ மீ$^{-3}$ எனவும் கொண்டால்,

$$\gamma_D \simeq 10^{13} \text{ நொடி}^{-1} \text{ ஆகும்.}$$

எனவே, திண்மத்தினது அதிர்வுகளின் பெரும அதிர்வெண் 10^{13} ஹெர்ட்சுகள் ஆகும். எனவே, சிறும அலைநீளம் 10^{-10}மீ., அல்லது 1 ஆங்க்ஸ்ட்ராம் அலைநீளங்கள் அணுஇடைத் தூரங்களை விட (1 ஆங்க்ஸ்ராம்) அதிகமாக இருக்குமானதால் படிகமான அலைகளைப் பொறுத்தவரையில் ஒரு தொடர்பமாகக் காட்சியளிக்கின்றது என்னலாம். எனவே, டிபையின் தற்கோள் (assumption) சரியானதே.

எனவே, இந்த அடிப்படையில் திண்மங்களின் ஆற்றலைக் கணக்கிட்டு வெப்ப எண்ணிற்கான ஒரு சமன்பாட்டை வருவிப்போம்.

திண்மத்திலுள்ள அணுக்கள் ஒவ்வொன்றும் 0-விருந்து γ_D -க்குள் அமைந்த அதிர்வெண்களில் ஒவ்வோர் அதிர்வெண்ணில் அலைவுறும் எனக் கொள்ளலாம். எனவே, திண்மத்தின் ஆற்றல்,

$$U = \int_0^{\gamma_D} Z(\gamma)\, d\gamma \left\{ \frac{h\gamma}{e^{\frac{h\gamma}{kT}} - 1} \right\} \longrightarrow 4\cdot45$$

சமன்பாடு 4·42 ஐப் பயன்படுத்த,

$$U = \int_0^{\gamma_D} 4\pi V \left(\frac{2}{v_t^3} + \frac{1}{v_l^2} \right) \gamma^2\, d\gamma \,.\, \frac{h\gamma}{e^{\frac{h\gamma}{kT}} - 1}$$

அல்லது, $U = 4\pi V \left(\frac{2}{v_t^3} + \frac{1}{v_l^3} \right) \int_0^{\gamma_D} \frac{h\gamma^3\, d\gamma}{e^{\frac{h\gamma}{kT}} - 1}$

இதில் சமன்பாடு 4·44ஐப் பயன்படுத்த

$$U = \frac{9N}{\gamma_D^3} \int_0^{\gamma_D} \frac{h\gamma^3\, d\gamma}{e^{\frac{h\gamma}{kT}} - 1} \longrightarrow 4\cdot46$$

$x = \frac{h\gamma}{kT}$ எனவும், $x_m = \frac{h\gamma_D}{kT}$ எனவும் கொண்டால் சமன்பாடு 4·46ஐக் கீழ்க்காணுமாறு எழுதலாம்.

$$U = 9N\left(\frac{kT}{h\gamma_D}\right)^3 kT \int_0^{x_m} \frac{x^3\,dx}{e^x - 1} \longrightarrow 4{\cdot}47$$

இப்போது டிபை வெப்பநிலை (θ_D) (Debye's temperature) என்ற ஒன்றினைக் கீழ்க்காணுமாறு வரையறுத்துக் கொள்வோம்.

$$h\gamma_D = k\theta_D \longrightarrow 4{\cdot}48$$

$$\text{இதனால், } U = 9N\left(\frac{T}{\theta_D}\right)^3 kT \int_0^{\frac{\theta_D}{T}} \frac{x^3\,dx}{e^x - 1} \longrightarrow 4{\cdot}49$$

எனவாகும். இது N அணுக்களையுடைய திண்மத்தில் அதிர்வாற்றலைக் குறிக்கின்றது.

உயர் வெப்ப நிலைகளில் $T >> \theta_D$,

எனவே, $x << 1$

எனவே, சமன்பாடு 4·49 கீழ்க்காணுமாறாகும் :

$$U = 9N\left(\frac{T}{\theta_D}\right)^3 kT \int_0^{\frac{\theta_D}{T}} x^2\,dx$$

$$\text{அல்லது, } U = 9N\left(\frac{T}{\theta_D}\right)^3 . kT . \frac{1}{3}\left(\frac{\theta_D}{T}\right)^3$$

அல்லது, $U = 3NkT$

ஒரு கிராம் மூலக்கூறுக்கு $Nk = R$ ஆனதால்

$$U = 3RT$$

எனவே, பருமன் மாறா வெப்ப எண்

$$C_v = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_v = 3R$$

எனவே, டிபை கொள்கைப்படி உயர் வெப்ப நிலைகளில் $\frac{C_v}{3R}$-ன் மதிப்பு 1. இது நடைமுறை மதிப்புகளையும் முதுபழங் கொள்கை மதிப்பினையும் ஒட்டியேயுள்ளது.

தாழ் வெப்ப நிலைகளில் $T << \theta_D$. எனவே, x ஆனது மிக உயர்வாக இருக்கும்; x-ன் மதிப்பு ∞ ஐ எட்ட முயலும். இந்நிலைகளில் சமன்பாடு 4.49 கீழ்க்காணுமாறாகும்.

$$U = 9N \left(\frac{T}{\theta_D}\right)^3 kT \int_0^\infty \frac{x^3\,dx}{e^x - 1}$$

$$\int_0^\infty \frac{x^3\,dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15} \text{ ஆனதால்}$$

$$U = 9N \left(\frac{T}{\theta_D}\right)^3 kT \,\frac{\pi^4}{15}$$

அல்லது, $U = \frac{3}{5}\pi^4 . Nk . T \left(\frac{T}{\theta_D}\right)^3$

ஒரு கிராம் மூலக்கூறுக்கு $Nk = R$ ஆனதால்

$$U = \frac{3}{5}\pi^4 RT \left(\frac{T}{\theta_D}\right)^3$$

எனவே, $C_v = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_v = \frac{3R}{5} . \frac{\pi^4}{\theta_D^3} . 4T^3 \longrightarrow$ 4·50

அல்லது, $\frac{C_v}{3R} = \frac{4}{5}\pi^4 \left(\frac{T}{\theta_D}\right)^3$

அல்லது, $\frac{C_v}{3R} = F_D\left(\frac{\theta_D}{T}\right) \longrightarrow$ 4·51

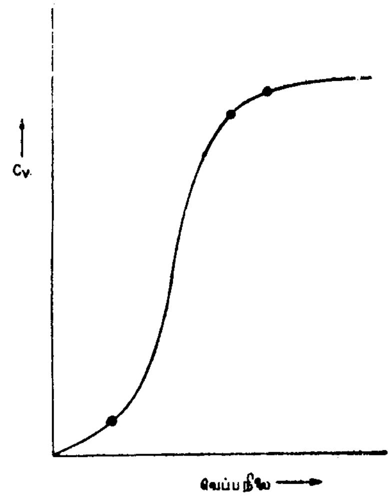
இங்கே, $F_D\left(\frac{\theta_D}{T}\right)$ என்பது டிபை சார்பு (Debye function) எனப்படும்.

மேலும், சமன்பாடு 4·50ஐப் பின் காணுமாறும் எழுதலாம்.

$\frac{C_v}{3R} = AT^3 \longrightarrow$ 4·52

இங்கே $A = \frac{4\pi^4}{5\,\theta_D{}^3}$ — ஒரு மாறிலி.

சமன்பாடு 4.52 டிபையின் T^3 விதி எனப்படும். இது நடைமுறையோடு மிகவும் பொருந்தியிருக்கின்றது. இதனைப் படம் 4.4 விளக்குகின்றது.



படம் 4.4
வெள்ளிக்கான நடைமுறை C_v மதிப்புகளும் (புள்ளிகளாகக் காட்டப்பட்டுள்ளன) டிபை கோடும்

டிபை கொள்கை பெருமளவு வெற்றியடைந்திருந்தாலும் மிகத் திருத்தமான சோதனைகள் இக் கொள்கைக்கு மாறுபட்ட மதிப்புகளைத் தாழ்ந்த வெப்ப நிலைகளில் தரத்தான் செய்கின்றன. இதனைக் கீழ்க் காணும் அட்டவணை (அட்டவணை 4.1) காட்டும்.

அட்டவணை 4·1

பொருள்	$T°$ கெ	θ_D கெ	$\frac{C_v}{T^3} \times 10^4$
Li	30	356	0·101
	20	340	0·118
	15	328	0·131
NaCl	20	288	0·388
	15	297	0·356
	10	308	0·334

டிபை கொள்கை நடைமுறையோடு முற்றிலும் பொருந்தியிருக்குமானல் $\frac{C_v}{T^3}$ ஒரு மாறிலியாக இருக்க வேண்டும். ஆனல் அவ்வாறின்மையை அட்டவணை உணர்த்தும். இந்த மாறுபாடுகளுக்கான காரணமாவது: டிபை ஒரு வெட்டு அதிர்வெண்ணை (γ_D) எடுத்துக்கொண்டார். இது அலையியற்றிகளின் பெரும அதிர்வெண்ணுகும். அதனல் சிறும அலைநீளம் ஏறத்தாழ 1 ஆங்க்ஸ்ட்ராம் இருக்க வேண்டுமெனக் கண்டோம். இது அணு இடைத் தூரத்தைப் போன்றது—அதனை யொட்டியதுதானேயன்றி அதனினும் மிகப் பெரியது அன்று. எனவே இவ்வலை நீளங்களில் திண்மத்தை ஒரு சரியான தொடர்பமாகக் கருதுவது முற்றிலும் சரியன்று. எனவே, வேறு வகையான வெட்டு முறைகள் கையாளப்பட வேண்டும். அவை இந்நூலின்கண் விவாதிக்கப்படவில்லை.

4·7. வெப்ப எண்களில் எலெக்ட்ரான்களின் பங்கு

உலோகங்களில் உள்ள இணைதிறன் எலெக்ட்ரான்களை (valence electron) கடத்து எலெக்ட்ரான்களாகக் (conduction electrons) கருதலாம். கடத்தலுக்குப் பயன்படும் இவ் வெலெக்ட்ரான்களைப் பெரும்பாலும் கட்டற்ற எலெக்ட்ரான்களாகக் (free electrons) கருதக்கூடும். அவ்வாறு கருதுங்கால அவற்றை வாயு மூலக்கூறுகளுக்கு (gas molecules) ஒப்பிடலாம்; அதனல் போல்ட்ஸ்மன் புள்ளியியலையும் (Boltzmann statistics), வாயு விதிகளையும் (gas laws) கையாளலாம்.

ஓர் அலகு பருமனிலுள்ள எலெக்ட்ரான்களின் எண்ணிக்கை 'n' ஆனல், T வெப்ப நிலையில் வெப்பக் கிளர்ச்சியால் (thermal agitation) ஓர் அலகு பருமனிலுள்ள எலெக்ட்ரான்களின் மொத்த ஆற்றல்

$$W = n.\frac{3}{2}kT \longrightarrow 4\cdot53$$

எனவே, ஒரு கிலோ கிராம் மூலக்கூறு பொருளுக்கு

$$W = \frac{3}{2}NkT$$

அல்லது, $W = \frac{3}{2}RT \longrightarrow 4\cdot54$

ஆனல், ஒவ்வோர் அணுவிலும் z கடத்து எலெக்ட்ரான்கள் இருக்குமானல்,

$$W = \frac{3}{2} RzT \qquad \longrightarrow \quad 4 \cdot 55$$

எனவே, பருமன் மாறு வெப்ப எண்

$$C_v = \left(\frac{\partial W}{\partial T}\right)_V = \frac{3}{2} Rz \qquad \longrightarrow \quad 4.56$$

உயர் வெப்ப நிலைகளில் பருமன் மாறு வெப்ப எண்ணில் அணிக் கோவை, அதிர்வுகளின் (lattice vibration) பங்கு (C_v அணிக் கோவை) $3R$ என முன்னரே கண்டோம். சமன்பாடு 4.56-லிருந்து எலெக்ட்ரானியப் பங்கு $\frac{3}{2} Rz$ எனத் தெரிகின்றது.

எனவே, பருமன் மாறு வெப்ப எண்ணின் மொத்த மதிப்பு

$$C_v = C_{v\ \text{அணிக்கோவை}} + C_{v\ \text{எலெக்ட்ரானிய}}$$

$$\text{அல்லது, } C_v = 3R + \frac{3}{2} Rz$$

$z = 1$ என மிகக்குறைந்த மதிப்பினை எடுத்துக்கொண்டாலும்,

$$C_v = 3R + \frac{3}{2} R$$

$$\text{அல்லது, } C_v = \frac{9R}{2}.$$

எனவே, உலோகங்களுக்கு உயர் வெப்ப நிலைகளில் பருமன் மாறு வெப்ப எண்ணின் மதிப்பு $\frac{9R}{2}$ எனுமளவு இருக்க வேண்டுமெனத் தெரிகின்றது. ஆனால், நடைமுறை ஆய்வுகளின்படி கடத்து எலெக்ட்ரான்களே இல்லையென்று சொல்லக்கூடிய கடத்தாப் பொருள்களுக்கு உள்ளது போன்றே உலோகங்களுக்கும் C_v-ன் மதிப்பு கிராம் மூலக்கூறுக்கு $3R$ ஆக இருக்கின்றது. C_v-ன் மொத்த மதிப்பு $\frac{9R}{2}$ எனுமளவு உயர்ந்து இருக்கக் கூடும் என்பதற்கான சோதனை வாயிலான சாட்சி ஏதுமில்லை. எனவே, இந்த மாறுபாட்டிற்கான காரணம் எலெக்ட்ரான்களுக்கு முதுபழங் கொள்கைப் புள்ளியியலைக் கையாண்டதே ஆகும். கடத்து எலெக்ட்ரான்களின் செயல்பாட்டினை விளக்குவதற்கு நாம் ஃபெர்மிடிராக் புள்ளியியலையே (Fermi—Dirac statistics) கையாள வேண்டுமேயன்றி போல்ட்ஸ்மன் புள்ளியியலையன்று. அதனை ஈண்டு, சற்றுக் காண்போம்.

E எனும் ஆற்றல் நிலையில் (energy state) ஓர் எலெக்ட்ரான் இருப்பதற்கான நிகழ்திறம் (probability) $p(E)$ எனவும், E, $E+dE$ ஆகிய ஆற்றல்களுக்கிடையே இருக்கக்கூடிய ஆற்றல் நிலைகளின் அடர்த்தி (density of states) $Z(E)$. dE எனவும், எலெக்ட்ரான்களின் எண்ணிக்கை N எனவும் கொண்டால்

$$N = \int_0^{\infty} p(E) \, . \, Z(E) \, . \, dE$$

மொத்த ஆற்றல் W ஆனால்,

$$W = N\bar{E}$$

அல்லது, $$W = \int_0^{\infty} E \, . \, p(E) \, . \, Z(E) \, . \, dE \qquad \longrightarrow \quad 4{\cdot}57$$

ஆகும். இதனைக் கொண்டு W-ன் மதிப்பைக் கீழ்க்காணுமாறு பெறலாம்.

$$W = W_0 + \frac{\pi^2}{4}(kT)^2 \cdot \frac{N}{kT_f} \qquad \longrightarrow \quad 4{\cdot}58$$

இங்கே, W_0 என்பது தனிச்சுழி வெப்ப நிலையில் எலெக்ட்ரான்களின் மொத்த ஆற்றலைக் குறிக்கும்; T_f என்பது ஃபெர்மி வெப்ப நிலை (Fermi Temperature). E_{f_0} என்பது தனிச்சுழி வெப்ப நிலையில் ஃபெர்மி ஆற்றலானால் (Fermi energy) T_f ஐக் கீழ்க்காணுமாறு வரையறுக்கலாம்.

$$E_{f_0} = kT_f \qquad \longrightarrow \quad 4{\cdot}59$$

பருமன் மாறா வெப்ப எண்ணில் கடத்து எலெக்ட்ரான்களின் பங்கு

$$C_{v\ \text{எலெக்ட்ரானிய}} = \left(\frac{\partial W}{\partial T}\right)_v$$

$$= \frac{\pi^2}{4}k^2 \, . \, 2T \, . \, \frac{N}{kT_f}$$

$$= \frac{\pi^2}{2} \, . \, Nk \, . \, \frac{T}{T_f}$$

ஒரு கிராம் மூலக்கூறை எடுத்துக் கொண்டால் $Nk = R$

$$\text{எனவே, } C_{v\ \text{எலெக்ட்ரானிய}} = \frac{\pi^2}{2} \cdot R \frac{T}{T_f} \longrightarrow 4{\cdot}60$$

ஒவ்வோர் அணுவிற்கும் z கடத்து எலெக்ட்ரான்கள் எனக் கொண்டால்,

$$C_{v\ \text{எலெக்ட்ரானிய}} = \frac{\pi^2}{2} \cdot Rz \cdot \frac{T}{T_f} \longrightarrow 4{\cdot}61$$

$$\text{அல்லது, } C_{v\ \text{எலெக்ட்ரானிய}} = \gamma T \longrightarrow 4{\cdot}62$$

$$\text{இங்கே } \gamma = \frac{\pi^2}{2} \cdot \frac{Rz}{T_f}, \text{ ஒரு மாறிலி}$$

எனவே, வெப்ப எண்ணில் எலெக்ட்ரான்களின் பங்கு வெப்ப நிலைக்கு நேர்விகிதத்தில் இருக்கின்றது. உலோகங்களுக்கு γ-வின் மதிப்பு 10^{-4} எனுமளவில் இருக்கும். எனவே, சாதாரண வெப்ப நிலைகளில் எலெக்ட்ரான்களின் பங்கு அணிக்கோவை அதிர்வெண் பங்கோடு ஒப்புநோக்க, புறக்கணிக்கத்தக்க அளவு சிறிதாக இருக்கும். இதனால்தான் சாதாரண வெப்ப நிலைகளில் உலோகங் களின் வெப்ப எண்ணானது கடத்தாப் பொருள்களின் வெப்ப எண்ணிற்குச் சமமாக இருக்கின்றது. அவ்வாறன்றித் தாழ் வெப்ப நிலைகளில் அணிக்கோவை அதிர்வின் பங்கு T^3-க்கு நேர்விகிதத்தில் இருப்பதால் விரைந்து குறைகின்றது; T-க்கு நேர்விகிதத்தி லிருக்கும் எலெக்ட்ரானியப் பங்கு மெதுவாகக் குறைகின்றது. எனவே, தாழ் வெப்ப நிலைகளில் அணிக்கோவை அதிர்வு பங்கைக் காட்டிலும் எலெக்ட்ரானியப் பங்கு உயர்ந்து காணப்படுகின்றது.

4-8. திண்மங்களின் வெப்பக் கடத்துதிறன்

ஒருபடித்தான (homogeneous), திசையொப்புப் பண்பிய லான (isotropic) பொருள் ஒரு வெப்பநிலைச் சரிவுக்கு (temperature gradient) ஆட்படுத்தப்படுமானால் அதன் ஊடே வெப்ப நிலைச்சரிவுக்கு எதிரான திசையில் வெப்பம் பாயும். $\frac{\partial T}{\partial x}$ என்பது வெப்பநிலைச் சரிவையும், ஓர் அலகு குறுக்குவெட்டில் ஒரு நொடி யில் பாயும் வெப்ப ஆற்றலை Q எனவும் குறித்தால்,

$$Q = -K\frac{\partial T}{\partial x} \longrightarrow 4{\cdot}63$$

இங்கே, K என்பது வெப்பக் கடத்துதிறன் (thermal conductivity) எனப்படும். Q ஆனது சதுர மீட்டருக்கு இத்தனை வாட்டுகள் என்ற அலகாலும், $\frac{\partial T}{\partial x}$ ஆனது மீட்டருக்கு இத்தனை

டிகிரி கெல்வின் என்ற அலகாலும் விடப்பட்டால் *K*-ன் அலகு வாட்டு மீ$^{-1}$ டிகிரி$^{-1}$ என்பது தெளிவு. சில பொருள்களின் வெப்பக் கடத்துதிறன்கள் அட்டவணை 4.2-ல் தரப்பட்டுள்ளன. இதிலிருந்து வெப்பக் கடத்துதிறன் பொருளுக்குப் பொருள்

அட்டவணை 4.2

பொருள்	*K*
Al	209
கான்ஸ்டான்டன்	22·5
Cu	385
Fe	67
Ni	54
மைக்கா	0·75
கார்பன்	4·2
கண்ணாடி (சாளரக்)	1·0
Au	290
Ag	420
Ge	59
நைக்ரோம்	14
பித்தளை	100
NaCl	7·0
KCl	7·0
AgCl	1·1

எந்த அளவு மாறுபடுகின்றது என்பது புலனாகும். காப்பான்களாகச் (insulator) செயல்படும் திண்மங்களில் இதன் மதிப்பு மிகக் குறைவாகவும், உலோகங்களில் உயர்ந்தும் காணப்படுவதை நோக்குக.

திண்மங்களில், வெப்பக் கடத்தல் இருவகை நிகழ்ச்சிகளால் விளைகிறது. அவை முறையே எலெக்ட்ரான்களின் இயக்கமும் அணிக்கோவை அதிர்வுகளுமாகும். உலோகங்களில் கடத்துகை எலெக்ட்ரான்களாலேயே பெருமளவு நடைபெறுகின்றது; கடத்தாப் பொருள்களில் அணிக்கோவை அதிர்வுகளால் நடைபெறுகின்றது. வழக்கமாக, வெப்பக்கடத்துதிறனில் அணிக்கோவை அதிர்வுகளின் பங்கு மிகமிகக் குறைவாக இருக்கும். இதனால் தான் கடத்தாப் பொருள்களின் வெப்பக் கடத்துதிறன்கள் மிகத் தாழ்ந்திருக்கின்றன.

எனவே, முதலில் வெப்பக்கடத்துதிறனில் எலெக்ட்ரான்களின் பங்கை முதலில் காண்போம்.

4-9. எலெக்ட்ரான்களின் வெப்பக் கடத்துதிறன்

முன்னரே கூறியதுபோல உலோகங்களிலுள்ள கடத்து எலெக்ட்ரான்களை வாயு மூலக்கூறுகளையொத்துக் கட்டற்ற எலெக்ட்ரான்களாகக் கருதலாம். இவ்வடிப்படையில் K-க்கான ஒரு மதிப்பினைக் காண்போம்.

பொருளில் x - திசையில் உள்ள வெப்பநிலைச் சரிவு $\frac{\partial T}{\partial x}$ எனக் கொள்வோம். எலெக்ட்ரான்களின் சராசரி ஆற்றலும் x-ன் சார்பாக இருக்கும். எனவே, $x = 0$ எனும் தளத்தில் (plane) எலெக்ட்ரானது சராசரி ஆற்றல் $W(0)$ எனக் கொண்டால், $x = 0$ விருந்து Δx தூரத்தில் எலெக்ட்ரானது ஆற்றலைக் கீழ்க் கண்டவாறெழுதலாம்.

$$W\ (\Delta x) = W(0) + \frac{\Delta E}{\Delta x} \cdot \Delta x \longrightarrow 4{\cdot}64$$

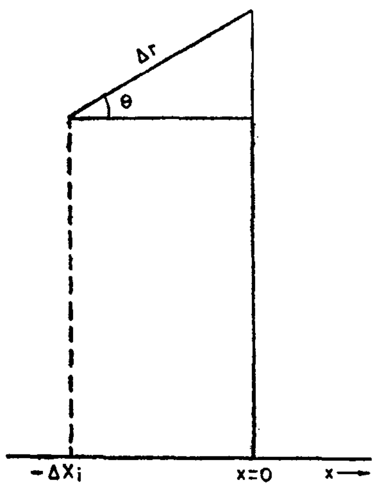
வெப்பநிலை மாற்றத்தாலேயே ஆற்றலில் மாற்றம் ஏற்படுவதால், E ஆனது Tஐப் பொறுத்துளது. எனவே,

$$\Delta x \xrightarrow{\text{வரம்பு}} 0 \ \frac{\Delta W}{\Delta x} = \frac{\partial W}{\partial x}$$

$$= \frac{\partial W}{\partial T} \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \cdot \Delta x$$

எனவே, $W(\Delta x) = W(0) + \frac{\partial W}{\partial T} \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \cdot \Delta x \longrightarrow 4{\cdot}65$

$x = 0$ எனுமிடத்திலுள்ள ஓர் அலகு பரப்பளவுள்ள ஒரு தளத்தினை எடுத்துக்கொள்வோம் (படம் 4.5). இந்தத் தளத்தின் வழியே $x > 0$, $x < 0$ எனும் இரு பகுதிகளிலு மிருந்து செல்லும் எலெக்ட்ரான்கள் வாயிலாகக் கடத்தப்படும் ஆற்றலை இப்போது கணிப்போம்.



படம் 4.5

ஒரு தளத்தின் ஊடு வெப்ப ஆற்றல் செல்வதைக் கணக்கிடுவதற்கான மாதிரி

$x = 0$ வழியாகச் செல்லும் ஓர் எலெக்ட்ரானது ஆற்றல் அது இத்தளத்தைக் கடப்ப தற்கு முன்னுல் அணிக்கோவை யோடு மோதியபோது பெற் றிருந்த ஆற்றலெனக் கொள்ள லாம். x திசையில் ஓர் எலெக்ட்ரானது திசைவேகக் கூறு (velocity component) v_{x_i} எனவும் இந்த எலெக்ட்ரான் $x = 0$ஐக் கடக்கு முன்னர் $x = 0$-லிருந்து $-\Delta x_i$ தூரத்தில் அணிக்கோவை யோடு மோதியதாகவும் கொள்வோம். மேலும், ஒரு மீட்டர் கன சதுரத்தில் இத் தகைய எலெக்ட்ரான்களின் எண்ணிக்கை n_i என்று இருப்ப தாகக் கொள்வோம். இப்போது இத்தகைய எலெக்ட்ரான்களில் ஒன்று மட்டிலும் $x = 0$ தளத்தைக் கடக்கும்போது பெற்றிருக்கும் ஆற்றல்

$$W\ (-\Delta x_i) = \left[W\ (0) - \frac{\partial W}{\partial T} \cdot \frac{\partial T}{\delta x}\ \Delta x_i \right]$$

n_i எலெக்ட்ரான்களால் ஆன இத்தொகுதி $x = 0$-லுள்ள ஓரலகு பரப்பு தளத்தின் ஊடே செலுத்தும் மொத்த ஆற்றல்

$$Q_i = \left[W\ (0) - \frac{\partial W}{\partial T} \cdot \frac{\partial T}{\partial x}\ \Delta x_i \right] v_{x_i}\ n_i$$

என்பது தெளிவு.

எனவே, எல்லா எலெக்ட்ரான் தொகுதிகளையும் கணக்கில் எடுத்துக்கொண்டால்

$$Q = \sum_i Q_i = \sum_i \left[W\ (0) - \frac{\partial W}{\partial T} \cdot \frac{\partial T}{\partial x}\ \Delta x_i \right] v_{x_i}\ n_i$$

ஆனால், $x = 0$-லுள்ள எலெக்ட்ரான்கள் சராசரியாகக் கடத்தும் ஆற்றல் சுழியானதால் $W(0)$ உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகையும் சுழியாகும்.

$$\text{எனவே, } Q = -\sum_i \frac{\partial W}{\partial T} \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \cdot \Delta x_i \, v_{x_i} n_i$$

ஓரலகு பருமனிலுள்ள எலெக்ட்ரான்களின் மொத்த எண்ணிக்கை n ஆனால்,

$$n \langle v_x \, \Delta x \rangle = \sum_i n_i \, \Delta x_i \, v_{x_i}$$

இங்கே $\langle v_x \, \Delta x \rangle$ என்பது $v_x \, \Delta x$ன் சராசரி மதிப்பு.

$$\text{எனவே, } Q = -n \langle v_x \, \Delta x \rangle \frac{\partial W}{\partial T} \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \longrightarrow 4 \cdot 66$$

இங்கே, W என்பது ஓர் எலெக்ட்ரானின் ஆற்றலையும் n என்பது ஓரலகு பருமனிலுள்ள எலெக்ட்ரான்களையும் குறிப்பதனால் $n \cdot \frac{\partial W}{\partial T}$ என்பது ஓரலகு பருமனுக்கான பருமன் மாறு வெப்ப எண் C_v ஆகும். எனவே,

$$Q = -C_v \langle v_x \, \Delta x \rangle \frac{\partial T}{\partial x} \longrightarrow 4 \cdot 67$$

இதனைச் சமன்பாடு 4·63 உடன் ஒப்பு நோக்க,

$$K = -C_v \langle v_x \, \Delta x \rangle \longrightarrow 4 \cdot 68$$

எனவே, K-ன் மதிப்பை அறிய $\langle v_x \, \Delta x \rangle$-ன் மதிப்பைக் கணக்கிட வேண்டும்.

படம் 4·5-ல் காட்டியுள்ளது போல் x அச்சுக்கு θ கோணத்தில் உள்ள திசையில் v திசைவேகத்துடன் செல்லும் ஓர் எலெக்ட்ரானை எடுத்துக்கொள்வோம். x திசையில் அதன் திசைவேகம் v_x ஆனால்

$$v_x = v \cos \theta .$$

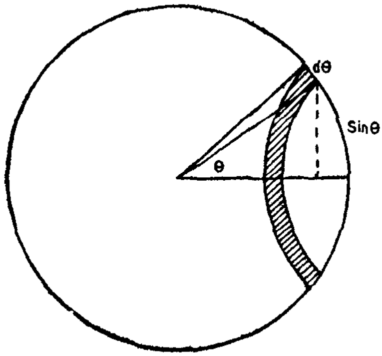
இந்த எலெக்ட்ரானானது $x = 0$ தளத்தைத் தாண்டுவதற்குள் Δr தூரம் செல்லுமானால்,

$$\Delta r = \frac{\Delta x}{\cos \theta}$$

$$\text{எனவே, } \langle v_x \, \Delta x \rangle = \langle v \, \Delta r \cos^2 \theta \rangle \longrightarrow 4 \cdot 69$$

இதன் மதிப்பைக் காண $\cos^2 \theta$-ன் சராசரி மதிப்புத் தேவை.

கடைசியாக அணிக்கோவையோடு மோதுண்ட பின் $x = 0$ தளத்தை நோக்கி ஓர் எலெக்ட்ரான் வருகையில் θ-க்கும், $\theta + d\theta$-க்கும் இடைப்பட்ட இடத்தில் இருப்பதற்கான நிகழ்திறம் $N(\theta)\, d\theta$ எனக் கொள்வோம். படம் 4.6-ல் காட்டியுள்ளது போல ஓரலகு ஆரமுடைய ஒரு கோளத்தை எடுத்துக்கொள்வோம்.



படம் 4.6

x அச்சுக்கு θ திசையில் நகரும் எலெக்ட்ரான்

$N(\theta)\, d\theta \propto \theta$-க்கும் $\theta + d\theta$-க்கும் இடையேயுள்ள கோளத்தின் மேற்பரப்பு

அல்லது, $N(\theta)\, d\theta = A.\ 2\pi \sin\theta\, d\theta$

இதில் A ஒரு மாறிலி. இதன் மதிப்பை இயல்பாக்கும் நிபந்தனைப்படி (normalization condition) கண்டுபிடிக்கலாம். இந் நிபந்தனைப்படி ஓர் எலெக்ட்ரானை இந்தக் கோளம் முழுமைக்குள் எங்காவது ஓரிடத்தில் காண்பதற்கான நிகழ்திறம் ஒன்றாகும். எனவே,

$$\int_0^{\pi} N(\theta)\, d\theta = 1 = \int_0^{\pi} A \cdot 2\pi \sin\theta\, d\theta$$

$$\text{எனவே, } \langle \cos^2\theta \rangle = \frac{\int_0^{\pi} \cos^2\theta \cdot 2\pi \sin\theta\, d\theta}{\int_0^{\pi} 2\pi \sin\theta\, d\theta}$$

அல்லது, $\langle \cos^2\theta \rangle = \frac{1}{3}$.

எனவே, சமன்பாடு 4·69 கீழ்க்கண்டவாறாகும்.

$$\langle v_x\, \Delta x \rangle = \langle \tfrac{1}{3} v\, \Delta r \rangle \longrightarrow 4{\cdot}70$$

இதனைச் சமன்பாடு 4·68-ல் பயன்படுத்த

$$K = \tfrac{1}{3} C_v\ \langle v.\ \Delta r \rangle \longrightarrow 4{\cdot}71$$

இங்கே $<v\triangle r>$ என்பது எல்லா எலெக்ட்ரான்களுடைய சராசரி மதிப்பு ஆனாலும், மிகுந்த கடுமையான கணக்கீடுகள் செய்தால் ஃபெர்மி திசைவேகத்தில் (Fermi velocity) செல்லும் எலெக்ட்ரான்களின் மதிப்புகளையே நாம் எடுத்துக்கொள்ள வேண்டும் என்பது தெரிய வரும். எனவே, v-க்குப் பதில் ஃபெர்மி திசைவேகத்தையும் (v_f), $\triangle r$-க்குப்பதில் சராசரி மோதலிடைத் தூரம் (mean free path) λ-வையும் எடுத்துக்கொள்ள வேண்டும்.

ஃபெர்மி திசைவேகத்தினைக் கீழ்க்காணுமாறு வரையறுக்கலாம்.

$$\frac{1}{2} m v_f^2 = E_f \quad \longrightarrow \quad 4.72$$

இங்கே E_f என்பது ஃபெர்மி ஆற்றல். எனவே,

$$K = \frac{1}{3}\ C_v.\ v_f.\ \lambda \quad \longrightarrow \quad 4.73$$

τ என்பது தளர் நேரம் (Relaxation time) எனில்

$$\lambda = v_f \tau \quad \longrightarrow \quad 4.74$$

எனவே,

$$K = \frac{1}{3}\ C_v.\ v_f^2\ \tau \quad \longrightarrow \quad 4.75$$

எலெக்ட்ரானிய C_v-ன் மதிப்பை நாம் முன்னரே கணக்கிட்டுள்ளோம்.

$$C_{v\ \text{எலெக்ட்ரானிய}} = \frac{\pi^2}{2} Rz \frac{T}{T_f} \quad \longrightarrow \quad 4.61$$

நம் விவாதத்தில் C_v என்பது $C_{v\ \text{எலெக்ட்ரானிய}}$ மதிப்பே ஆனதால்

$$K = \frac{1}{3}\left(\frac{\pi^2}{2} Rz \frac{T}{T_f}\right) v_f^2\ \tau$$

அல்லது, $$K = \frac{\pi^2}{6} Rz \frac{T}{T_f} \cdot v_f^2\ \tau \quad \longrightarrow \quad 4.76$$

$z = 1$ எனக் கொண்டால்,

$$K = \frac{\pi^2}{6}\ R \frac{T}{T_f} \cdot v_f^2\ \tau \quad \longrightarrow \quad 4.77$$

இங்கே, $E_f = E_{f0} = k\,T_f = \frac{1}{2} m v_f^2$ ஆகும்.

எனவே, $$K = \frac{\pi^2}{6} \cdot R. \frac{T}{T_f} \cdot \frac{2k\,T_f}{m} \cdot \tau$$

அல்லது, $K = \frac{\pi^2}{3} \cdot \frac{Rk\tau}{m} \cdot T$ ⟶ 4·78

அல்லது, $K = \frac{\pi^2}{3} \cdot \frac{nk^2}{m} \tau \cdot T$ ⟶ 4·79

மேற்கண்ட சமன்பாட்டிலிருந்து K ஆனது வெப்ப நிலைக்கு நேர்விகிதத்தில் இருப்பதாகக் காணப்படுகின்றது. ஆயின் τ என்பதும் வெப்ப நிலையைச் சார்ந்ததே. டிபை வெப்பநிலைக்கு மேற்பட்ட வெப்பநிலைகளில் τ ஆனது T^{-1}-க்கு நேர்விகிதத்திலிருக்கும். எனவே, இந்த வெப்பநிலை நெடுக்கத்தில் (temperature range) வெப்பக் கடத்துதிறனானது வெப்ப நிலையைச் சார்ந்ததன்று. ஆனால் தாழ் வெப்ப நிலைகளில் அவ்வாறன்று.

4·10. அணிக்கோவை அதிர்வுகளால் வெப்பக் கடத்தல்

உலோகங்களிலும் காப்பான்களிலும் (insulators) சூடான முனையிலிருந்து குளிர்ந்த முனைக்கு வெப்பமானது அணிக்கோவை அலைவுகளாலும் கடத்தப்படலாம் என்று முன்னரே கூறினோம். உலோகங்களில் இதன் பங்கு எலெக்ட்ரான் கடத்தலோடு ஒப்பு நோக்க மிகக் குறைவாக இருப்பினும் காப்பான்களில் இதுவே பெரும் பங்கேற்கின்றது.

1914 ஆம் ஆண்டில் டிபை, வெப்பக் கடத்தலில் அணிக்கோவை அதிர்வுகளின் பங்கிற்கான ஒரு கொள்கையை உருவாக்கினார். இதனைக் காண்பதன் முன்னர் நாம் ஃபோனான்கள் (phonon) குறித்து அறிந்து கொள்ள வேண்டும்.

அணிக்கோவை அதிர்வுகளும் திண்மத்தின் வெப்ப ஆற்றலுக்குக் காரணமாய் அமைகின்றனவென்றும் இவற்றின் ஆற்றல்களும் குவான்டப்படுத்தப் பெற்றவை என்பதும் நாமறிந்த ஒன்று. மின்காந்தக் கதிர்வீச்சுகளில் குவான்டம் ஆற்றல் ஃபோட்டான் (photon) என்று கூறப்படுவது போல அணிக்கோவை அதிர்வுகளின் குவான்டம் ஆற்றல் ஃபோனான் எனப்படும். ஒரு ஃபோனான் ஆற்றல் $= h\gamma$. ஈதர் ஊடகத்தில் ஃபோட்டான்களை ஒளி அலைகளாகப் பாவிப்பதுபோல, மீட்சியியல் ஊடகத்தில் (elastic medium) ஃபோனான் அலைகள் பரவுவதாகக் கூறுவது வழக்கம். இந்த ஃபோனான் அலைகளின் அதிர்வெண் நெடுக்கம் ஏறத்தாழ 10^4 ஹெர்ட்சிலிருந்து 10^{13} ஹெர்ட்சுகள் வரை இருக்கும். ஃபோனான் அலைகள் ஒலிஅலைகள் போன்றவையாதலால் இவை ஒலி அலைகளின் வேகத்திலேயே ஊடகத்தில் பரவும்.

இப்போது டிபை கொள்கைக்கு வருவோம். அணுக்களிடையேயுள்ள விசைகள் தூய சீரிசை விசைகளாக இருக்குமானல் அணிக்கோவை அலைகளிடையே எவ்விதமான பிணைப்பும் (coupling) இருக்க முடியாது. சீரிசை அலைகளைப் பொறுத்த வரையில் அலைகளிடையே சிதறல் நிகழ முடியாது. ஆனல், திண்மங்கள் வெப்பத்தால் பெருக்கமடைவதால் இவ்வலைகள் சீரிசையற்றவையே. எனவே, தூய சீரிசை அலைகளின் சராசரி மோதலிடைத் தூரம் (mean free path) λ_p ஆனது வரம்பிலியாகத்தான் இருக்க வேண்டும். ஆனல், சீரிசையற்ற அணிக்கோவை அதிர்வுகளுக்கு λ_p ஒரு குறிப்பிட்ட மதிப்பினைப் பெற்றிருக்கும்.

எனவே, வெப்பக் கடத்துதிறனில் அணிக்கோவை அதிர்வின் பங்கையும், சமன்பாடு 4.73ஐப் போன்றே பின்காணுமாறு எழுதலாம்.

$$K_{\text{அணிக்கோவை}} = \frac{1}{3} C_v \cdot v \lambda_p \qquad \longrightarrow 4.80$$

இங்கே, C_v என்பது ஓரலகு பருமனுக்கு பருமன்மாரு வெப்ப எண், v என்பது அலைபரவுதலின் திசைவேகம். 1914-ல் டிபையும் 1929-ல் பையர்ல்சும் (Peierls) λ_p ஆனது உயர் வெப்ப நிலைகளில் T^{-1}-க்கு நேர்விகிதத்திலிருக்குமெனக் காட்டினர். இவ்விவரங்களை நாம் மேற்கொண்டு ஆராயப் போவதில்லை.

உயர் வெப்ப நிலைகளில் வெப்ப எண் ஒரு மாறிலி ஆனதாலும் λ_p ஆனது T^{-1}-க்கு நேர் விகிதத்தில் இருக்குமானதாலும்

$$K_{\text{அணிக்கோவை}} \propto T^{-1} \qquad \longrightarrow 4\cdot81$$

தாழ் வெப்ப நிலைகளில் λ_p ஆனது படிகத்தின் பரிமாணங்களால் நிர்ணயிக்கப்படுகிறது. மேலும் $C_v \propto T^3$. எனவே, தாழ் வெப்ப நிலைகளில்

$$K_{\text{அணிக்கோவை}} \propto T^3 \qquad \longrightarrow 4\cdot82$$

5. உலோகங்களில் மின் கடத்தல்

5·1. உலோகங்களில் மின்புலத்தின் செயல்

R மின்தடையுள்ள ஒரு கடத்தியின்மீது V மின்னழுத்த வேறு பாட்டினைச் செயற்படுத்தினால் அதில் பாயும் மின்னோட்டத்தை (I) ஓமின் விதி தருமென நமக்குத் தெரியும். அதன்படி,

$$V = IR$$

கடத்தியின் நீளம் l எனவும், அதன் குறுக்குவெட்டுப் பரப்பு A எனவும் கொண்டால்,

$$R = \frac{\rho l}{A}$$

என்பதும் தெரியும். இங்கே ρ என்பது பொருளின் தடை எண் (resistivity). எனவே

$$V = I.\frac{\rho l}{A}$$

அல்லது, $\frac{V}{l} = \frac{I}{A}.\rho$

இங்கே, $\frac{V}{l}$ என்பது E என்ற மின்புலத்தையும், $\frac{I}{A}$ என்பது J என்ற மின்னோட்டச் செறிவையும் (current density) குறிக்கும்.

எனவே, $\epsilon = J \cdot \rho$

அல்லது, $J = \frac{\epsilon}{\rho}$

அல்லது, $J = \sigma \epsilon$. $\longrightarrow$ 5·1

இங்கே, σ என்பது மின்கடத்துதிறனாகும்.

சமன்பாடு 5.1 ஓம் விதியின் வேறு வடிவமே. இங்கே, மின்னோட்டச் செறிவு, மின்கடத்துத் திறன், மின்புலம் ஆகியவற்றால் ஓம் விதி (Ohm's law) விவரிக்கப்படுகின்றது. செயல்படுத்தப்

பெறும் மின்புலத்திஞல் கடத்தியில் என்ன விளைவு ஏற்படும் என் பதனை நுண்ணியமான அளவுகளால் (microscopic quantities) காண முனைவோம்.

ஒரு கடத்தியில் மின்புலம் ஒன்று செயல்படுத்தப் பெறும் போது அக்கடத்தியிலுள்ள கட்டற்ற எலெக்ட்ரான்கள் (free electrons) மின்புலத்திஞல் முடுக்கப் பெறுகின்றன. இதஞல் எலெக்ட்ரான்கள் மின்புலத்திற்கு எதிரான திசையில் பாய்கின்றன. இதனையே நாம் மின்ஞேட்டம் என்கின்ருேம். இவ்வாறு உண்டாகும் மின்ஞேட்டச் செறிவைக் கணக்கிடுவதற்கு இக் கடத்தல் எலெக்ட்ரான்களை நாம் வாயு மூலக்கூறுகளுக்கு ஒப் பிட்டு முதுபழங் கொள்கையினைப் பயன்படுத்தலாம்.

ஓர் அலகு பருமனுள்ள கடத்தியில் n எலெக்ட்ரான்கள் உள்ளன எனக் கொள்வோம். இவ்வெலக்ட்ரான்கள் யாவும் தம்மிச்சையாகப் பல்வேறு திசைவேகங்களோடு இயங்கிக்கொண் டிருக்கும். இந்தத் திசைவேகப் பங்கீடானது பொருளினுடைய வெப்பநிலையைப் பொறுத்திருக்கும். நாம் ஒரு மின்புலத்தைத் தொழிற்படுத்தாதிருந்தால் இவ்வெலக்ட்ரான்களின் சராசரித் திசைவேகம் எந்த ஒரு திசையிலும் சுழியாகத்தான் இருக்க வேண்டும். அவ்வாறில்லையெனின் அத்திசையில் ஒரு மின்ஞேட் டம் பாயுமன்ருே! எனவே,

$$\langle v_x \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} v_{xi} = 0$$

என எழுதலாம். இங்கே v_{x_i} என்பது i-ஆவது எலெக்ட்ராஞனுடைய x திசையில் திசைவேகக் கூறுகும்.

இப்போது, x-திசையில் ϵ_x எனும் ஒரு மின்புலத்தைத் தொழிற்படுத்துவதாகக் கொள்வோம். இப்புலத்தின் ஆளுகையில் ஒரு தனி எலெக்ட்ரான் என்ஞகுமெனக் காண்போம். இவ் வெலக்ட்ரான் $e\,\epsilon_x$ எனும் விசைக்காளாகும். e என்பது எலெக்ட் ரானின் மின்னூட்டம். இவ்விசையிஞல் m நிறையுடைய எலெக்ட் ரான் முடுக்கப் பெறும். இதஞல் ஏற்படும் இயக்கத்தைப் பின் வருமாறு குறிக்கலாம்.

$$m \frac{\langle dv_x \rangle}{dt} = e\,\epsilon_x \qquad \longrightarrow \quad 5 \cdot 2$$

தொகை, $\langle v_x \rangle = \dfrac{e\,\epsilon_x}{m} \cdot t +$ ஒரு மாறிலி.

மின்புலத்தைச் செயற்படுத்தத் தொடங்கியதிலிருந்து நேரத் தைக் கணக்கிடுவதாகக் கொண்டால் $t = 0$-ன் போது $\langle v_x \rangle = 0$.

எனவே,

$$<v_x> = \frac{e\,\epsilon_x}{m}\,.\,t$$

இதிலிருந்து எலெக்ட்ரானது சராசரித் திசைவேகம் நேரமாக ஆக அதிகரித்துக் கொண்டே செல்லுமெனத் தெரிகின்றது. கடத்தியிலுள்ள எல்லா எலெக்ட்ரான்களும் ஒன்றன்மீது ஒன்று ஆட்சி செலுத்தாதவை என்றும், ஒன்றோடொன்று மோதிக் கொள்ளாதவை என்றும் கொண்டால் இவ் வெலக்ட்ரான்கள் ஓட்டத்தால் x திசையில் ஏற்படும் மின்னோட்டச் செறிவு

$$J_x = ne <v_x> = ne\frac{e\,\epsilon_x}{m}\,t$$

அல்லது, $J_x = \dfrac{ne^2\,\epsilon_x}{m}\,t.$

எனவே, ஒரு மின்புலத்தைச் செயற்படுத்தினால் கடத்தியல் மின்னோட்டச் செறிவு நேரத்தோடு ஒட்டி உயர்ந்துகொண்டே செல்ல வேண்டும். ஆனால், ஓமின் விதிப்படி அவ்வாறு நடைபெற முடியாது. எனவே, எலெக்ட்ரான்கள் மோதல்களில் ஈடுபடா என்ற நம் தற்கோள் சரியானதன்று.

$e\,\epsilon_x$ விசையினால் எலெக்ட்ரான் முடுக்கப் பெற்றுச் செல்லும் போது அது ஓர் அயனியோடு மோதக்கூடும். அதன் விளைவாக அது தன்னுடைய உந்தத்தையும் (momentum) ஆற்றலையும் முற்றிலும் இழந்துவிடும். மீண்டும் அது மின்புலத்தால் முடுக்கப் பெற்று மேற்செல்லும்; மீண்டும் ஓர் அயனியோடு மோதும். இவ்வாறாக எலெக்ட்ரான் மோதுகையினால் ஆற்றலிழப்பதனை அங்கே ஓர் உராய்வு விசை (frictional force) இருப்பதாகக் கொள்ளலாம். அடுத்தடுத்த இரு மோதல்களுக்கிடையேயான நேரத்தைத் தளர் நேரம் (relaxation time) τ எனக் கொண்டால், இவ்வுராய்வு விசை $\dfrac{m<v_x>}{\tau}$ என்பது தெளிவு. எனவே, எலெக்ட்ரானின் இயக்கத்திற்கான சமன்பாடும் பின்காணுமாறு மாறும்:

$$m\frac{d<v_x>}{dt} + \frac{m<v_x>}{\tau} = e\,\epsilon_x \longrightarrow 4\cdot3$$

அல்லது, $\tau\dfrac{d<v_x>}{dt} = \dfrac{e\tau\epsilon_x}{m} - <v_x>$

அல்லது, $$-\frac{\tau\, d\langle v_x\rangle}{\frac{e\tau\,\epsilon_x}{m}-\langle v_x\rangle}=dt$$

அல்லது, $$\log\left[\frac{e\tau\,\epsilon_x}{m}-\langle v_x\rangle\right]=-\frac{t}{\tau}+\text{ ஒரு மாறிலி}$$

அல்லது, $$\frac{e\tau\,\epsilon_x}{m}-\langle v_x\rangle=Ae^{-\frac{t}{\tau}}$$

இங்கே A ஒரு மாறிலி.

$t=0$-ன் போது, $\langle v_x\rangle=0$; எனவே, $A=\dfrac{e\tau\,\epsilon_x}{m}$

எனவே, $$\frac{e\tau\epsilon_x}{m}-\langle v_x\rangle=\frac{e\tau\epsilon_x}{m}\cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

அல்லது, $$\langle v_x\rangle=\frac{e\tau\epsilon_x}{m}\left[1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right]$$

அல்லது, $$\langle v_x\rangle=\langle v_x\rangle_\infty\left[1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right]$$

இங்கே, $\langle v_x\rangle_\infty=\dfrac{e\tau\epsilon_x}{m}$ என்பது இறுதியில் இருக்கக் கூடிய சராசரி வேகம். இது நகர்வுத் திசைவேகம் (drift velocity) எனப்படும்.

எனவே, மின்னோட்டச் செறிவு

$$J_x(t)=ne\langle v_x\rangle=\frac{ne^2\tau}{m}\epsilon_x\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)\longrightarrow 5\cdot4$$

எனவே, மின்னோட்டச் செறிவு நேரம் அதிகரிக்க அதிகரிக்க அடுக்குக்குறி வகையில் உயரும். τ-ன் மதிப்பு வழக்கமாக 10^{-14} நொடிகள் எனுமளவில் இருக்குமானதால்தான் இந்த மின்னோட்டச் செறிவு உயர்வு நமக்குப் புலனாவதில்லை; மின்னோட்டச்

செறிவு தன்னுடைய நிலைத்த நிலை (steady state) மதிப்பினை அடைவதனை மட்டுமே உணருகின்றோம். இந்த நிலைத்த—நிலை மின்னோட்டச் செறிவு

$$J_x = \frac{ne^2\tau}{m}\,\epsilon_x \longrightarrow 5\cdot5$$

சமன்பாடு 5·5ஐச் சமன்பாடு 5·1 உடன் ஒப்பு நோக்க,

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m} \longrightarrow 5\cdot6$$

மின்கடத்து திறனானது ஓரலகு பருமனிலுள்ள கட்டற்ற எலெக்ட்ரான்களின் எண்ணிக்கையையும், எலெக்ட்ரானின் மின்னூட்டத்தையும், தளர் நேரத்தையும் பொருத்திருக்கின்றது.

எலெக்ட்ரான்களின் நகர்திறம் (mobility) என்ற ஓரளவு நமக்குக் குறைகடத்திகள் பற்றிய ஆய்வில் முக்கியமானது. இது ஓரலகு மின்புலம் செயல்படுத்தப் பெறுவதால் உண்டாகும் நிலைத்த-நிலை நகர்வுத்திசை வேகமாகும். எனவே நகர்திறம்

$$\mu = \frac{\langle v_x \rangle_\infty}{\epsilon_x} = \frac{e\tau}{m} \longrightarrow 5\cdot7$$

$$\text{எனவே, } \sigma = n e \mu \longrightarrow 5\cdot8$$

மேற்கண்ட விவாதங்கள் முதுபழங் கொள்கையின் அடிப்படையில் அமைந்தவை. ஆயின், எலெக்ட்ரான்கள் இயக்கத்தைக் குவான்டம்—எந்திரவியல் கருத்துகளின் அடிப்படையில் காண வேண்டும். அப்போது, மின் கடத்தலில் பங்கேற்கும் எலெக்ட்ரான்கள் ஃபெர்மி எலெக்ட்ரான்களே (Fermi electrons) என்றும், அதனால் ஃபெர்மி எலெக்ட்ரான்களின் தளர்நேரம் τ_f ஆனால் மின் கடத்து திறனுக்கான வாய்பாடு பின்காணுமாறு மாறுமென்றும் காட்டலாம்.

$$\sigma = \frac{ne^2\tau_f}{m} \longrightarrow 5\cdot9$$

மேலும் இவ்வெலக்ட்ரான்கள் முற்றிலும் கட்டற்றவையல்ல. அவை ஒரு காலாந்திர மின்னழுத்தக் கேணியில் (periodic potential well) நகர்வதால் இவ்வெலக்ட்ரான்களின் நிறை 'm'-க்குப் பதிலாகச் செயலுறு நிறை (effective mass) m^* என்பதனைக் கையாள வேண்டுமென்றும் காட்டலாம்.

எனவே,

$$\sigma = \frac{ne^2\tau_f}{m^*} \longrightarrow 5\cdot10$$

5-2. வீட்மன்—ஃபிரான்ஸ் விதி

ஓர் உலோகத்தினது வெப்பக் கடத்து திறனுக்கும் மின் கடத்து திறனுக்கும் உள்ள தொடர்பினைப் பற்றிய விதியே வீட்மன்—பிரான்ஸ் விதி (Wiedemann—Franz law) ஆகும்.

வெப்பக் கடத்து திறனுக்கான சமன்பாட்டைக் கடந்த அத்தியாயத்தில் கண்டோம். அது

$$K = \frac{\pi^2}{3} \cdot \frac{nk^2}{m} \cdot \tau T \longrightarrow 4\cdot64$$

கடந்த பகுதியில் வருவித்தபடி

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m} \longrightarrow 5\cdot6$$

எனவே, $\frac{K}{\sigma} = \frac{\pi^2}{3} \cdot \frac{nk^2}{m} \cdot \tau \cdot T \times \frac{m}{ne^2\tau}$

அல்லது, $\frac{K}{\sigma} = \frac{\pi^2}{3} \cdot \frac{k^2}{e^2} T$

அல்லது, $\frac{K}{\sigma T} = \frac{\pi^2}{3}\left(\frac{k}{e}\right)^2 \longrightarrow 5\cdot11$

அல்லது, $\frac{K}{\sigma T} = L$

இங்கே L என்பது ஒரு மாறிலி. இது லொரன்ட்ஸ் எண் (Lorentz number) எனப்படும். இதன் மதிப்பு $2\cdot45 \times 10^{-8}$ வாட் ஓம் டிகிரி$^{-2}$ ஆகும். எனவே, $\frac{K}{\sigma T}$-ன் மதிப்பு, எல்லா உலோகங்களுக்கும் எல்லா வெப்பநிலைகளிலும் (வெப்பக் கடத்தலில் மிகப் பெருமளவு கடத்தல் எலெக்ட்ரான்களால் நிகழ்ந்தால் மட்டிலும்) ஒரு பொது மாறிலியாக இருக்க வேண்டும். இதுவே **வீட்மன்—ஃபிரான்ஸ் விதி ஆகும்.**

அட்டவணை 5.1

சில உலோகங்களுக்கு ஆய்வுகள் வாயிலாகக் கண்ட லொரென்ட்ஸ் எண் மதிப்புகள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன :

உலோகம்	K 20° C-ல்	லொரென்ட்ஸ் எண் × 10^8 (வாட் ஓம் டிகிரி$^{-2}$)	
	வாட் மீ$^{-1}$ டிகிரி$^{-1}$	0° செ.-ல்	100° செ.-ல்
Ag	421	2·31	2·37
Au	295	2·35	2·40
Cu	384	2·23	2·33
Pb	35	2·47	2·56
Pt	69	2·51	2·60

5-3. மாறுதிசை மின்புலத்தில் மின் கடத்தல்

இதுகாறும் நிலை மின்புலத்தின் (Static electric field) உலோகங்கள் கடத்துதல் குறித்துப் பார்த்தோம். இனி ஒரு மாறு திசை மின்புலம் உலோகத்தின்மீது தொழிற்படுகையில் மின் னோட்டம் எவ்வாறிருக்குமெனக் காண்போம்.

செயல்படுத்தப்பெறும் மாறுதிசை மின்புலத்தை $\epsilon_{x_0} \cos \omega t$ எனக் குறிப்போம். இப்போது எலெக்ட்ரான்களின் இயக்கத்திற் கான சமன்பாட்டை வழக்கமான குறியீடுகளைப் பயன்படுத்திப் கீழ்க்காணுமாறு எழுதலாம்.

$$m \frac{dv_D}{dt} + \frac{mv_D}{\tau} = -e\,\epsilon_{x_0} \cos \omega t \longrightarrow 5{\cdot}12$$

நிலைத்த-நிலையில் இச்சமன்பாட்டிற்கான தீர்வைக் கீழ்க்காணுமா றெழுதலாம்.

$$v_D = \text{மெய்}\left(A^* e^{j\omega t}\right) \longrightarrow 5{\cdot}13$$

அதாவது v_D ஆனது $A^* e^{j\omega t}$ எனும் சிக்கல் எண்களின் (complex quantities) மெய்ப்பகுதிக்குச் (real part) சமம். இங்கே A^* ஒரு மாறிலி. இதன் மதிப்பைக் காணவேண்டும்.

சமன்பாடு 5.13 ஐச் சமன்பாடு 5.12-ல் பயன்படுத்த,

$$m.\ \text{மெய்}\left(A^* j\omega e^{j\omega t}\right) + m\ \text{மெய்}\left(\frac{A^*}{\tau} e^{j\omega t}\right) = -e\,\epsilon_{x_o}\ \text{மெய்}\left(e^{j\omega t}\right)$$

அல்லது, $\text{மெய்}\left[A^* (1 + j\tau\omega)\, e^{j\omega t}\right] = -\dfrac{e\,\epsilon_{x_o}\,\tau\ \text{மெய்}\left(e^{j\omega t}\right)}{m}$

இதிலிருந்து, $A^* = -\dfrac{e\tau}{m}\epsilon_{x_o} \cdot \dfrac{1}{1 + j\tau\omega}$

எனவே, $v_D = \text{மெய்}\left[-\dfrac{e\tau\epsilon_{x_o}}{m} \cdot \dfrac{1}{1 + j\tau\omega} \cdot e^{j\omega t}\right]$

அல்லது,

$$v_D = \text{மெய்}\left[-\frac{e\tau\epsilon_{x_o}}{m}\left\{\frac{\cos\omega t + j\sin\omega t}{1 + j\tau\omega} \cdot \frac{1 - j\tau\omega}{1 + j\tau\omega}\right\}\right]$$

அல்லது, $v_D = \text{மெய்}\left[-\dfrac{e\tau\epsilon_{x_o}}{m}\left\{\dfrac{\cos\omega t + j\sin\omega t - j\tau\omega\cos\omega t + \tau\omega\sin\omega t}{1 + \tau^2\omega^2}\right\}\right]$

அல்லது, $v_D = -\dfrac{e\tau\epsilon_{x_o}}{m}\left[\dfrac{\cos\omega t}{1 + \tau^2\omega^2} + \dfrac{\tau\omega}{1 + \tau^2\omega^2}\sin\omega t\right] \longrightarrow 5{\cdot}14$

எனவே, மின்னோட்டச் செறிவு

$$J_x = ne\,v_D$$

அல்லது, $J_x = \dfrac{ne^2\tau}{m}\epsilon_{x_o}$

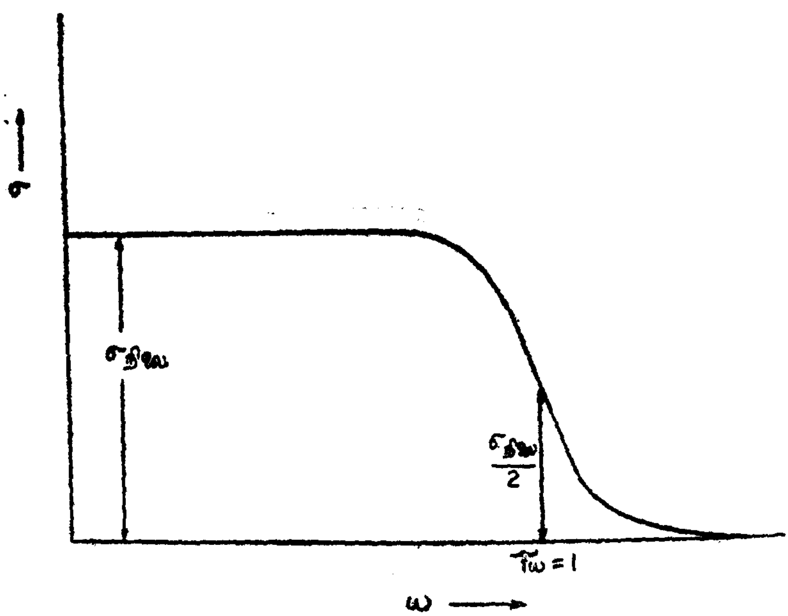
$$\left(\frac{\cos\omega t}{1 + \tau^2\omega^2} + \frac{\tau\omega}{1 + \tau^2\omega^2}\sin\omega t\right) \longrightarrow 5{\cdot}15$$

$\dfrac{ne^2\tau}{m} = \sigma_{\text{நிலை}}$ எனக் குறித்தால்,

$$J_x = \sigma_{\text{நிலை}} \, \epsilon_{x_0} \left(\frac{1}{1 + \tau^2 \omega^2} \cos \omega t + \frac{\tau \omega}{1 + \tau^2 \omega^2} \sin \omega t \right) \longrightarrow 5.16$$

இச்சமன்பாட்டின்படி மின்னோட்டச் செறிவானது மின்கடத்து திறனின் நிலைப்புல மதிப்பையும் ($\sigma_{\text{நிலை}}$), தளர்நேரத்தையும் (τ), செயல்படும் புலத்தின் கோண அதிர்வெண்(ω)ணையும் பொருத்துள்ளதென்பது தெரிகின்றது. மேலும் J_x-ன் மதிப்பு இரு பகுதிகளாக உள்ளதெனக் காண்க. இதில் முதல் பகுதி செயல்படும் புலத்தோடு ஒரே கட்டத்தில் (phase) இருக்கின்றது; பிந்தைய பகுதி ($\sin \omega t$ உள்ள உறுப்பு) செயல்படும் புலத்தின் கட்டத்திலிருந்து $\frac{\pi}{2}$ அளவு குறைவுபட்டிருக்கின்றது. மேலும் $\tau\omega << 1$ ஆனால்,

$$J_x = \sigma_{\text{நிலை}} \, \epsilon_{x_0} \cos \omega t$$



படம் 5.1
செயல்படு புலத்தின் அதிர்வெண்ணிற்கேற்ப σ மாறுதல்

எனவே, இந்நிலையின் மின்கடத்துதிறன் நிலைப்புல மதிப்பிற்குச் சமமாக ($\sigma_{\text{நிலை}}$) இருப்பதை நோக்குக. இதனால், உலோகமானது

ஒரு தூய மின்தடையாக இந்நிலைகளில் செயலாற்றுகின்றது எனச் சொல்லலாம். இது சாதாரண அதிர்வெண்களுடைய மின் புலத்தில் நிலையாம்.

$\tau\omega \simeq 1$ எனுமளவு நிலைகளில் நிலைமை வேறாகும்; மின் கடத்து திறன் விரைந்து குறைந்து சுழிநிலையையெட்டும்.

$$\tau\omega = 1 \text{ ஆனால்}$$

$$\sigma = \frac{\sigma_{\text{நிலை}}}{2}$$

தளர் நேரம் வழக்கமாக 10^{-14} நொடிகள் எனுமளவில் இருக்குமானதால் $\tau\omega = 1$ என்றால் $\omega = 10^{14}$ ஹெர்ட்சுகள் ஆகும். எனவே இந்த அளவு உயர்ந்த அதிர்வெண்களில் (இவை புற ஊதா ஒளி அதிர்வெண் நெடுக்கத்தில் உள்ளன.) மின்கடத்துதிறன் விரைந்து தாழும். இந்தக் குறைவிற்குக் காரணம் என்னையோ வெனின், இவ்வளவு உயர்ந்த அதிர்வெண்களில் எலெக்ட்ரான்கள் விரைந்து இயங்க முடியாது செயலிழந்து போதலும் அதனால் தொகுபயன் நகர் திசைவேகம் (resultant drift velocity) சுழியாதலுமேயாம், செயல்படு புலத்தின் அதிர்வெண்களுக்கேற்ப மின் கடத்துதிறன் மாறுதலைப் படம் 5.1 விளக்குகிறது.

6. மின்கடத்தாப் பொருள்கள்—நிலைமின்புலத்தில்

6-1. முன்னுரை

மின்கடத்தாப் பொருள்களின் (dielectrics) ஆய்வு திண்மநிலை இயற்பியலின் ஒரு முக்கியப் பகுதியாகும். மின்கடத்தாப் பொருள்கள் பெருமளவு நடைமுறைப் பயன்கள் உடையன வாதலின் அவற்றின் இயல்புகளை அறிந்து கொள்வது இன்றியமை யாததாகும். ஈண்டு மின்கடத்தாப் பொருள்கள் மின்புலத்தின் ஆளுகையில் எவ்வாறு செயல்படும் என்பதே முக்கியப் பிரச்சினை யாகும்.

மின்புலங்களின் ஆளுகையில் மின்கடத்தாப் பொருள்களின் பேரளவுப் பண்புகளின் (macroscopic properties) தன்மைகள் மின் புலக் கொள்கைகளில் (field theory) தெளிவாக விளக்கப் பெறும். அவை குறித்து இவண் நாம் காணப்போவதில்லை. மின் கடத் தாப் பொருள்களின் பேரளவுப் பண்புகளுள் இன்றியமையாதது அவற்றின் மின்கடத்தாமை எண்ணே (dielectric constant) ஆகும். இந்த மின்கடத்தாமை எண்ணுனது பொருளின் அணு இயலமைப்பை எவ்வாறு சார்ந்துள்ளது என்பதனை ஆய்தலே இவ்வத்தியாயத்தின் நோக்கம் ஆகும்.

மின் கடத்தாமை எண் சில பொருள்களுக்கு உயர்ந்தும் சில வற்றிற்குத் தாழ்ந்தும் இருப்பதேன்? சில பொருள்களின் மின் கடத்தாமை எண் வெப்பநிலையைச் சார்ந்திருக்க, மற்றவற்றிற்கு அவ்வாறில்லாமை ஏன்? ஒரு பொருள் நிலைமாறும்போது மின் கடத்தாமை எண் என்னுகும்? இவையொத்த பிரச்சினைகளை எளிய அணுமாதிரிகளைக் (atomic models) கொண்டு விளக்க முனைவோம். நாம் எடுத்துக் கொள்ளும் அணுமாதிரிகள்தாம் சிறந்த மெய் யான அணுமாதிரிகளாக இருக்கவேண்டுமென்ற நியதியில்லை; அவை நமக்கு மின்கடத்தாப் பொருள்களைப் பற்றிய கணக்கீடுகள் செய்வதற்கான அடிப்படைக் கருத்துகளைத் தெளிவாய் உணர்த்து வனவாய் அமைந்தால் போதும்.

6-2. மின்புலக் கொள்கையின் சில அடிப்படைகள்

எந்தவொரு மின்னூட்டத்திலிருந்தும் நாலாப் புறங்களிலும் மின்பாயம் (electric flux) புறப்பட்டுச் செல்லும். இவ்வாறு செல்லும் மின்பாயத்தினைப் பாயக் கோடுகளால் (flux lines) குறிக்கலாம். இக்கோடுகளுக்கு நேர்குத்தாக (normal) உள்ள ஓர் அலகு பரப்பின் ஊடே செல்லும் பாயக் கோடுகளின் எண்ணிக்கை பாய அடர்த்தி (flux density) எனப்படும். இதனை வழக்கமாக D எனக் குறிப்போம். இது ஒரு வெக்டார் அளவாகும். எந்த ஒரு புள்ளியிலும் செல்லும் பாயக்கோடுகளின் திசையே இதன் திசையாம்.

இவ்வடிப்படையில் q மதிப்புள்ள ஒரு புள்ளி அளவான மின்னூட்டத்தை எடுத்துக் கொண்டோமானால் அதிலிருந்து r தூரத்தில் மின்பாய அடர்த்தி

$$D = \frac{q}{4\pi r^2} \cdot a_r \qquad \longrightarrow \quad 6\cdot1$$

என எழுதலாம். இங்கே a_r என்பது மின்னூட்டத்திலிருந்து வெளிநோக்கிய ஆர திசையில் உள்ள ஓர் அலகு வெக்டார் (unit vector) ஆகும்.

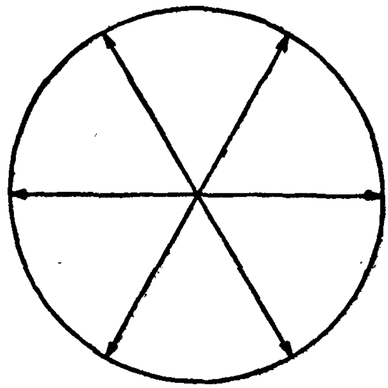
மின்புலத்தின் ஒரு புள்ளியில் மின்புலம் (E) என்ன என்பதனைக் கீழ்க்காணுமாறு வரையறுக்கலாம். அப்புள்ளியில் ஒரு சோதனை மின்னூட்டத்தை (q_1) வைக்க வேண்டும். அம் மின்னூட்டத்தின் மீது மின்புலத்தால் ஏற்படும் விசையைக் (F) கணக்கிட வேண்டும். இம்மின்னூட்டத்தின் மதிப்பு சுழி மதிப்பை எட்ட முனைகையில் விசைக்கும் மின்னூட்டத்திற்கும் உள்ள தகவின் எல்லை மதிப்பு மின்புல (E) மாகும். அதாவது,

$$E = \underset{q_1 \to 0}{\text{எல்லை}} \cdot \frac{F}{q_1} \qquad \longrightarrow \quad 6\cdot2$$

இடம் விட்டமைந்த இரு மின்னூட்டங்களுக்கிடையே ஒரு விசையிருக்கும். இதன் மதிப்பினைக் கூலம் விதியால் (Coulomb's law) காணலாம். கூலம் விதியாவது: சீரான, ஒருபடித்தான ஓர் ஊடகத்தில் ஒன்றுக்கொன்று r தூரத்தில் q, q_1 என்ற இரு மின்னூட்டங்கள் (மின்னூட்டங்களின் பரிமாணத்தைவிட r-ன் மதிப்பு பெரியதாக இருக்க வேண்டும்) இருக்குமானால் அவற்றின் இடையேயுள்ள விசையானது மின்னூட்டங்களின் பெருக்கற் பலனுக்கு நேர்விகிதத்திலும், தூரத்தின் இருமடிக்கு எதிர் விகிதத்திலும் இருக்கும். அதாவது,

$$F = \frac{q q_1}{4\pi \in_o \in_r r^2} \cdot a_r \qquad \longrightarrow \quad 6\cdot3$$

இங்கே, a_r என்பது q-விருந்து q_1ஐ நோக்கிய திசையிலுள்ள ஓர் அலகு வெக்டார். எனவே, படம் 6.1-ல் காட்டியுள்ளபடி q_1 ஆனது q-விருந்து r தூரத்தில் வைக்கப்பட்டால் a_r என்பது ஆர



படம் 6.1
ஒரு புள்ளி மின்னூட்டம்

திசையில் வெளிநோக்கிய ஓரலகு வெக்டார் ஆகும். எனவே சமன்பாடு 6 2 ஐப் பயன்படுத்த,

$$E = \frac{q}{4\pi \in_0 \in_r r^2} \cdot a_r \longrightarrow 6{\cdot}4$$

எனவே, சமன்பாடுகள் 6.1, 6.4 ஆகியவற்றை ஒப்பு நோக்க,

$$D = \in_0 \in_r \cdot E \longrightarrow 6{\cdot}5$$

எனவாகும். இங்கே $\in_0$ என்பது வெற்றிடத்தின் அனுமதிக்கும் திறன் (permittivity) அல்லது வெற்றிடத்தில் மின்கடத்தாமை எண் (dielectric constant) எனப்படும். இதன் மதிப்பு 8.854×10^{-12} ஃபாரட் மீ$^{-1}$ [Farad/metre] ஆகும். $\in_r$ என்பது பொருளின் (இங்கே மின்னூட்டத்தைச் சூழ்ந்துள்ள பொருள்) ஒப்பு அனுமதிக்கும் திறன் (realative permittivity) அல்லது ஒப்பு மின்கடத்தாமை எண் (relative dielectric constant) எனப்படும். நாம் MKS அலகினைப் பயன்படுத்துவதாலேயே $\in_0$ வருகின்றது. இது ஓர் அடிப்படை மாறிலி; அவ்வளவே. ஆனால், ஒப்பு மின் கடத்தாமை எண் $\in_r$ அவ்வாறல்ல. இது பொருளின் அணு இயலமைப்பைப் (atomic structure) பொருத்தது. நம் கவனம் முழுவதும் இந்த ஒப்பு மின்கடத்தாமை எண்ணில்தான் இருக்க வேண்டும். $\in_r$ என்பது ஓர் எண்தான் என்பதனை விளக்கத் தேவை

யில்லை. வெற்றிடத்திற்கு இதன் மதிப்பு 1 ஆகும். மற்றப் பொருள்களுக்கு $\in_r > 1$. இதனைப் பின்னர் நாம் உணர்வோம்.

மேலும், மேற்கண்ட சமன்பாடுகள் திசையொப்புப் பண்பிய லான (isotropic) பொருள்களுக்கே பொருந்தும். அதாவது $\in_r$ போன்ற அளவுகளின் மதிப்பினை நாம் எந்தத் திசையில் அளந்தா லும் அவற்றின் மதிப்புகள் ஒன்றாகவே இருக்கும்—திசைக்கு திசை $\in_r$-ன் மதிப்பு மாறாது. ஆனால், படிகங்களில் மின்கடத்தாமை எண் பொதுவாகத் திசையினைச் சார்ந்திருக்கும். பலபடிகப் பொருள்களிலோ (poly crystalline materials) எனில் அவற்றின் மணிகள் (grains) தம்மிச்சையாகப் பகிரப்பட்டிருக்குமான தால் திசைக்குத் திசை மாறும் பண்பு இராது. தனிப் படிகங்களுக்கு (ஒற்றைப் படிகங்களுக்கு), சமன்பாடு 6.5ஐ அப்படியே பயன்படுத்த முடியாது. அவற்றிற்கு மின்கடத்தாமை எண் ஒரு டென்சார் அளவாகும் (tensor quantity). அவை குறித்து நாம் ஈண்டு விவாதிக்கப் போவதில்லை. நம் கவனம் முழுதும் திசையொப்புப் பண்பியலான பொருள்களிலேயே இருக்கும்.

ஒரு பொருளின் $\in_r$-ன் மதிப்பை எளிதாக அளப்பதற்குரிய வழி, இணைதகடு மின்தேக்கி (parallel plate condenser) ஒன்றினது மின் தேக்குதிறனை (capacity) தகடுகளிடையே வெளி வெற்றிட மாக இருக்கும் போதும், பொருளால் நிரப்பப்பட்டிருக்கும் போதும் அளப்பதேயாம். வெற்றிடத்தால் நிரம்பிய இணைதகடு மின் தேக்கியின் மின் தேக்குதிறன்

$$C_{வெ} = \frac{\in_0 A}{d} \longrightarrow 6 \cdot 6$$

என்பதும், பொருளால் நிரப்பப்பட்டபோது

$$C_{பொ} = \frac{\in_0 \in_r A}{d} \longrightarrow 6 \cdot 7$$

என்பதும் நாமறிந்ததே. இங்கே $\in_r$ என்பது பொருளின் ஒப்பு மின்செலுத்துகைத் திறம் (relative permittivity); A என்பது தகட்டினது பரப்பளவு, d என்பது தகடுகளிடைத் தூரம்.

எனவே, இரு சமன்பாடுகளிலிருந்தும்

$$\in_r = \frac{C_{பொ}}{C_{வெ}} \longrightarrow 6 \cdot 8$$

என்பது தெளிவாகின்றது.

6-2·1. காஸ் தேற்றம்

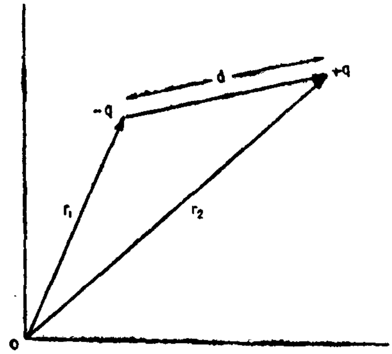
மூடிய மேற்பரப்பு ஒன்றின் ஊடு செல்லும் மின்பாயமானது அந்த மேற்பரப்பினுள் அடங்கியுள்ள மொத்த மின்னூட்டத்திற்குச் சமமாகும் என்பதே காஸ் தேற்றமாம் (Gauss theorem). இதனைக் கணிதவடிவில் கீழ்க்காணுமாறெழுதலாம்.

$$\oint_{s} D.\,ds = \int_{\text{பருமன்}} \rho\, dv \quad \longrightarrow \quad 6\cdot 9$$

இங்கே D என்பது பாய அடர்த்தியைக் குறிக்கும். ds என்பது D அளக்கப்படும் புள்ளியில் புறத்தே நோக்கியமைந்த வெக்டார் புறப்பரப்பு உறுப்பாகும் (vector surface element). இங்கு மூடிய புறப்பரப்பு முழுமைக்கும் தொகை எடுக்கப்படுகின்றது. ρ என்பது மின்னூட்டத்தின் பரும அடர்த்தி (volume density of charge). dv என்பது பரும உறுப்பினைக் குறிக்கும்.

6-2·2. இருமுனை திருப்புதிறனும், மின்முனைவாக்கமும்

இருமுனை திருப்புதிறன் (dipole moment), மின் முனைவாக்கம் (polarization) ஆகிய இரண்டும் இரு முக்கியக் கோட்பாடுகளாம். இவற்றைக் கொண்டே நாம் ஒப்பு மின் கடத்தாமை எண்ணை,



படம் 6.2
இருமுனையொன்றின் இருமுனை திருப்புதிறன்

பொருளின் அணுப் பண்புகள் அல்லது நுண்ணியல் பண்புகளோடு (microscopic properties) தொடர்புபடுத்த முடியும். எனவே, முதலில் இவ்விரண்டினையும் காண்போம்.

புள்ளி அளவான i மின்னூட்டங்கள் அடங்கிய ஓர் அமைப்பினது இருமுனை திருப்புதிறன் கீழ்க்காணுமாறு μ எனப்படும் ஒரு வெக்டாரால் வரையறுக்கப்படும்.

$$\mu = \sum_i q_i r_i \longrightarrow 6{\cdot}10$$

இங்கே r_i என்பது q_i மின்னூட்டத்திற்கு ஆதியிலிருந்து (origin) வரையப்படும் வெக்டார் ஆகும். எடுத்துக்காட்டாக, முதலில் $-q$, $+q$ என்ற இரு மின்னூட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று d தூரத்திலுள்ளதாகக் கொள்வோம். இப்போது ஓர் ஆயத் திட்டத்தினை (coordinate system) எடுத்துக் கொள்வோம். இத் திட்டத்தில் $-q$ ஐ ஆயத்தொடக்கத்தோடு சேர்க்கும் வெக்டார் r_1 எனவும், $+q$ ஐ ஆயத்தொடக்கத்தோடு சேர்க்கும் வெக்டார் r_2 எனவும் கொள்வோம். (படம் 6.2) இருமுனை திருப்பு திறன்கள் பற்றிய இலக்கணப்படி இந்த இரண்டு மின்முனைகளாலும் அமைகின்ற இருமுனையினது இருமுனை திருப்புதிறனைக் கீழ்க்காணுமாறெழுதலாம்.

$$\mu = -qr_1 + qr_2$$

அல்லது, $\mu = q(r_2 - r_1) \longrightarrow 6{\cdot}11$

படம் 6.2-லிருந்து இருமுனை திருப்புதிறனின் எண்மதிப்பு

$$\mu = qd \longrightarrow 6{\cdot}12$$

என எளிதில் கண்டு கொள்ளலாம்.

மேலும் இருமுனை திருப்புதிறன் பற்றிய வரையறை (சமன்பாடு 6.10)யானது நாம் எடுத்துக்கொள்ளும் ஆயத்திட்டத்தை யொட்டியதல்ல என்பதனை எளிதில் நிரூபிக்கலாம்.

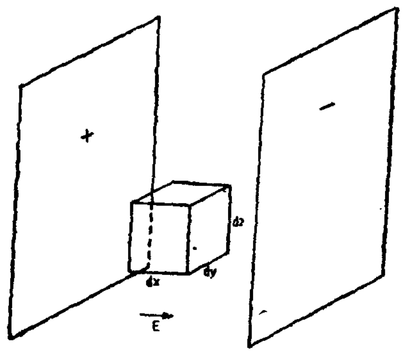
நாம் நம் விவாதங்களில் அடிக்கடி இரு முனைகளைப் (dipoles) பற்றிக் காண்போம். ஓர் இருமுனையென்பது ஒன்றுக்கொன்று இடம் விட்டமைந்த எதிரெதிர்க் குறியுடைய இரு மின்னூட்டங்களேயாம். இம்மின்னூட்டங்களின் பரிமாணம் இவற்றிடையே யுள்ள தூரத்தை நோக்க, மிகச் சிறிதாய் இருத்தல் வேண்டும்.

இப்போது, ஒருபடித்தான (homogeneous) திசையொப்புப் பண்பியலான (isotropic) மின்கடத்தாப் பொருள் ஒன்று ஓர் ஒருபடித்தான மின்புலத்தில் வைக்கப்படும்போது ஏற்படும் நிகழ்ச்சியினைக் கவனிப்போம். இதற்கென அப்பொருளை இணையான இரு தகடுகளுக்கிடையே வைத்து, அத்தகடுகள்மீது

ஒரு மின்னழுத்தத்தைச் செலுத்துவோம். அதனால் தகடுகளுக் கிடையே ஒரு மின்புலம் E ஏற்படும். இதனால் தகடுகளுக்கிடையே இருக்கக்கூடிய மின்பாய அடர்த்தி

$$D = \in_0 \in_r E \qquad \longrightarrow \quad 6 \cdot 13$$

இப்போது, மின்கடத்தாப் பொருளிலிருந்து dx, dy, dz என்ற அளவுகளையுடைய ஒரு சிறு பகுதியினை வெட்டி எடுத்து விடுவதாகக் கொள்வோம் (படம் 6.3).



படம் 6·3

மின்னூட்டப் பெற்ற இரு தகடுகளுக்கிடையேயுள்ள மின்கடத்தாப் பொருளில் உள்ள பொந்து

இதனல், தகடுகளுக்கிடையேயுள்ள மின்புலம் உருக்குலையச் செய்யும் (distored). அதாவது, மின்புலம் முன்போல் ஒரு படித் தானதாக இராது. அவ்வாறன்றி, மின்புலத்தை ஒரு படித் தானதாக இருக்கச் செய்யவேண்டுமானல் பொந்தினுள் உள்ள மின்புலமும் (E_i) பொந்தின் வெளியே உள்ள மின்புலமும் (E_0) ஒன்ருக இருக்கச் செய்யவேண்டும்.

அதாவது, $E_i = E_0 = E$

என ஆக்க வேண்டும். இங்கே,

$$E_i = \frac{D_i}{\in_0}$$

$$E_0 = \frac{D_0}{\in_0 \in_r}$$

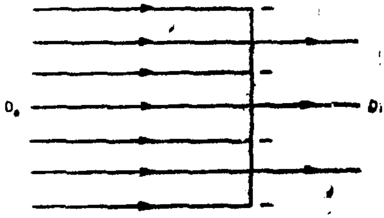
D_i, D_0 ஆகியவை முறையே பொந்திலும், பொருளிலும் உள்ள மின்பாய அடர்த்திகளாம். எனவே,

$$E_i = E_o = E \text{ ஆனால்,}$$

$$\frac{D_i}{\in_o} = \frac{D_o}{\in_o \in_r} = \frac{D}{\in_o \in_r} \longrightarrow 6 \cdot 14$$

எனவே, பொந்திலுள்ள மின்பாய அடர்த்தியானது பொருளிலுள்ளதைப் போல் $\frac{1}{\in_r}$ மடங்கு இருக்குமாறு செய்தால் பொந்தானது மின்புலத்தை ஒன்றும் செய்யாது. அதாவது பொந்து இருந்தாலும் மின்புலம் ஒருபடித்தாயிருக்கும்.

காஸ் தேற்றத்தின்படி ஒரு புறப்பரப்பில் பாய அடர்த்தியை மாறச் செய்ய வேண்டுமானால் அப் புறப்பரப்பானது மின்னூட்டங்களைப் பெறவேண்டும். எனவே, ஒரு புறப்பரப்பினைத் தாண்டுகையில் மின் பாய அடர்த்தியை D_0-லிருந்து D_i-க்குக் குறைக்கவேண்டுமாயின் அப்பரப்பின்மீது $-(D_0 - D_i)$ என்ற மின்னூட்ட அடர்த்தியினை அளிக்க வேண்டும். இதனைப் படம் 6.4 தெளிவாக்கும்.



படம் 6•4
ஒரு தளத்தைத் தாண்டுகையில் எதிர்மின்னூட்டங்களால் பாய அடர்த்தி D_0-லிருந்து D_i ஆகக் குறைதல்

எனவே, நாம் எடுத்துக் கொண்ட பிரச்சினையில் பொந்தின் இடப் பக்கத்தில் $-(D_0 - D_i)\ dy \cdot dz$ எதிர்மின்னூட்டங்களையும், பொந்தின் வலப்பக்கத்தில் $(D_0 - D_i)\ dy \cdot dz$ நேர்மின்னூட்டங்களையும் வைத்தால் மின்புலம் ஒருபடித்தாகவே இருக்கும். இவ்வாறு வைக்கப்படும் இரு மின்னூட்டங்களும் மின் நடுநிலை வகிக்கின்றன. இவை ஓர் இருமுனை திருப்புதிறனை உடைத்தாயிருக்கின்றன. அந்த இருமுனை திருப்புதிறன்

$$(D_0 - D_i)\ dx \cdot dy \cdot dz$$

என்பது தெளிவு. இந்த இருமுனை திருப்புதிறன் வெக்டாரின் திசைப் படம் 6.3-ல் இடமிருந்து வலமாகும். அதாவது மின்புலத்தின் திசைக்கு இணையாகும்.

சமன்பாடு 6.14-ன் படி

$$\frac{D_0}{D_i} = \in_r$$

எனவே, இந்த இருமுனை திருப்புதிறன்

$$(D_0 - D_i)\, dx\, dy\, dz = D_i\, (\in_r - 1)\, dx\, dy\, dz$$

அல்லது, $\text{திருப்புதிறன்} = \in_o E\, (\in_r - 1)\, dx\, dy\, dz$

அல்லது, $\text{திருப்புதிறன்} = \in_o\, (\in_r - 1)\, E\, dx\, dy\, dx$

அல்லது, ஓரலகு பருமனில்

$$\text{திருப்பு திறன்} = \in_0\, (\in_r - 1)\, E$$

இதுகாறும் கண்ட விவாதங்களிலிருந்து நமக்குப் புலனாவது என்ன? மின்புலத்தில் வைக்கப்பட்ட மின்கடத்தாப் பொருளில் ஒரு பொந்தை ஏற்படுத்தினால் மின்புலம் உருக்குலையும். புலம் உருக்குலையாதிருக்க வேண்டின் அப்பொந்தின் மின்புலத்திற்கு நேர்குத்தான பரப்புகளில் மின்னூட்டங்களை வைக்க வேண்டும். இது பொந்தில் $\in_0 (\in_r - 1)\, E\, dx\, dy\, dz$ என்ற திருப்புதிறனையுடைய இருமுனை ஒன்றினை வைப்பதற்குச் சமம்; பொந்தின் பருமன் ஒன்றானால் $\in_0 (\in_r - 1)\, E$ என்ற இருமுனை திருப்புதிறனுடைய இருமுனையை வைப்பதற்குச் சமம்.

பொந்திற்குப் பதிலாக, துவக்கத்தில் மின்கடத்தாப் பொருளே இருந்தது. அப்போது புலம் ஒருபடித்தாயிருந்தது. எனவே, மின்புலத்தின் ஆளுகையில் மின்கடத்தாப் பொருள் இருமுனை திறப்புதிறன்களைப் பெற்றிருக்கும். மின்கடத்தாப் பொருளின் பருமன் ஓர் அலகானால் இந்த இருமுனை திருப்பு திறன் $\in_0 (\in_r - 1)E$ எனவாகும். இதனை P எனக் குறித்தால்

$$P = \in_0 (\in_r - 1)E \qquad \longrightarrow \quad 6.15$$

மின்கடத்தாப் பொருளின் ஓரலகு பருமனின் இருமுனை திருப்புதிறனும் P அப்பொருளின் மின்முனைவாக்கம் (polarization) எனப்படும். இது கூலம் மீ$^{-2}$ எனும் அலகால் அளக்கப்படும்.

இவ்விவாதங்களில் மின்கடத்தாப் பொருளின் இயற்பியல் நிலை (physical state) குறித்து நாம் ஏதும் கூறவில்லையாதலான்

சமன்பாடு 6·15 ஆனது பொருளின் வாயு, திரவ, திண்ம நிலைகள் மூன்றனுக்குமே பொருந்தும் என்பது தெளிவு. இச்சமன்பாடு தான் $\in_r$-க்கும் அணுப்பண்புகளுக்குமுள்ள தொடர்பினைப் பெற உதவும் என்பது பின்னர் காணப்போகும் விவாதங்களிலிருந்து புலனாகும்.

6-3. மூவகை மின் முனைவாக்கங்கள்—நிலைமின்புலங்களில்

மின்புலக் கொள்கையின் அடிப்படைகளிலிருந்து மின்கடத்தாப் பொருள் ஒன்றனை ஒரு மின்புலத்தில் வைத்தால் அதில் மின் முனைவாக்கம் உண்டாகுமென்றும், அதன் மதிப்பு $P = \in_0(\in_r - 1)E$ என்றும் கண்டோம். மேலும், இச்சமன்பாட்டிலிருந்து மின்புலம் E சுழியானால், அதாவது, மின்புலத்தை விலக்கிவிட்டால் பொருளின் மின் முனைவாக்கமும் சுழியாகும் என்று தெரிகின்றது. மின்முனைவாக்கம் என்பதனை ஓரலகு பருமனின் இருமுனை திருப்பு திறன் என நாம் வரையறுத்தமையாலும், மின்புலத்தில் ஒரு மின் கடத்தாப் பொருள் வைக்கப்படும்போது அதில் மின்முனைவாக்கம் ஏற்படுகின்றது என்று கண்டமையாலும், மின்புலமானது மின்கடத்தாப் பொருளில் மின் இருமுனைகளை (electric dipoles) உண்டாக்கவோ அல்லது தூண்டவோ வேண்டுமென நாம் முடிவு செய்யலாம். இருப்பினும், சில பொருள்களில் மின்புலம் இருந்தாலும், இல்லாவிட்டாலும் நிலையான இருமுனைகள் இருக்கக் காண்கிறோம். ஆனால், மின்புலம் இல்லாதபோது இந்த இருமுனைகள் யாவும் தம்மிச்சையாகப் பகிரப்பட்டிருக்கும். அதனால் இருமுனை திருப்புதிறனின் தொகுபயன் சுழியாயிருக்கும். இப்போது அத்தகைய பொருளின்மீது ஒரு மின் புலத்தைச் செயற்படுத்த முயன்றால் இருமுனை திருப்புதிறன் உண்டாகும்.

எனவே, மின்முனைவாக்கம் என்பதனை, செயல்படுத்தப் பெறும் மின்புலத்தின் விளைவாக மின்கடத்தாப் பொருளில் ஏற்படும் ஒரு தற்காலிக மின்திரிபு (electrical strain) எனக் கூறலாம்.

எல்லாப் பொருள்களின் அணுக்களும் அவற்றின்மீது மின் புலம் செயல்படுத்தப்பெறும்போது திரிபடையும். இத்திரிபு எலெக்ட்ரானிய முனைவாக்கம் (electronic polarization) எனப்படும்.

அயனிப் படிகங்களில் மின்புலம் செயல்படும்போது நேர்மின் அயனிகளுக்கும், எதிர்மின் அயனிகளுக்கும் இடையேயுள்ள தூரம் பாதிக்கப்படும். இத் திரிபு அயனி முனைவாக்கம் (ionic polarization) எனப்படும்.

நிலையான இருமுனைகளையுடைய (permanent dipoles) பொருள்களில் மின்புலம் செயல்படும்போது மின்புலம் அவற்றைத் தன் திசையில் திருப்ப முனையும். இவ்வகைத் திரிபு திசைமுகமாக்கு முனைவாக்கம் (orientational polarization) எனப்படும்.

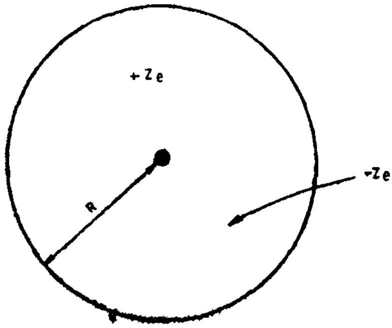
ஒரு பொருளின் மொத்த மின் முனைவாக்கம் இம்மூன்று மின் முனைவாக்கங்களின் கூட்டுத்தொகையே ஆகும்.

$$P = P_e + P_i + P_0$$

6-4. எலெக்ட்ரானிய முனைவாக்கம்

மின்புலத்தில் அணு அடையும் திரிபே எலெக்ட்ரானிய முனைவாக்கமெனக் கூறினோம். எனவே, இது குறித்து ஆய்தற்கு ஓர் அணுமாதிரியை (atomic model) எடுத்துக் கொள்ளவேண்டும். இதற்கு, முதுபழம் அணு மாதிரிக்கும் குவான்டம் மாதிரிக்கும் இடைப்பட்ட ஒன்றனை எடுத்துக் கொள்வோம்.

அணுவானது Ze நேர்மின்னூட்டமுடைய அணுக்கருவால் ஆனது. இதன் விட்டம் 10^{-15} மீ. எனுமளவில் இருக்கும். Z எலெக்ட்ரான்கள் இதனைச் சுற்றி வருகின்றன. குவான்டம் எந்திரவியல் கொள்கைப்படி இவ்வெலக்ட்ரான்களுக்கு ஒரு குறிப்பிட்ட இடம்தான் என்றில்லை. எந்த ஓரிடத்திலும் எலெக்ட்ரான் இருப்பதற்காக ஒரு நிகழ்திறம் (probability) உண்டு. நாம், இங்குத்தோராயமாக எலெக்ட்ரான்கள் யாவும் R ஆரமுடைய ஒரு கோளத்தினுள் ஒரேசீராகப் பகிர்ந்துள்ளன என்று கொள்ளலாம் (படம் 6.5). எனவே எலெக்ட்ரானிய மின்னூட்ட அடர்த்தி



படம் 6.5
அணு

$$\rho = \frac{-Ze}{\frac{4}{3}\pi R^3} \longrightarrow 6\cdot16$$

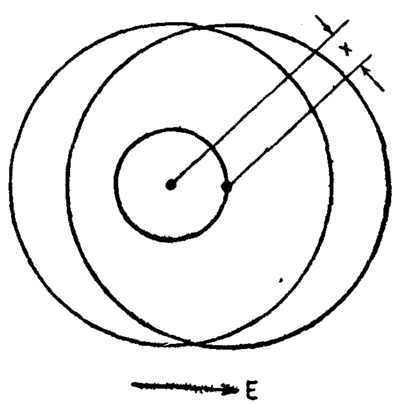
கோளத்தின் ஆரம் 10^{-10}மீ. எனுமளவில் இருக்குமானதால் அணுக்கருவை ($\simeq 10^{-15}$ மீ. விட்டம்) ஒரு புள்ளி அளவினதாகக் கருதலாம்.

மேற்கண்ட அணுமாதிரி செப்பமற்ற ஒன்றாயினும் நம் ஆராய்விற்கு இது போதும். இதனைக்கொண்டு நாம் பெறும்

முடிவுகள் நடைமுறை முடிவுகளோடு பெரிதும் பொருந்தி யிருக்கும்.

ஒரு மின்கடத்தாப் பொருளின் இம்மாதிரியான ஒரு தனி அணுவினை ஒரு மின்புலத்தில் (*E*) வைப்போம். அணுக்கருவும் எலெக்ட்ரான் முகிலும் (electron cloud) எதிரெதிரான மின்னூட்டங்களைப் பெற்றவையானதால் மின்புலத்தில் எதிரெதிரான விசைகளுக்காளாகும். அணுக்கரு மின்புலத்தின் திசையிலும் எலெக்ட்ரான் முகில் மின்புலத்திற்கு நேரெதிர்த் திசையிலும் நகர முயலும். இதனால் அணுக்கருவும் எலெக்ட்ரான் முகிலும் எதிரெதிராக இழுக்கப்பட்டு நகரும்போது இவற்றினிடையே ஒரு கூலம் விசை (coulomb force) உண்டாக வேண்டும். இவ்விசையால் இரண்டும் பழைய நிலையினையெய்த முயலும். எனவே, லொரென்ட்ஸ் விசை (Lorentz force), கூலம் விசை ஆகிய இரண்டு விசைகளால் அணுக்கருவும் எலெக்ட்ரான் முகிலும் ஒரு சம நிலையை எய்தும்.

இச் சமநிலையில் இவ்விரு விசைகளும் ஒன்றுக்கொன்று அளவில் சமமாயிருக்கும். இச் சமநிலையில் அணுக்கருவும் எலெக்ட்ரான் முகிலின் மையமும் ஒன்றுக்கொன்று x தூரம் பெயர்ச்சியடைந்திருக்கும் எனக் கொள்வோம் (படம் 6.6). இவ்வாறு பெயர்ச்சியடைகையில் எலெக்ட்ரான் முகிலின் உருவம் மாறவில்லை. அது முன் போலவே ஒருபடித்தான எலெக்ட்ரான் பகிர்வுடைய R ஆரமுடைய கோளமாகவே யுள்ளது எனக்கொண்டு பெயர்ச்சி x ஐக் கணக்கிடுவோம்.



படம் 6.6
புறமின்புலத்தால் அணுக்கருவும் எலெக்ட்ரான முகிலும் பெயர்ச்சியடைதல்

அணுக்கருவானது மின்புலத்தின் திசையில் அடையும் லொரென்ட்ஸ் விசை (Lorentz force) $F_1 = ZeE$ ஆகும். எலெக்ட்ரான் முகிலை இரு பகுதிகளாகப் பிரிக்கலாம்: (1) x ஆரமுடைய ஒரு கற்பனைக் கோளத்தின் உள்ளே இருக்கும் பகுதி (2) x, R ஆரங்களுடைய இரு கோளங்களுக்கும் இடைப்பட்ட பகுதி. அணுக்கருவின்மீது இவ்விரண்டா

வது பகுதியிலுள்ள எலெக்ட்ரான்கள் எவ்வித விசையும் செலுத்தா தென்பதனைக் காஸ் தேற்றத்திலிருந்து எளிதில் உணர்ந்து கொள்ளலாம். எனவே, பெயர்ந்த நிலையில் அணுக்கருவின் மீது x ஆரமுடைய கோளத்தினுள் உள்ள எலெக்ட்ரான்களே கூலம் விசையைச் செலுத்தும். இக் கோளத்தினுள் உள்ள எலெக்ட்ரான் களின் மின்னூட்டம்,

$$\rho \cdot \frac{4}{3}\pi x^3$$

சமன்பாடு 6·16ஐப் பயன்படுத்த, இதன் மதிப்பு

$$-\frac{Ze}{\frac{4}{3}\pi R^3} \cdot \frac{4}{3}\pi x^3$$

அல்லது, $- Ze . \dfrac{x^3}{R^3}$

ஆகும்.

எனவே, கூலம் விசை

$$F_2 = \frac{\left(Ze \frac{x^3}{R^3}\right) . Ze}{4\pi \in_0 x^2} \longrightarrow 6·17$$

சமநிலைக்கு லொரென்ட்ஸ் விசையும் (F_1), கூலம் விசையும் (F_2) சமமாக இருத்தல் வேண்டுமாதலால்

$$Ze\,E = \frac{\left(Ze \frac{x^3}{R^3} .\right) Ze}{4\pi \in_0 x^2} \longrightarrow 6·18$$

அல்லது, $x = \left(\dfrac{4\pi \in_0 R^3}{Ze}\right) E \longrightarrow 6·19$

எனவே, எலெக்ட்ரான் முகில் அடையும் இடப்பெயர்ச்சி யானது செயல்படுத்தப்பெறும் மின்புலத்திற்கு நேர்விகிதத்தில் உள்ளது. x என்பது இங்கே திரிபாகும் (strain). இது செயல் படுத்தப்பெறும் மின்புலத்திற்கு(E), அதாவது, தகைவிற்கு (stress) நேர் விகிதத்திலுள்ளது. எனவே, மீட்சி விசைகளுக்கான ஹூக் விதி (Hook's law) இதற்குப் பொருந்தும்.

இவ்வாறாக, மின்புலம் ஒன்றில் வைக்கப்படுகையில் அணுவின் நேர்மின்னூட்டமும் எதிர் மின்னூட்டமும் இடம் பெயருகின்றன.

மின்புலம் வைக்கப்படு முன்னர், நேர் மின்னூட்ட மையமும் எதிர்மின்னூட்ட மையமும் ஒரே இடத்தில் இருந்தன. அதனால் அப்போது இருமுனை ஏதும் இருக்க நியாயமில்லை. ஆனால், மின் புலத்தில் வைத்தவுடன் இவை இரண்டும் இடம்பெயர்ந்தன என்று சொன்னால் ஓர் இருமுனை உருவாகியுள்ளது என்றுதானே பொருள். எனவே, ஓர் இருமுனை திருப்புதிறன் அணுவில் தூண்டப் பெற்றுள்ளது என்பதனை உணர்கின்றோம். இந்தத் தூண்டப்பெற்ற திருப்புதிறன்

$$\mu = Ze \cdot x$$

அல்லது, $\mu = Ze \cdot \dfrac{4\pi \in_0 R^3}{Ze} \cdot E$

அல்லது, $\mu = (4\pi \in_0 R^3)\, E \qquad \longrightarrow \quad 6{\cdot}20$

அல்லது, $\mu = \alpha_e\, E \qquad \longrightarrow \quad 6{\cdot}21$

இங்கே, $\alpha_e = 4\pi \in_0 R^3$ என்பது எலெக்ட்ரானிய முனைவாக்கத் திறன் (electronic polarizability) எனப்படும்.

μ என்பது ஒரேயோர் அணுவில் தூண்டப்பெற்ற இருமுனை திருப்பு திறன். ஓரலகு பருமன் பொருளில் N அணுக்கள் உள்ளன என்றும், அணுக்கள் யாவும் ஒன்றுக்கொன்று மிகுந்த அளவில் இடம்விட்டு அமைந்திருக்கின்றன என்றும் அதனால் ஓர் அணுவில் தூண்டப்பெறும் இருமுனை மற்ற அணுக்களைப் பாதிக்கா தெனவும் கொண்டால் (இந் நிபந்தனைகள் வாயுக்களுக்கே பொருந்துமென்பதனை ஓர்க.), ஓரலகு பருமனிலுள்ள மொத்த இருமுனை திருப்புதிறன், அதாவது, எலெக்ட்ரானிய முனை வாக்கத்தின் மதிப்பு

$$P_e = N\mu_e$$

அல்லது, $P_e = N\,\alpha_e\, E \qquad \longrightarrow \quad 6{\cdot}22$

இதனைச் சமன்பாடு 6.15 உடன் ஒப்பு நோக்க,

$$\in_0 (\in_r - 1) = N\alpha_e \qquad \longrightarrow \quad 6{\cdot}23$$

என்பது தெளிவாகும். இச் சமன்பாடே சோதனைவாயிலாக அளக்கக்கூடிய $\in_r$-க்கும், அணுமாறிலியான α_e-க்கும் உள்ள தொடர்பினை அளிக்கின்றது.

ஒரு வளி அழுத்தத்தில் (one atmosphere) 0° செ. வெப்ப நிலையில் சோதனை வாயிலாக அளந்து நிர்ணயிக்கப்பட்ட He உடைய மின்கடத்தாமை எண் $\in_r = 1{\cdot}0000684$ ஆகும். இந்த

அழுத்தத்திலும் வெப்ப நிலையிலும் $N = 2{\cdot}7 \times 10^{25}$ அணுக்கள் மீ$^{-3}$ ஆக இருக்கும். சமன்பாடுகள் 6·20; 6.23-லிருந்து

$$\in_0 (\in_r - 1) = N.\ 4\pi \in_0 R^3$$

அல்லது,

$$\in_r - 1 = N.\ 4\pi R^3 \qquad \longrightarrow \quad 6{\cdot}24$$

இச்சமன்பாட்டில் மேற்கண்ட N, $\in_r$ மதிப்புகளைப் பதிலிட R-ன் மதிப்பு ஏறத்தாழ $0{\cdot}6 \times 10^{-10}$ மீட்டர் ஆகும். இது அணுவின் ஆரத்தின் சரியான மதிப்பையொட்டியே இருப்பதனைக் காண்க. எனவே, நாம் செப்பமற்ற அணுமாதிரியைப் பயன் படுத்தினாலும் அதில் கிடைக்கும் முடிவுகள் நடைமுறை மதிப்புகளையொட்டியே இருப்பதனைக் காண்க.

மேதகு வாயுக்களின் எலெக்ட்ரானிய முனைவாக்கத் திறனின் மதிப்புகள் கீழே அட்டவணை 6·1-ல் தரப்பட்டுள்ளன.

அட்டவணை 6·1

மேதகு வாயுக்களின் α_e

வாயு	α_e
He	0·18
Ne	0·35
A	1·43
Kr	2·18
Xe	3 54

மேற்கண்ட அட்டவணையிலிருந்து அணுக்கள் பெரியனவாக ஆக அவற்றின் முனைவாக்கத் திறனும் உயருவதனைக் காண்க. நாம் வருவித்த முடிவுகளும் இதனைச் சுட்டுவதனை உணர்க.

அணுக்கருவிற்கும், எலெக்ட்ரான் முகில் மையத்திற்கும் இடையே ஏற்படும் பெயர்ச்சி (x) ஆனது $\in_r$-ன் மதிப்பை நிர்ணயிப்பதில் முக்கியப் பங்கு வகிப்பதனால் இது எந்த அளவில் இருக்குமென்று கண்டுகொள்ள வேண்டியவர்களாகின்றோம்.

இதற்கு எடுத்துக்காட்டாக ஓர் A_r அணுவை எடுத்துக் கொள்வோம். A_rக்கு $Z=18$, $R \simeq 10^{-10}$மீ. இதன்மீது செயல்படும் மின்புலம் $E = 10^6$ வோல்ட்/மீ. எனக் கொண்டால்

$$x = \frac{4\pi \in_0 R^3}{Ze} \cdot E$$

அல்லது, $$x = \frac{4\pi \times 8 \cdot 854 \times 10^{-12} \times 10^{-30} \times 10^6}{18 \times 1 \cdot 6 \times 10^{-19}}$$

அல்லது, $x \simeq 4 \times 10^{-17}$ மீட்டர்.

இதிலிருந்து 10^6 வோல்ட்/மீ எனுமளவு உயர்ந்த மின்புலம் கூட மிகச் சிறிய இடப்பெயர்ச்சியினையே உண்டாக்குகின்றது என்பது தெரிகின்றது.

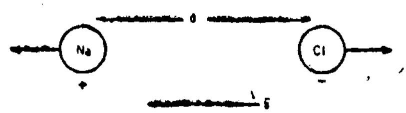
ஓரணுவின் எலெக்ட்ரானிய முனைவாக்கத் திறனானது முற்றிலும் அதனுடைய எலெக்ட்ரான் இயலமைப்பையே சார்ந்துள்ளது என்பதனையும், அதனால் இயலமைப்பு மாறாத வரையில் α_e-ம் மாறாதென்பதும் தெரிகின்றது. இக் கருத்து நமக்கு மிகுந்த முக்கியத்துவம் வாய்ந்தது. எவ்வாறெனில், அணுவினது எலெக்ட்ரான் இயலமைப்பு வெப்பநிலையைச் சார்ந்ததல்ல. வெப்பநிலை மிக உயர்வாக இல்லாத வரையிலும் இது உண்மையாகும். எனவே, இயல்பான வெப்பநிலைகளில் (normal temperatures) α_e-ன் மதிப்பும் வெப்பநிலையைச் சாராமலிருக்கும். எனவே, ஓரலகு பருமனிலுள்ள அணுக்களின் எண்ணிக்கை (N) மாறாத வரையில் மின் கடத்தாமை எண்ணின் மதிப்பு வெப்பநிலையைச் சாராதிருக்கும். இது அரும் வாயுக்களில் நடத்திய சோதனைகள் வாயிலாகவும் உண்மையெனக் கண்டுபிடிக்கப்பட்டுள்ளது. ஓரலகு பருமனிலுள்ள அணுக்களின் எண்ணிக்கை மாறுமானால் மின் கடத்தாமை எண்ணும் மாறும். அந் நிலைகளில் மின்கடத்தாமை எண் அணுக்களின் எண்ணிக்கைக்கு நேர்விகிதத்திலிருக்கும்.

6-5. அயனி முனைவாக்கம்

அயனிகளால் ஆன வேதியியல் சேர்மங்களில் மின்புலம் உண்டாக்கும் திரிபே அயனி முனைவாக்கம் எனக் கூறினோம். அயனிச் சேர்மமானது திரவ வடிவில் இருக்குமானால் அணு இடைத் தூரங்கள் குறைவென்றும் அதனால் ஓர் இருமுனைக்கும் மற்ற இரு முனைகளுக்கும் இடையே செயலெதிர்ச் செயல் (interaction) இல்லையென்று சொல்லுமளவு குறைந்ததெனவும் கொள்ளலாம். அயனிச் சேர்மங்களில் குறிப்பிடத்தக்கதான $NaCl$ ஐ எடுத்துக்

கொண்டு அதில் முனைவாக்கம் எவ்வாறு ஏற்படுகின்றது என்பதனை ஈண்டுக் காண்போம்.

சோடிய அணுவில் அணுக்கருவைச் சுற்றி 7 எலெக்ட்ரான்களும், குளோரின் அணுவில் 17 எலெக்ட்ரான்களும் உள்ளதால் எலெக்ட்ரான் பரிமாற்றம் ஏற்பட்டு அயனிப் பிணைப்புண்டாகி $Na\,Cl$ சேர்மம் உண்டாகிறதென்று முன்னரே விளக்கியுள்ளோம் (அத்தியாயம் 3). எனவே புறமின்புலம் (external electric field) ஏதும் இல்லாதபோது Na^+, Cl^- அயனிகள் d தூரம் இடம் விட்டு அமைந்திருக்கின்றன (படம் 6·7). எனவே, அவை ஓர் இருமுனை திருப்புதிறனை உடையனவாய் அமைகின்றன. இந்த இருமுனை திருப்புதிறன் நிலையான இருமுனை திருப்புதிறன் (permanent dipole moment) எனப்படும். இரண்டு அணுக்களுக்கு மேற்பட்ட மூலக்கூறுகளில் பிணைப்புகளோடு தொடர்புகொண்ட இருமுனை திருப்பு



படம் 6.7

அயனி முனைவாக்கம்

திறன்களின் வெக்டார் கூட்டுத்தொகை சுழிமதிப்பற்ற ஏதேனுமொரு மதிப்பைப் பெற்றிருக்குமானால் அப்போது அது ஒரு நிலையான இரு முனை திருப்புதிறனைக் கொண்டிருக்கும். இவை குறித்து அணு இடைப் பிணைப்புகள் பற்றிய அத்தியாயத்தின்கண் (அத்தியாயம் 3) முன்னரே கண்டோம். மின்புலத்தின் ஆளுகையில் இந்த நிலையான இருமுனை திறன்களில் என்ன விளைவு ஏற்படும் என்பதனை அடுத்தப் பகுதியின்கண் (6.6) காண்போம்.

இப்போது Na^+Cl^- மூலக்கூறினை மட்டும் எடுத்துக்கொள்வோம். இதன்மீது ஒரு மின்புலத்தைச் செயற்படுத்துவோம். (படம் 6.7). இதனால் நேர்மின் அயனி (Na^+) மின்புலத்தின் திசையிலும், எதிர்மின் அயனி (Cl^-) மின்புலத்திற்கு எதிரான திசையிலும் நகரும். எனவே d-ன் மதிப்பு உயருகின்றது. எனவே, இருமுனை திருப்புதிறனின் மதிப்பும் உயருகின்றது. இதனை ஓர் இருமுனை திருப்புதிறன் தூண்டப்பெற்றுள்ளது என்று கூறலாம். இந்தத் தூண்டப்பெற்ற இருமுனை திருப்பு திறனுக்குச் சமன்பாடு 6.21 போன்ற ஒரு சமன்பாட்டை எழுத முடியும்.

$$\mu = \alpha_i E \qquad \longrightarrow 6.25$$

இங்கே α_i என்பது அயனி முனைவாக்கத் திறன் (ionic polarizability) எனப்படும். எனவே, ஓரலகு பருமனில் N மூலக்கூறுகள் இருக்குமானால் அயனி முனைவாக்கம் (ionic polarization)

$$P_i = N\alpha_i E \qquad \longrightarrow \quad 6{\cdot}26$$

எலெக்ட்ரானிய முனைவாக்கத் திறனில் கண்டதுபோலவே அயனி முனைவாக்கத் திறனும் வெப்பநிலையைச் சாராத ஒன்று என எளிதில் நிறுவலாம்.

6-6. திசைமுகமாக்கு முனைவாக்கம்

நிலையான இருமுனைகளை (permanent dipoles) உடைய பொருளின்மீது மின்புலம் செயல்படும்போது மின்புலம் தன் திசையில் இருமுனைகளைத் திருப்ப முனைவதால் ஏற்படும் இருமுனை திருப்புதிறனின் விளைவே திசைமுகமாக்கு முனைவாக்கம் (orientational polarization) என முன்னரே கூறினோம். இப்போது இதன் மதிப்புகளை ஆராய்வோம். முதலாவதாக, பொருளிலுள்ள இருமுனைகளுக்கிடையேயுள்ள தூரம் மிகுதியென்று கொள்வோம். இதனால் இருமுனைகளுக்கிடையேயுள்ள செயலெதிர்ச் செயல் (interaction) சுழியெனக் கொள்ளலாகும். இந்த நிபந்தனை வாயுக்களுக்கும் திரவங்களுக்கும் பொருந்தும்.

இருமுனைகளையுடைய பொருளில் மின்புல விளைவைக் காணு முன்னர் மின்புலம் அற்ற நிலையில் இதிலேதும் மின்முனைவாக்கம் இருக்குமா எனக் காண்போம்.

6-6·1. மின்புலம் அற்ற நிலையில் நிலையான இருமுனைகளையுடைய பொருளின் மின்முனைவாக்கம்

ஓரலகு பருமனுடைய பொருளில் N இருமுனைகள் உள்ளதாகவும் T வெப்பநிலையில் அவை ஒவ்வொன்றினது இருமுனை திருப்புதிறனும் μ_p எனவும் கொள்வோம். மின்புலம் ஏதும் செயல்படாத நிலையில் வெப்பக் கிளர்ச்சியின் காரணமாக இந்த இருமுனைகளின் திசைகள் தம்மிச்சையாக எல்லாத் திசைகளிலும் பகிர்ந்திருக்கும். இவ்வகைப் பகிர்வில் இருமுனை திருப்புதிறன்களின் வெக்டார் கூடுதல் சுழியாகும். எனவே மின்முனைவாக்கமும் சுழியாம். இதனை நாம் கீழ்க்காணுமாறு நிரூபிக்க இயலும். இதற்கு நாம் கையாளும் முறை பின்னர் மின்புலத்தில் முனைவாக்கத்தைக் கணக்கிடுதலுக்கு வழிகாட்டியாய் அமையும்.

ஓரலகு பருமனில் N இருமுனைகளையுடைய மேற்கண்ட பொருளில் ஓரலகு ஆரமுடைய ஒரு கோளத்தை எடுத்துக்

கொள்வோம். மேலே விவரித்த நிலைகளில் இருமுனைகள் இந்தத் திசையில்தான் இருக்கவேண்டுமென்பதில்லையென்றும் எந்தத் திசையில் வேண்டுமானாலும் இருக்கலாமென்றும் கண்டோம். எனவே ஓர் இருமுனையானது எந்த ஒரு குறிப்பிட்ட திசையிலும் இருத்தலுக்கான நிகழ்திறம் (probability), அது வேறெந்தத் திசையிலும் இருத்தலுக்கான நிகழ்திறத்திற்குச் சமம். எனவே, x–அச்சிலிருந்து ϕ, $\phi + d\phi$ கோணங்களில் இருக்கும் இரு திசைகளுக்கிடையே இருக்கக்கூடிய இருமுனைகளின் எண்ணிக்கை அவ்விரு திசைகளிலும் அடங்கும் புறப்பரப்பிற்கு (surface area) நேர் விகிதத்திலிருக்கும் (படம் 6.8). எனவே, ϕ, $\phi + d\phi$ ஆகிய இரு திசைகளுக்கு இடைப்பட்ட பகுதியில் ஓரலகு பருமனில் இருக்கக்கூடிய இருமுனைகளின் எண்ணிக்கை $F(\phi)\, d\phi$ ஆனால்,

$$F(\phi)\, d\phi \ \alpha\ 2\pi \sin \phi\, d\phi$$

அல்லது,

$$F(\phi)\, d\phi = 2\pi A \sin \phi\, d\phi \qquad \longrightarrow \qquad 6\cdot 27$$

இங்கே A என்பது விகித மாறிலி. இதன் மதிப்பை இயல்பாக்கும் நிபந்தனையினைப் (normalization condition) பயன்படுத்திக் கணக்கிடலாம். இந் நிபந்தனையின்படி, மொத்த இருமுனைகளின் எண்ணிக்கை N ஆனது $F(\phi)\, d\phi$ஐ $\phi = 0$-க்கும், $\phi = \pi$-க்கும் இடையே தொகைப்படுத்தக் கிடைக்கும் மதிப்பாம்.

எனவே,

$$N = \int_0^{\pi} f(\phi)\, d\phi$$

அல்லது, $$N = \int_0^{\pi} 2\pi A \sin \phi\, d\phi\ .$$

இதனைத் தீர்த்தால், $A = \dfrac{N}{4\pi}$ எனக் காணலாம்.

எனவே, $$f(\phi)\, d\phi = 2\pi . \frac{N}{4\pi} \sin \phi\, d\phi$$

அல்லது, $$f(\phi)\, d\phi = \frac{N}{2} \sin \phi\, d\phi \qquad \longrightarrow \qquad 6\cdot 28$$

எல்லா இருமுனை திருப்புதிறன்களின் x திசைக் கூறுகளின் (x components)மொத்த மதிப்பே மொத்த மின் முனைவாக்கமாகும். ϕ-க்கும் $\phi+d\phi$-க்கும் இடையே அமைந்த μ_p என்ற இருமுனை திருப்பு திறனின் x திசைக்கூறு $\mu_p \cos\phi$ ஆகும். எனவே, ϕ-க்கும் $\phi+d\phi$-க்கும் இடையே அமைந்த எல்லா இருமுனை திருப்புதிறன் களின் x திசைக்கூறுகளால் மட்டும் உண்டாகும் மின்முனைவாக்கம் dP ஆகும். எனவே, இத்திசைகளுக்குள் அமைந்த இரு முனைகளின் எண்ணிக்கையால் அவற்றின் இரு முனை திருப்புதிறனின் x-திசைக்கூறைப் பெருக்கக் கிடைப்பதே dP என்பது தெளிவு.

எனவே,

$$dP = [f(\phi)\, d\phi]\ [\mu_p \cos\phi]$$

அல்லது, $$dP = \frac{N}{2} \sin\phi .\ d\phi .\ \mu_p .\ \cos\phi$$

அல்லது, $$dP = \frac{N\mu_p}{2} \sin\phi \cos\phi\ d\phi$$

அல்லது, $$dP = \frac{N\mu_p}{4} \sin 2\phi .\ d\phi \qquad \longrightarrow \quad 6 \cdot 29$$

எனவே, மொத்த முனைவாக்கம்,

$$P = \int dP = \int_0^{\pi} \frac{N\mu_p}{4} \sin 2\phi .\ d\phi \qquad \longrightarrow \quad 6 \cdot 30$$

அல்லது, $P = 0$.

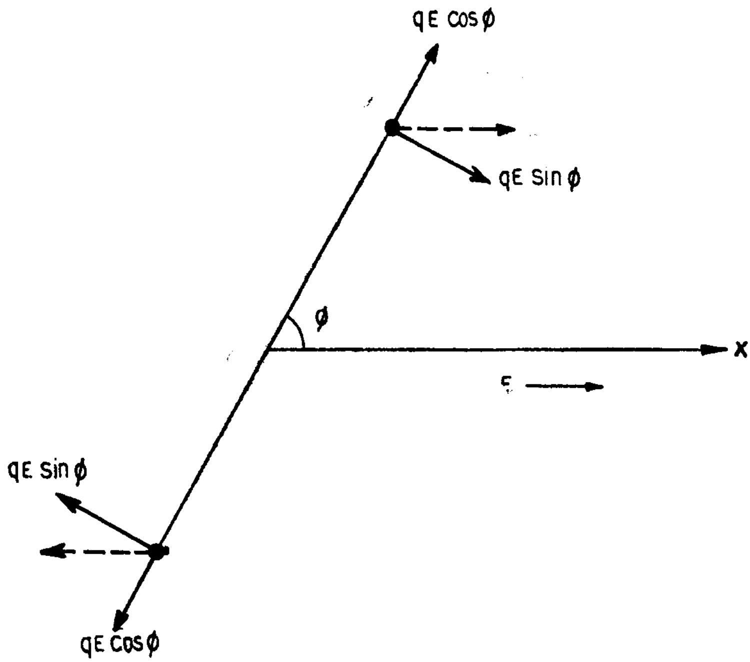
எனவே, நிலையான இருமுனைகளைப் பெற்றிருந்தாலும் வெப்பச் சம நிலையில் (thermal equilibrium) மின்புலம் இல்லாதபோது பொருளின் மொத்த மின்முனைவாக்கம் சுழியாம்.

6-6·2. மின்புலம் உள்ள நிலையில் நிலையான இருமுனைகளையுடைய பொருளில் மின்முனைவாக்கம்

ஓரலகு பருமனில் T வெப்பநிலையில் நிலையான N இருமுனை களையுடைய ஓரமைப்பை எடுத்துக் கொள்வோம். இதன்மீது x திசையில் E எனும் மின்புலத்தைச் செயல்படுத்துவோம். இதனால் அமைப்பு முழுவதிலும் ஏற்படும் விளைவை ஆயுமுன்னர் மின்புலத்தின் திசைக்கு $\phi, \phi + d\phi$ ஆகிய கோணங்களில் உள்ள இரு திசைகளுக்கிடையே அமைந்ததும் μ_p இரு முனை திருப்புதிறன்

உடையதுமான ஓர் இருமுனையின்மீது ஏற்படும் விளைவினைக் கணக்கிட வேண்டியவர்களாகின்றோம்.

இந்த இரு முனை ஒன்றுக்கொன்று d தூரத்திலுள்ள $-q$, $+q$ ஆகிய இரு மின்னூட்டங்களால் ஆனதாகக் கொள்வோம். படம் (6.8).



படம் 6.8

புறமின்புலத்தால் இருமுனையில் இரட்டை திருப்புதிறன்

இப்போது, $\mu_p = q \cdot d$. $\longrightarrow$ 6.31

மின்புலத்தால் நேர்மின்னூட்டம் q ஆனது மின்புலத்தின் திசையில் Eq என்ற விசைக்கும், எதிர்மின்னூட்டம் $-q$ ஆனது மின்புலத்திற்கு எதிரான திசையில் அதே அளவு விசைக்கும் ஆளாகும். மின்னூட்டங்களின் மீதான இவ் விசைகளை இருமுனையினது அச்சின் திசையிலும் அதற்கு நேர்குத்தான திசையிலும் (perpendicular) கூறுகளாக்கலாம் (படம் 6.8). இருமுனையின் அச்சின் திசையில் நேர்மின்னூட்டம் எதிர்மின்னூட்டம், ஆகியவற்றின் மீது செயல்படும் $qE \cos \phi$ மதிப்புடைய இரு விசைகளும் அம்மின்னூட்டங்களிடைத் தூரத்தை அதிகரிக்க முயலும். இதனால் அயனி

முனைவாக்க விளைவு ஏற்படும். நேர் குத்து விசைகளாம் $qE \sin \phi$, $-qE \sin \phi$ ஆகிய இரண்டும் ஒரு விசை இரட்டையாக (couple) அமைகின்றன. எனவே, இவை இருமுனையினை புலத்தின் திசையில் இருக்குமாறு திருப்ப முயலும். இதனால், இருமுனையின்மீது செயல்படும் இரட்டைத் திருப்புதிறன் (torque)

$$\tau(\phi) = qE \sin \phi . d$$

அல்லது, $\tau(\phi) = q.d. E \sin\phi$

அல்லது, $\tau(\phi) = \mu_p E \sin \phi \qquad \longrightarrow 6\cdot 32$

மின்புலம் இருக்கும்போது $\phi = 90^\circ$ திசையில் இருமுனையின் ஆற்றல் சுழி என நம் விருப்பப்படி வைத்துக் கொண்டோமானால், ϕ திசையில் இருமுனையின் ஆற்றல்

$$W = \int_{\phi=90}^{\phi} \tau(\phi). d\phi$$

அல்லது, $$W = \int_{\phi=90}^{\phi} \mu_p . E \sin \phi . d\phi .$$

அல்லது,

$$W = -\mu_p E \cos \phi \qquad \longrightarrow 6\cdot 33$$

மின்புலத்தின் ஆளுகையினால் ஏற்படும் இரட்டைத் திருப்பு திறன்கள் இருமுனைகளை புலத்தின் திசையில் இருக்குமாறு திருப்ப முயலுகின்றன; அதாவது, ஓர் ஒழுங்கினை ஏற்படுத்த முயலுகின்றன. அதே நேரத்தில் வெப்பநிலை (T) காரணமாக உள்ள வெப்ப ஆற்றல் (kT) இரு முனைகளிடையே ஓர் ஒழுங்கின்மையூட்ட—ஒழுங்கைக் குலைக்க முயலும். இவற்றின் விளைவாக ஏற்படும் சமநிலையில் ϕ கோணதிசையில் ஓர் இருமுனையைக் காண்பதற்கான நிகழ்திறம் $p(\phi)$ ஆனது மாக்சுவெல் போல்ட்சுமன் புள்ளியியல்படி (Maxwell-Boltzmann statistics)

$$p(\phi) \propto e^{-\frac{W}{kT}}$$

அல்லது, $p(\phi) \propto e^{+\frac{\mu_p E \cos \phi}{kT}} \qquad \longrightarrow 6\cdot 34$

எனவே, ϕ, $\phi+d\phi$ ஆகிய திசைகளுக்கிடையே இருக்கும் இருமுனை களின் எண்ணிக்கை $n(\phi)\,d\phi$ ஆனல்

$$n(\phi)\,d\phi = B\,f(\phi).\ p(\phi).\ d\phi \longrightarrow 6.35$$

இங்கே B என்பது ஒரு மாறிலி.

இவ்விகித மாறிலியை முன்போல் இயல்பாக்கும் நிபந்தனைப் படி கணக்கிடலாம். இந் நிபந்தனைப்படி

$$N = \int n(\phi)\,d\phi$$

அல்லது, $$N = \int_0^{\pi} B.\,f(\phi)\,p(\phi)\,d\phi$$

அல்லது, $$N = B\int_0^{\pi} 2\pi \sin\phi \,.\, e^{\frac{\mu_p E\cos\phi}{kT}}\,.\,d\phi$$

எனவே, $$B = \frac{N}{\int_0^{\pi} 2\pi\sin\phi\,.\,e^{\frac{\mu_p E\cos\phi}{kT}}\,.\,d\phi} \longrightarrow 6\cdot 36$$

எனவே, ϕ, $\phi+d\phi$ ஆகிய திசைகளுக்கிடையே அமைந்த இரு முனைகளால் x திசையில் ஏற்படும் திசைமுகமாக்கு முனைவாக்கம் (Orientational polarization) dP ஆனல், இது இத் திசைகளுக் கிடையேயுள்ள இருமுனைகளின் எண்ணிக்கையை x-திசையில் இரு முனை திருப்புதிறன் கூறினல் பெருக்கக் கிடைக்கும் மதிப்பிற்குச் சமம்.

எனவே, $$dP_0 = \mu_p\cos\phi\cdot n(\phi)\,d\phi \longrightarrow 6\cdot 37$$

அல்லது, $$dP_0 = \mu_p\cos\phi\cdot B\cdot 2\pi\sin\phi\cdot e^{\frac{\mu_p E\cos\phi}{kT}}\,.\,d\phi$$

அல்லது, $$dP_0 = \mu_p\cos\phi\cdot\frac{N.\ 2\pi\sin\phi\,.\,e^{\frac{\mu_p E\cos\phi}{kT}}\,d\phi}{\int_0^{\pi} 2\pi\sin\phi.\,e^{\frac{\mu_p E\cos\phi}{kT}}\,.\,d\phi} \longrightarrow 6\cdot 38$$

எனவே, மொத்தத் திசைமுகமாக்குத் திருப்புதிறன் P_o ஆனால்

$$P_0 = \int_{\phi=0}^{\phi=\pi} dP_0$$

அல்லது,
$$P_0 = \frac{N\int_0^{\pi} \mu_p \cos\phi \,.\, 2\pi \sin\phi \,.\, e^{\frac{\mu_p E \cos\phi}{kT}} \,. d\phi}{\int_0^{\pi} \pi 2 \sin\phi \, e^{\frac{\mu_p E \cos\phi}{kT}} \cdot d\phi} \longrightarrow 6\cdot39$$

அல்லது,
$$P_0 = N\mu_p \cdot \frac{\int_0^{\pi} \cos\phi \;\sin\phi .\, e^{\frac{\mu_p E \cos\phi}{kT}} \cdot d\phi}{\int_0^{\pi} \sin\phi \; e^{\frac{\mu_p E \cos\phi}{kT}} \cdot d\phi} \longrightarrow 6\cdot40$$

இப்போது, $\frac{\mu_p E}{kT} = \alpha \longrightarrow 6\cdot41$

எனவும், $z = \alpha \cos\phi \longrightarrow 6\cdot42$

எனவும் வசதிக்காக எழுதிக்கொள்வோம். இதனால்,

$$z = \frac{\mu_p E}{kT} \cos\phi \,.$$

வகையீடு செய்ய (differentiating)

$$dz = -\frac{\mu_p E}{kT} \cdot \sin\phi \, d\phi \longrightarrow 6\cdot43$$

(6 41), (6 42), (6·43) ஆகியவற்றை (6·40)-ல் பயன்படுத்த

$$P_0 = \frac{N\alpha kT}{E} \frac{\int_{\alpha}^{-\alpha} \frac{z}{\alpha} \cdot e^{z} (-\alpha) \,.\, dz}{\int_{\alpha}^{-\alpha} e^{z} (-\alpha) \cdot dz}$$

அல்லது,

$$P_0 = \frac{NkT}{E} \frac{\int_{\alpha}^{-\alpha} z \cdot e^z \cdot dz}{\int_{\alpha}^{-\alpha} e^z \cdot dz} \longrightarrow 6{\cdot}44$$

அல்லது,

$$P_0 = \frac{NkT}{E} \frac{\left[ze^z - e^z\right]_{-\alpha}^{+\alpha}}{\left[e^z\right]_{-\alpha}^{+\alpha}}$$

அல்லது,

$$P_0 = \frac{NkT}{E}\left[\frac{\left\{\alpha \cdot e^{\alpha} - e^{\alpha}\right\} - \left\{(-\alpha)\, e^{-\alpha} - e^{-\alpha}\right\}}{e^{\alpha} - e^{-\alpha}}\right]$$

அல்லது,

$$P_0 = \frac{NkT}{E}\left[\frac{\alpha\left(e^{\alpha} + e^{-\alpha}\right)}{e^{\alpha} - e^{-\alpha}} - \frac{e^{\alpha} - e^{-\alpha}}{e^{\alpha} - e^{-\alpha}}\right]$$

அல்லது,

$$P_0 = \frac{NkT}{E}\left[\frac{\alpha\left(e^{\alpha} + e^{-\alpha}\right)}{e^{\alpha} - e^{-\alpha}} - 1\right]$$

அல்லது,

$$P_0 = \frac{N\mu_p}{\alpha}\left[\frac{\alpha\left(e^{\alpha} + e^{-\alpha}\right)}{e^{\alpha} - e^{-\alpha}} - 1\right]$$

அல்லது,

$$P_0 = N\mu_p\left[\frac{e^{\alpha} + e^{-\alpha}}{e^{\alpha} - e^{-\alpha}} - \frac{1}{\alpha}\right]$$

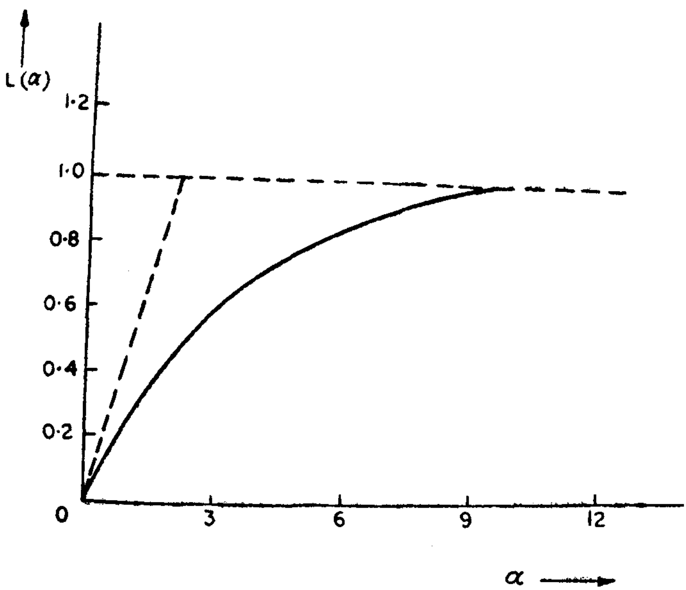
அல்லது,

$$P_0 = N\mu_p\left[\cot h\, \alpha - \frac{1}{\alpha}\right] \longrightarrow 6{\cdot}45$$

அல்லது,

$$P_o = N\mu_p L(\alpha) \longrightarrow 6{\cdot}46$$

இங்கே, $L(\alpha)$ என்பது $\cot h\alpha - \frac{1}{\alpha}$-க்குச் சமம். இது லாஞ்ஜ்வின் சார்பு (Langevin function) எனப்படும். α-ற்கேற்ப $L(\alpha)$ எவ்வாறு மாறுகிறது என்பதனை வரைபடம் (படம் 6·9) விளக்குகின்றது.



படம் 6.9

லாஞ்ஜ்வின் சார்பு

α-ன் மதிப்பு உயர்வாக இருக்கும்போது $L(\alpha)$ ஆனது ஒன்றினை எட்டுதலைக் காண்க. எனவே, α-ன் மதிப்பு உயர்வாக இருக்கும் போது

$$P_0 = N\mu_p \longrightarrow 6.47$$

முனைவாக்கம் இம் மதிப்பை அடைய வேண்டுமானால் α-ன் மதிப்பு மிகமிக உயர்வாக இருக்கவேண்டும். அதாவது, $\frac{\mu_p E}{kT}$-ன் மதிப்பு உயர்வாதல் வேண்டும். இதற்கு E-ன் மதிப்பு மிக மிக உயர்வாக இருக்கவேண்டும் அல்லது T-ன் மதிப்பு மிக மிகத் தாழ்வாக இருக்கவேண்டும். E-ன் மதிப்பு மிக மிக உயர்வாக இருந்தாலும்

அல்லது வெப்பநிலை மிக மிகத் தாழ்வாக இருந்தாலும் எல்லா இருமுனைகளும் புலத்தின் திசையில் அமைய முயலும்; அதாவது ஒழுங்கினை ஏற்படுத்தும் விளைவானது ஒழுங்கினைக் குலைக்க முயலும் வெப்ப விளைவை விட மிக மிக அதிகமாக இருக்கும். α-ன் மதிப்பு உயர்ந்து கொண்டே செல்கையில் இவ்விளைவும் உயர்ந்து கொண்டே சென்று ஒரு நேரத்தில் எல்லா இருமுனைகளும் புலத்தின் திசையில் அமைகின்றன; திசைமுகப்படுத்தும் முனை வாக்கம் தெவிட்டு நிலையை (saturation) எட்டுகின்றது. இந்தத் தெவிட்டு நிலை மதிப்பே சமன்பாடு 6.47-ஆல் அளிக்கப்பெறு கின்றது.

ஆனால், நடைமுறையில் வாயுக்களைப் பொருத்தமட்டில் வெப்பநிலையும் செயல்படும் புலமும் எம்மதிப்புடையனவாய் அமையினும் இந்த நிலை எய்தப் பெறுவதேயில்லை. உண்மையில் வாயுக்களுக்கு

$$\alpha = \frac{\mu_p E}{kT} << 1$$

ஆகத்தான் இருக்கின்றது. இத்தகைய நிலையில்

$$L(\alpha) = \cot h\, \alpha - \frac{1}{\alpha}$$

அல்லது, $$L(\alpha) = \frac{1 + \frac{\alpha^2}{\lfloor 2} + \frac{\alpha^4}{\lfloor 4} + \dots}{\alpha + \frac{\alpha^3}{\lfloor 3} + \frac{\alpha^5}{\lfloor 5} + \dots} - \frac{1}{\alpha}$$

அல்லது,

$$L(\alpha) = \frac{\left(\alpha + \frac{\alpha^3}{\lfloor 2} + \frac{\alpha^5}{\lfloor 4} + \dots\right) - \left(\alpha + \frac{\alpha^3}{\lfloor 3} + \frac{\alpha^5}{\lfloor 5} + \dots\right)}{\alpha^2 + \frac{\alpha^4}{\lfloor 3} + \frac{\alpha^6}{\lfloor 5} + \dots}$$

α-ன் மதிப்பு சிறியதானதால் α^3-க்கு மேற்பட்ட α-ன் உயர் வரிசை (higer order) மதிப்புகளைப் புறக்கணித்தால்,

$$L(\alpha) = \frac{\alpha}{3}$$

எனவே, $$P_o = N\mu_p \cdot \frac{\alpha}{3}$$

அல்லது, $P_o = N\mu_p \cdot \frac{\mu_p E}{3kT}$

அல்லது, $P_o = \frac{N\mu_p^2 E}{3kT}$ $\longrightarrow$ 6·48

எனவே, திசைமுகப்படுத்தும் முனைவாக்கம் (P_0) ஆனது செயல்படும் புலத்திற்கு (E) நேர் விகிதத்திலும் வெப்பநிலைக்கு எதிர் விகிதத்திலும் நிலையான இருமுனை திருப்புதிறனின் இருமடிக்கு நேர் விகிதத்திலும் இருக்கின்றது.

சமன்பாடு 6·48 ஐ

$$P_o = N\left(\frac{\mu_p^2}{3kT}\right)E$$

அல்லது, $P_o = N(\alpha_o)E$ $\longrightarrow$ 6·49

என எழுதலாம். இங்கே

$$\alpha_o = \frac{\mu_p^2}{3kT} \longrightarrow 6{\cdot}50$$

α_0 என்பது திசைமுகப்படுத்தும் முனைவாக்கத் திறன் (orientational polarizability) எனப்படும்.

α_0, P_0 ஆகியவற்றின் மதிப்புகள் என்ன வரிசையில் இருக்கும் என்பதனை ஈண்டு ஓர் எடுத்துக்காட்டின் வாயிலாகக் காண்போம். HCl வாயுவிற்கு $\mu_p = 1{\cdot}04$ டிபை அலகுகள். எனவே,

$\mu_p = 1{\cdot}04 \times 3{\cdot}33 \times 10^{-30}$ கூலம் மீட்டர். எனவே, வெப்பநிலை 27° செ., அதாவது 300° கெ. ஆனால்

$$\alpha_o = \frac{[1{\cdot}04 \times 3{\cdot}33 \times 10^{-30}]^2}{3 \times 1{\cdot}38 \times 10^{-23} \times 300}$$

அதவாது, $\alpha_o = 0{\cdot}98 \times 10^{-39}$ ஃபாரட் மீட்டர்^{2}.

27° செ. வெப்பநிலையில் $N = 10^{27}$ மீட்டர்$^{-3}$ ஆனால் செயல்படும் புலம் 10^6 வோல்ட்டு/மீட்டர்$^{-1}$ ஆக இருக்கையில்

$$P_0 = N\alpha_0 E$$

அல்லது,

$$P_0 = 10^{27} \times 0{\cdot}98 \times 10^{-39} \times 10^6$$

அல்லது,

$$P_0 \simeq 10^{-6} \text{ கூலம் மீட்டர்}^{-2}$$

6-7. மொத்த மின்முனைவாக்கம்

இதுகாறும் மூவகையான முனைவாக்கங்கள் குறித்துக் கண்டோம். முன்னரே கூறியாங்கு ஒரு மின் கடத்தாப் பொருளின் மொத்த மின் முனைவாக்கம் (*P*) இம் மூன்றின் கூட்டுத் தொகையாம். எனவே,

$$P = P_e + P_i + P_o$$

P_e, P_i, P_o ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைப் பதிலிட

$$P = N\alpha_e E + N\alpha_i E + N\alpha_o E$$

அல்லது,

$$P = N(\alpha_e + \alpha_i + \alpha_o)\ E \qquad \longrightarrow \quad 6\cdot51$$

மொத்த முனைவாக்கத் திறன் (total polarizability) α ஆனால்,

$$\alpha = \alpha_e + \alpha_i + \alpha_o$$

ஆனால் $\alpha_o = \dfrac{\mu_p^2}{3\,kT}$ எனக் கண்டோம். எனவே,

$$\alpha = \alpha_e + \alpha_i + \frac{\mu_p^2}{3\,kT} \qquad \longrightarrow \quad 6\cdot52$$

ஆகும். இச்சமன்பாடு லாஞ்ஜ்வின்—டிபை சமன்பாடு (Langevin—Debye equation) எனப்படும். இது மூலக் கூறுகளின் இயலமைப்பை அறிதற்குப் பெருந்துணை புரியும். அதனையும் ஈண்டுக் காண்போம்.

சமன்பாடு 6.51ஐக் கீழ்க் காணுமாறு மாற்றி எழுதலாம்.

$$P = N\left(\alpha_e + \alpha_i + \frac{\mu_p^2}{3\,kT}\right)E \qquad \longrightarrow \quad 6\cdot53$$

α_e, α_i ஆகியவை வெப்பநிலையைச் சாராதவை ஆனதாலும், α_o மட்டிலும் வெப்பநிலையைச் சார்ந்ததானதாலும் சமன்பாடுகள் 6·52, 6·53 ஆகியவை இவ்வடிவுகளில் எழுதப்பெற்றன.

மின்புலக் கொள்கைப்படி மின்முனைவாக்கமானது (*P*), மின் கடத்தாமை எண்ணோடு ($\in_r$) கீழ்க்காணுமாறு தொடர்பு கொண்டதென முன்னரே கண்டோம். சமன்பாடு 6·15

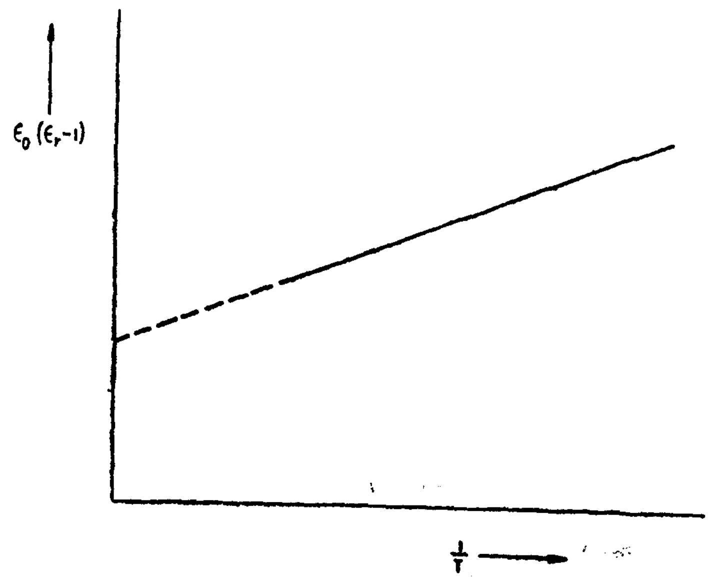
$$P = \in_o (\in_r - 1) E \longrightarrow 6 \cdot 15$$

எனவே, சமன்பாடுகள் 6·15, 6·53 ஆகியவற்றிலிருந்து

$$\in_o (\in_r - 1) = N\left(\alpha_e + \alpha_i + \frac{\mu_p{}^2}{3\ kT}\right) \longrightarrow 6 \cdot 54$$

இச்சமன்பாடானது $(\in_r - 1)$ ஆனது T-க்கு எதிர் விகிதத்திலுள்ளதை உணர்த்துகின்றது.

ஒரு மின்கடத்தாப் பொருளை (வாயு) எடுத்துக்கொண்டு அதன் மின்கடத்தாமை எண் $(\in_r)$ ஐச் சோதனைகள் வாயிலாகப் பல்வேறு வெப்பநிலைகளில் கண்டுபிடித்து $\in_0(\in_r - 1)$-க்கும், $\frac{1}{T}$க்கும் ஒரு வரைபடம் வரைந்தால் அது ஒரு நேர்கோடாக இருக்கும். (படம் 6.10.)



படம் 6.10

$\in_0 (\in_r - 1)$-க்கும் $\frac{1}{T}$-க்கும் உள்ள தொடர்பு

இக் கோட்டின் சரிவு (slope) $\frac{N\mu_p{}^2}{3k}$ என்பதும் இக்கோட்டினை நீட்டிக் கிடைக்கும் y-வெட்டுத்துண்டு (y-intercept) $N(\alpha_e + \alpha_i)$ என்பதும் சமன்பாடு 6.54-லிருந்து தெரிகின்றது.

N-ன் மதிப்பு தெரிந்திருக்குமாஞல் இக்கோட்டின் சரிவிலிருந்து எளிதாக μ_p-ன் மதிப்பையும், y-வெட்டுத் துண்டிலிருந்து $(\alpha_e+\alpha_i)$-ன் மதிப்பையும் எளிதில் கணக்கிட்டு விடலாம். இந்த வகையில் தான் நாம் முன்னர் எடுத்துக் கொண்ட HCl-ன் மதிப்பும் கணக் கிடப்பட்டது. வாயுநிலேயில் இம்மாதிரியாகக் கணக்கிடப்பட்ட சில மதிப்புகள் கீழே அட்டவணே 6.2-ல் தரப்பட்டுள்ளன:

அட்டவணே 6·2

சில வாயு மூலக்கூறுகளின் நிலேயான இருமுனே திருப்புதிறன்கள்

மூலக்கூறு	μ_p டிபை அலகுகளில்
NO	0·1
CO	0·11
HCl	1·04
HBr	0·79
HI	0·38
NO_2	0·4
CO_2	0
CS_2	0
H_2O	1·84
H_2S	0·93
CH_4	0
CH_3Cl	1·15

இவ்வாறு கணக்கிடப்பட்ட μ_p மதிப்புகளிலிருந்து நாம் மூலக்கூறு களின் இயலமைப்பு பற்றிய சில முடிவுகளேப் பெற முடியும். காட்டாக, CO_2 மூலக்கூறின் இருமுனே திருப்புதிறன் சுழியாம். (அட்டவணே 6.2). ஆஞல் CO பிணேப்புகளுக்கு ஓர் இருமுனே திருப்புதிறன் உண்டு. இவற்றிலிருந்து CO_2 மூலக்கூறில் இரு பிணேப்புகள் உள்ளன என்றும், அவையிரண்டும் ஒன்றுக்கொன்று $180°$ கோணத்தில் உள்ளன என்றும், அதஞல் CO_2 மூலக்கூறின் அமைப்பு $O=C=O$ என்று இருக்க வேண்டுமென்றும் தெரிகின்றது.

H_2O போன்ற மூலக்கூறு ஓர் இருமுனே திருப்புதிறனேப் பெற்றுள்ளது. (அட்டவணே 6. 2). எனவே, இரு OH பிணேப்பு களுக்கிடையேயுள்ள கோணம் $180°$ அல்லவென்பதும் மூலக்கூறு ஒரு முக்கோண வடிவைப் பெற்றிருக்க வேண்டும் என்பதும் தெரிகின்றது.

இவ்வாறாக, மின்கடத்தாமை எண்கள் மூலக்கூறுகளின் இயலமைப்பை ஆராய்வதில் பெருமளவு பயன்படுத்தப்பெற்றுள்ளன. அவ்விவரங்கள் நம் நோக்கிற்கு அப்பாற்பட்டவை.

6-8. திண்மங்களிலும் திரவங்களிலும் உள்புலம்

மின்முனைவாக்கம் குறித்த நம் விவாதங்களில் இதுகாறும் அணுக்களிடைத் தூரம் மிகமிக அதிகம் என்றும், அதனால் அவற்றிடையே செயலெதிர்ச் செயல் (interaction) இல்லை என்று கொள்ளலாமென்றும் வைத்துக் கொண்டோம். இது எல்லா வாயுக்களுக்கும் ஒருசில திரவங்களுக்கும் பொருந்தும். ஆனால் திண்மங்களைப் பொருத்தவரை இது உண்மையாக இருக்க முடியாது. ஏனெனில், திண்மங்களில் அணுக்களிடைத் தூரம் சில ஆங்ஸ்ட்ராம்கள் எனுமளவில்தானிருக்கும். எனவே, நாம் புறப்புலம் (external field) ஒன்றினைப் பொருளின் மீது செயல்படுத்தும்போது அதன் அணுக்கள் அந்தப் புறப்புலம் ஒன்றின் ஆட்சியில் மட்டும் இருப்பதில்லை. மற்ற அணுக்கள் அல்லது மூலக்கூறுகளால் உண்டாகும் புலங்களும் செயல்படும். எனவே, திண்மங்களிலும் பல திரவங்களிலும் ஓர் அணு அல்லது மூலக்கூறு காணும் புலம் நாம் புறத்தேயிருந்து செயல்படுத்தும் புலம் E மட்டுமல்ல. அது காணும் புலமானது புறப்புலம், மற்றும் ஏனைய அணுக்களின் புலம் ஆகியவற்றின் மொத்த மதிப்பேயாம். எனவே, ஓர் அணு காணும் மொத்தப் புலம் உள்புலம் (internal or local field) E_l எனப்படும். இத்தகு பொருள்களில் $E_l \neq E$ என்பதனை ஓர்க. எனவே, நாம் சமன்பாடு 6.53ஐக் கீழ்க் காணுமாறு மாற்றி எழுத வேண்டியவர்களாகின்றோம்.

$$P = N\left(\alpha_e + \alpha_i + \frac{\mu_p^2}{3\,kT}\right) E_l \qquad \longrightarrow \quad 6\cdot55$$

ஆனால், மின்புலக் கொள்கைப்படி

$$P = \epsilon_o (\epsilon_r - 1)\, E \qquad \longrightarrow \quad 6\cdot15$$

எனவே,

$$\epsilon_o (\epsilon_r - 1)\, E = N\left(\alpha_e + \alpha_i + \frac{\mu_p^2}{3\,kT}\right) E_l \qquad \longrightarrow \quad 6\cdot56$$

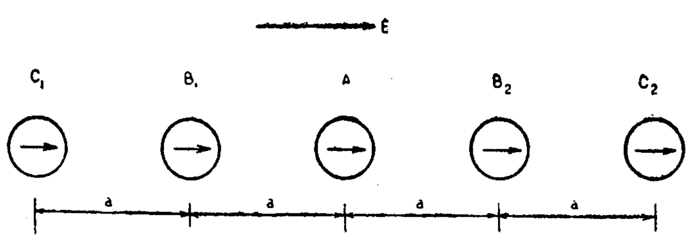
எனவே, E-க்கும் E_l-க்கும் உள்ள தொடர்பினைத் தெரிந்து கொண்டால்தான் ϵ_r-க்கும், α_e, α_i, α_o போன்ற நுண்ணியல் அளவுகளுக்குமுள்ள தொடர்பினைக் கணிக்க முடியும்.

1936ஆம் ஆண்டில் ஆன்சேஜர் (Onsager) என்பார் நிலையான இருமுனை திருப்புதிறன்களையுடைய திரவங்களைப் பொருத்த மட்டில் எலெக்ட்ரானிய, அயனி முனைவாக்கங்களுக்குக் காரணமாய் அமையும் உட்புலமானது (E_{i1}) திசைமுகப்படுத்து முனைவாக்கத்தையுண்டாக்கும் உட்புலத்திலிருந்து (E_{i2}) சாதாரணமாக மாறுபட்டிருக்குமெனக் காட்டினார். எனவே, திரவங்களைப் பொருத்தமட்டில் சமன்பாடு 6·56 ஐக் கீழ்க்காணுமாறு மாற்றி எழுத வேண்டும்.

$$\in_0 (\in_r - 1)\, E = N(\alpha_e + \alpha_i)\, E_{i1} + \frac{N\mu_p^2}{3kT} E_{i2} \longrightarrow \quad 6.57$$

ஆனால், நம்முடைய விவாதங்களில் $E_{i1} = E_{i1}$ எனவே கொள்வோம்.

உட்புலக் கணக்கீட்டைச் செய்வதற்கு முதல்படியாக ஓர் ஒற்றைப் பரிமாணப் படிக மாதிரியை எடுத்துக் கொள்வோம். படம் 6·11-ல் ஓர் ஒற்றைப் பரிமாணப் படிகம் காட்டப் பெற்றுள்ளது. இதில், அணுக்கள் யாவும் (எண்ணற்றவை) ஒரு கோட்டில் ஒன்றுக்கொன்று a தூரம் இடம் விட்டு அமைந்துள்ளன. இப்படிகத்தின் மீது அணுக்கள்



படம் 6·11

ஒற்றைப் பரிமாணப் படிகம்

அணிக்கு (array of atoms) இணையான திசையில் ஒரு மின்புலத்தைச் (E) செயற்படுத்துவோம். இதனால் ஓர் அணு காணும் உட்புலத்தை நாம் கணக்கிடவேண்டும்.

நாம் செயல்படுத்தும் புலத்தின் (E) காரணமாக ஒவ்வோர் அணுவிலும் தூண்டப்பெறும் இருமுனை திருப்புதிறன் $\mu_{\text{தூ}}$ எனக் கொள்வோம். இப்போது A என்ற ஓர் அணுவை எடுத்துக் கொண்டால் (படம் 6·11), இது புறப்புலத்தோடுகூட அதன் இடப்புறம் உள்ள B_1, C_1,... முதலாய அணுக்களால் (இவை இப்போது இருமுனை திருப்புதிறன்கள் உடையவை) ஏற்படும் புலங்

களையும், அதன் வலப்புறமுள்ள B_2, C_2... முதலாய அணுக்களால் ஏற்படும் புலங்களையும் சேர்த்துக் காணும் மொத்த மதிப்பே E_i ஆகும்.

புலக் கொள்கைப்படி ஓர் இருமுனையின் அருகிலுள்ள ஒரு புள்ளியில் மின்னழுத்தம் Vஐக் கீழ்க்காணுமாறு எழுதலாம் :

$$V(r,\phi) = \frac{1}{4\pi \in_o \in_r} \frac{\mu \cos\phi}{r^2} \longrightarrow 6\cdot58$$

இங்கே, r என்பது இருமுனையின் மையத்திலிருந்து புள்ளியின் தூரம், ϕ என்பது, புள்ளியையும் இருமுனையின் மையத்தையும் இணைக்கும் கோட்டுக்கும் இரு முனையின் அச்சிற்கும் இடையேயுள்ள கோணம். எனவே, இரு முனையால் ஒரு புள்ளியில் உண்டாகும் புலத்தின் கூறுகளைக் கீழ்க் காணுமாறெழுதலாம்:

$$E_r = -\frac{\partial V}{\partial r}$$

$$E_\phi = -\frac{1}{r}\left(\frac{\partial V}{\partial \phi}\right)$$

எனவே, $$E_r = \frac{1}{4\pi \in_o} \cdot \frac{2\mu\cos\phi}{r^3} \longrightarrow 6\cdot59$$

$$E_\phi = \frac{1}{4\pi \in_o} \cdot \frac{\mu \sin\phi}{r^3} \longrightarrow 6\cdot60$$

B_1-ல் உள்ள $\mu_{\text{தூ}}$ ஆல் A-ல் உண்டாகும் புலமானது மேற்கண்ட இரு சமன்பாடுகளில் [சமன்பாடுகள் (6·59), (6·60)] $r = a$, $\phi = 0$ எனப் போட்டால் கிடைக்கும்.

எனவே, $$E_{AB_1} = \frac{1}{4\pi \in_o \in_r} \cdot \frac{2\mu_{\text{தூ}}}{a^3}$$

இவ்வாறே,

$$E_{AB_2} = \frac{1}{4\pi \in_o \in_r} \cdot \frac{2(-\mu_{\text{தூ}})}{(-a)^3} \text{(இங்கே } \phi = 180^\circ, r = -a)$$

அல்லது, $$E_{AB_2} = \frac{1}{4\pi \in_o \in_r} \cdot \frac{2\mu_{\text{தூ}}}{a^3}$$

எனவே, B_1, B_2-க்களிலுள்ள அணுக்களால் A-ல் உண்டாகும் மின்புலம் E_{AB_1}, E_{AB_2} ஆகியவற்றின் கூட்டுத்தொகை.

$$E_{AB_1} + E_{AB_2} = \frac{\mu_{\text{தூ}}}{\pi \in_o \in_r a^3}$$

இவ்வாறே, $E_{AC_1} + E_{AC_2} = \dfrac{\mu_{\text{தா}}}{\pi \epsilon_o \epsilon_r (2a)^3}$

இதே மாதிரி கணக்கிட்டால் A-லுள்ள உட்புலத்தைக் கீழ்க் காணுமாறெழுதலாம்.

$$E_l(A) = E + \frac{\mu_{\text{தா}}}{\pi \epsilon_o \epsilon_r a^3} + \frac{\mu_{\text{தா}}}{\pi \epsilon_o \epsilon_r (2a)^3} + \frac{\mu_{\text{தா}}}{\pi \epsilon_o \epsilon_r (3a)^3} + \cdots$$

அல்லது,

$$E_l(A) = E + \frac{\mu_{\text{தா}}}{\pi \epsilon_o \epsilon_r a^3}\left[1 + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} + \cdots\right]$$

$$E_l(A) = E + \frac{\mu_{\text{தா}}}{\pi \epsilon_o \epsilon_r a^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \longrightarrow 6{\cdot}61$$

இங்கே, $n = 1, 2, 3 \ldots\ldots$

வரம்பற்ற அணுக்களுள்ள அணியில் ஏதேனும் ஓரணு A காணும் உள்புலம் வேறெந்த அணுவும் காண்கின்ற உட்புலத் திற்குச் சமம்.

$$E_l(A) = E_l$$

மேலும் அணுக்களிடை வெட்ட வெளியானதால் (வெற்றிடம்) $\epsilon_r = 1$. எனவே,

$$E_l = E + \frac{\mu_{\text{தா}}}{\pi \epsilon_o a^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \longrightarrow 6{\cdot}62$$

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3}$-ன் மதிப்பு ஏறத்தாழ $1{\cdot}2$ ஆனதால்

$$E_l = E + \frac{1{\cdot}2}{\pi} \cdot \frac{1}{\epsilon_o} \cdot \frac{\mu_{\text{தா}}}{a^3} \longrightarrow 6{\cdot}63$$

இது ஓர் ஒற்றைப் பரிமாணப் படிகத்திலுள்ள அணு காணும் உட்புலம். முப்பரிமாணப் படிகத்தில் இக்கணக்கீடு மிகுந்த சிக்க லுடையது; படிக இயலமைப்பையும் பொருத்தது. ஆனால் முப் பரிமாணப் படிகத்தின் E_l-க்கான மதிப்பும் சமன்பாடு $6{\cdot}63$-ல் உள்ளது போன்ற உறுப்புகளால் ஆகியிருக்குமென எண்ணுதல்

இயல்பு. முப்பரிமாணப் படிகத்தில் $\frac{1}{a^3}$ என்பதற்குப் பதிலாக ஓரலகுப் பருமனிலுள்ள அணுக்களின் எண்ணிக்கையையும் $\frac{1 \cdot 2}{\pi}$-க்குப் பதில் படிகத்தின் இயலமைப்பை நோக்கி அமைந்த ஒரு மாறிலி (v) யையும் பயன்படுத்த வேண்டும். எனவே, படிகத்திற்கு

$$E_i = E + \frac{\gamma}{\in_o} \cdot N \cdot \mu_{\text{தூ}} \longrightarrow 6 \cdot 64$$

$$N \mu_{\text{தூ}} = P \text{ ஆனதால்}$$

$$E_i = E + \frac{\gamma P}{\in_o} \longrightarrow 6 \cdot 65$$

இங்கே v என்பது உட்புல எண் (internal field constant) எனப்படும்.

1909 ஆம் ஆண்டில் லாரென்ஸ் கனசதுரப் படிகங்களுக்கு v-ன் மதிப்பு $\frac{1}{3}$ எனக் கண்க்கிட்டார். அவர் கணக்கிட்ட முறை ஈண்டளிக்கப்படவில்லை. லாரென்ஸ் மதிப்பைப் பயன்படுத்தினால் கன சதுரப் படிகங்களுக்கு

$$E_i = E + \frac{P}{3 \in_o} \text{ ஆகும்.} \longrightarrow 6 \cdot 66$$

6-9. திண்மங்களில் மின் கடத்தாமை எண்

இப்போது திண்மங்களின் மின்கடத்தாப் பண்பினைப் பற்றிய பொதுவான சில பண்புகளைப் பார்ப்போம். ஃபெரோ மின் பொருள்கள் (ferro electric materials), பீசோ மின் பொருள்கள் (piezo-electric materials) ஆகியவற்றின் சிறப்பான நடத்தையினைப் பின்னர் காணலாம்.

நம் விவாதங்களுக்குத் திண்மங்களை மூன்று குழுக்களாகப் பிரித்துக் கொள்ளுதல் நலம் பயக்கும். அவை முறையே: (1) தனித்த மின் கடத்தாப் பொருள்கள் (elemental dielectrics), (2) அயனி மின்கடத்தாப் பொருள்கள் (ionic dielectrics), (3) நிலையான இருமுனைகளையுடைய பொருள்கள்.

6-9·1. தனித்த மின் கடத்தாப் பொருள்கள்

வைரம், சிலிகான், ஜெர்மானியம் போன்ற ஒரேமாதிரி அணுக்களால் அமைந்த திண்மங்கள் தனித்த மின் கடத்தாப் பொருள்கள் (elemental dielecterics) எனப் பெறும். இவை கன சதுர இயலமைப்புடையவை. இத்தகு பொருள்களில் எல்லா

அணுக்களும் ஒத்தவையானதால் இவற்றில் அயனிகளோ அல்லது நிலையான இருமுனைகளோ இருப்பதற்கு நியாயமில்லை. எனவே, அவற்றின்

$$\alpha_i = 0 = \alpha_o$$

இவற்றில் ஏற்படக் கூடிய ஒரேயொரு மின் முனைவாக்கம் எலெக்ட்ரானிய முனைவாக்கமாம். எனவே,

$$P = P_e$$

அல்லது, $$P = N\alpha_e E_i \longrightarrow 6{\cdot}67$$

இங்கே N என்பது ஓரலகுப் பருமனில் உள்ள அணுக்களின் எண்ணிக்கையையும் E_i உள்புலத்தையும் குறிக்கும். கன சதுர இயலமைப்புடைய படிகங்களுக்கென நாம் கண்ட E_i-ன் மதிப்பை (சமன்பாடு 6·66) இங்குப் பயன்படுத்த,

$$P = N\alpha_e\left(E + \frac{P}{3\in_o}\right) \longrightarrow 6{\cdot}68$$

அல்லது, $$P = N\alpha_e E + \frac{N\alpha_e P}{3\in_o}$$

அல்லது, $$P\left[1 - \frac{N\alpha_e}{3\in_o}\right] = N\alpha_e E$$

அல்லது, $$P = \frac{N\alpha_e E}{1 - \dfrac{N\alpha_e}{3\in_e}} \longrightarrow 6{\cdot}69$$

ஆனால் புலக் கொள்கைப்படி

$$P = \in_o(\in_r - 1)E \longrightarrow 6{\cdot}15$$

எனவே, சமன்பாடுகள் (6·15), (6·69)-லிருந்து

$$\in_o(\in_r - 1) = \frac{N\alpha_o}{1 - \dfrac{N\alpha_e}{3\in_o}}$$

அல்லது, $$\in_o(\in_r - 1) - \frac{N\alpha_e}{3\in_o}\in_o(\in_r - 1) = N\alpha_e$$

அல்லது, $$\in_o(\in_r - 1) = N\alpha_e\left[1 + \frac{\in_r - 1}{3}\right]$$

அல்லது, $$\in_r - 1 = \frac{N\alpha_e}{3\in_o}(\in_r + 2)$$

அல்லது, $\frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} = \frac{N \alpha_e}{3 \epsilon_0}$ ⟶ 6.70

சமன்பாடு 6.70, கிளாஷியஸ்—மொசாட்டித் தொடர்பு (clausius—Mosotti relation) எனப்படும். ஒரு தனித்த மின் கடத்தாப் பொருளின் ϵ_r ஐச் சோதனை வாயிலாகக் கண்டு பிடித்துவிட்டால் இத் தொடர்பைப் பயன்படுத்தி α_e-ன் மதிப்பைக் கணக்கிடலாம். எடுத்துக்காட்டாக, ஜெர்மானியத்தின்

$$\epsilon_r = 16$$

$$N = 4 \cdot 45 \times 10^{28} \text{ மீட்டர்}^{-3}$$

எனவே, கிளாஷியஸ்—மொசாட்டித் தொடர்பைப் பயன்படுத்த

$$\frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} = \frac{N \alpha_e}{3 \epsilon_0}$$

அல்லது, $\frac{16 - 1}{16 + 2} = \frac{4 \cdot 45 \times 10^{28} \alpha_e}{3 \times 8 \cdot 854 \times 10^{-12}}$

அல்லது, $\frac{15}{18} = \frac{4 \cdot 45 \times 10^{28}}{3 \times 8 \cdot 854 \times 10^{-12}} \alpha_e$

அல்லது, $\alpha_e = 4 \cdot 96 \times 10^{-40}$ ஃபாரட் மீட்டர்$^{-2}$

ϵ_r மதிப்பிலிருந்து α_e ஐக் கணக்கிடுவதுபோல, α_e தெரிந் திருந்தால் ϵ_r ஐயும் கணக்கிடலாமல்லவா? சில தனித்த மின் கடத்தாப் பொருள்களின் (elemental dielectrics) ϵ_r மதிப்புகள். அட்டவணை 6.3-ல் தரப்பட்டுள்ளன.

அட்டவணை 6·3

தனித்த மின்கடத்தாப் பொருள்களின் ϵ_r

பொருள்	ϵ_r
வைரம்	5·68
சிலிகான்	12
ஜெர்மானியம்	16

மேற்கண்ட திண்மங்களுக்கும் வேறுபல திண்மங்களுக்கும் ϵ_r-ன் மதிப்பு ஒன்று அல்லது பத்து என்னும் வரிசையிலேயே

உள்ளது. ஆனால் வாயுக்களுக்கோவெனில் இயல்பான வெப்ப நிலையிலும் அழுத்தத்திலும் $\in_r$-ன் மதிப்பு 10^{-3} அல்லது 10^{-4} எனும் வரிசையில் இருக்கும். இதற்குரிய காரணம் ஓரலகு பருமனில் உள்ள அணுக்களின் எண்ணிக்கையே ஆகும்.

தனித்த மின்கடத்தாப் பொருள்களின் $\in_r$ மதிப்பு சமன்பாடு 6.70-ன்படி N, L_e ஆகியவற்றையே பொருத்துள்ளது. திண்மங் களில் அணுக்களிடைத் தூரமானது வெப்பநிலையால் அவ்வளவா கப் பாதிக்கப்படுவதில்லை. எனவே, இப்பொருள்களின் மின்கடத் தாமை எண் வெப்பநிலையைச் சாராத ஒன்றே எனக் கொள்ள லாம்.

6-9·2. அயனி மின்கடத்தாப் பொருள்கள் – நிலையான இருமுனைகள் அற்றவை

கார ஹாலைடுகள் (alkali halides) போன்ற அயனிப் படிகங் களில் மொத்த மின்முனைவாக்கமானது எலெக்ட்ரானிய, அயனி முனைவாக்கங்களாலேயே ஆனது. அதாவது,

$$P = P_e + P_i$$

இவ்வகைப் படிகமொன்றை ஒரு மிகப் பெரிய மூலக்கூறாகக் கருதினால் அதன் நிலையான இருமுனை திருப்புதிறன் சுழியாகும். ஏனெனில் அதற்கு

$$\mu_p = \in_i q_i r_i$$

மதிப்பு மறைந்துவிடும். எனவே $P_0 = 0$. இத்தகையப் பொருள்களின் மின்கடத்தாமை நடத்தையானது முதல் வகைப் பொருள்களினுடையதைவிட (தனித்த மின்கடத்தாப் பொருள்களினுடையதைவிட) விளக்குவதற்குச் சிக்கலானது. காட்டாக, இப்பொருள்களில் எதிர்மின் அயனிகளின் மீதுள்ள உள்புலமும் நேர்மின் அயனிகள் மீதுள்ள உள்புலமும் வெவ்வேறா யிருக்கும்.

இப்பொருள்களில் அயனி முனைவாக்கம் (P_i) ஆனது மொத்த முனைவாக்கத்தில் பெரும் பகுதியாய் அமையும். ஆய்வுகள் வாயிலாகவும் இது உண்மையெனக் காட்டலாம். இவ்வுண்மை யினைக் கீழ்க்காண்பதிலிருந்து புரிந்து கொள்ளலாகும்.

இத்தகு பொருள் ஒன்றினை மின்காந்த நிறமாலையில் (electromagnetic spectrum) கண்காணும் ஒளிப்பகுதியின் (visible light) அதிர்வெண்களுக்குச் சமமான 5×10^{14} ஹெர்ட்சுகள் எனுமளவு உயர்ந்த அதிர்வெண்ணுடைய மின்புலத்தில் வைத்தால் ஒப்பீட்டடிப்படையில் கனமான நேர், எதிர்மின் அயனிகள் மின் புலத்தின் இந்த அளவு விரைந்த மாற்றங்களுக்கு ஈடுகொடுக்க

முடியாது—அயனிகள் மின்புலத்தால் பாதிக்கப்படாதவை போன்றே இருக்கும். எனவே, இத்தகைய உயர்ந்த அதிர்வெண்ணுடைய மாறுதிசை மின்புலங்களில் (A. C. fields) அயனி முனை வாக்கம் இல்லையென்றே சொல்லலாம். அந்நிலைகளில் எலெக்ட்ரானிய முனைவாக்கம் ஒன்றே நிலவும். எனவே, இந்த ஒளியியல் அதிர்வெண்களில் (optical frequencies) அளக்கப்படும் மின் கடத்தாமை எண் ($\in_{rc}$) எலெக்ட்ரானிய முனைவாக்கத்தை மட்டிலுமே சார்ந்தது. எனவே

$$\in_0 (\in_{rc} - 1) E = P_e \longrightarrow 6.71$$

என்றெழுதலாம்.

$\in_{rs}$ என்பது நிலைமின்புலத்தில் (static field) அளந்த மின் கடத்தாமை எண்ணுயின் அது எலெக்ட்ரானிய, அயனி முனை வாக்கங்களைச் சேர்ந்தது. எனவே,

$$\in_0 (\in_{rs} - 1) = P_e + P_i \longrightarrow 6.72$$

எனவே, சமன்பாடுகள் 6.71, 6.72-களிலிருந்து

$$(\in_{rs} - \in_{re}) E = P_i \longrightarrow 6.73$$

எனவே, நிலைமின்புலத்திலும், ஒளியியல் அதிர்வெண்ணுடைய மாறு திசைப் புலத்திலும் மின்கடத்தாமை எண்ணைக் கண்டால் P_i ஐக் கணக்கிட முடியும் என்பது தெரிகின்றது. (சமன்பாடு 6.73). அட்டவணை 6.4-ல் கார ஹாலைடுகள் (alkali halides) சில வற்றிற்கான $\in_{rs}$, $\in_{re}$ மதிப்புகள் தரப்பட்டுள்ளன. இவற்றி லிருந்து அயனி முனைவாக்கத்தின் பங்கு எலெக்ட்ராானிய முனை வாக்கத்தின் பங்கைக் காட்டிலும் எவ்வளவு உயர்ந்தது என்பது விளங்கும்.

அட்டவணை 6·4

கார ஹாலைடுகளின் $\in_{rs}$, $\in_{re}$ மதிப்புகள்

திண்மம்	$\in_{rs}$	$\in_{re} = n^2$
Li F	9·27	1·92
Li Cl	11·05	2·75
Li B_r	12·1	3·16
Li I	11·03	3·80
Na F	6·00	1·74
Na Cl	5·62	2·25
Na B_r	5·99	2·62
Na I	6·60	2·91
K F	6·05	1·85
K Cl	4·68	2·13
K B_r	4·78	2·33
K I	4.94	2·69
Rb F	5·91	1·93
Rb Cl	5·00	2.19
Rb B_r	5·00	2·33
Rb I	5·00	2·63

மேற்கண்ட அட்டவணையில் (அட்டவணை 6.4) தரப்பட்டுள்ள $\in_{re}$ மதிப்புகள் ஒளிவிலகலெண் (refractive index) மதிப்புகளி லிருந்து கணிக்கப்பட்டவை என்பது ஈண்டு நோக்கற்பாலது. மின் காந்த அலைகள் (electro magnetic waves) பற்றி மாக்சுவெலின் கொள்கைப்படி எப்பொருள்களின் காந்த உட்புகுதிறன்கள் (magnetic permeability) வெற்றிடத்தின் காந்த உட்புகு திறன் களுக்குச் சமமாக இருக்கின்றனவோ அவற்றின்

$$\in_{re} = n^2 \longrightarrow 6.74$$

ஆகும். இவ்வடிப்படையிலேயே $\in_{re}$ கணக்கிடப்பட்டுள்ளது.

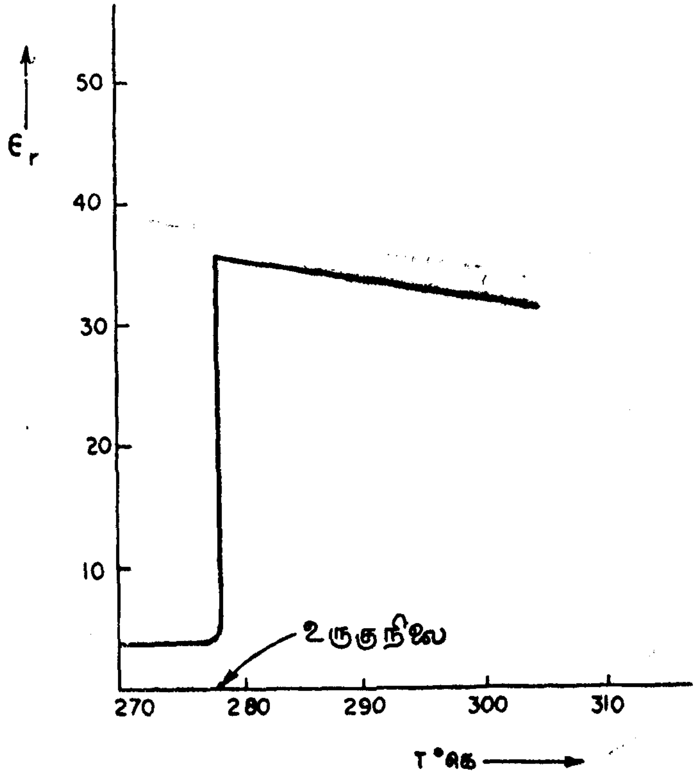
ஈண்டு பிறிதொன்றும் கூறப்படும் தகுதியுடைத்து. அஃது இப்பொருள்களின் $\in_{rs} - \in_{re}$ மதிப்பிற்கும் இறுகு திறனுக்கும் (compressibility) உள்ள தொடர்பாம். இதனைக் கீழ்க்காணும் விளக்கத்தால் உணரலாம்.

பொருளின் இறுகு திறன் என்பதனை ஓரலகு அழுத்த மாற்றத் தால் பொருளின் ஓரலகு பருமனில் ஏற்படும் பரும மாற்றம் என வரையறுக்கலாம். எனவே, கடின அணுக்களுக்கு (hard atoms) இறுகு திறன் தாழ்ந்து இருக்க வேண்டும் என்பதும், மென் அணுக் களுக்கு (soft atoms) இறுகு திறன் உயர்ந்து காணப்பட வேண்டும் என்பதும் தெளிவு. அயனிப் படிகத்தில் மின்புலம் செயல்படும் போது நேர்மின் அயனிகள் புலத்தின் திசையிலும், எதிர்மின் அயனிகள் எதிர்த் திசையிலும் நகர முயலுவதால் கடின அணுக் களாலான பொருளில் அயனி முனைவாக்கம் தாழ்ந்தும் மென் அணுக்களாலான பொருளில் அயனி முனைவாக்கம் உயர்ந்தும் இருக்கவேண்டுமென்பது இயல்பே. எனவே, ஒரு பொருளுக்கு $(\in_{rs} - \in_{re})$ மதிப்பு உயர்ந்திருக்குமாஞல் அதன் இறுகு திறனும் உயர்ந்திருக்க வேண்டும்; $(\in_{rs} - \in_{re})$ தாழ்ந்த மதிப்புடையதா யிருந்தால் இறுகு திறனும் தாழ்ந்த மதிப்பைப் பெறல்வேண்டும். இக்கருத்து உண்மையின்பாற்பட்டதே என்பது ஆய்வுகள் வழி யாகவும் நிறுவப் பெற்றுள்ளது.

6-9·3. நிலையான இருமுனை திருப்பு திறன்களுடைய பொருள்கள்

பல திண்மங்களின் மூலக்கூறுகள் நிலையான மின் இருமுனை திருப்பு திறன்களை உடைத்தாயிருக்கின்றன. இத்தகைய பொருள் களுக்கு ஓர் எடுத்துக் காட்டாய் திண்மநிலை நைட்ரோ பென்சீனைக் (solid nitro benzene) கூறலாம். உருகு நிலையின் அண்மையில் இதனுடைய மின்கடத்தாமை எண் எவ்வாறு மாறுகின்றது என்பதனைப் படம் 6·12 விளக்குகின்றது.

பொருளானது திரவநிலையிலிருந்து திண்மநிலைக்கு மாறுகையில் $\in_r$-ன் மதிப்பு திடீரென 35 எனுமளவிலிருந்து மிகமிகக் குறைந்த அளவுக்குக் குறைவதனை நோக்குக. மேலும், திண்ம



படம் 6·12

உருகுநிலையின் அண்மையில் $C_6H_5NO_2$-ன் $\in_r$ மதிப்பு—வெப்பநிலைக்கேற்ப.

நிலையில் $\in_r$-ன் மதிப்பு, வெப்பநிலையைச் சாராமல் ஒரு மாறிலியாய் இருத்தலையும் காண்க. ஆனால், திரவநிலையில் வெப்பநிலை உயர உயர, $\in_r$-ன் மதிப்பு குறையக் காணலாம்.

இந்த நடத்தையினை நாம் இதுகாறும் கண்ட பல்வகை முனைவாக்கங்கள் பற்றிய கோட்பாடுகளைக் கொண்டு விளக்கல் ஏலும். திரவநிலையில் எலெக்ட்ரானிய, அயனி, திசைமுகப்படுத்தும் முனைவாக்கங்கள் ஆகிய மூன்றுமே $\in_r$ ஐ நிர்ணயிக்க உதவுகின்றன. ஆனால் எலெக்ட்ரானிய, அயனி முனைவாக்கங்கள் வெப்பநிலையின்

பாற்பட்டவையன்று. எனவே, வெப்பநிலைக்கேற்ப $\in_r$ மாறுதலுக்கான காரணம் வெப்பநிலை உயரும்போது வாயுக்களில் நடைபெறுவது போல திரவங்களிலும் திசைமுகப்படுத்தும் முனைவாக்கம் குறைதலேயாம் (சமன்பாடுகள் 6·49, 6·50).

பொருளின் உருகுநிலையில் $\in_r$-ன் மதிப்பு திடீரெனக் குறைதலையும், திண்மநிலையில் $\in_r$-ன் மதிப்பு வெப்பநிலையையொட்டி மாறுதிருப்பதனையும் கீழ்க் காணுமாறு விளக்கலாம்.

இப் பொருள்களில் நிலையான இரு மின்முனைகள் இருப்பினும் திண்மநிலையில் இவை நகர முடியாது உறைந்து போகின்றன (frozen). எனவே புறமின்புலத்தால் இந்த இருமுனைகளைத் தன் திசையில் சுழற்ற முடிவதில்லை. அதனால் திசை முகமாக்கும் முனைவாக்கம் இல்லாது போய்விடுகின்றது. எனவே, $\in_r$-ன் மதிப்பு திடீரெனக் குறைகின்றது. எனவே, உருகுநிலைக்குக் கீழ்ப்பட்ட வெப்பநிலைகளில் $\in_r$-ன் மதிப்பு எலெக்ட்ரானிய, அயனி முனைவாக்கங்களையே சார்ந்திருக்கின்றது. இவ்விரு முனைவாக்கங்களும் வெப்பநிலையைச் சாராதவையானதால் உருகுநிலைக்குக் கீழ்ப்பட்ட வெப்ப நிலைகளில் $\in_r$-ன் மதிப்பு வெப்பநிலையைச் சாராமல் ஒரு மாறிலியாகவே இருக்கின்றது.

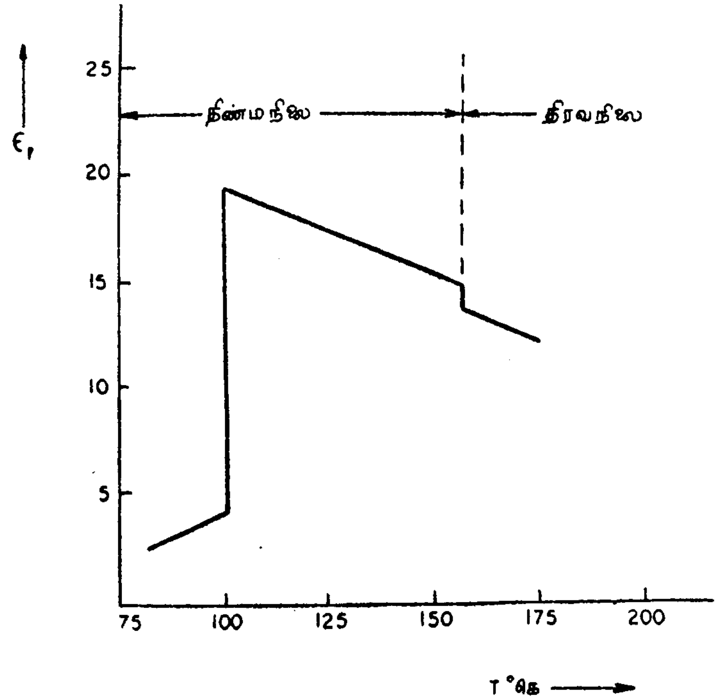
மேற்கண்ட நடத்தை எல்லாத் திண்மங்களுக்கும் (நிலையான இருமுனை திருப்பு திறன்களுடைய திண்மங்களுக்கு) அப்படியே பொருந்துவதில்லை. திண்மநிலையில் சில பொருள்களின் இருமுனைகள் மின்முனைவாக்கத்தில் பங்குபெறவும் செய்கின்றன. இதற்கோர் எடுத்துக்காட்டு HCl ஆகும். இதன் நடத்தை படம் 6·13-ல் காட்டப்பெற்றுள்ளது.

HCl ஆனது 159° கெல் திரவநிலையிலிருந்து திண்மநிலைக்குச் செல்லும்போது $\in_r$-ன் மதிப்பு திடீரெனச் சிறிதளவு உயருகின்றது. இதற்குரிய காரணம் பொருள் உறையும்போது அடர்த்தி அதிகரித்தலே (N மதிப்பு உயர்தல்) ஆகும். திண்மநிலையில் வெப்பநிலை தாழும்போது $\in_r$-ன் மதிப்பு உயருகின்றது. இதிலிருந்து திசைமுகமாக்கு முனைவாக்கம் இருத்தலை உணருகின்றோம். இந்நிலை 100° கெ. வரைதான் இருக்கும். இவ்வெப்பநிலையில் மற்றப் பொருள்கள்போல் $\in_r$-ன் மதிப்பு திடீரென விழுகின்றது. எனவே, இவ் வெப்பநிலைக்குக் கீழே நிலையான இருமுனைகள் இயங்கவேலாது உறைந்து விடுகின்றன.

6-10. ஃபெரோ மின்னியல்

கடந்த பகுதிகளில் பார்த்த மின்கடத்தாப் பொருள்களுக்கெல்லாம் மின்முனைவாக்கத்திற்கும் செயல்படும் புலத்திற்கும்

ஒருபடிச் சார்பான (linear function) தொடர்பே இருக்கக் கண்டோம். ஆனால் சில பொருள்களில் மின்முனைவாக்கம் அதன் பழைய வரலாற்றை, அதாவது, அது ஒரு மின்புலத்தின்



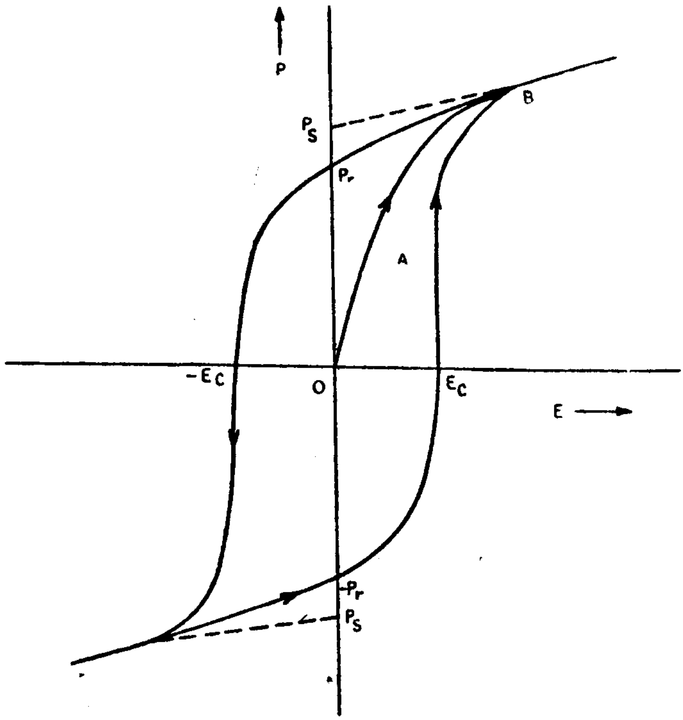
படம் 6·13

HCl-ன் ϵ_r—வெப்பநிலைக் கேற்ப—திரவ திண்ம நிலைகளில்

ஆளுகைக்கு முன்னரே உட்பட்டிருந்ததா அல்லது அது கன்னித் தன்மை வாய்ந்ததா என்பதனைப் பொருத்திருக்கவும் செய்கின்றது. இவை ஃபெரோ காந்தப் பொருள்களைப் (ferro magnetic majestic) போன்று மின்தயக்க விளைவுகளை (hysteresis effects) உடையனவாய் இருக்கின்றன. இவை ஃபெரோ மின்பொருள்கள் (ferro electric material) என அழைக்கப் பெறுகின்றன.

சோடியம் பொட்டாஷியம் டார்ட்ட்ரேட் டெட்ரா ஹைடிரேட் (Sodium potassium tartrate tetrahydrate) படிகத்தில் [இது ரோஷல் உப்பு (Rochelle salt) எனப்படும்.] இந்த ஃபெரோ மின்விளைவை (ferro electric effect) முதன்முதலாக 1921ஆம் ஆண்டில் வலசெக் (Valasek) என்பார் கண்டார். அதனைத்

தொடர்ந்து வேறு பல ஃபெரோ மின் பொருள்கள் கண்டறியப் பட்டுள்ளன. சில எடுத்துக்காட்டுகளாவன : டைஹைடிரஜன் பாஸ்வேட்டுகள் (dihydrogen phosphates) KH_2 PO_4 போன்ற கார உலோகங்களின் ஆர்செனேட்டுகள் (arsenates), பேரியம்



படம் 6.14
ஃபெரோ மின் பொருள்களின் தயக்கக் கண்ணி

டிடானேட் (barium titanate) Ba Ti O_3 போன்ற ஆக்சிஜன் எண் முகத்திண்ம வகைகள் (Oxygen octahedron groups).

இத்தகைய பொருள்கள் பின்பற்றும் தயக்கக் கண்ணி (hysteresis loop) படம் 6.14-ல் காட்டப்பெற்றுள்ளது. முன்னதாக மின்புலத்திற்கு ஆட்படுத்தப்படா கன்னித்தன்மை வாய்ந்த ஃபெரோ மின்பொருள் ஒன்றின்மீது ஒரு மின்புலத்தைச் (E) செயற்படுத்தி அம்மின்புலத்தின் மதிப்பைப் படிப்படியாக உயர்த்திக்கொண்டே சென்றால் அப்பொருளின் மின்முனைவாக்கம் P படத்தில் (படம் 6·14) காட்டியபடி OAB எனும்

கோட்டின் வழியே உயரும். இப்போது மின்புலத்தைப் படிப்படியாகக் குறைத்தால் P-ன் மதிப்பு BAO ஐப் பின்பற்றாமல் BP_r ஐத் தொடரும். புலம் சுழியாகும் நிலையில் முனைவாக்கமும் சுழியாகாது. புலம் சுழியாகும் நிலையில் பொருளின் முனைவாக்கம் P_r என்ற ஒரு மதிப்பை உடைத்தாயிருக்கும். (ஃபெரோ மின் பொருளாக இராமல் சாதாரணப் பொருளாக இருக்குமானால் E-ன் மதிப்பு சுழியானால் P-ம் சுழியாகும்.) இந்த மதிப்பு (P_r) மீந்த முனைவாக்கம் (residual polarization) எனப்படும். பொருளில் மீந்த இம்முனைவாக்கத்தைத் துடைத்து முனைவாக்கத்தின் மதிப்பைச் சுழியாக்க வேண்டில் இப்போது எதிர்த்திசையில் ஒரு மின்புலத்தைச் செயல்படுத்த வேண்டும். இவ்வாறு மீந்த முனைவாக்கத்தைச் சுழியாக்கத் தேவைப்படும் மின்புலம் E_c ஆனது முனைவாக்கம் நீக்கு மின்புலம் (coercive field) எனப்படும்.

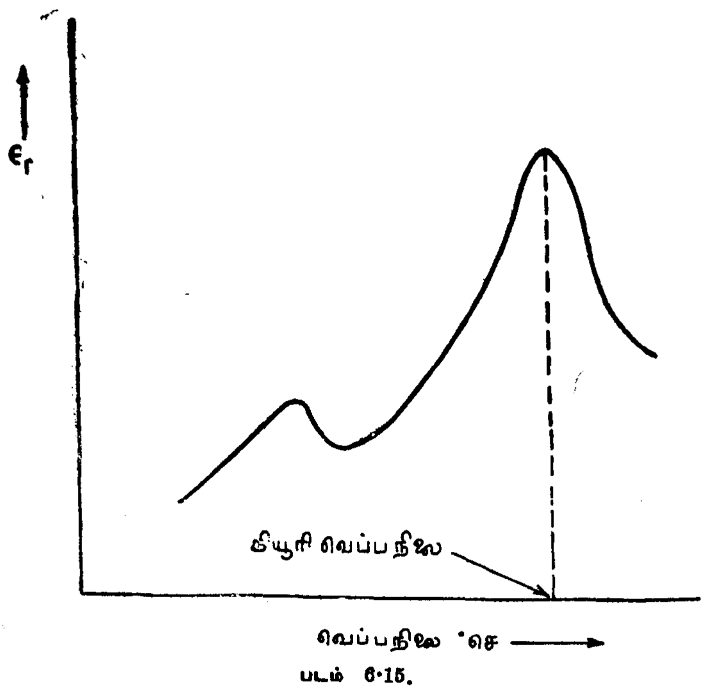
ஃபெரோ மின் பொருள்களது தயக்கக் கண்ணியைக் கீழ்க் காணுமாறு பண்பறி முறையில் (qualitative) விளக்கலாம். மின் புலம் சுழியாக இருக்கும் நிலையிலோ ஒரு மீந்த முனைவாக்கம் இருக்கின்றது என்று சொன்னால் பொருள் தன்னிச்சையான முனைவாக்கம் (spontaneous polarization) பெற்றுள்ளது என்றுதான் பொருள். இந்தத் தன்னிச்சையான முனைவாக்கம் இருந்தால் தான் தயக்கக் கண்ணியே உண்டாகின்றது. பேரளவான பொருளில் இந்தத் தன்னிச்சையான முனைவாக்கம் பொருள் முழுவதிலும் (எல்லாவிடங்களிலும்) பொதுவாக ஒரேயளவில் இருப்பதில்லை. உண்மையில், பொருளினைப் பல பெருங் கூறுகளால் (domains) ஆனதாகக் கருதலாம். ஒவ்வொரு பெருங் கூறும் தன்னிச்சையான முனைவாக்கம் பெற்றது; ஆனால் பெருங் கூறுகளின் முனைவாக்கத் திசைகள் வெவ்வேறாயிருக்கும். எனவே, கன்னிப் பொருளில் தொகுபயன் முனைவாக்கம் (resultant polarization) சுழியாக இருக்கும். ஒரு மின்புலத்தைச் செயல் படுத்துகையில் மின்புலத்தின் திசையில் தன்னுடைய முனைவாக்கத்தைப் பெற்றுள்ள பெருங்கூறானது வளரும். அதனால் மற்றத் திசைகளில் முனைவாக்கம் பெற்றுள்ள பெருங்கூறுகள் அளவில் சுருங்கும். இந்தச் செயல் நிகழ்வதனாலேயே P-ன் மதிப்பு உயருகையில் P-ன் மதிப்பு, படம் 6.14-ல் காட்டிய OAB வழியாக உயருகின்றது. மின்புலம் மிகுதியாக ஆக, அதன் திசையில் உள்ள பெருங்கூறின் அளவு அதிகரித்துக்கொண்டே சென்று ஒரு கட்டத்தில் பொருள் முழுவதும் ஒருதனிப் பெருங்கூறாய் அமையும். இதற்குமேல் P-ன் மதிப்பு அதிகரித்தல் ஏனைய சாதாரண முறைகளாலேயாம்.

ஃபெரோ மின் பொருள்களிலுள்ள இந்தப் பெருங்கூறுகளின் இயலமைப்பை முனைவாக்கம் பெற்ற ஒளியினைக் கொண்டு (polarized light) ஆராயலாம். முனைவாக்கம் பெற்ற ஒளியில் இப்பெருங் கூறுகள் கண்ணுக்குப் புலனாகும்.

6-10·1. தன்னிச்சையான முனைவாக்கம்

ஃபெரோ மின்பொருள்களின் சிறப்புப் பண்பாகிய தன்னிச்சையான முனைவாக்கம் (spontaneous polarization) ஒரு குறிப்பிட்ட வெப்பநிலைக்குமேல் மறைந்து விடுகின்றது. இந்த வெப்பநிலை கியூரி வெப்பநிலை (Curie temperature) எனப்படும். பொருளின் வெப்பநிலை கியூரி வெப்பநிலைக்குக் கீழிருந்தால் P ஆனது மின் புலத்தோடு ஒருபடிச் சார்பினை (linear function) உடையதாயிராது; மின் கடத்தாமை எண்ணும் ஒரு மாறிலியாக இராது. இத்தகு நிலைகளில் கன்னிக் கோட்டிற்கு $\in_r$-ன் மதிப்பைக் கீழ்க் காணுமாறு வரையறுக்கலாம்.

$$\in_0 (\in_r - 1) = \frac{dP}{dE} \longrightarrow 6.75$$



படம் 6·15.

பேரியம் டிட்டானேட்டிற்கான $\in_r$—T கோடு—ஃபெரோ மின் பகுதியில்.

இவ்வாறு வரையறுக்கப்படும் மின்கடத்தாமை எண் ஃபெரோ மின் கியூரி வெப்பநிலையின் அண்மையில் மிகமிக உயர்வான மதிப்பு களைப் பெறும். இதனை பேரியம் டிட்டானேட்டிற்கான (Ba Ti O_3) $\in_r$-ன் மதிப்பிற்கு வரையப்பட்ட வரையடத்திலிருந்து (படம் 6·15) கண்டு கொள்ளலாம்.

சாதாரண மின்கடத்தாத் திண்மங்களுக்கு உள்புலம்

$$E_i = E + \frac{\gamma P}{\in_o} \longrightarrow 6{\cdot}65$$

எனக்கண்டோம். மேலும், பொருளின் மொத்த முனைவாக்கத் திறன் α ஆனால்

$$P = N \alpha E_i$$

எனவே, $P = N\alpha\left(E + \frac{\gamma P}{\in_o}\right)$

அல்லது, $P = N\alpha E + \frac{N\alpha\gamma P}{\in_o}$

அல்லது, $P\left(1 - \frac{N\alpha\gamma}{\in_o}\right) = N\alpha E$

அல்லது, $P = \dfrac{N\alpha E}{1 - \dfrac{N\alpha\gamma}{\in_o}} \longrightarrow 6{\cdot}76$

புறமின் புலம் இல்லாதபோது, அதாவது $E = 0$-ன்போது, P-ன் மதிப்பு சுழி ஆகாமலிருந்தால் மட்டிலுமே தன்னிச்சையான முனைவாக்கம் நடைபெறக் கூடும் என முன்னர் கூறினோம். இது இயலுமோவெனின் சமன்பாடு 6·76 ஐ நோக்க, இயலும் என்று தெரிகிறது. எப்போது இயலுமெனின், $1 - \frac{N\alpha r}{\in_o} = 0$ ஆகும் போது இயலும். எனவே,

$$\frac{N\alpha\gamma}{\in_o} = 1 \longrightarrow 6{\cdot}77$$

என்று ஆனால் பொருளானது தன்னிச்சையான முனைவாக்கம் பெறும் வாய்ப்புண்டு.

சமன்பாடு 6·76-லிருந்து

$$\frac{P}{E} = \epsilon_o(\epsilon_r - 1) = \frac{N\alpha}{1 - \frac{N\alpha\gamma}{\epsilon_o}} \longrightarrow 6.78$$

இச்சமன்பாட்டிலிருந்து $\frac{N\alpha\gamma}{\epsilon_o} = 1$ ஆகும் போது ϵ_r-ன் மதிப்பு வரம்பிலி (infinite) என எண்ணலாகாது. இந்நிலையில் பொருள் தன்னிச்சையான முனைவாக்கம் பெறும் என்றுதான் கொள்ள வேண்டும்.

6-10·2. ஃபெரோ மின்னியல் பற்றிய இருமுனைக் கொள்கை

பல்வேறு ஃபெரோ மின் பொருள்களுக்குப் பல்வேறு கொள் கைகள் பலரால் வழங்கப்பெற்றுள்ளன. அவை நம் எல்லைக் கப்பாற்பட்டவை. எனினும் ஃபெரோ மின்னியலைப் புரிந்து கொள்வான்வேண்டி எளிமை படுத்தப்பெற்ற இருமுனைக் கொள் கையினை ஈண்டுக் காண்போம்.

ஃபெரோ மின் பொருளானது நிலையான இருமுனை திருப்பு திறன்களால் ஆனது. இதில் அடுத்தடுத்துள்ள இரு முனை திருப்பு திறன்களிடையே பெருமளவில் செயலெதிர்ச் செயல் (interaction) இருக்கும். இச்செயலால் ஓர் இருமுனை திருப்புதிறன் அடுத் துள்ளதன் திசைக்குத் தன்னைத் திருப்பிக்கொள்ள முயலும். இத்தகைய நிலையான இருமுனை திருப்புதிறன்களே தம்மிச்சை யான முனைவாக்கத்திற்கான காரணமெனக் கொண்டால்

$$P = P_0$$

நாம் முன்னரே கண்டபடி,

$$P_0 = N\alpha_0 E_l \longrightarrow 6·46$$

அல்லது, $P_0 = N\mu_p\, L(\alpha)$

எனவே, $$P = N\mu_p\, L(\alpha) \longrightarrow 6·79$$

மேலும் உயர் வெப்பநிலைகளில் $L(\alpha)$-ன் மதிப்பு $\frac{\alpha}{3}$ எனவும் கண்டுள்ளோம். எனவே,

$$P = N\mu_p \cdot \frac{\alpha}{3}$$

அல்லது, $P = N\mu_p \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{\mu_p E_l}{kT}$

அல்லது, $P = \frac{N\mu_p^2}{3\,kT} \cdot E_l$ ⟶ 6·80

மேலும், $E_l = E + \frac{\gamma P}{\epsilon_o}$ ⟶ 6·65

ஆனதால், $$P = \frac{N\mu_p^2}{3\,kT}\left(E + \frac{\gamma P}{\epsilon_o}\right)$$

அல்லது, $$P = \frac{N\mu_p^2 E}{3\,kT} + \frac{N\mu_p^2\gamma P}{3\,kT\,\epsilon_o}$$

அல்லது, $$P\left(1 - \frac{N\mu_p^2\gamma}{3\,kT\,\epsilon_o}\right) = \frac{N\mu_p^2 E}{3\,kT}$$

அல்லது, $$P = \frac{N\mu_p^2 / 3\,kT}{\left(1 - \frac{N\mu_p^2\gamma}{3\,kT\,\epsilon_o}\right)} \cdot E$$

அல்லது, $$\frac{P}{E} = \frac{\frac{N\mu_2^2}{3\,k\,\epsilon_o}\cdot\epsilon_o}{T - \frac{N\mu_p^2}{3\,k\,\epsilon_o}\cdot\gamma}$$

அல்லது, $\frac{P}{E} = \frac{C\,\epsilon_o}{T - \theta}$ ⟶ 6·81

இங்கே, $\theta = \frac{N\mu_p^2\gamma}{3\,k\,\epsilon_o}$, $C = \frac{\theta}{\gamma}$. சமன்பாடு 6·81-ல் உள்ள C ஆனது கியூரி மாறிலி (Curie constant) என்றும், θ ஆனது கியூரி வெப்பநிலை (Curie temperature) என்றும் வழங்கப்பெறும். மேலும்,

$\frac{P}{E} = \epsilon_o(\epsilon_r - 1)$ ⟶ 6·15

ஆனதால், சமன்பாடு 6·80ஐக் கீழ்க் காணுமாறெழுதலாம்.

$(\epsilon_r - 1) = \frac{C}{T - \theta}$ ⟶ 6·82

இச் சமன்பாடு (சமன்பாடு 6·82) கியூரி—வைஸ் விதி (Curie—Weiss law) எனப்படும். உயர் வெப்ப நிலைகளில் ஃபெரோ மின் பொருள்கள் இந்தக் கியூரி—வைஸ் விதிக்குட்பட்டு ஒழுகும்.

$T < \theta$ நிலைகளில் தன்னிச்சையான முனைவாக்கம் எவ்வாறு இயலுகின்றதென்பதனை இனிக் காண்போம்.

சமன்பாடு 6·79-லிருந்து

$$P = N\mu_p\ L(\alpha) \qquad \longrightarrow \quad 6{\cdot}79$$

தாழ்வெப்பநிலைகளிலும் மிகமிக உயர்ந்த மின் புலங்களிலும் α-ன் மதிப்பு மிக உயர்ந்ததென்றும் அந்நிலைகளில் $L(\alpha) \longrightarrow 1$ என்றாகு மென்றும் கண்டோம். எனவே, அப்போது P-ன் மதிப்பு பெரும மாகின்றது. இதனைத் தெவிட்டு நிலை (saturation) மதிப்பு (P_s) எனலாம். எனவே,

$$P_s = N\mu_p \qquad \longrightarrow \quad 6{\cdot}83$$

எனவே, சமன்பாடு 6·79

$$P = P_s\, L(\alpha)$$

எனவாகும்.

எனவே, $$\frac{P}{P_s} = L(\alpha) \qquad \longrightarrow \quad 6{\cdot}84$$

ஆனால், $$L(\alpha) = L\left(\frac{\mu_p}{kT} \cdot E\right)$$

இங்கே உட்புலத்தைத்தான் கணக்கிலெடுத்துக் கொள்ளவேண்டு மாதலின்

$$L(\alpha) = L\left(\frac{\mu_p}{kT} \cdot E_1\right)$$

அல்லது, $$L(\alpha) = L\left[\frac{\mu_p}{kT}\left(E + \frac{\gamma P}{\epsilon_o}\right)\right]$$

எனவே, $$\frac{P}{P_s} = L\left[\frac{\mu_p}{kT}\left(E + \frac{\gamma P}{\epsilon_o}\right)\right] \qquad \longrightarrow \quad 6{\cdot}85$$

தன்னிச்சையான முனைவாக்கம் இருக்கவேண்டின், புற மின்புலம் $E = 0$ ஆகும்போது P-க்குச் சுழியல்லாத ஒரு மதிப்பு இருக்க வேண்டும். எனவே, தன்னிச்சையான முனைவாக்கத்திற்கு,

$$\frac{P}{P_s} = L\ \frac{\mu_p\, \gamma\, P}{kT\, \epsilon_o} \qquad \longrightarrow \quad 6{\cdot}86$$

இங்கே, $$\frac{\mu_p\, \gamma P}{kT\ \epsilon_o} = x \qquad \longrightarrow \quad 6{\cdot}87$$

எனக் கொண்டால்,

$$\frac{P}{P_s} = L(x)$$

அல்லது, $\frac{P}{P_s} = \cot hx - \frac{1}{x}$ ⟶ 6·88

மேலும், சமன்பாடு 6·87 லிருந்து

$$\frac{P}{N\mu_p} = \left(\frac{kT \in_0}{N\mu_p^2 \gamma}\right) x$$

$P_s = N\mu_p$ ஆனதால்,

$$\frac{P}{P_s} = \left(\frac{kT \in_o}{N\mu_p^2 \gamma}\right) x$$

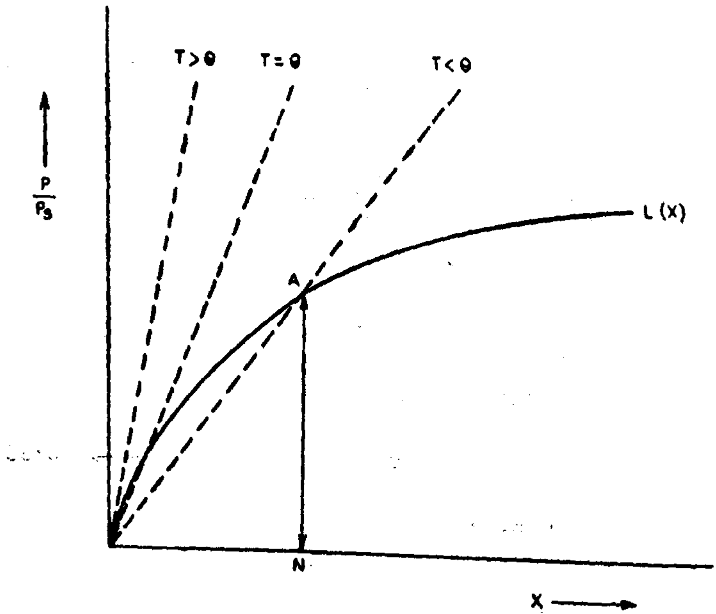
அல்லது, $\theta = N\mu_p^r \gamma / 3k \in_o$ ஆனதால்

$$\frac{P}{P_s} = \left(\frac{T}{3\theta}\right) x \quad \longrightarrow \quad 6·89$$

இவ்வாறாக $\frac{P}{P_s}$ க்கும் x-க்கும் இடையே இரண்டு ஒருங்கமைச் சமன்பாடுகளைப் பெற்றுள்ளோம். [சமன்பாடுகள் (7·88), (7·89)]. இவை தம்மிச்சையான முனைவாக்கத்தை நிர்ணயிக்கின்றன. இவற்றுள் முதல் சமன்பாடு லாஞ்ஜ்வின் கோட்டை அளிக்கின்றது; பிந்தைய சமன்பாடு, ஆதி (origin) வழியாகச் செல்வனவும், $\left(\frac{T}{3\theta}\right)$ எனும் சரிவை உடையனவுமான நேர் கோடுகளைக் குறிக்கும்.

படம் 6·16-ல் லாஞ்ஜ்வின் கோடும், $T < \theta$, $T = \theta$, $T > \theta$-க்களில் மூன்று கோடுகளும் காட்டப்பெற்றுள்ளன. இவற்றுள் $T < \theta$ கோடானது லாஞ்ஜ்வின் கோட்டை O-வும் A-வும் வெட்டுகின்றது. எனவே, சமன்பாடுகள் 6·88, 6·89 ஆகிய இரண்டிற்கும் பொருந்திவரும் மதிப்புகள் $\frac{P}{P_s} = O$ அல்லது AN ஆகும். ஆனால் $\frac{P}{P_s} = 0$ என்பது உண்மையான தீர்வல்ல. ஏனெனில் தன்னிச்சையான முனைவாக்கத்திற்கு $P \neq 0$. எனவே, ஒரே தீர்வு $\frac{P}{P_s} = AN$ ஆகும். $T > \theta$ ஆனால் நேர்கோடு லாஞ்ஜ்வின் கோட்டை

ஆதி தவிர்த்து வேறெங்கும் வெட்டாது. எனவே, தன்னிச்சையான முனைவாக்கம் நடைபெறாது.



படம் 6·16.

$\frac{P}{P_s}$ — x கோடுகள்

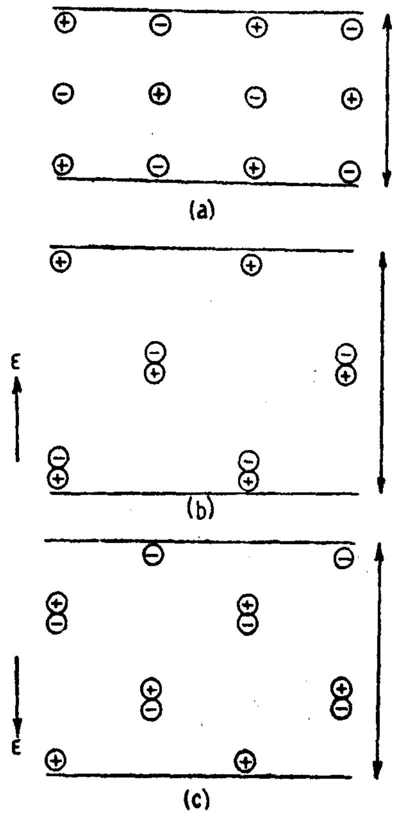
6-11. பீசோ மின்னியல்

மின்கடத்தாப் பொருளின்மீது மின்புலம் ஒன்றினைச் செயல்படுத்துகையில் அதில் மின் இருமுனைகள் தூண்டப்பெறுகின்றன என்றும், அவ்வாறு மின் இருமுனைகள் தூண்டப்பெறுங்காலை அயனிகள் இடம் பெயருகின்றன என்றும் கண்டோம். இதனால் படிகத்தினுடைய இயலமைப்புப் பரிமாணங்கள் (structural dimensions) மாறுகின்றன. புறமின்புலம் இல்லாத நிலையில் படிகத்திலுள்ள அயனிகள் அணியொன்று (array of ions) படம் 6·17 (a)-ல் காட்டப்பெற்றுள்ளது.

மின்புலம் செயல்படுகையில் எவ்வாறு அயனிகள் இடப்பெயர்ச்சியடைகின்றன என்பதனையும், அதனால் மின்புலத்தின் திசையில் படிகத்தின் பரிமாணம் எவ்வாறு அதிகரிக்கின்றது என்பதனையும் படம் 6·17 (*b*), (*c*) ஆகியவை விளக்குகின்றன.

இவ்வாறு மின்புலத்தின் ஆளுகையில் படிகத்தின் பரிமாணம் மாறுகின்ற இப்பண்பு மின் பரிமாண மாற்றம் (electrostriction) எனப்படும்.

இப்பொழுது இதன் தலைகீழ் விளைவை, அதாவது, படிகத்தின் பரிமாணங்களை மாறச் செய்தால், அதாவது, எந்திரவியல் திரிபால் (mechanical strain) உண்டாகும் மின் முனைவாக்கத்தைப் பற்றிக் காண்போம். இதற்கு இரண்டு வகையான படிகங்களை எடுத்துக் கொள்வோம்: (1) மையச் சமச்சீருடைய படிகங்கள், (2) சமச்சீரற்ற படிகங்கள்.



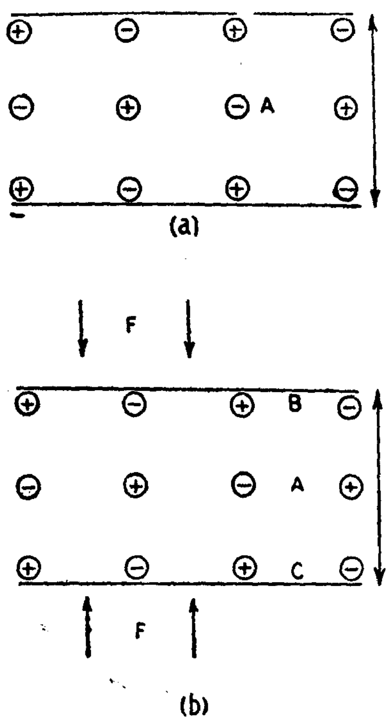
படம் 6·17.
மின் பரிமாண மாற்றல் — செயல்படும் புலத்தால் அயனிகள் இடப்பெயர்ச்சியுடைய புலத்தின் திசையில் படிகத்தின் பரிமாணம் அதிகரித்தல்

மையச் சமச்சீருடைய படிகமெனில் என்ன? மின்கடத்தாப் பொருளின் அலகு செல் (unit cell) கீழ்க்காணுமாறிருந்தால் அப்படிகம் மையச் சமச்சீருடைய படிகமெனப் பெறும். செல்லின் ஒரு மையப் புள்ளியிலிருந்து மின்னூட்டமுடைய ஓர் அயனிக்கு ஒரு வெக்டாரை வரைவதாகக் கொள்வோம். அதே புள்ளியிலிருந்து அதே அளவுள்ள வெக்டாரை எதிர்த்திசையில் வரையும்போது அவ்வெக்டார் முன் போன்றே அதே மாதிரியான ஓர் அயனியில் முடியவேண்டும். இயற்கையில் நிலவும் முப்பத்திரண்டு புள்ளிக் குழுக்களைச் (point groups) சார்ந்த படிக வகைகளில் பன்னிரண்டு வகைகள் மையச் சமச்சீருடையன.

இப்போது மையச் சமச்சீருடையதும் மையச் சமச்சீரற்றதுமான இரு பரிமாண அயனி அணிகளில் இடைவெளிகளை எந்திர விசைகளால் மாற்றும்போது ஏற்படும் விளைவுகளைக் காண்போம்.

6-11·1. மையச் சமச்சீருடைய அணி

மையச் சமச்சீருடைய அயனிகளின் இரு பரிமாண அயனியொன்று படம் 6·18 (a)-ல் காட்டப்பெற்றுள்ளது. இதில் *A* எனக் குறிக்கப்பட்டுள்ள அயனியினைச் சமச்சீர் மையமாகக் கொள்ளலாம். இப்போது படம் 6·18 (*b*)-ல் காட்டியுள்ளபடி எந்திர விசைகளால் அணி இறுக்கப்படுவதாகக் கொள்வோம். இதனால் *B* எனும் அயனி *A*-க்கு நெருங்கி வருகின்றது. எனவே, *BA* இருமுனை திருப்புதிறன் குறைகின்றது. அதே நேரத்தில் *C* அயனியும் *A* அயனியை நெருங்கி வருவதால் *CA* இருமுனை திருப்புதிறனும் அதே அளவு குறைகின்றது. ஆனால் *BA*, *CA* ஆகிய இருமுனை திருப்புதிறன்களும் எதிரெதிர்த் திசைகளில் உள்ளன. எனவே, முனைவாக்கத்தில் ஏற்படும் நிகர மாறுதல் சுழியாம். அதாவது, எந்திரவியல் விசைகளால் மையச் சமச்சீருடைய படிகம் உருமாற்றம் அடையும்போது அதன் முனைவாக்கத்தில் எவ்வகையான மாறுதலும் ஏற்படுவதில்லை.

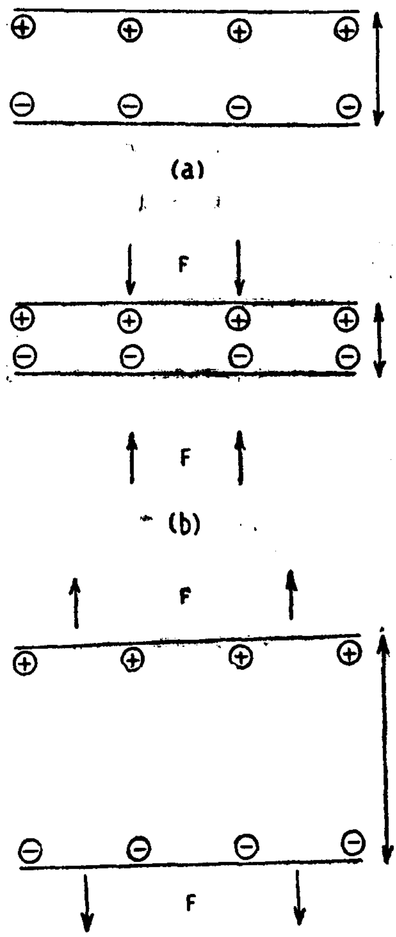


படம் 6·18
(a) மையச் சமச்சீருடைய அயனி இயலமைப்பு
(b) விசைகளால் இது இறுக்கப்படுதல்

6-11·2. மையச் சமச்சீரற்ற அணி

மையச் சமச்சீரற்ற அயனிகளின் இருபரிமாண அணியொன்று படம் 6·19 (*a*)-ல் காட்டப்பெற்றுள்ளது; இறுக்கு விசையொன்று இதன்மீது செயல்படுகையில் மொத்த இருமுனை திருப்புதிறன் குறைவதனைப் படம் 6·19 (*b*) விளக்குகின்றது. விரிவு விசையொன்று (tensile force) செயல்படுகையில் மொத்த இரு முனை திருப்புதிறன் அதிகரிக்கும் என்பதனைப் படம் 6·19 (*c*) காட்டுகின்றது.

இவ்வாறாக, எந்திர விசைகளால் பொருள் விரிவடையச் செய்யப்படும்போதும், இறுக்கப்படும்போதும் அதன் இருமுனை திருப்புதிறன் மாறுவதும், அதனால் அதன் மின்முனை வாக்கம் மாறுவதுமாகிய இந்த விளைவு, பீசோ மின்னியல் விளைவு (piezo electric effect) எனப்படும். இவ்விளைவினை யுடைத்தாயுள்ள படிகங்கள் பீசோ மின்படிகங்கள் (piezo electric crystals) எனப்பெறும்.



படம் 6·19.
(a) மையச் சமச்சீரற்ற அயனிகள் அமைப்பு
(b) அமைப்பு இறுக்கப் படுகையில்
(c) அமைப்பு விரிவாக்கப் படுகையில்

6·11·3. பீசோ மின்படிகங்களின் பயன்கள்

மின் கடத்தாப் படிகங்களின் இந்தப் பீசோ மின்னியல் நடத்தையானது பல்வேறு நடைமுறைக் காரியங்களுக்குப் பயன்படுகின்றது.

பீசோ மின் படிகம் பல்வேறு அதிர்வு வகைகளில் (modes of vibration) அதிர்வுறக் கூடும். இவ்வதிர்வுகளின் அதிர்வெண்கள் பொருளின் மீட்சி எண்களையும் (elastic constants) படிகத்தின் பரிமாணங்களையும் பொருத்திருக்கும். இவ்வகைப் படிகமொன்றினை இரண்டு மின்முனைகளுக்கு (electrodes) இடையே பொருத்தி, அப்படிகத்தின் இயல்பான அதிர்வெண்களில் ஒன்றின் மதிப்பினையுடைய மாறுதிசை மின்புலத்திற்குட்படுத்தினால் இந்த அதிர்வெண்ணில் படிகம் அதிர்வுறச் செய்யும். இந்த அலைவியற்றி அமைப்பினது நிலைப்பாடு (stability) படிகத்தின் மீட்சி எண்களால்

கட்டுப்படுத்தப் பெறும். எனவே, மிகத் தாழ்ந்த வெப்ப விரி வெண்ணுடையதும், அதனால் மிக உயர்ந்த நிலைப்பாடுடையது மான குவார்ட்சு (quartz) படிகங்களை இத்தகைய அலைவியற்றி களாகப் பயன்படுத்தலாம். இவை எலெக்ட்ரானியல் சுற்று களில் (electronic circuits) பெருமளவு பயன்படுத்தப் பெறுகின்றன.

எந்திரத் துடிப்புகளை (mechanical pulses) மின் துடிப்புகளாக வும் (electric pulses), மின்துடிப்புகளை எந்திரத் துடிப்புகளாகவும் மாற்ற பீசோ மின் படிகங்களைப் பயன்படுத்தலாம் என்பதனை விளக்கத் தேவையில்லை. இத்தகைய வேலைகளில் பீசோ மின் படிகமானது ஆற்றல் மாற்றியாக (transducer) பயன்படுகின்றது. மின் துடிப்புகள் ஒலித் துடிப்புகளாக மாற்றப்பட்டு ஆழ்கடல் ஆய்வுகளுக்குப் பயன்படுகின்றன.

குவார்ட்சு கட்டையின் ஒரு முனையில் மின் சைகைகள் (electric signals) ஒலிச் சைகைகளாக (sound signals) மாற்றப்பட்டால் இவை குவார்ட்சின் ஊடு மெதுவாகச் செல்லும். (ஒலி அலைகள் மின் அலைகளைவிட மிக மெதுவாகச் செல்லுமாதலான்) குவார்ட் சின் மறுமுனையை இவ்வொலிச் சைகைகள் எட்டும்போது அவை மீண்டும் மின் சைகைகளாக மாற்றப்பெறும். இவ்வாறு செய்வ தனால் மின் சைகைகள் செல்லுகின்ற நேரம் தாழ்த்தப்படுகின்றது. இவ்வாறாக மின் சைகை செல்லும் நேரம் தாழ்த்தப்படுவதனால் இது தாழ்த்து மின்வழி (delay line) பயன்படுகின்றது. செய்தித் தொடர்பு சாதனங்களில் (communication devices) இவை பெரும்பயனுடையவை.

7. மின்கடத்தாப் பொருள்கள்— மாறுதிசை மின்புலத்தில்

7-1. மாறுதிசை மின்புலத்தில் மின்கடத்தாப் பொருள்கள்

நிலை மின்புலங்களில் (static electric fields) மின்கடத்தாப் பொருள்கள் எவ்வாறு செயல்படும் என்பதனைக் கடந்த அத்தியா யத்தின் கண் கண்டோம். மாறுதிசை மின்புலங்களில் (alternating electric fields) மின்கடத்தாப் பொருள்களின் ஒழுகலாறுகளை இவ் வத்தியாயத்தில் காண முயலுவோம்.

மாறுதிசை மின்புலங்களில் புலத்தின் அதிர்வெண்ணிற்கும் (frequency) மின்கடத்தாமை எண்ணிற்குமுள்ள தொடர்பினைக் கணித்தால், மின் கடத்தாமை எண் ஒரு சிக்கலெண்ணாக (complex number) இருக்கக் காணலாம். இச் சிக்கல் மதிப்பின் கற்பனைப் பகுதியின் (imaginary part) காரணமாக மின்கடத்தாப் பொருள் களில் ஆற்றல் இழப்பு ஏற்படும். எனவே, மின்கடத்தாப் பொருள்கள், இழக்கும் மின் கடத்தாப் பொருள்களாகச் (lossy dielectrics) செயல்படும். இவற்றையெல்லாம் ஆய்வதற்கு முன் னோடியாக மாறுதிசை மின்புலத்தில் எலெக்ட்ரானிய, அயனி, திசைமுகமாக்கு முனைவாக்கங்கள் ஆகியவற்றை ஒன்றன் பின் ஒன்றாகக் காண்போம்.

7-2. எலெக்ட்ரானிய முனைவாக்கத்திற்கும் அதிர்வெண்ணிற்குமுள்ள தொடர்பு

நிலைமின்புலங்களில் எலெக்ட்ரானிய முனைவாக்கத்தைக் கணிப்பதற்கெனப் பயன்படுத்திய அரைகுறை குவான்டம் எந்திர வியல் அணுமாதிரியையே ஈண்டும் பயன்படுத்துவோம். இதனால் கிடைக்கும் முடிவுகள் செப்பம் மிக்க அணுமாதிரியைப் பயன் படுத்திக் கிடைப்பனவற்றிலிருந்து பெரிதாக ஏதும் மாறுபட்டு விடா.

Z அணு எண் உடைய ஓர் அணுவை எடுத்துக் கொள்வோம். இதன் அணுக்கருவின் மின்னூட்டம் $+Ze$. இதனை $-Ze$

மின்னூட்டமுடைய எலெக்ட்ரான் முகில் சூழ்ந்துள்ளது. எலெக்ட்ரான் முகிலை, சீரான மினூட்டப் பகிர்வுடையதும், R ஆரமுடையதுமான ஒரு கோளமாகக் கற்பனை செய்துகொள்ளலாம். மின்புலம் ஏதுமில்லா நிலையில் எலெக்ட்ரான் முகிலின் மையம் அணுக்கரு மையத்தோடு ஒன்றியிருக்கும். இப்போது E மின்புலத்தை அணுவின் மீது செயல்படுத்தினுல் எலெக்ட்ரான் முகில் நகரும். அதன் மையம் பழைய நிலையிலிருந்து x தூரம் நகரும். அணுக்கருவானது எலெக்ட்ரான்களைவிட மிகுந்த கனமான தாதலின் அது நகருவதில்லை எனக் கொள்ளலாம். இந்தப் பெயர்ந்த நிலையில் இருக்கும்போது ($t=0$) மின்புலத்தைத் திடீரென விலக்கிவிட்டால் எலெக்ட்ரான் முகிலின்மீது ஒரு கூலம் ஈர்ப்பு விசை (coulomb force of attraction) செயல்படும். இதன் அளவு முன்னரே கணக்கிட்டதுபோல,

$$F = \frac{Z^2 e^2 x}{4 \pi \in_o R^3} \longrightarrow 7 \cdot 1$$

இவ்விசையின் காரணமாக எலெக்ட்ரான் முகில் ஒரு முடுக்கத்தைப் (acceleration) பெற்று $x=0$ ஐ நோக்கி நகர முற்படும். எலெக்ட்ரான் முகிலின் நிறை m எனக் கொண்டால் இவ்வியக்கத்திற்கான வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டினைக் (differential equation) கீழ்க்காணுமாறெழுதலாம்.

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = - \frac{Z^2 e^2 x}{4 \pi \in_o R^3}$$

$$\frac{Z^2 e^2}{4 \pi \in_o R^3} = f,$$ ஒரு மாறிலி என எழுதினுல்

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = - f x \longrightarrow 7 \cdot 2$$

எனவாகும். மேலும் $\frac{f}{m} = \omega_o^2$ எனப் பதிலிட்டால் சமன்பாடு 7·2, கீழ்க்காணுமாறுகும்.

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_o^2 x = 0 \longrightarrow 7 \cdot 3$$

மேற்கண்ட சமன்பாடு ஓர் எளிய சீரிசை இயக்க அலைவியற்றியினது (simple harmonic oscillator) என்பதும், இதற்கு

$$x = -x_0 \operatorname{Sin} \omega_0 t \longrightarrow 7 \cdot 4$$

என்பது தீர்வாகும் என்பதும் தெரியும். இங்கே, ω_0 என்பது எலெக்ட்ரான் முகிலின் அலைவுகளின் இயல்பான கோண அதிர்வெண் (angular frequency) ஆகும். இதன் மதிப்பு 10^{16} ரேடியன்கள்/நொடி எனுமளவில் இருக்கும். இந்த அதிர்வெண் புற ஊதாப் பகுதியைச் சேர்ந்தது. ω_0-ன் மதிப்பு இந்த அளவில் இருக்கும் என்பதனைக் கீழ்க்காணுமாறு காட்டலாம்:

$$\omega_0^2 = \frac{f}{m}$$

எனவே, $\omega_0^2 = \dfrac{Z^2 e^2}{4 \pi \in_0 R^3 m}$

ஹீலியத்திற்கு $Z = 2, R \simeq 10^{-10}$ மீ.

எனவே, $\omega_0^2 = \dfrac{4 \times (1\cdot6 \times 10^{-19})^2}{4 \pi \times 8\cdot854 \times 10^{-12} \times 10^{-30} \times 9\cdot1 \times 10^{-31}}$

அல்லது, $\omega_0^2 \simeq 10\cdot1 \times 10^{32}$

அல்லது,

$$\omega_0 \simeq 3 \times 10^{16}$$

மேற்கண்ட விவாதத்திலிருந்து எலெக்ட்ரான் முகிலானது அதனுடைய புலமற்ற நிலை இடத்தின் மீது $(x=0)$ வரம்பற்ற நேரம் தொடர்ந்து அலைவுறவேண்டுமென்று தெரிகின்றது. ஆனால் இது உண்மைக்குப் புறம்பானது. ஏனெனில், மின்காந்தக் கதிர்வீச்சுப் பற்றிய முதுபழங்கொள்கைப்படி முடுக்கப்பெற்ற எந்த ஒரு மின்னூட்டமும் கதிர்வீச வேண்டும். எனவே, எலெக்ட்ரான் முகில் ஈண்டு கதிர் வீசல் வேண்டும். இதன் பயனாய் அதன் ஆற்றல் குறைந்துகொண்டே செல்லவேண்டும். எனவே முகிலின் இயக்கம் ஒரு தடையூட்டு விசைக்கு (damping force) ஆளாகின்றது எனக் கொள்ளலாம். எனவே, சமன்பாடு 7·3 ஐக் கீழ்க்காணுமாறு மாற்றியமைக்க வேண்டும்:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -fx - 2b \cdot \frac{dx}{dt} \longrightarrow 7\cdot5$$

இங்கே $2b \dfrac{dx}{dt}$ ஆனது தடையூட்டு விசையாம். இது எலெக்ட்ரான் முகிலின் திசைவேகத்திற்கு (velocity) நேர்விகிதத்திலிருப்பதாகக் கொள்ளப்பெற்றுள்ளது. மேலும்,

$$2b = \frac{\mu_o \in^2 \omega_o^2}{6 \pi m c} \longrightarrow 7\cdot6$$

ஆம். இங்கே μ_0 என்பது வெற்றிடத்தின் உட்புகுதிறன் (permeability), c என்பது வெற்றிடத்தில் ஒளியின் திசைவேகம்.

சமன்பாடு 7.5 ஐ

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_o^2 x + \frac{2b}{m} \cdot \frac{dx}{dt} = 0 \longrightarrow 7\cdot7$$

என எளிமைப் படுத்தலாம். இது தடையுறு அலைவியற்றியினது இயக்கத்தின் வகைக்கெழுச் சமன்பாடு.

இப்போது அணுவின்மீது $E = E_0 \cos \omega t$ எனக் குறிக்கக் கூடிய ஒரு மாறுதிசை மின்புலம் செயல்பட்டால், எலெக்ட்ரான் முகிலின் மீது செயல்படும் லாரென்ஸ் விசை (Lorentz force)

$$-Ze\, E_o \cos \omega t$$

ஆகும். எனவே, எலெக்ட்ரான் முகிலின் சமன்பாடு

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + 2b \frac{dx}{dt} + f x = -Ze\, E_0 \cos \omega t$$

அல்லது

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{2b}{m} \cdot \frac{dx}{dt} + \omega_o^2 x + \frac{Ze\, E_o}{m} \cos \omega t = 0 \longrightarrow 7\cdot8$$

எனவாகும். இச்சமன்பாட்டிற்கான தீர்வு

$$x(t) = \text{மெய்} \left(B^* e^{j\omega t} \right) \longrightarrow 7\cdot9$$

எனக் கொள்ளலாம். இங்கே $x(t)$ ஆனது $B^* e^{j\omega t}$ எனும் சிக்கல் எண்ணின் (complex number) மெய்ப்பகுதியாகும்; B^* என்பது ஒரு சிக்கல் மாறிலி (complex constant). B^*-ன் மதிப்பைக் கண்டு விட்டால் $x(t)$ ன் மதிப்பைக் கண்டு விடலாம். சமன்பாடு 7·9-லிருந்து,

$$\frac{dx}{dt} = \text{மெய்} \left(B^* j\omega\, e^{j\omega t} \right),$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \text{மெய்} \left[B^* (-\omega^2)\, e^{j\omega t} \right]$$

மேலும்,

$$ZeE_0 \; Cos \; \omega t = \text{மெய்} \left(Ze \; E_0 \; e^{j\omega t}\right)$$

இம்மதிப்புகளையெல்லாம் சமன்பாடு 7.8-ல் பயன்படுத்த,

$$\text{மெய்}\left[\left(-\omega^2 B^* + j\frac{2b\omega}{m} \cdot B^* + \omega_o^2 B^* + \frac{Ze}{m} E_o\right) e^{j\omega t}\right] = 0 \longrightarrow 7.10$$

$e^{j\omega t} \neq 0$ ஆனதால்,

$$-\omega^2 B^* + j\frac{2b\omega}{m} \cdot B^* + \omega_o^2 B^* + \frac{Ze}{m} \cdot E_o = 0$$

அல்லது, $B^*\left[\omega_o^2 - \omega^2 + j\frac{2b\omega}{m}\right] = -\frac{Ze}{m} \cdot E_o$

அல்லது $$B^* = \frac{-\frac{Ze}{m} \cdot E_o}{(\omega_o^2 - \omega^2) + j\frac{2b\omega}{m}} \longrightarrow 7.11$$

எனவே,

$$x(t) = \text{மெய்} \frac{\left(-\frac{Ze}{m}\right) E_o \; e^{j\omega t}}{(\omega_o^2 - \omega^2) + j\left(\frac{2b\omega}{m}\right)} \longrightarrow 7.12$$

மாறுதிசை மின்புலத்தால் எலெக்ட்ரான் முகில் எந்த ஒரு நேரத்திலும் நேர்மின்னூட்டமான அணுக்கருவிலிருந்து $x(t)$ தூரம் பெயர்ந்துள்ளது. இதனால் அணு ஒரு தூண்டப்பெற்ற மின் இருமுனையாகின்றது. எனவே, தூண்டப்பெற்ற இருமுனை திருப்பு திறன்

$$\mu_{\text{தூ}}(t) = Ze. \, x(t) \longrightarrow 7.13$$

என்பது தெளிவு. எனவே, சமன்பாடு 7.12 ஐப் பயன்படுத்த

$$\mu_{\text{தூ}}(t) = \text{மெய்} \frac{\left(\frac{Z^2 e^2}{m}\right) E_o \; e^{j\omega t}}{(\omega_o^2 - \omega^2) + j\frac{2b\omega}{m}} \longrightarrow 7.14$$

சமன்பாடு 7.14 மாறுதிசை மின்புலத்தில் எந்த ஒரு கணத்திலும் உள்ள இருமுனை திருப்புதிறனைத் தருகின்றது. α_e^* என்பதனைச் சிக்கல் எலெக்ட்ரானிய முனைவாக்கத் திறன் (complex electronic polarizability) எனக் கொண்டால்,

$$\mu_{\text{தூ}}(t) = \text{மெய்}\left(\alpha_e^* E_o e^{j\omega t}\right) \longrightarrow 7\cdot15$$

என்று முனைவாக்கத்திறன் பற்றிய வழக்கமான வரையறைப்படி எழுதலாம். சமன்பாடுகள் 7·14, 7·15 ஆகியவற்றை ஒப்பு நோக்க,

$$\alpha_e^* = \frac{Z^2 e^2/m}{(\omega_o^2 - \omega^2) + j\,\dfrac{2b\omega}{m}} \longrightarrow 7.16$$

சிக்கல் முனைவாக்கத் திறன் α_e^* ஐ ஒரு மெய்ப்பகுதி α_e', ஒரு கற்பனைப்பகுதி α_e'' ஆகியவற்றின் கூட்டுத் தொகையாகக் கீழ்க் கண்டவாறெழுதலாம்.

$$\alpha_e^* = \alpha_e' - j\cdot\alpha_e'' \longrightarrow 7.17$$

எனவே, இவ்வடிவில், 7·16 ஐ எழுதினால் α_e^*-ன் மெய்ப் பகுதியைக் கண்டுகொள்ளலாகும். சமன்பாடு 7·16-ன் வலப் புறத்தின் தொகுதி (numerator), பகுதி (denominator) ஆகிய வற்றைப் பகுதியின் சிக்கல் இணையால் (complex conjugate) பெருக்க,

$$\alpha_e^* = \frac{Z^2 e^2}{m}\,\frac{(\omega_o^2 - \omega^2) - j\,\dfrac{2b\omega}{m}}{\left(\omega_o^2 - \omega^2 + j\dfrac{2b\omega}{m}\right)\left(\omega_o^2 - \omega^2 - j\dfrac{2b\omega}{m}\right)}$$

அல்லது,

$$\alpha_e^* = \frac{Z^2 e^2}{m}\left[\frac{\omega_o^2 - \omega^2}{(\omega_o^2 - \omega^2)^2 + \dfrac{4b^2\omega^2}{m^2}} - \frac{j\cdot\dfrac{2b\omega}{m}}{(\omega_o^2 - \omega^2)^2 + \dfrac{4b^2\omega^2}{m^2}}\right] \longrightarrow 7\cdot18$$

சமன்பாடுகள் 7·17, 7·18 ஆகியவற்றை ஒப்பு நோக்க,

$$\alpha_e' = \frac{Z^2 e^2}{m} \cdot \frac{\omega_o^2 - \omega^2}{(\omega_o^2 - \omega^2)^2 + \frac{4\, b^2\, \omega^2}{m^2}} \longrightarrow 7\cdot 19$$

$$\alpha_e'' = \frac{Z^2 e^2}{m} \cdot \frac{2b\omega}{m} \frac{1}{(\omega_o^2 - \omega^2)^2 + \frac{4b^2\, \omega^2}{m^2}} \longrightarrow 7.20$$

நிலைமின்புலங்களைச் செயல்படுத்தினால், அதாவது $\omega = 0$ ஆனால்

$$\alpha_e'' = 0$$

ஆகிவிடுவதனையும்,

$$\alpha_e' = \frac{Z^2 e^2}{m} \cdot \frac{\omega_o^2}{\omega_o^4}$$

அல்லது, $\alpha_e' = \dfrac{Z^2 e^2}{m\, \omega_o^2}$

அல்லது, $\alpha_e' = \dfrac{Z^2 e^2}{f}$

அல்லது, $\alpha_e' = 4\pi \in_o R^3$

என ஆவதனையும் நோக்குக. இந்த α_e'-ன் மதிப்பு நிலைமின்புலங்களுக்கு நாம் முன்னரே வருவித்த மதிப்பே. (அத்தியாயம் 6)

இப்போது, மாறுதிசை மின்புலங்களில் எலெக்ட்ரானிய முனைவாக்கத்தின் மதிப்பைக் காண்போம். ஓரலகு பருமன் பொருளில் N அணுக்கள் உள்ளன என்று கொள்வோம். அணுக்களிடைத் தூரம் மிக அதிகமெனவும், அதனால் அணுக்களிடையே செயலெதிர்ச் செயலே இல்லை எனவும் கொண்டால் அணு காணும் உள்புலம் புறப்புலமே. எனவே,

$$P_e(t) = \text{மெய்} \left[N\, \alpha_e^*\, E_o\, e^{j\omega t}\right] \longrightarrow 7\cdot 21$$

அல்லது, $P_e(t) = \text{மெய்} \left[N\, (\alpha_e' - j\alpha_e'')\, E_o\, e^{j\omega t}\right]$

அல்லது, $P_e(t) = \text{மெய்} \left[N\, (\alpha_e' - j\alpha_e'')\, E_o\, (\cos \omega t + j \sin \omega t)\right]$

அல்லது, $P_e(t) = N\, \alpha_e'\, E_o \cos \omega t + N\, \alpha_e''\, E_o \sin \omega t$

α_e', α_e'' ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைச் சமன்பாடுகள் 7.19, 7.20 ஆகியவற்றிலிருந்து பதிலிட,

$$P_e(t) = N \cdot \frac{Z^2 e^2}{m} \cdot \frac{\omega_o^2 - \omega^2}{(\omega_o^2 - \omega^2)^2 + \frac{4b^3 \omega^2}{m^2}} E_o \cos \omega t +$$

$$N \cdot \frac{Z^2 e^2}{m} \cdot \frac{2b\omega}{m} \cdot \frac{1}{(\omega_o^2 - \omega^2)^2 + \frac{4b^2 \omega^2}{m^2}} E_o \sin \omega t$$

$\longrightarrow$ 7.22

மேற்கண்ட சமன்பாட்டிலிருந்து மாறுதிசை மின்புலத்தில் எலெக்ட்ரானிய முனைவாக்கமானது செயல்படும் மின்புலத்தின் (E_o cos ωt) கட்டத்திலேயே (phase) இருக்கும் ஒரு பகுதியினுலும் மின்புலத்திலிருந்து $\frac{\pi}{2}$ அளவு பின்தங்கிய கட்டத்திலுள்ள பிறிதொரு பகுதியினுலும் ஆனதென்று தெரிகின்றது. இந்த இரு பகுதிகளும் அதிர்வெண்ணிற்கேற்ப எவ்வாறு மாறுகின்றன என்பதனைப் படம் 7·1 காட்டுகின்றது.

7-2·1. எலெக்ட்ரானிய முனைவாக்கத்தின் ஒன்றிய கட்ட மதிப்பு

எலெக்ட்ரானிய முனைவாக்கத்தின் ஒன்றிய கட்ட மதிப்பு (inphase component of electronic polarization)

$$P_e(t)_9 = N \cdot \frac{Z^2 e^2}{m} \cdot \frac{\omega_o^2 - \omega^2}{(\omega_o^2 - \omega^2)^2 + \frac{4b^2 \omega^2}{m}} E_o \cos \omega t$$

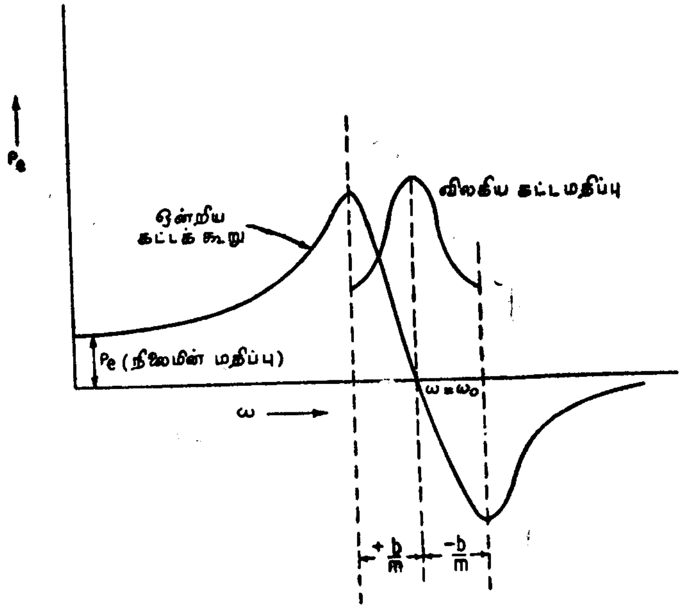
$\omega = 0$ ஆனுல்,

$$P_e(t)_9 = \frac{N Z^2 e^2}{m \, \omega_o^2}$$

இது நாம் தனியே முன்னர் கண்ட நிலைமின்புலத்திற்கான P_e மதிப்பே என்பதனை உணர்க.

மேலும், $\omega < \omega_o$ ஆனுல் $P_e(t)_9$ ஆனது நேர்க்குறியுடையதாகவும், $\omega > \omega_o$ ஆனுல் $P_e(t)_9$ ஆனது எதிர்க்குறியுடையதாகவும் இருக்கின்றது. $\omega = \omega_o$ ஆகும்போது, அதாவது, செயல்படுத்தப் பெறும் மின்புலத்தின் அதிர்வெண் எலெக்ட்ரான் முகிலின் இயல்பான அதிர்வெண்ணிற்குச் (natural frequency) சமமாகும்போது $P_e(t)$-ன் மதிப்பு சுழியாதலை நோக்குக. மேலும், எலெக்ட்ரான் முகிலுக்கு $2b << \omega_o$ ஆக இருக்குமானுல் $\omega = 0$-விருந்து

$\omega = \omega_o$-ன் அண்மை மதிப்புகள் வரையான ω மதிப்புகளுக்கு $P_e(t)_{ஒ}$ ஆனது $P_e(t)$ நிலையின் மதிப்பிற்குச் சமமாக இருக்கு மென்று எளிதில் காட்டலாம். இப்போது ω ஆனது ω_o-ன்



படம் 7·1

மாறுதிசை மின்புலத்தில் எலெக்ட்ரானிய முனைவாக்கம்—ஒன்றிய, விலகிய கட்ட மதிப்புகள்

அண்மையில் $P_e(t)_{ஒ}$-ன் மதிப்பு எவ்வாறு மாறுகின்றது என்பதனைக் காண்போம்.

ω ஆனது ω_0-ன் அண்மை மதிப்பானதால்,

$$\triangle\omega = \omega_o - \omega$$

என்றும்

$$\omega \simeq \omega_o$$

என்றும் கொள்ளலாம்,

எனவே,

$$\omega_o^2 - \omega^2 = (\omega_o + \omega) \quad (\omega_o - \omega)$$

அல்லது,

$$\omega_o^2 - \omega^2 \simeq 2\omega_o \triangle\omega$$

எனவே,

$$P_e(t)_{ஒ} = \frac{N Z^2 e^2}{m} \cdot \frac{2\omega_o \cdot \Delta\omega}{4\, \omega_o^2\, (\Delta\omega)^2 + \frac{4b^2\, \omega_o^2}{m^2}} E_o \cos \omega t$$

அல்லது,

$$\frac{P_e(t)_{ஒ}}{E_o \cos \omega t} = \frac{N Z^2 e^2}{m} \cdot \frac{\Delta\omega / 2\omega_o}{\Delta\omega^2 + \frac{b^2}{m^2}} \longrightarrow 7 \cdot 24$$

இச் சமன்பாட்டிலிருந்து $P_e(t)_{ஒ}$-ன் மதிப்பானது, $\Delta\omega = \frac{b}{m}$ ஆனால் ஒரு பெருமத்தையும் (maximum), $\Delta\omega = -\frac{b}{m}$ ஆனால் ஒரு சிறுமத்தையும் (minimum) பெற்றிருக்கும் என்பது தெரிகின்றது. படம் 7·1 ஐ நோக்குக.

7-2·2. எலெக்ட்ரானிய முனைவாக்கத்தின் விலகிய கட்ட மதிப்பு

மாறுதிசை மின்புலத்தில் எலெக்ட்ரானிய முனைவாக்கத்தின் விலகிய கட்ட மதிப்பு (out of phase component of electronic polarization)

$$P_e(t)_{வி} \frac{N Z^2 e^2}{m} \cdot \frac{2b\omega}{m} \frac{1}{(\omega_o^2 - \omega^2)^2 + \frac{4b^2\, \omega^2}{m^2}} E_o \sin \omega t$$

$$\longrightarrow 7 \cdot 25$$

$\omega = 0$ ஆனால்

$$P_e(t)_{வி} = 0$$

$\omega = \omega_o$ ஆகும்போது

$$P_e(t)_{வி} = \frac{N Z^2 e^2}{m} \cdot \frac{2b\omega_o}{m} \cdot \frac{m^2}{4b^2\, \omega_o^2} E_o \sin \omega t$$

அல்லது,

$$P_e(t)_{வி} = \frac{N Z^2 e^2}{2b\omega_o} \longrightarrow 7.26$$

இது $P_e(t)_{வி}$-ன் பெரும மதிப்பு என்பதனை உணர்க. (படம் 7.1)

இப்போது ω ஆனது ω_o-ன் அண்மையில் இருக்கும்போது $P_e(t)_{வி}$ -ன் மதிப்பை ஆராய்வோம். முன்போல்

$\Delta\omega = \omega_o - \omega$ என்று கொண்டால்

$$\frac{P_e(t)_{வி}}{E_o \sin \omega t} = \frac{N Z^2 e^2}{m} \cdot \frac{2b\omega}{m} \cdot \frac{1}{(\omega_o^2 - \omega^2)^2 + \frac{4b^2 \omega^2}{m^2}}$$

அல்லது,

$$\frac{P_e(t)_{வி}}{E_o \sin \omega t} = \frac{N Z^2 e^2}{m} \frac{2b\omega}{m} \cdot \frac{1}{(2\omega \cdot \Delta\omega)^2 + \frac{4b^2 \omega^2}{m^2}}$$

அல்லது,

$$\frac{P_e(t)_{வி}}{E_o \sin \omega t} = \frac{N Z^2 e^2 b}{m^2 \, . \, 2\omega} \cdot \frac{1}{\Delta\omega^2 + \frac{b^2}{m^2}} \longrightarrow 7 \cdot 27$$

$\Delta\omega = \pm \dfrac{b}{m}$ என்றாகும் போது $P_e(t)_{வி}$-ன் மதிப்பு இதன் பெரும மதிப்பிலிருந்து பாதியாகக் குறைவதனைக் காண்க.

எலெக்ட்ரானிய முனைவாக்கத்தின் விலகிய கட்ட மதிப்பினால் தான் பொருள் மாறுதிசை மின்புலத்தில் வைக்கப்படும்போது மின்புலத்தின் அதிர்வெண் பொருளின் இயல்பான அதிர் வெண்ணின் அண்மையில் இருக்கும் நிலைகளில் ஆற்றல் உட்கவரப் படுகின்றது. இதனைப் பின்னர் காண்போம் (பகுதி 7·5).

இதுகாறும் பார்த்தவற்றிலிருந்து புற ஊதாப் பகுதியைச் சார்ந்த மிக உயர்ந்த அதிர்வெண்களையுடைய மின்புலங்களின் ஆளுகையில் பொருள்களின் எலெக்ட்ரானிய முனைவாக்கம் பெருமளவில் பாதிக்கப்படுகின்றது எனத் தெரிகின்றது.

7·3. அயனி முனைவாக்கத்திற்கும் அதிர்வெண்ணுக்கும் உள்ள தொடர்பு

எலெக்ட்ரானிய முனைவாக்கத்திற்குப் பார்த்தது போன்று அயனி முனைவாக்கத்தையும் ஆராய்ந்தால் அயனி முனைவாக்கத் திறனும் ஒரு சிக்கல் எண்ணாக இருக்குமெனவும், அதனை

$$\alpha_i^* = \alpha_i' - j\alpha_i'' \longrightarrow 7.28$$

என எழுதலாமென்றும் காணலாகும். இதனால், அயனி முனை வாக்கத்தைக் கீழ்க்காணுமாறெழுதலாம்.

$$P_i(t) = \text{மெய்} \left(N \alpha_i^* E_o e^{j\omega t}\right) \longrightarrow 7.29$$

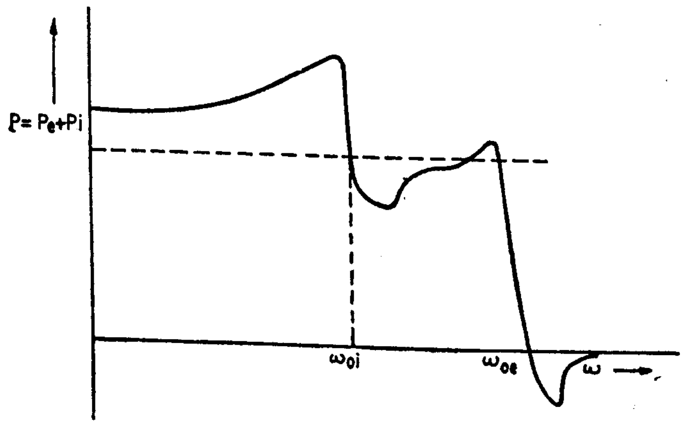
அல்லது,

$$P_i(t) = \text{மெய்} [N(\alpha_i' - j\alpha_i'') E_o (\cos \omega t + j \sin \omega t)]$$

அல்லது

$$P_i(t) = N \alpha_i' E_0 \cos \omega t + N \alpha_i'' E_o \sin \omega t \longrightarrow 7{\cdot}30$$

இதிலிருந்து மாறுதிசை மின்புலங்களில் அயனி முனை வாக்கமும் இரு பகுதிகளாக உள்ளதென்பதும், அவற்றுள் ஒன்று செயல்படும் மின்புலத்தின் கட்டத்தோடு ஒன்றிய கட்டத்திலும், மற்றொன்று $\frac{\pi}{2}$ கட்டம் விலகியும் உள்ளதென்பதும் தெரிகின்றது. ஒன்றிய கட்டக் கூறும் விலகிய கட்டக் கூறும் எலெக்ட்ரானிய முனைவாக்கத்தின் கூறுகள் போன்றே அதிர்வெண்ணை ஒட்டி ஒழுகும். அயனி முனைவாக்கத்திற்கும் எலெக்ட்ரானிய முனைவாக்கத்திற்கும் இங்கே ஒரேயொரு வேறுபாடுண்டு. அயனிகளது இயல்பான அதிர்வெண் எலெக்ட்ரான் முகிலின் இயல்பான அதிர்வெண்ணைவிடக் குறைவாக இருக்கும். அயனிகளது அதிர்வெண் 10^{14} ரேடியன்கள் / நொடி எனுமளவில் இருக்கும். இது மின்காந்த நிறமாலையில் புறச் சிவப்புப் (infra red) பகுதியைச் சார்ந்தது.



படம் 7·2
எலெக்ட்ரானிய அயனி முனைவாக்கங்களின் ஒன்றிய கட்ட மதிப்புகளின் கூடுதல்

அயனி முனைவாக்கம், எலெக்ட்ரானிய முனைவாக்கம் ஆகிய இரண்டினையுமே பெற்றுள்ள மின்கடத்தாப் பொருளின் முனை வாக்கத்தின் ஒன்றிய கட்டக் கூறுகளின் மொத்த மதிப்பு அதிர் வெண்ணிற்கேற்ப எவ்வாறு மாறுகின்றது என்பதனைப் படம் 7·2 விளக்குகின்றது.

7-3.1 நிலையான இருமுனை திருப்பு திறன்களற்ற திண்மங்களும் திரவங்களும்

இப்போது நிலையான இருமுனை திருப்பு திறன்கள் இல்லாத திண்மங்கள், திரவங்கள் ஆகியவற்றின்மீது மாறுதிசை மின் புலத்தின் செய்கையை நம்மால் ஆராய முடியும். இவற்றிற்கு $\alpha_o = 0$. மேலும் இத்தகு பொருள்களில் அணுக்கள் காணும் புலம் உள்புலம் (internal field) என்றும், இது நாம் புறத்தேயிருந்து செயல்படுத்தும் புலத்திலிருந்து மாறுபட்டது என்றும் கடந்த அத்தியாயத்தில் கண்டுள்ளோம். எனவே, இவற்றின் மொத்த முனைவாக்கத்தைக் கீழ்காணுமாறெழுதலாம்.

$$P(t) = \text{மெய்}\left[N(\alpha_e^* + \alpha_i^*)\, E_{oi}^* e^{j\omega t}\right] \longrightarrow 7.31$$

இங்கே E_{oi} என்பது உட்புலமாகும். இதுவும் சிக்கலானதே (complex).

புலக் கொள்கையிலிருந்து மாறுதிசை மின்புலங்களில் முனை வாக்கத்தைக் கீழ்க்காணுமாறு வரையறுக்கலாம்.

$$P(t) = \text{மெய்}\left[\in_o (\in_r^* - 1)\, E_o e^{j\omega t}\right] \longrightarrow 7.32$$

இங்கே E_r^* என்பது ஒப்பு மின்கடத்தாமை எண். இதுவும் சிக்கலானதே.

சமன்பாடுகள் 7 31, 7.32 ஆகியவற்றை ஒப்புநோக்கில் $\in_r^*$ன் மதிப்பை α_e^*, α_i^* ஆகியவற்றில் எழுதக்கூடும் என்பது தெரியும். ஆனால், இதற்கு உள்புலம் (E_{oi}^*)-க்கும் செயல்படும் புலம் (E_o)-க்கும் உள்ள தொடர்பு தெரிய வேண்டும். படிகம் கன சதுர சமச்சீர் உடையது (cubic symmetry) எனக் கொண்டால் லொரென்ட்ஸ் கோவையைப் (Lorentz expression) பயன்படுத்த லாம். அதாவது,

$$E_i(t) = E(t) + \frac{P(t)}{3\in_o} \longrightarrow 7·33$$

சமன்பாடு 7·32-லிருந்து $P(t)$-ன் மதிப்பைச் சமன்பாடு 7·33-ல் பதிலிட

$$E_i(t) = E(t) + \frac{\text{மெய்}\left[\in_o (\in_r^* - 1) E_o e^{j\omega t}\right]}{3 \in_o}$$

அல்லது,

$$E_i(t) = \text{மெய்}\, E_o e^{j\omega t} + \text{மெய்}\left[\frac{(\in_r^* - 1) E_o e^{j\omega t}}{3}\right]$$

அல்லது,

$$E_i(t) = \text{மெய்}\left[\left\{1 + \frac{(\in_r^* - 1)}{3}\right\} E_o e^{j\omega t}\right]$$

அல்லது,

$$E_i(t) = \text{மெய்}\left[\frac{\in_r^* + 2}{3} E_o e^{j\omega t}\right]$$

அல்லது,

$$\text{மெய்}\left[E_{oi}^* e^{j\omega t}\right] = \text{மெய்}\left[\frac{\in_r^* + 2}{3} \cdot E_o e^{j\omega t}\right]$$

எனவே,

$$P(t) = \text{மெய்}\left[N(\alpha_e^* + \alpha_i^*) \frac{\in_r^* + 2}{3} E_o e^{j\omega t}\right] \longrightarrow 7.34$$

சமன்பாடுகள் 7.32, 7.34 ஆகியவற்றை ஒப்பு நோக்க,

$$\text{மெய்}\left[\in_o (\in_r^* - 1) E_o e^{j\omega t}\right] =$$

$$\text{மெய்}\left[N(\alpha_e^* + \alpha_i^*) \frac{\in_r^* + 2}{3} E_o e^{j\omega t}\right] \longrightarrow 7.35$$

சமன்பாடு 7.35ஐ எளிமைப்படுத்த

$$\frac{\in_r^* - 1}{\in_r^* + 2} = \frac{N}{3\in_o} (\alpha_e^* + \alpha_i^*) \longrightarrow 7.36$$

மேற்கண்ட சமன்பாட்டிலிருந்து மாறுதிசை மின்புலங்களுக்கு முனைவாக்கத் திறன்கள் சிக்கலானவை என்றும், ஒப்பு மின்கடத்தாமை எண்ணும் சிக்கலானதே என்றும் தெரிகின்றது. இச்சமன்பாடு (சமன்பாடு 7·36) மாறுதிசை மின்புலங்களுக்கான

கிளாஷியஸ்—மொசாட்டித் தொடர்பு (Clausius—Mosotti relation) ஆகும்.

சிக்கல் ஒப்பு மின்கடத்தாமை எண்ணைக் கீழ்க்காணுமா றெழுதலாம்.

$$\in_r^* = \in_r' - j\in_r'' \longrightarrow 7{\cdot}37$$

இங்கே, $\in_r'$ என்பது சிக்கல் மின்கடத்தாமை எண்ணின் மெய்ப் பகுதியும், $\in_r''$ என்பது கற்பனைப் பகுதியுமாம்.

நாம் முன்னரே கண்டதுபோல் α_e^*, α_i^* ஆகியவை முறையே புற ஊதா, புறச் சிவப்பு அதிர்வெண்களில்தான் பாதிக்கப் பெறும். இவற்றினும் தாழ்ந்த அதிர்வெண்களில் α_e^*. α_i^* ஆகியவை நிலை மின்புல மதிப்புகளையே பெறும். எனவே, செயல்படும் மின் புலத்தின் அதிர்வெண் புறச் சிவப்பு அதிர்வெண்களைவிடத் தாழ்ந் திருக்குமானால் $\in_r^*$-ம் நிலைமின்புல மதிப்பையே பெறும். எனவே, மைக்ரோ அலைகள் அதிர்வெண்கள் வரை $\in_r^*$ மெய்யான பகுதியை மட்டிலுமே உடையது என்று கொள்ளலாம். ஆனால், கண்ணாடி வகையைச் சார்ந்த பொருள்களிலும் (glassy materials), சில படிகங்களிலும் கூட அயனிகள் மின்புலத்தின் ஆளுகையில் ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட அணு இடைத்தூர அளவிற்குக் கூட நகரும். இத்தகைய பொருள்களில் $\in_r^*$-ன் கற்பனைப் பகுதியும் மதிப்பினைப் பெறும். இதனால் மின்கடத்தாப்பொருள் இழப்புகள் (dielectric losses) ஏற்படும். மின்கடத்தல் இழப்புகள் குறித்துப் பின்னர் காண்போம். (பகுதி 7·5)

7-4. திசைமுகமாக்கு முனைவாக்கத்திற்கும் அதிர்வெண்ணுக்கும் உள்ள தொடர்பு

ஒரு பொருளில் நிலையான இருமுனை திருப்பு திறன்கள் இருக்குமாயினும் புறமின்புலம் ஏதும் செயல்படாத வரையில் அதன் தொகுபயன் முனைவாக்கம் சுழியாக இருக்கும் (ஃபெரோ மின் பொருள்களில் மட்டும் இவ்வாறன்று) என்றும்,

$$\text{அதாவது } \Sigma\mu_p = 0$$

என்றும் முன்னரே கண்டுள்ளோம். இத்தகு பொருள் ஒன்றின் மீது மின்புலம் செயல்படுமானால் அம்மின்புலம் இரு முனைகளை யெல்லாம் தன் திசையில் திருப்ப முனையும் என்றும், அதனால் புலத்தின் திசையில் ஒரு முனைவாக்கம் ஏற்படுமென்றும், இதுவே திசைமுகமாக்கு முனைவாக்கம் (orientational polarization) என்றும் கண்டுள்ளோம்.

இப்போது, பொருளின்மீது செயல்படும் புலத்தைத் திடீரென விலக்கிவிட்டால் இருமுனைகள் யாவும் முன்போல் தம் பழைய நிலையை எட்ட முயலும்—எதேச்சையாகப் பகிரப்படும். ஆனால் இது புலத்தை நீக்கிய உடனே—புலத்தை நீக்கிய அந்தக் கணத்திலேயே—திடீரென ஏற்பட்டுவிடாது. புலத்தை நீக்கிச் சற்று நேரம் கழித்தே பழைய வெப்பச் சமநிலைப் பகிர்வு (thermal equilibrium distribution) நிலை ஏற்படும். இதற்காகும் நேரத்தைக் குறிக்கும் ஒன்றாக வரையறுக்கப்படுவதே மின்கடத்தாப் பொருள் தளர்நேரம் (dielectric relaxation time) எனப்படும். இத் தளர் நேரத்தைக் கீழ்க்காணுமாறு வரையறுக்கலாம். பொருளின் முனை வாக்கமானது மின்புலம் உள்ளபோது இருந்த மதிப்பிலிருந்து, அதில் $\frac{1}{e}$ மதிப்பிற்குத் தாழ்வதற்கு ஆகும் நேரம் (மின்புலம் நீக்கப்பட்டதிலிருந்து) மின் கடத்தாப்பொருள் தளர்நேரமாம். மேலும், இத்தளர்ச்சியானது அடுக்குக்குறி வகையில் (exponentially) ஏற்படும். எனவே, τ என்பது மின்கடத்தாப் பொருள் தளர்நேரமானால்

$$P_o(t) = P_o\, e^{-\frac{t}{\tau}} \longrightarrow 7.38$$

எனவே, முனைவாக்கம் மாறும் வீதத்தினைக் கீழ்க்காணுமாறு எழுதலாம்.

$$\frac{d}{dt}\,[P_o(t)] = -\,\frac{P_o}{\tau}\,e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\text{அல்லது, } \frac{d}{dt}\,[P_o(t)] = -\,\frac{P_o(t)}{\tau} \longrightarrow 7.39$$

எனவே, $P_o(t)$-ன் மதிப்பு சிறியதாக ஆக ஆக, முனைவாக்கம் குறையும் வீதமும் குறையும். மேலும் $P_o(\infty) = 0$ ஆனதால் சமன்பாடு 7.39 ஐக் கீழ்க்காணுமாறெழுதலாம்.

$$\frac{d}{dt}\,[P_o(t)] = +\frac{1}{\tau}\,[P_o(\infty) - P_o(t)] \longrightarrow 7.40$$

பொருளின்மீது புறமின்புலம் ஏதும் நெடுநேரமாக இல்லை யென்றும், $t = 0$-ன்போது மின்புலம் E செயல்படத் துவங்குவதாக வும் கொள்வோம். இப்போது $P_o(t)$-ன் மதிப்பு என்னாகும்? மேலே பார்த்த வகையிலேயே ஆராய்ந்தோமானால் இதற்கு,

$$P_o(t) = P_o\left[1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right] \longrightarrow 7.41$$

என எழுதலாம். இங்கே P_o என்பது இறுதியில் கிடைக்கும் சம நிலை மதிப்பு. எனவே, முனைவாக்கம் அதிகரிக்கும் வீதம்

$$\frac{d}{dt}[P_o(t)] = \frac{P_o}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

சமன்பாடு 7.41 ஐப் பயன்படுத்த,

$$\frac{d}{dt}[P_o(t)] = \frac{1}{\tau}[P_o - P(t)] \longrightarrow 7.42$$

இங்கு $P_o = P_o(\infty)$ ஆனதால் சமன்பாடுகள் 7·42, 7·40 ஆகியவை ஒரே வடிவின என்பதனை நோக்குக. இதிலிருந்து நிலை யான இருமுனைகள் உள்ள ஒரு பொருளில் மின்புலத்தைச் செயல் படுத்தும்போது முனைவாக்கம் அதிகரிக்கும் செயலும், மின்புலம் நீக்கப்படும்போது முனைவாக்கம் குறையும் செயலும் ஒரே மாதிரி நடைபெறுகின்றன என்பது தெரிகின்றது.

இவ்வடிப்படைகளின் கீழ், மாறுதிசை மின்புலத்தில் திசை முகமாக்கு முனைவாகுதிறன் என்னுகுமென்பதனைக் காண்போம். நிலைமின் புலத்தை நீக்கும்போதோ அல்லது செயல்படுத்தும் போதோ முனைவாக்க மாறுபாடுகளைக் குறிக்கும் சமன்பாடு மாறு திசை மின்புலத்தைச் செயல்படுத்தும் போதும் பொருந்த வேண்டும் என்பது தெளிவு. எனவே $E_o \cos \omega t$ எனும் மாறுதிசை மின்புலத்தைப் பொருளின்மீது செயல்படுத்துவோம். t நேரத்தில் மின்புல மதிப்பு $E_o \cos \omega t$ ஆக இருக்கும்போது இருமுனைகள் $P_o(\infty)$ எனும் மதிப்பை அடைய முனையும். $P_o(\infty)$-ன் மதிப்பைக் கீழ்க்காணுமாறு எழுதலாம்.

$$P_o'(\infty) = \in_o(\in_{ro} - 1) E_o \cos \omega t \longrightarrow 7{\cdot}43$$

இங்கே $\in_{ro}$ என்பது மின்கடத்தாமை எண்ணில் திசைமுகமாக்கு முனைவாக்கத்தின் பங்கு.

எனவே, $P_o(t)$—க்கான வகைக்கெழுச் சமன்பாடு

$$\frac{d}{dt}[P_o(t)] = \frac{1}{\tau}[\in_o(\in_{ro} - 1) E_o \cos \omega t - P_o(t)] \longrightarrow 7.44$$

எனவாகும். இச்சமன்பாட்டின் தீர்வாக,

$$P_o(t) = \text{மெய்}\left[\in_o(\in_{ro}^* - 1) E_o e^{j\omega t}\right]$$

எனவெழுதலாம். இங்கே $\in_{ro}^*$ என்பது சிக்கல் மின் கடத்தாமை எண்.

எனவே,

$$\frac{d}{dt}[P_o(t)] = \text{மெய்}\left[\ \epsilon_o j\omega\,(\epsilon_{ro}^* - 1)\ E_o e^{j\omega t}\ \right]$$

இதனைச் சமன்பாடு 7.44-ல் பதிலிட

$$\text{மெய்}\left[\epsilon_o j\omega\,(\epsilon_{ro}^* - 1)\ E_o e^{j\omega t}\right]$$

$$= \frac{1}{\tau}\left[\epsilon_o(\epsilon_{ro} - 1)\,E_o \cos\omega t - \text{மெய்}\left\{\epsilon_o(\epsilon_{ro}^* - 1)\,E_o e^{j\omega t}\right\}\right]$$

அல்லது,

$$\text{மெய்}\left[\epsilon_o j\omega\,(\epsilon_{ro}^* - 1)\ E_o e^{j\omega t}\right]$$

$$= \text{மெய்}\left[\frac{\epsilon_o}{\tau}\{(\epsilon_{ro} - 1) - (\epsilon_{ro}^* - 1)\}\,E_o e^{j\omega t}\right]$$

அல்லது,

$$j\omega\,(\epsilon_{ro}^* - 1) = \frac{1}{\tau}\{(\epsilon_{ro} - 1) - (\epsilon_{ro}^* - 1)\}$$

அல்லது,

$$(\epsilon_{ro}^* - 1)(1 + j\,\tau\omega) = (\epsilon_{ro} - 1)$$

அல்லது,

$$\epsilon_{ro}^* - 1 = \frac{\epsilon_{ro} - 1}{1 + j\,\tau\omega} \longrightarrow 7.46$$

அல்லது,

$$\epsilon_{ro}^* - 1 = \frac{(\epsilon_{ro} - 1)(1 - j\,\tau\omega)}{1 + \tau^2\omega^2} \longrightarrow 7{\cdot}47$$

சமன்பாடு 7.45-ல் சமன்பாடு 7.47 ஐப் பயன்படுத்த

$$P_o(t) = \text{மெய்}\left[\frac{\epsilon_o(\epsilon_{ro} - 1)(1 - j\,\tau\omega)}{1 + \tau^2\omega^2}\,E_o e^{j\omega t}\right]$$

அல்லது,

$$P_o(t) = \text{மெய்}\left[\frac{\epsilon_o(\epsilon_{ro} - 1)(1 - j\,\tau\omega)}{1 + \tau^2\omega^2}\,E_o(\cos\omega t + j\sin\omega t)\right]$$

அல்லது,

$$P_o(t) = \frac{\in_o (\in_{ro} - 1)}{1 + \tau^2 \omega^2} E_o \cos \omega t + \frac{\in_o (\in_{ro} - 1)}{1 + \tau^2 \omega^2} \tau\omega E_o \sin \omega t \longrightarrow 7.48$$

எலெக்ட்ரானிய, அயனி முனைவாக்கங்கள் போன்று திசைமுக மாக்கு முனைவாக்கமும் இரு பகுதிகளை உடைத்தாயிருக்கின்றது. அவற்றுள் ஒரு பகுதி புலத்தின் கட்டத்தோடியைந்தும், பிறி தொன்று 90° விலகியும் இருக்கின்றன. ஒன்றிய கட்ட மதிப்பு, விலகிய கட்ட மதிப்பு ஆகிய இரண்டுமே $\tau\omega$-ன் மதிப்பைச் சார்ந்துள்ளன.

$\omega = 0$ ஆனுல், ஒன்றிய கட்ட மதிப்பு

$$P_o(t)_{ஒ} = \in_o (\in_{ro} - 1) E_o$$

இது நிலைமின்புல மதிப்பேயென்பதனை நோக்குக.

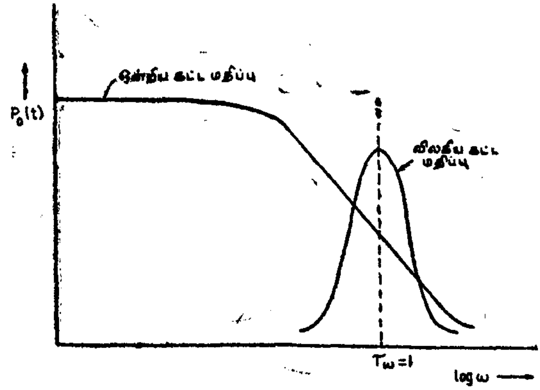
$\tau\omega = 1$ ஆனுல்

$$P_o(t)_{ஒ} = \frac{\in_o (\in_{ro} - 1)}{1 + 1} E_o$$

அல்லது

$$P_o(t)_{ஒ} = \frac{1}{2} P_o(t)$$

இது நிலைமின்புல மதிப்பில் பாதி.



படம் 7·3

மாறுதிசை மின்புலத்தில திசைமுகமாக்கு முனைவாக்கத்தின் ஒன்றிய கட்ட, விலகிய கட்ட மதிப்புகள் அதிர்வெண்ணிற்கேற்ப மாறுதல்.

$\tau\omega >>$ ஆனால் $P_o(t)_\omega$ -ன் மதிப்பு மிகமிகத் தாழ்ந்துவிடும். இவற்றைப் படம் 7·3 விளக்குகின்றது.

ஒன்றிய கட்ட மதிப்பு இவ்வாறு உயர் அதிர்வெண்களில் மிகக் குறைந்து போவதனைக் கீழ்க்காணுமாறு விளக்கலாம். தாழ்ந்த அதிர்வெண்ணில் இருமுனைகள் மின்புலத்தின் மாறுதல்களுக்கேற்ப ஒழுக முடியும். ஆனால் அதிர்வெண் உயருகையில் மின்புலத்தையொட்டி அதனோடு இயைந்து செல்ல முடிவதில்லை. இதனால்தான் பயனுறு முனைவாக்கம் (effective polarization) மிகத் தாழ்ந்து விடுகின்றது. இது ரேடியோ அதிர்வெண்களில் (radio frequencies) நிகழும்.

$\tau\omega = 1$ ஆனால் விலகிய கட்ட மதிப்பானது பெருமமாக இருக்கும். விலகிய கட்ட மதிப்பிற்கு வரையும் கோடு எலெக்ட்ரானிய, அயனி முனைவாக்கங்களுக்கு உள்ளது போன்றே மணி வடிவினையுடையதாயிருக்கும் (bell shaped). இந்த விலகிய கட்ட மதிப்பினாலேயே இப்பொருள்களில் மின்கடத்தாப் பொருள் இழப்புகள் ஏற்படும். விலகிய கட்ட மதிப்புகள் அதிர்வெண்ணிற்கேற்ப மாறுவதனைப் படம் 7·3 விளக்குகின்றது.

அட்டவணை 7·1

பனிக்கட்டிக்கும், புரொப்பைல் ஆல்கஹாலுக்கும் τ-ன் மதிப்புகள்

வெப்பநிலை °செ.	τ நொடிகள்	
	பனிக்கட்டி	புரொப்பைல் ஆல்கஹால்
−5°	$2{\cdot}7 \times 10^{-6}$	
−22°	$18{\cdot}0 \times 10^{-6}$	
−60°		$26{\cdot}0 \times 10^{-10}$
−40°		$7{\cdot}4 \times 10^{-10}$
−20°		$3{\cdot}2 \times 10^{-10}$
0°		$1{\cdot}6 \times 10^{-10}$
20°		$0{\cdot}9 \times 10^{-10}$

τ-ன் மதிப்புகள் வழக்கமாக 10^{-10}-லிருந்து 10^{-6} நொடிகளுக்குள் இருக்கும். எனவே, திசைமுகமாக்கு முனைவாக்கத் திறனின் நடத்தையைப் பாதிக்கக்கூடிய அதிர்வெண் வரிசை 10^{-6} ஹெர்ட்சுகளிலிருந்து 10^{11} ஹெர்ட்சுகளுக்குள் இருக்கும். இது $\tau\omega = 1$ எனும் மதிப்பிற்கு அண்மை மதிப்புகளின் வரிசையாம்.

மின்கடத்தாப் பொருள்களில் செய்யப்பட்ட அளவீடுகளிலிருந்து பெற்ற τ-ன் மதிப்புகள் பனிக்கட்டிக்கும் புரொப்பைல் ஆல்கஹாலுக்கும் (propyl alcohol) அட்டவணை 7·1-ல் தரப் பட்டுள்ளன.

வெப்பநிலை தாழும்போது தளர்நேரம் அதிகரித்தலையும், அதனால் $\tau\omega = 1$ எனும் மதிப்பிற்கியைந்த அதிர்வெண் மதிப்பு குறைதலையும் நோக்குக. மேலும், பனிக்கட்டிக்கான தளர்நேரம் புரொப்பைல் ஆல்கஹாலினுடையதைக் காட்டிலும் 10^4 மடங்கு உயர்ந்திருத்தலையும் காண்க.

7·5 ஆற்றல் உட்கவரப்படுதலும் மின்கடத்தாப்பொருள் இழப்புகளும்

கடந்த பகுதிகளில் எலெக்ட்ரானிய, அயனி, திசைமுகமாக்கு முனைவாக்கங்கள் அதிர்வெண்ணிற்கேற்ப எவ்வாறு மாறுகின்றன எனக் கண்டோம். மேலும் இவற்றின் மதிப்புகளால் ஒரு பொருள் பெறும் மின்கடத்தாமை எண்ணை

$$\in_r = \in_r' - j \in_r''$$

எனக் குறிக்கலாமெனவும் கண்டோம். இங்கே, $\in_r'$, $\in_r''$ ஆகியவை மின்கடத்தாமை எண்களின் மெய், கற்பனைப் பகுதிகள் என்பதும், இவை மூவகை முனைவாக்கங்களாலும் உள்ள மொத்த மதிப்புகளே என்பதும் நாம் முன்னரே தெரிந்து கொண்டவையாம். கடந்த பகுதிகளில் இந்தக் கற்பனைப் பகுதிகளின் பயனுய்ப் பொருள்களில் ஆற்றல் உட்கவரப்பட்டு ஆற்றலிழப்புகள் ஏற்படும் எனவும் கூறினோம். அது குறித்து இப்போது காண்போம்.

இதனை விளக்குதல் பொருட்டு நாம் ஓர் இணைத்தகடு மின் தேக்கி (parallel plate condenser) ஒன்றினை எடுத்துக்கொள்வோம். தகடுகளுக்கிடையேயுள்ள வெளியானது $\in_r{}^*$ சிக்கல் மின் கடத்தாமை எண்ணுடைய ஒரு மின்கடத்தாப் பொருளால் நிரப்பப்பட்டுள்ளதாகக் கொள்வோம். தகடுகளுக்கிடையே $E_0 \cos \omega t$ எனும் மின்புலத்தை உண்டாக்குமாறு ஒரு மாறுதிசை மின்னழுத்தத்தைத் தகடுகளின் மேல் செலுத்துவோம். ஒரு குறிப்பிட்ட கணத்தில் ஓரலகு பரப்பளவு தகட்டின்மீது

மின்னூட்டம் $\pm q(t)$ எனக் கொள்வோம். தகடுகளுக்கிடையேயுள்ள பாய அடர்த்தி (flux density) மின்னூட்ட அடர்த்திக்குச் (charge density) சமமானதால்

$$D(t) = q(t)$$

என எழுதலாம். எனவே, மின்னோட்ட அடர்த்தி (current density)

$$J(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

அல்லது, $J(t) = \dfrac{d\,D(t)}{dt}$

ஆனால், $E(t) =$ மெய் $\left(E_o\, e^{j\omega t} \right)$

ஆனதால், $D(t) =$ மெய் $\left(\in_o \in_r^* E_o\, e^{j\omega t} \right)$

அல்லது, $D(t) = \in_o E_o$ மெய் $\left(\in_r^* e^{j\omega t} \right) \longrightarrow 7.49$

எனவெழுதலாம். எனவே,

$$J(t) = \in_o E_o \text{ மெய் } \left[\in_r^* j\omega\, e^{j\omega t} \right]$$

அல்லது, $J(t) = \in_o E_o$ மெய் $\left[(\in_r' - j\in_r'')\, j\omega\, e^{j\omega t} \right]$

அல்லது, $J(t) = \in_o E_o\, \omega$ மெய் $[(\in_r' - j \in r'')\, j\, (\cos \omega t + j \sin \omega t)]$

அல்லது, $J(t) = \omega \in_o E_o\, [\in_r'' \cos \omega t - \in_r' \sin \omega t] \longrightarrow 7.50$

மின்னோட்ட அடர்த்தி இரு பகுதிகளால் ஆனது என்பதும், ஒன்று மின்புலத்தோடு ஒன்றிய கட்டத்திலுள்ளது என்பதும், மற்றது மின்புலத்தின் கட்டத்திலிருந்து 90° விலகியிருக்கின்றது என்பதும் சமன்பாடு 7·50-லிருந்து தெரிகின்றது.

மேலும், மின்னோட்டத்தின் காரணமாய் பொருளில் உட்கவரப்படும் திறன் (ஓரலகு பருமனில்)

$$J(t) .\ E(t)$$

ஆனதால் ஓரலகு பருமன் பொருளில் இழக்கப்படும் ஆற்றல்

$$W(t) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} J(t).\ E\,(t)\ .\ d\,(\omega t) \longrightarrow 7.51$$

எனவே,

$$W(t) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \omega \in_o E_o\,(\in_r'' \cos \omega t - \in_r' \sin \omega t).\ E_o \cos \omega t\ .\ d\,(\omega t)$$

அல்லது,

$$W(t) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \omega \in_o E_o^2\,(\in_r'' \cos^2 \omega t - \in_r' \sin \omega t \cos \omega t)\ d\,(\omega t)$$

அல்லது,

$$W(t) = \frac{\omega}{2} \in_o \in_r'' E_o^2 \longrightarrow 7.52$$

இதிலிருந்து பொருளில் உட்கவரப்படும் ஆற்றலானது சிக்கல் மின்கடத்தாமை எண்ணின் கற்பனைப் பகுதியைத்தான் ($\in_r''$) சார்ந்துள்ளதே தவிர, மெய்ப்பகுதியைச் ($\in_r'$) சாரவில்லை என்பதும் தெரிகின்றது. எனவே, உட்கவரப்படும் ஆற்றலானது எலெக்ட்ரானிய, அயனி, திசைமுகமாக்கு முனைவாக்கங்களின் விலகிய கட்ட மதிப்புகளையே சார்ந்துள்ளது.

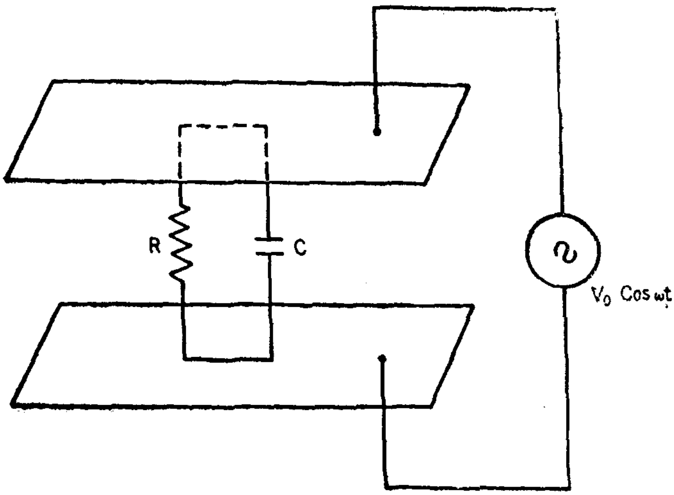
மின்கடத்தாப் பொருள் மின்னிழப்பு ஏற்படுவதனை ஒரு மின் சுற்று ஒப்புமையால் கீழ்க்கண்டவாறு குறிப்பிடலாம். இதனைப் படம் 7·4 விளக்குகின்றது. இங்கே, ஓரலகு பரப்பளவுள்ள இரு தகடுகளால் ஆன ஒரு மின்தேக்கி (condenser) காட்டப்பட்டுள்ளது. தகடுகளுக்கிடையேயுள்ள தூரம் ஒரு மீட்டர். இவற்றின்மீது அளிக்கப்படும் மின்னழுத்தம் $V_o \cos \omega t$ ஆனால், சமன்பாடு 7·50-லிருந்து

$$J(t) = \omega \in_o V_o \in_r'' \cos \omega t - \omega \in_o V_o \in_r' \sin \omega t$$

இச்சமன்பாட்டிலிருந்து மின்தேக்கியின் மின்கடத்தாப் பொருளினை, ஒரு மின்தடை, ஒரு மின்தேக்கி ஆகியவற்றின் இணை

அமைப்பாகக் கருதலாமென்று தெரிகின்றது. இதன் மின்தடை R எனவும், மின்தேக்குதிறன் c எனவும் கொண்டால்

$$J(t) = \frac{V_o \cos \omega t}{R} \quad V_o\, c\, \omega \sin \omega t$$



படம் 7.4

மின்கடத்தாப் பொருள் இழப்பை விளக்கும் மின்சுற்றுப் படம்

எனவே,
$$\left.\begin{aligned} R &= \frac{1}{\in_o \in_o'' \omega} \\ C &= \in_o \in_r' \end{aligned}\right\} \longrightarrow 7.53$$

மின்கடத்தாப்பொருள் இழப்புகளை இழப்புக் கோணம் (loss angle) என்ற ஒன்றினால் குறிப்பது வழக்கம். இந்த இழப்புக் கோணம் (δ) பின்கண்டவாறு வரையறுக்கப்படும்.

$$\tan \delta = \frac{\in_r''}{\in_r'} \longrightarrow 7.54$$

சமன்பாடு 7·53-லிருந்து

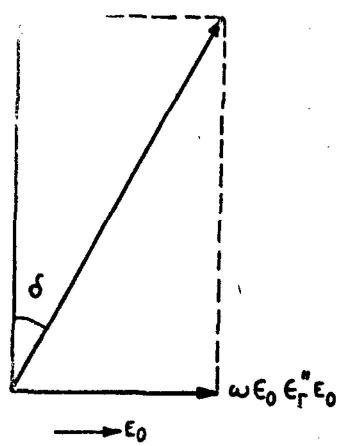
$$\tan \delta = \frac{1}{cR\omega} \longrightarrow 7.55$$

இழப்புக் கோணம் எதை உணர்த்துகின்றது என்பதனைக் கீழ்க் கண்டவாறு உணரலாம். பொருளில் இழப்பே இல்லையெனின், அதாவது $\in_r'' = 0$ ஆனால், மின்னோட்ட அடர்த்தி

$$J(t) = \omega \in_o E_o \in_r' \cos(\omega t + 90°)$$

எனவே, மின்னோட்டத்தின் கட்டம் மின்புலத்தின் கட்டத்தி லிருந்து $90°$ முன்னிருக்கும். இந்நிலைகளில் $\delta = 0$. அவ்வாறன்றி மின்புலத்தின் திசையில் ஒரு மின்னோட்டக் கூறிருக்குமானால் அப்போது தொகுபயன் மின்னோட்டம் (resultant current) புலத்தின் கட்டத்திலிருந்து $90°$ முன்னேறியிராது. $(90 - \delta)°$ தான் முன்னேறியிருக்கும். படம் 7·5-ல் இது காட்டப் பெற்றுள்ளது.

பல்வேறு பொருள்களுக்கு பல்வேறு அதிர்வெண்களில் $\in_r'$, $\tan\delta$ ஆகியவற்றின் மதிப்புகள் அட்டவணை 7·2-ல் தரப் பட்டுள்ளன.



படம் 7·5
மின்னிழப்புக் கோணம்

பொருள்களிலுள்ள நிலையான இருமுனை திருப்பு திறன்கள் மின்புலத்தால் சுழற்றப் படுவதாலோ அல்லது அயனிகள் இருந்தால் அவை ஒரு சமநிலை இடத்திலிருந்து பிறிதொரு சமநிலைக்குக் குதிப்பதாலோ ரேடியோ அதிர்வெண் வரிசைகளில் மின்கடத்தாப் பொருள்களில் மின்னிழப்புகள் ஏற்படும். இந்த அதிர்வெண் வரிசைகளில் நிலைமின்புலக் கடத்தலினாலும் இழப்புகள் ஏற்படலாம்.

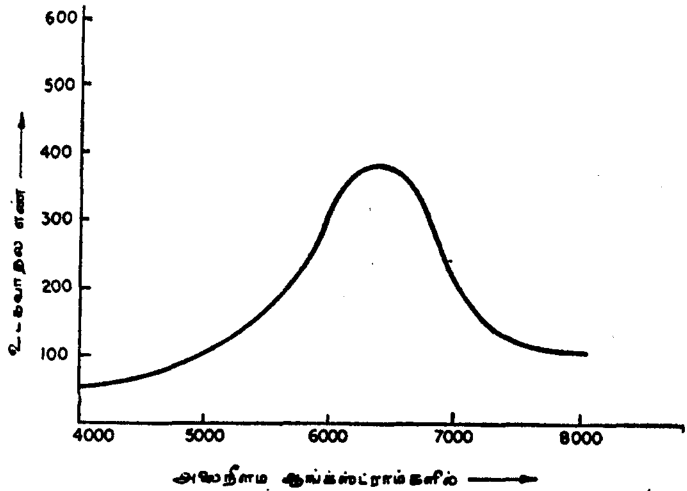
புறச் சிவப்பு அதிர்வெண் வரிசைகளைச் சார்ந்த அயனிகள் அதிர்வுகளாலும் மின்னிழப்புகள் ஏற்படும். இவை புறச் சிவப்பு உட்கவர்தல் (infra red absorption) எனப்படும். இவ்வாறே ஒளியியல் பகுதியில் ஏற்படும் இழப்புகள் ஒளியியல் இழப்புகள் (optical absorption) எனப்படும். இவை எலெக்ட்ரான்களால் உண்டாகின்றன.

ஒளியியல் பகுதியில் ஆற்றல் உட்கவரப்படுதலே அப் பொருள்கள் பல்வேறு நிறங்களையும் பெற்றிருப்பதற்கான காரண மாம். காட்டாக, Nacl படிகமானது கண்காணும் பகுதியில்

அட்டவணை 7.2
சில மின்கடத்தாப் பொருள்களின் $\in_r' - \tan\delta$ மதிப்புகள்

பொருள்	அதிர்வெண் 10^2 Hz		அதிர்வெண் 10^4 Hz		அதிர்வெண் 10^6 Hz		அதிர்வெண் 10^8 Hz		அதிர்வெண் 3×10^9 Hz	
	$\in_r'$	$10^4\tan\delta$	$\in_r'$	$10^4\tan\delta$	$\in_r'$	$10^4\tan\delta$	$\in_r'$	$10^4\tan\delta$	$\in_r'$	$10^4\tan\delta$
கேபிள் ஆயில் 5314 (Cable oil)	2·25	3	2·25	0·4					2·22	1·8
டெஃப்லான் (Teflon)	2·1	5	2 1	3	2·1	2	2·1	2	2·1	1·5
பாலிஸ்டெ ரின் (Polystyrene)	2·59	0·5	2·56	0·5	2·56	0·7	2·55	1·0	2·55	3·3
பாலிஎதிலன் (Polyethylene)	2 25	5	2·25	3	2·25	4	2·25		2·25	3
நைலான் 66 (Nylon 66)	3·88	144	3 60	233	3·33	257	3·16	210	3·03	128
பேக்கலைட் BM—120 (Bakelite)	4·87	300	4·62	200	4·36	280	3·95	380	3·70	438
கண்ணாடி Glass (Corning 0010)	6·68	77	6·57	35	6·43	16	6·33	23	6·1	60
போர்சலின் (Porcelain No. 4462)	8·99	22	8·9 5	6·0	8·95	2·0	8·95	4·0	8·90	11

ஒளிபுகும் பொருளாய் அமையும். இதிலிருந்து இவ்வதிர்வெண்களில் உட்கவரப்படும் ஆற்றல் புறக்கணிக்கத்தக்க அளவு சிறிதென்பது புலனாகின்றது. எனினும் Nacl படிகத்தை *x*-கதிர் வீச்சினுக்கு உட்படுத்திய பின்னர் ஆராய்ந்தால் அது மஞ்சள்—பழுப்பு (yellow—brown) நிறத்தையுடையதாய் காணப்படும். இதற்கான காரணம் என்னவெனில், *x*-கதிர் வீச்சுக்காளாவதனால் சில எலெக்ட்ரான்கள் (எண்ணிக்கையில் குறைந்தவை) அணிக்கோவையில் (lattice) முன்னர் கட்டுப்பட்டிருந்தது போன்றல்லாமல் அவ்வளவு வலுவில்லாத இடங்களுக்கு மாற்றப்படுகின்றன. இதனால் அவை நிறமாலையில் கண்காணும் பகுதியைச் (visible region) சார்ந்த அதிர்வெண்களில் ஒத்ததிர்வைச் செய்கின்றன. எனவே, வெள்ளை ஒளி இப்படிகத்தினூடு செல்கையில் அதிலொரு பகுதி எலெக்ட்ரான்கள் ஒத்ததிரும். இந்த அதிர்வெண் வரிசை உட்கவரப்படுகின்றது. இதனால் பொருள் நிறத்தைப் பெறுகின்றது. இத்தகைய உட்கவர்தலுக்குக் காரணமாய் அமையும் மையங்கள் *F*-மையங்கள் (F-centres) எனப்பெறும்.



படம் 7·6

KBr-ல் *F*-மைய உட்கவர்தல்—அறை வெப்பநிலையில்

(Farbe எனும் ஜெர்மன் சொல் நிறத்தைக் குறிப்பதால் இவை F-மையங்களெனப் பெயர் பெற்றன). இத்தகைய நிற மையங்கள் (colour centres), கார ஹாலைடுகளிலும் (alkali halides) மற்ற அயனிப் படிகங்களிலும் காணப்பெறுகின்றன. *F*-மைய உட்கவர்தலுக்கோர் எடுத்துக்காட்டாக KBr படிகத்தில் உட்கவர்தல் படம் 7·6-ல் காட்டப்பட்டுள்ளது.

8. மண்டலக் கொள்கை

8 1 மூலக்கூறு ஆற்றல் மட்டங்கள்

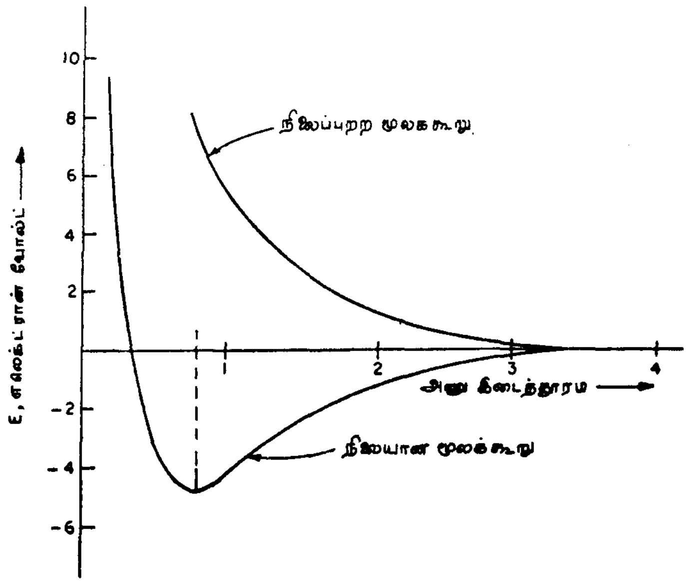
கட்டற்ற ஓர் எலெக்ட்ரான் என்ன ஆற்றலை வேண்டுமானு லும் பெற்றிருக்கக் கூடும். ஆனல், ஓர் அணுக்கருவின் ஆளுகை யால் அணுவில் கட்டுண்டுள்ளது போனறே அல்லது வேறு வகை களிலோ கட்டுண்டுள்ள எலெக்ட்ரான்கள் தொடர்ச்சியான ஆற்றல் மதிப்புகளைப் பெறமுடியாது. அணுவில் கட்டுண்ட எலெக்ட்ரான்கள் சில குறிப்பிட்ட தனித்தனி ஆற்றல் மதிப்பு களையே (discrete energy values) பெற முடியும். எனவே, அணு விலுள்ள எலெக்ட்ரான்கள் *1s, 2s, 2p, 3s, 3p, 3d* போன்ற ஆற்றல் மட்டங்களிலேயே இருக்கும் என்பதனை அணு இயற்பியல் நூல்களிலிருந்துத் தெரிந்து கொள்ளலாம்.

ஒரு மூலக்கூறினை எடுத்துக்கொண்டோமானல் அதன் அணுக் களிலுள்ள எலெக்ட்ரான்கள் மூலக் கூறிலுள்ள இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட அணுக்கருக்களில் புலத்தின் ஆளுகையில் இருப்பதால் மூலக்கூறில் ஆற்றல் மட்டங்களின் எண்ணிக்கை அதிகரிக்கும். இது எவ்வாறென்பதனைக் காண்போம்.

ஒன்றுக்கொன்று தொலைவிலுள்ள இரண்டு அணுக்களை எடுத்துக் கொள்வோம். இத் தொலைவு மிகப் பெரிதாக இருக்கும் போது அவற்றின் அணுக்கள் ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பற்றன வாயிருக்கும். எனவே, அவற்றில் அணு ஆற்றல் மட்டங்களே இருக்கும். ஆனல் அணுக்கள் ஒன்றையொன்று நெருங்கி வரும் போது ஓரணுவிலுள்ள எலெக்ட்ரான்கள் மற்ற அணுவினது அணுக்கரு, எலெக்ட்ரான்கள் ஆகியவற்றல் பாதிக்கப்படும்— எலெக்ட்ரான்கள் தம் ஆற்றல் நிலைகளைப் படிப்படியாக மாற்றிக் கொள்ளும். இப்போதும் பாலியின் தவிர்க்கை விதி (Pauli's exclusion principle) பொருந்துமானதால் ஒவ்வோர் அணு மட்டமும் இரண்டாக உடைய வேண்டும். அப்போதுதான் முன்னர் தனி அணுமட்டங்களிலிருந்த எல்லா எலெக்ட்ரான் களையும் உள்ளடக்க முடியும். இந்த மட்டங்கள் மூலக்கூறு மட்டங்களாம். இரண்டு அணுக்களுக்குப் பதிலாக முற்றொத்த *N*

அணுக்கள் சேர்ந்து ஒரு மூலக் கூறு உருவானால் அதில் ஒவ்வோர் அணு மட்டமும் N மூலக்கூறு மட்டங்களாக உடையும்.

ஒரு ஹைடிரஜன் மூலக்கூறில் (ஈரணு மூலக்கூறு) 1s மட்டம் எவ்வாறு உடைபடுகின்றது என்பதனைப் படம் 8 1 காட்டுகின்றது. ஆறு ஹைடிரஜன் அணுக்கள் சேர்ந்து ஓர் ஆறணு மூலக்கூறு



படம் 8·1

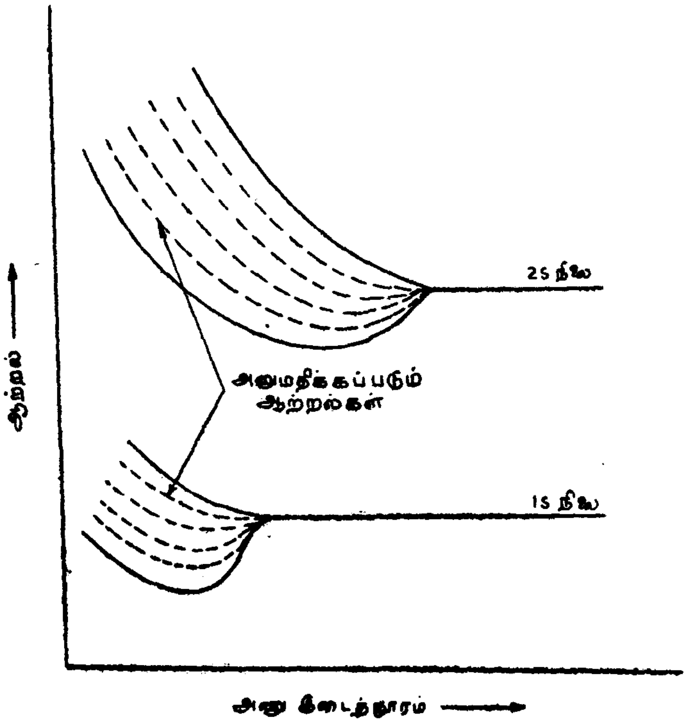
ஈரணு ஹைடிரஜன் மூலக்கூறில் மூலக்கூறு மட்டங்கள்.

உருவாவதாகக் கொண்டோமானால் (கொள்கையளவில்) அதில் 1s, 2s மட்டங்கள் எவ்வாறு உடைப்படுகின்றன என்பதனைப் படம் 8.2 காட்டுகின்றது.

இதில் அணு இடைத்தூரம் அதிகமாக இருக்கும்போதே 2s நிலை உடைபடுதலையும், அப்போது 1s நிலை பாதிக்கப்படவில்லையென்பதனையும், அணு இடைத்தூரம் மேலும் குறைந்த பின்னரே 1s நிலை உடைபடுதலையும் காண்க. இது எவ்வாறெனின் இரு அணுக்களும், நெருங்கிவரும்போது முதலில் 2s நிலைகளிலுள்ள எலெக்ட்ரான்கள் மேற்பொருந்திய உடன் அவற்றின் ஆற்றல் நிலைகள் மாறத் துவங்குகின்றன. அதன் பின்னர்தான் 1s நிலைகள் மேற் பொருந்துகின்றன. இந்த நடத்தையினை உயர் அணு எண் அணுக்களது மூலக்கூறுகளில் மிக நன்றாகக் காணலாகும்.

8-2. திண்மங்களில் ஆற்றல் பட்டைகள்

படிகத் திண்மத்தை ஒழுங்காக அமைந்த மிகப்பல அணுக்களாலான ஒரு மிகப்பெரிய மூலக்கூறு எனக் கருதலாம். எனவே, N அணுக்களாலான மூலக்கூறில் ஒவ்வோர் அணு மட்டமும் N

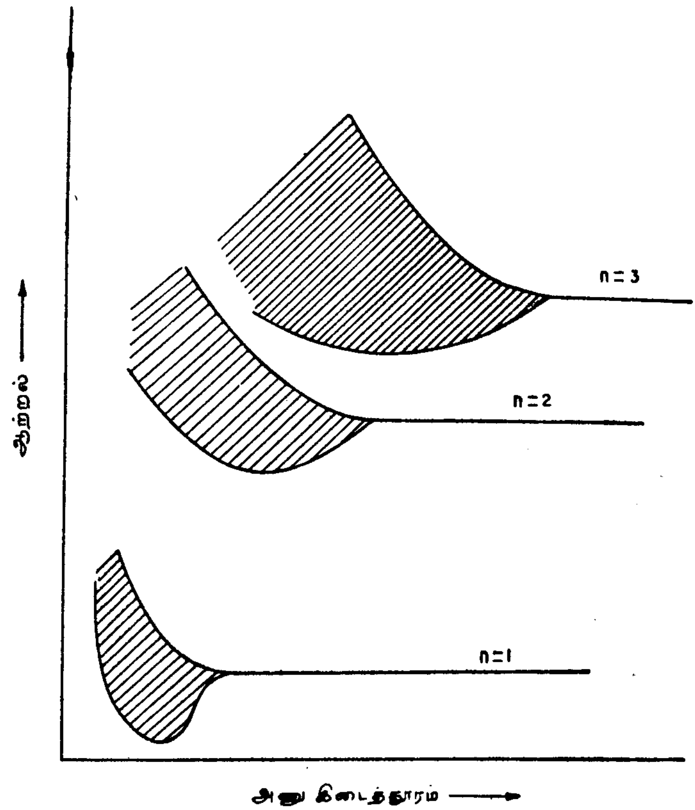


படம் 8·2

ஆறணு ஹைடிரஜன் மூலக்கூறில் 1s, 2s நிலைகள் உடைபடுதல்.

மட்டங்களாக உடைபடும். ஒரு சிறு ஆற்றல் இடைவெளிக்குள் இந்த N மட்டங்களும் அமைய வேண்டுமாதலாலும் திண்மத்திலுள்ள அணுக்களின் எண்ணிக்கை (N) மிக உயர்ந்ததானதாலும் இந்த N மட்டங்களும் ஒன்றுக்கொன்று மிக நெருங்கியிருக்கும். உண்மையில் அவை தனித்தனி மட்டங்களானாலும் அவற்றின் அண்மையில் N மட்டங்களும் தொடர்ச்சியான ஓர் ஆற்றல் பட்டையாகத் (energy band) திகழும். ஹைடிரஜன் திண்மத்தின் ஆற்றல் பட்டைகள் படம் 8.3-ல் காட்டப் பெற்றுள்ளன.

சோடியத் திண்மத்தின் ஆற்றல் பட்டைகள் படம் 8·4-ல் காட்டப்பட்டுள்ளன. இதில் உயர் நிலைகளில் ஆற்றல் பட்டைகள் ஒன்றன்மீதொன்று பொருந்துதலைக் காண்க.



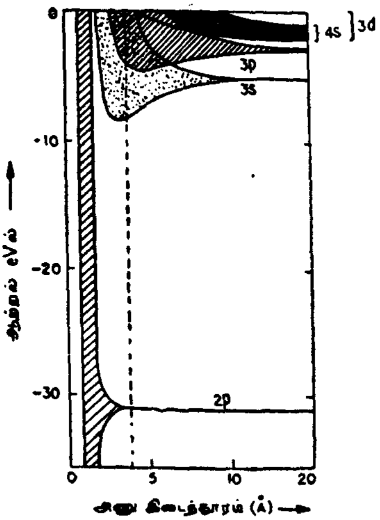
படம் 8·3

ஹைடிரஜன் திண்மத்தின் ஆற்றல் பட்டைகள்

இந்த ஆற்றல் பட்டைகளில் அடங்கிய ஆற்றல்களைத்தான் திண்மத்திலுள்ள எலெக்ட்ரான்கள் பெறமுடியும். எனவே இவை அனுமதிக்கப் பட்ட ஆற்றல் பட்டைகள் (allowed energy bands) எனப்படும். ஆற்றல் பட்டைகளுக்கு இடைப்பட்ட நிலைகளில் உள்ள ஆற்றல்களை எலெக்ட்ரான்கள் பெற முடியாதாகையால் இவை ஆற்றல் இடைவெளிகள் (energy gaps) எனப்பெறும்.

8·3. மண்டலக் கொள்கை

மேலே கண்ட முடிவுகளை எலெக்ட்ரானின் அலைப் பண்புகளைக் கொண்டும் வருவிக்கலாம். இது மண்டலக் கொள்கை (zone theory) எனப்படும். இதனை ஓர் எளிய முறையின் மூலம் பார்ப்போம். விரிவான விவாதங்கள் இந் நூலின் நோக்கிற் கப்பாற்பட்டவை.



படம் 8·4

சோடியத்தின் ஆற்றல் பட்டைகள்

இயங்கும் துகளொன்றை அலைகளாகக் கருதலாமென்பது நாமறிந்தவொன்று. எனவே, எலெக்ட்ரான்களையும் அலைகளாகக் கருதலாம். எலெக்ட்ரான் ஒன்றின் நிறை m எனவும் அதன் திசைவேகம் v எனவும் கொண்டால் அதன் அலை நீளம்

$$\lambda = \frac{h}{mv} \longrightarrow 8.1$$

ஆகும். அலை விசையியலில் அலை நீளத்திற்குப் பதில் அலை வெக்டர் (wave vector) எனப்படும் ஒன்றினைப் பயன்படுத்துவது வழக்கம். இதன் அளவு

$$|\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda} \longrightarrow 8.2$$

என வரையறுக்கப்படும். k-ன் திசை v-ன் திசையேயாம். சமன்பாடு 8.1 உடன் 8.2 ஐச் சேர்த்துப் பார்த்தால் அலை யெண் k ஆனது துகளின் உந்தத்திற்கு (mv) நேர் விகிதத்தில் இருப்பது புலனாகும். எலெக்ட்ரானின் இயக்க ஆற்றல்

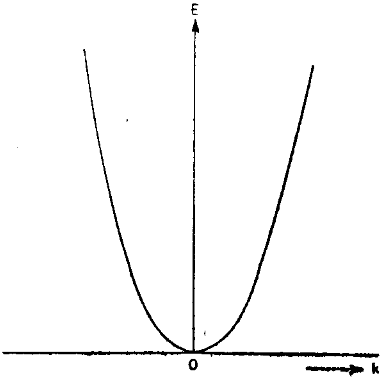
$$\frac{1}{2} mv^2$$

ஆனதால், சமன்பாடுகள் 8.1, 8.2 ஆகியவற்றைப் பயன்படுத்த

$$\text{இயக்க ஆற்றல், } E = \frac{h^2 k^2}{8\pi^2 m} \longrightarrow 8.3$$

என எளிதில் கண்டு கொள்ளலாகும். இதிலிருந்து E-க்கும், k-க்கும் பரவளையத் தொடர்பு (parabolic relation) உள்ளதென்பது தெரிகின்றது. (படம் 8.5)

நாம் முன்னரே பார்த்தது போல ஒரு கட்டற்ற எலெக்ட்ரானுக்குத் தொடர்ச்சியான E மதிப்புகள் இருக்குமென்பதனைப் படம் 8.5 உணர்த்துகின்றது. ஆனால், கட்டுண்ட எலெக்ட்ரான்களுக்கு இதில் தொடர்ச்சி குலையும் என்பதனைக் காணலாம்.



படம் 8.5
$E-k$ தொடர்பு

எலெக்ட்ரான்களை அலைகளாகக் கருதலாமெனக் கண்டோம். எனவே, இவை பிராக் விதியை (Bragg's law) யொட்டி விளிம்பு விலகல் (diffraction) அடையும். பிராக் விதி,

$$n\lambda = 2d\sin\theta \qquad \longrightarrow \quad 8.4$$

இங்கே θ என்பது தொடுகோணம் (glancing angle), d என்பது படிகத் தளங்களுக்கிடையேயுள்ள தூரம், n என்பது ஒரு முழு எண்.

$$\text{எனவே, } \lambda = \frac{2d\sin\theta}{n} \qquad \longrightarrow \quad 8.5$$

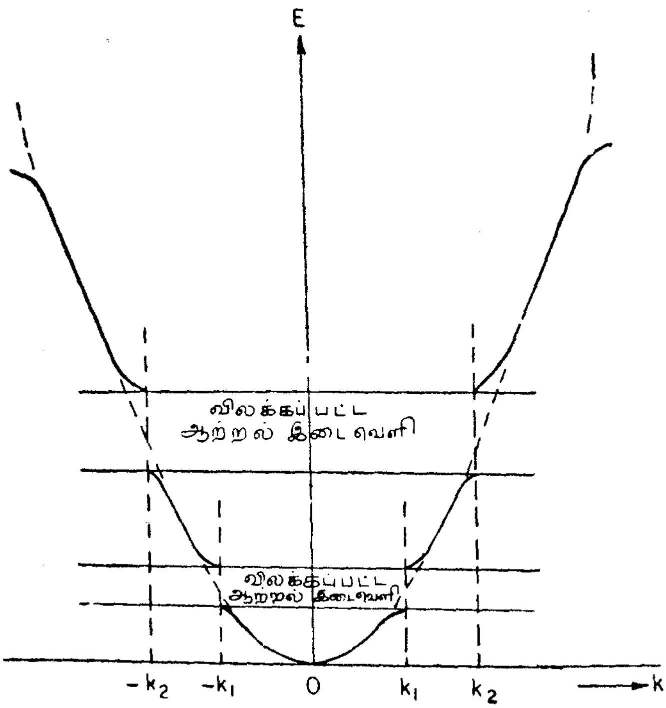
சமன்பாடு 8·2-ல் இதனைப் பயன்படுத்த,

$$|\vec{k}| = \frac{2\pi n}{2d\sin\theta}$$

$$\text{அல்லது, } k = \frac{n\pi}{d\sin\theta} \qquad \longrightarrow \quad 8.6$$

சமன்பாடு 8.6-ன் படி, n-ன் பல்வேறு மதிப்புகளையொட்டி ($n = 1, 2, 3 \ldots$) கிடைக்கும் k மதிப்புகளில் எலெக்ட்ரான்கள் படிகத்தில் விளிம்பு விலகலடையும். இவ்வாறு விளிம்பு விலகல் அடையும் எலெக்ட்ரான்கள் படிகத்தின் ஊடு தாராளமாக நுழைந்து போக முடியாது. படிகத்தின்மீது புறத்தேயிருந்து

வந்துபடும் எலெக்ட்ரான் கற்றையிலேயுள்ள எலெக்ட்ரான் களுக்கு மட்டுமன்றி படிகத்திலுள்ள எலெக்ட்ரான்களுக்கும் (காட்டாக, இணைதிறன் எலெக்ட்ரான்கள்) இந்த உண்மை பொருந்தும். இதன் பொருள் என்னவென்றால் சமன்பாடு 8·6-ல் $n = 1, 2, 3...$ என இடும் மதிப்புகளுக்கேற்பக் கிடைக்கும் k மதிப்புகளுடைய எலெக்ட்ரான்கள் படிகத்தில் இருக்க முடியா தென்பதேயாம். அதாவது, ஓர் எலெக்ட்ரான் படிகத்தில் இருக்குமானால் அது இந்த k மதிப்புகளால் கிடைக்கும் ஆற்றல் களைப் பெறமுடியாது. அதாவது, இந்த k மதிப்புகள் தரும் ஆற்றல்கள் படிகத்தில் இருக்கும் எலெக்ட்ரான்களுக்கு விலக்கப் பட்ட ஆற்றல்களாகும் (forbidden energies).



படம் 8.6

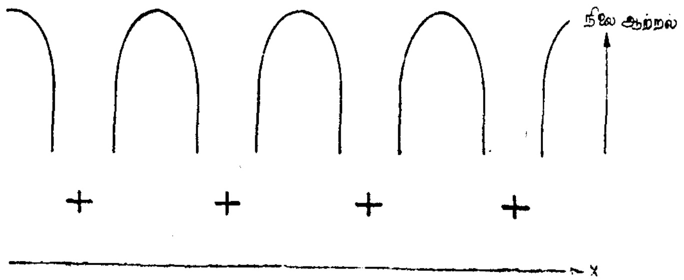
பிராக் விளிம்பு விலகலின் விளைவால் $k - E$ கோட்டில் தொடர்ச்சியறுதல். விலக்கப்பட்ட ஆற்றல் மதிப்புகளில் வளைகோட்டின் சரிவு சுழியாகின்றது.

பிராக் விளிம்பு விலகலின்படி இயங்கு அலைகளுக்குப் (travelling waves) பதிலாக k-ன் பிராக் மதிப்புகளுக்கு இரண்டு தொகுதி நிலை அலைகள் (standing waves) நமக்குக் கிட்டுகின்றன. இரண்டு

தொகுதிகளில் ஒவ்வொன்றும் வெவ்வேறு மதிப்புகளையுடையன. இந்த ஆற்றல்களின் வேறுபாடு விலக்கப்பட்ட ஆற்றல் இடைவெளியாகும். எனவே, k-க்கும் இயக்க ஆற்றலுக்கும் உள்ள தொடர்பைக் காட்டும் கட்டற்ற எலெக்ட்ரான்களுக்கானப் பரவளையக் கோட்டில் (படம் 8.5) ஆங்காங்கு தொடர்ச்சியற்றுப் போகும். பிராக் k மதிப்புகளில் தொடர்ச்சியறுபடும். அவ்வாறு அறுபடும் அளவு ஆற்றல் இடைவெளியாகும். இது படம் 8.6-ல் காட்டப் பெற்றுள்ளது.

விலக்கப்பட்டப் பகுதியின் அருகில் ஆற்றலானது மெதுவாகவே அதிகரிக்கின்றது, உண்மையில் k ஆனது விலக்கப்பட்ட மதிப்பை எட்டும்போது வளைகோட்டின் சரிவு சுழியாகின்றது. k-ன் இம் மதிப்பை எட்டும்போது விளிம்பு விலகல் விளைவுகள் வலுவாவதே இந்த நடத்தைக்கான காரணம் ஆகும்.

படிகத்தில் இந்த பிராக் விளிம்பு விலகலுக்காளாகும். எலெக்ட்ரான்கள் அணுக்களது வெளி எலெக்ட்ரான்களாகும். உள் கூடுகளில் உள்ள எலெக்ட்ரான்கள் அவ்வளவாகப் பாதிக்கப் படுவதில்லை—அவை அணுக்கருவின் அண்மையில் உள்ளன. வெளி எலெக்ட்ரான்களாம் இணைதிறம் எலெக்ட்ரான்கள் (valence electrons) நேர்மின் அயனிகளால் (அணுக்கருவும் உள் எலெக்ட்ரான்களாலும் ஆனவை நேர்மின் அயனிகள்) ஆன ஒரு படிக அணிக்கோவையில் செல்கின்றன. இந்த அணிக்கோவையின் மின்னழுத்தத்தால் ஏற்படுவது விளிம்பு விலகல் விளைவுகள். ஒவ்வோர் அயனி இருக்குமிடத்திலும் ஓர் ஆழமான மின்னழுத்தக்கேணி (potential well) உள்ளது. இத்தகைய ஒரு மடக்குநிலை மின்னழுத்தத்தைப் படம் 8·7 காட்டுகின்றது. பிராக் விளிம்பு விலகலின்



படம் 8.7

மின்னழுத்தக் கேணி

வலு ஆற்றல் கேணியின் அளவைப் பொருத்தது. விளிம்பு விலகல் வலுவானால் விலக்கப்பட்ட பட்டையின் அளவு அதிகரிக்கும்.

8.4. பிரில்லாயின் மண்டலங்கள்

k-ன் அனுமதிக்கப்பட்ட மதிப்புகளை முப்பரிமாணத்தில் காட்டுவதே பிரில்லாயின் மண்டலமாம். நாம் ஓர் ஒற்றைப் பரிமாண அணிக்கோவையை எடுத்துக் கொண்டோமானால் k-ன் மாறுநிலை மதிப்புகளைச் சமன்பாடு 8·6-லிருந்து காணலாம். இங்கே d = அணு இடைத்தூரம் $= a$ எனவும், $\theta = \frac{\pi}{2} = 90°$ எனவும் கொண்டால் k-ன் மாறுநிலை மதிப்புகள்

$$k_n = \frac{n\pi}{a} \qquad \longrightarrow 8.7$$

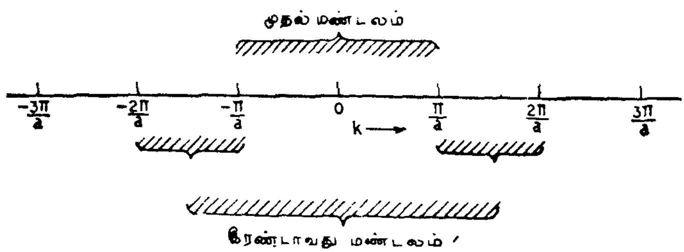
ஆகும். இங்கே

$$n = 1, 2, 3 \ldots\ldots$$

$n = 1$ அல்லது $n = -1$ என்ற மதிப்புகளில் ஆற்றல் தொடர்ச்சி அறும். எனவே,

$$k_1 = +\frac{\pi}{a}, -\frac{\pi}{a}$$

ஆகிய மதிப்புகளில் தொடர்ச்சியறுதல் நிகழும். $\frac{\pi}{a}$-லிருந்து, $-\frac{\pi}{a}$ வரையுள்ள ஆற்றல் மதிப்புகள் அனுமதிக்கப்



படம் 8.8

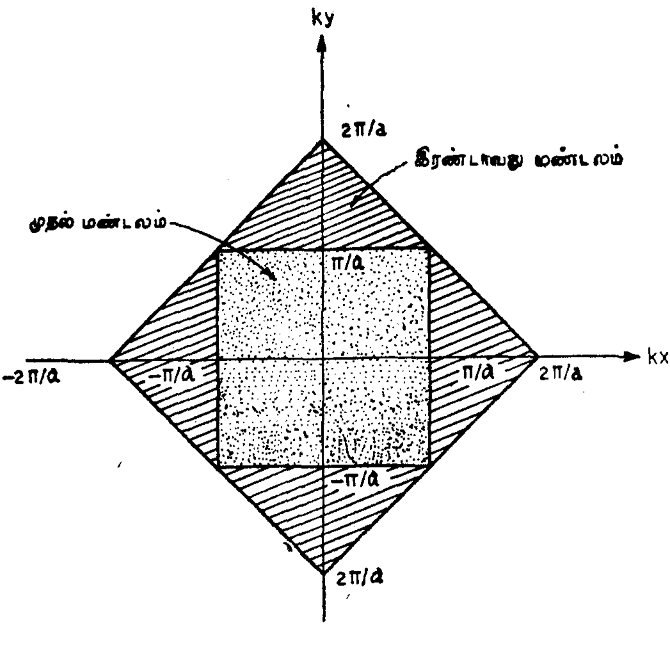
ஒற்றைப் பரிமாண அணிக்கோவையில் முதலிரண்டு பிரில்லாயின் மண்டலங்கள்.

பட்டவை. எனவே $\frac{\pi}{a}$-லிருந்து $-\frac{\pi}{a}$ வரையுள்ள பகுதி முதல் பிரில்லாயின் மண்டலம் (first Brillouin Zone) எனப்படும். அடுத்த அனுமதிக்கப்பட்ட ஆற்றல் பகுதி $\frac{\pi}{a}$-லிருந்து $\frac{2\pi}{a}$ வரைக்கும், $-\frac{\pi}{a}$-லிருந்து $-\frac{2\pi}{a}$ வரைக்கும் ஆன k மதிப்புகளுடையதாகும். இது இரண்டாவது பிரில்லாயின் மண்டலம் எனப்படும். (படம் 8.8.)

இப்போது ஓர் இரட்டைப் பரிமாண சதுர அணிக்கோவையை எடுத்துக் கொள்வோம். இங்கே செங்குத்துத் தளம், கிடைத் தளம் ஆகிய இரு தளங்களிலும் விளிம்பு விலகல் நடைபெறக் கூடுமாதலான், k ஆனது k_x, k_y என்ற இரு கூறுகளால் ஆனது. அவற்றை,

$$k_x n_1 + k_y n_2 = \frac{\pi}{a}(n_1^2 + n_2^2) \longrightarrow 8.8$$

எனக் குறிக்கலாம். இங்கே n_1 என்பது செங்குத்துத் தளங்களில் விளிம்பு விலகலுக்கான முழுஎண் மதிப்புகள், n_2 என்பது கிடைத் தளத்திற்குரியது. ஓர் எண் (n_1 அல்லது n_2) ± 1 எனும் மதிப்பையும், மற்ற எண் 0 மதிப்பையும் பெறும்போது நமக்கு முதல் பிரில்லாயின் மண்டலம் கிட்டும். ஒவ்வோர் எண்ணும் ± 1



படம் 8.9

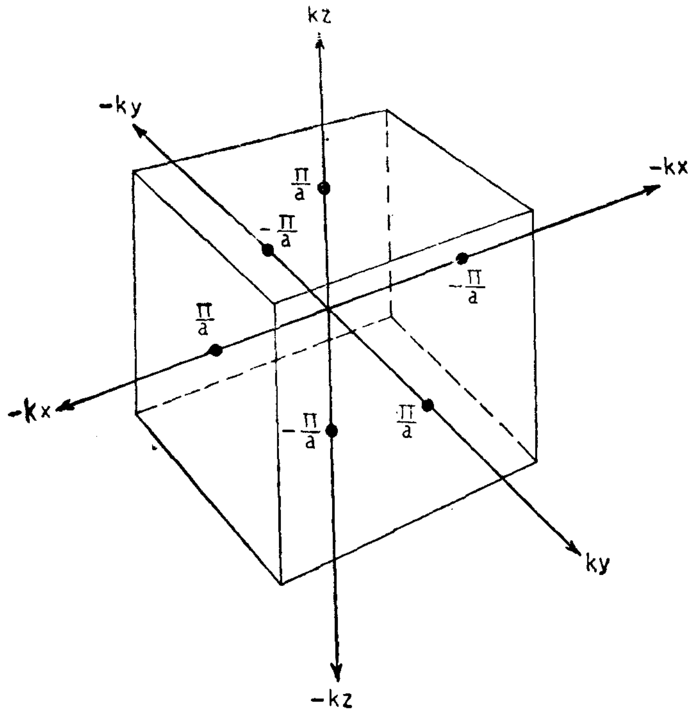
சதுர அணிக்கோவையின் முதலிரண்டு பிரில்லாயின் மண்டலங்கள்

மதிப்புகளைப் பெறும்போது இரண்டாவது பிரில்லாயின் மண்டலம் கிட்டும். சதுர அணிக்கோவைக்கான முதலிரண்டு பிரில்லாயின் மண்டலங்கள் படம் 8.9-ல் காட்டப் பெற்றுள்ளன.

ஓர் எளிய கனசதுர அணிக்கோவையின் பிரில்லாயின் மண்டலங்களைக் கீழ்க்காணும் சமன்பாட்டினைக் கொண்டு கணக்கிடலாம்.

$$k_x n_1 + k_y n_2 + k_z n_3 = \frac{\pi}{a}(n_1^2 + n_2^2 + n_3^2) \longrightarrow 8.9$$

இதிலிருந்து எளிய கனசதுர அணிக்கோவையின் முதல் பிரில்லாயின் மண்டலம் ஒரு கனசதுரம் எனக் காட்டலாம். இந்தக் கனசதுரத்தின் சுவர்கள் k_x, k_y, k_z அச்சுகளை, $+\frac{\pi}{a}$, $-\frac{\pi}{a}$ புள்ளிகளில் வெட்டும் இது படம் 8.10-ல் காட்டப் பெற்றுள்ளது.

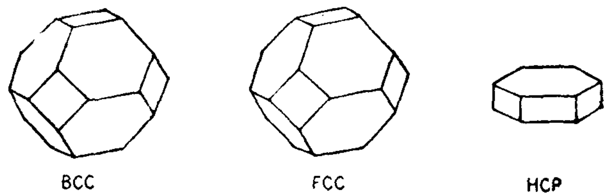


படம் 8.10

கனசதுர அணிக்கோவையின் முதல் பிரில்லாயின் மண்டலம்

BCC, FCC, HCP ஆகியவற்றில் முதல் பிரில்லாயின் மண்டலங்கள் படம் 8.11-ல் காட்டியுள்ளவாறிருக்கும்.

பிரில்லாயின் மண்டலங்களை வரைவதற்கென நாம் எடுத்துக் கொண்ட அச்சுகள் படிக அச்சுகளுக்கு இணையான திசைகளில்



படம் 8.11

BCC, FCC, HCP-க்கான முதல் பிரில்லாயின் மண்டலங்கள்

உள்ளவை. இங்கே ஆயத் தொலைகளாக அலைஎண்கள் (k_x, k_y, k_z) ஆகியவை எடுத்துக்கொள்ளப் பெற்றன. இவ்வாறாக k_x, k_y, k_z ஆகியவற்றால் வரையறுக்கப்பட்ட வெளி, k வெளி (k space) எனப்படும். k_x, k_y, k_z ஆகியவை $\frac{\pi}{a}$, $\frac{2\pi}{a}$ போன்ற மதிப்புகளைப் பெறுவதால் k_x ஆனது தூரங்களின் தலைகீழ் மதிப்பென்பது தெரிகின்றது. எனவே, k–வெளியானது தலைகீழ் வெளி (reciprocal space) எனவும் அழைக்கப்பெறும்.

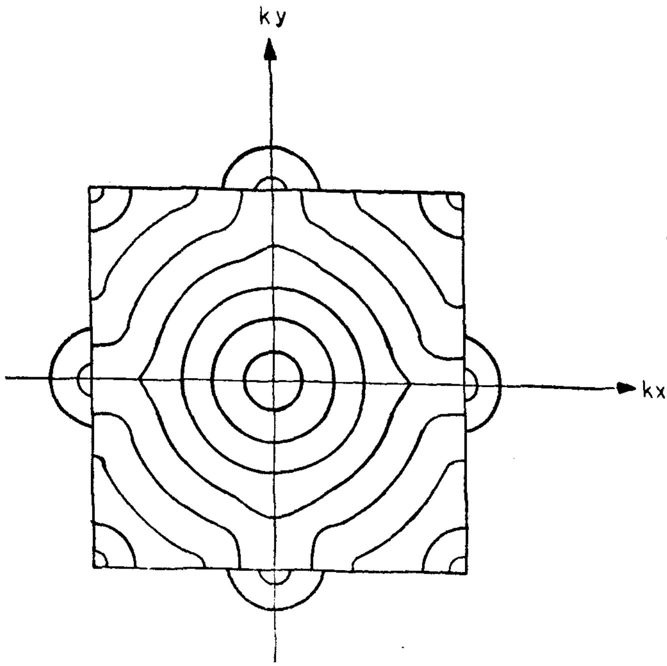
எனவே, பிரில்லாயின் மண்டலங்கள் k–வெளியில் வரையப்பட்ட மண்டலங்களாம்.

8-5. ஃபெர்மி புறப் பரப்புகள் (Fermi Surfaces)

இணைதிறன் எலெக்ட்ரான்கள் பெறக்கூடிய ஆற்றல் மதிப்புகளின் பகிர்வினைக் (energy distribution) காட்டுவதற்கு k–வெளியினைப் பயன்படுத்தலாம்.

படிகத்தின் வெவ்வேறு திசைகளுக்கும், E-க்கும் k-க்குமுள்ள தொடர்புகளைப் படம் 8.6-ல் காட்டியுள்ளது போன்ற படங்களாக வரையலாம். இப் படங்களிலிருந்து k-வெளியில் உள்ள பல்வேறு புள்ளிகளிலும் உள்ள ஆற்றல்களைக் கண்டு கொள்ளலாம். k-வெளியில் சம ஆற்றலுள்ள புள்ளிகளையெல்லாம் இணைத்தோமானால் நமக்கு ஆற்றல் உருவரைக் கோடுகள் (energy contours) தொகுதி ஒன்று கிட்டும். ஓர் எளிய கனசதுரப் படிகத்தில் எலெக்ட்ரான்களுக்கு (கிட்டத்தட்ட கட்டற்றவையென்று எண்ணக்கூடிய எலெக்ட்ரான்களுக்கு) உரிய ஆற்றல் உருவரைக் கோடுகள் படம் 8.12-ல் காட்டப்பெற்றுள்ளன.

இங்கே, முதல் பிரில்லாயின் மண்டலத்தில் ஆற்றல் உருவரைக் கோடுகளும் காட்டப்பட்டுள்ளன. அத்தோடு கூட இரண்டாவது மண்டலத்தில் முதலிரண்டு ஆற்றல் உருவரைக் கோடுகளும் காட்டப்பட்டுள்ளன.



படம் 8.12

ஆற்றல் உருவரைக் கோடுகள்

முதல் பிரில்லாயின் மண்டலத்தில் உள்ளேயுள்ள ஆற்றல் உருவரைக் கோடுகள் வட்டங்களாக இருக்கின்றன. முப்பரிமாணத்தில் (k_x, k_y, k_z) படம் வரைந்தால் இவ்வட்டங்கள் கோளங்களாக இருக்கும். உள் கோடுகள் காட்டும் ஆற்றல்களையுடைய எலெக்ட்ரான்களது அலை எண்கள் சமன்பாடு 8.6-லிருந்து கிடைக்கும் மாறுநிலை மதிப்புகளிலிருந்து மிக விலகியிருக்கும். எனவே இந்த எலெக்ட்ரான்களது இயக்கத் திசைக்கு எவ்விதக் கட்டுப்பாடுமில்லை. ஆற்றல் உருவரைகள் மண்டலத்தில் எல்லையினை எட்ட முயலுகையில் இது உண்மையாகாது. அலை எண்கள் மாறு நிலை மதிப்புகளை எட்ட முனையும்போது அவற்றிற்கிணைந்த ஆற்றல் மதிப்புகள் மிக மெதுவாக மாறுமென முன்னரே

கூறியுள்ளோம். இதனுல் உருவரைக் கோடுகள் மண்டல எல்லையில் புடைத்துக் கொள்கின்றன (bulge). மண்டலத்தின் மூலைகளிலேயுள்ள உருவரைகள் மண்டல எல்லைகளில் முடிந்து விடுகின்றன. ஏனெனில் இங்கே k-மதிப்புகள் மண்டலத்தின் வேறெந்த இடங்களில் உள்ளதையும் விட அதிகம்.

இரண்டாவது பிரில்லாயின் மண்டலத்துல் காட்டப்பட்டுள்ள உருவரைகள் முதல் மண்டலத்திலுள்ள எந்த உருவரைக் கோட்டுடனும் சேருவதில்லை என்பதனைக் காண்க. மண்டல எல்லையில் ஆற்றல் தொடர்ச்சியறுவதாலேயே இவ்வாறு இரண்டாம் மண்டல உருவரைகள் முதல் மண்டல உருவரையுடன் சேருவதில்லை. இரண்டாம் மண்டலத்தின் முதல் உருவரைக் கோட்டினது ஆற்றல் முதல் மண்டலத்தின் கடைசி உருவரைக் கோட்டினது ஆற்றலை விட அதிகமாகவோ அல்லது குறைவாகவோ இருக்கலாம். இரண்டாம் மண்டல முதல் கோட்டின் ஆற்றல் முதல் மண்டலத்தின் கடைசிக் கோட்டின் ஆற்றலை விடக் குறைவாக இருந்தால் இரண்டிற்குமிடையில் ஆற்றல் இடைவெளி ஏற்படுகின்றது. அவ்வாறன்றிக் குறைவாக இருக்குமானுல் இரு மண்டலங்களும் ஒன்றன்மீதொன்று மேற்பொருந்தும் (overlap). இவ்வாறு ஒன்றன் மீதொன்று மண்டலங்கள் மேற்பொருந்துவதன் பலனைப் பின்னர் பார்ப்போம்.

எலெக்ட்ரான்கள் படிகத்தினுள் இருக்க வேண்டுமானுல் அதற்குரிய எல்லை நிபந்தனைகளை நிறைவு செய்யவேண்டும். இந்த எல்லை நிபந்தனைகள்படி ஒரு கட்டற்ற எலெக்ட்ரான் ஒரு படிகத்தினுள் பெற்றிருக்கக் கூடிய அலைநீளங்கள் எலெக்ட்ரான் பரவும் திசையில் படிகத்தின் நீளத்தினது முழு எண் கீழ்ப் பெருக்கங்களாக (submultiples) இருக்கவேண்டும். எனவே,

$$k_x = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi\, n_1}{L_1} \qquad \longrightarrow \quad 8.10$$

இவ்வாறே, $k_y = \dfrac{2\pi\, n_2}{L_2}$, $\longrightarrow$ 8·11

$$k_z = \frac{2\pi\, n_3}{L_3} \qquad \longrightarrow \quad 8\cdot12$$

ஆகும். எனவே, k–வெளியில் ஒரு தனிக் குவான்டம் நிலைக்கு (quantum state) இயைந்த பருமன்

$$\frac{(2\pi)^3}{L_1\ L_2\ L_3}$$

ஆகும். செவ்வகப் படிகத்தின் (rectangular crystal) பக்கங்கள் L_1, L_2, L_3 ஆனால், அதன் பருமன்

$$V = L_1 L_2 L_3$$

எனவே, ஒரு தனிக் குவான்டம் நிலைக்கியைந்த பருமன்

$$V' = \frac{8\pi^3}{V} \longrightarrow 8.13$$

ஆகும். ஓர் எளிய கனசதுர அமைப்பின் முதல் பிரில்லாயின் மண்டலம் ஒரு கனசதுரமென முன்னரே கூறினோம். இந்தக் கனசதுரத்தின் பக்கம் $\frac{2\pi}{a}$ ஆகும். எனவே, இந்த மண்டலத்தில் இருக்கக் கூடிய மொத்தக் குவான்டம் நிலைகள்

$$\left(\frac{8\pi^3}{a_3}\right) \times 1 \text{ அலகு பருமனில் உள்ள நிலைகள்.}$$

சமன்பாடு 8·13-லிருந்து ஓர் அலகு பருமனில் இருக்கக்கூடிய நிலைகள்

$$\frac{1}{V'} = \frac{V}{8\pi^3}$$

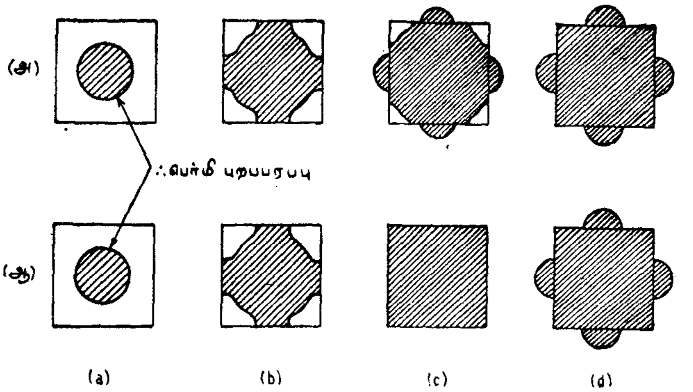
ஆகும். எனவே எளிய கனசதுர அமைப்பின் முதல் பிரில்லாயின் மண்டலத்தில் இருக்கக்கூடிய மொத்தக் குவான்டம் நிலைகள்

$$\frac{8\pi^3}{a^3} \times \frac{V}{8\pi^3} = \frac{V}{a^3} \longrightarrow 8.14$$

ஆகும். இது படிகத்திலுள்ள அணுக்களின் எண்ணிக்கைக்குச் சமம் எனபதனை நோக்குக. ஒவ்வொரு குவான்டம் நிலையிலும் எதிரெதிர்த் தற்சுழற்சிகளையுடைய இரண்டு எலெக்ட்ரான்கள் இருக்கக் கூடுமாதலால் முதல் பிரில்லாயின் மண்டலத்தில் அணுக்களின் எண்ணிக்கையைப்போல் இருமடங்கு எலெக்ட்ரான்கள் இருக்கக்கூடும். எனவே ஓரணுவிற்கு இரண்டுக்கு மேற்பட்ட எலெக்ட்ரான்கள் இருக்குமானல் அப்போது முதல் மண்டலம் நிறைவுற்றபின் எலெக்ட்ரான்கள் அடுத்த மண்டலத்திலுள்ள ஆற்றல் நிலைகளுக்குச் செல்லும்.

இருக்கக்கூடிய நிலைகளில் எலெக்ட்ரான்கள் எந்த வரிசையில் அமருகின்றன என்பது மண்டலங்கள் மேற்பொருத்துகின்றனவா

இல்லையா என்பதனைப் பொருத்ததாகும். இவ்விரு நிலைகளும் படம் 8.13-ல் காட்டப்பெற்றுள்ளன.



(அ) மேற்பொருந்தும் மண்டலங்கள்

(ஆ) மேற்பொருந்தா மண்டலங்கள்

படம் 8.13

ஃபெர்மி புறப்பரப்பு

படங்கள் 8.13 (a), (b) ஆகியவற்றில் முதல் மண்டலம் அரைகுறையாக நிரம்பியுள்ள நிலை காட்டப் பெற்றுள்ளது. நிறைவுபெற்ற நிலைகளை வளைத்துக் காட்டும் ஆற்றல் உருவரை (energy contour) ஃபெர்மி புறப்பரப்பு (Fermi surface) எனப்படும்.

முதல் மண்டலத்தில் இருக்கும் ஆற்றல் மட்டங்களைப் போல் சரியாக இரு மடங்கு எலெக்ட்ரான்கள் இருக்கும் போது அவை மண்டலங்களில் எவ்வாறு அமைகின்றன என்பதனைப் படம் 8.13(c) காட்டுகின்றது. ஒவ்வோர் ஆற்றல் நிலையும் முன்னரே கூறியதுபோல இரண்டு எலெக்ட்ரான்களை ஏற்க முடியுமாதலால் மண்டலங்கள் ஒன்றன்மீதொன்று மேற்பொருந்தா நிலையில் முதல் மண்டலத்திலுள்ள எல்லா நிலைகளும் நிறைவுபெறும். மண்டலங்கள் மேற்பொருந்தும் போது இரண்டாவது மண்டலத்தின் அடியிலுள்ள குவான்டம் நிலைகளின் ஆற்றல் முதல் மண்டலத்தின் மூலைகளிலுள்ள ஆற்றல்களைவிடக் குறைவாக இருக்குமாதலால் இந்த இரண்டாம் மண்டலத்தின் அடிப்பகுதி குவான்டம் நிலைகள் முதலில் நிறைவுறும். அதற்குப்பின் தான் முதல் மண்டல மூலை நிலைகளை எலெக்ட்ரான்கள் ஏற்கும். இதிலிருந்து இத்தகையப் படிகங்களின் வெளிப்புற மண்டலங்கள் அரைகுறையாகத்தான் நிரம்பியிருக்குமென்பது தெரிகின்றது.

இதுகாறும் பார்த்தவற்றைக் கொண்டு சில பொருள்கள் கடத்திகளாகவும், சில கடத்தாப் பொருள்களாகவும் இருப்பதற்கான காரணத்தைப் புரிந்து கொள்ளலாம்.

மண்டலங்கள் மேற் பொருந்தும்போது ஃபெர்மி ஆற்றலுக்கு நெருங்கிய ஆற்றல்களைப் பெற்றுள்ள எலெக்ட்ரான்கள் புற மின்புலம் ஒன்று செயல்படுதல் போன்றவற்றால் புறத்தேயிருந்து ஆற்றலைப் பெறுமானால் ஒரு குவான்டம் நிலையிலிருந்து பிறிதொரு குவான்டம் நிலைக்குப் போகக் கூடும். முதல் அல்லது இரண்டாவது மண்டலங்கள் அரைகுறையாகவோ அல்லது முற்றிலுமோ நிரம்பியிருந்தாலும் இவ்வாறு நடைபெறும். அவ்வாறன்றி மண்டலங்கள் மேற் பொருந்தாத நிலையில் முதல் மண்டலம் முற்றிலும் நிறைந்திருக்குமானால் அந்த மண்டலத்தின் மேற்பகுதியிலுள்ள அண்டை நிலைகளுக்குப் போக முடியாது. ஏனெனில் அவை விலக்கப்பட்டவையாம். எனவேதான் இத்தகைய படிகங்கள் கடத்தாப் பொருள்களாகச் செயல்படுகின்றன.

k-வெளியில் பிரில்லாயின் மண்டலங்களை எடுத்துக் கொண்டதற்குப் பதிலாக வெறும் ஆற்றல் நிலைகளை மட்டிலும் எடுத்துக் கொண்டோமானால் நமக்கு ஆற்றல் பட்டைகள் கிட்டும். இவற்றில் விலக்கப்பட்ட ஆற்றல் இடைவெளிகள் படம் 8.6-ல் காட்டப் பெற்றுள்ளன. மண்டலங்கள் எலெக்ட்ரான்களால் நிரம்பும் அதே மாதிரியில்தான் பட்டைகளும் எலெக்ட்ரான்களால் நிரம்புகின்றன. முதலில் முதல்பட்டையும் அது நிறைந்தால் அடுத்தப் பட்டையும் என எலெக்ட்ரான்கள் இடம் பிடிக்கும். பொருளின் மின் கடத்து பண்புகளைப் பார்க்கும்போது நிறைந்துள்ள அடிப்பட்டைகளைக் காண்பதில்லை. எலெக்ட்ரான்கள் உள்ள உயர்மட்டப் பட்டையையும் அதற்கு மேலுள்ள பட்டையையும் எடுத்துக்கொண்டால் போதுமானது.

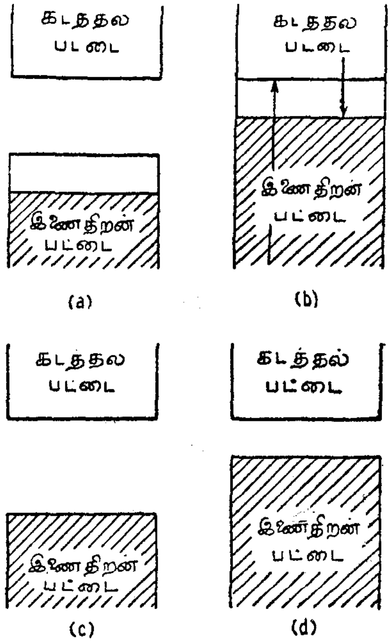
இவை முறையே இணைதிறன் பட்டை (valence band), கடத்தல் பட்டை (conduction band) என அழைக்கப்பெறும்.

ஒரு பொருள் கடத்தியாக இருக்குமானால் அதன் கடத்தல் பட்டையும் இணைதிறன் பட்டையும் ஒன்றன்மீதொன்றாக மேற் பொருந்தவேண்டும் அல்லது இணைதிறன் பட்டை அரைகுறையாக நிரம்பியிருக்க வேண்டும்.

அவ்வாறன்றி இரண்டும் விலக்கப்பட்ட ஆற்றல் இடைவெளியால் பிரிக்கப்பட்டால் அது கடத்தாப் பொருளாகும் (insulator).

கடத்தாப் பொருளின் ஆற்றல் இடைவெளி குறைவாக இருக்குமானல் அது குறைகடத்தியாகும் (semi conductor).

கடத்திகள், கடத்தாப்பொருள்கள், குறைகடத்திகளது ஆற்றல்பட்டைகள் ஆகியவை படம் 8.14-ல் காட்டப்பெற்றுள்ளன.



படம் 8.14

(a), (b) கடத்திகள்

(c) கடத்தாப் பொருள்கள்

(d) குறைகடத்திகள்

8-6. ஆற்றல் நிலைகளின் அடர்த்தி

குவான்டம் நிலைகளில் எலெக்ட்ரான்கள் அமர்தலைக் குறித்துப் பார்க்க வேண்டுமானல் ஒவ்வொரு மண்டலத்திலும் ஓரலகு ஆற்றல் நெடுக்கத்தில் (unit energy range) இருக்கக் கூடிய குவான்டம் நிலைகளின் எண்ணிக்கை நமக்குத் தெரிந்திருக்க வேண்டும். இதனைக் கட்டற்ற எலெக்ட்ரான் மாதிரியினைக் கொண்டு எளிதாகச் செய்யலாம்.

கட்டற்ற எலெக்ட்ரானது ஆற்றல் E ஆனது சமன்பாடு 8·3-லிருந்து கிடைக்கின்றது.

$$E = \frac{h^2 k^2}{8 \pi^2 m} \longrightarrow 8.3$$

கட்டற்ற எலெக்ட்ரானது ஃபெர்மி புறப்பரப்பு $k = (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)^{\frac{1}{2}}$ என்ற ஆரமுள்ள ஒரு கோளமென முன்னரே கண்டோம். எனவே, E எனும் ஒரு குறிப்பிட்ட ஆற்றல் வரையுள்ள மொத்த குவான்டம் நிலைகளைக் கணக்கிட k-ஆரமுள்ள கோளத்தினது பருமனை ஒரு தனிநிலைக்குத் தேவையான பருமனல் வகுக்க வேண்டும் என்பது தெளிவு. ஒரு தனி நிலையின் பருமன்

$$V' = \frac{8 \pi^3}{V} \longrightarrow 8.13$$

என முன்னரே கண்டுள்ளோம். மேலும் ஒவ்வொரு குவான்டம் நிலையிலும் இரண்டு எலெக்ட்ரான்கள் (எதிரெதிர்த் தற்சுழற்சிகளையுடையவை) இருக்கலாமாதலால் E ஆற்றல்வரையுள்ள நிலைகளில் இருக்கக்கூடிய எலெக்ட்ரான்களின் எண்ணிக்கை

$N = 2 \times$ (k ஆர கோளத்தின் பருமன்) $\div$ ஓர் ஆற்றல் நிலையின் பருமன்

அல்லது, $N = 2 \times \frac{4}{3} \pi k^3 \times \frac{V}{8 \pi^3}$

சமன்பாடு 8.3-லிருந்து k^3-ன் மதிப்பிற்குப் பதிலிட

$$N = 2 \times \frac{4}{3} \pi \left(\frac{8\pi^2 m E}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{V}{8 \pi^3}$$

அல்லது, $N = \frac{8 \pi}{3} \frac{(2 m E)^{\frac{3}{2}}}{h^3} . V \longrightarrow 8.15$

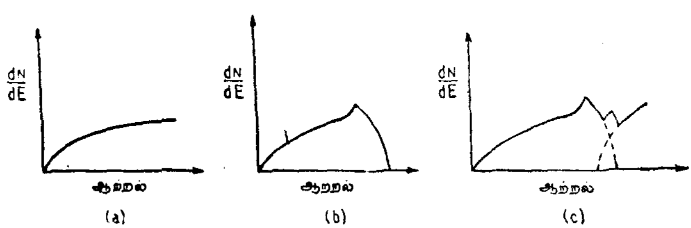
E, $E + dE$-க்கு இடைப்பட்ட ஆற்றல் நிலைகளுக்கிடையே இருக்கக் கூடிய நிலைகள்

$$\frac{dN}{dE} = 2 . \frac{4\pi}{h^3} 2^{\frac{1}{2}} m^{\frac{3}{2}} E^{\frac{1}{2}} . V \longrightarrow 8.16$$

இதனை ஓரலகுப் பருமனுக்கு $Z(E)$ என எழுதினால்

$$Z(E) = 2 . \frac{4\pi}{h^3} . 2^{\frac{1}{2}} m^{\frac{3}{2}} E^{\frac{1}{2}} \longrightarrow 8.17$$

$\frac{dN}{dE}$ என்பது ஆற்றல் நிலைகளின் அடர்த்தி (density of states) எனப்படும். படிகத்தின் பருமன் அதிகரித்தால் இதன் மதிப்பும் அதிகமாகின்றது என்பதனை நோக்கவும். மேலும், ஆற்றலுக்கும்



படம் 8·15

$\frac{dN}{dE}$ — E கோடுகள்

ஆற்றல் நிலைகளின் அடர்த்திக்கும் உள்ள தொடர்பு ஒரு பரவளையத் தொடர்பாகும். கட்டற்ற எலெக்ட்ரான்களுக்கான இதனைப் படம் 8.15 (a) காட்டுகின்றது. ஆனால் நடைமுறைப் படிகங்களுக்கு இந்தக் கோடு பிரில்லாயின் மண்டலங்களால் மாறும். இதனைப் படம் 8.15 (b) காட்டுகின்றது. இரு மண்டலங்கள் மேற்பொருந்தினால் ஏற்படும் நிலையைப் படம் 8.15 (c) விளக்குகின்றது.

9. குறைகடத்திகள்

9-1. குறைகடத்திகள்

திண்மங்களை, அவற்றின் மின்கடத்தும் திறன் (electrical conductivity) *அடிப்படையில் மூவகையாகப் பிரிக்கலாம். அவையாவன:* (1) கடத்திகள் (conductors) *அல்லது உலோகங்கள்* (metals), (2) *காப்பான்கள்* (insulators), (3) *குறைகடத்திகள்* (semi conductors).

உலோகங்கள் எலெக்ட்ரான் ஓட்டத்திற்கு மிகக் குறைந்த தடையையே (resistance) *ஏற்படுத்தும். இவற்றின் தடை எண்* (resistivity) *அறை வெப்ப நிலைகளில் சாதாரணமாக* 10^{-7} *ஓம்—மீட்டரிலிருந்து* 10^{-9} *ஓம்—மீட்டருக்குள்ளிருக்கும்.*

காப்பான்கள் எலெக்ட்ரான் ஓட்டத்திற்கு மிக உயர்ந்த தடையைக் கொடுக்கும். இவற்றின் மின்தடை எண் அறை வெப்பநிலைகளில் 10^{9} *லிருந்து* 10^{25} *ஓம்—மீட்டருக்குள்ளிருக்கும்.*

அட்டவணை 9.1

சில திண்மங்களின் மின்தடை எண்கள்
20° செ. ல்—ஓம் மீட்டர்களில்

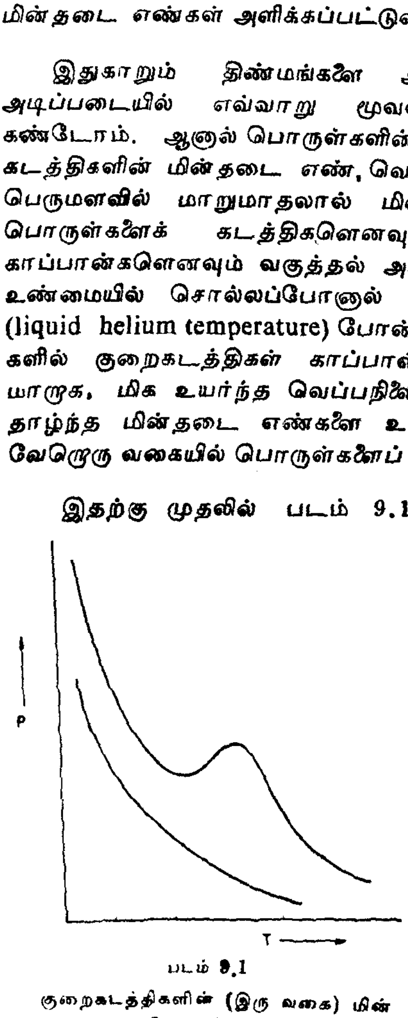
உலோகங்கள்	குறைகடத்திகள்	காப்பான்கள்
Ag — $1{\cdot}6\times10^{-8}$	Ge *(தூயது)* — $0{\cdot}47$	*கண்ணாடி*— $10^{10}-10^{11}$
Cu — $1{\cdot}7\times10^{-8}$	Si *(தூயது)* — 3000	*மைக்கா*— 9×10^{14}
Al — $2{\cdot}8\times10^{-8}$	Fe_3O_4 $\simeq$ $0{\cdot}01$	*வைரம்*— 10^{14}
Fe — 10×10^{-8}	In Sb $\simeq$ 2×10^{4}	
கான்ஸ்டான்டன் (Constantan) — 49×10^{-8}	Sn *(சாம்பல் நிற)* $\simeq$ 2×10^{6}	
நைக்ரோம் (nichrome) — 100×10^{-8}		

குறைகடத்திகளின் மின்தடை எண் இவ்விரண்டிற்கும் இடைப்பட்ட நிலையிலிருக்கும். இவற்றின் மதிப்பு சாதாரணமாக 10-லிருந்து 10^{-6} ஓம் மீட்டர்களுக்குட்பட்ட நிலையிலிருக்கும்.

முன்பக்கத்திலுள்ள அட்டவணை 9.1-ல் சில திண்மங்களின் மின்தடை எண்கள் அளிக்கப்பட்டுள்ளன.

இதுகாறும் திண்மங்களை அவற்றின் மின்தடை எண் அடிப்படையில் எவ்வாறு மூவகையாகப் பகுக்கலாமெனக் கண்டோம். ஆனல் பொருள்களின், அதிலும் குறிப்பாகக் குறைகடத்திகளின் மின்தடை எண், வெப்பநிலையைப் பொருத்து மிகப் பெருமளவில் மாறுமாதலால் மின்தடை எண் அடிப்படையில் பொருள்களைக் கடத்திகளெனவும், குறைகடத்திகளெனவும் காப்பான்களெனவும் வகுத்தல் அவ்வளவு சிறப்புடையதாகாது. உண்மையில் சொல்லப்போனல் ஹீலியத் திரவ வெப்பநிலை (liquid helium temperature) போன்ற மிகத் தாழ்ந்த வெப்பநிலைகளில் குறைகடத்திகள் காப்பான்கள் போன்றே செயல்படும். மாறாக, மிக உயர்ந்த வெப்பநிலைகளில் குறைகடத்திகள் மிகத் தாழ்ந்த மின்தடை எண்களை உடைத்தாயிருக்கும். எனவே, வேறொரு வகையில் பொருள்களைப் பகுக்கலாம்.

இதற்கு முதலில் படம் 9.1 ஐ எடுத்துக் கொள்வோம். இதில் இரு வகையான குறைகடத்திகளின் மின்தடை எண் வெப்பநிலைக்கேற்ப எவ்வாறு மாறுகின்றது என்பது காட்டப் பெற்றுள்ளது. இவ்விரண்டு வகைகளிலுமே பொருளின் மின்தடை வெப்பநிலை எண் (temperature coefficient of resistance) எதிர்க்குறியுடையதாக (ஒரு சிறிதளவு வெப்பநிலை நெடுக்கத்தைத் தவிர) இருத்தலைக் காண்க.



படம் 9.1

குறைகடத்திகளின் (இரு வகை) மின்தடை எண் வெப்பநிலைக்கேற்ப மாறுதல்

ஆனல், உலோகங்களுக்கு இந்த மின்தடை வெப்பநிலை எண் நேர்க்குறியுடையதாயிருக்கும் என்பது நாமறிந்ததே.

அதாவது, $\frac{dP}{dT}$ ஆனது எல்லா வெப்பநிலைகளிலும் (குறிப்பான

சில தவிர்த்து) நேர்க்குறியுடையது. எனவே, இந்த அடிப்படையில் கடத்திகளையும் (conductors), குறைகடத்திகளையும் (semi conductors) நாம் பிரித்தறியலாம்.

இந்த நேரத்தில் காப்பான்களது (insulators) மின்தடை எண் வெப்பநிலைக்கெழுவும், குறைகடத்திகளினுடைய மின்தடை எண் வெப்பநிலைக்கெழுவைப் போன்றே எதிர்க்குறியுடையது என்பது எண்ணற்பாலது. அவ்வாறாயின் குறைகடத்திகளையும் காப்பான் களையும் பிரித்துணர்தல் எங்ஙனம்? இவையிரண்டையும் அவற்றின் மின்தடைஎண் அடிப்படையிலேயே பகுத்துணர வேண்டும். காப்பான்களது மின்தடைஎண் குறைகடத்திகளின் மின்தடைஎண்ணை விடக் குறிப்பிடத்தக்க அளவு பெரியதாக இருத்தல் வேண்டும் என்பதனைப் பின்வரும் விவாதங்களில் நாம் மிகத்தெளிவாக உணர்வோம்.

பொருள்களை அவற்றின் ஆற்றல் பட்டைகளின் (energy bands) அடிப்படையிலும் மூவகையாகப் பகுக்கலாமென முன் அத்தியாயத்தில் கண்டுள்ளோம். கடத்திகளின் மின்தடை எண் வெப்பநிலைக் கெழு நேர்க்குறியுடையதாக இருக்க வேண்டுமென்ப தனையும் குறை கடத்திகளுக்கும் காப்பான்களுக்கும் இது எதிர்க் குறியுடையதாக இருக்கவேண்டுமென்பதனையும் பின்காணுமாறு உணர்ந்து கொள்ளலாகும்.

கடத்திகளின் மின்கடத்து திறன்

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m}$$

என அத்தியாயம் 5–ல் கண்டுள்ளோம். கடத்தியின் வெப்பநிலை உயரும்போது அதிலுள்ள கடத்து எலெக்ட்ரான்களது மோத லிடைத் தூரம் குறையும். அதனால், தளர்நேரம் τ -ம் குறையும். எனவே σ குறையும். அதாவது, வெப்பநிலை அதிகரிக்க அதிகரிக்க, கடத்து திறன் குறையும் அல்லது மின்தடை எண் அதிகரிக்கும். எனவே, மின்தடை எண் வெப்பநிலைக் கெழு நேர்க்குறியுடையதாக இருக்கின்றது.

குறைகடத்திகளிலும், காப்பான்களிலும் மின்கடத்துதிறனைப் பாதிப்பது கடத்தல் பட்டையிலுள்ள (conduction band) கடத்தல் எலெக்ட்ரான்களே (conduction electrons). தாழ்வெப்பநிலைகளில் இவற்றின் எண்ணிக்கை மிகக் குறைவாக இருக்கும். வெப்பநிலை உயரும்போது இணைதிறன் பட்டையில் (valance band) உள்ள

எலெக்ட்ரான்களில் சில போதுமான அளவு ஆற்றலைப் பெற்று ஆற்றல் இடைவெளியைத் (energy gap) தாண்டி கடத்தல் பட்டையை அடையும். இதனால் கடத்துதிறன் அதிகரிக்கும் அல்லது மின்தடை எண் குறையும். எனவேதான் காப்பான்களி லும் குறைகடத்திகளிலும் மின்தடை எண் வெப்பநிலைக்கெழு எதிர்க்குறியுடையதாயிருக்கின்றது.

குறைகடத்திகள் என்று கூறிய உடனே நம் நினைவிற்கு வருபவை சிலிகானும் (silicon) ஜெர்மானியமுமே (germanium). ஆனாலும் வேறுபல குறைகடத்திகளும் இருக்கத்தான் செய்கின்றன. குறைகடத்திகளாகத் திகழும் தனிமங்கள் அட்டவணை 9.2-தரப்பட்டுள்ளன.

அட்டவணை 9.2

அட்டவணையில் 3,4,5,6,7 வது பத்திகளின் A துணைக்குழுக்கள். இவற்றுள் தடித்த கோட்டினுல் குழப்பெற்றுள்ள தனிமங்கள் குறைகடத்திகளாம்.

IIIA	IVA	VA	VIA	VIIA
B	C	N	O	F
Al	Si	P	S	Cl
Ga	Ge	As	Se	Br
In	Sn	Sb	Te	I
Tl	Pb	Bi	Po	At

மேற்கண்ட அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளவை தனிமக் குறை கடத்திகள் (elemental dielectrics) எனப்படும்.

இவையேயன்றி வேறுபல சேர்மங்களும் (compounds) குறை கடத்திகளாக விளங்குகின்றன. சில எடுத்துக்காட்டுகளாவன: உலோக ஆக்சைடுகளும் (metallic oxides), சல்ஃபைடுகளும் (sulfides). இவை சிறந்த நடைமுறைப் பயன்கள் வாய்ந்தவை. காட்டாக, PbS ஆனது ஒளியின் கடத்திச் சாதனங்களில் (photo electric devices) பயன்படுகின்றது. BaO ஆனது ஆக்சைடு பூச்சிடப்பெற்ற

எதிர்மின்வாய்களாகப் (oxide coated cathodes) பயன்படுகின்றன; சீசியம் ஆண்டிமோனைடு (cesium antimonide) ஒளிமின்பெருக்கிகளில் (photo multipliers) பயன்படுகின்றது.

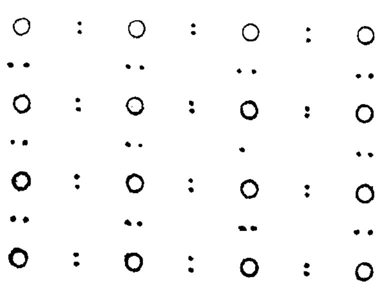
இச் சிறிய நூலின்கண்ணே இப்பொருள்களின் எல்லாப் பண்புகளையும் அவற்றின் பயன்களையும் அலசி ஆராய்தல் இயலாது. ஈண்டு நாம் குறைகடத்திகளின் பொதுவான சிறப்பியல்புகளை மட்டிலுமே காண்போம்.

ஜெர்மானியமும் சிலிகானுமே மிகப்பெருமளவில் நடைமுறைக் காரியங்களில் பயன்படுகின்றனவாகையால் நாம் குறைகடத்திகளின் பண்புகளை விளக்குதற்கும் இப்பொருள்களையே எடுத்துக்கொள்வோம்.

9-2. சிலிகான், ஜெர்மானியம் ஆகியவற்றில் வேதியியல் பிணைப்பும் அதன் விளைவுகளும்

சிலிகானும் ஜெர்மானியமும் தனிம அட்டவணையில் நான்காம் பத்தியைச் (fourth column) சார்ந்தவை. இவை திண்மநிலையில் வைர இயலமைப்பு (diamond structure) எனப்படும் வடிவத்தில் படிகங்களாகின்றன.

இந்த வடிவமைப்பில் ஓர் அணு வேறு நான்கு அணுக்களால் சூழப்பெற்றிருக்கும். இந்த நான்கு அணுக்களும் ஓர் ஒழுங்கான நான்முகத் திண்மத்தின் (regular tetrahedron) நான்கு மூலைகளில் அமையும். ஓர் அணுவிற்கும் மற்றோர் அணுவிற்கும் இங்கு ஏற்படும் எலெக்ட்ரான்—சோடிப் பிணைப்பு (electron pair bond) சக பிணைப்பாம். இவ்வணுக்கள் நான்கு இணைதிறன் எலெக்ட்ரான்களை உடையவையாகையால் ஒவ்வோரணுவும் நான்கு சக பிணைப்புகளை உடைத்தாயிருக்கும். இவையாவும் நாம் முன்னரே பார்த்தவையே. இப் பிணைப்புகளை இரு பரிமாணப் படமாகப் மேலேகாணுமாறு காட்டலாம். (படம் 9.2).



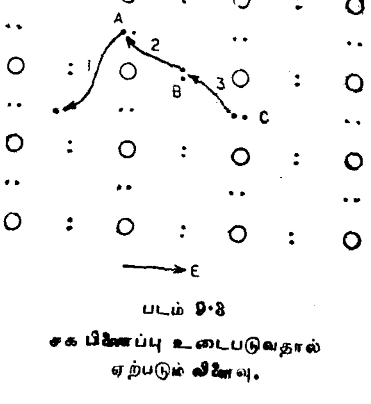
படம் 9·2

ஜெர்மானிய அணுக்களிடைப் பிணைப்பு —இருபரிமாணப் படம்

உண்மையில் திகழும் முப்பரிமாண அணிக்கோவையில் பிணைப்புகளிடையே ஏறத்தாழ 109 டிகிரி கோணம் இருக்கும். இது CH_4 மூலக்கூறில் உள்ள பிணைப்பு அமைப்பையொத்தது.

தூய சிலிகான் (pure silicon), தூய ஜெர்மானியம் (pure germanium) படிகங்களில் தனிச் சுழி வெப்பநிலையில் (absolute zero temperature) எல்லா எலெக்ட்ரான்களும் இப் பிணைப்புகளில் பங்கேற்றிருக்கும்; கட்டற்ற எலெக்ட்ரான்களே இரா. அதாவது படிகத்தில் தன்னிச்சையாக நகரக்கூடிய எலெக்ட்ரான்கள் இப் படிகங்களில் தனிச்சுழி வெப்பநிலையில் இரா. இது உலோகங்களின் நிலைக்கு மாறுபட்டது. உலோகங்களில் கட்டற்ற எலெக்ட்ரான்கள் எல்லா வெப்பநிலைகளிலும் இருக்குமென்பதும் அதனாலேயே உலோகங்கள் சிறந்த கடத்திகளாக விளங்குகின்றன என்பதும் நாமறிந்த ஒன்றே. எனவே, சிலிகானும் ஜெர்மானியமும் தனிச்சுழி வெப்பநிலையில் காப்பான்களாகச் செயல்படுகின்றன. இப்போது பொருளின் வெப்பநிலையை உயர்த்தினால் அணிக்கோவையில் (lattice) உள்ள அணுக்களின் அதிர்வுகள் வலிவுறும்; அதிர்வாற்றல் மிகும். இந்த அணிக் கோவை அதிர்வுகளிலிருந்து சில இணைதிறன் எலெக்ட்ரான்கள் தம் பிணைப்பிலிருந்து விடுபடப் போதுமான அளவு ஆற்றலைப் பெறக் கூடும். இவ்வாறாகப் படிகத்தில் கட்டற்ற எலெக்ட்ரான்கள் (free electrons) தோன்றும். இப்போது படிகத்தின்மீது ஒரு மின் புலத்தைச் செயல்படுத்தினால் இந்தக் கட்டற்ற எலெக்ட்ரான்கள் மின்கடத்தலுக்குத் துணைசெய்யும். எனவே, இவை கடத்தல் எலெக்ட்ரான்கள் (conduction electrons) எனப்படும்.

இவ்வாறாக எலெக்ட்ரான் ஒன்று பிணைப்பறுத்துக் கொள்வதன் விளைவினை ஈண்டு ஆராய்வோம். இதற்குப் படம் 9.3 துணைசெய்யும்.



படம் 9·3
சக பிணைப்பு உடைபடுவதால் ஏற்படும் விளைவு.

படத்தில் A என்று காட்டப்பட்டுள்ள ஒரு குறிப்பிட்ட பிணைப்பிலிருந்து ஓர் எலெக்ட்ரான் விடுதலையடைவதாகக் கொள்வோம். இதனால் A தளையில் இரண்டிற்குப் பதிலாக ஒரேயோர் எலெக்ட்ரான்தானுள்ளது. இந்த இடத்திற்கு வேறொரு எலெக்ட்

ரான் வர ஏலும். இப்போது பொருளின்மீது படத்தில் காட்டிய திசையில் ஒரு மின்புலத்தைச் செலுத்துவதாகவும் கொள்வோம். இதனால் B எனக் குறிப்பிடப்பட்டுள்ளது போன்ற பிறிதொரு பிணைப்பிலுள்ள ஓர் எலெக்ட்ரான் இந்த மின் புலத்தின் செயலால் தன் தலையை உடைத்துக்கொண்டு முற்றுப் பெறாத A பிணைப்பி லுள்ள காலியிடத்தை அடைந்து A பிணைப்பை முற்றுப்பெறச் செய்யும். இதனால் B-ல் ஒரு காலியிடம் ஏற்படுகின்றது. இதனை C போன்ற பிறிதொரு பிணைப்பிலுள்ள எலெக்ட்ரான் வந்து நிறைவு செய்யலாம். இச் செயல் தொடரும். இதனால் எலெக்ட் ரான்கள் புலத்திற்கு எதிர்த்திசையில் நகருகின்றன என்பது, அதாவது, ஒரு மின்னோட்டம் ஏற்படக் காரணமேற்படுகின்றது என்பது தெரிகின்றது.

எலெக்ட்ரான்கள் மின்புலத்திற்கு எதிர்த் திசையில் நகரும் போது காலியிடங்கள் மின்புலத்தின் திசையில் நகருவதனை நோக்குக. எலெக்ட்ரான்கள் மின்புலத்திசைக்கு எதிர்த் திசையில் நகருவதால் காலியிடங்கள் புலத்தின் திசையில் நகருகின்றன. எனவே மின்புலத்தின் திசையில் காலியிடங்கள் நகருவதனை அத் திசையில் நேர் மின்னூட்டங்கள் நகருவதற்குச் சமமெனக் கொள்ளலாம். எனவே இக் காலியிடங்கள் (எலெக்ட்ரான்கள் இருக்கவேண்டிய இடங்கள்—இப்போது எலெக்ட்ரான்கள் பெயர்ந்து விட்டதனால் காலியாயிருக்கும் இடங்கள்) நேர்மின் னூட்டத் துளைகள் (positive holes) அல்லது சுருக்கமாக மின்துளை கள் (holes) எனப்பெறும்.

இதுகாறும் தனிச்சுழிக்கு மேற்பட்ட வெப்பநிலைகளில் $(T>0)$ எவ்வாறு பல பிணைப்புகள் உடைபட்டு, கட்டற்ற எலெக்ட்ரான்கள் உண்டாகின்றன என்பதனையும், அதனால் எவ்வாறு மின்துளைகள் உண்டாகின்றன என்பதனையும், எலெக்ட்ரான்களும் மின்துளை களும் புறமின்புலத்தின் ஆளுகையில் எவ்வாறு நகருகின்றன என்பதனையும், அதனால் இவை எவ்வாறு மின்கடத்துகின்றன என்பதனையும், பண்பறி முறையால் (qualitative) விளக்கினோம். பின்வரும் பகுதிகளில் இவற்றை அளவறி முறையாலும் (quantitative) அறிய முயல்வோம்.

மேற்கண்ட விவாதங்களில் நாம் தூய ஜெர்மானியம் அல்லது தூய சிலிகான் படிகங்களையே எடுத்துக் கொண்டோம். ஆகலான் இவற்றில் இருக்கக்கூடிய மின்துளைகளின் எண்ணிக்கை கட்டற்ற எலெக்ட்ரான்களின் எண்ணிக்கைக்குச் சமமாகத்தான் இருக்கவேண்டுமென்பதனை எளிதில் புரிந்து கொள்ளலாம்,

இத்தகைய தூய குறைகடத்திகள் (pure semi-conductors) உள்ளார்ந்த குறைகடத்திகள் (intrinsic semi conductors) எனப் பெறும். இவை பின்னர் நாம் விவரிக்கப்போகும் புறவியலான குறைகடத்திகளிலிருந்து (extrinsic semi-conductors) மாறுபட்டவை. புறவியலான குறைகடத்திகளில் கட்டற்ற எலெக்ட்ரான்களின் எண்ணிக்கையும் மின்துளைகளின் எண்ணிக்கையும் சமமாயிரா. இவற்றிலிருக்கக்கூடிய கட்டற்ற எலெக்ட்ரான்கள், மின்துளைகளின் எண்ணிக்கை வேற்றுப்பொருள்களின் (impurities) கலப்பினுல் கட்டுப்படுத்தப்பெறும். அவை குறித்து விளக்கமாகப் பின்னர் காண்போம்.

கட்டற்ற எலெக்ட்ரான் ஒன்று படிகத்தின் ஊடே தன்னிச்சையாக இயங்கிக் கொண்டிருக்கும். அவ்வியக்கத்தில் அது ஓர் உடைபட்ட பிணைப்பை எதிர்கொள்ள நேரிடலாம். அப்போது அந்தக் கட்டற்ற எலெக்ட்ரான் அங்குள்ள மின்துளையுடன் மீண்டும் இணைதலும் கூடும். அதனுல் இரண்டு மின்னூட்ட ஊர்திகள் (charge carriers) மறைகின்றன; அதாவது மின்கடத்தலுக்குப் பயன்படாமல் போய்விடுகின்றன.

இத்தகைய மீண்டும் சேர்தல் செயல்களால் (recombination processes) குறைகடத்தித் திண்மத்திலுள்ள மின்னூட்ட ஊர்திகள் குறைதலாகிய செயல் நிகழ்கின்ற நேரத்தில் இயல்பான பிணைப்புகள் வெப்ப அதிர்வுகளால் உடைபட்டு கட்டற்ற எலெக்ட்ரான்களும் மின்துளைகளும் தோன்றுதலாகிய செயலும் நடைபெறும். எனவே, தோன்றலும், மீண்டும் சேர்தலால் அழிதலும் ஆகிய இருசெயல்களும் தொடர்ந்து நடைபெற்றுக் கொண்டேயிருக்குமாதலால் எந்தவொரு வெப்பநிலையிலும் ஒரு வெப்பச் சமநிலை (thermal equilibrium) எய்தும். இச் சமநிலையில் வெப்ப அதிர்வுகளால் ஒரு நொடியில் தோன்றும் எலெக்ட்ரான் மின்துளை சோடிகளின் எண்ணிக்கையும் மீண்டும் சேர்தலால் மறையும் எலெக்ட்ரான்—மின்துளை சோடிகளின் எண்ணிக்கையும் சமமாயிருக்க வேண்டுமென எளிதில் உணரலாம்.

எனவே, எந்தவொரு வெப்பநிலையிலும் ஒரு குறிப்பிட்ட சராசரி அளவு கட்டற்ற எலெக்ட்ரான்களும் அவற்றுக்குச் சமமான சராசரி அளவு மின்துளைகளும் பொருளில் இருக்கும் என்பது தெளிவு.

பொருளின் வெப்பநிலை உயரும்போது மின்னூட்ட ஊர்திகளாகச் செயல்படும் கட்டற்ற எலெக்ட்ரான்கள், மின்துளைகள் ஆகியவற்றின் எண்ணிக்கையும் உயரும்.

மேலே விவரித்த தோற்றம், மீண்டும் சேர்தலால் இழப்பு ஆகிய செயல்களை வேதியியல் வினைச்சமன்பாடு போன்றதோர் வடிவில் பின்கண்டவாறு குறிக்கலாகும்.

கட்டுண்ட எலெக்ட்ரான் $\rightleftharpoons$ கட்டற்ற எலெக்ட்ரான் + மின்துளை ⟶ (9.1)

இவ்வினை வலப்புறம் நோக்கி எந்த அளவிற்கு நடைபெறும் என்பது வேதியியல் பிணைப்பைப் பொருத்தது. எலெக்ட்ரான்கள் மிக வலுவுடன் பிணைக்கப்பட்டிருக்குமாஞல் மின்னூட்ட ஊர்திகளின் எண்ணிக்கை ஒப்பீட்டடிப்படையில் குறைவாக இருக்கும்.

9-3. உள்ளார்ந்த குறைகடத்திகளின் மின்னேட்ட அடர்த்தி

மேற்கண்ட பகுதிகளின்கண் பொதுவாக உள்ளார்ந்த குறைகடத்திகளின் செயல்களை விவரித்தோம். ஆனல், உள்ளார்ந்த குறைகடத்திகளில் எவ்வளவு கட்டற்ற எலெக்ட்ரான்கள் இருக்கும், எவ்வளவு மின்துளைகள் இருக்கும், இவற்றால் பொருளின் மின்கடத்துதிறன் (electrical conductivity) எவ்வளவிருக்கும் என்பனவற்றை ஆராய்வதற்கு மேற்கண்ட வாதங்கள் போதா. இவற்றிற்கு குறைகடத்திகளின் செயலைத் திண்மங்களின் பட்டைக் கொள்கை (band theory of solids) அடிப்படையிலேயே விளக்கவேண்டும்.

நாம் கடந்த அத்தியாயத்தின்கண் (அத்தியாயம் 8) கண்டவாறு குறைகடத்திகள், காப்பான்கள் ஆகியவற்றிற்கிடையேயுள்ள வேறுபாடு விலக்கப்பட்ட ஆற்றல் இடைவெளியின் (forbidden energy gap) அளவேயாகும். காப்பான்களுக்கு ஆற்றல் இடைவெளி 5 எலெக்ட்ரான் வோல்ட்டுகளுக்கு மேலிருக்க, குறைகடத்திகளுக்கோவெனில் இது 1 எலெக்ட்ரான் வோல்ட் எனுமளவில்தான் இருக்கும். மேலும் தனிச்சுழி வெப்பநிலையில் தூய குறைகடத்திகளில், அதாவது உள்ளார்ந்த குறைகடத்திகளில் கட்டற்ற எலெக்ட்ரான்களே இராவாதலின் கடத்தல் பட்டையில் (conduction band) எலெக்ட்ரான்கள் இல்லாமலும், இணைதிறன் பட்டையில் (valence band) முற்றிலும் நிறைந்தும் இருக்கும்.

வெப்பநிலை உயர்ந்தால் ($T > 0$) இணைதிறன் பட்டையின் மேற்பகுதியிலுள்ள எலெக்ட்ரான்களுள் சில விலக்கப்பட்ட ஆற்றல் இடைவெளியைத் தாண்டுவதற்குப் போதுமான அளவு ஆற்றலை

வெப்பக் கிளர்ச்சியால் பெறக்கூடும். இதனால் அவை கடத்தல் பட்டைக்கு உயருகின்றன. எனவே, மின்புலம் ஒன்று செயல் படும்போது கடத்தல் பட்டையிலுள்ள கடத்தல் எலெக்ட்ரான்கள் முடுக்கப்பெற்று மின்னோட்டத்திற்கு வழி ஏற்படும்.

அதே நேரத்தில் இணைதிறன் பட்டையின் மேற்புறம் இருந்த எலெக்ட்ரான்கள் கடத்தல் பட்டைக்குப் போய்விட்டதால் இணைதிறன் பட்டையிலுள்ள இந்தக் காலியிடங்களுக்கு அதே பட்டையிலுள்ள வேறு எலெக்ட்ரான்கள் புறமின்புலத்தின் செயலால் செல்லக்கூடுமாதலால் இந்த மின்துளைகளும் மின்னோட் டத்தில் பங்கேற்கின்றன.

மின்புலத்தின் ஆளுகையில் கடத்தல் எலெக்ட்ரான்களும் மின்துளைகளும் அவ்வவற்றின் தன்மைக்கேற்ப வெவ்வேறு அள வான தகர்வுத் திசை வேகம் (drift velocity) பெறும். எனவே இவையிரண்டுமே எதிரெதிர்த் திசைகளில் வெவ்வேறளவுகளில் இயங்கும். இதனால் இரு மின்னோட்டங்கள் உண்டாகின்றன. இவை முறையே எலெக்ட்ரான் மின்னோட்டம் (electron current), மின்துளை மின்னோட்டம் (hole current) எனப்பெறும். இவற்றின் கூட்டுத்தொகையையே மொத்த மின்னோட்டமாகும்.

இனி ஓர் உள்ளார்ந்த குறைகடத்தியின் மின்கடத்துத் திறனுக்கான ஒரு சமன்பாட்டை வருவிக்க முனைவோம்.

ஒரு குறைகடத்தியின் இணைதிறன் பட்டை முற்றிலும் நிரம்பியிருப்பதாகவும் அதன் கடத்தல் பட்டையில் எலெக்ட்ரான்களே இல்லையென்றும் கொள்வோம். இப்போது ஒரு மின்புலத்தை அதன்மீது செயல்படுத்தினால் அதில் உண்டாகும் மின்னோட்ட அடர்த்தியை

$$J_v = n\, e < v_x >$$

எனக் குறிக்கலாம். இங்கே $n < v_x >$ என்பது இணைதிறன் பட்டையிலுள்ள எல்லா எலெக்ட்ரான்களின் திசைவேகக் கூடுதலாகும். ஆனால், இணைதிறன் பட்டை நிரம்பியுள்ளது என்று நாம் எடுத்துக்கொண்டதால்

$$n <v_x> = \sum_{i=1}^{n} v_{x_i} = 0$$

இப்போது ஓர் எலெக்ட்ரான் மட்டிலும், அதாவது, j ஆவது நிலையிலுள்ள ஓர் எலெக்ட்ரான் மட்டிலும் இணைதிறன் பட்டையிலிருந்து கடத்தல் பட்டைக்குச் செல்வதாகக் கொள்வோம். எனவே,

$$n \langle v_x \rangle = \left(\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{n} v_{x_i} \right) + v_j$$

எனவாகும். எனவே,

$$\sum_{i=1}^{n} v_{x_i} = 0 = \left(\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{n} v_{x_i} \right) + v_j$$

எனவே,

$$\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{n} v_{x_i} = - v_j \longrightarrow 9.2$$

இச் சமன்பாட்டில் இடப்புறமானது கடத்தல் பட்டைக்குப் போன எலெக்ட்ரான் தவிர்த்து இணைதிறன் பட்டையிலுள்ள ஏனைய எலெக்ட்ரான்களது தொகுபயன் திசைவேகத்தைக் குறிக்கின்றது. இது இணைதிறன் பட்டையிலிருந்து சென்றுவிட்ட எலெக்ட்ரானின் திசைவேகத்துக்குச் (எதிர்த்திசையில்) சமமாகின்றது. எனவே, காலியிடமானது ஒரு நகரக்கூடிய நேர்மின்னூட்டத்தைப் போலச் செயல்படுகின்றது. இதனைத்தான் நாம் மின்துளையென்றோம். எனவே, இந்த ஒருதனி மின்துளையால் ஏற்படும் இந்த மின்துளை மின்னோட்ட அடர்த்தியை

$$J_h = - e v_h$$

எனவெழுதலாம், இங்கே, j என்ற ஒட்டுக் குறிக்குப் பதிலாக மின்துளையைக் (hole) குறிப்பான் வேண்டி h என்ற ஒட்டுக்குறியைப் பயன்படுத்தியுள்ளோம்.

எனவே, பொருளின் ஓரலகு பருமனில் p மின்துளைகள் இருக்குமென்றும் அவற்றின் சராசரி நகர்வு திசைவேகம் $\langle v_h \rangle$ எனவும் கொண்டால்,

$$J_h = - pe \langle v_h \rangle$$

இங்கே e என்பது எலெக்ட்ரானின் மின்னூட்டமானதாலும் அது எதிர்க்குறியுடையதானதாலும்

$$J_h = pe < v_h > \longrightarrow 9.3$$

எனவெழுதலாம்.

மின்துளைகளின் சராசரி திசைவேகத்தைச் $< v_h >$ செயல்படும் மின்புலத்தோடு கீழ்க்காணும் நகர்திறன் (mobility) சமன்பாட்டால் எழுதலாம்.

$$< v_h > = \mu_h E$$

இங்கே, μ_h என்பது மின்துளைகளின் நகர்திறனைக் குறிக்கும். எனவே,

$$J_h = p\, e\, \mu_h E \longrightarrow 9.4$$

இப்போது கடத்தல் பட்டையில் n எலெக்ட்ரான்கள் இருப்பதாகக் கொண்டால் அவற்றால், ஏற்படும் மின்னோட்ட அடர்த்தி

$$J_e = ne < v_e > \longrightarrow 9.5$$

இங்கே $< v_e >$ என்பது கடத்தல் எலெக்ட்ரான்களின் சராசரி நகர்வு திசைவேகம். முன்போல்,

$$< v_e > = \mu_e E$$

எனவெழுதலாம். ஈண்டு μ_e என்பது எலெக்ட்ரான்களின் நகர்திறம். எனவே,

$$Je = ne\mu_e E \longrightarrow 9.6$$

எனவே, குறைகடத்தியிலுள்ள மொத்த மின்னோட்ட அடர்த்தி

$$J = J_h + J_e$$

அல்லது,

$$J = pe\mu_h E + ne\mu_e E$$

அல்லது,

$$J = (pe\mu_h + ne\mu_e)\, E \longrightarrow 9.7$$

ஆனால் ஓம் விதிப்படி

$$J = \sigma E$$

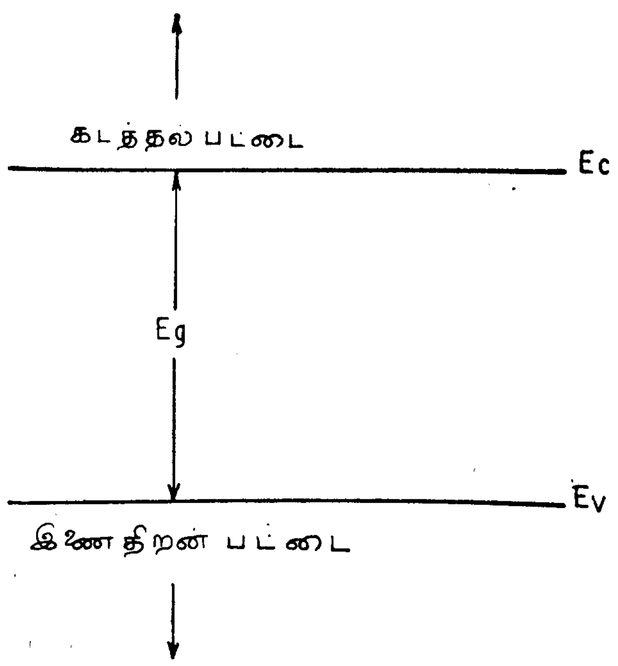
எனவே,

$$\sigma = pe\mu_h + ne\mu_e \longrightarrow 9.8$$

சமன்பாடு 9.8 ஒரு குறைகடத்தியின் மொத்த மின்னோட்ட அடர்த்தியை (current density) அளிக்கின்றது.

9-4. உள்ளார்ந்த குறைகடத்தியில் மின்னூட்ட ஊர்திகளின் அடர்த்தி

சமன்பாடு 9.8-லிருந்து ஒரு குறைகடத்தியின் மின்னோட்ட அடர்த்தியானது அதில் ஓரலகு பருமனிலுள்ள கடத்தல் எலெக்ட்ரான்களின் எண்ணிக்கையையும் (n), அதாவது, கடத்தல் எலெக்ட்ரான் அடர்த்தியையும், மின்துளை அடர்த்தியையும் (p), மின்துளைகள், கடத்தல் எலெக்ட்ரான்கள் ஆகியவற்றின் நகர் திறன்களையும் (μ_h, μ_e) பொருத்துள்ளது என்பது தெரிகின்றது. மின்னோட்ட அடர்த்தி மட்டுமன்றி, குறைகடத்திகளின் மின்பண்புகள் யாவுமே இவற்றைச் சார்ந்திருக்குமாதலால் இவை மிக முக்கியமான அளவுகளாம். எனவே, இவற்றைக் கவனிக்க முனைவோம்.



படம் 9.4

குறைகடத்தியின் ஆற்றல் பட்டைகள்

இதற்கு, குறைகடத்தியினது ஆற்றல் பட்டைகளை எடுத்துக் கொள்வோம். (படம் 9.4)· குறைகடத்தியின் கடத்தல் பட்டையில் எல்லா நிலைகளும் ஒரே ஆற்றல் படைத்தவையல்ல. இதன் அடிமட்டத்தின் ஆற்றல் E_c எனக் கொண்டால் மற்ற நிலைகளது ஆற்றல் இதிலிருந்து அதிகரித்துக்கொண்டே செல்லும். அவ்வாறே, இணைதிறன் பட்டையின் உயர்மட்டத்தின் ஆற்றல் E_v எனக்கொண்டால் மற்றநிலைகளின் ஆற்றல் குறைந்துகொண்டே செல்லும். எனவே, கடத்தல் பட்டையிலும் இணைதிறன் பட்டையிலும் பல்வேறுன ஆற்றல் நிலைகள் உள்ளன.

எனவே, ஒரு குறிப்பிட்ட வெப்பநிலையில் கடத்தல் பட்டையில் இருக்கக்கூடிய எலெக்ட்ரான்களின் எண்ணிக்கையை அறியவேண்டில், முதலாவதாகக் கடத்தல் பட்டையில் இருக்கும் ஆற்றல் நிலைகளின் எண்ணிக்கையை அறிதல் வேண்டும். பின்னர் இந்த ஆற்றல் நிலைகளின் எலெக்ட்ரான்கள் இருப்பதற்கான நிகழ்திறத்தை அறிதல் வேண்டும். காட்டாக E, $E+dE$ ஆகிய ஆற்றல் இடைவெளியில் இருக்கக்கூடிய ஆற்றல் நிலைகளின் எண்ணிக்கை ஆற்றல் நிலைகளின் அடர்த்திச் சார்பினுல் (density of states function) குறிக்கப்படும். இதனை $Z(E)\,dE$ எனக் குறிக்கலாம். ஓர் ஆற்றல் நிலை நிரம்பியிருப்பதற்கான நிகழ்திறம் ஃபெர்மி சார்பினுல் (Fermi function) $F(E)$ அளிக்கப்பெறும். எனவே, E, $E+dE$ ஆகிய ஆற்றல்களுக்கு இடைப்பட்ட வெளியில் இருக்கக்கூடிய எலெக்ட்ரான்களின் எண்ணிக்கை

$$dn = Z(E)\ F(E)\,dE \qquad \longrightarrow \quad 9.9$$

எனவே, கடத்தல் பட்டையில் இருக்கின்ற எலெக்ட்ரான்களின் எண்ணிக்கை

$$n_c = \int_{E_c}^{\text{உயர்}} Z(E)\ F(E)\ dE$$

ஆனுல்,

$$Z(E)\,dE = 2 \times \frac{4\pi}{h^3} m^{\frac{3}{2}}\ (2E)^{\frac{1}{2}}\ dE \qquad \longrightarrow \quad 9.10$$

எனக் கண்டுள்ளோம் (அத்தியாயம் 8). மேலும் கடத்தல் பட்டையில் இருக்கின்ற எலெக்ட்ரான்கள் முற்றிலும் கட்டற்ற எலெக்ட்ரான்கள் அல்ல. அவை ஒரு மடக்குநிலை மின்னழுத்தத்தில் (periodic potential) நகருகின்றன. எனவே, கட்டற்ற

எலெக்ட்ரான்களுக்கான மேற்கண்ட சமன்பாட்டைப் (சமன்பாடு 9.10) பயன்படுத்தினுல் எலெக்ட்ரானின் நிறை m-க்குப் பதிலாக அதன் செயலுறு நிறை (effective mass) m_e^*ஐப் பயன்படுத்த வேண்டும்.

$$m_e^* = \frac{h^2}{\frac{d^2 E}{dK^2}}$$

அல்லது,

$$m_e^* = \frac{h^2}{4\pi^2 \frac{d^2 E}{dK^2}}$$

எனவே,

$$Z(E)\ dE = 2\left(\frac{4\pi}{h^3}\right)2^{\frac{1}{2}}\ m_e^{*\frac{3}{2}}\ E^{\frac{1}{2}}\ dE \longrightarrow (9.11)$$

இப்போது, கடத்தல் பட்டையின் எலெக்ட்ரான்களின் சிறும ஆற்றல் மதிப்பு E_c ஆனுல்

$$Z(E)\ dE = 2\left(\frac{4\pi}{h^3}\right)\ 2^{\frac{1}{2}}\ (m_e^*)^{\frac{3}{2}}\ (E-E_c)^{\frac{1}{2}}\ dE \longrightarrow 9.12$$

எனவே,

$$dn = \left(\frac{4\pi}{h^3}\right)(2\ m_e^*)^{\frac{3}{2}}(E-E_c)^{\frac{1}{2}}\ \frac{dE}{e^{\frac{E-E_f}{kT}} - 1} \longrightarrow 9.13$$

தொகைப்படுத்த

$$n_c = \frac{4\pi}{h^3}(2\ m_e^*)^{\frac{3}{2}}\int_{E_c}^{\infty}\frac{(E-E_c)^{\frac{1}{2}}\cdot dE}{e^{\frac{E-E_f}{kT}} + 1} \longrightarrow 9.14$$

ஈண்டு தொகைப்படுத்துதலை எளிமைப்படுத்துவான்வேண்டி, தொகையிடலின் உயர்வரம்பை ∞ என எடுத்துக்கொண்டுள்ளோம். இதனுல் கிடைக்கும் மதிப்பு, சரியான உயர் ஆற்றல் மதிப்பை எடுத்துக்கொண்டு சிக்கலான முறையில் கணக்கிட்டுக் கிடைக்கும் மதிப்பிலிருந்து ஒன்றும் (குறிப்பிடத்தக்க அளவு) மாறுதலாக இராது.

மேலும் E_f ஆனது E_c, E_v மதிப்புகளுக்கு நடுவில் இருக்குமென எளிய கணக்கீடுகள் வாயிலாகவே காட்டலாமாகையாலும், விலக்கப்பட்ட ஆற்றல் இடைவெளியின் $E_g = E_c - E_v$-ன் மதிப்பு எந்தவொரு குறைகடத்திக்கும் 0·1 எலெக்ட்ரான் வோல்ட்டிலிருந்து 2 எலெக்ட்ரான் வோல்ட் எனுமளவிற்குள்தான் இருக்குமென்று நமக்குத் தெரியுமாகையாலும் சாதாரண அறை வெப்ப நிலைகளிலும்,

$E - E_f \geqslant 4kT \simeq 0 \cdot 1$ எலெக்ட்ரான் வோல்ட் என எடுத்துக் கொள்ளலாம். எனவே, தொகைப்படுத்துதலின் தாழ் வரம்பிற்கே $E - E_f = E_c - E_e \geqslant 4kT$ ஆகும்.

எனவே, $$e^{\frac{E - E_f}{k\,T}} >> 1$$

என எடுத்துக் கொள்ளலாம். இதனால்

$$n_c = \frac{4\pi}{h^3}(2\,m_c{}^*)^{\frac{3}{2}} \int_{E_c}^{\infty} (E - E_c)^{\frac{1}{2}}\, e^{\frac{E_f - E}{k\,T}}\, dE \qquad \longrightarrow \quad 9.15$$

எனவாகும். இப்போது

$$E = E_c + x$$

எனக் கொண்டால்

$$n_e = \frac{4\pi}{h^3}\,(2\,m_e{}^*)^{\frac{3}{2}} \int_0^{\infty} x^{\frac{1}{2}}\,.e^{\frac{E_f}{kT}}\,.e^{\frac{-E}{kT}}\,.dx$$

அல்லது,

$$n_c = \frac{4\pi}{h^3}\,(2\,m_e{}^*)^{\frac{3}{2}}\;.e^{\frac{E_f}{kT}} \int_0^{\infty} x^{\frac{1}{2}}\;.e^{\frac{-(E_c+x)}{kT}}\,.dx$$

அல்லது,

$$n_c = \frac{4\pi}{h^3}\,(2\,m_e{}^*)^{\frac{3}{2}}\;.e^{\frac{E_f - E_c}{kT}} \int_0^{\infty} x^{\frac{1}{2}}\;.e^{\frac{-x}{kT}}\,.dx \qquad \longrightarrow \quad 9.16$$

காமா சார்புகளின் (gamma functions) துணைகொண்டு

$$\int_0^{\infty} x^{\frac{1}{2}} \cdot e^{\frac{-x}{kT}} \cdot dx = (kT)^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{\pi}{2}^{\frac{1}{2}}$$

எனக் காட்டலாம். எனவே,

$$n_c = \frac{4\pi}{h^3} (2\, m_e^*)^{\frac{3}{2}} \quad e^{\frac{E_f - E_c}{kT}} \cdot (kT)^{\frac{3}{2}} \frac{\pi}{2}^{\frac{1}{2}}$$

அல்லது,

$$n_c = 2 \left(\frac{2\, \pi\, m_e^*\, kT}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot e^{\frac{E_f - E_c}{kT}} \longrightarrow 9.17$$

உள்ளார்ந்த குறைகடத்திகளில் கடத்தல் பட்டையிலுள்ள எலெக்ட்ரான்களின் எண்ணிக்கை இணைதிறன் பட்டையிலுள்ள மின்துளைகளின் எண்ணிக்கைக்குச் சமமாயிருத்தல் வேண்டும். எனவே, இணைதிறன் பட்டையிலுள்ள மின்துளைகளுக்குத் தனியாகக் கணக்கீடு செய்ய வேண்டுவதில்லை. ஆனால் இவற்றின் மதிப்புகளை அறிய E_f-ன் மதிப்புத் தேவை. குறைகடத்தியின் ஃபெர்மி மட்டத்தை (Fermi level) அறிந்து கொள்ள வேண்டுவது இன்றியமையாததாகின்றது. இதற்கு இணைதிறன் பட்டையிலுள்ள மின்துளைகளின் எண்ணிக்கையை (p) கடத்தல் பட்டையிலுள்ள கடத்தல் எலெக்ட்ரான்களைக் கணக்கிட்டது போன்றே புள்ளியியல் அடிப்படையில் கணக்கிட்டு, பின்னர் இரண்டும் சமமென்பதனைப் பயன்படுத்தலாம்.

இணைதிறன் பட்டையில் ஓர் ஆற்றல் நிலை காலியாயிருப்பதற்கான நிகழ்திறம்

$$1 - F(E) = 1 - \left(\frac{1}{e^{\frac{E - E_f}{kT}} + 1} \right)$$

அல்லது,

$$1 - F(E) = \frac{e^{\frac{E - E_f}{kT}}}{1 + e^{\frac{E - E_f}{kT}}}$$

இணைதிறன் பட்டையில் உச்சியிலிருந்து $4kT$-க்குச் சமமான அல்லது அதிகமான ஆற்றல் தூரத்தில் ஃபெர்மி மட்டம் அமைந்துள்ளது எனக் கொண்டோமானால் (இது நடைமுறையில் உண்மையே)

$$e^{\frac{E-E_f}{kT}} << 1$$

எனவாகும். எனவே

$$1 - F(E) = e^{\frac{E-E_f}{kT}}$$

என்றாகும்.

முன்போல், $E, E + dE$ ஆகிய ஆற்றல் நிலைகளுக்கு இடைப்பட்ட இடைவெளியில் (இணைதிறன் பட்டையில்) இருக்கக் கூடிய மின்துளைகளின் எண்ணிக்கை dp ஆனால்

$$dp = Z(E)\,[1 - F(E)]\; dE$$

ஆகும்.

மின்துளைகளின் செயலுறுநிறை (effective mass) m_h^* எனக் கொண்டால்,

$$dp = \left[\frac{4\pi}{h^3} \cdot (2m_h^*)^{\frac{3}{2}} \cdot E^{\frac{1}{2}} \cdot dE\right] \left(e^{\frac{E-E_f}{dE}}\right)$$

மின்துளை இருக்கக்கூடிய மிகஉயர்ந்த ஆற்றல் நிலை இணைதிறன் பட்டையின் உயர்மட்ட ஆற்றல் நிலை (E_v) ஆகும். மின்துளையின் மிகத் தாழ்ந்த ஆற்றல் நிலையை $-\infty$ என எடுத்துக் கொள்ளலாம். கடத்தல் பட்டை எலெக்ட்ரான்களுக்கு உயர்மட்டம் $+\infty$ என எடுத்துக் கொண்டதற்களித்த விவாதம் இதற்கும் பொருந்தும்.

எனவே,

$$p = \int_{-\infty}^{E_v} \frac{4\pi}{h^3}\; (2m_h^*)^{\frac{3}{2}}\; (E_v - E)^{\frac{1}{2}}\; e^{\frac{E-E_f}{kT}} \cdot dE \longrightarrow \quad 9.18$$

முன்போல காமா சார்புகளைப் பயன்படுத்த,

$$p = 2\left(\frac{2\pi\, m_h^*\, kT}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} e^{\frac{E_v - E_f}{kT}} \longrightarrow 9.19$$

இணைதிறன் பட்டையிலுள்ள மின்துளைகளின் எண்ணிக்கையைச் சமன்பாடு 9·19 அளிக்கின்றது. கடத்தல் பட்டையில் உள்ள எலெக்ட்ரான்களின் எண்ணிக்கை $n = n_c$. இது சமன்பாடு 9·17-லிருந்து கிடைக்கின்றது. முன்னர்க் கூறியது போல கடத்தல் பட்டையிலுள்ள எலெக்ட்ரான்களின் எண்ணிக்கையும் இணைதிறன் பட்டையிலுள்ள துளைகளின் எண்ணிக்கையும் சமமாயிருத்தல் வேண்டும். எனவே,

$$2\left(\frac{2\pi\, m_e^*\, kT}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} . e^{\frac{E_f - E_c}{kT}} = 2\left(\frac{2\pi\, m_h^*\, kT}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} . e^{\frac{E_v - E_f}{kT}} \longrightarrow 9.20$$

அல்லது,

$$m_e^{*\frac{3}{2}}\, e^{\frac{E_f - E_c}{kT}} = m_h^{*\frac{3}{2}} . e^{\frac{E_v - E_f}{kT}}$$

அல்லது,

$$\frac{3}{2}\log m_e^* + \frac{E_f - E_c}{kT} = \frac{3}{2}\log m_h^* + \frac{E_v - E_f}{kT}$$

அல்லது,

$$\frac{2E_f - (E_c + E_v)}{kT} = \frac{3}{2}\log\left(\frac{m_h^*}{m_e^*}\right)$$

அல்லது,

$$E_f = \frac{3}{4}kT.\log\left(\frac{m_h^*}{m_e^*}\right) + \frac{E_c + E_v}{2} \longrightarrow 9.21$$

இப்போது $m_h^* = m_e^*$ என எடுத்துக் கொண்டோமானால்

$$E_f = \frac{E_c + E_v}{2} \longrightarrow 9.22$$

எனவே, உள்ளார்ந்த குறைகடத்திகளில் ஃபெர்மி ஆற்றல் மட்டமானது, இணைதிறன் பட்டையின் உயர்மட்டத்திற்கும் கடத்தல் பட்டையின் தாழ்மட்டத்திற்கும் நடுவில் உள்ளது என்று தெரிகின்றது.

நாமெடுத்துக் கொண்டது போலல்லாமல் $m_h^* \neq m_e^*$ ஆனால் ஃபெர்மி மட்டம் வெப்பநிலையைச் சார்ந்திருக்கும். எனவே, வெப்பநிலை உயர உயர, ஃபெர்மி மட்டமும் இலேசாக உயரும்.

சமன்பாடுகள் 9.17, 9.19 ஆகியவற்றைப் பயன்படுத்த

$$np = 4\left(\frac{2\pi kT}{h^2}\right)^3 \left(m_e^* . m_h^*\right)^{\frac{3}{2}} . e^{\frac{E_v - E_c}{kT}}$$

உள்ளார்ந்த குறைகடத்திகளுக்கு

$$n = p = n_i$$

ஆனதால்

$$n_i^2 = 4\left(\frac{2\pi kT}{h^2}\right)^3 \left(m_e^* m_h^*\right)^{\frac{3}{2}} \left(e^{-\frac{E_g}{kT}}\right)$$

எனவே,

$$n_i = 2\left(\frac{2\pi kT}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} \left(m_e^* m_h^*\right)^{\frac{3}{4}} \left(e^{-\frac{E_g}{2kT}}\right) \longrightarrow 9.23$$

இங்கே $E_g = E_c - E_v$ என்பது ஆற்றல் இடைவெளி. இப்போது, மின்கடத்துதிறன் σ ஆனால்

$$\sigma = (ne\,\mu_e + pe\,\mu_h) \longrightarrow 9.8$$

உள்ளார்ந்த குறைகடத்தியின் மின்கடத்துதிறன்

$$\sigma_i = n_i e\,(\mu_e + \mu_h)$$

இதில் n_i-ன் மதிப்பைச் சமன்பாடு 9.23-லிருந்து பதிலிட

$$\sigma_i = 2e\left(\frac{2\pi kT}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}}\left(m_e^* m_h^*\right)^{\frac{3}{4}} e^{-\frac{E_g}{2kT}} \cdot (\mu_e + \mu_h) \longrightarrow 9.24$$

எனவே, ஓர் உள்ளார்ந்த குறைகடத்தியின் மின்கடத்து திறன் ஒரு குறிப்பிட்ட வெப்பநிலையில் அதன் விலக்கப்பட்ட ஆற்றல் இடைவெளியைப் பொருத்திருக்கின்றது. அறை வெப்ப நிலையில் சில முக்கியப் பொருள்களின் ஆற்றல் இடைவெளிகள் அட்டவணை 9·3-ல் காட்டப்பெற்றுள்ளன.

அட்டவணை 9·3

சில முக்கியப் பொருள்களின் ஆற்றல் இடைவெளிகள்

பொருள்	ஆற்றல் இடைவெளி (E_g) எலெக்ட்ரான் வோல்ட்டுகளில்
வைரம்	6
cds	2·42
Ga As	1·4
In P	1·25
Si	1·1
Ge	0·67
In As	0·33
In Sb	0·18
Pb Te	0·30

அறைவெப்பநிலையில் வைரத்தின் ஆற்றல் இடைவெளி மிக அதிகமாயிருப்பதால் (காப்பான்) இதன் உள்ளார்ந்த மின் ஊர்திச் செறிவு (intrinsic carrier concentration) மிகமிகக் குறைவாக இருக்கும். ஏனைய பொருள்களில் (குறைகடத்திகள்) ஆற்றல் இடைவெளி குறைவானதால் மின் ஊர்திச் செறிவு அதிகமாயிருக்கும். In Sb-க்கு இது மிக அதிகம்.

சமன்பாடு 9·24-லிருந்து மேலுமோர் உண்மை புலனாகின்றது. உள்ளார்ந்த குறைகடத்திகளின் மின்கடத்துதிறன் மின்துளைகள், எலெக்ட்ரான்கள் ஆகியவற்றின் நகர்திறன்களையும் (mobilities) பொருத்துள்ளது. தூய குறைகடத்திகள் அல்லது

காப்பான்களது நகர்திறனது எலெக்ட்ரான்கள் அணிக்கோவை அலைகளோடு (lattice waves), அதாவது, ஃபோனன்களோடு (phonons) கொள்ளும் செயலெதிர்ச்செயலைப் பொருத்து அமையும். செயிட்ஸ் (Seitz), கிட்டெல் (Kittel) ஆகியோர் μ_e, μ_h ஆகிய இரண்டுமே $T^{-\frac{3}{2}}$-க்கு நேர்விகிதத்திலிருக்கும் எனக் காட்டியுள்ளனர். இதனைச் சமன்பாடு 9·24-ல் பயன்படுத்தி σ_i -ன் மதிப்பைக் கணக்கிடலாம்.

$$\sigma_i = 2e \left(\frac{2\pi kT}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} \left(m_e^* \, m_h^*\right)^{\frac{3}{4}} \; e^{-\frac{E_g}{2kT}} \; (\mu_e + \mu_h) \qquad \longrightarrow \quad 9.24$$

அல்லது,

$$\sigma_i = A' \, T^{\frac{3}{2}} \; e^{-\frac{E_g}{2kT}} \; (\mu_e + \mu_h)$$

இங்கே $A' = 2e \left(\frac{2\pi k}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} \left(m_e^* + m_h^*\right)^{\frac{3}{4}}$ —ஒரு மாறிலி.

ஆனால்,

$$(\mu_e + \mu_h) \propto T^{-\frac{3}{2}}$$

எனக் கூறினோம். எனவே,

$$\sigma_i = A' \, T^{\frac{3}{2}} \, . \, e^{-\frac{E_g}{2kT}} \, . \, A'' \, T^{-\frac{3}{2}}$$

இங்கே A'' என்பது ஒரு மாறிலி.

எனவே,

$$\sigma_i = A' \, . \, A'' \, . \, e^{-\frac{E_g}{2kT}}$$

அல்லது

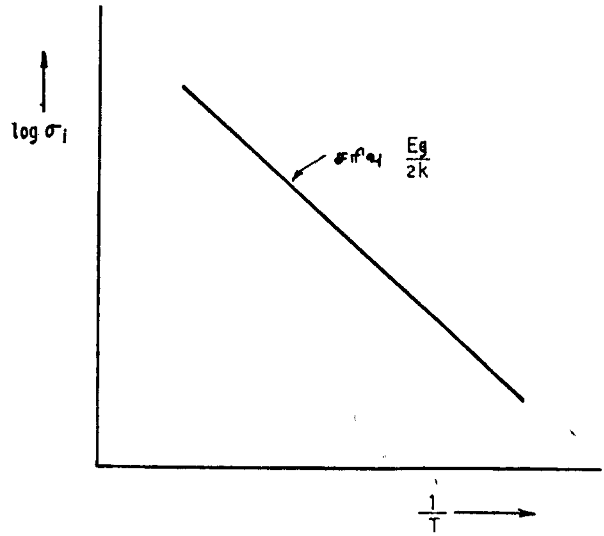
$$\sigma_i = A \, . \, e^{-\frac{E_g}{2kT}} \qquad \longrightarrow \quad 9.25$$

இங்கே A என்பது ஒரு புதிய மாறிலி.

அல்லது,

$$\log \sigma_i = \log A - \frac{E_g}{2kT} \longrightarrow 9.26$$

உள்ளார்ந்த குறைகடத்திகளின் ஆற்றல் இடைவெளிகளைக் கணக்கிடுவதற்கான ஒரு வழிமுறையைச் சமன்பாடு 9·26-லிருந்து நாம் உணரலாம். பொருளின் உள்ளார்ந்த கடத்து திறனைப் பல்வேறு வெப்ப நிலைகளில் அளந்து ஓர் அரை லாகரித்தமிக் தாளில் (semi logarithmic paper) படம் 9.5-ல் காட்டியுள்ளவாறு ஒரு வரைபடம் வரையலாம். இப்படத்தின்



படம் 9.5

$\log \sigma_i - \frac{1}{T}$ வரைபடம்.

சரிவு $\frac{E_g}{2k}$ என்பது சமன்பாடு 9.26-லிருந்து தெளிவாகும். இதிலிருந்து E_g-ன் மதிப்பைக் கணக்கிடலாம்.

சமன்பாடுகள் 9·17, 9·19 ஆகியவற்றைப் புதிய N_c, N_v என்ற உறுப்புகளால் எழுதுவது வழக்கம். இங்கே,

$$N_c = 2\left(\frac{2\pi m_e^* kT}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}},$$

$$N_V = 2\left(\frac{2\pi m_e^* kT}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}}$$

உள்ளார்ந்த குறைகடத்தியின் ஃபெர்மி மட்டத்தை E_f என்பதற்குப் பதிலாக E_i என எழுதுவது வழக்கம். இந்தக் குறியீடுகளைப் பயன்படுத்தினால் சமன்பாடுகள் 9·17, 9·19 ஆகியவை முறையே

$$n = N_c \; e^{\frac{E_i - E_c}{kT}} \qquad \longrightarrow \quad 9.27$$

$$p = N_V \; e^{\frac{E_V - E_i}{kT}} \qquad \longrightarrow \quad 9.28$$

எனவாகும்.

உள்ளார்ந்த மின் ஊர்தி அடர்த்தியினைப் (n_i) பின்காணுமாறு எழுதலாம்.

$$n_i^2 = np = N_c \, N_V \; e^{\frac{E_V - E_c}{kT}} \qquad \longrightarrow \quad 9.29$$

அல்லது,

$$n_i = (N_c \, N_V)^{\frac{1}{2}} \; e^{-\frac{E_g}{2kT}} \qquad \longrightarrow \quad 9.30$$

உள்ளார்ந்த ஃபெர்மி மட்டத்திற்கான சமன்பாடும் (சமன்பாடு 9.21) பின்காணுமாறாகும் :

$$E_i = \frac{E_c + E_v}{2} + kT \left[\log \left(\frac{N_V}{N_c} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \qquad \longrightarrow \quad 9.31$$

9-5. புறவியலான குறைகடத்திகள்

அறைவெப்பநிலை போன்ற சாதாரண வெப்பநிலைகளில் உள்ளார்ந்த குறைகடத்திகளில் எலெக்ட்ரான்கள், மின்துளைகள் ஆகிய இருவகை மின்ஊர்திகளின் செறிவும் மிகக் குறைவாக இருக்கும். இதனால் மின்கடத்து திறனும் மிகத் தாழ்வாக இருக்கும். எனவே ஒரு குறிப்பிடத்தக்க அளவு மின்னோட்ட அடர்த்தியை ஓர் உள்ளார்ந்த குறைகடத்தியில் ஏற்படுத்துவதற்கு மிக உயர்ந்த மின்புலத்தைச் செயல்படுத்த வேண்டும். இவ்வுண்மைகளைப் பின்காணும் எடுத்துக்காட்டின் வாயிலாகக் காணலாம்.

9-5·1. அறைவெப்பநிலையில் ஜெர்மானியத்தின் மின்ஊர்திச் செறிவு

சமன்பாடு 9·27-ன் படி

$$n = N_c \, e^{\frac{E_1 - E_c}{kT}}$$

$$N_c = 2\left(\frac{2\pi m_e^* kT}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}}$$

$m_e^* = m_h^* = m = 9\cdot1 \times 10^{-31}$ கிலோகிராம் எனக் கொள்வோம். இந்தத் தற்புனைவின் காரணமாக நமக்குக் கிடைக்கும் மதிப்புகள் பெருமளவு மாறிவிடப் போவதில்லை. என்ன வரிசையில் n, p போன்றவை இருக்கும் என்பதே நமக்கு இங்கு வேண்டப்படுவதாகும். மேலே m என்பது எலெக்ட்ரானின் ஓய்வுநிலை நிறையாம் (rest mass).

$$k = 1\cdot38 \times 10^{-23} \text{ ஜூல் } /^\circ \text{ கெ}$$

$$h = 6\cdot625 \times 10^{-34} \text{ ஜூல் நொடி.}$$

எனவே,

$$N_c = 2\left(\frac{2\pi \times 9\cdot1 \times 10^{-31} \times 1\cdot38 \times 10^{-23}}{6\cdot625 \times 6\cdot625 \times 10^{-68}}\right)^{\frac{3}{2}} T^{\frac{3}{2}}$$

அல்லது,

$$N_c = 2\,(2\cdot24) \times 10^{21}\, T^{\frac{3}{2}} \;/\text{ மீ}^3$$

அல்லது,

$$N_c = 4\cdot8 \times 10^{21}\, T^{\frac{3}{2}} \;/\text{ மீ}^3$$

300° கெல்வின் வெப்பநிலையில்

$$N_c = 2\cdot5 \times 10^{25} \quad \text{மீ}^{-3}$$

ஆகும்.

$m_e^* = m_h^* = m$ என நாம் எடுத்துக்கொண்டதால்

$$N_c = N_V = 2\cdot5 \times 10^{25} \quad \text{மீ}^{-3}.$$

n அல்லது p ஐ, அதாவது n_i ஐக் கண்டுபிடிக்க நமக்கு E_1 -ன் மதிப்பும் தேவை. மீண்டும் $m_e^* = m_h^* = m$ ஆனதால்,

$$E_{\mathrm{I}} = \frac{E_c + E_v}{2}.$$

$E_v = 0$ என எடுத்துக்கொண்டோமானால், ஜெர்மானியத்திற்கு $E_g = 0 \cdot 68$ எலெக்ட்ரான் வோல்ட் ஆனதால்

$$E_c = 0 \cdot 68 \text{ எலெக்ட்ரான் வோல்ட்டு.}$$

எனவே,

$$E_{\mathrm{I}} = \frac{E_c}{2} = 0 \cdot 34 \text{ எலெக்ட்ரான் வோல்ட்டு.}$$

எனவே,

$$n = 2 \cdot 5 \times 10^{25} . e^{-\frac{0 \cdot 34}{1/40}} \left(\begin{array}{l} 300^{\circ} \text{ கெல்வினில்} \\ kT = \frac{1}{40} \text{ எ.வோ.} \end{array} \right)$$

எனவே,

$$n = 2 \cdot 5 \times 10^{25} . e^{-13 \cdot 6}$$

அல்லது

$$n = 5 \cdot 6 \times 10^{19} \text{ மீ}^{-3}$$

எனவே,

$$n_i = n = p = 5 \cdot 6 \times 10^{19} \text{ மீ}^{-3}$$

ஜெர்மானியத்திற்கு நகர்வு திறன்கள்

$$\mu_e = 0 \cdot 38 \text{ மீ}^2 / \text{வோல்ட் நொடி}$$
$$\mu_h = 0 \cdot 18 \text{ மீ}^2 / \text{வோல்ட் நொடி}$$

எனவே,

$$\sigma_i = n_i e (\mu_h + \mu_e)$$

அல்லது,

$$\sigma_i = 5 \cdot 6 \times 10^{19} \times 1 \cdot 6 \times 10^{19} (0 \cdot 18 + 0 \cdot 38)$$

அல்லது,

$$\sigma_i = 5 (\Omega \text{ மீ})^{-1}$$

எனவே,

$$P_i = \frac{1}{5} \Omega \text{ மீ}.$$

எனவே, இதில் 10^5 ஆம்பியர் / மீ^{2} அல்லது 10 ஆம்பியர்/செ.மீ.^{2} எனுமளவு மின்னோட்ட அடர்த்தியை உண்டாக்க வேண்டுமானல் அதற்காகச் செயல்படுத்த வேண்டிய மின்புலம்

$$E = \frac{J}{\sigma_i}$$

அல்லது,

$$E = \frac{10^5}{5} = 2 \times 10^4 \text{ வோல்ட் / மீ.}$$

அல்லது

$$E = 200 \text{ வோல்ட் / செ.மீ.}$$

எனவே, 1 செ.மீ. நீளமும் 1 சதுர செ மீ குறுக்களவுமுள்ள ஒரு ஜெர்மானியத் துண்டின் ஊடு 10 ஆம்பியர் மின்னோட்டத்தை ஏற்படுத்த 200 வோல்ட் மின்னழுத்தம் தேவைப்படுகின்றது.

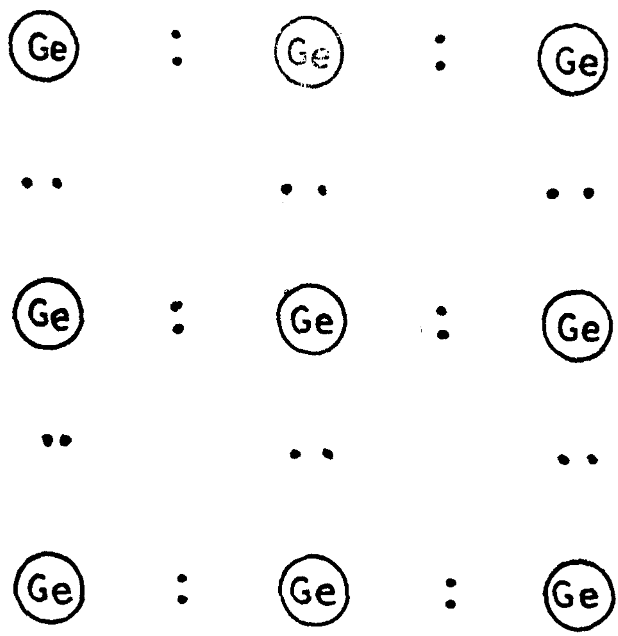
இதற்கு மாருக, தூய குறை கடத்திகளில் போரான், ஆன்டிமனி போன்ற பொருள்களைச் சிறு அளவுகளில் சேர்ப்பதன் வாயிலாக அவற்றின் மின்கடத்துதிறனைப் பலமடங்கு உயர்த்தலாம். காட்டாக, அறைவெப்பநிலையில் தூய சிலிகான் படிகத்தில் 10^5 சிலிகான் அணுக்களுக்கு ஒரு போரான் அணு என்னும் வீதத்தில் போரானைச் (boron) சேர்த்தால் சிலிகானுடைய கடத்துதிறன் 10^3 மடங்கு உயரும். இதற்கான காரணம் என்னவோவெனின் மாசுக்களைச் சேர்க்கும்போது மின் ஊர்திகளின் எண்ணிக்கை அதிகரிப்பதே ஆகும். அது எவ்வாறென் பதனைப் பின்வரும் பகுதிகள் விளக்கும்.

9–5·2. *N*-வகைக் குறைகடத்திகள்

சிலிகான், ஜெர்மானியம் போன்றதொரு குறைகடத்தியின் ஒரு தனிப் படிகத்தினை (single crystal) எடுத்துக் கொள்வோம். ஒவ்வொரு குறைகடத்தி அணுவிலும் நான்கு இணைதிறன் எலெக்ட்ரான்கள் இருக்கின்றனவென்பதும் அவை அருகாமையிலுள்ள வேறு நான்கு அணுக்களோடு சகபிணைப்பை உண்டாக்குகின்றனவென்பதும் நாம் முன்னரே கண்டது தான்.

தூய ஜெர்மானியத்தில் சகபிணைப்புகள் ஏற்பட்டுள்ளதனைப் படம் 9·6 (a) விளக்குகின்றது. இது ஓர் இருபரிமாணத்தில் வரைந்த விளக்கப் படமாகும். இப்போது ஐந்து இணைதிறன்

எலெக்ட்ரான்களையுடைய அன்டிமனி (antimony), ஆர்செனிக் (arsenic), பாஸ்பரஸ் (phosphorous) போன்ற ஐந்தாவது பத்தித் தனிமங்களில் (fifth group elements) ஏதாவது ஒரு தனிமத்தின் ஓர் அணுவை இந்தத் தூய ஜெர்மானியத்தில் மாசு அணுவாகச் (impurity atom) சேர்த்தோமானால் அது ஓர் அணிக் கோவைப் புள்ளியில் (lattice point) போயமரும். அதாவது ஒரு ஜெர்மானிய அணு இருக்க வேண்டிய இடத்தில் இப்போது ஓர் ஆன்டிமனி அணு (காட்டாக) இருக்கும். இந்த ஆன்டிமனி அணு அணிக் கோவையில் வேறெங்காவது அமராமல் அணிக் கோவைப்



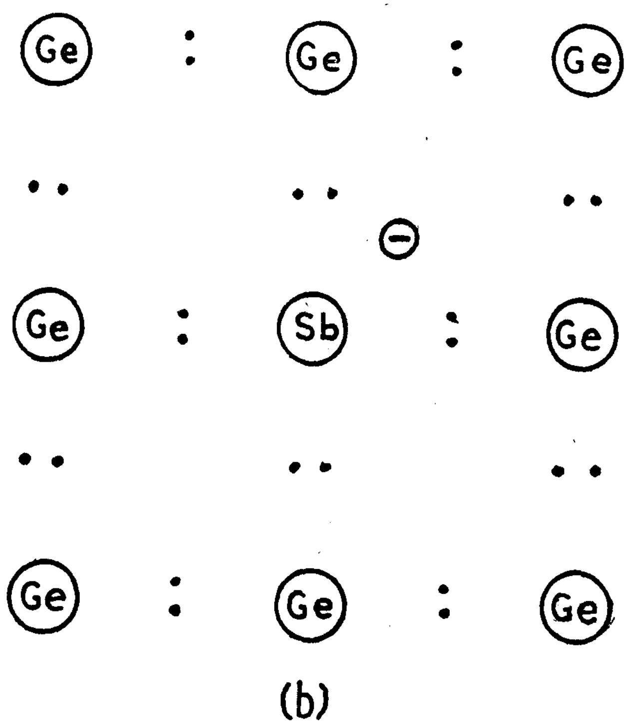
(a)

படம் 9.6

(a) தூய ஜெர்மானிய அணிக்கோவை

புள்ளியில் தான் அமரவேண்டுமா எனில் X-கதிர் சோதனைகள் வாயிலாகப் பார்க்கும்போது இவ்வாறு கலக்கப்படும் மாசு

அணுக்கள், பதிலி அணுக்களாக (substitutional atoms) அமருவதற்கான நிகழ்திறமே மிகுதியென்றும் அணுக்களிடை அணுவாக (interstial atom) அமைதற்கான நிகழ் திறம் குறைவென்றும் காட்டுகின்றன.



(b)

படம் 9.6

(b) Sb மாசு சேரும்போது அணிக்கோவை

இந்த நிலையைப் படம் 9·6 (b) காட்டுகின்றது. ஆன்டிமனி அணுவினது ஐந்து இணைதிறன் எலெக்ட்ரான்களில் நான்கு மட்டிலும் நான்கு சகபிணைப்புகளை உருவாக்கும். ஐந்தாவது இணைதிறன் எலெக்ட்ரான் பிணைசேர வேறு அணுவின் இணைதிறன் எலெக்ட்ரான் அண்மையில் இல்லை. பிணைப்பில் பங்கு பெறாது தனித்து நிற்கும் இந்த எலெக்ட்ரானைக் கணிசமான அளவு குறைந்த ஆற்றலைக் கொண்டே அதன் அணுக்கருப் பிணைப்பி

லிருந்து விடுவித்து விடலாம். இதனால் ஆன்டிமனி அணு அயனியாக்கம் பெறுகின்றது; நேர்மின் அயனியாகின்றது. இதனால் ஒரு கடத்தல் எலெக்ட்ரான் மிகையாக நமக்குக் கிடைக்கின்றது.

இவ்வாறாக மின்கடத்தல் தொழிலுக்கு ஓர் எலெக்ட்ரானைத் தருகின்ற அணு கொடை அணு (donor atom) எனப்படும். ஒரு தூய குறைகடத்திப் படிகத்தில் இத்தகைய ஐந்தாவது பத்தித் தனிமங்களைக் கொடை அணுக்களாக நுழைப்பதன் வாயிலாக அதிலிருக்கக் கூடிய கடத்தல் எலெக்ட்ரான்களின் எண்ணிக்கையை அதிகரிக்கச் செய்யலாம். இவ்வகையில் மாசூட்டப்பெற்ற புறவியலான குறைகடத்தி N-வகைக் குறைகடத்தி எனப்படும்.

மாசு அணுவினது ஐந்தாவது எலெக்ட்ரானை விடுவித்து கட்டற்ற எலெக்ட்ரானாக்க—கடத்தல் எலெக்ட்ரானாக்க மிக மிகக் குறைந்த ஆற்றலே போதுமென்றும் அறை வெப்பநிலைகளில் அவை தாமாக விடுபடுமென்றும் மேலே கூறினோம். அதன் உண்மையை ஈண்டுக் கணக்கிட்டுக் காண்போம்.

இதற்குப் போர் அணு மாதிரியைப் (Bohr model of the atom) பயன்படுத்துவோம். இந்த மாதிரியின்படி எலெக்ட்ரானானது அணுக்கருவைச் சுற்றி வருகின்றது. இந்நிலையில் அணுக்கருவின் நேர்மின்னூட்டத்திற்கும் எலெக்ட்ரானுக்கும் இடையிலுள்ள கூலம் ஈர்ப்பு விசையும் (Coulomb force of attraction) மையம் விலக்குவிசையும் (Centrifugal force) சமமாயிருக்க வேண்டும்.

எனவே,

$$\frac{m^* v^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi \in_0 \in_r r^2} \longrightarrow 9.32$$

இங்கே m^* என்பது எலெக்ட்ரானின் செயலுறு நிறை, v அதன் திசைவேகம், $\in_r$ பொருளின் (குறைகடத்தி) மின்கடத்தாமை எண் (dielectric constant). இங்கே $\in_r = 1$ என ஏன் எடுத்துக் கொள்ளவில்லையென்றால் எலெக்ட்ரானானது குறைகடத்தியினது மற்ற அணுக்களின் சூழலிலே இருப்பதால்தான்.

போர் கொள்கைப்படி கோண உந்தமும் (angular momentum) குவாண்டப்படுத்தப் பெற்றிருக்க வேண்டுமாகலான்

$$m^* v r = \frac{nh}{2\pi} \longrightarrow 9.33$$

எலெக்ட்ரானின் மொத்த ஆற்றல்

$$E = \text{நிலை ஆற்றல்} + \text{இயக்க ஆற்றல்}$$

$$\text{நிலை ஆற்றல்} = \int_{\infty}^{r} \frac{e^2}{4\pi \in_o \in_r r^2} \cdot dr$$

அல்லது,

$$\text{நிலை ஆற்றல்} = -\frac{e^2}{4\pi \in_o \in_r r}$$

$$\text{இயக்க ஆற்றல்} = \frac{1}{2} m^* v^2$$

சமன்பாடு:9·32 ஐப் பயன்படுத்த

$$\text{இயக்க ஆற்றல்} = \frac{e^2}{8\pi \in_o \in_r r}$$

எனவே, மொத்த ஆற்றல்

$$E = -\frac{e^2}{4\pi \in_o \in_r r} + \frac{e^2}{8\pi \in_o \in_r r}$$

அல்லது,

$$E = -\frac{e^2}{8\pi \in_o \in_r r} \longrightarrow 9.34$$

சமன்பாடுகள் 9·32, 9·33 ஆகியவற்றிலிருந்து v ஐ விலக்க,

$$\frac{n^2 h^2}{4\pi^2 m^* r^3} = \frac{e^2}{4\pi \in_o \in_r r^2}$$

அல்லது,

$$r = \frac{\in_o \in_r n^2 h^2}{\pi m^* e^2} \longrightarrow 9.35$$

இதனைச் சமன்பாடு 9·34-ல் பயன்படுத்த

$$E = -\frac{m^* e^4}{8 \in_o^2 \in_r^2 n^2 h^2} \longrightarrow 9\cdot 36$$

ஜெர்மானியம், சிலிகான் ஆகியவற்றின் மின்கடத்தாமை எண்கள் முறையே 15·8, 11·7 ஆகும். இந்த எலெக்ட்ரானின் செயலுறு

நிறை ஒய்வு நிலை நிறையில் 0·2 பங்கு எனக் கொண்டால், தரை நிலையில் ($n = 1$) இந்த எலெக்ட்ரானுக்கான அணுவின் அயனியாக்கும் ஆற்றல்

$$E_{\text{அயனியாக்கம்}} = (0 \cdot 2) \frac{me^4}{8 \in_o^2 n^2 h^2} \cdot \frac{1}{\in_r^2}$$

அல்லது,

$$E_{\text{அயனியாக்கம்}} = 0 \cdot 2 \times 13 \cdot 6 \cdot \frac{1}{\in_r^2}$$

எனவே, ஜெர்மானியத்தில்

$$E_{\text{அயனியாக்கம்}} = \frac{0 \cdot 2 \times 13 \cdot 6}{(15 \cdot 8)^2}$$

$= 0 \cdot 0105$ எலெக்ட்ரான் வோல்ட்.

அவ்வாறே சிலிகானில்

$$E_{\text{அயனியாக்கம்}} = \frac{0 \cdot 2 \times 13 \cdot 6}{(11 \cdot 7)^2}$$

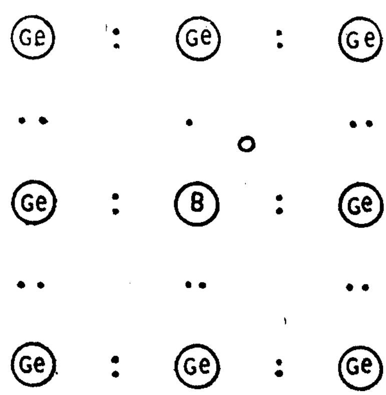
$= 0 \cdot 0191$ எலெக்ட்ரான் வோல்ட்

இயல்பான அறை வெப்பநிலையில் வெப்ப ஆற்றல் $\frac{1}{40} = 0 \cdot 025$ எலெக்ட்ரான்கள் எனுமளவில் இருக்கும். எனவே, சாதாரண வெப்பநிலைகளில் கூட இந்த மாசு அணுக்கள் குறைகடத்திகளில் அயனியாக்கம் பெறும்—கடத்தல் எலெக்ட்ரான்கள் உருவாகும். எனவே மாசு அணுக்கள் N-வகைக் குறைகடத்தியின் மின் கடத்து திறனை அதிகரிக்கச் செய்கின்றன. இவ்வாறு மின்கடத்துதிறன் அதிகரிக்கும் அளவு, மாசு அணுக்களின் செறிவைப் பொருத்தது.

9·5·3. P-வகைக் குறைகடத்திகள்

மீண்டும் சிலிகான், ஜெர்மானியம் போன்ற குறைகடத்திகளது தனிப்படிகங்களை எடுத்துக்கொள்வோம். இப்போது இத்தகைய தூய குறைகடத்திப் படிகத்தில் மூன்றும் பத்தியைச் சார்ந்தத் தனிமங்களுள் ஒன்றினது அணு ஒன்று இதில் நுழைக்கப் பட்டால் அது அத்தூய படிகத்தில் இருக்க வேண்டிய ஓர் அணுவின் இடத்தில் போய் அமரும். காட்டாக ஜெர்மானிய குறைகடத்திப் படிகத்தில் ஒரு போரான் (boron) அணுவை நுழைத்தால் அது படிகத்தின் அணிக்கோவையில் ஒரு ஜெர்மானிய

அணு இருக்க வேண்டிய இடத்தில் அமரும். ஆனால் மூன்றாவது பத்தியிலுள்ளத் தனிமங்களின் (போரான், அலுமினியம், கேலியம், இன்டியம் போன்றவை) இணைதிறன் மூன்று. எனவே ஜெர்மானியத்தின் இடத்தில் அமரும் போரான் அணு தன் மூன்று இணைதிறன் எலெக்ட்ரான்களால் மூன்று சகபிணைப்புகளைத்தான் ஏற்படுத்த ஏலும் (படம் 9.7). எனவே, படிகத்திலுள்ள வேறொரு ஜெர்மானிய அணுவிலுள்ள—சகபிணைப்பிலுள்ள—ஓர் எலெக்ட்ரான் தன் பிணைப்பை அறுத்துக் கொண்டு இந்தப் போரான் அணுவால் நிறைவு செய்யப்படாத பிணைப்பை ஏற்படுத்தும். எனவே, இந்தப் போரான் அணு இன்னுமோர் எலெக்ட்ரானை ஏற்றுக் கொண்டு எதிர்மின் அயனியாகின்றது. இதனால் அந்த எலெக்ட்ரான் எந்த ஜெர்மானிய அணுவிலிருந்து விடுபட்டு வந்ததோ அங்கு ஒரு துளையை ஏற்படுத்துகின்றது. இவ்வாறு ஒரு துளை ஏற்படுவதற்குத் தேவையான ஆற்றல் மிகக் குறைவானதென்றும் இயல்பான அறை வெப்பநிலைகளில் இது எளிதில் நடைபெறக் கூடுமென்றும் நாம் காட்டலாம்.



படம் 9.7

ஜெர்மானியப் படிகத்தில் போரான் அணு

இவ்வாறாக மூன்றும் பத்தி அணுவை மாசாக அமைப்பதால் துளைகள் ஏற்படுகின்றன. இவை மின்துளை மின்னோட்டத்திற்கு வகை செய்யும். எனவே இவ்வகை மாசுடைய குறைகடத்திகளில் மின் ஊர்திகளின் எண்ணிக்கைப் பெருக, மின்கடத்துதிறன் அதிகரிக்கின்றது. எலெக்ட்ரானை ஏற்றுக்கொள்வதால் அதிகப்படியான மின்துளைகளை உருவாக்கும் இவ்வகை மாசு அணுக்கள் (impurity atoms) ஏற்பு அணுக்கள் (acceptor atoms) எனப்பெறும். ஏற்பு அணுக்களை மாசாக உடைய இத்தகு புறவியல் குறைகடத்திகள் (extrinsic semiconductors) P-வகைக் குறைகடத்திகள் எனப்பெறும்.

9.5.4. புறவியலான குறைகடத்திகளின் ஆற்றல் பட்டம்

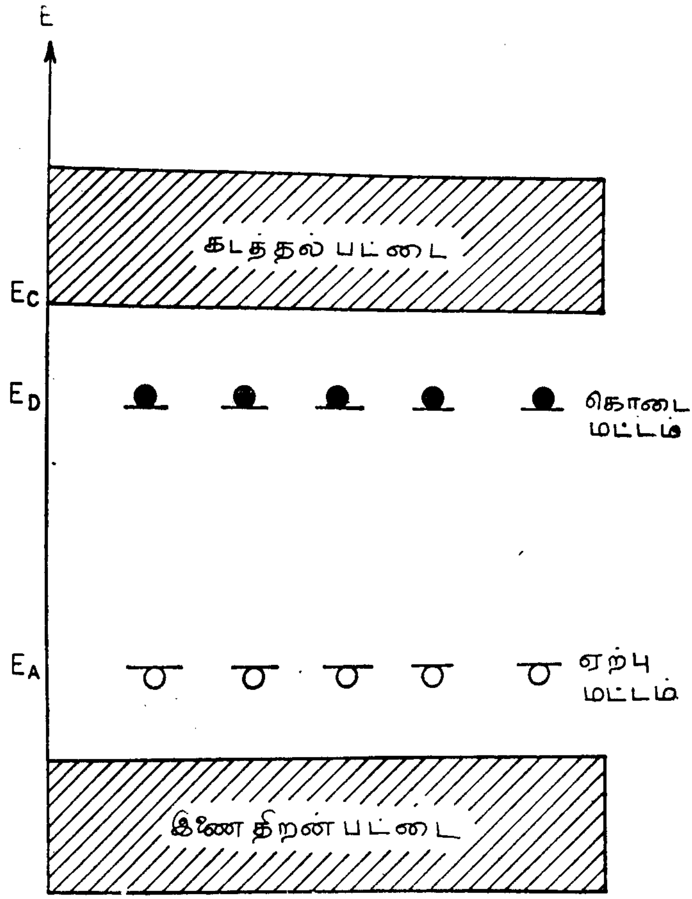
தனிச்சுழி வெப்பநிலையில் ($T = 0$) உள்ளார்ந்த குறைகடத்தியின் இணைதிறன் பட்டை முற்றிலும் நிரம்பியிருக்க

கடத்தல் பட்டை முற்றிலும் காலியாயிருக்கும். இப்போது ஐந்தாவது பத்தியிலுள்ள ஐந்து இணைதிறன் எலெக்ட்ரான்களை யுடைய தனிமம் ஒன்றினை மாசாக இதில் சேர்த்தால் அவற்றால் புதிய ஆற்றல் நிலைகள் உண்டாகும். ஐந்து இணைதிறம் அணு ஒரு கொடை அணுவாகச் (donor atom) செயல்படும். கொடை அணு வினது எலெக்ட்ரானின் குவாண்டம் நிலை கடத்தல் பட்டைக்குச் சற்றுக் கீழே இருக்கும். சிறிய அளவு ஆற்றலும் இந்த எலெக்ட்ரானைக் கடத்தல் பட்டைக்கு உயர்த்திவிடும் என நாம் கண்டதனால் இதன் ஆற்றல் நிலை கடத்தல்பட்டைக்குக் கீழே அதன் அருகிலேயே அமைய வேண்டும் என்பது தெளிவு. இந்த ஆற்றல் மட்டம் கொடை மட்டம் (donor level) எனப்படும். ஆற்றல் பட்டைகளைப் போலன்றி இந்தக் கொடை மட்டங்கள் தனித்த நிலைகளாம் (discrete states). ஏனெனில் இந்த எலெக்ட்ரான்கள் குறிப்பிட்ட ஆற்றல்களைப் (தொடர்ச்சியான ஆற்றல் மதிப்புகள் அல்ல) பெற்றுள்ளன.

தனிச்சுழி வெப்பநிலையில் கொடை மட்டங்களிலுள்ள எலெக்ட்ரான்கள் யாவும் அவ்வவற்றின் தாயணுவுடன் பிணைந் திருக்கும். வெப்பநிலை உயரும்போது $T > 0$. சில எலெக்ட்ரான்கள் இந்தக் கொடை மட்டங்களிலிருந்து விடுபட்டுக் கடத்தல் பட்டைக்குச் செல்லும்; கொடை மட்டத்திலுள்ள கொடை அணுக்கள் அயனியாக்கம் பெறும். கொடை மட்டத்தின் ஆற்றலை E_D எனக் குறிப்பது வழக்கம்.

தூய உள்ளார்ந்த குறைகடத்தியில் மூன்றாம் பத்தியைச் சார்ந்த, மூன்று இணைதிறன் எலெக்ட்ரான்களையுடைய தனிம அணுக்களை மாசாகச் சேர்த்தால் புதிய ஆற்றல் நிலைகள் உருவாகும். அவை ஏற்பு மட்டங்கள் (acceptor levels) எனப்படும். இணைதிறன் பட்டையிலுள்ள எலெக்ட்ரான்கள் ஏற்பு அணுவைச் சேரத் தேவையான ஆற்றல் மிகக் குறைவே என நாம் கணக்கிட் டுள்ளதால் இந்த ஏற்பு மட்டங்கள் இணைதிறன் பட்டைக்குச் சற்று மேலே அமைய வேண்டும். ஏற்பு மட்டத்தின் ஆற்றல் E_A எனக் குறிக்கப் பெறும். தனிச்சுழி வெப்பநிலையில் ($T = 0$) இணை திறன் பட்டையிலுள்ள எலெக்ட்ரான் எதுவும் ஏற்பு மட்டத்திற்கு வாராது. வெப்பநிலை உயரும்போது இணைதிறன் பட்டையிலுள்ள எலெக்ட்ரான்கள் ஏற்பு மட்டங்களை அடையும்; ஏற்பு அணுக்கள் அயனியாக்கம் பெறும்.

கொடை மட்டங்கள், ஏற்பு மட்டங்கள் ஆகியவற்றின் நிலைகள் படம் 9·8-ல் காட்டப்பெற்றுள்ளன.



படம் 9·8
கொடை மட்டமும் ஏற்பு மட்டமும்

9-5·5. புறவியலான குறைகடத்தியில் மின்ஊர்திகளும் ஃபெர்மி மட்டமும்

முதலில் பொதுவான விவாதங்களுக்காக வேண்டி கொடை அணுக்கள், ஏற்பு அணுக்கள் ஆகிய இருவகை மாசுகளுமே ஒரு குறைகடத்தியில் உள்ளதாகக் கொள்வோம். இதிலுள்ள ஆற்றல் மட்டங்கள் படம் 9·8-ல் காட்டப்பெற்றுள்ளன.

முன்னரே கூறியது போல வெப்பநிலை உயர உயர, கொடை மட்டங்களிலிருந்து எலெக்ட்ரான்கள் கடத்தல் பட்டைக்குச் செல்லும். மேலும் இணைதிறன் பட்டையிலிருந்து எலெக்ட்ரான்கள் ஏற்பு மட்டங்களுக்குச் செல்லும். கொடை மட்டங்களிலிருந்து எலெக்ட்ரான்கள் விடுபடுவதால் கொடை மட்டத்திலுள்ள கொடை அணுக்கள் நேர்மின் அயனிகளாகும். அவ்வாறே, இணைதிறன் பட்டையிலிருந்து எலெக்ட்ரான்களைப் பெறுவதால் ஏற்பு மட்டத்திலுள்ள ஏற்பு அணுக்கள் எதிர்மின் அயனிகளாகும். அதே நேரத்தில் இணைதிறன் பட்டையில் மின் துளைகள் உருவாகும். வெப்பநிலை உயர உயர இந் நிகழ்ச்சிகள் தொடரும். வெப்பநிலை மேலும் உயர இணைதிறன் பட்டையிலிருந்து எலெட்ரான்கள் நேராகக் கடத்தல் பட்டைக்குச் செல்லும். இதனால் உள்ளார்ந்த மின்ஊர்திகளும் தோன்றும்.

கடத்தல் பட்டையிலுள்ள எலெக்ட்ரான்களின் எண்ணிக்கை (ஓரலகு பருமனில்) n எனவும், இணைதிறன் பட்டையிலுள்ள மின் துளைகளின் எண்ணிக்கை (ஓரலகு பருமனில்) p எனவும், ஓரலகு பருமனிலுள்ள எதிர்மின் அயனிகளின் (அயனிகளாகிய ஏற்பிகளின்) எண்ணிக்கை n_A எனவும், ஓரலகு பருமனிலுள்ள நேர்மின் அயனிகளின் (அயனிகளாகிய கொடை அணுக்களின்) எண்ணிக்கை p_D எனவும் கொள்வோம்.

எந்த ஒரு வெப்பநிலையிலும் குறிப்பிட்ட பருமனில் உள்ள எதிர்மின் துகள்களின் மொத்த எண்ணிக்கை நேர்மின் துகள்களின் மொத்த எண்ணிக்கைக்குச் சமமாக இருக்க வேண்டுமாகலான்

$$n + n_A = p + p_D \longrightarrow 9.37$$

மின்கடத்துதலைப் பொருத்தவரை இச்சமன்பாட்டிலுள்ள n-ம் p-யுமே முக்கியத்துவம் வாய்ந்தவை. எனவே, அவற்றைக் கணக்கிட முனைவோம்.

ஓரலகு பருமனிலுள்ள ஏற்பு அணுக்களின் எண்ணிக்கை N_A எனவும், கொடை அணுக்களின் எண்ணிக்கை N_D எனவும் கொண்டால் புள்ளியியல் கொள்கைப்படி

$$n_A = N_A \; F(E_A)$$

என்பது தெளிவு. இங்கே $F(E_A)$ என்பது E_A ஆற்றல் நிலையில் ஓர் எலெக்ட்ரான் இருப்பதற்கான நிகழ்திறமாம். ஃபெர்மி-டிராக் புள்ளியியல்படி,

$$F(E) = \frac{1}{e^{\frac{E_A - E_f}{kT}} + 1}$$

ஆகும். இங்கே E_f என்பது ஃபெர்மி ஆற்றல்.

எனவே,

$$n_A = \frac{N_A}{e^{\frac{E_A - E_f}{kT}} + 1} \longrightarrow 9.38$$

இவ்வாறே,

$$p_D = N_D \left[1 - F(E_D) \right]$$

இங்கே $F(E_D)$ என்பது E_D ஆற்றல் நிலையில் ஓர் எலெக்ட்ரான் இருப்பதற்கான நிகழ்திறம். எனவே $[1 - F(E_D)]$ என்பது E_D ஆற்றல் நிலையிலிருந்து ஓர் எலெக்ட்ரான் விடுபட்டுச் செல்வதற்கான நிகழ்திறம். முன்போல்

$$1 - F(E_D) = 1 - \frac{1}{e^{\frac{E_D - E_f}{kT}} + 1}$$

அல்லது,

$$1 - F(E_D) = \frac{e^{\frac{E_D - E_f}{kT}}}{e^{\frac{E_D - E_f}{kT}} + 1}$$

அல்லது,

$$1 - F(E_D) = \frac{1}{1 + e^{\frac{E_f - E_D}{kT}}} \longrightarrow 9.39$$

எனவே,

$$p_D = \frac{N_D}{1 + e^{\frac{E_f - E_D}{kT}}} \longrightarrow 9.40$$

உள்ளார்ந்த குறைகடத்திகளில் கடத்தல் பட்டையில் உள்ள எலெக்ட்ரான்களைக் கணக்கிட்டது போன்றே இங்கும் n-ன் மதிப்பைக் கணக்கிடலாம்.

E, $E + dE$ ஆகிய ஆற்றல்களுக்கிடையே இருக்கும் எலெக்ட்ரான்களின் எண்ணிக்கை

$$dn = Z(E) \cdot F(E)\, dE$$

இங்கே,

$$Z(E)\, dE = \frac{4\pi}{h^3}\left(2m_e^*\right)^{\frac{3}{2}}\left(E - E_c\right)^{\frac{1}{2}} \cdot dE$$

$$F(E) = \frac{1}{e^{\frac{E - E_f}{kT}} + 1}$$

எனவே,

$$dn = \frac{4\pi}{h^3}\left(2m_e^*\right)^{\frac{3}{2}}\left(E - E_c\right)^{\frac{1}{2}}\left[\frac{1}{e^{\frac{E-E_f}{kT}} + 1}\right] dE$$

கடத்தல் பட்டையின் உயர் ஆற்றல் மட்டம் ∞ எனக் கொண்டால்

$$n = \int_0^\infty \frac{4\pi}{h^3}\left(2m_e^*\right)^{\frac{3}{2}}\left(E - E_c\right)^{\frac{1}{2}}\left[\frac{1}{e^{\frac{E - E_f}{kT}} + 1}\right] dE \longrightarrow 9.41$$

இப்பொழுது $E - E_f \geqslant 2\,kT$ எனக் கொண்டோமானால் (இது உண்மையேயென எளிதில் நிறுவ முடியும்.)

$$e^{\frac{E - E_f}{kT}} + 1 \simeq e^{\frac{E - E_f}{kT}}$$

இதனைப் பயன்படுத்திச் சமன்பாடு 9·40 ஐத் தொகைப்படுத்த,

$$n = 2\left(\frac{2\pi\, m_e^*\, kT}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot e^{\frac{E_f - E_c}{kT}} \longrightarrow 9.42$$

எனவாகும்.

இதேமாதிரியாக இணைதிறன் பட்டையிலுள்ள மின்துளைகளின் எண்ணிக்கையையும் கணக்கிடலாம். E, $E + dE$ ஆகிய ஆற்றல் நிலைகளுக்கிடையே இணைதிறன் பட்டையில் இருக்கும் மின்துளைகளின் எண்ணிக்கை

$$dp = Z(E)\left[1 - F(E)\right]dE$$

இங்கே,

$$Z(E)\,dE = \frac{4\pi}{h^3}\left(2m_h^*\right)^{\frac{3}{2}}\left(E - E_v\right)^{\frac{1}{2}} dE$$

$$1 - F(E) = \frac{1}{1 + e^{\frac{E_f - E}{kT}}}$$

எனக் காட்டலாம். சமன்பாடு 9·39 ஐக் காண்க.

எனவே,

$$dp = \frac{4\pi}{h^3}\left(2m_h^*\right)^{\frac{3}{2}}\left(E - E_v\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{1 + e^{\frac{(E_f - E)}{kT}}} \longrightarrow 9.43$$

முன்போல் $E_f - E \gg 2kT$ எனக் கொள்ளலாம். E-ன் தாழ் மதிப்பு $-\infty$ எனக் கொண்டு சமன்பாடு 9·43 ஐத் தொகைப் படுத்த p-ன் மதிப்பு கிட்டும்.

$$p = \int_{-\infty}^{E_v} \frac{4\pi}{h^3}\left(2m_h^*\right)^{\frac{3}{2}}\left(E - E_v\right)^{\frac{1}{2}} \cdot e^{\frac{E - E_f}{kT}}\, .dE$$

எனவே,

$$p = 2\left(\frac{2\pi m_h^* kT}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot e^{\frac{E_v - E_f}{kT}} \longrightarrow 9.44$$

எனவாகும்.

சமன்பாடுகள் 9.38, 9.40, 9.42, 9.44 ஆகியவற்றை மின்னூட்ட நடுநிலைக்கானச் சமன்பாடு 9.37-ல் பயன்படுத்த,

$$2\left(\frac{2\pi m_e^* kT}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot e^{\frac{E_f - E_c}{kT}} + \frac{N_A}{e^{\frac{E_A - E_f}{kT}} + 1}$$

$$= \frac{N_D}{e^{\frac{E_f - E_D}{kT}} + 1} + 2\left(\frac{2\pi m_h^* kT}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot e^{\frac{E_v - E_f}{kT}} \longrightarrow 9.45$$

இச் சமன்பாட்டில் நமக்குத் தெரியாத ஓரே உறுப்பு E_f தான். இதனை இப்பொழுது காண்போம். இருவகை மாசுக்களும் உள்ள பொதுவான புறவியல் குறைகடத்திக்குப் பதிலாக ஒவ்வொரு வகைக் குறைகடத்தியிலும் (N-வகை, P-வகை) ஃபெர்மி மட்டங்கள் வெவ்வேறு வெப்பநிலைகளில் எவ்வாறு அமைகின்றன என இனிக் காண்போம்.

9-5·6. தாழ் வெப்ப நிலைகளில் N-வகைக் குறைகடத்தி

தனிச்சுழி வெப்பநிலையில் ($T = 0$) இணைதிறன் பட்டையும், கொடை மட்டங்களும் முற்றிலும் நிரம்பியிருக்கக் கடத்தல் பட்டை முற்றிலும் காலியாக இருக்கும். வெப்பநிலை இலேசாக உயர்ந்தால் கொடை மட்டங்களிலுள்ள சில எலெக்ட்ரான்கள் வெப்பக் கிளர்ச்சியினால் கடத்தல் பட்டைக்குச் செல்லும்; அதனால் அவை விட்டுச்சென்ற கொடைமட்டங்களில் அயனியாக்கம் பெற்ற கொடை அணுக்கள் தங்கும். வெப்பநிலை மிகத் தாழ்வானது என்று நாம் எடுத்துக்கொண்டால் இணைதிறன் பட்டையிலிருந்து எலெக்ட்ரான் எதுவும் நேராகக் கடத்தல் பட்டைக்குச் செல்லும் வாய்ப்பே இல்லை எனக் கொள்ளலாகும். எனவே, இத்தகைய மிகத்தாழ்ந்த வெப்பநிலையில் கடத்தல்

பட்டையில் இருக்கக்கூடிய எலெக்ட்ரான்கள் யாவுமே கொடை மட்டங்களிலிருந்து வந்தவையே எனக் கொள்ளலாம். மேலும் கடத்தல் பட்டைக்கு வந்துள்ள எலெக்ட்ரான்கள் யாவுமே E_c எனும் ஆற்றலையே பெற்றுள்ளன எனத் தற்புணைவாகக் கொண்டோமானால் ஓரலகு பருமனில் கடத்தல் பட்டையில் உள்ள எலெக்ட்ரான்களின் எண்ணிக்கை

$$n = N_D \, F(E_c)$$

என்பது தெளிவு. இங்கே N_D என்பது ஓரலகு பருமனில் உள்ள கொடை அணுக்கள்.

$$F(E_c) = \frac{1}{e^{\frac{E_c - E_f}{kT}} + 1}$$

இங்கே E_f என்பது தாழ்வெப்பநிலைகளில் N-வகைக் குறை கடத்தியின் ஃபெர்மி மட்டம். எனவே,

$$n = \frac{N_D}{e^{\frac{E_c - E_f}{kT}} + 1}$$

வரையறையின்படி E_c ஆனது E_f -ஐ விடப் பெரியதானதாலும், நாம் மிகத் தாழ்ந்த வெப்பநிலைகளையே எடுத்துக் கொள்வதாலும்

$$e^{\frac{E_c - E_f}{kT}} >> 1$$

எனவே,

$$n = \frac{N_D}{e^{\frac{E_c - E_f}{kT}}}$$

அல்லது,

$$n = N_D \cdot e^{\frac{E_f - E_c}{kT}} \longrightarrow 9.46$$

ஓரலகு பருமனில் இருக்கும் நேர் அயனியாக்கம் பெற்ற கொடையாளிகளின் எண்ணிக்கை p_D ஆனால்,

$$p_D = N_D \left[1 - F(E_D) \right]$$

என்பது தெளிவு. முன்னரே காட்டியதுபோல் [சமன்பாடு 9.39]

$$1 - F(E_D) = \frac{1}{1 + e^{\frac{E_f - E_D}{kT}}} \longrightarrow 9.39$$

மீண்டும் $E_f > E_D$ என்பதனையும் வெப்பநிலை மிகத் தாழ்ந்தது என்பதையும் நினைவு கூர்ந்தால்

$$e^{\frac{E_f - E_D}{kT}} >> 1$$

எனவே,

$$1 - F(E_D) = \frac{1}{e^{\frac{E_f - E_D}{kT}}}$$

அல்லது,

$$1 - F(E_D) = e^{\frac{E_D - E_f}{kT}}$$

எனவே,

$$p_D = N_D \cdot e^{\frac{E_D - E_f}{kT}} \longrightarrow 9.47$$

சமன்பாடுகள் 9.46, 9.47 ஆகியவை தாழ் வெப்ப நிலையில் N-வகைக் குறைகடத்தியின் கடத்தல் பட்டையில் உள்ள எலெக்ட்ரான்களின் எண்ணிக்கையையும் (n) கொடை மட்டங்களில் உள்ள நேர்மின் அயனிகளின் எண்ணிக்கையையும் (p_D) குறிக்கின்றன. முன்னமே கூறியதுபோல் தாழ் வெப்பநிலையில் கடத்தல்பட்டையிலுள்ள எலெக்ட்ரான்கள் யாவும் கொடை மட்டங்களிலிருந்து சென்றவையே என்பதனை எண்ணுகையில்

$$n = p_D$$

என்பது தெற்றென விளங்கும்.

எனவே,

$$N_D \, e^{\frac{E_f - E_c}{kT}} = N_D \, e^{\frac{E_D - E_f}{kT}}$$

அல்லது,

$$E_f - E_c = E_D - E_f$$

அல்லது,

$$2 E_f = E_c + E_D$$

அல்லது,

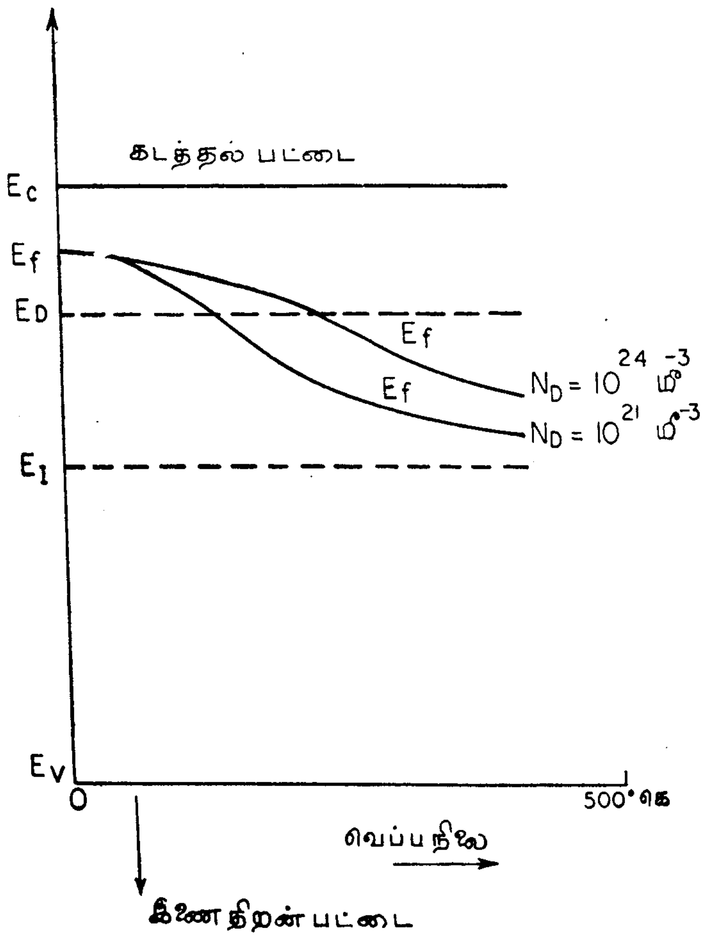
$$E_f = \frac{E_c + E_D}{2} \longrightarrow 9.48$$

எனவே, மிகத் தாழ்ந்த வெப்பநிலைகளில் N-வகைக் குறை கடத்தியின் ஃபெர்மி மட்டம் (Fermi level), கடத்தல்பட்டையின் அடிமட்டத்திற்கும் கொடை மட்டத்திற்கும் நடுவில் அமையும். மேற்கண்ட விவாதத்தில் கடத்தல் பட்டையிலுள்ள எலெக்ட்ரான்கள் யாவும் E_c மட்டத்திலேயேயுள்ளனவென எடுத்துக் கொண்டோம். ஆனால் ஒரு குறிப்பிட்ட அகலமுடைய கடத்தல் பட்டையில் எந்த நிலையிலும் எலெக்ட்ரான் இருக்கக் கூடும். ஆயினும் நாம் மேற்கொண்ட தற்புனைவின் அடிப்படையில் கிடைத்த முடிவு உண்மைக்கு மாறுபட்டதல்ல எனக் காட்டலு மாகும்.

9-5.7. உயர் வெப்பநிலைகளில் N-வகைக் குறைகடத்தி

N-வகைக் குறைகடத்தியின் வெப்பநிலையைச் சீராக உயர்த்திக் கொண்டே சென்றோமானால் இணைதிறன் பட்டையிலிருந்து எலெக்ட்ரான்கள் நேராகக் கடத்தல் பட்டைக்குச் செல்லும். வெப்பநிலை உயர உயர இச்செயலும் மிகுந்து கொண்டே செல்லும். மிக உயர்ந்த வெப்பநிலைகளில், காட்டாக, ஜெர்மானியத்திற்கு 500° கெ எனுமளவு உயர்ந்த வெப்பநிலை களில் இவ்வாறு இணைதிறன்பட்டையிலிருந்து நேராகக் கடத்தல் பட்டைக்குச் செல்லும் எலெக்ட்ரான்களின் எண்ணிக்கை கொடை மட்டத்திலிருந்து செல்பவற்றைவிடப் பன்மடங்கு அதிகமா யிருக்கும். கொடை அணுக்களின் எண்ணிக்கை 10^{21} மீ$^{-3}$ எனுமளவு இருக்கும்போதுகூட கொடை அணுக்களால் கடத்தல் பட்டைக்குச் செல்லும் எலெக்ட்ரான்களைவிடப் பலமடங் கிருக்கும். எனவே, இந்த உயர்வெப்பநிலைகளில் பொருளின் உள்ளார்ந்த பண்பே (intrinsic property) மிகுந்து காணப்படும்;

புறவியல் பண்பு இல்லாதது போன்றே இருக்கும். எனவே உயர் வெப்பநிலைகளில் E_f-ன் மதிப்பு உள்ளார்ந்த ஃபெர்மி மட்டத்தை (Intrinsic Fermi level) E_I ஐ எட்ட முனையும். கொடை அணுக்



படம் 9·9

N-வகைக் குறைகடத்தியில் ஃபெர்மி மட்டம்

களின் அடர்த்தி அதிகரித்தால் E_f ஆனது E_I ஐ மேலும் உயர்ந்த வெப்பநிலைகளில் எட்டும். இப் பண்புகள் படம் 9·9-ல் காட்டப் பெற்றுள்ளன.

9-5·8. N-வகைக் குறைகடத்தியில் வெப்பநிலைக்கும் மாசு அணுக்களின் செறிவிற்கும் ஏற்ப ஃபெர்மி மட்டம் மாறுதல்

வெப்பநிலைக்கும் (T), கொடை அணுக்களின் செறிவிற்கும் (N_D) ஏற்ப எவ்வாறு ஃபெர்மி மட்டம் N-வகைக் குறைகடத்தியில் மாறுகின்றது என்பதனை ஆராய நாம் சமன்பாடு 9·45 ஐ எடுத்துக்கொள்ள வேண்டும்.

$$2\left(\frac{2\pi\ m_e^*\ kT}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} . e^{\frac{E_f - E_c}{h^2}} + \frac{N_A}{e^{(E_A - E_f)/kT} + 1}$$

$$= \frac{N_D}{e^{(E_f - E_D)/kT} + 1} + 2\left(\frac{2\pi\ m_h^*\ kT}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot e^{\frac{E_v - E_f}{kT}}$$

இங்கு நாம் N-வகைக் குறைகடத்தியினையே எடுத்துக்கொள்வதால் ஏற்பு அணுக்களே இல்லை. அதாவது,

$$N_A = 0.$$

மேலும், எளிமைக்காக வேண்டி,

$$2\left(\frac{2\pi\ m_c^*\ kT}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} = N_c$$

எனவும்,

$$2\left(\frac{2\pi\ m_h^*\ kT}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} = N_v$$

எனவும் எடுத்துக்கொண்டால் சமன்பாடு 9.45 பின்காணு மாறும்.

$$N_c\ e^{\frac{E_f - E_c}{kT}} = \frac{N_D}{e^{\frac{E_f - E_D}{kT}} + 1} + N_v\, e^{\frac{E_v - E_f}{kT}} \qquad \longrightarrow 9.49$$

சமன்பாடு 9.49 ஐ வரைபடம் மூலம் தீர்த்தால் எந்த ஒரு வெப்பநிலையிலும் (T), எந்தவொரு கொடை அணுச்செறிவிலும் (N_D) ஃபெர்மி மட்டத்தினைக் (E_f) காணலாகும். இப்போது நாம் ஒரு குறிப்பிட்ட நிலைக்குத் தீர்வினைக் காண்போம்.

வெப்பநிலை மிக அதிகமில்லை என்று எடுத்துக்கொண்டோ மாஞல் N-வகைக் குறைகடத்தியில் $n >> p$ எனவிருக்க வேண்டு மென்பதனை விளக்க வேண்டுவதில்லை. மேலும்,

$$n.p = n_1^2$$

என நாம் பின்னர் நிறுவப்போகின்றோம். எனவே, n-ன் மதிப்பு மிக உயர்ந்திருக்குமாஞல் p-ன் மதிப்பு மிகத் தாழ்ந்திருக்க வேண்டும். எனவே, n உடன் ஒப்பிடும்போது

$$p = N_v \; e^{\frac{E_v - E_f}{kT}} \longrightarrow 0$$

அதாவது

$$e^{\frac{E_v - E_f}{kT}} << e^{\frac{E_f - E_c}{kT}}$$

எனவே,

$$N_c \; e^{\frac{E_f - E_c}{kT}} = \frac{N_D}{e^{\frac{E_f - E_D}{kT}} + 1} \longrightarrow 9.50$$

அல்லது,

$$N_D = N_c \; e^{\frac{E_f - E_c}{kT}} \left(e^{\frac{E_f - E_D}{kT}} + 1 \right)$$

அல்லது,

$$N_D = N_c \; e^{\frac{2E_f - (E_c + E_D)}{kT}} + N_c \; e^{\frac{E_f - E_c}{kT}}$$

அல்லது,

$$e^{\frac{2E_f}{kT}} \left\{ N_c \; e^{-\left(\frac{E_c + E_D}{kT}\right)} \right\} + e^{\frac{E_f}{kT}} \left\{ N_c \; e^{-\frac{E_c}{kT}} \right\} - N_D = 0 \longrightarrow 9.51$$

இது $e^{E_f / kT}$-ல் உள்ள ஓர் இருபடிச் சமன்பாடு. எனவே

$$e^{\frac{E_f}{kT}} = \frac{-N_c\, e^{\frac{E_c}{kT}} \pm \left\{ N_c^2\, e^{-\frac{2E_c}{kT}} + 4N_cN_D\, e^{-\left(\frac{E_c+E_D}{kT}\right)} \right\}^{\frac{1}{2}}}{2N_c\, e^{-(E_c+E_D)/kT}}$$

இதனை எளிமைப்படுத்த

$$e^{\frac{E_f}{kT}} = \frac{-1 \pm \left\{ 1 + \frac{4N_D}{N_c}\, e^{\frac{E_c - E_D}{kT}} \right\}^{\frac{1}{2}}}{2\, e^{-\frac{E_D}{kT}}}$$

$e^{\frac{E_f}{kT}}$ எதிர்க்குறிபுடையதாக இருக்க முடியாதாகையால் வர்க்க மூலத்தின் நேர்க்குறி மதிப்பையே பயன்படுத்த வேண்டும்; எதிர்க் குறியைப் புறக்கணிக்க வேண்டும். எனவே,

$$e^{\frac{E_f}{kT}} = \frac{-1 + \left\{ 1 + \frac{4N_D}{N_c} \cdot e^{\frac{E_c - E_D}{kT}} \right\}^{\frac{1}{2}}}{2\, e^{-\frac{E_D}{kT}}} \longrightarrow 9.52$$

நாமெடுத்துக் கொள்ளும் உயர்ந்த வெப்பநிலைகளிலேயே (மிக உயர்ந்ததல்ல) தாழ்ந்த மதிப்புகளுக்கும் உயர்ந்த மதிப்புகளுக்கு மென இரு நிலைகளில் E_f -ன் மதிப்பைக் காண்போம்.

N_D -ன் மதிப்பு தாழ்வாகவும், T-ன் மதிப்பு உயர்வாகவும் இருக்கும்போது,

$\frac{4N_D}{N_c}\, e^{\frac{E_c - E_D}{kT}}$ -ன் மதிப்பைச் சிறியதெனக் கொள்ளலாம். எனவே,

$$e^{\frac{E_f}{kT}} = \frac{-1 + 1 + \frac{1}{2}\left(\frac{4\,N_D}{N_c}\right) e^{\frac{E_c - E_D}{kT}}}{2\,e^{-E_D/kT}}$$

அல்லது,

$$e^{\frac{E_f}{kT}} = \frac{N_D}{N_c}\; e^{\frac{E_c}{kT}}$$

அல்லது,

$$\frac{E_f}{kT} = \log\frac{N_D}{N_c} + \frac{E_c}{kT}$$

அல்லது,

$$E_f = E_c + kT\log\frac{N_D}{N_c} \longrightarrow 9.53$$

எனவே, சமன்பாடுகள் 9.53, 9.41 ஆகியவற்றிலிருந்து

$$n = N_c\; e^{\frac{E_f - E_c}{kT}}$$

அல்லது,

$$n = N_c\; e^{-\frac{E_c}{kT}}\, .\; e^{\frac{E_f}{kT}}$$

அல்லது,

$$n = N_c\; e^{-\frac{E_c}{kT}}\; \frac{N_D}{N_c}\, .\; e^{\frac{E_c}{kT}}$$

அல்லது,

$$n = N_D \longrightarrow 9.54$$

எனவே, கடத்தல் பட்டையிலுள்ள எலெக்ட்ரான்களின் மொத்த எண்ணிக்கை, கொடை அணுக்களின் மொத்த எண்ணிக்கைக்குச் சமமென்று தெரிகின்றது.

இப்போது N_D -ன் மதிப்பு உயர்வென்றும் T-ன் மதிப்பு தாழ்வென்றும் கொண்டோமானல்

$$\frac{4\ N_D}{N_c}\ e^{\frac{E_c - E_D}{kT}} >> 1$$

எனவாகும். எனவே, சமன்பாடு 9·52 பின்காணுமாறாகும்.

$$e^{\frac{E_f}{kT}} = \frac{\left(\frac{N_D}{N_c}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot\ e^{\frac{E_c - E_D}{2\ kT}}}{e^{-E_D / kT}}$$

அல்லது,

$$e^{\frac{E_f}{kT}} = \left(\frac{N_D}{N_c}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot\ e^{\frac{E_c + E_D}{2\ kT}} \longrightarrow 9.55$$

சமன்பாடுகள் 9.55, 9.41 ஆகியவற்றிலிருந்து

$$n = N_c\ e^{\frac{E_f - E_c}{kT}}$$

அல்லது,

$$n = N_c\ e^{-\frac{E_c}{kT}} \cdot \left(\frac{N_D}{N_c}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot\ e^{\frac{E_c + E_D}{2\ kT}}$$

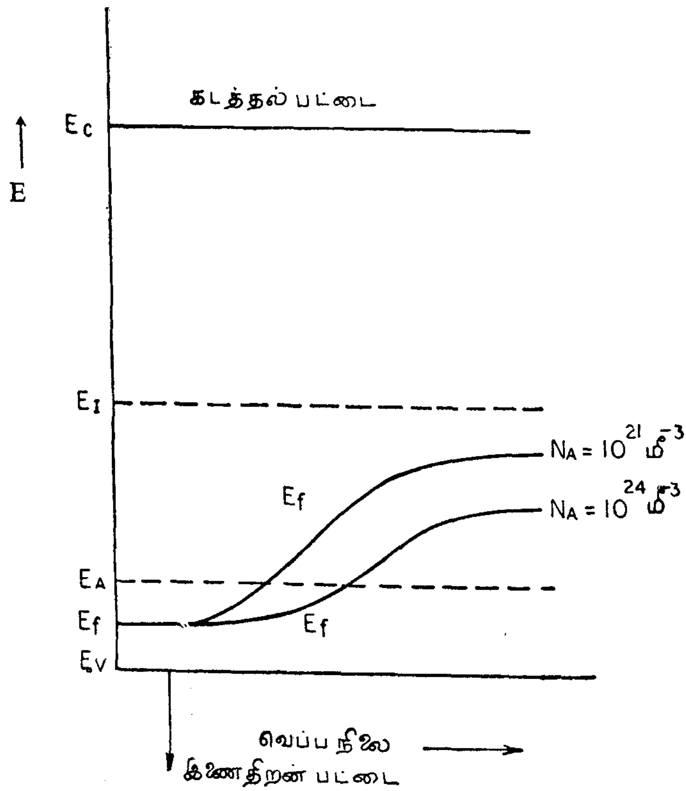
அல்லது,

$$n = \left(\ N_D \cdot N_c\ \right)^{\frac{1}{2}} \cdot e^{\frac{E_D - E_c}{2\ kT}} \longrightarrow 9.56$$

$E_D - E_c$ என்பது கொடையணுவின் அயனியாக்க ஆற்றல் (ionization energy) ஆகும். n-ன் மதிப்பு கொடை அணுக்களின் செறிவின் இருபடி மூலத்திற்கு நேர் விகிதத்திலுள்ளது.

9-5·9. P-வகைக் குறைகடத்தியில் வெப்பநிலைக்கும் மாசு அணுக்களின் செறிவிற்கும் ஏற்ப ஃபெர்மி மட்டம் மாறுதல்

மேலே கண்டவாறே P-வகைக் குறைகடத்திகளுக்கும் விவாதிக்கலாம். அது ஈண்டு அளிக்கப் பெறவில்லை. முடிவுகள் மட்டிலும் தரப்பட்டுள்ளன. படம் 9·10 காண்க.



படம் 9·10

P-வகைக் குறைகடத்தியில் ஃபெர்மி மட்டம்

$$T = 0\text{-ல்}, E_f = \frac{E_v + E_A}{2}$$

வெப்பநிலை மிக உயர்வாக ஆகும்போது E_f-ன் மதிப்பு E_1-ஐ எட்ட முயலும்.

9·5·10. புறவியலான குறைகடத்தியின் ஊர்திச் செறிவுகளும் உள்ளார்ந்த குறைகடத்தியின் ஊர்திச் செறிவுகளும்

புறவியலான குறைகடத்தியில்

$$n = 2\left(\frac{2\pi\, m_e^*\, kT}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot\ e^{\frac{E_f - E_c}{kT}} \longrightarrow 9.42$$

என முன்னரே கண்டோம். இதனை

$$n = N_c\ e^{\frac{E_f - E_c}{kT}} \longrightarrow 9.57$$

என எழுதலாம்.

இவ்வாறே,

$$p = 2\left(\frac{2\pi\, m_h^*\, kT}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot\ e^{\frac{E_v - E_f}{kT}} \longrightarrow 9.44$$

அல்லது,

$$p = N_v\ . e^{\frac{E_v - E_f}{kT}} \longrightarrow 9.58$$

சமன்பாடுகள் 9·57, 9·58 ஆகியவற்றைப் பெருக்க

$$n.p = N_c\, N_v\ e^{\frac{E_v - E_c}{kT}} \longrightarrow 9.59$$

இச் சமன்பாட்டின் வலப்புறம், சமன்பாடு 9·29-ன் வலப்புறத்திற்குச் சமமாயிருப்பதனை நோக்குக. சமன்பாடு 9·29-ன் இடப்புறம் உள்ளார்ந்த குறைகடத்தியின் மின் ஊர்திச் செறிவின் இருபடி (n_i^2).

எனவே,

$$n_i^2 = np \longrightarrow 9.60$$

இப்போது சமன்பாடு 9·31 ஐ எடுத்துக்கொள்வோம்.

$$E_i = \frac{E_c + E_v}{2} + kT \log\left(\frac{N_V}{N_c}\right)^{\frac{1}{2}}$$

இருபக்கங்களிலிருந்தும் E_c ஐக் கழிக்க

$$E_i - E_c = \frac{E_v - E_c}{2} + \frac{kT}{2} \log\left(\frac{N_V}{N_c}\right)$$

அல்லது,

$$-E_c = -E_i + \frac{E_v - E_c}{2} + \frac{kT}{2} \log\left(\frac{N_V}{N_c}\right) \longrightarrow 9.61$$

இம் மதிப்பைச் சமன்பாடு 9·52-ல் பயன்படுத்த

$$n = N_c \cdot e^{\frac{E_f - E_i}{kT}} \cdot e^{\frac{E_v - E_c}{2kT}} \cdot \left(\frac{N_v}{N_c}\right)^{\frac{1}{2}}$$

அல்லது,

$$n = \left(N_c N_v\right)^{\frac{1}{2}} \cdot e^{\frac{E_v - E_c}{2kT}} \cdot e^{\frac{E_f - E_i}{kT}} \longrightarrow 9.62$$

ஆனால் சமன்பாடு 9·30 -லிருந்து

$$\left(N_c N_v\right)^{\frac{1}{2}} \cdot e^{\frac{E_v - E_c}{2kT}} = n_i$$

எனவே,

$$n = n_i \cdot e^{\frac{E_f - E_i}{kT}} \longrightarrow 9.63$$

இதேபோன்று

$$p = n_i \, e^{\frac{E_i - E_f}{kT}} \longrightarrow 9.64$$

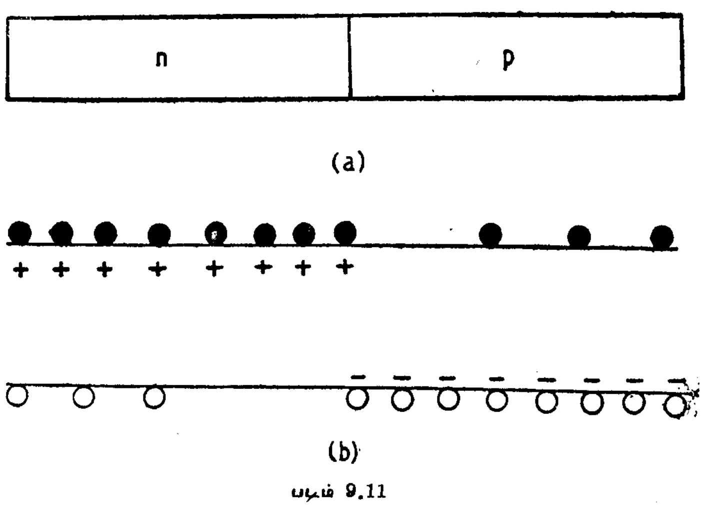
9-6. குறைகடத்திச் சாதனங்கள்

குறைகடத்திகள் எண்ணற்ற நடைமுறைப் பயன்கள் வாய்ந்தவை. $p - n$ சந்தி ($p - n$ junction), டிரான்ஸிஸ்டர்

(transistor) போன்ற குறைகடத்திச் சாதனங்கள் (semi-conductor devices) வளர்ச்சிக்குப் பிறகு எலெக்ட்ரானியல் தொழில் துறையில் மாபெரும் வளர்ச்சிகள் ஏற்பட்டுள்ளன. இந்தக் குறை கடத்திச் சாதனங்களில் சிலவற்றின் அடிப்படைகளை மட்டிலும் ஈண்டுக் காண்போம்.

9-6·1. $p-n$ சந்தி

ஒரு தூய குறைகடத்தியின் ஒரு பகுதியில் மூன்று இணை திறன்களையுடைய தனிமம் ஒன்றினை மாசாகவும், எஞ்சிய பகுதியில் ஐந்து இணைதிறன்களையுடைய தனிமம் ஒன்றினை மாசாகவும் உடைய ஒன்று $p-n$ சந்தி எனப்படும். அதாவது, p வகைக் குறை கடத்தியும் n-வகைக் குறைகடத்தியும் சந்தித்து ஒரு $p-n$ சந்தியை உண்டாக்குகின்றன. இவ்வாறு சொன்னால் உடனே ஒரு p-வகைக் குறைகடத்தி, ஒரு n-வகைக் குறைகடத்தி ஆகிய இரண்டையும் எடுத்து ஒட்டவைத்தல் என்று தவறாக எண்ணிக் கொள்ள நேரிடும். உண்மையில் அவ்வாறு செய்வதில்லை. முதலில் கூறியபடி வெவ்வேறு வகை மாசுக்களைத் தூய குறை கடத்தியில் இருபுறமும் ஊடுருவச் செய்வதன் வாயிலாகத்தான் ஒரு $p-n$ சந்தி உருவாக்கப்படுகின்றது. இதற்குப் பல்வேறு

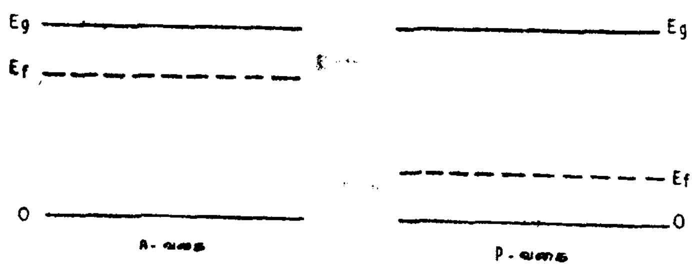


படம் 9.11
$p-n$ சந்தி

வகையான தொழில் நுணுக்கங்கள் பயன்படுத்தப்பெறும். அது இந்த நூலின் நோக்கிற்கப்பாற்பட்டதாகையான் ஈண்டு விவாதிக்கப்படவில்லை.

p — *n* சந்தியின் படம் ஒன்று, படம் 9·11 (a)-ல் காட்டப் பெற்றுள்ளது. இதன் *n*-வகைப் பகுதியில் கொடை மட்டங்கள் உள்ளன. எனவே *n*-வகைப் பகுதியில் எலெக்ட்ரான்களின் செறிவு மிகுந்தும், மின் துளைகளின் செறிவு குறைந்தும் காணப் படும். *p*-வகைப் பகுதியில் ஏற்பு மட்டங்கள் உள்ளன. எனவே இப்பகுதியில் மின் துளைகளின் எண்ணிக்கை அதிகமாக இருக்க எலெக்ட்ரான்களின் செறிவு குறைந்து காணப்படும். இவை படம் 9·11 (b)-ல் காட்டப்பெற்றுள்ளன. இப் படத்தில் எலெக்ட்ரான்கள் கரும்புள்ளிகளாலும் மின் துளைகள் திறந்த வட்டங்களாலும் குறிக்கப் பெற்றுள்ளன. அயனியாக்கம் பெற்றுள்ள கொடையாளிகள் + குறியாலும், அயனியாக்கம் பெற்றுள்ள ஏற்பிகள் — குறியாலும் படத்தில் காட்டப் பெற்றுள்ளன.

n-வகைக் குறைகடத்தியிலும் *p*-வகைக் குறைகடத்தியிலும் (அவை தனித்தனியே இருக்கையில்) இருக்கக்கூடிய ஆற்றல் நிலைகள் படம் 9·12-ல் காட்டப்பெற்றுள்ளன.



படம் 9.12
n-வகை, *p*-வகைக் குறைகடத்திகளில் ஆற்றல் மட்டங்கள்

இங்கே இணைதிறன் பட்டையின் உயர்மட்ட ஆற்றல் சுழி யெனக் குறிக்கப்பட்டுள்ளது. இதனால் கடத்தல் பட்டையின் தாழ்மட்ட மதிப்பு E_g எனவாகும். ஒரு *p*—*n* சந்தி உருவாகும் போது இந்த ஆற்றல் மட்டங்களின் நிலைகள் மாறுபடும். அது எவ்வாறு எனக் காண்போம்.

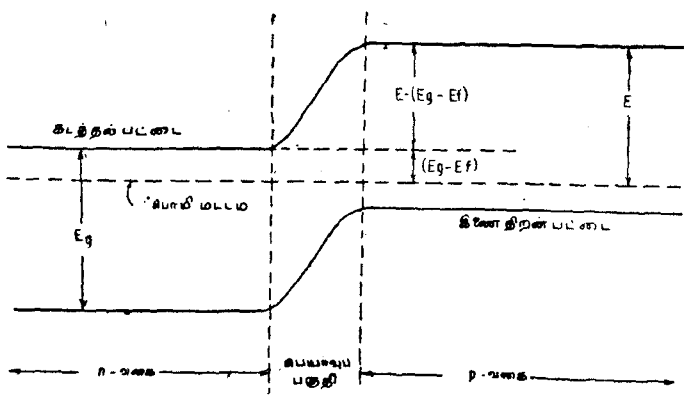
முன்னரே கூறியது போல *n*-வகைப் பகுதியில் எலெக்ட்ரான் களின் எண்ணிக்கை *p*-வகைப் பகுதியிலுள்ள எலெக்ட்ரான்களின் எண்ணிக்கையைவிட அதிகமாயிருக்கும். எனவே *n*-வகைப் பகுதி யிலிருந்து எலெக்ட்ரான்கள் சந்தியின் வழியாக *p*-வகைப் பகுதிக்கு விரவ (diffuse) முற்படும். இவ்வாறு *p*-வகைப் பகுதிக்கு வரும் எலெக்ட்ரான்கள் அங்கு எண்ணிக்கையில் மிகுந்துள்ள மின் துளை களோடு இணையும். இதனால் *p*-வகைப் பகுதி சிறிது சிறிதாக

n-வகைப் பகுதியோடு ஒப்பு நோக்க எதிர் மின்னூட்டம் பெற்றதாகும். இதனால் சந்தியில் ஒரு தடுப்பு (barrier) உண்டாகும். இவ்வாறு உருவாகும் தடுப்பு மேற்கொண்டு n-வகைப் பகுதியிலிருந்து p-வகைப் பகுதிக்கு எலெக்ட்ரான்கள் மேற்கொண்டு வருவதனை நிறுத்தும். இத்தகைய தடுப்பு உருவாகியுள்ள இடம் சூழ்மின்னூட்டப் பகுதி (space charge region) அல்லது பெயர்வுப் பகுதி (transition region) எனப்படும். இவ்வாறு சூழ்மின்னூட்டப் பகுதி உருவாவதனால் ஆற்றல் மட்டங்கள் கீழ்க்காணுமாறு பாதிக்கப்படும்.

(1) பெயர்வுப் பகுதியின் இருபுறங்களிலுமுள்ள ஃபெர்மி மட்டங்கள் (படம் 9·12-ல் காட்டியவாறுள்ள ஃபெர்மி மட்டங்கள்) ஒரே மட்டத்திற்கு வரும்.

(2) நேர்மின் அயனியாக்கம் பெற்ற அணுக்களால் உருவான சூழ்மின்னூட்டத்தின் விளைவாக அப் பகுதியிலுள்ள (n-வகைப் பகுதி) எல்லா மட்டங்களும் கீழே தாழும்.

(3) p-வகைப் பகுதியிலுள்ள எதிர்மின்னூட்டச் சூழ்மின்னூட்டத்தின் விளைவாக அப் பகுதியிலுள்ள எல்லா மட்டங்களும் மேலே உயரும்.



படம் 9·13

$p - n$ சந்தியில் ஆற்றல் மட்டங்கள்—ஒருசார்பு மின்னழுத்தம் அளிக்கப் பெறாதபோது

இந்த மூன்று நிகழ்ச்சிகளாலும் $p-n$ சந்தியிலுள்ள ஆற்றல் மட்டங்கள் படம் 9.13-ல் காட்டியுள்ளவாறு மாறும்.

p-வகைப் பொருளின் கடத்தல் பட்டையிலுள்ள எலெக்ட்ரான்களின் எண்ணிக்கை $e^{-\frac{E}{kT}}$-க்கு நேர் விகிதத்திலிருக்கும். இங்கே $E = E_g - E_f$ என்பது p-வகைப் பகுதியில் தேவையான கிளர்ச்சி ஆற்றல் (excitation energy) ஆகும்.

$p - n$ சந்திக்குச் சார்பு மின்னழுத்தம் (bias-voltage) ஏதுமளிக்காத நிலையில், எலெக்ட்ரான்கள் எண்ணிக்கை சமநிலை இல்லாத ஒரே காரணத்தால் சந்தி வழியாகச் செல்லும். அதனால் படத்தில் வலமிருந்து இடம் செல்லும் எலெக்ட்ரான்களால் ஏற்படும் எலெக்ட்ரான் பாய்வை (electron flux) I_e $(\leftarrow)$ எனக் குறிப்பிட்டால் அதன் மதிப்பு $e^{-E/kT}$-க்கு நேர்விகிதத்தில் இருக்க வேண்டும். ஏனெனில் மின்னழுத்தத் தடுப்பின் ஓரத்திற்கு வரும் (வலப்புறமிருந்து) எல்லா எலெக்ட்ரான்களும் தாமாக n-வகைப் பகுதிக்கு வரும். இதனைப் படத்திலிருந்து (படம் 9·13) எளிதில் உணர்ந்து கொள்ளலாம்.

எனவே,

$$I_e(\leftarrow) = c_e^{-E/kT} \longrightarrow 9.65$$

இங்கே, c ஒரு மாறிலி.

ஆனால், இடமிருந்து வலம் செல்லும் எலெக்ட்ரான் ஓட்டம் (electron current) [இதனை $I_e(\rightarrow)$ எனக் குறிப்போம்] இரண்டு காரணிகளைப் பொருத்துள்ளது. அவையாவன :

(1) n-வகைப் பகுதியிலுள்ள எலெக்ட்ரான்களின் எண்ணிக்கை.

(2) n-வகைப் பகுதியிலுள்ள எலெக்ட்ரான்கள் தடுப்பில் ஏறிச்செல்வதற்குப் போதுமான அளவு ஆற்றலைப் பெற்றிருப்பதற்கான நிகழ்திறம். எனவே,

$$I_e(\rightarrow) = c \,.\, e^{-\frac{(E_g - E_f)}{kT}} \,.\, e^{-(E - \overline{E_g - E_f})/kT}$$

என எளிதில் புரிந்து கொள்ளலாகும். இங்கே c என்பது ஒரு மாறிலி.

எனவே,

$$I_e(\rightarrow) = c \quad e^{(-E_g + E_f - E + E_g - E_f)/kT}$$

அல்லது

$$I_e(\rightarrow) = c \quad e^{-E/kT} \qquad \longrightarrow \quad 9.66$$

சமன்பாடுகள் 9·65, 9·66 ஆகியவற்றிலிருந்து

$$I_e(\rightarrow) = I_e(\leftarrow)$$

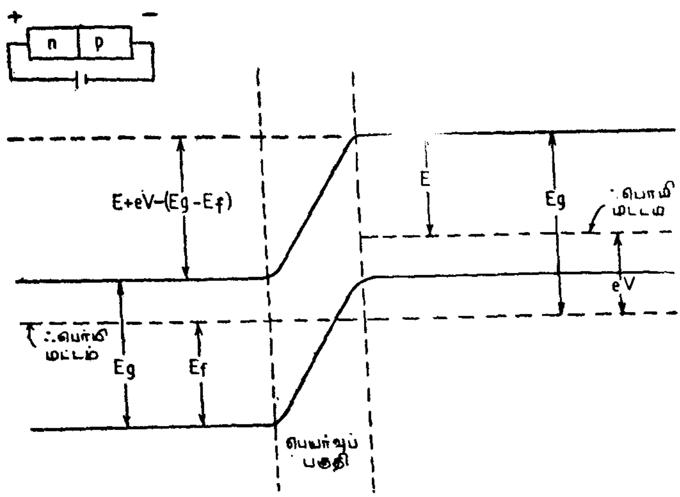
என்பதனை உணர்கின்றோம். எனவே புறத்தேயிருந்து மின்னழுத்தத்தைச் செலுத்தாதபோது ஒரு $p-n$ சந்தியில் எலெக்ட்ரான்கள் விரவலால் நிகர மின்னோட்டம் ஏற்படுவதில்லை என்று தெரிகிறது. இஃதே போன்று மின்துளைகள் இடம் மாறுவதாலும் மின்னோட்டம் உண்டாகாதெனக் காட்டலாம். எனவே, ஒரு $p-n$ சந்தியில் எந்தவிதமான மின்னோட்டமும் தானாக ஏற்படாது.

மாறாக, புறமின்னழுத்தங்களை அளிக்கும்போது இதில் மின்னோட்டம் ஏற்படலாம். புறமின்னழுத்தங்கள் இரு வகைகளில் அளிக்க முடியும். அவை முறையே எதிர்ச் சார்பு மின்னழுத்தம் (reverse bias), முன்னோக்குச் சார்பு மின்னழுத்தம் (forward bias), எனப்படும். அவை குறித்து அடுத்துவரும் பகுதிகளில் காண்போம்.

9-6·2. எதிர் சார்பு மின்னழுத்தம்

$p-n$ சந்தியின்-n பகுதி நேர்மின்னழுத்தமும், p-பகுதி எதிர் மின்னழுத்தமும் பெறும்படி V வோல்ட்டுகள் மின்னழுத்தத்தைச் செலுத்துவோம். இவ்வாறு அளிக்கப்படும் மின்னழுத்தம் எதிர் சார்பு மின்னழுத்தம் எனப்படும். இவ்வாறு ஓர் எதிர்ச் சார்பு மின்னழுத்தம் அளிப்பதன் விளைவாகத் தடுப்பின் ஆற்றல் eV ஜூல்கள் உயரும். நேர்மின்னழுத்தம் பெற்ற n-வகைப் பகுதியினது ஃபெர்மி மட்டம், எதிர்மின்னழுத்தம் பெற்ற p-வகைப் பகுதியின் ஃபெர்மி மட்டத்திலிருந்து eV அளவு தாழும். இந்த நிலைகளைப் படம் 9·14 விளக்குகின்றது.

இப்போது இரு திசைகளிலும் ஏற்படும் எலெக்ட்ரான் ஓட்டத்தைக் கணக்கிடுவோம். வலமிருந்து இடம் செல்லும் எலெக்ட்ரான்களின் எண்ணிக்கையில் மாற்றல் இல்லாததாலும்



படம் 9·14

p — n சந்தியின் ஆற்றல் மட்டங்கள் — எதிர்சார்பு மின்னழுத்த நிலையில்.

தடுப்பின் உச்சிக்கு வரும் எல்லா எலெக்ட்ரான்களும் தடுப்பில் இறங்கி வந்துவிடும் ஆனதால் வலமிருந்து இடம் வரும் எலெக்ட்ரான் ஓட்டம்

$$I_e(\leftarrow) = c\ e^{-\frac{E}{kT}} \longrightarrow 9.65$$

என்றுதான் இருக்கும்.

ஆனால் இடமிருந்து வலம் செல்லும் எலெக்ட்ரான் ஓட்டத்தின் மதிப்பு குறையவேண்டும். ஏனெனில் தடுப்பின் உயரம் இப்போது அதிகரித்து விட்டதால் (எலெக்ட்ரான்களின் எண்ணிக்கை மாறுவிடினும்) அவை தடுப்பில் ஏறுவதற்குத் தேவையான ஆற்றலைப் பெறும் நிகழ்திறத்தின் மதிப்புக் குறையும். எனவே,

$$I_e(\rightarrow) = c\ e^{-\frac{(E_g - E_f)}{kT}} \cdot e^{-\frac{\{E+eV-(E_g-E_f)\}}{kT}}$$

அல்லது,

$$I_e(\rightarrow) = c\ e^{-\frac{(E+eV)}{kT}} \longrightarrow 9.67$$

எனவே நிகர எலெக்ட்ரான் மின்னோட்டம் வலமிருந்து இடம் இருக்கும். அதன் மதிப்பு

$$I_e(\leftarrow) - (I_e \rightarrow) = c\ e^{-\frac{E}{kT}} - c\ e^{-\frac{(E+eV)}{kT}}$$

அல்லது

$$I_e = c\ e^{-E/kT}\left(1 - e^{-eV/kT}\right) \longrightarrow 9.68$$

எலெக்ட்ரான் ஓட்டத்தைக் கணக்கிட்டதுபோல மின்துளை ஓட்டத்தினையும் கணக்கிடலாம். இந்த மின்துளை ஓட்டம் இட மிருந்து வலமிருக்கும். இதன் மதிப்பினை

$$I_h = c'\ e^{-\frac{E}{kT}}\left(1 - e^{-\frac{eV}{kT}}\right) \longrightarrow 9.69$$

எனக் காட்டலாம். இடமிருந்து வலம் செல்லும் மின்துளை ஓட்டமும், வலமிருந்து இடம் செல்லும் எலெக்ட்ரான் ஓட்டமும் மரபுவழி மின்னோட்டத் திசையில் ஒன்றேயானதால் $p-n$ சந்தியில் எதிர்ச் சார்பு மின்னழுத்தத்தில் (V) பாயும் மொத்த மின் னோட்டம்—எலெக்ட்ரான்கள் துளைகள் ஆகிய இரண்டினாலும் ஏற் படும் மொத்த மின்னோட்டம் j ஆனால்

$$j = I_e + I_h$$

அல்லது

$$j = c\ e^{-\frac{E}{kT}}\left(1 - e^{-\frac{eV}{kT}}\right) + c'\ e^{-\frac{E}{kT}}\left(1 - e^{-\frac{eV}{kT}}\right)$$

அல்லது

$$j = (c + c')\, e^{-\frac{E}{kT}} \left(1 - e^{-\frac{eV}{kT}} \right)$$

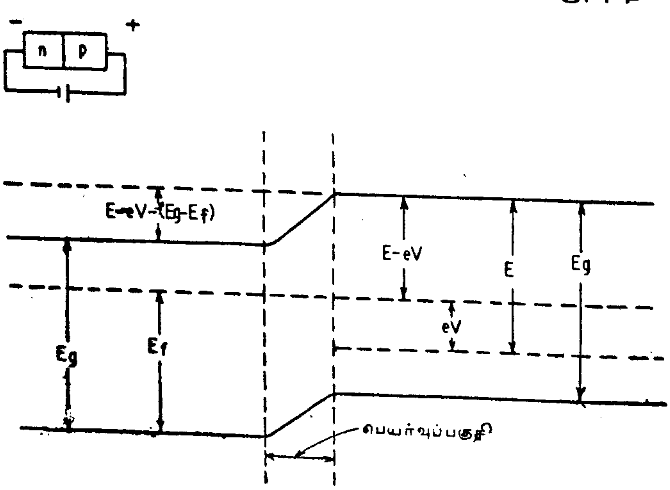
அல்லது,

$$j = j_o \left(1 - e^{-\frac{eV}{kT}} \right) \longrightarrow 9.70$$

இங்கே $j_o = (c + c')\, e^{-E/kT}$ ஆனது தெவிட்டு நிலை மின்னோட்டத்தைக் (saturation current) குறிக்கும். சமன்பாடு 9·70 மின்னோட்டத்திற்கும் மின்னழுத்தத்திற்கும் உள்ள தொடர்பினை அளிக்கின்றது.

9-6·3. முன்னோக்குச் சார்பு மின்னழுத்தம்

p — *n* சந்தியின் *p* பகுதி நேர்மின்னூட்டம் பெறுமாறும் *n* பகுதி எதிர்மின்னூட்டம் பெறுமாறும் ஒரு மின்னழுத்தத்தைச்



படம் 9.15

p — *n* சந்தியின் ஆற்றல் மட்டங்கள் — முன்னோக்குச் சார்பு மின்னழுத்த நிலையில்

செயல்படுத்தினால் அதனை முன்னோக்குச் சார்பு மின்னழுத்தம் forward bias) என்போம். இந் நிலையில் தடுப்பின் ஆற்றல் *eV*

ஜூல்கள் தாழும். n-வகைப் பகுதியின் ஃபெர்மி மட்டம் p-வகைப் பகுதியின் ஃபெர்மி மட்டத்திலிருந்து eV அளவு உயரும். இந் நிலைகள் படம் 9·15-ல் காட்டப்பெற்றுள்ளன. எனவே, முன்போல் எலெக்ட்ரான் ஓட்டங்களைப் பின்காணுமாறு எழுதலாம்.

$$I_e(\leftarrow) = c \; e^{-\frac{E}{kT}} \longrightarrow 9.65$$

$$I_e(\rightarrow) = c \; e^{-\left(\frac{E_g - E_f}{kT}\right)} \cdot e^{-\left\{\frac{E - eV - (E_g - E_f)}{kT}\right\}}$$

அல்லது,

$$I_e(\rightarrow) = c \; e^{-\frac{(E - eV)}{kT}} \longrightarrow 9.71$$

எனவே, நிகர எலெக்ட்ரான் ஓட்டம் இடமிருந்து வலம்

$$I_e(\rightarrow) - I_e(\leftarrow) = c \; e^{-\frac{(E - eV)}{kT}} - c \; e^{\frac{E}{kT}}$$

அல்லது,

$$I_e' = c \; e^{-\frac{E}{kT}}\left(e^{\frac{eV}{kT}} - 1\right) \longrightarrow 9.72$$

முன்போல், நிகர மின்துளை ஓட்டம்

$$I_h' = c' \; e^{-\frac{E}{kT}}\left(e^{\frac{eV}{kT}} - 1\right)$$

எனவே, மொத்த மின்னோட்டம்

$$j = I_e' + I_h'$$

அல்லது,

$$j = (c + c')\ e^{-E/kT}\left(e^{\frac{eV}{kT}} - 1\right)$$

அல்லது,

$$j = j_o\left(e^{\frac{eV}{kT}} - 1\right) \longrightarrow 9.73$$

இங்கே j_o என்பது தெவிட்டுநிலை மின்னோட்டத்தைக் குறிக்கும். இங்கே மின்னோட்டம் வலம் நோக்கி இருப்பதனை நோக்குக. இடம் நோக்கிய திசையில் உள்ள மின்னோட்டம் j எனக் கொண்டால்

$$j = -j_o\left(e^{-\frac{eV}{kT}} - 1\right)$$

எனவாகும். மேலும் $V = -V$ எனப் போட்டால் அது எதிர்ச் சார்பு மின்னழுத்த நிலையைக் குறிக்கும். அப்போது,

$$j = -j_o\left(e^{-\frac{eV}{kT}} - 1\right)$$

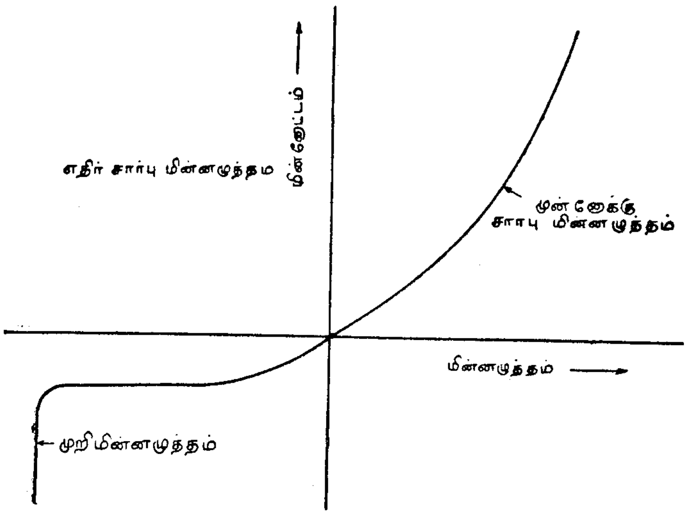
அல்லது,

$$j = j_o\left(1 - e^{-\frac{eV}{kT}}\right). \longrightarrow 9.70$$

எனவே முன்னோக்குச் சார்பு மின்னழுத்தத்திற்கும் எதிர்ச்சார்பு மின்னழுத்தத்திற்கும் மின்னோட்டத்தை அளிக்கும் சமன்பாடு ஒன்றே என்பதனையும், சரியான குறிகளை j-க்கும், V-க்கும் அளிக்க மின்னோட்ட மதிப்பு கிட்டும் என்பதனையும் உணர்கின்றோம்.

சமன்பாடு 9·73 திருத்திச் சமன்பாடு (rectifier equation) எனப்படும். இது வரைபடமாக படம் 9·16-ல் காட்டப் பெற்றுள்ளது. படத்திலிருந்து ஒரு $p - n$ சந்தி எவ்வாறு திருத்தியாகச் (rectifier) செயல்படக்கூடும் என்பது எளிதில் விளங்கும். முன்னோக்குச் சார்பு மின்னழுத்தம் அளிக்கப்படும்போது சந்தியின்

வழியாக மின்னோட்டம் ஏற்படவும் அவ்வாறன்றி எதிர்ச்சார்பு மின்னழுத்தம் அளிக்கப்பெறும்போது இல்லையென்று சொல்லு



படம் 9·16

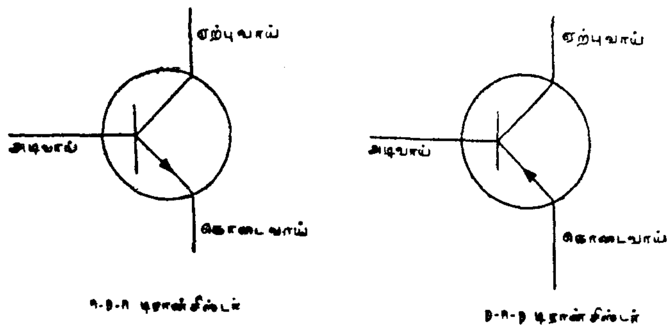
p — *n* சந்தியின் திருத்தி செயல்

மளவு மிகச் சிறிய மின்னோட்டமேயுள்ளதையும், இது பெருமளவு மின்னழுத்தத்திற்கும் இந்நிலை நீடிப்பதனையும் காண்கின்றோம். எதிர்ச் சார்பு மின்னழுத்தம் ஒரு நிலையைத் தாண்டும்போது முறி நிலை ஏற்படுகின்றது.

9-6·4 சந்தி டிரான்சிஸ்டர்

குறைகடத்திச் சாதனங்களில் மிகுந்த நடைமுறை முக்கியத்துவம் வாய்ந்தது சந்தி டிரான்சிஸ்டர் (junction transistor) ஆகும். இதில் *n* — *p* — *n* டிரான்சிஸ்டர் என்றும் *p* — *n* — *p* டிரான்சிஸ்டர் என்றும் இருவகையுண்டு. இரண்டு *n* பகுதிகளுக்கிடையே ஒரு *p* பகுதி இருக்குமாறு அமைந்தது *n* — *p* — *n* டிரான்சிஸ்டர் எனப்படும். இரண்டு *p* பகுதிகளுக்கிடையே ஒரு *n* பகுதி இருக்குமாறு அமைந்தது *p* — *n* — *p* டிரான்சிஸ்டர் எனப்படும். நடுவிலுள்ள *p* அல்லது *n* பகுதி மிக மெல்லியதாக இருக்கும். இது அடிவாய் (base) எனப்படும். நடுப் பகுதிக்கும் அதையடுத்துள்ள ஒரு பகுதிக்கும் இடையேயுள்ள சந்தியைக் கொடைவாய்ச் சந்தி (emitter junction) என்றும்,

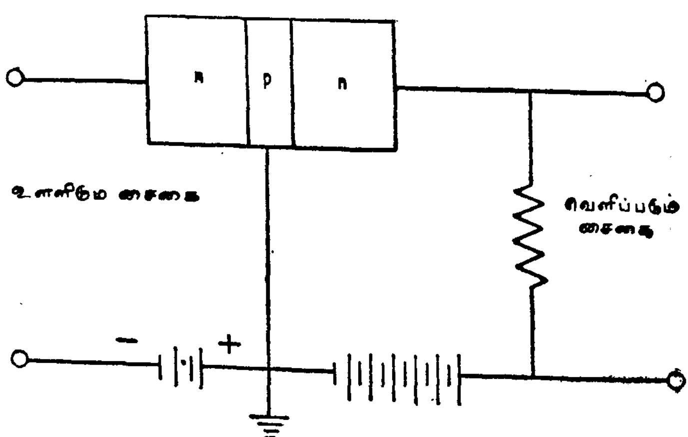
மற்றொரு சந்தியை ஏற்பு வாய்ச் சந்தி (collector junction) என்றும் அழைப்பது வழக்கம். $p-n-p$ டிரான்சிஸ்டர், $n-p-n$ டிரான்சிஸ்டர் ஆகியவை மின்சுற்றுப் படங்களில் படம் 9·17-ல் காட்டியுள்ளவாறு குறிக்கப் பெறும். அம்புக்குறி கொடைவாயைக் குறிக்கும். டிரான்சிஸ்டர் வேலை செய்யும்போது



படம் 9.17

டிரான்சிஸ்டர் குறியீடு

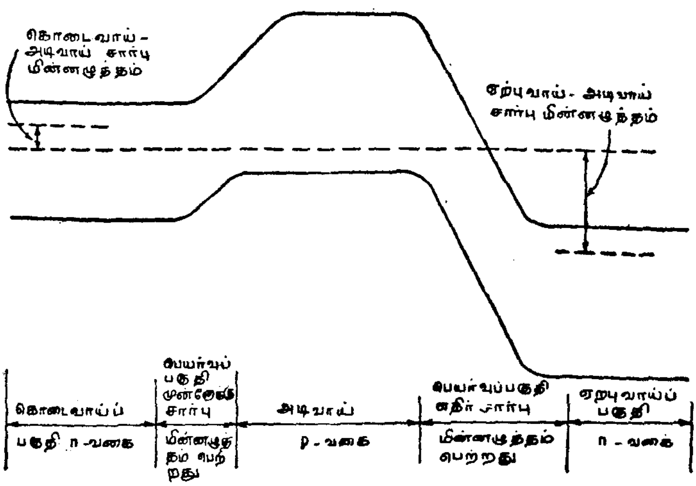
தாழ்ந்த மின்தடைப் பகுதியிலிருந்து உயர்ந்த மின்தடைப் பகுதிக்கு மின்னோட்டத்தை மாற்றுவதனால் (transfer resistor — transistor) டிரான்சிஸ்டர் எனப் பெயர் பெற்றது.



படம் 9.18

$n-p-n$ டிரான்சிஸ்டர் இடப்புற $n-p$ சந்திக்கு முன்னோக்குச் சார்பு மின்னழுத்தமும், வலப்புற $p-n$ சந்திக்கு எதிர்ச்சார்பு மின்னழுத்தமும் அளிக்கப்பெற்றுள்ளன.

படம் 9·18-ல் காட்டியுள்ளவாறு ஒரு $n-p-n$ டிரான்சிஸ்டர் சார்பு மின்னழுத்தங்கள் அளிக்கப் பெற்றுள்ளது என்று கொள்வோம். இவ்வகையில் சார்பு மின்னழுத்தங்களைப் பெற்றுள்ள n—p—n டிரான்சிஸ்டரின் ஆற்றல் மட்டப் படம், படம் 9.18-ல் காட்டப் பெற்றுள்ளது.



படம் 9.18

$n-p-n$ டிரான்சிஸ்டரின் ஆற்றல் மட்டப் படம்
படம் 9·17-ல் காட்டியுள்ளவாறு சார்பு மின்னழுத்தங்கள் பெற்றுள்ளபோது

முதலில் கொடைவாயை எடுத்துக் கொள்வோம். உள்ளிடும் சைகை மின்னழுத்தம் (input signal voltage) கொடைவாய்—அடிவாய்ச் சந்தியில் அளிக்கப்படுகின்றது. மின்னழுத்தத் தடுப்பின் உயரம் உள்ளிடும் சைகையின் மதிப்பிற்கேற்ப, கீழ்க்காணுமாறு மாறும். இதனால் இச்சந்தியில் மின்னோட்டம்

$$j = j_o \left(e^{\frac{eV}{kT}} - 1 \right) \longrightarrow 9.73$$

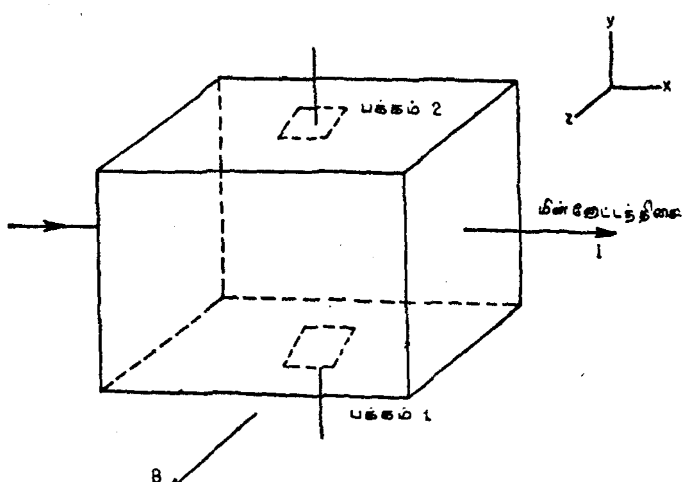
என்ற சமன்பாட்டினையொட்டி மாறும்.

நடைமுறையில் கொடை அணுக்களின் செறிவு அடிவாயிலுள்ள ஏற்பு அணுக்களின் செறிவைவிட மிகமிக அதிகமாக இருக்கும்படி டிரான்சிஸ்டர் செய்யப்பட்டிருக்கும். எனவே, இச்

சந்தியில் செல்லும் கொடைவாய் மின்னோட்டம் (emitter current) முற்றிலும் இடமிருந்து வலமாகச் செல்லும் எலெக்ட்ரான் ஓட்ட விளைவேயென்றும் வலமிருந்து இடம் செல்லும் மின்துளை ஓட்டத்தின் பங்கு மிக சிறியது என்றும் கொள்ளலாம். அடிவாய் மிக மெல்லியதாக [விரவல் நீளத்தைவிடச் (diffusion length) சிறியதாக] இருக்கும்படி அமைக்கப்படுவதால் அடிவாய்க்கு இடமிருந்து வரும் எல்லா எலெக்ட்ரான்களும் அடிவாய் வழியே நுழைந்து ஏற்பு வாய்க்குப் போய்ச் சேரும். ஏற்பு வாய்க்கு எதிர்ச் சார்பு மின்னழுத்தம் அளிக்கப் பெற்றுள்ளதால் ஏற்பு வாய்க்கு வரும் எலெக்ட்ரான்கள் முடுக்கப் பெறும் (accelerated).

9-6·5. ஹால் விளைவு

ஒரு பொருளின் ஊடே ஒரு மின்னோட்டம் பாயும் போது அம் மின்னோட்டத்திற்குச் செங்குத்தான திசையில் ஒரு காந்தப்புலம் இருக்குமானால் இவ்விரு திசைகளுக்கும் செங்குத்தான திசையில் ஒரு சிறிய மின்னழுத்த வேறுபாடு உண்டாகும் என 1897 ஆம் ஆண்டில் ஹால் (Hall) என்பார் கண்டுபிடித்தார். இந்த விளைவு



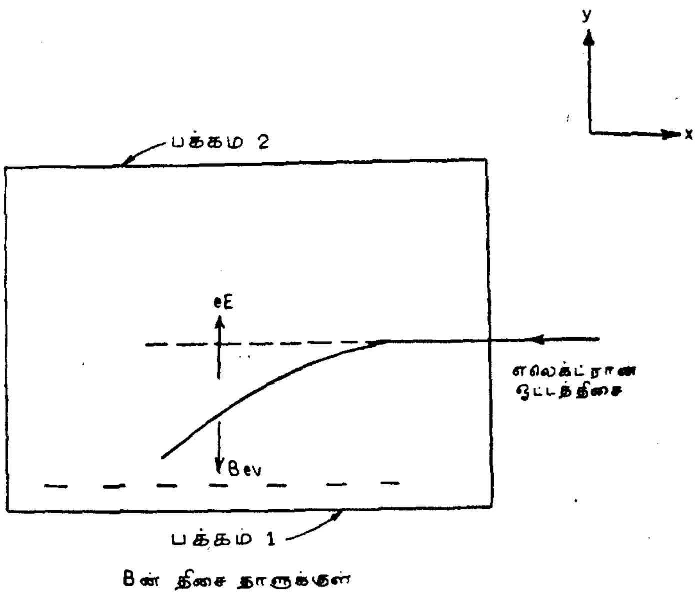
படம் 9·19

ஹால் விளைவு

ஹால் விளைவு (Hall effect) எனப்படும். இது படம் 9.19-ல் காட்டப்பட்டுள்ளது. இதில் மின்னோட்டம் x திசையில் பாய்கின்றது; காந்தப் பாய அடர்த்தி திசையில் z உள்ளது. ஹால்

விளைவால் ஏற்படும் மின்னழுத்த வேறுபாடு 1, 2 பக்கங்களுக்கிடையே y திசையில் தோன்றுகின்றது.

ஹால் விளைவு குறைகடத்திகளிலும் ஏற்படும். இதனைக் கொண்டு ஒரு குறைகடத்தி n-வகையா அல்லது p-வகையா எனக் காணலாம். ஹால் விளைவினை விளக்குவதற்கு நாம் ஒரு n-வகைப் பொருளை எடுத்துக்கொள்வோம். படம் 9·20-ல் இதன் முன் பக்கம் மட்டும் காட்டப்பட்டுள்ளது. நாம் n-வகைப் பொருளை



படம் 9·20

n–வகைக் குறைகடத்தியில் எலெக்ட்ரான் இயக்கம் (ஹால் விளைவு)

எடுத்துக் கொண்டுள்ளதால் இதிலேற்படும் மின்னோட்டம் முழுதும் எலெக்ட்ரான்களாலேயே என்று சொல்லலாம். இது படம் 9·20-ல் வலமிருந்து இடமாகக் காட்டப்பட்டுள்ளது. இத் திசை, படம் 9·19-ல் காட்டியுள்ள வழக்கமான மின்னோட்டத் திசைக்கு எதிர்ப்புறமாம்.

காந்தப்புலத்திற்குச் செங்குத்தான திசையில் எலெக்ட்ரான்களது திசைவேகம் v ஆனால் ஒவ்வோர் எலெக்ட்ரான் மீதும் Bev விசை கீழ்நோக்கிச் செயல்படும். இதனால் எலெக்ட்ரான் ஓட்டம்

கீழ்நோக்கி வளைந்து பொருளின் அடிப்பக்கத்தில் (பக்கம் 1) எதிர் மின்னூட்டங்கள் சேர்தலுக்கு வழிவகுக்கின்றது. எனவே, மேல் கீழ்ப் பக்கங்களுக்கிடையே ஒரு மின்னழுத்த வேறுபாடு உண்டா கின்றது. இந்த மின்னழுத்த வேறுபாடு y திசையில் ஒரு மின் புலத்தைத் (E) தோற்றுவிக்கின்றது. இதனுல் எலெக்ட்ரான்மீது eE எனும் விசை மேனோக்கிச் செயல்படும். சமநிலையில்

$$eE = Bev$$

அல்லது,

$$E = Bv \longrightarrow 9.74$$

மின்னோட்ட அடர்த்தி J ஆனுல் ஹால் எண் (Hall coefficient) (R_n) என்ற ஓர் எண் பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படும்.

$$R_n = -\frac{E}{BJ} \longrightarrow 9.75$$

மின்புலம் y திசைக்கு எதிராக உள்ளதால் எதிர்க்குறி பயன் படுத்தப்பெறுகின்றது. இப்போது

$$J = nev$$

ஆனதால்,

$$R_n = -\frac{E}{BJ} = -\frac{E}{B\,nev}$$

சமன்பாடு 9·74 ஐப் பயன்படுத்த,

$$R_n = -\frac{v}{nev}$$

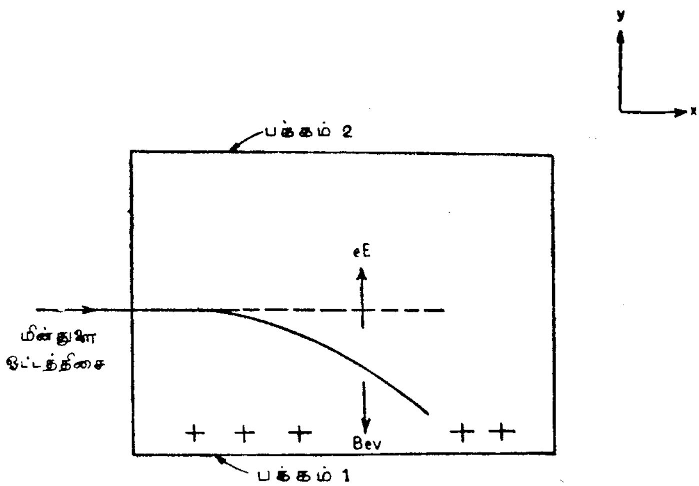
அல்லது,

$$R_n = -\frac{1}{ne} \longrightarrow 9.76$$

சமன்பாடு 9.75-ன் வலப்புறத்திலுள்ள எல்லாவற்றையும் சோதனை வாயிலாக அளக்கக்கூடுமாதலால் R_n -ன் மதிப்பைக் கண்டுகொள்ளலாம். எனவே, சமன்பாடு 9·76ஐப் பயன்படுத்தி n ஐக் கணக்கிடலாம்.

p-வகைப் பொருளைப் பயன்படுத்தும்போதுள்ள நிலையைப் படம் 9·21 காட்டுகின்றது. இங்கே மின்துளைகள் பயன்படுவதால்

இவற்றின் ஓட்டத்திசை வழக்கமான மின்னோட்டத் திசையே ஆகும். எனவே, இப்போதும் துளைகள் கீழ்நோக்கி ஒதுங்கும். ஆனால், இப்போது மின்துளைகளானதால் பக்கம் 1 நேர் மின்



B ன் திசை தாளிலிருந்து வெளிநோக்கி

படம் 9·21.
மின் துளைகளின் இயக்கம் (ஹால் விளைவு)

னூட்டம் பெறும். இதனால் மின்னழுத்த வேறுபாடும் அதனாலேற்படும் மின்புலமும் y-திசையிலேயே அமையும். இப்போதும் சமன்பாடு 9.74 பொருந்தும். எனவே,

$$R_p = \frac{E}{BJ} \longrightarrow 9.77$$

எனவும், $J = pev$ எனவும் கொண்டால்,

$$R_p = \frac{1}{pe} \longrightarrow 9.78$$

ஆகும்.

இவ்வாறாக ஹால் மின்னழுத்தத்தின் குறியைக்கொண்டு ஒரு குறைகடத்தி n-வகையா அல்லது p-வகையா எனத் தெரிந்து கொள்ளலாம். மின்னூட்ட ஊர்திகளின் அடர்த்தியையும் கண்டு கொள்ளலாம்.

மின்னூட்ட ஊர்திகள் ஆற்றல் பட்டைகளில் ஈர்ப்பு விசைகளுக்காளாகாமல் இருந்தால்தான் மேற்கண்ட விவாதம் பொருந்தும். மேலும் அவற்றின் திசைவேகம் v-ம் மாறக் கூடாது. ஆனால், குறைகடத்திகளில் நடைமுறையில் இவ்வாறிராது. எனவே, குறைகடத்திகளுக்குச் சமன்பாடுகள் 9·76, 9·78 ஆகியவற்றைப் பின்வருமாறு மாற்றி எழுதவேண்டும்.

$$R_n = -\frac{3\pi}{8\,ne} = -\frac{1\cdot 18}{ne} \longrightarrow 9.79$$

$$R_p = \frac{3\pi}{8\,pe} = \frac{1\cdot 18}{pe} \longrightarrow 9\cdot 80$$

n, p வகைப் பொருள்களது மின்கடத்து திறன்களான σ_n, σ_p ஆகியவற்றை

$$\sigma_n = ne\,\mu_n$$

$$\sigma_p = pe\,\mu_p$$

என எழுதலாமாதலால்,

$$\mu_n = \frac{\sigma_n}{ne} = -\frac{\sigma_n R_n}{1\cdot 18} \longrightarrow 9\cdot 81$$

$$\mu_p = \frac{\sigma_p}{ne} = \frac{\sigma_p R_p}{1\cdot 18} \longrightarrow 9.82$$

எனவே, மின்னூட்ட ஊர்திகளின் இயங்குதிறன்களைக் கணக்கிடலாம்.

10. மீக்கடத்திகள்

10-1. மீக்கடத்துகை

பெரும்பாலான மின் கடத்திகளின் மின்தடை எண் ஏறத் தாழ வெப்ப நிலைக்கு நேர்விகிதத்திலிருக்குமென்றும், தாழ்ந்த வெப்பநிலைகளில் அதனை மெதீசன் விதிப்படி (Matthiessen's Rule)

$$P = P_l + P_T$$

எனக் குறிக்கலாமென்றும் அத்தியாயம் 5-ல் கண்டோம். இதனைப் பயன்படுத்தி ஒரு மின் கடத்தியின் மின்தடையைப் (R) பின்வருமாறு எழுதலாம்.

$$R = R_{\text{எஞ்சிய}} + R_{\text{வெப்ப}} \qquad \longrightarrow \quad 10.1$$

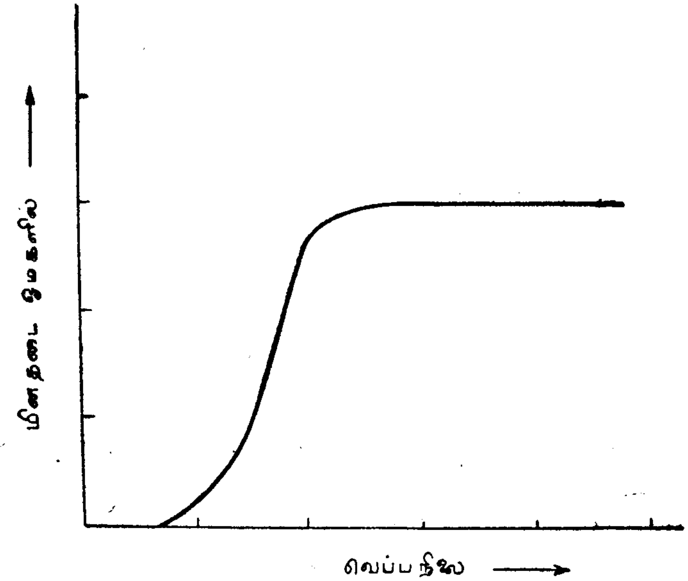
இங்கே $R_{\text{எஞ்சிய}}$ என்பது வெப்பநிலையைச் சாராத, பொருளின் தூய்மையையும் அதன் முந்தைய வெப்ப, எந்திரவியல் வரலாற்றையும் பொறுத்த எஞ்சிய மின் தடையாகும் (residual resistance). தூய்மை குறைந்த பொருள்களிலும் தண்செயலால் உருவான (cold worked) பொருள்களிலும் $R_{\text{எஞ்சிய}}$-ன் மதிப்பு உயர்வாக இருக்கும். மிகத் தூய்மையான பொருள்களுக்கும் பதனுற்றல் செய்யப்பட்ட (annealed) பொருள்களுக்கும் $R_{\text{எஞ்சிய}}$ மின்தடை குறைவாக இருக்கும். படிக அணிக்கோவையில் தன்னிச்சையாகக் கன்னுபின்னுவென்று அமைந்துள்ள நிறைகுறைகளில் (imperfections) கடத்தல் எலெக்ட்ரான்கள் சிதறல் (scattering) அடைவதால் இந்த எஞ்சிய மின்தடை உண்டாகின்றது. எனவே தான் குறைபாடுகள் மிகுந்த பொருள்களில் $R_{\text{எஞ்சிய}}$-ன் மதிப்பும் உயர்வாகின்றது. ஆனால், $R_{\text{வெப்ப}}$ என்பது வெப்ப நிலையைச் சார்ந்த மின்தடையாகும். இது பொருளின் தூய்மையையோ அதன் பழைய வரலாற்றையோ பொறுத்ததன்று. போதுமான அளவு தாழ்ந்த வெப்பநிலைகளில் (T ஆனது டிபை வெப்பநிலைக்கும் குறைவாக இருக்கும்போது)

$$R_{\text{வெப்ப}} \propto T^5 \qquad \longrightarrow \quad 10\cdot 2$$

ஆகும்.

எனவே, ஓர் உலோகக் கடத்தியின் வெப்பநிலையைக் குறைத்துக்கொண்டே சென்றோமானால் அதன் மின்தடையும் குறைந்துகொண்டே சென்று அதன் வெப்பநிலை 10° — 15° கெ. எனுமளவை அடையும் நிலையில் எஞ்சிய மின்தடை மதிப்பை ($R_{\text{எஞ்சிய}}$) எட்டும். கார உலோகங்கள் (alkali metals), இடைநிலைத் தனிமங்கள் (transition elements), செம்பு, வெள்ளி, பொன் போன்ற பல்வேறு உலோகப் பொருள்களிலும் இவ்வாறுதான் நடைபெறுகின்றது.

ஆனால் 1911ஆம் ஆண்டில் காமர்லிங் ஒன்ஸ் (Kammerling Onnes) என்பார் ஒரு விந்தையான நிகழ்ச்சியைக் கண்ணுற்றார். 4·2° கெ. வெப்பநிலையில் பாதரசத்தின் (mercury) மின்தடையானது திடீரெனக் குறைந்து சுழிநிலையை அடைந்தது. வெப்பநிலை இதற்கும் கீழே போகும்போதும் மின்தடை சுழியாகவே நிலைபெற்றுக் காணப்பட்டது. (படம் 10·1 காண்க.) திரவ



படம் 10.1

பாதரசத்தின் மீக்கடத்துகை

ஹீலியம் (liquid helium) வெப்பநிலைகளில் இது காணப்பெறும். இந்த வியப்புமிக்க நிகழ்ச்சி மீக்கடத்துகை (super conductivity) எனப்படும்.

இந் நிகழ்ச்சியில் மின்தடை திடீரெனத் தாழ்கின்றது. எனவே, இம் மாற்றம் மிகக் குறுகிய வெப்பநிலை நெடுக்கத்தில் (temperature range) நிகழ்கிறது எனக் கொள்ளலாம். எனவே, நாம் ஒரு பெயர்வு வெப்பநிலையை (transition temperature) வரையறுக்கக் கூடும். ஒரு பொருளின் மின்தடை எந்தவொரு வெப்பநிலையில் சுழியாகத் தாழ்ந்து அதற்குத் தாழ்ந்த வெப்பநிலைகளில் சுழியாகவே நிலைபெறுகின்றதோ அந்த வெப்பநிலை மாறுநிலை வெப்பநிலை (critical temperature) அல்லது பெயர்வு வெப்பநிலை (transition temperature) எனப்படும்.

இந்தப் புதிய நிகழ்ச்சியாம் மீக்கடத்துகை பல உலோகங்களிலும் ஆயிரத்துக்கு மேற்பட்ட கலவை உலோகங்களிலும் (alloys) காணப்படுகின்றது. சில தனிமங்களுக்கும் குறிப்பிடத்தக்க சில கலவை உலோகங்களுக்கும் சேர்மங்களுக்கும் பெயர்வு வெப்ப நிலைகள் அட்டவணை 10.1-ல் தரப்பட்டுள்ளன. நியோபியம் - டின் கலவை போன்ற பொருள்களுக்குப் பெயர்வு வெப்பநிலை 18° கெ. எனுமளவு உயர்ந்து காணப்படுவதனை நோக்குக.

ஒரு பொருளின் மீக்கடத்துகைப் பண்பு அதன் படிக அமைப்பையும் பொறுத்துள்ளது. சில பொருள்கள் ஒரு படிக நிலையில் மீக்கடத்தியாகவும் வேறு படிக நிலையில் சாதாரணக் கடத்தியாகவும் இருக்கக் காணப்படுகின்றன. காட்டாக, நாற்கோணப் படிக (tetragonal) அமைப்பில் கிடைக்கும் சாதாரண வகை டின் (வெள்ளை டின்) மீக்கடத்தியாகும். ஆனால், சாம்பல் நிற டின் (grey tin) கன சதுரப் (cubic) படிக வடிவில் உள்ளது. இது மீக்கடத்தியன்று. லாந்தனம் — α, லாந்தனம் — β ஆகியவை வெவ்வேறு பெயர்வு வெப்ப நிலைகளைப் பெற்றிருப்பதிலிருந்து (அட்டவணை 10·1) பொருள்களின் நிலைமையையும் (phase) பொறுத்து இது அமைகின்றது என்பது தெரிகின்றது. சில நேரங்களில் சில தனிமங்கள் சிறப்பான சில நிலைகளிலேயே மீக்கடத்திகளாகச் செயல்படும். காட்டாக, பெரிலியம் (Beryllium) மென்படலங்களாகப் (thin films) படியும்போது மட்டிலும்தான் மீக்கடத்துகைப் பண்பைப் பெறும். பிஸ்மத் (Bismuth) ஆனது பெருமளவில் (bulk form) எடுத்துக்கொள்ளப்பட்டு அமுக்கப் பெற்றால்தான், அதாவது உயர் அழுத்தத்திற்கு ஆளாக்கப்பட்டதால்தான் மீக்கடத்துகைப் பண்பை வெளிப்படுத்தும். மீக்கடத்துகை குறித்த கொள்கை விளக்கம் இந் நூலின் நோக்கிற்கப்பாற்பட்டது.

அட்டவணை 10·1

தனிமங்கள், கலவைகளின் பெயர்வு வெப்பநிலை

பொருள்	பெயர்வு வெப்பநிலை °கெ.
அலுமினியம்	1·197
டிடானியம்	0·39
வனேடியம்	5·03
நாகம்	0·85
கேலியம்	1·10
சிர்கோனியம்	0·55
நியோபியம்	8·9
மாலிப்டினம்	0·92
டெக்னீஷியம்	9·3
ருதேனியம்	0·47
ரோடியம்	0·9
காட்மியம்	0·56
இண்டியம்	3·40
டின்	3·41
டெலூரியம்	2·39
லாந்தனம்-α	4·9
லாந்தனம்-β	6·3
ஹாஃப்னியம்	0·165
டான்டலம்	4·38
ரீனியம்	1·70
ஆஸ்மியம்	0·71
பாதரசம்	4·16
ஈயம்	7·22
தோரியம்	1·37
உரேனியம்	0·68
இரிடியம்	0·14
தேலியம்	2·39
Nb · N	15·6
Nb_4 Sn	18·2
Au_2 Bi	1·7
M_o N	12·0

10-2. சுழித்தடை

மீக்கடத்துகை என்று சொல்லும்போது பொருளின் மின்தடை சுழியாகின்றது எனப் பொருள்படும். இந்நிலையில் நமக்கு ஓர் ஐயம் ஏற்படலாம். அதாவது, மின்தடை மிகமிகக் குறைந்து— அளக்க முடியாத அளவு குறைந்து போகின்றதா? அல்லது உண்மையில் மின்தடை சுழியாகிவிடுகின்றதா? மீக்கடத்தியின் மின்தடை உண்மையிலேயே சுழியாகிவிடுமானால் (பெயர்வு வெப்பநிலைக்குக் கீழே) இப் பொருளாலான ஒரு வளையத்தில் ஒரு மின்னோட்டத்தைத் தொடக்கிவிட்டோமானால் அது என்றென்றும் அதன் மதிப்புக் குறையாமல் சென்றுகொண்டேயிருக்கவேண்டும். அவ்வாறின்றி அப் பொருள் மிகமிகச் சிறிய அளவிலேனும் மின் தடை பெற்றிருக்குமானால் காலப்போக்கில் வளையத்திலுள்ள மின்னோட்டத்தின் மதிப்புக் குறைந்துதான் ஆக வேண்டும் என்பது தெளிவு. இந்த அடிப்படையில் அமெரிக்க M I T ஐச் சார்ந்த டாக்டர் காலின்ஸ் (Dr. Collins) ஒரு சோதனையை நடத்தினார். அவர் ஒரு மீக்கடத்தி வளையத்தில் நிலைபெற்ற ஒரு மின்னோட்டத்தை உண்டாக்கிக் காட்டினார். இரண்டரை ஆண்டுக் காலம் தொடர்ந்து கவனித்ததில் அதிலுள்ள மின்னோட்டம் எந்த அளவும் குறைவுபடவில்லை (மிகச் சிறந்த கருவிகளால் அளக்கப்பட்டபோதிலும்) என அவர் கண்டார். இத்தகைய சோதனைகள் பலவற்றின் முடிவாக மீக்கடத்தியின் மின்தடையைப் பற்றிப் பின்காணும் முடிவினைக் கூறலாம்.

மீக்கடத்தி, பெயர்வு வெப்பநிலைக்குக் கீழே ஏதேனும் மின் தடையைப் பெற்றிருக்குமானால் அது (R) அம் மீக்கடத்தி பெயர்வு வெப்பநிலைக்கு மேற்பட்ட வெப்ப நிலைகளில் பெற்றிருக்கும் இயல் பான மின்தடையில் (normal resistance) R_n-ல் 10^{-5} மடங்கிற் கும் குறைவாகத்தான் இருக்க முடியும்.

அதாவது,

$$\frac{R}{R_n} < 10^{-5} \qquad \longrightarrow \qquad 10.3$$

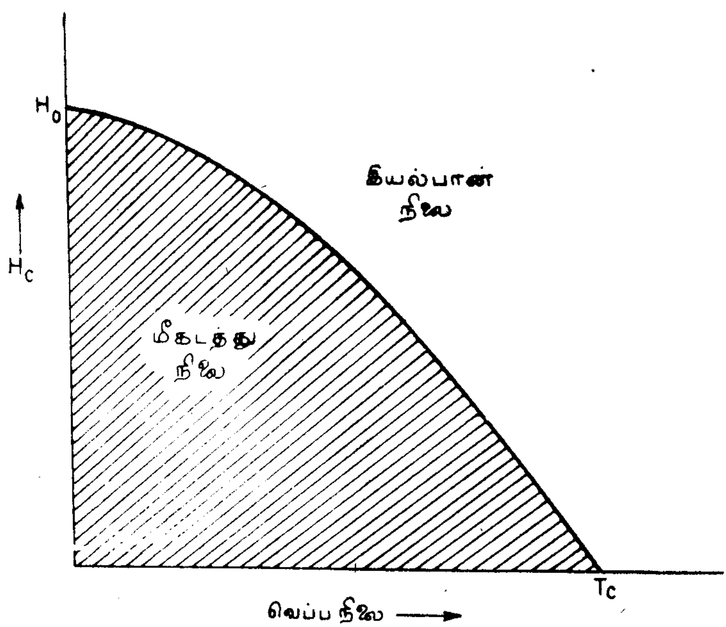
இதிலிருந்து மின்தடை சுழியென்று ஏற்றுக்கொள்வதில் தவறேது மில்லை என்று தெரிகின்றது.

10-3. மீக்கடத்துகையும் காந்தப்புலமும்

மேலே விவரித்த சோதனைகளில் மிகக் குறைந்த மின் னோட்டங்களே பயன்படுத்தப்பட்டன. மீக்கடத்திகள் எந்த அளவு உயர்ந்த மின்னோட்டங்களையும் தாங்கக்கூடிய வலிமை

படைத்தவை என ஆரம்ப காலத்தில் எண்ணப்பட்டது. அவ்வாறாயின் மீக்கடத்திகளின் தொழில்நுட்பப் பயன்கள் மிகச் சிறந்தவையாகும். எவ்வாறெனின், காந்தப்புலத்தை உண்டாக்கும் புலச்சுருள்களில் (field coils) செலுத்தும் மின்னோட்டம் உயர்வாக இருக்குமானால் அதனால் உண்டாகும் காந்தப்புலமும் அதிகரிக்கும். புலச்சுருள்களுக்கு மீக்கடத்திகளைப் பயன்படுத்தி உயர்ந்த மின்னோட்டங்களைச் செலுத்தினால் உயர்ந்த காந்தப் புலங்கள் கிடைக்கும். மீக்கடத்திகளைப் பயன்படுத்துவதால் உயர்ந்த மின்னோட்டத்தின்போதும் ஜூல் விளைவினால் ஆற்றல் இழப்பு ஏற்படுவதில்லை. இவ்வாறெண்ணி ஆரம்பத்தில் செய்யப்பட்ட சோதனைகள் பெருந்தோல்வியாய் அமைந்தன; கருவிகள் பாழ்பட்டன; உயர்புல வரிச் சுருள்களை (high field solenoids) அமைக்க இயலவில்லை.

இத் தோல்விக்கான காரணம் நாளாவட்டத்தில் தெளிவாகியது. தொடர்ந்து செய்யப்பட்ட சோதனைகள் இதற்கு உதவின.



படம் 10·2
வெப்பநிலைக்கேற்ப மாறுநிலைக் காந்தப்புலம் மாறுதல்

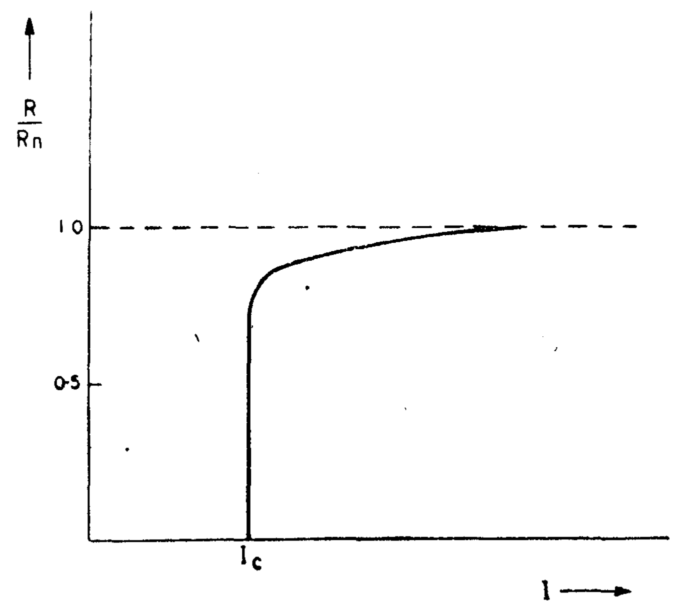
பெயர்வு வெப்பநிலைக்குத் (T_c) (transition temperature) தாழ்ந்த வெப்பநிலைகளில் பொருளின் மீக்கடத்துகைப் பண்பு அதனுடன்

தொடர்புகொண்ட காந்தப்புலத்தையும் சார்ந்திருக்கும். மீக்கடத்தியோடு தொடர்புகொண்ட காந்தப்புலம் ஒரு குறிப்பிட்ட அளவிற்கு மேலேபோனால் பொருள் தன் மீக்கடத்துகைப் பண்பை இழந்துவிடும். இந்தக் காந்தப்புலம் மாறுநிலைக் காந்தப்புலம் (critical magnetic field) எனப்படும். இந்த மாறுநிலைக் காந்தப் புலத்தின் மதிப்பு வெப்பநிலைக்கு வெப்பநிலை மாறுபடும். 0° கெல்வின் வெப்ப நிலையில் இதன் மதிப்பு H_o எனவும், $T°$ கெல்வின் வெப்ப நிலையில் H_c எனவும் கொண்டால்,

$$H_c = H_o\left(1 - \frac{T^2}{T_c^2}\right) \longrightarrow 10.4$$

இங்கே T_c என்பது மாறுநிலை வெப்பநிலை. வெப்பநிலைக்கேற்ப மாறுநிலைக் காந்தப்புலம் மாறுவதனைப் படம் 10·2 விளக்குகின்றது.

இதுகாறும் கூறியவற்றிலிருந்தே ஒரு மீக்கடத்தியின் ஊடு செலுத்தக்கூடிய மின்னோட்டத்தையும் எல்லையில்லாமல் அதிகரிக்க



படம் 10·3

I_c-ல் மின்தடை திடீரெனத் தோன்றுதல்

முடியாதென்பதனையும் அதன் மீக்கடத்துகைப் பண்பை அழிக்காமல் அதில் பாயக்கூடிய மின்னோட்டத்திற்கு ஓர் உச்ச வரம்பு

இருக்க வேண்டும் என்பதனையும் நாம் எளிதில் ஊகித்துணர முடியும். இந்த மாறுநிலை மின்னோட்டத்தை I_c எனக் குறிப்போம். மீக்கடத்தியின் ஊடு செல்லும் மின்னோட்டம் I ஆனது I_c ஐ எட்டிய உடனேயே தன் இயல்பான மின்தடையில் 80 விழுக்காடு மின்தடை திடீரெனத் தோன்றிவிடும் — சுழி மதிப்பிலிருந்து திடீரெனத் தோன்றிவிடும். மீக்கடத்தியின் மின்தடைக்கும் அதன்ஊடு செலுத்தப்படும் மின்னோட்டத்திற்கும் உள்ள தொடர்பினைப் படம் 10·3 விளக்குகின்றது.

I_c-க்கும் மேலே மின்னோட்டத்தை உயர்த்தினால் மின்தடை உயர்ந்து அதன் இயல்பான மின்தடையைப் பெறும்.

மாறுநிலை மின்னோட்டமும் (I_c), மாறுநிலைக் காந்தப்புலமும் ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பு கொண்டவையாயிருக்க வேண்டுமென சில்ஸ்பீ (Silsbee) கூறினார். ஒரு மீக்கடத்தியின் ஊடு செல்லும் மின்னோட்டத்தால் உண்டாகும் காந்தப்புலத்தின் மதிப்பு H_c ஐ எட்டுகையில் அப் பொருள் தன் மீக்கடத்துகைப் பண்பை இழக்க வேண்டுமென அவர் கூறினார். நேரான உருளை வடிவான கம்பியில் செல்லக்கூடிய மாறுநிலை மின்னோட்டத்தைப் பின்காணுமாறு கூறலாம். மாறுநிலை மின்னோட்டம் செல்லும்போது அக் கம்பியின் புறப் பரப்பில் உண்டாகும் காந்தப்புலம் மாறுநிலைக் காந்தப்புல மாக இருக்கும். எனவே, நேர் உருளைக் கம்பியின் ஆரம் a எனவும், மாறுநிலை மின்னோட்டம் I_c எனவும், மாறுநிலை மின்புலம் H_c எனவும் கொண்டால்,

$$I_c = 2\pi a\, H_c \longrightarrow 10.5$$

எனவாகும். இது சில்ஸ்பீ விதி (Silsbee's Rule) எனப்படும்.

10-4. மெயிஸ்நர் விளைவு

நீண்ட மெல்லிய கம்பி வடிவான மீக்கடத்தியானது காந்தப் புலத்தில் எவ்வாறு மீக்கடத்து தன்மையை இழக்கின்றது என மேலே கண்டோம். ஆனால், கனமான, மொத்த உருவிலுள்ள பொருள்களில் காந்தபுலத்தால் மீக்கடத்துகை அழிதல் வேறு வகையானது. இப் பிரச்சினையைப் பின்வருமாறு புரிந்து கொள்ளலாம்.

மின் காந்தப்புலக் கொள்கைப்படி ஒரு பொருள் முற்றிலும் கடத்தும் தன்மையைப் (மின்தடை சுழியாகும் நிலையை) பெற வேண்டுமானால் பின்வரும் நிபந்தனை நிறைவு பெறுதல் வேண்டும்.

அதாவது,

$$\frac{\partial B}{\partial t} = 0 \longrightarrow 10.6$$

இங்கே, B என்பது t நேரத்தில் பொருளோடு தொடர்பு கொண்டுள்ள காந்தத் தூண்டல் (magnetic induction) ஆகும்.

மேற்கண்ட நிபந்தனையிலிருந்து

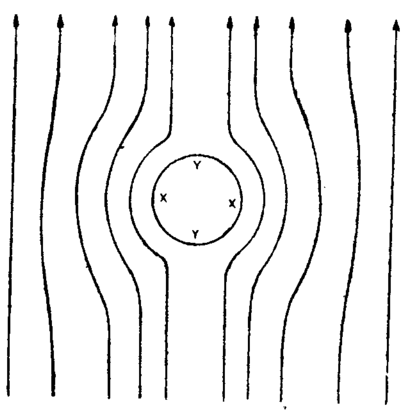
$$B = \text{ஒரு மாறிலி} \longrightarrow 10.7$$

என எளிதில் புரிந்துகொள்ளலாம்.

இந்த மாறிலியின் மதிப்பானது பொருள் இயல்பான நிலையிலிருந்து மீக்கடத்தும் நிலைக்கு வரும்போது உள்ள B-ன் மதிப்பாகும்.

இப்போது ஓர் உருளை வடிவான மீக்கடத்தி ஒன்றினை எடுத்துக் கொள்வோம். இதன் வெப்பநிலை T_c -க்குக் கீழே இருக்கட்டும். இப்போது இதன் மீது அதன் அச்சிற்குச் செங்குத்தான திசையில் ஒரு சிறிய காந்தப்புலத்தைச் செயல் படுத்துவோம்.

புலத்தைச் செயல் படுத்துவதற்கு முன்னர் மீக் கடத்தியின் உள்ளே இருந்த B-ன் ஆரம்ப மதிப்புச் சுழி யாகும். எனவே, B-ன் மதிப்பு மாறாதிருக்க வேண் டும் என்ற நிபந்தனைப்படி (மீக் கடத்துகை நிலைக்கு) நாம் ஒரு புலத்தைச் செயல் படுத்தி அதனை அதிகரிக்கும் போதும் B-ன் மதிப்புச் சுழி யாகவே இருக்கவேண்டும்.



படம் 10·4

மீக்கடத்தி உருளையின் மீது காந்தப்புலம் செயல்படும்போது காந்தப் பாயக் கோடுகள்.

இந்த நிலையில் பாயக் கோடுகள் (flux lines) எவ்வாறிருக்கும் என்பதனைப் படம் 10.4 காட்டுகின்றது.

படத்திலிருந்து X, X எனக் குறியிட்டுள்ள இடங்களில் பாயக் கோடுகள் செறிந்துள்ளன என்பதனைக் காணலாம். எனவே, மீக்கடத்தியிலிருந்து தொலைவிலுள்ள புள்ளிகளில் உள்ள காந்தப்

புலத்தைக் காட்டிலும் இப் புள்ளிகளின் அண்மையில் காந்தப்புலம் உயர்வாக இருக்கிறது. எனவே, செயல்படும் புலத்தை அதிகரித்துக்கொண்டே சென்றோமானால் வரம்பிலியில் புலம் H_c மதிப்பை எட்டுவதற்கு முன்னால் X, X புள்ளிகளில் காந்தப்புலம் H_c மதிப்பை எட்டிவிடும். உண்மையில் பார்க்கப்போனால் மிகுந்த தொலைவுகளில் மின்புலத்தின் மதிப்பு $\frac{1}{2}H_c$ ஆக இருக்கும்போது X, X புள்ளிகளில் புலம் H_c ஐ எட்டிவிடும்.

மேலும் Y, Y எனக் குறிக்கப்பட்டுள்ள இடங்களில் உள்ள காந்தப்புலம் X, X புள்ளிகளில் உள்ளதைவிடக் குறைவு என்பதும் படத்திலிருந்து (10.4) தெளிவாகும்.

எனவே, செயல்படுத்தப்பெறும் புலத்தின் மதிப்பை அதிகரித்துக்கொண்டே சென்றால் X, X புள்ளிகள் உள்ள இடங்களில் பொருள் தன் மீக்கடத்துகைப் பண்பை இழந்துவிடும் (அங்கே புலம் H_c ஆகும்போது). ஆனால், அதே நேரத்தில் Y, Y இடங்களிலுள்ள பொருள் மீக்கடத்தியாகவே செயல்படும். எனவே, பொருள் மீக்கடத்து நிலையிலுள்ள பகுதிகளாலும் சாதாரண இயல்பான பகுதிகளாலும் ஆன ஒரு சிக்கலான கலவையாகத் திகழுகின்றது. இந்த நிலை 'இடைநிலை நிலை' (intermediate state) எனப்படும்.

இப்போது புலத்தின் மதிப்பை மேலும் அதிகரிக்கச் செய்தால் இயல்பான பொருள் பகுதியின் அளவு அதிகரிக்க மீக்கடத்து நிலைப் பொருளின் அளவு குறைந்து கொண்டே செல்லும். இறுதியில் செயல்படு புலத்தின் மதிப்பு H_c-க்குச் சமமாகும் கட்டத்தில் பொருள் முழுவதும் இயல்பானதாக மாறிவிடும்.

இதற்கு மாறாக ஒரு நீண்ட உருளை வடிவான மீக்கடத்தியினை அதன் பெயர்வு வெப்பநிலைக்குக் (T_c) கீழ்ப்பட்ட வெப்பநிலையில் எடுத்துக்கொண்டு அதன் அச்சிற்கு இணையான திசையில் ஒரு காந்தப்புலத்தைச் செயல்படுத்துவோம். இப்போது பொருள் புறப்பரப்பு (surface) முழுவதிலுமே எல்லாவிடத்திலும் காந்தப்புலத்தின் மதிப்பு ஒன்றாகத்தான் இருக்கவேண்டும் என்பது தெளிவு. எனவே, செயல்படும் புலத்தின் மதிப்பு H_c-க்குக் குறைவாக இருக்குமானால் ($H<H_c$), பொருள் முழுவதுமே மீக்கடத்தியாக இருக்கும். அவ்வாறின்றி, செயல்படும் புலம் H ஆனது H_c ஐ விட அதிகமாக இருக்குமானால் பொருள் முழுவதுமே இயல்பான நிலையில் இருக்கும். எனவே, மீக்கடத்திப் பொருளின் அச்சுக்கு இணையாகக் காந்தப்புலம் செயல்படும்போது இடைநிலை நிலையே இராது.

ஒரு மீக்கடத்தியின்மீது ஒரு காந்தத் தூண்டல் (magnetic induction) B செயல்பட்டுக் கொண்டிருப்பதாகக் கொள்வோம். ஆரம்பத்தில் அதன் வெப்பநிலை, பெயர்வு வெப்பநிலைக்கு (T_c) மேலே இருப்பதாகவும் கொள்வோம். இப்போது பொருளைக் குளிரவைத்து அதன் வெப்பநிலையை T_c -க்குக் கீழே வரும்படி செய்தோமானால் பொருளில் உள்ள காந்தத் தூண்டல் அதிலிருந்து வெளியேற்றப்படுவதைக் காணலாம். மீக்கடத்தியானது தூய, திரிபில்லாத (strain free) பொருளாக இருக்குமானால் பாய வெளியேற்றம் (flux ejection) முழுமையாக இருக்கும். அவ்வாறில்லாவிடில் பாயம் முழுவதும் வெளியேற்றப்படாது சிறிது பொருளினுள்ளேயே சிறைப்படுத்தப்படும்.

மேலே விவரித்ததிலிருந்து நமக்கு ஓர் உண்மை புலனாகின்றது. தூய மீக்கடத்திப் பொருளின் வெப்பநிலை T_c -க்குக் கீழே வரும்போது அதிலுள்ள பாயம் முழுவதும் வெளியேற்றப்படுகின்றது. அதாவது, பொருளில் $B = 0$ எனவாகும். இந்த விளைவு மெயிஸ்நர் விளைவு (Meissner Effect) எனப்படும். எனவே, மின்காந்தப் புலக் கொள்கைப்படி நாம் பார்த்த நிபந்தனையாகிய

$$B = \text{ஒரு மாறிலி}$$

என்பது, இந்த மெயிஸ்நர் விளைவுப்படி

$$B = 0$$

என்றாகின்றது. மீக்கடத்துகை என்று சொன்னாலே பொருளின் மின்தடை சுழி எனவும், எனவே மின்புலம் $E = 0$ எனவும் (ஓமின் விதியிலிருந்து) உணர்ந்து கொள்ளலாம். எனவே, மீக்கடத்துகைக்கான நிபந்தனைகளைப் பின்வருபவற்றைக் கூறலாம்.

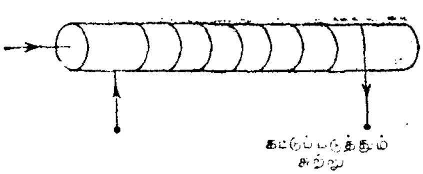
$$E = 0 \text{ (மின்தடை சுழியாவதிலிருந்து)}$$

$$B = 0 \text{ (மெயிஸ்நர் விளைவிலிருந்து)}$$

10-5. மீக்கடத்திகளின் பயன்கள்

மீக்கடத்திகளின் மின்தடை சுழியாக இருப்பதனால் மீக்கடத்து நிலையில் மீக்கடத்தி வளையத்தினூடு ஒரு மின்னோட்டத்தைத் தொடர்ந்து சுற்றிவரச் செய்யலாம் எனக் கண்டோம். இந்தப் பண்பின் காரணமாக அவற்றைக் கம்ப்யூட்டர்களின் நினைவு உறுப்புகளாகப் (memory elements) பயன்படுத்தலாம்.

ஒரு மீக்கடத்தியின் மீது H_c ஐக் காட்டிலும் உயர்ந்த காந்தப் புலத்தைச் செயல்படுத்தினால் அதன் மீக்கடத்தும் பண்பு அழிந்து, அது ஒரு மின்தடையைப் பெறும் — இயல்பான நிலையை எய்தும் எனக் கண்டோம். இப் பண்பினை வாயில் சுற்றுகளுக்குப் (gating circuits) பயன்படுத்தலாம். இத்தகைய வாயில் சுற்றுகள் பக் (Buck) என்பவரால் முதலில் வடிவமைக்கப்பட்டன. அவர் இவற்றிற்குக் கிரையோட்ரான் (cryotron) எனப் பெயரிட்டார். ஓர் எளிய கிரையோட்ரான் படம் 10·5-ல் காட்டப்பட்டுள்ளது. மீக்கடத்தியினால் செய்யப்பட்ட ஒரு கம்பியின்மீது மீக்கடத்தியினால் செய்யப்பட்ட வரிச்சுருள் (solenoid) சுற்றப் பட்டுள்ளது. கம்பியினது H_c மதிப்பு வரிச்சுருளின் H_c ஐ விட மிக மிகக் குறைவாக இருக்கும்படி மீக் கடத்துப் பொருள்கள் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டிருக்கும்.



படம் 10·5
கிரையோட்ரான்

கட்டுப்படுத்தும் சுற்றின் (வரிச்சுருள்) வழியாக ஒரு மின்னோட்டம் பாயும்போது நீளவாக்கிலிருக்கும் கம்பியினது அச்சிற்கிணையாக ஒரு காந்தப்புலம் உண்டாகும். இக் கம்பியின் H_c மதிப்பு மிக மிகக் குறைவானதாக இருக்கும்படி எடுத்துக் கொண்டுள்ளதால் வரிச்சுருளில் பாயும் சிறு மின்னோட்டத்தால் ஏற்படும் காந்தப்புலம் கம்பியின் மீக்கடத்துகையை அழித்துவிடும். எனவே, கம்பியில் செல்லும் மின்னோட்டம் தடைப்படும். இவ்வாறாக இவ்வமைப்பு ஓர் அஞ்சலாகச் (relay) செயல்படுகின்றது.

ஆனால், நடைமுறையில் பார்க்கும்போது கட்டுப்பாடு சுற்றினது நேர மாறிலி (time-constant) மதிப்பு L/R ஆனது (மேலே விவரித்த வாறு கம்பியினாலான வரிச்சுருளைப் பயன்படுத்தும்போது) மிக உயர்வாக இருக்குமானதால் இதனைக் கம்ப்யூட்டர்களில் பயன்படுத்த இயலாது. ஆனால், மென்படல நுணுக்கங்களைப் (thin film techniques) பயன்படுத்தினால் இப் பிரச்சினைக்குத் தீர்வு ஏற்படும். மென்படலங்களைப் பயன்படுத்துகையில் நேரமாறிலியின் மதிப்பு 10^{-9} நொடிகள் எனுமளவு தாழ்ந்துவிடும். எனவே, அவற்றைக் கம்ப்யூட்டர்களில் பயன்படுத்தலாம்.

11. காந்தப் பண்புகள்

11-1. தொடக்கவுரை

நம்முடைய அன்றாட வாழ்வு, வசதியும், இனிமையும் மிக்கதாக அமைவதில் பெரும்பங்கேற்கும் டைனமோக்கள், மோட்டார்கள், கணக்கு எந்திரங்கள், காசெட்டு (casette) கள், தொலைபேசி போன்ற எண்ணற்ற சாதனங்களில் காந்தப் பொருள்கள் (magnetic materials) பெருமளவில் பயன்படுகின்றன. நம்முடைய தேவைகளுக்கேற்ற வண்ணம் காந்தப் பொருள்களைத் தேர்ந்தெடுப்பதற்கும், நாம் விரும்பியவண்ணம் அவற்றின் பண்புகளை மாற்றியமைத்துக் கொள்ளுதற்கும் அவற்றின் காந்தப் பண்புகளைப் பற்றிய அடிப்படை அறிவு இன்றியமையாததாகும்.

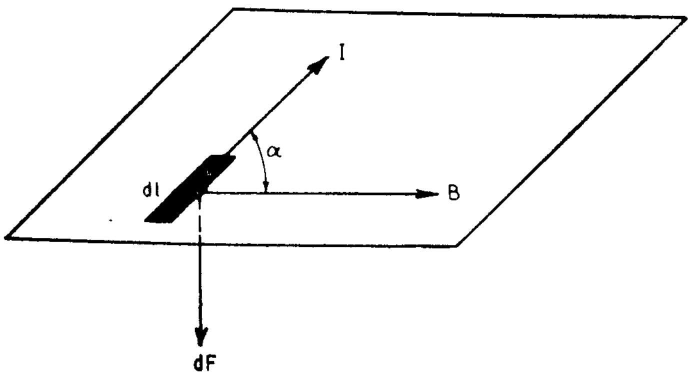
இரும்பு, கோபால்ட் (cobolt), நிக்கல், ஆகிய மூன்று மட்டிலுமே குறிப்பிடத்தக்க அளவு காந்தத் தன்மை பெற்றிருக்கின்றனவாகக் காணப்பெறும். எனவே, இவை மூன்று மட்டிலுமே காந்தப் பொருள்கள் என வழங்கப்பெறுதல் வழக்கம். ஆனால் நுணுகிப் பார்த்தோமானால் பொருள்கள் யாவுமே காந்தப் பண்புகளைப் (அளவாலும் தன்மையாலும் மாறுபட்டிருக்குமாயினும்) பெற்றிருக்கக் காணலாம். இதற்கான காரணங்கள் தாம் யாவை? இவற்றைப் பொருள்களின் காந்தப் பண்பிற்கான அடிப்படைகளை ஆய்ந்தால் உணர்ந்து கொள்ளல் ஏலும். இந்த அடிப்படைகளை அறிதலே இவ்வத்தியாயத்தின்கண் நம் நோக்காயமையும்.

11-2. காந்தப்புலக் கொள்கை அடிப்படைகள்

காந்தப்புலக் கொள்கையில் நாமறிந்துள்ள உண்மைகளில் சிலவற்றை ஈண்டு நினைவு கூர்வோம். இது நாம் பொருள்களின் காந்தப் பண்புகளை அணுக்கொள்கையின் அடிப்படையில் புரிந்து கொள்ளும் முயற்சியில் துணைசெய்யும்.

ஒரு காந்தப்புலத்தில் ஒரு புள்ளியில் உள்ள காந்தப் பாய அடர்த்தியினை (magnetic flux density) $\vec{B}$ எனும் ஒரு வெக்டாரினால் குறிப்பது வழக்கம். மின்னோட்டம் பாயும் ஒரு கம்பியின்

மீது ஒரு காந்தப்புலம் செலுத்தும் விசையின் அடிப்படையில் காந்தப் பாய அடர்த்திக்கு மீ கி நொ திட்டத்தில் ஓரலகு வரையறுக்கப்படுவது வழக்கம். I ஆம்பியர் மின்னோட்டம் பாயும் ஒரு கம்பியில் dl நீளமுடைய ஒரு சிறு பகுதியினை எடுத்துக் கொள்வோம் (படம் 11·1). இப்போது



படம் 11·1
காந்தப்புலத்தில் மின்னோட்டம் பாயும் கம்பியின் மீது விசை

மின்னோட்டத்தின் திசைக்கு α கோணத்தில் B காந்தப் பாய அடர்த்தியுள்ள ஒரு காந்தப்புலம் செயல்படட்டும். இதனால் dl பகுதியின் மீது ஒரு விசை செயல்படும். இதனை

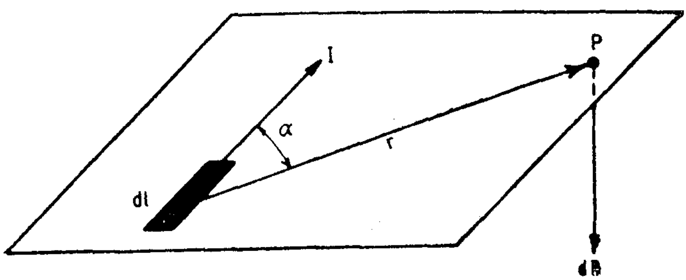
$$d\vec{F} = \vec{I} \times \vec{B}\, dl \qquad \longrightarrow \quad 11.1$$

எனக் குறிக்கலாம். இதிலிருந்து விசையின் திசையானது மின்னோட்டம், காந்தப் பாயம் ஆகிய இரண்டிற்குமே செங்குத்தாக இருக்குமென்பது தெரிகின்றது. மேலும் ஒரு வலக்கைத் திருகை I-லிருந்து B-க்காகச் சுழற்றினால் திருகின் முனை முன்னேறும் திசையில் இவ்விசை dF இருக்குமென்பதும் தெரிகின்றது. இவ்விசையின் அளவை மட்டிலும்

$$dF = I\, B\, dl \sin\alpha \qquad \longrightarrow \quad 11.2$$

என எழுதலாம். இச்சமன்பாட்டிலிருந்து B-ன் அலகு நியூட்டன் ஆம்பியர் $^{-1}$ மீ $^{-1}$ என்பது தெரிகின்றது. B-க்கு வெபர் மீ $^{-2}$ (Weber m $^{-2}$) என்னும் ஓர் அலகு உண்டு. இரண்டும் ஒன்றே.

ஒரு கம்பியின் ஊடு பாயும் மின்னோட்டத்தால் அக்கம்பியைச் சுற்றி ஒரு காந்தப்புலம் உண்டாகும் என்பது நமக்குத் தெரியும். இவ்வாறேற்படும் காந்தப் பாய அடர்த்தியினை பயட்—சவர்ட் விதி (Biot and Savart's law) யிலிருந்து பெறலாம். I ஆம்பியர் மின்னோட்டம் பாயும் ஒரு கம்பியின் dl நீளமுடைய பகுதியினை எடுத்துக் கொள்வோம். இதனால் dl லிருந்து $\vec{r}$ வெக்டார் முனையிலுள்ள P என்ற புள்ளியில் (படம் 11·2) ஏற்படும் காந்தப் பாய



படம் 11·2
மின்னோட்டத்தால் காந்தப்புலம்

அடர்த்தியினை

$$d\vec{B} = \frac{\mu_o \mu_r \, dl}{4\pi r^3} \, . \, \vec{I} \times \vec{r} \quad \longrightarrow \quad 11.3$$

என எழுதலாம்.

இங்கே μ_o என்பது வெற்றிடத்தின் காந்த உட்புகு திறன் (magnetic permeability of free space) எனப்படும். இதன் மதிப்பு $4\pi \times 10^{-7}$ ஹென்றி மீ $^{-1}$ அல்லது $4\pi \times 10^{-7}$ வெபர் மீ $^{-1}$ ஆம்பியர் $^{-1}$ ஆகும். μ_r என்பது ஊடகத்தின் ஒப்பு உட்புகுதிறன் (relative permeability). இது ஓர் எண்; வெற்றிடத்திற்கு இதன் மதிப்பு ஒன்றாகும். இதுதான் நமக்கு மிகவும் முக்கியமான ஒன்றாகும். இதனை ஊடகத்தின் அணுப் பண்புகளால் விவரிக்கப் பின்னர் முனைவோம்.

சமன்பாடு 11·3 -லிருந்து காந்தப் புலத்தின் திசையினை அறிந்து கொள்ளலாம். I, r வெக்டார்களுக்குச் செங்குத்தான திசையில் வலக் கைத்திருகு I-லிருந்து r-க்குச் சுழற்றப்படும்போது

அதன் முனை முன்னேறும் திசையில் $\vec{dB}$ அமையும். பாய அடர்த்தியின் எண் மதிப்பினைப் பின்காணுமாறு எழுதலாம்.

$$dB = \frac{\mu_o \mu_r}{4\pi r^2} I\, dl \sin \alpha \longrightarrow 11.4$$

இந்த பயட்—சவர்ட் விதியினைப் பயன்படுத்தி வரம்பற்ற நீளமுடைய ஒரு கம்பியின் ஊடே I மின்னோட்டம் பாயும்போது அதன் அச்சிலிருந்து r தூரத்திலுள்ள ஒரு புள்ளியில் ஏற்படும் காந்தப் பாய அடர்த்தி

$$B = \frac{\mu_o \mu_r I}{2\pi r} \longrightarrow 11.5$$

எனக் காட்டலாம்.

காந்தப்புலச் செறிவின் (magnetic field intensity) அலகையும், காந்தப்புலச் செறிவிற்கும் (H), காந்தப் பாய அடர்த்திக்கும் (B) உள்ள தொடர்பினையும் ஆம்பியர் விதி (Ampere's law) யிலிருந்து பெறலாம்.

ஓர் அடைத்த வளைகோட்டின் (closed curve) வழியாகக் காந்தப் புலத்தின் கோட்டுத் தொகையின் (line integral of the magnetic filed) மதிப்பு வளை கோட்டால் அடைக்கப் பெற்ற மின்னோட்டத்திற்குச் சமமாகும். எனவே, ஓர் அடைத்த கோட்டினுள்ளேயுள்ள மின்னோட்டம் $\vec{I}$ ஆனால்

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \vec{I} \longrightarrow 11.6$$

ஆகும். எனவே, காந்தப்புலத்தின் அலகு ஆம்பியர் மீ$^{-1}$ என்பது புலனாகும்.

இப்போது, வரம்பற்ற நீளமுள்ள, I ஆம்பியர் மின்னோட்டம் பாயும் ஒரு கம்பியால் அதன் அச்சிலிருந்து r தூரத்திலுள்ள ஒரு புள்ளியில் உண்டாகும் புலத்தினை ஆம்பியர் விதியைப் பயன்படுத்திக் கணக்கிடுவோம்.

கம்பியைச் சுற்றி r ஆரமுடைய ஒரு வட்டத்தை எடுத்துக் கொள்வோம். இந்த வட்டத்தின் மீதுள்ள எந்தவொரு புள்ளி

யிலும் காந்தப்புலம் H ஆனது வட்டத்தின் தொடுகோட்டுத் திசையில் இருக்கும்.

ஆம்பியர் விதிப்படி,

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I$$

ஆனால், இங்கே

$$\oint \vec{H}\, d\vec{l} = 2\pi r\, H.$$

எனவே,

$$2\pi r\, \vec{H} = \vec{I}$$

அல்லது,

$$\vec{H} = \frac{\vec{I}}{2\pi r} \longrightarrow 11.7$$

அல்லது,

$$H = \frac{I}{2\pi r} \longrightarrow 11.8$$

ஆனால், சமன்பாடு 11·5 -லிருந்து

$$\vec{B} = \frac{\mu_o \mu_r \vec{I}}{2\pi r} \longrightarrow 11.9$$

சமன்பாடுகள் 11·7, 11·9 களை ஒப்புநோக்க,

$$\vec{B} = \mu_o \mu_r \cdot \vec{H} \longrightarrow 11.10$$

அல்லது,

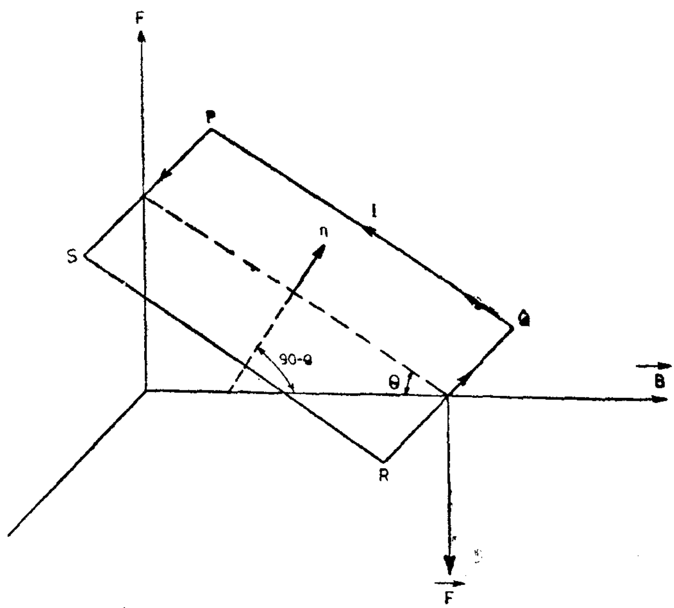
$$B = \mu_o \mu_r H \longrightarrow 11.11$$

இங்கே, நாம் $\vec{B}$, $\vec{H}$ ஆகியவை இணையான வெக்டார்கள் எனக் கொண்டுள்ளோம். இதனால் திசையொப்புப் பண்பியலானப் (isotropic) பொருள்களுக்கே மேற்கண்டவாறமையும். திசை

யொப்புப் பண்பற்ற பொருள்களுக்கு வெவ்வேறு திசைகளில் வெவ்வேறு μ_r மதிப்புகள் இருக்கும். எனவே $\vec{B}$-ம் பல்வேறு மதிப்புகளைப் பெறும். மேலும், ஃபெரோ காந்தப் பொருள்களுக்கு இச் சமன்பாடு பொருந்தாது போய்விடும்.

11·3. ஒரு மின்னோட்டக் கண்ணியின் காந்த இருமுனை திருப்பு திறன்

மின்சாரத்தில் ஒரு தனியான நேர்மின்னூட்டம் அல்லது தனித்த எதிர் மின்னூட்டம் எனக் கொள்ளலாம். ஆனால் காந்தவியலிலோ தனித்த வடமுனை அல்லது தனித்தத் தென்முனை எனக் கொள்ள முடிவதில்லை; ஒரு காந்த இருமுனையையே காண்கிறோம். இது எதனால் எனின் நாம் ஒரு காந்தப்புலமென்பது



படம் 11·3
செவ்வக மின்னோட்டக் கண்ணியின் மீது காந்தப் பாயம் செயல்படும்போது விசைகள்

மின்னூட்டங்கள் இயக்கத்தால் ஏற்படும் ஒன்று என உணர்வதாலாம். காட்டாகச் சொல்ல வேண்டுமானால் ஒரு மின்னோட்டக் கண்ணி (current loop) தொலைவில் உண்டாக்கும் காந்தப்புலம் ஒரு காந்த இருமுனை திருப்புதிறன் உண்டாக்கும் காந்தப் புலத்தை

முற்றிலும் ஒத்திருக்கும். எனவே, ஒரு மின்னோட்டக் கண்ணியும் ஒரு காந்த இருமுனையும் ஒன்றுக்கொன்று சமமென உணரலாம். இதனை ஓர் எடுத்துக் காட்டின் வாயிலாகக் காட்ட முனைவோம்:

படம் 11·3-ல் காட்டியுள்ளபடி செவ்வக வடிவான (rectangular) ஒரு கம்பியினை எடுத்துக் கொள்வோம். இதன் தளம் தாளிற்குச் செங்குத்தாக இருக்கின்றது. இக் கம்பிக் கண்ணியின் ஊடே I மின்னோட்டம் (படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு) செல்வதாகக் கொள்வோம். இப்போது B எனும் காந்தப் பாயச் செறிவு அதன் மீது செயல்படுத்தப்படட்டும். இதனால் செவ்வகக் கம்பியின் பகுதிகளின் மீது ஏற்படும் விசைகளைக் காண்போம். சமன்பாடு 11·1 ஐப் பயன்படுத்தினால், PS, QR பகுதிகளின் மீது செயல்படும் விசை

$$F = (PS)\, I\, B \longrightarrow 11.12$$

PQ, RS ஆகியவற்றின் மீது செயல்படும் விசைகள் ஒன்றையொன்று அழித்துவிடும். எனவே, கண்ணியின் மீது பாய அடர்த்தியின் காரணமாக ஓர் இரட்டைத் திருப்புதிறன் (torque) உண்டாகின்றது. இதன் மதிப்பு

$$T = I\, B\, (PS)\, (PQ) \cos\theta$$

ஆகும். கண்ணியின் பரப்பளவு A எனக்கொண்டால்

$$T = I\, B\, A \cos\theta \longrightarrow 11.13$$

ஆகும்.

செவ்வகத்திற்குச் செங்குத்தான திசையில் (மேனோக்கி) வலக் கை விதியையொட்டி ஓர் அலகு வெக்டாரை $\vec{n}$ என எடுத்துக் கொள்வோம். n, B வெக்டார்களிடைக் கோணம் $90-\theta$ ஆனதால்

$$\vec{T} = I A \vec{n} \times \vec{B} \longrightarrow 11.14$$

எனக் காட்டலாம்.

இப்போது

$$I A \vec{n} = \vec{\mu}_m \text{ அல்லது } I A = \mu_m \longrightarrow 11.15$$

என எடுத்துக் கொண்டோமானால்

$$\vec{T} = \vec{\mu}_m \times \vec{B} \longrightarrow 11.16$$

எனவாகும்.

எனவே கண்ணியில் பாயும் மின்னோட்ட அளவும் அதன் மீது செயல்படுத்தப்பெறும் காந்தப் பாயத்தின் அளவும் மாருத போது அதன் மீது உண்டாகும் இரட்டைத் திருப்புதிறன் கண்ணியின் பரப்பளவையும் அதன் திசைநிலையையும் (orientation) பொருத்துள்ளது என அறிகின்ருேம். இங்கே μ_m என்பது மின்னோட்டக் கண்ணியின் காந்த இருமுனைத் திருப்புதிறன் என வரையறுக்கப் படும். இதன் அலகு ஆம்பியர் மீ^{2} ஆகும்.

நாம் ஒரு செவ்வகக் கண்ணியை எடுத்துக் கொண்டு சமன் பாடு 11·16 ஐ வருவித்தோம். இருப்பினும் இது எல்லா வடிவக் கண்ணிகளுக்கும் பொருந்தும்.

ஒரு காந்தப் பொருளின் ஓரலகுப் பருமனிலுள்ள இருமுனை திருப்புதிறனின் மதிப்பு அதன் காந்தமாக்கச் செறிவு (intensity of magnetisation) அல்லது காந்தமாக்கம் எனப்படும். இது வழக்கமாக M எனக் குறிக்கப்படும்.

11-4. M, H, μ_r-க்கிடையேயுள்ள தொடர்பு

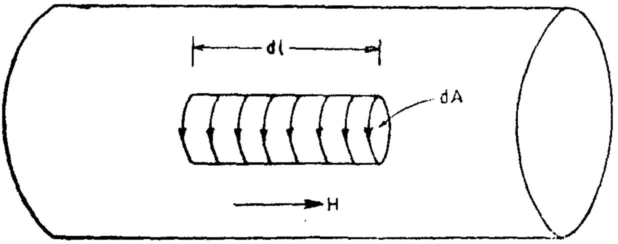
L நீளமுடையதும் மொத்தம் N சுற்றுகள் உள்ளதுமான ஒரு வரிச்சுருளை எடுத்துக் கொள்வோம். இதன் ஊடே I மின்னோட்டம் பாயட்டும். வரிச்சுருளின் உள்பகுதி முழுவதும் ஒரு திசை யொப்புப் பண்பியலான (isotropic) ஒருபடித்தான (homogeneous) பொருள் ஒன்றினுல் நிரப்பப்பட்டிருக்கட்டும். அதன் காந்த ஒப்பு ஊடுருவுத் திறன் μ_r எனக் கொள்வோம். இந்த வரிச்சுருளின் உள்ளே ஓர் ஒருபடித்தான காந்தப்புலம் உண்டாகும். இதன் மதிப்பு

$$H = \frac{NI}{L} \longrightarrow 11.17$$

என்பது நாமறிந்ததே. எனவே, வரிச்சுருளின் உள்ளே உள்ள பொருளில் காந்தப் பாய அடர்த்திச் சமன்பாடு 11·11-ன் படி

$$B = \mu_o \mu_r \frac{NI}{L} \longrightarrow 11.18$$

இப்போது காந்தப்புலத்தின் திசைக்கு இணையான திசையில் அச்சினை உடைய ஒரு சிறிய உருளையளவில் பொருளை வெட்டி எடுத்து விடுவதாகக் கொள்வோம். (படம் 11·4) இந்த



படம் 11.4
வரிச்சுருளின் காந்தப்புலத்தில் பொருள்

உருளையின் குறுக்கு வெட்டுப் பரப்பளவு dA எனவும், அதன் நீளம் dl எனவும் கொள்வோம்.

உட்குழிவின் (Caviay) உள்ளே உள்ள காந்தப் பாய அடர்த்தியானது பொருள் வெட்டியெடுக்கப்படுவதற்கு முன்னே அங்கே இருந்த காந்தப் பாய அடர்த்தியையே பெற்றிருக்க வேண்டுமானல் அதற்கு நாம் என்ன செய்ய வேண்டும்? நாம் வேண்டுவது என்னெனின்

$$B_l = B_o = \mu_o \mu_r H \longrightarrow 11.19$$

என்பதே ஆகும். இங்கே B_l என்பது உட்குழிவின் உள்ளே உள்ள பாய அடர்த்தி; B_o என்பது உட்குழிவின் வெளியே உள்ள பாய அடர்த்தி.

உட்குழிவின் உள்ளே μ_r ன் மதிப்பு 1 ஆனதால், சமன்பாடு 11·19 ஐப் பின்காணுமாறு எழுதலாம்.

$$\mu_o H_l = \mu_o \mu_r H$$

அல்லது,

$$H_l - H = (\mu_r - 1) H \longrightarrow 11.20$$

எனவே உட்குழிவின் உள்ளும் புறமும் பாய அடர்த்தி ஒரே மாதிரியாக இருக்க வேண்டுமெனில் உட்குழிவின் உள்ளே உள்ள காந்தப் புலம் H_l ஆனது வெளியில் உள்ளதைவிட அதாவது

$-H$ஐ விட, $(\mu_r - 1)\ H$ அளவு அதிகமாயிருக்க வேண்டும். இதனை அடைவதற்குப் பின்காணும் வழியினைக் கடைப்பிடிக்கலாம். உருளையினது மேற்பரப்பின் வழியாக வரிச்சுருளில் செல்லும் மின்னோட்டத்தின் திசையிலேயே படம் 11.4-ல் காட்டியுள்ளபடி ஒரு மின்னோட்டத்தைச் செய்யவேண்டும். இந்த அதிகப்படியான காந்தப் புலத்தைத் $[(\mu_r - 1)\ H]$ தோற்றுவிக்க எந்த அளவு மின்னோட்டம் தேவை? இது $(\mu_r - 1)\ H\ dl$ எனச் சமன்பாடு 11·17-ன் இயற்பியல் அடிப்படையிலிருந்து எளிதில் உணர்ந்து கொள்ளலாகும்.

இந்த அளவு மின்னோட்டம் பாயும்படி அனுமதித்தால் அது

$$\mu_m = (\mu_r - 1)\ H\ .\ dl\ dA \longrightarrow 11.21$$

எனுமளவு காந்த இரு முனை திருப்புதிறனுக்குச் சமம் என்பது தெளிவு. எனவே, பொருள் இருந்தபோது—உட்குழிவு உண்டாக்கப்படுவதன் முன்னர்—இந்த அளவு இரு முனை திருப்பு திறன் இருந்ததென்பது தெளிவாகின்றது. எனவே H மின் புலத்தில் பொருள்

$$M = \frac{\mu_m}{dl\ .\ dA} = (\mu_r - 1)\ H$$

எனும் காந்தமாக்கச் செறிவினைப் பெறுகின்றது என்பது தெளிவு.

எனவே,

$$\vec{M} = (\mu_r - 1)\ \vec{H} = \psi\ \vec{H} \longrightarrow 11.22$$

அல்லது,

$$M = (\mu_r - 1)\ H = \psi\ H \longrightarrow 11.23$$

இங்கே $\vec{M}$ என்பது ஒரு பேரளவு அளவாகும் (macroscopic quantity) ψ என்பது அணுப் பண்பைப் பொருத்த ஓரளவு. எனவே, சமன்பாடு 11·22 இரண்டினையும் இணைக்கும் பாலமாய்த் திகழ்கின்றது. இங்கே

$$\psi = (\mu_r - 1) \longrightarrow 11.23$$

என்பது காந்த ஏற்புத்திறன் (magnetic susceptibility) எனப்படும்.

சமன்பாடு 11·22-ன் இருபுறங்களையும் μ_o ஆல் பெருக்க

$$\mu_o \vec{M} = \mu_o (\mu_r - 1) \vec{H}$$

$$\mu_o \vec{M} = \mu_o \mu_r \vec{H} - \mu_o \vec{H}$$

அல்லது,

$$\mu_o \mu_r \vec{H} = \mu_o \vec{H} + \mu_o \vec{M}$$

அல்லது,

$$\vec{B} = \mu_o (\vec{H} + \vec{M}) \longrightarrow 11.24$$

அல்லது,

$$B = \mu_o (H + M) \longrightarrow 11.25$$

11-5. அணுக் காந்தத்திற்குக் காரணங்கள்

காந்தக் கட்டை ஒன்றினை எடுத்து இரு துண்டுகளாக்கினால் அவை இரண்டும் இரு காந்தங்களாகும் என்பதும், அவற்றில் ஒரு துண்டை மீண்டும் இரு கூறுக்கினால் அவ்விரு கூறுகளுமே காந்தங்களாக இருக்குமென்பதும், இச்செயலைத் தொடர்ந்தால் மூலக்கூறு அல்லது அணு அளவு வரைச் செல்ல முடியும் என்பதும் நாமறிந்ததே. இதிலிருந்து நாம் ஒரு தனி வடமுனையையோ அல்லது ஒரு தனித் தெனமுனையையோ பெறமுடியாதென்பதும் கண்கூடு. இதற்குக் காரணம் நாம் முன்னரே கூறியது போல மின்னோட்டங்களாலேயே காந்த விளைவு ஏற்படுதலே ஆகும். மேலே விவரித்ததிலிருந்து பொருளின் ஒவ்வோர் அணுவும் ஒரு காந்த இருமுனையாகச் (magnetic dipole) செயல்படுகின்றது என்று தெரிகிறது. இவ்வாறு அணுக்கள் காந்த இரு முனைகளாகத் திகழ்வதற்கான காரணங்களைப் பின் கூறுமாறு விளக்கலாம்.

அணுவின் மையத்தில் நேர்மின்னூட்டமுடைய அணுக்கரு இருக்கின்றது என்பதனையும், இதனை எதிர் மின்னூட்டமுடைய எலெக்ட்ரான்கள் வலம் வருகின்றன என்பதும் நாமறிந்த ஒன்று. வலம் வரும் எலெக்ட்ரான்களை மின்னோட்டக் கண்ணியாகக் (current loop) கருதலாம். எனவே, நாம் முன்னர்க் கண்டதுபோல (பகுதி 11·3) ஒரு மின்னோட்டக் கண்ணியானது ஒரு காந்த இரு

முனையாகச் செயல்படும். பொருள்களின் அணுக்கள் நிலையான இருமுனைகளைப் (permanent dipoles) பெற்றிருப்பதற்கு இதனை ஒரு காரணமாகக் கருதலாம்.

மேலும் அணுவினது எலெக்ட்ரான்கள் ஒரு தற்சுழற்சி இயக்கத்தினைப் (spin motion) பெற்றுள்ளன என்பதும் நாமறிந்ததே. எனவே, எலெக்ட்ரானின் இந்தத் தற்சுழற்சி இயக்கமும் ஒரு மின்னோட்டக் கண்ணியாகச் செயல்பட்டு ஒரு நிலையான காந்த இரு முனையை உருவாக்க ஏலும்.

இவையேயன்றி அணுக்கருவும் ஒரு தற்சுழற்சி இயக்கத்தினைப் பெற்றிருக்கும். இந்த அணுக்கரு தற்சுழற்சி இயக்கத்தின் (nuclear spin) காரணமாகவும் நிலையான காந்த இருமுனைகளை உருவாக்க ஏலும்.

இனி இம்மூவகைக் காரணங்களையும் தனித்தனியே காண்போம்.

11-5. அணுக்காந்தத்தில் சுற்றுப் பாதை இயக்கத்தின் பங்கு

ஓர் அணுக்கருவை வலம் வரும் ஓர் எலெக்ட்ரானை எடுத்துக் கொள்வோம். இதன் மின்னூட்டம் e. இதன் சுற்று நேரம் (period of revolution) T எனக் கொள்வோம். இந்த எலெக்ட்ரான் சுழற்சி ஒரு மின்னோட்டத்திற்குச் சமமாகும். மின்னூட்டம் பாயும் வீதமே மின்னோட்டமானதால் இந்த மின்னோட்டம்

$$I = -\frac{e}{T}$$

ω_0 என்பது எலெக்ட்ரானின் கோணத் திசைவேகம் (angular velocity) ஆனால்

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

எனவே,

$$I = -\frac{e\,\omega_0}{2\pi}$$

சுற்றுப்பாதையின் பரப்பளவு

$$A = \pi r^2$$

இங்கே r என்பது எலெக்ட்ரான் சுற்றுப் பாதையின் ஆரம்.

சமன்பாடு 11·15-ன்படி இந்த எலெக்ட்ரான் ஓட்டத்தினுல் உண்டாகும் காந்த இருமுனை திருப்புதிறன்

$$\mu_m = I A \longrightarrow 11.15$$

எனவே,

$$\mu_m = -\frac{e\,\omega_o}{2\pi} \cdot \pi r^2$$

அல்லது,

$$\mu_m = -\frac{e\,\omega_o\, r^2}{2} \longrightarrow 11.26$$

இதில் உள்ள எதிர்க்குறியானது, காந்த இருமுனை திருப்பு திறன் வெக்டார் ஆனது கோணத் திசைவேக வெக்டாருக்கு எதிர்த் திசையில் உள்ளது என்பதனை உணர்த்துகின்றது.

எலெக்ட்ரான் காந்த இருமுனை திருப்பு திறனை அதனுடைய கோண உந்த (angular momentum) மதிப்பில் அளிப்பது நன்மை பயக்கும். எனவே, N என்பது எலெக்ட்ரானது கோண உந்தமானுல்

$$N = m\,\omega_o\, r^2$$

எனவே,

$$\mu_m = -\frac{e}{2m} N \longrightarrow 11.27$$

அணு அமைப்புப் பற்றிய கொள்கைகளிலிருந்து சுற்றுப் பாதை எலெக்ட்ரானது கோண உந்தம் அதனுடைய வீதி நிலை குவான்டம் எண் (orbital quantum number) l ஆல் நிர்ணயிக்கப் படும் என்பதும், இந்த l ஆனது

$$l = 0, 1, 2, 3, 4 \ldots\ldots\ldots (n-1) \longrightarrow 11.28$$

என்ற மதிப்புகளைப் பெறக் கூடும் என்பதும் தெரியும். இங்கே n என்பது முதன்மைக் குவான்டம் எண் (principal quantum number) ஆகும். $l = 0, 1, 2, 3, 4 \ldots$ என்ற நிலைகளில் உள்ள எலெக்ட்ரான்கள் முறையே $s, p, d, f, g \ldots$ எலெக்ட்ரான்கள் எனப் பெறும். மேலும் ஒரு குறிப்பிட்ட l மதிப்புடைய எலெக்ட்ரானது கோண உந்தம்

$$N = \frac{lh}{2\pi} \longrightarrow 11.29$$

எனவே, சமன்பாடு 11·27-ல் இம் மதிப்பைப் பதிலிட

$$\mu_m = -\frac{e}{2m} \cdot \frac{lh}{2\pi}$$

அல்லது,

$$\mu_m = -\frac{e\,h\,l}{4\,\pi\,m} \longrightarrow 11.30$$

சமன்பாடு 11·30-லிருந்து ஓரணுவிலுள்ள எலெக்ட்ரான் ஆனது அதன் l மதிப்புகளைப் பொருத்து சில குறிப்பிட்ட காந்த இருமுனை திருப்புதிறன்களைத்தான் பெற முடியும் என்பது தெரிகின்றது. ஒரு s எலெக்ட்ரானுக்கு $l=0$ ஆனதால் அதன் காந்த இருமுனை திருப்புதிறன் – அதாவது இந்த எலெக்ட்ராளுல் அணு பெறும் காந்த இருமுனை திருப்பு திறன் — சுழியாகத்தான் இருக்க வேண்டும்.

மேலும், அணு அமைப்பு பற்றிய குவாண்டம் கொள்கையிலிருந்து l வெக்டாரது மதிப்பு மட்டுமன்றி அதன் திசையும் குவாண்டப்படுத்துதலுக்கு (quantisation) உள்ளாகும் என்பதும், இதற்கு இடக் குவாண்டப்படுத்துதல் (spatial quantisation) என்று பெயர் என்பதும் நாம் அறிந்ததே. இதனைச் சற்று நினைவு கூர்வோம்.

அணுக் காந்தத்தை (atomic magnet) ஒரு புறக்காந்தப் புலத்தில் (external magnetic field) (H) வைப்பதாகக் கொள்வோம். இந்தக் காந்தப் புலம் அணுக் காந்தத்தைத் தன் திசைக்குத் திருப்ப முனையும். இதனுல் புறக்காந்தப் புலத்தில் அணு காந்தத்தின் இருமுனை திருப்புதிறன் வெக்டார் என்ன திசையில் இருக்கக் கூடும் என்பதனையே இடக் குவாண்டப்படுத்துதல் வரையறுக்கின்றது. இதன்படி அணுக் காந்தத்தின் இருமுனை திருப்புதிறன் வெக்டார் எந்தத் திசையில் வேண்டுமானுலும் இருந்துவிட முடியாது. பின் எந்தத் திசைகளில் இருக்கலாம்? புறப்புலத்தின் திசையில் கோண உந்தத்தின் எறிவுகள் (projections) முழு எண்களாக இருக்கும் வகையில் அமைந்த நிலைகளையே இருமுனை திருப்புதிறன் வெக்டார் ஏற்கும். இதனுல் காந்த வீதி நிலைக் குவாண்டம் எண்கள் (magnetic orbital quantum numbers) எனப்படும் குவாண்டம் எண்கள் நமக்குக் கிடைக்கின்றன. இவை m_l எனக் குறிக்கப்பெறும். m_l பெறக் கூடிய மதிப்புகள்

$$m_l = l, (l-1) \ldots 1, 0, -1, \ldots -(l-1), -l \longrightarrow 11.31$$

ஆகும். இதிலிருந்து m_l ஆனது ஒரு குறிப்பிட்ட l மதிப்பிற்கு $(2l+1)$ மதிப்புகளைப் பெறக்கூடும் என்பது தெரிகின்றது. காட்டாக, ஒரு d எலெக்ட்ரானை எடுத்துக் கொண்டோமானால் இது பெறக்கூடிய கோண உந்தங்கள் (புறப்புலத்தின் திசையில்)

$$\frac{2h}{2\pi},\ \frac{h}{2\pi},\ 0,\ -\frac{h}{2\pi},\ -\frac{2h}{2\pi}$$

என்ற ஐந்து மதிப்புகளாம். எனவே நாம் செயல்படுத்தும் புலத்தின் திசையில் இருக்கக்கூடிய காந்த இருமுனை திருப்புதிறன் கூறுகள்

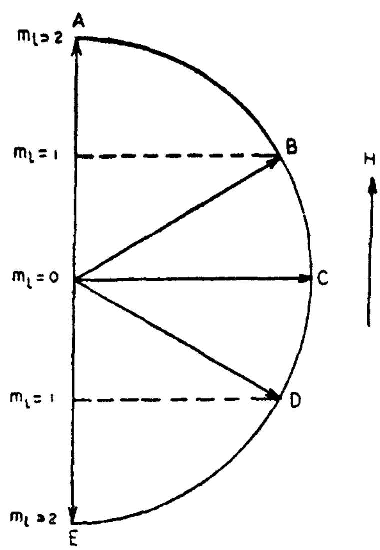
$$\frac{2\,eh}{4\pi m},\ \frac{eh}{4\pi m},\ 0,\ \frac{-\,eh}{4\pi m},\ \frac{-\,2eh}{4\pi m} \longrightarrow 11.32$$

என்பனவாகும்.

கோண உந்தக் கூறுகள் இருக்கக்கூடிய 5 நிலைகளும் படம் 11·5 ல் காட்டப் பெற்றுள்ளன.

OA, OB, OC, OD, OE ஆகியவையே d எலெக்ட்ரானது கோண உந்த வெக்டார்கள் இருக்கக் கூடிய நிலைகளாம். இந்நிலைகளில் புறப்புலத்தின் திசையில் இந்த வெக்டார்களின் கூறுகள் முறையே 2, 1, 0, —1, —2 என்பதனைப் படம் 11·5 உணர்த்தும்.

மேற்கண்ட விவாதத்திலிருந்து காந்த இருமுனை திருப்புதிறன் கூறுகள் $\frac{eh}{4\pi m}$ -ன் மடங்குகளாக இருக்கக் காண்கிறோம்.



படம் 11.5

d எலெக்ட்ரானது கோண உந்தங்கள் இருக்கக்கூடிய நிலைகள்—புறபுலத்தில்

எனவே, இதனைக் காந்த இருமுனை திருப்புதிறனின் அடிப்படை அலகாகக் கொள்ளலாம். இந்த $\frac{eh}{4\pi m}$ என்னும் அளவு போர் மாக்

னெட்டான் (Bohr magneton) எனப்படும். இது μ_B எனக் குறிக்கப்படும். இதன் மதிப்பு 9.27×10^{-24} ஆம்பியர் மீ^{2} ஆகும்.

புறப்புலத்தின் திசையில் வீதிநிலை காந்த இருமுனை திருப்பு திறனின் (orbital magnetic moment) கூறு m_l போர் மாக்னெட்டான் என்பது தெளிவு.

ஓர் அணுவிலுள்ள எல்லா எலெக்ட்ரான்களது சுற்றுப்பாதை இயக்கங்களினால் ஏற்படும் மொத்த காந்த இருமுனை திருப்பு திறனைக் காண அவற்றின் தனித்தனி மதிப்புகளை வெக்டார் அடிப்படையில் கூட்ட வேண்டும். காட்டாக, ஹைடிரஜன், ஹீலியம் போன்ற அணுக்களில் s எலெக்ட்ரான்கள்தாம் உள்ளன. எனவே, அவற்றில் l மதிப்பும் அதனால் m_l மதிப்பும் சுழியாகும். எனவே சுற்றுப்பாதை இயக்கத்தினால் இவ்வணுக்கள் காந்த இருமுனைத் திருப்புதிறன்களைப் பெறமுடியாது. இதே போன்று ஓர் அணுவில் கூடுகள் நிறைவு பெற்றிருக்குமானாலும் சுற்றுப் பாதை இயக்கத்தினால் காந்த இருமுனை திருப்புதிறன்கள் இராதென எளிதில் காட்டலாம். காட்டாக M கூட்டை (M-shell) எடுத்துக் கொள்வோம். இதற்கு

$$n = 3$$
$$l = 0, 1, 2$$

ஆகும். $l = 0$ -ன்போது இருமுனை திருப்புதிறன் சுழியாகும். $l = 1$ மதிப்பிற்கு

$$m_l = 1, 0, -1$$

என்ற மூன்று மதிப்புகள் உண்டு. எனவே, அவற்றின் இருமுனை திருப்புதிறன்கள்

$$\frac{eh}{4\pi m}, 0, -\frac{eh}{4\pi m}$$

ஆகும். இவற்றின் வெக்டார் கூட்டுத்தொகை சுழியாகும்.

எனவே $l = 1$ -ல் உள்ள மூன்று நிலைகளும் நிறைவு பெற்றிருக்குமானால் அவற்றின் நிகர இருமுனை திருப்புதிறன் சுழியாகும். அவ்வாறே $l = 2$ எனும் மதிப்பிற்கு

$$m_l = 2, 1, 0, -1, -2$$

ஆகும். எனவே இந்த நிலைகள் ஐந்தும் நிறையப் பெற்றிருக்குமானால் அவற்றின் நிகர இருமுனை திருப்புதிறன் சுழியாகும்.

எனவே, கூடுகள் நிறைவு பெற்றிருந்தால் தொகுபயன் இரு முனை திருப்புதிறன் சுழியென்பது தெளிவாகின்றது.

மேற்கூறியவற்றிலிருந்து நிறைவு பெறாத கூடுகளையுடைய அணுக்கள் சுற்றுப்பாதை இயக்கத்தினால் ஒரு தொகுபயன் இரு முனை திருப்புதிறனைப் பெற்றிருக்க வேண்டும் என்பது தெளிவாகின்றது. ஆனால் நடைமுறையில் பார்க்கும்போது நிறைவுபெறாத கூடுகளையுடைய அணுக்களின் இருமுனை திருப்புதிறனில் சுற்றுப் பாதை இயக்கத்தின் பங்கு இல்லையென்றே சொல்லலாம். இதற் குரிய காரணம் என்ன? இத் தனிமங்களில் காந்தத் திருப்பு திறன்கள் இருப்பினும் அவை உறைந்த நிலையில் (frozen) காணப் படுகின்றன. அதாவது அவை புறமின்புலத்தால் பாதிக்கப்படாத அளவில்—நகரும் திறமின்றி—உள்ளன.

11-5·2. அணுக்காந்தத்தில் எலெக்ட்ரான் தற்சுழற்சியின் பங்கு

எலெக்ட்ரான்கள் 'தற்சுழற்சி' (spin) எனப்படும் ஒன்றினாலும் ஒரு கோண உந்தத்தைப் பெற்றிருக்க வேண்டும் என்பதனைக் குவாண்டம் கொள்கையிலிருந்து அறிவோம். தற்சுழற்சி என்பது ஒரு சார்புக் கொள்கை விளைவாகும். இதனைச் சுற்றுப்பாதை இயக்கத்தைப் போன்று கருதக்கூடாது. தற்சுழற்சியானது எலெக்ட்ரானின் அடிப்படைப் பண்பாகும். தற்சுழற்சி மதிப்பு களும் அளவாலும் திசையாலும் குவாண்டப்படுத்தப் பெற்றவை யாகும். தற்சுழற்சி குவாண்டம் எண் s எனப்படும். இதன் மதிப்பு $\frac{1}{2}$ என்ற ஒன்றே ஒன்றுதான். காந்தத் தற்சுழற்சி குவாண்டம் எண் (magnetic spin quantum number) இரண்டு மதிப்புகளைப் பெறக்கூடும். அவை $+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$ என்பனவாம். தற்சுழற்சியால் ஏற்படும் எலெக்ட்ரானின் உள்ளார்ந்த கோண உந்தம்

$$\frac{sh}{2\pi} = \frac{h}{4\pi}$$

ஆகும். சுற்றுப்பாதை கோண உந்தத்தின் அடிப்படையில் சுற்றுப் பாதை காந்தத் திருப்புதிறனை விவரித்தது போல தற்சுழற்சி கோண உந்தத்தின் ($N_{\text{தற்சுழற்சி}}$) அடிப்படையில் நாம் தற்சுழற்சி காந்தத் திருப்புதிறனை விவரிக்கலாம். இதன் மதிப்பு

$$\mu_{ms} = -\frac{2e}{2m} \cdot N_{\text{தற்சுழற்சி}} \longrightarrow 11.33$$

இத் தொடர்பின் வலப்புறமானது சமன்பாடு 11·27-ன் வலப் புறத்திலிருந்து சற்று மாறுபட்டிருப்பதனை நோக்குக. இங்கே

வலப்புறத்தின் விகுதியில் 2 எனும் உறுப்பு அதிகமாயுள்ளது. இதற்குக் காரணம் தற்சுழற்சியானது முன்னமே கூறியது போன்று ஒரு சார்புக் கொள்கைப் பண்பாயிருப்பதாகும். இதனால் ஏற்படும் காந்த இருமுனை திருப்புதிறனுக்குச் சாதாரண முதுபழங் கொள்கையினைப் பயன்படுத்த முடியாது.

எனவே,

$$\mu_{ms} = -\frac{2e}{2m} \cdot \frac{h}{4\pi}$$

அல்லது,

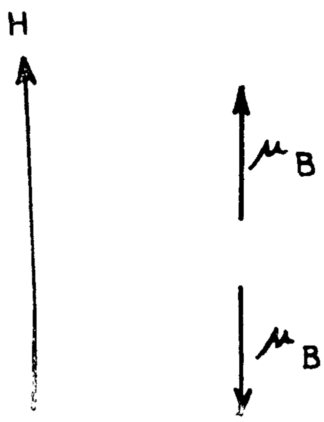
$$\mu_{ms} = -\frac{eh}{4\pi m} \longrightarrow 11.34$$

எனவே, ஒரு புறப்புலத்தில் தற்சுழற்சி இருமுனை திருப்புதிறனின் கூறுகள்

$$\frac{eh}{4\pi m} = +\ 1 \text{ போர் மாக்னெட்டான்} = +\ \mu_B$$

அல்லது,

$$-\frac{eh}{4\pi m} = -\ 1 \text{ போர் மாக்னெட்டான்} = -\ \mu_B$$



படம் 11·6
புறப்புலத்தில் தற்சுழற்சி இருமுனை திருப்புதிறன்

ஆகும். இங்கே $+\mu_B$ எனும் மதிப்பு புறப்புலத்திற்கு இணையான திசைக்கும், $-\mu_B$ எனும் மதிப்பு எதிர்த் திசைக்கும் உரித்தாம். இவையன்றி வேறு நிலைகளில் இருமுனை திருப்புதிறன்கள் அமையா. இந்தத் திசை நிலைகள் படம் 11·6-ல் காட்டப் பெற்றுள்ளன.

சுற்றுப்பாதை இருமுனை திருப்புதிறனுக்கு

$$\mu_m = -\frac{e}{2m} N$$

என்றும், தற்சுழற்சி திருப்புதிறனுக்கு

$$\mu_{ms} = -\ 2 \cdot \frac{e}{2m} \cdot N_{\text{தற்சுழற்சி}}$$

என்றும் கண்டோம். இவையிரண்டையும் பொதுவாக

$$\mu_m = - g \cdot \frac{e}{2m} \cdot N \longrightarrow 11.35$$

என்ற ஒரே சமன்பாட்டினுல் குறிக்கலாம். இங்கே 'g' என்பது நிறமாலையியல் பிரிக்கும் உறுப்பு (spectroscopic splitting factor) அல்லது லாண்டேயின் பிரிக்கும் உறுப்பு (Lande's splitting factor) எனப்படும். சுற்றுப்பாதை இயக்கத்திற்கு $g = 1$ என்பதும், தற்சுழற்சி இயக்கத்திற்கு $g = 2$ என்பதும் தெளிவு.

11-5·3. அணுக்காந்தத்தில் எலெக்ட்ரான் சுற்றுப்பாதை, தற்சுழற்சி ஆகியவற்றின் மொத்தப் பங்கு

பல எலெக்ட்ரான்களையுடைய அணு அமைப்பில் அவற்றின் மொத்தச் சுற்றுப்பாதை கோண உந்தத்தைக் கண்டு அதிலிருந்து திருப்புதிறனையும் (சமன்பாடு 11·35), அதேபோல் மொத்தத் தற்சுழற்சி கோண உந்தத்தையும் கண்டு, அதிலிருந்து திருப்பு திறனையும் கண்டு, பின் இரண்டின் தொகுபயனையும் கணக்கிடலாம்.

எல்லா எலெக்ட்ரான்களின் தொகுபயன் வீதி நிலை குவான்டம் வெக்டார் $\vec{L}$ ஆனுல்

$$\vec{L} = \Sigma \vec{l} \longrightarrow 11.36$$

ஆகும். இதேபோல

$$\vec{S} = \Sigma \vec{s} \longrightarrow 11.37$$

இவற்றிலிருந்து தனித்தனியே இருமுனை திருப்புதிறன்களைக் கணிப்பதற்குப் பதிலாக $\vec{L}$, $\vec{S}$ ஆகியவற்றின் தொகுபயனை

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} \longrightarrow 11.38$$

எனக் கணக்கிட்டுக் கொண்டால்

$$\mu_m = g\, J\, \mu_p \longrightarrow 11.39$$

என எளிதில் உணர்ந்து கொள்ளலாகும். இங்கே g-ன் மதிப்பு

$$g = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} \longrightarrow 11.40$$

ஆகும்.

இந்த வகையில் J-ன் மதிப்பையும் g-ன் மதிப்பையும் கொண்டு, ஓர் அணு அல்லது அயனியின் மொத்தக் காந்தத் திருப்புதிறனை, சமன்பாடு 11·39 ஐப் பயன்படுத்திக் கணக்கிடலாம்.

11-5·4. அணுக்காந்தத்தில் அணுக்கரு தற்சுழற்சியின் பங்கு

எலெக்ட்ரானது உள்ளார்ந்தத் தற்சுழற்சியின் காரணமாக ஒரு காந்தத் திருப்புதிறன் உண்டாவது போல அணுக்கருவின் புரோட்டான்களது உள்ளார்ந்த தற்சுழற்சிகளின் விளைவாலும் ஒரு காந்தத் திருப்புதிறன் உண்டாகும். அணுக்கருவிற்குச் சுற்றுப்பாதை இயக்கம் இல்லாததால் அணுக்கருச் சுற்றுப் பாதை காந்தத் திருப்புதிறன் கிடையாது; தற்சுழற்சித் திருப்புதிறன் மட்டிலும்தான் இருக்கமுடியும். எலெக்ட்ரான் களுக்குப் பயன்படுத்திய குவான்டம் விதிகளையே அணுக்கருத் தற்சுழற்சிக்கும் பயன்படுத்தலாம். இதனால் புரோட்டான் தற்சுழற்சி காந்தத் திருப்புதிறனை

$$\mu_{mN} = \frac{eh}{4\pi M_p} \longrightarrow 11.41$$

என எழுதலாம். இங்கே M_p என்பது புரோட்டானின் நிறை யாகும். புரோட்டானின் நிறை எலெக்ட்ரான் நிறையைக் காட்டிலும் கிட்டத்தட்ட 1840 மடங்கு ஆனதால் புரோட்டான் தற்சுழற்சித் திருப்புதிறனனது எலெக்ட்ரான் தற்சுழற்சி திருப்பு திறனில் 1840-ல் ஒரு பங்குதான் இருக்க வேண்டுமென்பது தெளிவு. எனவே பொருள்களின் காந்தப்பண்புகளைப் பார்க்கும் போது அணுக்கரு காந்தத் திறனைப் புறக்கணித்துவிடுவது வழக்கம்.

11-6. காந்தப் பொருள்களின் வகைகள்

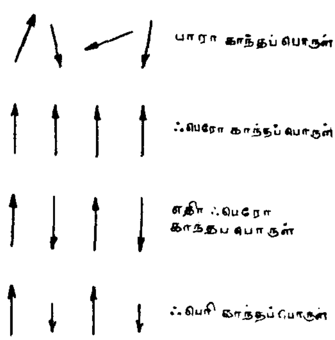
இனிப் பல்வேறு காந்தப் பொருள்கள், அவற்றின் அணு காந்த இருமுனைகளால் பெறுகின்ற முக்கியப் பண்புகளையும் அணு இரு முனைகளிடையே ஏற்படும் செயலெதிர்ச் செயல்களையும் காண முனைவோம்.

இதுகாறும் பார்த்தவற்றிலிருந்து சில பொருள்களின் அணுக் களில் நிலையான காந்த இருமுனைகள் இருக்கமுடியாதென்பதும் நிலையான காந்த இருமுனைகளையுடைய அணுக்களால் ஆன பொருள்கள் உண்டென்பதும் தெரியவருகின்றன. எனவே, காந்தப் பொருள்களைப் பொதுவாக, நிலையான காந்த இரு முனைகளையுடையவை, நிலையான காந்த இருமுனைகளற்றவை என இருவகைகளாகப் பிரிக்கலாம்.

நிலையான காந்த இருமுனைகளற்ற பொருள்கள் டையா காந்தப் பொருள்கள் (diamagnetic) எனப் பெறும்.

நிலையான காந்த இருமுனைகளையுடைய பொருள்களில் பல வகையுண்டு. அவை பாரா காந்தப் பொருள்கள் (paramagnetic), ஃபெரோ காந்தப் பொருள்கள் (ferromagnetic), எதிர் ஃபெரோ காந்தப் பொருள்கள் (antiferromagnetic), ஃபெரி காந்தப் பொருள்கள் (ferrimagnetic) எனவாகும். இருமுனைகளின் இடையே இருக்கக் கூடிய செயலெதிர்ச் செயல்களின் (interaction) தன்மையைப் பொருத்து இந்தப் பாகுபாடுகள் வகுக்கப் பெறுகின்றன.

நிலையான அணுக்காந்த இருமுனைகளிடையே செயலெதிர்ச் செயல் சுழியாகவோ அல்லது புறக்கணிக்கத்தக்க அளவு சிறிதாகவோ இருக்குமானால் அது பாரா காந்தமாகும். இருமுனைகளிடையே ஏற்படும் செயலெதிர்ச் செயலினால் இருமுனைகள் யாவும் ஒன்றுக்கொன்று இணையாக அமைய முயலுமானால் அது ஃபெரோ காந்தமாம். அடுத்தடுத்துள்ள இருமுனைகள் எதிரிணையாக (antiparallel) அமைய முயன்றால் பொருள் எதிர் ஃபெரோ காந்தமாகவோ அல்லது ஃபெரி காந்தமாகவோ அமையும். எதிரிணை அமைப்பில் காந்த விளைவு மறைந்து விடுமானால் அது எதிர் ஃபெரோ காந்தமாம்; அவ்வாறன்றி குறிப்பிடத் தக்க அளவு தொகுபயன் காந்தமாக்கச் செறிவு இருந்தால் அது ஃபெரி காந்தமாம். எனவே, ஃபெரி காந்தப் பொருள்கள் பெருமளவு காந்தமாக்கச் செறிவுடைய ஃபெரோ காந்தப் பொருள்களை ஒத்தவை–காந்தமாக்கச் செறிவைப் பொருத்த அளவில். ஆனால் இருமுனைகளது அமைப்பின் அடிப்படையில் பார்த்தால், ஃபெரி காந்தப் பொருள்கள், எதிர் ஃபெரோ காந்தப் பொருள்களை ஒத்தவை. பாரா, ஃபெரோ, எதிர் ஃபெரோ, ஃபெரி காந்தப் பொருள்களில் இருமுனைகள் எவ்வாறு அமையும் என்பதனை ஒற்றைப் பரிமாணத்தில் படம் 11·7 விளக்கிக் காட்டுகின்றது.



படம் 11·7

நிலையான இருமுனைகள் உடைய பொருள்களில் செயலெதிர்ச் செயலால் இருமுனைகள் ஏற்கும் நிலைகள்

11-7. டையா காந்தம்

ஒரு காந்தப்புலத்தில் ஒரு பொருளை வைக்கும்போது அதில் காந்தம் தூண்டப்படுமென்றும் அவ்வாறு தூண்டப்படும் காந்தமாக்கச் செறிவு தூண்டும் புலத்தோடு

$$\vec{M} = \chi \vec{H} \longrightarrow 11.42$$

என்ற தொடர்பில் பிணைக்கப்பட்டிருக்கும் என்றும் கண்டோம். இதில் χ என்பது காந்த ஏற்புத்திறன் (magnetic susceptibility) ஆகும். இது எதிர்க் குறியுடையதாக இருக்குமானால் பொருள் டையா காந்தம் எனப்பெறும். ஏனைய காந்தப் பொருள்களுக்கு காந்த ஏற்புத்திறன் நேர்க் குறியுடையது. காந்த ஏற்புத்திறன் எதிர்க் குறியுடையது என்பதே டையா காந்தத்தின் அடிப்படைப் பண்பாம். நிலையான இருமுனைகளையற்ற அணுக்களாலான பொருள்கள் டையா காந்தப் பொருள்கள் என முந்தையப் பகுதியில் கூறினோம். ஏனெனில் இவை எதிர்க் காந்த ஏற்புத்திறனை (negative susceptibility) வெளிப்படுத்துகின்றன. உண்மையில் பார்க்கப்போனால் எல்லாப் பொருள்களிலும் டையா காந்தப் பண்புண்டு. ஆனால் நிலையான இருமுனைகளையுடைய காந்தப் பொருள்களில் எதிர் காந்தமாக்கச் செறிவைவிட மிக உயர்ந்த அளவில் நேர் காந்தமாக்கச் செறிவு இருக்கும். எனவே, அவற்றின் நிகர காந்த ஏற்புத்திறன் நேர்க் குறியுடையதாகவிருக்கும். எனவே அவற்றின் டையா காந்தப் பண்பு நமக்குப் புலப்படுவதில்லை.

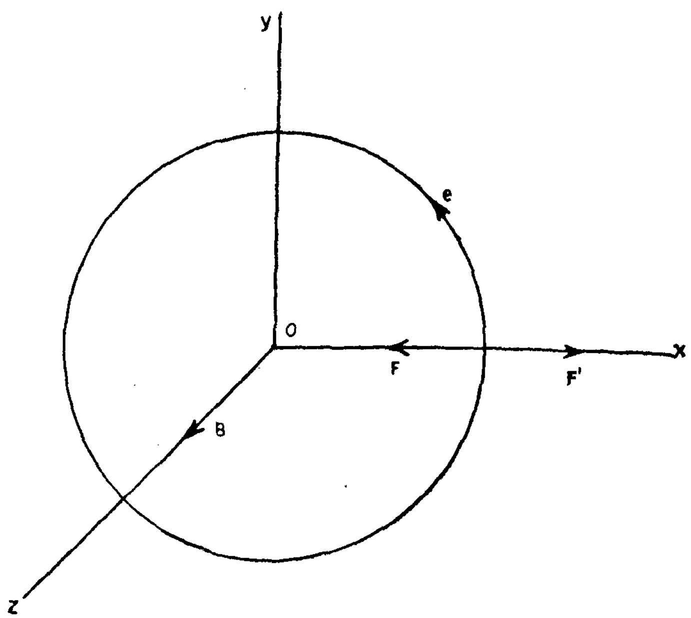
எனவே, டையாகாந்தம் எல்லாப் பொருள்களுக்கும் பொதுவான பண்பு என்பதனை உணர்கின்றோம். இனி, இந்த டையா காந்தப் பண்பு எவ்வாறு ஏற்படுகின்றது என்பதனையும், பொருள்களின் காந்த ஏற்புத்திறனுக்கு ஒரு சமன்பாட்டினையும் காண முயலுவோம்.

டையா காந்த ஏற்புத்திறன் ஏற்படுவதற்கான காரணத்தை அணுவிலுள்ள எலெக்ட்ரான்களின் இயக்கத்தின் அடிப்படையில் உணர்ந்து கொள்ளலாகும். எலெக்ட்ரான்களுக்குக் கோண உந்தமுண்டு; எலெக்ட்ரான்களின் இயக்கம் ஒரு மின்னோட்டத் திற்குச் சமம் என்று கண்டோம். எனவே இவ்வியக்கத்தால் ஒரு காந்தப்புலம் உண்டாகின்றது. இப்போது அணுவின் மீது ஒரு புறப்புலத்தைச் செயல்படுத்தும்போது அணுவோடு தொடர்பு கொண்டுள்ள (எலெக்ட்ரான் இயக்கத்தால்) காந்தப் பாயம் பாதிக்கப்படுகின்றது—பாயம் மாறுகின்றது. இவ்வாறு அணு

வோடு தொடர்பு கொண்டுள்ள காந்தப் பாயம் புறப்புலத்தால் மாற்றப்படும்போது லென்சின் விதிப்படி (Lenz's law) ஒரு மின்னோட்டம் தூண்டப்படவேண்டும். இவ்வாறு தூண்டப்படும் மின்னோட்டம் முன்னரே உள்ள எலெக்ட்ரான் ஓட்டத்திஞல் உள்ள மின்னோட்டத்திற்கு எதிர்த் திசையில் இருக்கவேண்டும். எனவே தூண்டப்பட்ட இந்த எதிர் மின்னோட்டம் ஓர் எதிர்க் காந்தத் திருப்புதிறனை உண்டாக்குகின்றது. எனவேதான் எதிர்க் காந்த ஏற்புத்திறன் கிடைக்கின்றது. இது எல்லா அணுக் களுக்கும் பொதுவானதால் டையா காந்தமும் எல்லாப் பொருள் களிலும் காணப்படவேண்டும். இனி, காந்த ஏற்புத் திறனுக்கு ஒரு சமன்பாட்டை வருவிப்போம்.

11·7.1. டையா காந்த ஏற்புத்திறன்

அணுக்கரு O ஐச் சுற்றி வட்டப் பாதையில் xy தளத்தில் வலம்வரும் ஓர் எலெக்ட்ரானை எடுத்துக் கொள்வோம். (படம் 11·8)



படம் 11·8.
xy தளத்தில் வலம்வரும் எலெக்ட்ரான் மீது காந்தப்புலம் செயல்படல்

எலெக்ட்ரானது கோணத் திசைவேகம் ω_0 எனவும், அதன் பாதையின் ஆரம் r எனவும் கொள்வோம். எலெக்ட்ரான் மீது

செயல்படும் மையம் விலக்குவிசை (centrifugal force) $m\,r\,\omega_0^2$ ஆனது எலெக்ட்ரானுக்கும் அணுக்கருவிற்கும் இடையிலுள்ள ஈர்ப்பு விசைக்குச் சமமாயிருக்கவேண்டும். எனவே, இந்த ஈர்ப்பு விசை— ஆர விசை F ஆனால்,

$$F = m\,r\,\omega_0^2 \qquad \longrightarrow \qquad 11.43$$

இப்போது, Z-அச்சுத் திசையில் B காந்தப் பாய அடர்த்தியுள்ள ஒரு காந்தப்புலத்தைச் செயல்படுத்துவோம். இதனால் ஒரு கூடுதல் விசையானது எலெக்ட்ரான் மீது செயல்படும். இந்தக் கூடுதல் விசை $F' = B\,e\,v$ என்பது நமக்குத் தெரியும். இந்த விசை F-ன் திசையிலோ அல்லது அதற்கு எதிர்த்திசையிலோ இருக்கக் கூடும். இது எலெக்ட்ரான் சுற்றும் திசையைப் பொருத்தது. இந்தப் புது விசையின் காரணமாக எலெக்ட்ரான்மீது செயல்படும் தொகுபயன் விசை $F \pm F'$ ஆகும். இவ்வாறாக, ஆரவிசை மாறு வதன் காரணமாக எலெக்ட்ரானது கோண அதிர்வெண்ணும் (angular frequency) மாறும். இந்தப் புதிய கோண அதிர் வெண்ணை ω எனக் குறித்தால் புதிய ஆர விசை $m\,r\,\omega^2$ ஆகும்.

எனவே,

$$m\,r\,\omega^2 = F \pm F'$$

அல்லது,

$$m\,r\,\omega^2 = m\,r\,\omega_0^2 \pm B\,e\,v$$

அல்லது,

$$m\,r\,(\omega^2 - \omega_0^2) = \pm B\,e\,v$$

அல்லது,

$$\omega^2 - \omega_0^2 = \pm \frac{B\,e\,r\,\omega}{m\,r}$$

அல்லது,

$$\omega - \omega_0 = \pm \frac{B\,e\,\omega}{m\,(\omega + \omega_0)}$$

$\omega - \omega_0$ என்பதனை ω_L எனவும், $\omega + \omega_0 \simeq 2\,\omega$ எனவும் பதிலிட

$$\omega_L = \pm \frac{B\,e\,\omega}{m.2\omega}$$

அல்லது,

$$\omega_L = \pm \frac{B\,e}{2m} \qquad \longrightarrow \qquad 11.44$$

இங்கே ω_L என்பது கோண அதிர்வெண் மாற்றமாகும். இது லா(ர்)மர் அதிர்வெண் (Larmor frequency) எனப்படும்.

இவ்வாறு அதிர்வெண் மாறுவதால் ஒரு புதிய மின்னோட்டம் தூண்டப்பெற்றுள்ளதெனக் கொள்ளலாம். இந்தத் தூண்டப் பெற்ற மின்னோட்டம்

$$I = -\frac{e\,\omega_L}{2\pi}$$

என்பது தெளிவு. எனவே, இதனால் தூண்டப்பெறும் கூடுதல் காந்தத் திருப்புதிறன்

$$\mu_{தூ} = -\frac{e\,\omega_L}{2\pi}\,.\,\pi r^2$$

அல்லது,

$$\mu_{தூ} = -\frac{e}{2\pi}\cdot\frac{Be}{2m}\,.\,\pi r^2$$

அல்லது,

$$\mu_{தூ} = -\frac{e^2}{4m}\,.\,r^2.\,B \longrightarrow 11.45$$

அணுவில் Z எலெக்ட்ரான்கள் இருக்குமானல் ஓர் அணுவில் தூண்டப்பெறும் மொத்த காந்த இருமுனை திருப்புதிறன்

$$\mu_{தூ} = -\frac{e^2}{4m}\,.\,B\sum_{i=1}^{Z} r_i^2 \longrightarrow 11.46$$

படம் 11·8 -லிருந்து

$$r_i^2 = x_i^2 + y_i^2 \longrightarrow 11.47$$

$\overline{\rho_i}$ என்பது எலெக்ட்ரான்கள் இருக்கக்கூடிய எல்லாச் சுற்றுப் பாதைகளின் சராசரி ஆரமானல்

$$\overline{\rho_i}^2 = \overline{x_i}^2 + \overline{y_i}^2 + \overline{z_i}^2 \longrightarrow 11.48$$

என்பது தெளிவு.

எனவே, மின்னூட்டங்கள் கோளப் பகிர்வைப் (spherical charge distribution) பெற்றிருக்குமானால்

$$\overline{x_i^2} = \overline{y_i^2} = \overline{z_i^2}$$

ஆகும். எனவே,

$$\overline{\rho_i^2} = 3\,\overline{x_i^2} \longrightarrow 11.49$$

மேலும் சமன்பாடு 11.47 -லிருந்து

$$\overline{r_i^2} = 2\,\overline{x_i^2} \longrightarrow 11.50$$

ஆகும். சமன்பாடுகள் 11·49, 11·50 ஆகியவற்றை ஒப்புநோக்க

$$\overline{r_i^2} = \frac{2}{3}\,\overline{\rho_i^2} \longrightarrow 11.51$$

இதனைச் சமன்பாடு 11·46-ல் பதிலிட

$$\mu_{\text{தூ}} = -\frac{e^2 B}{6m} \cdot \sum_{i=1}^{Z} \rho_i^2 \longrightarrow 11.52$$

அல்லது,

$$\mu_{\text{தூ}} = -\frac{e^2 \mu_o \mu_r H}{6m} \sum_{i=1}^{Z} \rho_i^2 \longrightarrow 11.53$$

திண்மத்தின் ஓரலகுப் பருமனில் N அணுக்கள் இருக்குமானால் ஓரலகுப் பருமனில் தூண்டப்பெற்ற இருமுனை திருப்புதிறன் அல்லது காந்தமாக்கம்

$$M = -\frac{e^2 N \mu_o \mu_r H}{6m} \sum_{i=1}^{Z} \rho_i^2 \longrightarrow 11.54$$

எனவே, டையா காந்த ஏற்புத்திறன்

$$\chi = \frac{M}{H} = -\frac{e^2 N \mu_o \mu_r H}{6m} \sum_{i=1}^{Z} \rho_i^2 \longrightarrow 11.55$$

இச் சமன்பாடு லாஞ்ஜ்வின் சமன்பாடு (Langevin equation) எனப்படும். இதிலிருந்து டையா காந்த ஏற்புத்திறன் எதிர்க்குறி யுடையதென்பதும், அது பொருளின்மீது செயல்படுத்தப்பெறும்

காந்தப்புலத்தைச் சாரவில்லை என்பதும் தெரிகின்றது. மேலும், பொருளின் எலெக்ட்ரான் அமைப்பானது வெப்பநிலையைச் சாராத ஒன்றானதால் டையா காந்த ஏற்புத்திறனும் வெப்பநிலை யைச் சாராததே.

டையா காந்த ஏற்புத்திறனின் மதிப்பு எந்த அளவில் இருக்குமென்பதை ஒரு சிறு கணக்கீட்டின் மூலம் காணலாம். ஓரேயோர் எலெக்ட்ரான் மட்டிலும் உள்ள ஓர் அமைப்பிற்கு இதனைக் கணக்கிடுவோம். மேலும் $m=9 \cdot 1\times 10^{-31}$ கிலோ கிராம், $\rho_i^2 = 10^{-20}$ மீ, $N \simeq 5 \times 10^{28}$ மீ$^{-3}$, $e = 1 \cdot 6 \times 10^{-19}$ கூ. எனக் கொண்டால்

$$\chi_D = -\frac{\left(1 \cdot 6\times 10^{-19}\right)^2 \times 5\times 10^{28} \times 4\pi\times 10^{-7} \times 10^{-20}}{6 \times 9 \cdot 1\times 10^{-31}} \mu$$

$\mu_r \simeq 1$ என எடுத்துக் கொண்டு χ-ன் மதிப்பைக் கணக்கிட்டால் 10^{-5} எனுமளவில் இருக்கக் காணலாம். இது சோதனை அள வீடுகளில் உண்மையே என நிறுவப் பெற்றுள்ளது. எனவே χ மிக மிகச் சிறிய அளவு என்பது தெரிகின்றது. மேலும்,

$$\chi_D = \mu_r - 1$$

ஆனதால் டையா காந்தப் பொருள்களுக்கு

$$\mu_r = \chi_D + 1 \simeq 1$$

எனவே எடுத்துக் கொள்ளலாம். சில டையா காந்தப் பொருள் களுக்கு χ_D ன் மதிப்பு அட்டவணை 11·1-ல் தரப்பட்டுள்ளன.

அட்டவணை 11·1

டையா காந்தப் பொருள்களின் காந்த ஏற்புத்திறன்கள் (அறை வெப்பநிலையில்)

பொருள்	χ_D
Al_2O_3	$-0 \cdot 5 \times 10^{-5}$
$BaCl_2$	$-2 \cdot 0 \times 10^{-5}$
$NaCl$	$-1 \cdot 2 \times 10^{-5}$
வைரம்	$-2 \cdot 1 \times 10^{-5}$
கிராஃபைட்	-12×10^{-5}
செம்பு	$-0 \cdot 9 \times 10^{-5}$
பொன்	-3.6×10^{-5}
ஜெர்மானியம்	$-0 \cdot 8 \times 10^{-5}$
சிலிகான்	$-0 \cdot 3 \times 10^{-5}$

11-8. பாரா காந்தம்

முது பழம் புள்ளியியலின் அடிப்படையில் வாயுக்களின் பாரா காந்த ஏற்புத்திறனுக்கு ஒரு சமன்பாட்டை லாஞ்ஜ்வின் வருவித்தார். வாயு அணு இருமுனைகளிடையே தூரம் அதிகமாதலால் அவற்றிடையே செயலெதிர்ச் செயலே இல்லையென்று சொல்லலாம். புறப்புலம் ஏதும் செயல்படாதபோது இந்த இருமுனைகள் எல்லாம் தம்மிச்சையாக எல்லாத் திசைகளிலும் இருக்கும். எனவே தொகுபயன் திருப்புதிறன் ஏதும் இராது. இதற்குரிய காரணம் என்னவெனில் இருமுனைகள் தொலைவில் இருக்கும்போது அவற்றிடையே இருக்கும் செயலெதிர்ச் செயல் ஆற்றல் (interaction energy) அந்த வெப்பநிலையில் அணுக்களது வெப்ப ஆற்றலை ($k\,T$) விடக் குறைவாக இருக்கும். எனவே இருமுனைகளைக் குறிப்பிட்ட திசைக்குத் திருப்ப முனையும் திசைமுகமாக்கு விளைவைவிட இதனை உருக்குலைக்க முனையும் வெப்பக் கிளர்ச்சி அதிகம்.

புறப்பலம் ஒன்று செயல்படுத்தப்பெறும்போது காந்த இருமுனைகள் புலத்தின் திசைக்கு வர முனையும். செயல்படுத்தப்பெறும் புறப்புலம் H ஆனால் அணு இருமுனையொன்றினது ஆற்றல் இப்புலத்தில் $-\mu_o\,\mu H \cos\theta$ ஆகும். இங்கே θ என்பது இருமுனைக்கும் புலத்திற்கும் இடையேயுள்ள கோணம். எனவே, வெப்பச் சமநிலையில் ஓர் இருமுனை θ கோண திசையில் இருப்பதற்கான நிகழ்திறம்

$$e^{\frac{\mu_o\,\mu\,H\cos\theta}{kT}}$$ -க்கு நேர்விகிதத்தில் இருக்கும்.

பொருளில் n_o இருமுனைகள் இருக்குமானால் θ கோணதிசையில் இருக்கக்கூடிய இருமுனைகளின் எண்ணிக்கை

$$n = n_o\, e^{\frac{\mu_o\,\mu\,H\cos\theta}{kT}} \longrightarrow 11.56$$

எனவே புலத்தின் திசையில் இருக்கக்கூடிய சராசரி காந்தத் திருப்புதிறனும் $\overline{\mu\cos\theta}$ அல்லது $\overline{\mu}$ ஐப் பின்காணுமாறு பெறலாம். புலத்தின் திசையில் எல்லா இருமுனைகளுடைய காந்தத் திருப்புதிறன், கூறுகளின் மொத்தத்தைக் கண்டு அதனை இருமுனைகளின் எண்ணிக்கையால் வகுக்கக் கிடைக்கும். எனவே

$$\overline{\mu} = \frac{\int \mu\cos\theta . dn}{\int dn} \longrightarrow 11.57$$

$$\overline{\mu} = \frac{\mu \int_0^\pi \cos\theta .\, e^{\frac{\mu_o \mu H \cos\theta}{kT}} . \sin\theta \; d\theta}{\int_0^\pi e^{\frac{\mu_o \mu H \cos\theta}{kT}} . \sin\theta \; d\theta} \longrightarrow 11.58$$

வசதிக்காக வேண்டி

$$\frac{\mu_o \mu H}{kT} = \alpha \longrightarrow 11.59$$

என எழுதினால்,

$$\overline{\mu} = \frac{\mu \int_0^\pi \cos\theta \, e^{\alpha \cos\theta} . \sin\theta \; d\theta}{\int_0^\pi e^{\alpha \cos\theta} . \sin\theta \; d\theta}$$

அல்லது,

$$\overline{\mu} = \mu \frac{d}{d\alpha} \log \int_0^\pi e^{\alpha \cos\theta} . \sin\theta \; d\theta$$

அல்லது,

$$\overline{\mu} = \mu \frac{d}{d\alpha} \log \frac{e^{\alpha} - e^{-\alpha}}{\alpha}$$

அல்லது,

$$\overline{\mu} = \mu \frac{\alpha}{e^{\alpha} - e^{-\alpha}} \left[\frac{e^{\alpha} + e^{-\alpha}}{\alpha} - \frac{e^{\alpha} - e^{-\alpha}}{\alpha^2} \right]$$

அல்லது

$$\overline{\mu} = \mu \left[\frac{e^{\alpha} + e^{-\alpha}}{e^{\alpha} - e^{-\alpha}} - \frac{1}{\alpha} \right]$$

அல்லது

$$\overline{\mu} = \mu \left[\coth \alpha - \frac{1}{\alpha} \right] \longrightarrow 11.60$$

அல்லது

$$\overline{\mu} = \mu\, L(\alpha) \longrightarrow 11.61$$

இங்கே $L(\alpha) = \left[\coth \alpha - \frac{1}{\alpha} \right]$ என்பது லாஞ்ஜ்வின் சார்பு (Langevin function) எனப்படும்.

$\mu_0 \mu H > kT$ என இருக்கும்போது, அதாவது, தாழ்ந்த வெப்பநிலைகளில் அல்லது உயர்ந்த காந்தப் புலங்களில் லாஞ்ஜ் வின் சார்பினது மதிப்பு ஒன்றை எட்ட முனையும்.

எனவே, ஓரலகு பருமன்பொருளில் N இருமுனைகள் இருக்குமானல் காந்தமாக்கச் செறிவு

$$M = N \mu \longrightarrow 11.62$$

ஆகும். இதுவே M -ன் தெவிட்டுநிலை மதிப்பாகும்.

$\mu_0 \mu H < kT$ என இருக்கும்போது, அதாவது வெப்பநிலை T உயர்வாகவோ அல்லது காந்தப்புலம் சிறிதாகவோ இருக்கும் போது லாஞ்ஜ்வின் சார்பு

$$L(\alpha) = \frac{\alpha}{3}$$

என்பது நமக்குத் தெரியும். எனவே,

$$\overline{\mu} = \mu \frac{\alpha}{3}$$

எனவே,

$$M = N \mu \frac{\alpha}{3}$$

அல்லது,

$$M = N \mu \frac{\mu_0 \mu H}{3\, kT}$$

அல்லது,

$$M = \frac{N \mu_0 \mu^2 H}{3\, kT} \longrightarrow 11.63$$

எனவே, பாரா காந்த ஏற்புத்திறன்

$$\chi_p = \frac{M}{H} = \frac{N \mu_o \mu^2}{3\, kT} \longrightarrow 11.64$$

அல்லது

$$\chi_p = \frac{C}{T} \longrightarrow 11.65$$

இங்கே $C = \frac{\mu_o \mu^2 N}{3\, k}$ என்பது ஒரு மாறிலி. இது கியூரி மாறிலி (Curie constant) எனப்படும். ஆக்சிஜனுக்குச் செய்யப்பட்ட சோதனைகள் இந்த முடிவு சரியேயென்று காட்டின.

11-8·1. கட்டற்ற எலெக்ட்ரான்களது பாரா காந்தம்

மேலே கண்ட வாஞ்ஜ்வின் கொள்கை வாயுக்களுக்கே பொருந்தும். பல்வேறு உலோகக் கடத்திகளும் பாரா காந்த வியல்புடையனவாய் இருக்கின்றன என்று கண்டறியப்பட்டுள்ளது. இதற்குரிய காரணம் உலோகத்திலுள்ள கட்டற்ற எலெக்ட்ரான் களின் (free electrons) தற்சுழற்சியே ஆகும். உலோகங்கள் பற்றிய ட்ரூட்-லாரென்ஸ் கொள்கைப்படி (Drude-Lorentz theory) உலோகத்திலுள்ள எலெக்ட்ரான்கள் வாயு மூலக்கூறுகளைப் போன்றே செயல்படுகின்றன. எனவே கட்டற்ற எலெக்ட்ரான் களின் தற்சுழற்சியால் ஏற்படும் காந்த விளைவையும் பாரா காந்த வாயுக்களுக்குப் பின்பற்றிய அதே முறையிலேயே காணலாகும். ஆனால் இரண்டிற்கும் ஒரு வேறுபாடுண்டு. பாரா காந்த வாயு மூலக் கூறுகள் எந்தத் திசையில் வேண்டுமானாலும் இருக்கலாம். ஆனால், பாரா காந்த கட்டற்ற எலெக்ட்ரான்கள் இரண்டு திசை களில் தான் இருக்க முடியும்; அதாவது, புலத்தின் திசை, அதற்கு எதிர்த்திசை. இங்கும் நாம் அடுத்துள்ள தற்சுழற்சி காந்தங்களின் செயலெதிர்ச் செயலைப் புறக்கணித்து விடலாம்.

ஒவ்வோர் எலெக்ட்ரானும் அதனுடைய தற்சுழற்சியின் விளை வாகப் பெறும் உள்ளார்ந்த காந்தத் திருப்புதிறன் ஒரு போர் மாக்னெட்டான் μ_B ஆகும். எலெக்ட்ரான் வாயுவின்மீது ஒரு காந்தப்புலத்தைச் (H) செயல்படுத்துவோம். இதனால் ஓரலகு பருமனில் உள்ள N எலெக்ட்ரான்களில் n_1 எலெக்ட்ரான்களின் தற்சுழற்சிகள் புலத்தின் திசைக்கு இணையான திசையிலும், n_2 எலெக்ட்ரான்களது தற்சுழற்சி எதிரிணையான திசையிலும் அமை வதாகக் கொள்வோம். இவ்வாறு எலெக்ட்ரான்கள் திசைமுக மாகும் விளைவு வெப்ப ஆற்றலால் ஒழுங்கைக் குலைக்கும் விளை

வினால் எதிர்க்கப்படுமாதலால் n_1, n_2 ஆகியவை போல்ட்ஸ்மன் காரணிகளுக்கு நேர் விகிதத்தில் இருக்கும்.

அதாவது,

$$n_1 = K\, e^{\frac{\mu_o \mu_B H}{kT}} \longrightarrow 11.66$$

$$n_2 = K\, e^{-\frac{\mu_o \mu_B H}{kT}} \longrightarrow 11.67$$

இங்கே K ஒரு மாறிலி.

எனவே, பொருளில் ஏற்படும் காந்தமாக்கச் செறிவு

$$M = \mu_B (n_1 - n_2)$$

அல்லது,

$$M = \mu_B K \left(e^{\frac{\mu_o \mu_B H}{kT}} - e^{-\frac{\mu_o \mu_B H}{kT}} \right) \longrightarrow 11.68$$

எனவே, ஓர் இருமுனையினது சராசரி காந்தத் திருப்புதிறன்

$$\overline{\mu} = \frac{\text{காந்தமாக்கச் செறிவு}}{\text{மொத்த இருமுனைகள்}}$$

அல்லது,

$$\overline{\mu} = \frac{M}{N}$$

அல்லது,

$$\overline{\mu} = \frac{M}{n_1 + n_2}$$

அல்லது,

$$\overline{\mu} = \frac{\mu_B K N \left(e^{\frac{\mu_o \mu_B H}{kT}} - e^{-\frac{\mu_o \mu_B H}{kT}} \right)}{K N \left(e^{\frac{\mu_B H}{kT}} + e^{-\frac{\mu_B H}{kT}} \right)}$$

அல்லது,

$$\overline{\mu} = \mu_B \tan h\left(\frac{\mu_o \mu_B H}{kT}\right) \longrightarrow 11.69$$

வெப்பநிலை எதுவாயிருப்பினும் $\mu_o \mu_B H << kT$ ஆனதால்

$$\tan h\left(\frac{\mu_o \mu_B H}{kT}\right) = \frac{\mu_o \mu_B H}{kT}$$

ஆகும். எனவே,

$$\overline{\mu} = \mu_B \frac{\mu_o \mu_B H}{kT}$$

அல்லது,

$$\overline{\mu} = \frac{\mu_o \mu_B{}^2 H}{kT}$$

எனவே,

$$M = N\overline{\mu}$$

அல்லது,

$$M = \frac{N \mu_o \mu_B{}^2 H}{kT}$$

எனவே,

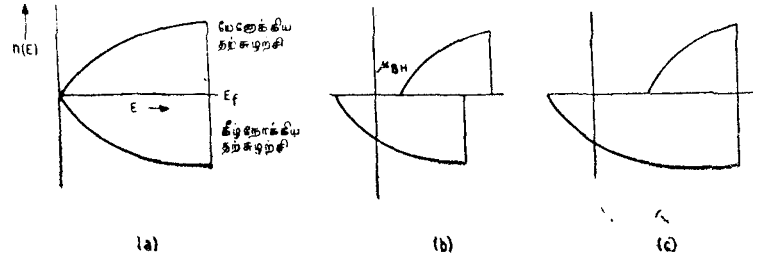
$$\chi_p = \frac{M}{H} - \frac{N \mu_o \mu_B{}^2}{kT} \longrightarrow 11.70$$

வாயுக்களின் χ_p-க்கு லாஞ்ஜ்வின் கண்ட சமன்பாட்டிற்கும் (சமன்பாடு 11·64), இதற்கும் (சமன்பாடு 11·70) உள்ள ஒரே வேறுபாடு இதில் 3 எனும் உறுப்பு இல்லாதிருப்பதே ஆகும். சமன்பாடு 11·70 ஐப் பயன்படுத்திக் கணக்கிட்ட χ_p-ன் மதிப்பு சோதனைகள் வாயிலாகக் கிடைத்த மதிப்பைக் காட்டிலும் கிட்டத்தட்ட 100 மடங்கு பெரிதாக இருக்கக் காணப்படும். மேலும் கட்டற்ற எலெக்ட்ரான்களது ஏற்புத்திறன் வெப்பநிலையைச் சாராதிருக்குமென சோதனைகளிலிருந்து தெரிகின்றது. ஆனால் சமன்பாடு 11·70 ஐ நோக்கின் χ_p ஆனது வெப்பநிலைக்கு எதிர் விகிதத்திலிருக்கின்றது. இவற்றிற்குரிய காரணம் என்னவெனின் நாம் எலெக்ட்ரான் வாயுக்கு முதுபழம் புள்ளியியலைப் பயன் படுத்தியதே ஆகும். ஃபெர்மி—டிராக் புள்ளியியலைப் (Fermi Dirac

statistics) பயன்படுத்திஞல் இப்பிரச்சினை தீரும். அதனை ஈண்டுக் காண்போம்.

11-8·2. ஃபெர்மி—டிராக் புள்ளியியல் அடிப்படையில் கட்டற்ற எலெக்ட்ரான்களது பாரா காந்த ஏற்புத்திறன்

தனிச்சுழி வெப்பநிலையில் ஓர் உலோகத்திலுள்ள எலெக்ட்ரான்களின் பகிர்வுப் படம் *11·9* (a)-ல் காட்டப் பெற்றுள்ளது.



படம் 11·9
எலெக்ட்ரான் பகிர்வு

இங்கே ஓரலகு ஆற்றல் நிலையில் உள்ள எலெக்ட்ரான்களின் அடர்த்திக்கும் [$n(E)$], ஆற்றலுக்கும் (E) இடையே படம் வரையப்பட்டுள்ளது. மேனேக்கிய தற்சுழற்சிகள், கீழ்நோக்கிய தற்சுழற்சிகள் என இரு தொகுதிகளுக்கும் வரையப்பட்டுள்ளன. புறப்புலம் ஏதும் இல்லாதபோது எலெக்ட்ரான்கள் ஃபெர்மி ஆற்றலுக்கு (E_f) க் கீழேயுள்ள எல்லா ஆற்றல் நிலைகளையும் பெறும். H எனும் புறப்புலம் ஒன்று செயல்படுத்தப்பெறும்போது H-க்கு இணையான திசையில் திருப்புதிறன்களையுடைய எலெக்ட்ரான் $-\mu_B H$ அளவு ஆற்றல் பெயர்ச்சியடையும்; H-க்கு எதிரிணையான திசையில் திருப்புதிறன்களையுடைய எலெக்ட்ரான்கள் $+\mu_B H$ அளவு ஆற்றல் பெயர்ச்சியடையும்.

பாலியின் தவிர்க்கை விதிப்படி புலத்திஞல் எல்லா எலெக்ட்ரான்களும் திரும்பிவிடாது; மேல் ஃபெர்மி பகிர்வில் kT-க்குள் உள்ள எலெக்ட்ரான்கள் மட்டுமே புலத்திஞல் திரும்பும். எலெக்ட்ரான் ஆற்றலில் ஏற்படும் சிறிய பெயர்ச்சி, படம் 11·9 (b)-ல் காட்டப்பெற்றுள்ளது. இப்போது ஃபெர்மி மட்டங்கள் ஒன்ருக இல்லை என்பதனைக் காண்க. எனவே, எதிரிணையான திசையில் தற்சுழற்சிகளையுடைய எலெக்ட்ரான்கள் பகிர்வில் உள்ள சில எலெக்ட்ரான்கள் இணையான திசையில் உள்ள தற்சுழற்சிப் பகிர்விற்குச் சென்று ஃபெர்மி மட்டங்களைச் சமமாக்கும். இது படம் 11·9 (c)-ல் காட்டப் பெற்றுள்ளது.

புறப்புலம் செயல்படுவதற்கு முன்னால் இணை, எதிரிணைத் தற்சுழற்சிகளையுடைய எலெக்ட்ரான்களின் எண்ணிக்கை சமமாக இருந்தது. ஆனால் புறப்புலம் செயல்படுத்தப் பெற்றவுடன் இணை திசையில் தற்சுழற்சியுடைய எலெக்ட்ரான்களின் எண்ணிக்கை அதிகரித்துவிட்டது. எனவே புலத்தின் திசையில் ஒரு நிகர காந்தத் திருப்புதிறன் உண்டாகின்றது. நாம் முன்னரே கூறியது

போல மொத்த எலெக்ட்ரான்களில் $\frac{T}{T_f}$ அல்லது $\frac{kT}{E_f}$ பங்கு

தான் புறப்புலத்தால் ஆற்றல் மாற்றம் பெறும். எனவே,

$$\chi_p = \frac{N \mu_o \mu_B{}^2}{kT} \cdot \frac{T}{T_f}$$

அல்லது,

$$\chi_p = \frac{N \mu_o \mu_B{}^2}{kT_f} \longrightarrow 11.71$$

இதிலிருந்து χ_p ஆனது வெப்பநிலையைச் சார்ந்திருக்கவில்லை என்பது தெரிகின்றது. மேலும் சமன்பாடு 11·71ஐப் பயன் படுத்திக் கணக்கிடப்படும் χ_p-ன் மதிப்பு 10^{-3} எனுமளவில் இருக்கும். இது சோதனைகள் வாயிலாகக் கிடைக்கும் மதிப்பினை யொட்டியதே ஆகும்.

மேலே விவரித்ததைக் காட்டிலும் திருத்திய முறைகளைக் கையாண்டால் χ_p-க்குப் பின்காணும் சமன்பாடு கிட்டும்.

$$\chi_p = \frac{3\ N \mu_o \mu_B{}^2}{2\ kT_f} \longrightarrow 11.72$$

சில பாரா காந்தப் பொருள்களின் ஏற்புத்திறன்கள் அட்டவணை 11·2 -ல் தரப்பட்டுள்ளன.

சோதனைகளில் கண்ட ஏற்புத்திறன் χ_p மதிப்புகள் χ_D மதிப்புகளை (டையா காந்த ஏற்புத் திறன்கள்) உள்ளடக்கியதாகும். ஆனால் $\chi_D \approx 10^{-5}$ எனுமளவில் இருக்குமென நாம் கண்டுள்ளதால் அது χ_B -ன் மதிப்பைக் குறிப்பிடத்தக்க அளவு பாதிக்காது.

$\mu_r - 1 = \chi_p$ அல்லது $\mu_r = \chi_p + 1$ ஆனதாலும் χ_p-ன் மதிப்பும் சிறியதாகவே இருப்பதாலும் பல்வேறு நடைமுறைக் காரியங்களுக்குப் பாரா காந்தப் பொருள்களின் μ_r மதிப்பு ஒன்றெனத் தோராயமாக எடுத்துக் கொள்வதில் தவறேதுமில்லை.

அட்டவணை 11·2

சில பாரா காந்தப் பொருள்களின் ஏற்புத்திறன்கள்—அறை வெப்ப நிலையில்

பொருள்	(χ_p)
$Cr\,Cl_3$	1.5×10^{-3}
$Cr_2\,O_2$	$1{\cdot}7 \times 10^{-3}$
$C_0\,O$	$5{\cdot}8 \times 10^{-3}$
$C_0\,SO_4 \,.\, H_2\,O$	$2{\cdot}0 \times 10^{-3}$
$Mn\,SO_4$	$3{\cdot}6 \times 10^{-3}$
$Fe_2\,O_3$	$1{\cdot}4 \times 10^{-3}$
$Fe_2\,(SO_4)_3$	$2{\cdot}2 \times 10^{-3}$
$Fe\,Cl_2$	$3{\cdot}7 \times 10^{-3}$
$Fe\,SO_4$	$2{\cdot}8 \times 10^{-3}$
$Ni\,SO_4$	$1{\cdot}2 \times 10^{-3}$

11-9. ஃபெரோ காந்தம்

பாரா காந்தப் பொருள்கள் தாழ்ந்த வெப்பநிலைகளில் அல்லது உயர்ந்த காந்தப் புலங்களில் காந்தமாக்கச் செறிவு தெவிட்டு நிலையை எய்த முனையும் என்று கண்டோம். ஆனால், இரும்பு, கோபால்ட், நிக்கல் ஆகிய பொருள்கள் சாதாரண வெப்பநிலைகளிலும் குறைந்த காந்தப் புலங்களிலும் கூட தெவிட்டு நிலையை எய்துகின்றன; அதாவது, காந்த இருமுனைகள் யாவும் புலத்தின் திசைக்கு இணையாக அமைகின்றன. மேலும் பாரா காந்தப் பொருள்களில் புறப்புலம் நீக்கப்படும்போது வெப்பக் கிளர்ச்சியின் ஆளுகையால் அதிலுள்ள காந்தமாக்கச் செறிவு சுழியாகிவிடும். ஆனால் ஃபெரோ காந்தப் பொருள்களில் புறப்புலம் நீக்கப்படும்போது கூட அதில் காந்தமாக்கம் தங்குகின்றது. எனவே பொருளில் தூண்டலற்றக் காந்தமாக்கம் (spontaneous magnetisation) நிகழ்கின்றது என எண்ணவேண்டியுள்ளது.

ஃபெரோ காந்தப் பொருள்களின் தூண்டலற்றக் காந்தமாக்கப் பண்பை விளக்குவான் வேண்டி 1907ஆம் ஆண்டில் வெயிஸ் (Wiess) என்பார் பொருளில் ஓர் உள் மூலக்கூறு புலம் (internal molecular field) இருக்கவேண்டுமெனக் கூறினார். மேலும், இந்த உள் மூலக்கூறு புலம் (H_i) பொருளின் காந்தமாக்கத்திற்கு நேர் விகிதத்திலிருக்க வேண்டும்.

அதாவது,

$$H_i \propto M$$

அல்லது,

$$H_i = \gamma M \quad \longrightarrow \quad 11.73$$

இங்கே γ என்பது வெயிஸ் மாறிலி (Weiss constant) எனப்படும்.

எனவே ஒரு புறப்பலம் செயல்படுத்தப்பெறும்போது ஃபெரோ காந்தப் பொருளின் மூலக்கூறுகள் புறப்புலத்தோடு கூட இந்த உள் மூலக்கூறு புலத்தையும் காணும். எனவே மூலக்கூறுகள் மீது செயல்படும் தொகுபயன் புலம் $H_{செயலுறு}$ என்றால்

$$H_{செயலுறு} = H + H_i$$

அல்லது,

$$H_{செயலுறு} = H + \gamma M \quad \longrightarrow \quad 11.74$$

ஆகும்.

ஃபெரோ காந்தப் பொருள்கள் மிக உயர்ந்த வெப்பநிலைகளில் பாரா காந்தப் பொருள்களைப் போன்றே செயல்படுமானதால் ஃபெரோ காந்தப் பொருளின் காந்தமாக்கத்திற்கு ஒரு சமன்பாட்டினைக் காணவேண்டின் நாம் பாரா காந்தத்திற்கான சமன்பாட்டினையே பயன்படுத்தலாம். ஆனால் H-க்குப் பதில் $H_{செயலுறு}$ ஐப் பயன்படுத்த வேண்டும். எனவே பாரா காந்த லாஞ்ஜ்வின் சமன்பாட்டைப் (சமன்பாடு 11·63) பயன்படுத்த

$$M = \frac{\mu_o \mu^2 N}{3\,kT} (H + \gamma M) \quad \longrightarrow \quad 11.75$$

$\dfrac{N \mu_o \mu^2}{3\,k} = C$, கியூரி மாறிலி ஆனதால்

$$M = \frac{C}{T} (H + \gamma M)$$

எனவே,

$$\chi = \frac{M}{H} = \frac{C}{T} + \frac{\gamma M}{H} \cdot \frac{C}{T}$$

அல்லது,

$$\chi = \frac{C}{T} + \gamma \cdot \chi \cdot \frac{C}{T}$$

அல்லது,

$$\chi \left(1 - \frac{\gamma C}{T}\right) = \frac{C}{T}$$

அல்லது,

$$\chi = \frac{C}{T} \cdot \frac{T}{T - \gamma C}$$

அல்லது,

$$\chi = \frac{C}{T - \gamma C}$$

அல்லது,

$$\chi = \frac{C}{T - \theta} \longrightarrow 11.76$$

இங்கே $\theta = \gamma C$ என்பது கியூரி வெப்பநிலை (Curie temperature) எனப்படும். இச் சமன்பாடு (11·76) கியூரி—வையிஸ் விதி (Curie Weiss law) எனப்படும்.

சமன்பாடு 11·76-லிருந்து வெப்பநிலை T ஆனது உயர்ந்த மதிப்பிலிருந்து குறைந்து கொண்டே வந்து θ ஐ எட்ட முனையு மானால் காந்த ஏற்புத்திறன் ∞ ஐ எட்ட முனையும் என்பதும், T ஆனது θ ஐ விடக் குறைவாக இருக்குமானால் இச் சமன்பாடு பொருளற்றதாகப் போய்விடும் என்பதும் தெரிகின்றது. புறப்புலம் இல்லாதபோது தூண்டலற்ற காந்தமாக்கம் ஏற்படுகின்றது என்பதே இதன் பொருளாகும்.

எனவே, கியூரி வெப்பநிலைக்குக் கீழே பொருள் ஃபெரோ காந்தமாகவும், கியூரி வெப்பநிலைக்கு மேலே இது பாரா காந்த மாகவும் செயல்படும். ஆனால் உண்மையில் பார்க்கப்போனால் இந்த ஃபெரோ காந்தத்திலிருந்து பாரா காந்தமாகும் வெப்பநிலை θ அல்ல. இந்த மாறுநிலை வெப்பநிலை θ ஐ விடச் சற்றுக் குறை வாக இருக்கும். இது ஃபெரோ காந்த கியூரி வெப்பநிலை எனப் படும். இதனை θ_f எனக் குறிப்பது வழக்கம். ஃபெரோ காந்தப் பொருள்களுக்கான பாரா காந்தக் கியூரி வெப்பநிலையும், ஃபெரோ காந்தக் கியூரி வெப்பநிலையும் அட்டவணை 11·3-ல் தரப்பட்டுள்ளன. எனவேதான் சாதாரண அறை வெப்பநிலைகளில் இப்பொருள்கள் தூண்டலற்ற காந்தமாக்கத்தைப் பெறுகின்றன; ஃபெரோ காந்தப் பொருள்களாக விளங்குகின்றன.

அட்டவணை 11·3

ஃபெரோ, பாரா காந்தக் கியூரி வெப்பநிலைகள்

பொருள்	ஃபெரோ காந்தக் கியூரி வெப்பநிலை	பாரா காந்தக் கியூரி வெப்பநிலை
இரும்பு	1043° கெ	1093° கெ
கோபால்ட்	1393° கெ	1428° கெ
நிக்கல்	631° கெ	650° கெ

11-9·1. வெயிஸ் புலம்

உள் மூலக்கூறு புலம் அல்லது வெயிஸ் புலம் (Weiss field) γH என எடுத்துக் கொண்டோம். ஃபெரோ காந்தப் பொருள்களுக்கு γ-ன் மதிப்பு 10^3 எனும் வரிசையில் இருக்கும். எனவே வெயிஸ் புலத்தின் மதிப்பு மிகமிகப் பெரிதென்பது தெரிகின்றது. பொருளினது இருமுனைகளுக்கிடையே இருக்கும் செயலெதிர்ச் செயலால்—அதாவது, முதுபழம் கொள்கையைப் பயன்படுத்தி—ஏற்படும் என்று கூற முடியாது. ஏனெனில் முதுபழம் செயலெதிர்ச் செயலால் கிடைக்கக் கூடிய உள்புலம் மிகமிகக் குறைவாக இருக்கும். எனவே, இதனை விளக்க அலை எந்திரவியல் கொள்கையினையே பயன்படுத்த வேண்டும்.

ஐன்ஸ்டைன் டே ஹாஸ் (Einsten de Hass), பார்னெட் (Barnett) ஆகியோர் நடத்திய ஜைரோகாந்தச் சோதனைகளிலிருந்து ஃபெரோ காந்தப் பொருள்களில் ஏற்படும் காந்தமாக்கத்திற்குத் தற்சுழற்சி திருப்புதிறன்களே காரணமென நிறுவப்பட்டுள்ளது. 1928 ஆம் ஆண்டில் ஹைஸன்பர்க் (Heisenberg) என்பார் இந்த எலெக்ட்ரான் தற்சுழற்சிகளுக்கிடையே இருக்கக் கூடிய பரிமாற்றச் செயலெதிர்ச்செயல் (exchange interaction) என்ற ஒன்றினால் விளக்கலாமெனக் காட்டினார். பல்வேறு குவாண்டம் நிலைகளிலுள்ள எலெக்ட்ரான்களுக்கிடையே உள்ள பரிமாற்றச் செயலெதிர்ச் செயலால் அவற்றின் தற்சுழற்சிகள் இணையாக இருக்கும் போது அவற்றில் ஆற்றல் குறையும் எனக் காட்டலாம். எனவே, இரண்டு அணுக்கள் ஒன்றையொன்று நெருங்கும்போது ஒவ்வோர் அணுவிலுள்ள சோடியாகாத எலெக்ட்ரான்களது (unpaired electrons) தற்சுழற்சிகள் இணையான திசைநிலைகளை எய்தும்.

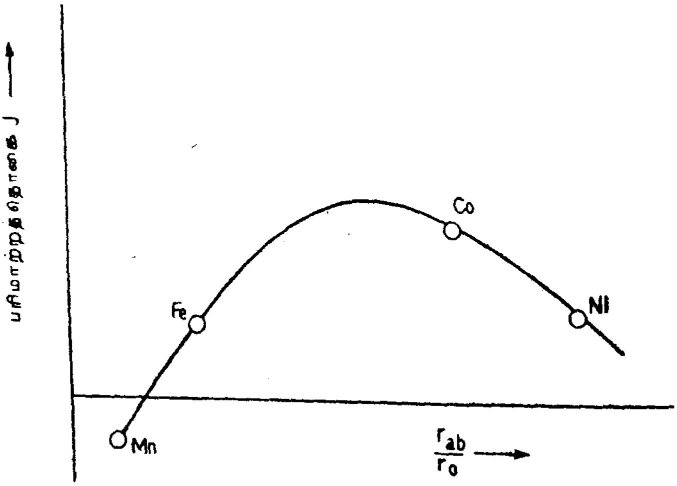
பரிமாற்றச் செயலெதிர்ச்செயல் முழுக்க முழுக்க ஒரு குவாண்டம் எந்திரவியல் விளைவாகும். எனவே மேற்கண்ட சூழல்

களில் எலெக்ட்ரான்களிடையே ஏற்படும் செயலெதிர்ச் செய லாற்றலைக் குவாண்டம் எந்திரவியல் அடிப்படையில் பின்காணு மாறு வருவிக்கலாம்.

$$V_{ij} = -k\,J\,\vec{S}_i\,\vec{S}_j \qquad \longrightarrow \quad 11.77$$

இங்கே k என்பது ஒரு மாறிலி, J என்பது பரிமாற்றத் தொகை (exchange integral), S_i, S_j ஆகியவை, i ஆவது, j ஆவது நிலைகளில் உள்ள தற்சுழற்சிக் கோண உந்தம், V_{ij} என்பது இதற்கியைந்த செயலெதிர்ச் செயலாற்றலாகும்.

பொதுவாக, பரிமாற்றத் தொகை எதிர்க் குறியுடையதாக இருக்கும். இதன் மதிப்பு அணுக்களிடைத் தூரத்தைப் பொருத்த ஒரு சார்பு ஆகும். J-க்கும் அணு இடைத் தூரத்திற்கும் இடையே யுள்ள தொடர்பைப் படம் 11·10 காட்டுகின்றது.



படம் 11·10

$J - \frac{r_{ab}}{r_o}$ கோடு.

இங்கே r_{ab} என்பது அணு இடைத்தூரம். r_o என்பது 3d வீதிநிலை ஆரம் (3d orbital radius). படத்திலிருந்து சில பொருள் களுக்கு J-ன் மதிப்பு நேர்க்குறியுடையதாக இருக்கக் கூடுமென்பது தெரிகின்றது. $\frac{r_{ab}}{r_o}$-ன் மதிப்பு 3-க்கு மேற்பட்டிருக்குமானால்

J-ன் மதிப்பு நேர்க்குறியுடையதாய் அமையும். சில பொருள்களுக்கு $\frac{r_{ab}}{r_o}$-ன் மதிப்புகள் அட்டவணை 11·4-ல் தரப்பட்டுள்ளன.

அட்டவணை 11·4

$\frac{r_{ab}}{r_o}$ மதிப்புகள்

பொருள்	$\frac{r_{ab}}{r_o}$
Fe	3·26
Co	3·64
Ni	3·94
Cr	2·60
Mn	2·94
Gd	3·10

J மதிப்பு நேர்க்குறியுடையதாக இருக்கும்போது பரிமாற்ற ஆற்றல் (சமன்பாடு 11·77) எதிர்க்குறியுடையதாக அமையும்; ஆற்றல் சிறுமமாகும். எனவே இப்பொருள்களின் அணுக்களில் தற்சுழற்சிகள் இணை அமைப்பைப் பெறும். எனவே இவ்வணுக்கள் ஃபெரோ காந்தப் பண்புகளை வெளிப்படுத்துகின்றன.

இதிலிருந்து இரும்பு, கோபால்ட், நிக்கல், கடோலினியம் ஆகியவற்றின் $\frac{r_{ab}}{r_o}$ மதிப்புகள் 3-க்கு மேலிருப்பதாலும், அதனால் J மதிப்புகள் நேர்க்குறியுடையனவாக இருப்பதாலும் அவை ஃபெரோ காந்தப் பொருள்களாயமைகின்றன.

$\frac{r_{ab}}{r_o}$-ன் மதிப்பு 3-க்குக் குறைவாக இருப்பதாகவும் சோடியாக்கப் பெறாத தற்சுழற்சிகளையுடையதுமான ஒரு தனிமத்தை வேறொரு ஃபெரோ காந்தமல்லாத தனிமத்துடன் சேர்த்துத் தயாரிக்கும் சேர்மத்தின் $\frac{r_{ab}}{r_o}$ மதிப்பு 3-க்கு மேல் இருக்குமானால் அச்சேர்மம் ஃபெரோ காந்தமாக விளங்கும். இது திண்மநிலை இயற்பியலின் அறிவினால் ஏற்படும் வெற்றியாம். நடைமுறையில் Mn—As, Cu—Mn, Mn—Sb போன்ற கலப்பு உலோகங்கள் இவ்வாறு உருவாக்கப்பட்டுள்ளன.

11-9·2. ஃபெரோ காந்தப் பெருங்கூறுகள்

ஃபெரோ காந்தப் பொருள்களில் தூண்டலற்ற காந்த மாக்கத்தை விளக்க வெயிஸ் உள் மூலக்கூறு புலம் என்ற ஒன்றினை அறிமுகப்படுத்தினர் எனவும், இந்த உள் மூலக்கூறு புலம் உண்டா வதற்கான காரணத்தைப் பரிமாற்றச் செயலெதிர்ச் செயல் அடிப் படையில் விளக்கினர் என்றும் கண்டோம். ஆனால் இவற்றைக் கொண்டு மட்டிலும் காந்தத் தயக்கம் (hysteresis) எனும் பண்பை விளக்க முடியாது. இதனை வெயிஸே முன் மொழிந்த ஃபெரோ காந்தப் பெருங்கூறுகள் (ferromagnetic domains) என்பதனைக் கொண்டு விளக்கலாம். பெருங்கூறு என்பது ஃபெரோ காந்தப் பொருளின் சிறுபகுதியாம். இது கியூரி நிலைக்கு மிகத் தாழ்ந்த வெப்ப நிலையிலே தூண்டலற்ற காந்தமாக்கம் பெற்றிருக்கும். அதாவது, இதிலுள்ள அணு இருமுனைத் திருப்புதிறன்கள் எல்லாம் ஒன்றுக்கொன்று இணையாக இருக்கும். ஒவ்வொரு கூறும் சாதாரணமாகக் காந்தமாக்கம் பெற்றிருந்தாலும் பொருள் முழுவதற்குமான காந்தமாக்கம் சாதாரணமாகச் சுழியாயிருக்கும். இது ஏனெனில் பொருள் முழுவதற்குமான மொத்தக் காந்த மாக்கம் பெருங்கூறுகளின் காந்தமாக்க வெக்டார்களின் தொகு பயன் வெக்டாராகும். சாதாரணமாகப் பொருளிலுள்ள பெருங் கூறுகளின் காந்தமாக்கம் எதேச்சையாகப் பல்வேறு திசைகளிலும் இருக்கும். ஆதலால் தொகுபயன் காந்தமாக்க வெக்டார் சுழி யாகும். புறப்புலத்தில் இவை எவ்வாறு செயல்படுகின்றன என்பதனைக் காந்தத் தயக்கத்தை விளக்கும்போது பார்ப்போம்.

இப்போது நமக்கு ஓர் ஐயம் சாதாரணமாகத் தோன்றக் கூடும். பெருங்கூறுகள் தூண்டலற்ற காந்தமாக்கம் பெற்றுள்ளன. இப்பெருங்கூறுகள் சிறியனவாகவுள்ளன. பல பெருங்கூறுகள் பொருளில் உள்ளன. இவற்றில் காந்தமாக்கங்கள் பல்வேறு திசைகளில் உள்ளதால் தொகுபயன் காந்தமாக்கம் சுழியாகும். இவற்றை மேலே கண்டோம். ஆனால், பெருங்கூறுகள் ஏன் சிறியனவாய் இருக்கவேண்டும்? படிகம் முழுவதும் ஒருதனிப் பெருங்கூருக அமைதல் கூடாதா? ஏன் அவ்வாறு ஏற்படுவதில்லை? இவற்றை அறிந்து கொள்ள நாம் பெருங்கூறுகளில் உள்ள பல்வேறு வகையான ஆற்றல்களைத் தெரிந்துகொள்ள வேண்டும். பெருங் கூறின் ஆற்றல் பின்வரும் ஆற்றல்களால் ஆனதாம்:

1. காந்த நிலையியல் ஆற்றல் (magnetostatic energy) அல்லது காந்தப்புல ஆற்றல் அல்லது பரிமாற்ற ஆற்றல்.

2. படிக ஆற்றல் அல்லது திசையொவ்வாப் பண்பாற்றல் (anisotropy energy).

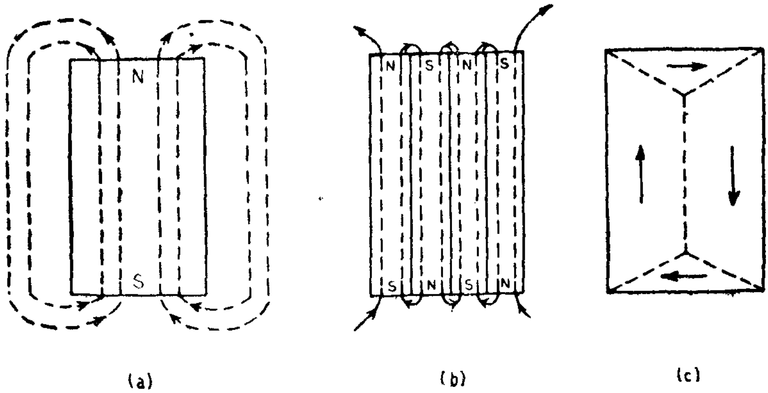
3. பெருங்கூறுச் சுவர் ஆற்றல் (domain wall energy) அல்லது ப்ளாக் சுவர் ஆற்றல் (block wall energy).

4. காந்தப் பரிமாண மாற்ற ஆற்றல் (magnetostriction energy).

பெருங்கூறினது இயலமைப்பானது இந்த ஆற்றல்கள் சிறும மதிப்புப் பெறுவதனைப் பொருத்தமையும். இப்போது இந்த ஆற்றல்கள் குறித்துக் காண்போம்.

11-9·3. காந்த நிலையியல் ஆற்றல்

அடுத்தடுத்துள்ள இருமுனைகளை ஒன்றுக்கொன்று இணையாக இருக்குமாறு செய்யும் செயலெதிர்ச் செயலாற்றல் பரிமாற்ற ஆற்றல் அல்லது காந்தப்புல ஆற்றல் எனப்படும். ஒரு படிகத்திலுள்ள எல்லா இருமுனைகளும் ஒன்றுக்கொன்று இணையாக இருக்குமாறு, அதாவது, படிகம் முழுதும் ஒரு தனிப் பெருங்கூறு இருக்குமாறு அமையும் நிலையை எடுத்துக் கொள்வோம். இது படம் *11·11*(a)-ல் காட்டப்பட்டுள்ளது.



படம் 11·11.
பெருங்கூறுகள்.

இதில் பெருங்கூறுகளின் முனைப் பகுதிகளில் கட்டற்றக் காந்த முனைகள் (free magnetic poles) இருப்பதனைக் காணலாம். இந்தக் கட்டற்றக் காந்த முனைகளால் வெளியே ஏற்படும் புலத்தினது ஆற்றலை

$$E = \frac{\mu_o}{2} \int H^2 \, dv \longrightarrow 11.78$$

என எழுதலாம். அணு காந்தங்களை ஒன்றுக்கொன்று இணையாக இருக்கும்படி, அதாவது, பொருள் முழுவதையும் ஒரு தனிப்

பெருங்கூறாக ஆக்குவதற்குத் தேவையான ஆற்றலே இதுவாகும். இது பொருளின் புறத்தே ஏற்படும் புலத்தில் நிலையாற்றலாகச் சேகரிக்கப்படும்.

படம் 11·11(b)-ல் இந்த ஒரு தனிப் பெருங்கூறு நான்கு பெருங்கூறுகளாகப் பிரிந்திருக்கக்கூடிய நிலை காட்டப்பட்டுள்ளது. இதில் புலத்தின் இடப்பகிர்வு (spatial distribution) குறிப்பிடத் தக்க அளவு குறைந்துள்ளதையும் அதனால் காந்தப்புல ஆற்றல் குறைவதனையும் நோக்குக. படம் 11·11(c)-ல் காட்டியுள்ள நிலையில் பெருங்கூறுகள் எல்லாம் மூடிய பாதைகளில் (closed paths) அமைந்துள்ளதனைக் காண்க. இது பெருங்கூறு மூடல் கோலம் (domain closure configuration) எனப்படும். இதில் காந்தப்புல ஆற்றல் சுழியாகின்றது.

மேற்கண்டவற்றிலிருந்து ஒரு பொருள் N பெருங்கூறுகளால் ஆகியிருக்குமானால் அது ஒரு தனிப்பெருங்கூறாக இருந்தபோது பெற்றிருந்த ஆற்றலில் $\frac{1}{N}$ பங்கு ஆற்றலைப் பெறும் என்பதனை உணர்ந்து கொள்ளலாகும். எனவே, பெருங்கூறுகளின் அளவுகள் சிறியனவாக ஆக ஆக, காந்தப்புல ஆற்றலும் குறையும். எனவே, மிகமிகச் சிறிய பெருங்கூறுகளையுடைய கோலமே சிறந்தது எனப் புலனாகும். ஆனால் நடைமுறையில் இவ்வாறு ஏற்படுவதில்லை. ஏனெனில் காந்தப்புல ஆற்றல் தவிர்த்து ஏனைய ஆற்றல்களும் உள்ளன. காந்தப்புல ஆற்றலைக் குறைக்கும் முயற்சியில் மற்ற ஆற்றல்களைப் பெருக்கிவிடக் கூடும். எனவே இதற்கொரு வரம்புண்டு.

11-9·4. திசையொவ்வாப் பண்பாற்றல்

ஃபெரோ காந்தப் பொருள்கள் சில திசைகளில் எளிதாகக் காந்தமாக்கம் பெறும்; சில திசைகளில் காந்தமாக்கல் நடைபெறுவது கடினம். இந்தக் கடின திசைகளில் காந்தமாக்கலுக்கு எளிய திசையில் தேவைப்படுவதைவிட உயர்ந்த புலங்கள் வேண்டும். காட்டாக *B C C* இரும்பில் *(100)* திசை எளிய திசையாகும்; நடுத்தர திசை *(110)*; கடின திசை *(111)*. நிக்கலில் எளிய திசை *(111)*; நடுத்தர திசை *(110)*; கடின திசை *(100)*. கோபால்ட்டில் அறுகோண அச்சு ஒன்று மட்டிலுமே எளிய திசையாகும். ஏனைய திசைகள் யாவும் கடின திசைகளாக இருக்கும்.

கடின திசையில் காந்தமாக்கலுக்கு உயர்ந்த புலங்கள் தேவையென்றோம். எனவே கடின திசையில் காந்தமாக்க எளிய

திசையில் காந்தமாக்கலுக்குத் தேவையானதைவிட அதிக ஆற்றல் தேவை என்பது தெளிவு. இந்த இரு ஆற்றல்களுக்கும் உள்ள வேறு பாடே படிக திசையொவ்வாப் பண்பாற்றல் எனப்படும். இரும்பு, கோபால்ட், நிக்கல் ஆகியவற்றைக் கடின திசைகளில் காந்த மாக்க மிகமிக உயர்ந்த ஆற்றல்கள் தேவை. எனவே பெருங் கூறுகள் அமைப்பில் இதனையும் நாம் கவனத்தில் கொள்ள வேண்டும்.

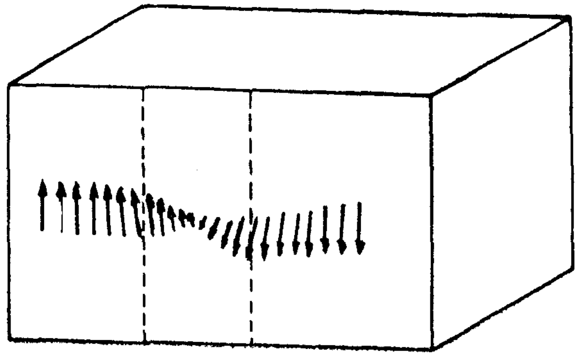
படிக ஆற்றல் இருத்தலுக்கான அடிப்படைக் காரணங்கள் இதுகாறும் திட்டவட்டமாகக் கண்டறியப்படவில்லை.

11-9·5. ப்ளாக் சுவர் ஆற்றல்

அடுத்தடுத்துள்ள இரண்டு பெருங்கூறுகளில் தற்சுழற்சித் திருப்புதிறன்கள் வெவ்வேறு திசைகளில் இருக்குமென்பது தெரியும். எனவே இரு பெருங்கூறுகளுக்கிடையே ஓர் எல்லைப் பரப்பை உண்டாக்க வேண்டுமானால் இதற்கொரு ஆற்றல் தேவை. புறப்பரப்பு இழுவிசை (surface tension) காரணமாகத் திரவங்களில் இருக்கும் புறப்பரப்பு ஆற்றலைப் போன்றதாகும் இது. அடுத்தடுத்துள்ள பெருங்கூறுகளுக்கிடையே இருக்கும் எல்லைப்பரப்பு பெருங்கூறுச் சுவர் எனப்படும். இதனைப் ப்ளாக் சுவர் (block wall) எனவும் கூறுவதுண்டு. இச்சுவரை உண்டாக்கப் பயன்படும் ஆற்றல் பெருங்கூறுச் சுவர் ஆற்றல் அல்லது ப்ளாக் சுவர் ஆற்றல் எனப்படும்.

பெருங்கூறுகளிடையே சுவர் உண்டாகும்போது அடுத்தடுத்து வெவ்வேறு திசைகளில் உள்ள தற்சுழற்சிகளை இணையாக்க முயலும் பரிமாற்றச் செயலெதிர்ச் செயலுக்கெதிராக வேலை செய்ய வேண்டும். இதற்கான ஆற்றல் E_1 எனக் கொள்வோம். மேலும் சில தற்சுழற்சிகள் கடின திசைகளில் இருக்கலாம். எனவே இதற்குப் படிக ஆற்றல் தேவை. இதனை E_2 எனக் கொள்வோம். E_1 ஆனது சிறியதாக இருக்குமானால் தற்சுழற்சிகளின் திசை மெதுவாகத்தான் மாற முனையும். எனவே, அந்நிலைகளில் ப்ளாக் சுவர் கனமானதாக இருக்கும்; ஆனால் E_2 ஆனது சிறிய தாக இருக்குமானால் தற்சுழற்சிகள் திசைகளைத் திடீரென மாற்றும். எனவே இந்நிலைகளில் ப்ளாக் சுவர் மெல்லிய தாக இருக்கும். எனவே இரண்டினையும் பொருத்து ப்ளாக் சுவரின் கனம் அமையும். வழக்கமாக ப்ளாக் சுவரின் கனம் அணிக்கோவை மாறிலியைப்போல் 200 அல்லது 300 மடங்குகள் இருக்கும்.

தற்சுழற்சிகள் பெருங்கூறுச் சுவரின் வழியாக எவ்வாறு மாறுகின்றன என்பதனைப் படம் 11·12 காட்டுகின்றது.



படம் 11·12.
பெருங்கூறுச் சுவர்

11·9·6. காந்தப் பரிமாண மாற்ற ஆற்றல்

ஒரு பொருளைக் காந்தமாக்கும்போது அதன் பரிமாணம் (dimension) மாறுகின்றது என்பது நமக்குத் தெரியும். இது காந்தப் பரிமாண மாற்றம் (magnetostriction) எனப்படும். எனவே, ஒரு பொருளிலுள்ள பெருங்கூறுகள் வெவ்வேறு திசைகளில் காந்தமாக்கம் பெறும்போது அவை விரியவோ அல்லது சுருங்கவோச் செய்யும். இந்நிகழ்ச்சியின்போது மீட்சி விசைகளுக்கு எதிராக வேலை செய்தாக வேண்டும். இதனைக் காந்தமாக்கும் புலம் செய்யவேண்டும். இதற்குத் தேவையான ஆற்றல் காந்தப் பரிமாண மாற்ற ஆற்றல் (magnetostrictive energy) எனப் படும். காந்தமாக்கம் பெறும்போது பொருள் திரிபடையாவிடில் இவ்வாற்றல் சுழியாகும். ஆனால் வழக்கமாகப் பொருள் பெருங் கூறுகள் காந்தமாக்கத்தின் பல்வேறு திசைகளிலும் திரிபடையத் தான் செய்யும். எனவே இவ்வாற்றலும் பெருங் கூறுகளது ஆற்றலில் பங்கேற்கின்றது.

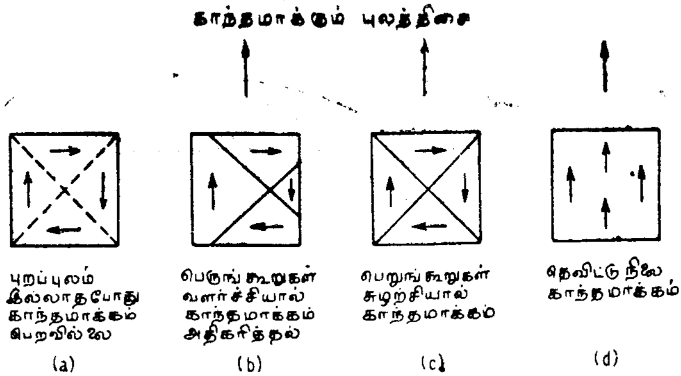
எனவே மேற்கூறிய நால்வகை ஆற்றல்களையும் சேர்த்துப் பார்க்கும்போது எந்தப் பெருங்கூறு இயலமைப்பிற்கு ஆற்றல் குறைவாக இருக்கின்றதோ அவ்வமைப்புகளில்தான் பெருங் கூறுகள் அமையும். இவற்றிலிருந்து நாம் முன்னர் எழுப்பிய ஐயத்திற்கு விடையைப் பெறலாம்.

1907-ம் ஆண்டில் வெயிஸினால் எண்ணப்பட்ட இப்பெருங் கூறுகள், **1931-ம்** ஆண்டில் பிட்டர் (Bitter) என்பாரால் கண்

கூடாகக் கண்டறியப்பட்டன. இவரால் கையாளப்பட்ட முறை கூழ் இரும்பு ஆக்சைடு முறை (Colloidal iron oxide technique) எனப்படும். ஒரு ஃபெரோ காந்தத் திண்மத்தின் செதுக்கப் பட்ட புறப்பரப்பின் (etched surface) மீது கூழ் நிலையிலுள்ள இரும்பு ஆக்சைடு துகள்களைத் தூவினால் பெருங்கூறுகள் புலப்படும். பெருங்கூறுச் சுவர்கள் இருக்கும் இடங்களில் இரும்புத் துகள்கள் செறிந்து காணப்பெறும்.

11-9·7. பெருங்கூறுக் கொள்கை கொண்டு காந்தத் தயக்கத்தை விளக்குதல்

காந்தத் தயக்கமெனும் நிகழ்ச்சியை (hysteresis) பெருங் கூறுகள் கொள்கையினைக் கொண்டு எளிதாக விளக்கக்கூடும்.



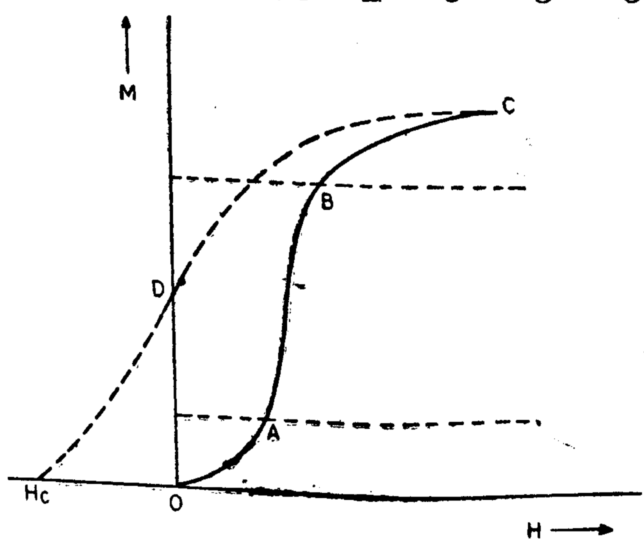
படம் 11·13

புறப்புலத்தால் காந்தமாக்கம்

புறப்புலம் ஏதுமில்லாதபோது பெருங்கூறுகள் மூடிய காந்தப் பாதைகளைப் பெற்றிருக்கும். படம் 11·13 (a). இதனால் நிகர காந்தமாக்கம் ஏதுமில்லை. இப்போது புறப்புலம் ஒன்று செயல் படுத்தப்பெற்றால் காந்தமாக்கம் இருவழிகளில் நடைபெறக் கூடும். செயல்படுத்தப் பெறும் புலத்தின் திசையில் காந்தமாக்கம் பெற்றுள்ள பெருங்கூறுகள் வளர்ந்து கொண்டே செல்ல ஏனைய திசைகளில் உள்ள பெருங்கூறுகள் அளவில் குறைத்து கொண்டே செல்லும். இது படம் 11·13 (b)-ல் காட்டப் பெற்றுள்ளது. இது தொடர படம் 11·13 (d)-ல் காட்டியுள்ளதுபோல எல்லாப் பெருங் கூறுகளின் காந்தமாக்கத் திசைகளும் புறப்புலத்தின் திசைக்கு வரும்; தெவிட்டுநிலைக் காந்தமாக்கம் ஏற்படும்.

இவ்வாறன்றிப் புறப்புலம் செயல்படும்போது பெருங்கூறுகள் இப்புலத்தின் திசைக்கு வரும் வகையில் சுழலும். இது படம் 11·13(c)-ல் காட்டப்பெற்றுள்ளது. இந்நிகழ்ச்சி தொடர்ந்து தெவிட்டுநிலைக் காந்தமாக்கம் ஏற்படும். படம் 11.13 (d).

நடைமுறையில் இருவகைகளிலுமே சாந்தமாக்கம் ஏற்படுகின்றது. வலுக் குறைந்த காந்தப்புலம் செயல்படுத்தப்படும்போது புலத்தின் திசையில் அமைந்தனவும் எளிய காந்தமாக்கத் திசையில் அமைந்தனவுமான பெருங் கூறுகளின் அளவு அதிகரிக்கும். எளிய திசையிலுள்ள பெருங் கூறுகள் வளர்ச்சிக்குத் தேவையான ஆற்றல் பெருங் கூறுகள் சுழற்சிக்குத் தேவையான ஆற்றலைக் காட்டிலும் குறைவானதால் சிறிய புலங்களில் இது நடைபெறுகின்றது. இவ்வாறு பெருங் கூறுகள்



படம் 11.14
$M-H$ கோடு

வளர்தலுக்கு ப்ளாக் சுவர்கள் நகர வேண்டுமென்பது தெளிவு. இவ்வகையான பெருங் கூறுச் சுவர் இயக்கத்தைப் பிட்டர் முறையில் காணலாகும். இந்த வளர்ச்சியால் ஏற்படும் காந்தமாக்கத்திற்கும் (M) காந்தமாக்கு காந்தப் புலத்திற்கும் (H) வரையப்படும் கோடு OA எனும் பகுதியாகும். (படம் 11·14).

புலம் அதிகரிக்கப்படும்போது பெருங் கூறுச்சுவர் இயக்கம் விரைந்து நடைபெறும். இந்நிலை படம் 11·14-ல் AB என்ற

பகுதியால் காட்டப்படுகிறது. இந்தப் பகுதியில் நடைபெறும் நிகழ்ச்சி *OA*-ல் நடைபெறுவது போலன்றி, திருப்ப ஏலாத நிகழ்ச்சியாகும் (irreversible). எனவே, இதற்கு நாம் வேலை செய்யவேண்டும். இதுதான் காந்தத் தயக்கக் கண்ணியில் ஆற்றல் இழப்பிற்கான காரணமாம்.

B நிலையை எட்டும்போது ஒவ்வொரு பெருங்கூறும் அதனதன் எளிய திசையில் காந்தமாக்கம் பெற்றிருக்கும். காந்தப்புலத்தை மேலும் அதிகரித்தால் பெருங்கூறுகள் தம் எளிய திசைகளிலிருந்து புறப்புலத்தின் திசைக்குச் சுழலும். இதற்குப் படிக ஆற்றல் தேவை. இந்நிலை *BC* ஆல் குறிக்கப்பட்டுள்ளது. *C*-ல் எல்லாப் பெருங்கூறுகளும் புறப்புலத்தின் திசையில் அமையும்; தெவிட்டு நிலைக் காந்தமாக்கம் எட்டும்.

இப்போது புலத்தை நீக்கினால் பெருங்கூறுகள் தம் பழைய நிலைகளை எய்த முனையும். இதற்குப் பெருங்கூறுச் சுவர்கள் நகர வேண்டும். ஆனால் பொருளிலுள்ள மாசுக்கள், அணிக்கோவைக் குறைபாடுகள் போன்றவற்றால் பெருங்கூறுச் சுவர் இயக்கம் எதிர்க்கப்படும். எனவே இந்த எதிர்க்கும் திசைகளை ஈடுகட்ட அதிக ஆற்றல் தேவை. இதுதான் காந்த நீக்குப்புலத்தால் (coercive field) (H_c) அளிக்கப்படுகின்றது. இங்கும் ஆற்றல் செலவிடப்படுகின்றது. இதுவும் காந்தத் தயக்க இழப்பில் சேருகின்றது.

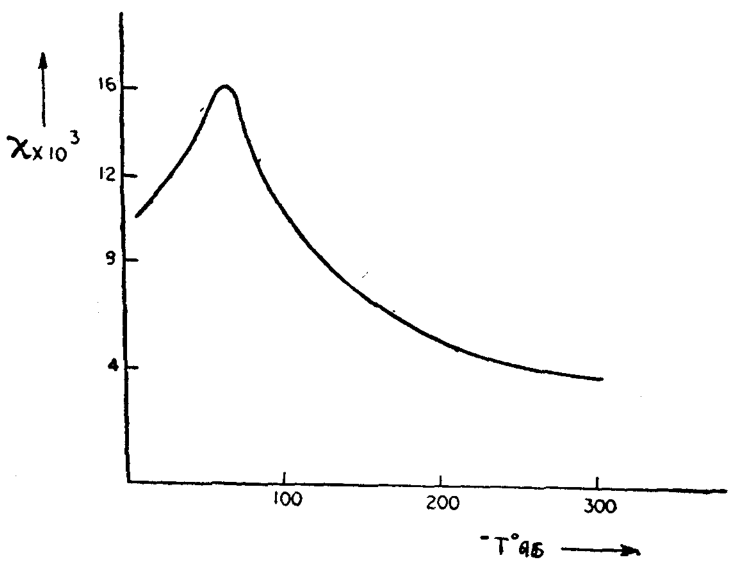
11·10. எதிர் ஃபெரோ காந்தம்

ஃபெரோ காந்தப் பொருள்களில் பரிமாற்ற விசைகள் எலெக்ட்ரான் தற்சுழற்சிகளை இணை அமைப்பிற்குக் கொண்டு வர முயலுகின்றன எனக் கண்டோம். இது நடைபெறுவதற்கு அணு இடைத் தூரங்கள் ஒரு குறிப்பிட்ட அளவிற்கு மேலிருக்க வேண்டுமெனவும் கண்டோம். ஆனால் சில பொருள்களில் — செயலெதிர்ச் செயலில் ஈடுபடும் அணுக்களிடைத் தூரம் குறைவாக இருக்கும் பொருள்களில்—பரிமாற்ற விசைகள் அடுத்தடுத்துள்ள அணுக்களின் எலெக்ட்ரான்களது தற்சுழற்சிகளை எதிரிணையாக்க முயலும். இத்தகைய செயலெதிர்ச் செயல் எதிர் ஃபெரோ காந்தப் பொருள்களிலும், ஃபெரி காந்தப் பொருள்களிலும் காணப்பெறுகின்றது.

சோதனை வாயிலாக எதிர் ஃபெரோ காந்தம் கண்டுபிடிக்கப் படுவதற்கு முன்னரே எதிர் ஃபெரோ காந்தப் பண்புகள் இருக்க வேண்டுமென உணரப்பட்டது. நீல் (Neel), பிட்டர் (Bitter)

ஆகியோர் எதிர் ஃபெரோ காந்தப் பொருள்கள் குறித்துக் கொள்கையளவான ஆராய்வுகளை நிகழ்த்தினர். பிஸட் (Bizette), ஸ்கொயர் (Squire), ஸய் (Tsai) ஆகியோர் MnO-ல் எதிர் ஃபெரோ காந்தப் பண்புகளைச் சோதனை வாயிலாகக் கண்டறிந்தனர்.

ஓர் எதிர் ஃபெரோ காந்தப் பொருளின் காந்த ஏற்புத்திறனுக்கும் வெப்பநிலைக்கும் ஒரு கோடு வரைந்தோமானால் அது படம் 11·15-ல் காட்டியுள்ளது போலிருக்கும்.



படம் 11·15

$M_n F_2$-க்கான χ — T கோடு

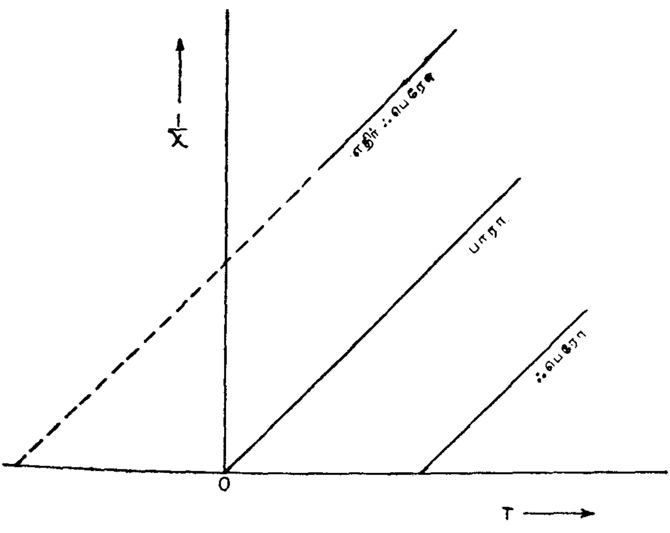
இந்தப் படம் M_nF_2-ற்கு வரையப்பட்டதாகும். இதில் ஒரு கூர்மையான பெருமம் இருப்பதனைக் காண்க. இந்தப் பெருமம் ஏற்படுவதே எதிர் ஃபெரோ காந்தப்பொருளின் சிறப்புப் பண்பாம். இந்தப் பெருமம் ஏற்படுகின்ற வெப்பநிலை நீல் வெப்பநிலை (Neel temperature) T_N எனப்படும். ஃபெரோ காந்தப் பொருள்களில் ஃபெரோ காந்தக் கியூரி வெப்பநிலை ஏற்கும் பங்கினையே நீல் வெப்பநிலை எதிர் ஃபெரோ காந்தப் பொருளில் ஏற்கின்றது. எதிர் ஃபெரோ காந்தப் பொருளுக்கு நீல் வெப்பநிலைக்கு மேற்

பட்ட வெப்பநிலைகளில் காந்த ஏற்புத்திறனைப் பின்காணும் சமன்பாட்டினால் குறிக்கலாம்.

$$\chi = \frac{C}{T + \theta} \longrightarrow 11.79$$

இங்கே, C என்பது கியூரி மாறிலி, θ என்பது பாரா காந்தக் கியூரி வெப்பநிலை.

நீல் வெப்பநிலைக்குக் கீழே தற்சுழற்சிகள் ஃபெரோ காந்தப் பொருள்களில் போன்றே ஓர் ஒழுங்கிற்கு வர முனையும். $T = 0$-ல் சரி பாதித் தற்சுழற்சிகள் ஒரு திசையிலும், எஞ்சிய பாதித் தற்சுழற்சிகள் அதற்கு எதிர்த்திசையிலும் அமையும்.



படம் 11·16

$\frac{1}{\chi} - T$ கோடு

பாரா, ஃபெரோ, எதிர் ஃபெரோ காந்தப் பொருள்களுக்கான சமன்பாடுகளைச் சேர்த்து நினைவு கூர்வது நலம்.

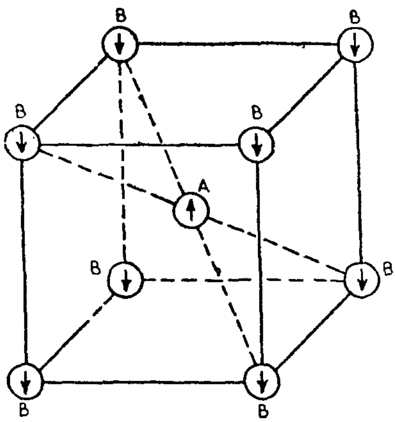
$$\text{பாரா } \chi = \frac{C}{T}$$

$$\text{ஃபெரோ } \chi = \frac{C}{T - \theta} \ (T > \theta_f \text{ -ற்கு})$$

$$\text{எதிர் ஃபெரோ } \chi = \frac{C}{T+\theta} \quad (T > T_N \text{ -க்கு})$$

மூவகைப் பொருள்களின் χ எவ்வாறு வெப்பநிலையையொட்டி மாறுகின்றது என்பதனை $\frac{1}{\chi}$ -க்கும் T-க்கும் வரையப்பட்ட படத்திலிருந்து புரிந்து கொள்ளலாகும். (படம் 11·16.)

எதிர் ஃபெரோ காந்தத்திற்குக் கொள்கை அளவில் பின் காணுமாறு ஒரு சமன்பாட்டினை வருவிக்கலாம். படம் 11·17-ல் காட்டியுள்ளது போன்ற ஓர் உருவமைய கனசதுர அணிக் கோவை (body centred cubic lattice) எடுத்துக் கொள்வோம். இதில் அணுக்கள் இருப்பதற்கான இடங்களை — அணிக்கோவைப் புள்ளிகளை இரு வகைகளாகக் கருதலாம். அவற்றை A இடங்கள், B இடங்கள் எனக் குறிப்போம். ஒவ்வோர் A இடமும், எட்டு B இடங்களால் சூழப்பெற்றிருக்கின்றது. அவ்வாறே ஒவ்வொரு B இடமும் எட்டு A இடங்களால் சூழப் பெற்றுள்ளது. எல்லா இடங்களிலும் ஒரே வகையான அணுக்கள் இருப்பதாகவும், அவை, ஒவ்வொன்றினுடைய காந்த இருமுனை திருப்புதிறனும் μ எனவும் கொள்வோம். இவை தம் தற்சுழற்சிகள் மேனோக்கியோ அல்லது கீழ் நோக்கியோ இருக்குமாறு அமையும். மேலும், ஒரு A இடத்திலுள்ள ஓர் அணுவானது அதனை அடுத்து B இடங்களிலுள்ள அணுக்களது தற்சுழற்சிகளுக்கு எதிராகத் தன் தற்சுழற்சி இருக்குமாறு அமைய முயலும். எனவே AB அணுக்களிடையே ஓர் எதிர் ஃபெரோ காந்தச் செயலெதிர்ச் செயலிருக்கும். அவ்வாறே AA அல்லது BB அணுக்களிடையேயும் ஓர் எதிர் ஃபெரோ காந்தச் செயலெதிர்ச் செயலிருக்கும், இவற்றை நிர்ணயிக்கும் மாறிலிகளாக γ_A, γ_B என்பனவற்றை எடுத்துக்கொள்வோம்.



படம் 11·17

BCC அணிக்கோவையில் A, B இடங்கள்

இச் செய்கைகளால் பொருளின் மீது ஒரு புறப்புலம் (H) செயல்படுத்தப்பெறும்போது அதிலுள்ள அணுக்கள் காணும் உள்புலம் வேறாக இருக்கும். A அணுக்கள் காணும் உள்புலம் H_A எனவும், B அணுககள் காண்பது H_B எனவும் கொண்டால்,

$$H_A = H - \gamma_A M_A - \gamma_B M_B \longrightarrow 11.80$$

$$H_B = H - \gamma_A M_B - \gamma_B M_A \longrightarrow 11.81$$

எனவாகும். இங்கே, M_A , M_B என்பன, A இடங்களிலுள்ள அணுக்களால் ஏற்படும் காந்தமாக்கமும், B இடங்களிலுள்ள அணுக்களால் ஏற்படும் காந்தமாக்கமுமாம். ஃபெரோ காந்தப் பொருளுக்கு எழுதிய சமன்பாட்டினையொட்டி (சமன்பாடு 11·75), M_A , M_B -க்குப் பின்காணுமாறெழுதலாம்.

$$M_A = \frac{N \mu_o \mu^2}{2 \times 3 kT}\left(H - \gamma_A M_A - \gamma_B M_B\right) \longrightarrow 11.82$$

$$M_B = \frac{N \mu_o \mu^2}{2 \times 3 kT}\left(H - \gamma_A M_B - \gamma_B M_A\right) \longrightarrow 11.83$$

இங்கே N-க்குப் பதில் $\frac{N}{2}$ என எழுதியுள்ளோம். ஏனெனில் மொத்த அணுக்களில் பாதி A இடங்களிலும், பாதி B இடங்களிலும் இருக்கும்.

எனவே, மொத்தக் காந்த மாக்கம் M ஆனால்

$$M = M_A + M_B$$

அல்லது,

$$M = \frac{N \mu_o \mu^2}{6 kT}\left[2 H - \gamma_A (M_A + M_B) - \gamma_B (M_A + M_B)\right]$$

அல்லது,

$$M = \frac{N \mu_o \mu^2}{6 kT}\left[2 H - (\gamma_A + \gamma_B)(M_A + M_B)\right]$$

அல்லது,

$$M = \frac{N \mu_o \mu^2}{6 kT}\left[2 H - (\gamma_A + \gamma_B) M\right]$$

அல்லது,

$$M\left[1 + \frac{N\mu_o\mu^2}{3kT}\left(\frac{\gamma_A + \gamma_B}{2}\right)\right] = \frac{N\mu_o\mu^2}{3kT} \cdot H$$

அல்லது,

$$\chi = \frac{M}{H} = \frac{\dfrac{N\mu_o\mu^2}{3kT}}{1 + \dfrac{N\mu_o\mu^2}{3kT}\left(\dfrac{\gamma_A + \gamma_B}{2}\right)}$$

அல்லது,

$$\chi = \frac{\dfrac{C}{T}}{1 + \dfrac{C}{T}\left(\dfrac{\gamma_A + \gamma_B}{2}\right)} \longrightarrow 11.84$$

இங்கே, $C = \dfrac{N\mu_o\mu^2}{3k}$ என்பது கியூரி மாறிலி.

$\dfrac{C(\gamma_A + \gamma_B)}{2} = \theta$ என எழுதினால்,

$$\chi = \frac{\dfrac{C}{T}}{1 + \dfrac{\theta}{T}}$$

அல்லது,

$$\chi = \frac{C}{T + \theta} \longrightarrow 11.85$$

இது எதிர் ஃபெரோ காந்தப் பொருளுக்கென சோதனைகள் வாயிலாக அமைந்த சமன்பாட்டினை (சமன்பாடு 11·79) முற்றிலும் ஒத்திருத்தலைக் காண்க.

11-11. ஃபெரி காந்தம்

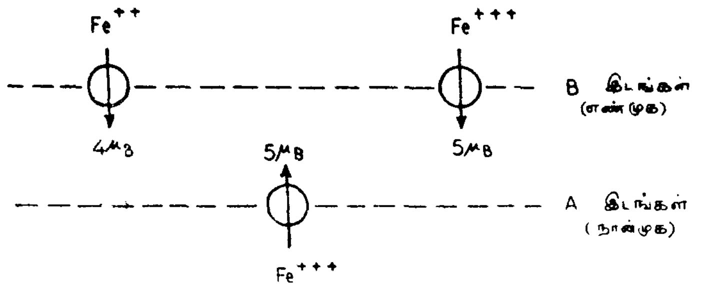
ஃபெரி காந்தப் பொருள்கள் எலெக்ட்ரான் தற்சுழற்சிகளைப் பொருத்தமட்டிலும் எதிர் ஃபெரோ பொருள்களைப் போன்றதே யென்றும், ஆனல் எதிர் ஃபெரோ பொருள்களில் போலன்றி இங்கு

எதிரெதிர்த் தற்சுழற்சிகள் ஒன்றினையொன்று அழித்துவிடுவதில்லையென்றும், எனவே இதில் ஒரு நிகர காந்தவாக்கம் ஏற்படுமென்றும் முன்னரே கூறினோம். இந்த வகையில் பார்த்தால் ஃபெரி காந்தப் பொருள்கள் ஃபெரோ காந்தப் பொருள்களைப் போன்றவை ஆகும். ஃபெரைட்டுகள் (Ferrites) எனப்படும் இந்தப் ஃபெரி காந்தப் பொருள்களின் நேர்மின்சாரத் தடை எண் (d. c. resistivity) மிகமிக உயர்ந்ததாக இருக்கும். ஃபெரோ காந்த இரும்பினது தடை எண்ணைப்போல் 10^{10} மடங்கிருக்கும். எனவே, இப்பொருள்களில் சுழி ஓட்ட இழப்புகள் (eddy current losses) மிகச் சிறியனவாக இருக்கும். எனவே, உயர் அதிர்வெண்களில் (மைக்ரோ அதிர்வெண்கள் வரை) பயன்படும் மாற்றிகளது (trans-former) உள்ளகங்களில் (cores) இவை பயன்படுத்தப் பெறலாம்.

இரும்பினது தாதுப்பொருளாம் (ore) மாக்னடைட் (magnetite) இயற்கையில் கிடைக்கும் ஒரு ஃபெரைட்டாம். இதனுடைய வேதியியல் வாய்பாடு $Fe^{++} Fe_2^{+++} O_4^{--}$ ஆகும். எனவே இதில் இரண்டு அயனியாக்கம் பெற்ற ஓர் இரும்பு அணுவும், மூன்று அயனியாக்கம் பெற்ற இரண்டு இரும்பு அணுக்களும், இரண்டு அயனியாக்கம் பெற்ற நான்கு ஆக்சிஜன் அணுக்களும் உள்ளன என்பது தெரிகின்றது. இது ஒரு மூலக்கூறுக்கு நான்கு போர் மாக்னட்டான்கள் ($4 \mu_B$) எனும் தெவிட்டிய காந்த வாக்கத்தைப் பெறுகின்றது.

இந்த மூலக்கூறு வழக்கமான ஃபெரோ காந்தச் செயலெதிர்ச் செயலைப் பெற்றிருக்குமானால் எல்லாத் தற்சுழற்சிகளும் ஒரே திசையில் அமையும். அதனால் அதன் மொத்தக் காந்தவாக்கமானது அதிலுள்ள அயனிகளது காந்தவாக்கங்களின் கூடுதலாகும். இவ்வடிப்படையில் பார்த்தால் Fe^{++}-க்கு நான்கு போர் மாக்னட்டான்களும், Fe^{+++}-க்கு ஐந்து போர் மாக்னட்டான்களும் உண்டானதால் ஒரு மூலக்கூறின் மொத்தக் காந்தவாக்கம் $4 + (5 \times 2) = 14$ போர் மாக்னட்டான்கள் ஆகும். ஆனால் நாம் முன்னரே கூறியதுபோல இது 4 போர் மாக்னட்டான்கள் தாம். இந்த மாறுபட்டிற்கான காரணம் நாம் ஃபெரோ காந்தச் செயலெதிர்ச் செயலை அடிப்படையாகக் கொண்டதே ஆகும். மாறாக, இதற்கு எதிர் ஃபெரோ செயலெதிர்ச் செயலையே பயன் படுத்தவேண்டும். இவ்வடிப்படையில் 1948-ல் நீல் இதனை விளக்கினார்.

ஃபெரைட்டினது அலகு செல்லில் (unit cell) ஆக்சிஜன் அணுக்கள் நெருக்கப் பொதிவு *FCC* அமைப்பை உடையன. இவ்வமைப்பில் எண்முகத் துளைகள் (octahedral holes) இரண்டும், நான்முகத் துளைகள் (tetrahedral holes) நான்கும் உள்ளன. எண் முகத் துளை ஒவ்வொன்றும் ஆறு ஆக்சிஜன் அணுக்களால் சூழப் பெற்றிருக்கும். நான்முகத் துளை ஒவ்வொன்றும் நான்கு ஆக்சிஜன் அணுக்களால் சூழப்பெற்றிருக்கும். நான்முகத் துளைகளை *A* இடங் களாகவும் எண்முகத் துளைகளை *B* இடங்களாகவும் நாம் இனங் கண்டுகொள்ளலாம். மாக்னடைட்டிலுள்ள உலோக அயனிகள் இந்தத் துளைகளில் — *A*, *B* இடங்களில் — அமைகின்றன. Fe^{++} அயனிகள் இருக்கும் எண்முக இடங்களில் பாதியை எடுத்துக் கொள்கின்றன. எஞ்சிய பாதி எண்முக இடங்களிலும் இருக்கும் எல்லா நான்முக இடங்களிலும் Fe^{+++} அயனிகள் அமைகின்றன. படம் *11·18* ஐக் காண்க.

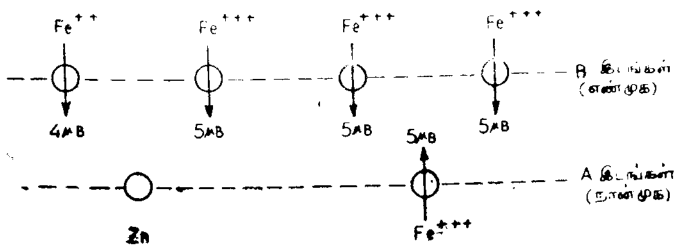


படம் 11·18

மாக்னடைட்டில் Fe^{++} Fe^{+++} அயனிகள்

எதிர் ஃபெரோ காந்தச் செயலெதிர்ச் செயல் *AB* இடங் களிடையே இருப்பதாகக் கொண்டோமானால், Fe^{+++} அயனி களுடைய காந்தத் திருப்புதிறன்கள் முற்றிலும் ஒன்றையொன்று அழித்துவிடும் என்பதனைப் படம் *11·18*-லிருந்து புரிந்துகொள்ள லாம். எனவே, எஞ்சியிருப்பது Fe^{++} அயனிகளது காந்தத் திருப்பு திறன்தான். எனவே ஒரு மூலக்கூறுக்கு நான்கு போர் மாக்னட் டான்கள் எனும் நிகர காந்தத் திருப்புதிறன் கிட்டுகின்றது. இது சோதனை முடிவுகளையொட்டியுள்ளது.

Fe^{++} அயனிகளிடத்தில் Zn^{++}, Mn^{++} போன்ற அயனிகள் அமையுமானால் நாக ஃபெரைட் அல்லது மாங்கனீஸ் ஃபெரைட் கிட்டுகின்றது. இவ்வாறு கிடைக்கும் பொருள்களில் சிலவற்றில் ஃபெரோ காந்தப் பண்பு மிகச் சிறந்து காணப்படுகின்றது. இதனைப் பின்காணுமாறு விளக்கலாம். Zn^{++} அயனிகள் நான்முகத் துளைகளிலே (*A* இடங்கள்) சென்றமைகின்றன. இதனால் சில Fe^{+++} அயனிகள் *B* இடங்களுக்குச் செல்லவேண்டியுள்ளது.



படம் 11.19
நாக ஃபெரைட்டில் திருப்புதிறன்

Zn^{++} அயனிகளுக்குக் காந்தத் திருப்புதிறன் இல்லையாதலால் தொகுபயன் காந்தத் திருப்புதிறன் அதிகரிக்கின்றது. இதனைப் படம் 11·19 விளக்குகின்றது.

மேற்கோள் நூற்பட்டியல்
(Bibliography)

1. **Anderson, J.C.** — Dielectrics
2. **Anderson, J.C.** — Magnetism and Magnetic Materials
3. **Anderson, J.C. and Leaver, K.** — Materials Science
4. **Azaroff, L.V.** — Introduction to Solids
5. **Azaroff, L.V. and Brophy, J.J.** — Electronic Processes in Materials
6. **Barrett, C.S.** — Structure of Materials
7. **Bates, L.** — Modern Magnetism
8. **Beam, W.R.** — Electronics of Solids
9. **Blakemore, J.S.** — Solid State Physics
10. **Brailsford, F.** — Magnetic Materials
11. **Buerger, M.J.** — Contemporary Crystallography
12. **Buerger, M.J.** — Elementary Crystallography
13. **Clark, H.** — Solid State Physics — An Introduction to Its Theory
14. **Dekker, A.J.** — Solid State Physics
15. **Dekker, A.J.** — Electrical Engineering Materials
16. **Frohlich, H.** — Theory of Dielectrics
17. **Hutchinson, T.S. and Baird, D. C.** — The Physics of Engineering Solids
18. **Jain, G.C.** — Properties of Electrical Engineering Materials

19. Kittel, C. — Elementary Solid State Physics

20. Kittel, C. — Introduction to Solid State Physics

21. Levy, R.A. — Principles of Solid State Physics

22. Lynton, E.A. — Superconductivity

23. Pauling, L. — Nature of the Chemical Bond

24. Phillips, F.C. — An Introduction to Crystallography

25. Read, W.T. — Dislocations in Crystals

26. Seitz, F. — Modern Theory of Solids

27. Shanmugasundaram, V. — புதுமைக் காந்தவியல்

28. Shoenberg, D. — Superconductivity

29. Sinnot, M.J. — The Solid State for Engineers

30. Sproull, R. — Modern Physics

31. Van Bueren, H.G. — Imperfections in Crystals

32. Van Vleck, L.H. — Elements of Material Science

33. Van der Ziel — Solid State Physical Electronics

34. Von Hippel, A.R. — Dielectric Materials and Applications

35. Von Hippel, A.R. — Dielectrics and Waves

36. Wang, S. — Solid State Electronics

37. Weller, P.F. — Solid State Chemistry and Physics

38. Wert, C.A. and Thomson, R.N. — Physics of Solids

39. Ziman, J.M. — Principle of the Theory of Solids

கலைச்சொற்கள்

A

Acceptor atom — ஏற்பு அணு
Acceptor level — ஏற்பு மட்டம்
Allowed energy band — அனுமதிக்கப்பட்ட ஆற்றல் பட்டை
Alternating electric field — மாறுதிசை மின்புலம்
Amorphous — படிக உருவமற்றது
Angular frequency — கோண அதிர்வெண்
Anion — எதிர் அயனி
Annealing — பதனுற்றல்
Anticlockwise — இடம்புரி
Anti ferro magnetism — எதிர் ஃபெரோ காந்தம்
Antiparallel — எதிரிணை
Assumption — தற்கோள்
Atomic model — அணு மாதிரி

B

Band Theory — பட்டைக் கொள்கை
Barrier — தடுப்பு
Base (transistor) — அடிவாய் (டிரான்சிஸ்டர்)
Block wall — பிளாக் சுவர்
Body centred cell — உருவ மையச் செல்
Body Centred Cubic (BCC) — உருவ மைய கனசதுரம்
Bohr magneton — 'போர் மாக்னட்டான்'
Boiling point — கொதிநிலை
Bond angle — பிணைப்புக் கோணம்
Bravais lattice — பிரவே அணிக்கோவை
Burgers circuit — பர்கர் சுற்று
Burgers vector — பர்கர் வெக்டார்

C

Cation — நேர் அயனி
Centrifugal force — மைய விலக்கு விசை

Centripetal force — மையம் நாடு விசை
Charge carrier — மின்னூட்ட ஊர்தி
Charge density — மின்னூட்ட அடர்த்தி
Clockwise — வலஞ்சுழி
Close packed planes — நெருக்கப் பொதிவுத் தளங்கள்
Coercive field — காந்தநீக்கு புலம், முனைவாக்கம் நீக்கு மின்புலம்
Coherence — ஓரியல்பு, ஓரியல் தன்மை
Collector — ஏற்புவாய்
Collector junction — ஏற்புவாய்ச் சந்தி
Communication device — செய்தித் தொடர்பு சாதனம்
Complex conjugate — சிக்கல் இணை
Complex number — சிக்கல் எண்
Compound — சேர்மம்
Compressibility — இறுகுதிறன்
Condenser — மின்தேக்கி
Conduction electron — கடத்து எலெக்ட்ரான்
Conductor — கடத்தி
Congruent objects — முற்றொருத்த பொருள்கள்
Continuum model — தொடர்பம் மாதிரி
Coordinate covalent bond — ஈதல் சக பிணைப்பு
Coordinate system — ஆய அமைப்பு
Coulomb's Law — கூலம் விதி
Coupling — பிணைப்பு
Covalent bond — சக பிணைப்பு
Critical magnetic field — மாறுநிலைக் காந்தப்புலம்
Critical temperature — மாறுநிலை வெப்பநிலை
Crystal — படிகம்
Crystallite — படிகத் துணுக்கு
Crystallographic axis — படிக அச்சு
Cubic — கன சதுரம்
Curie constant — கியூரி மாறிலி
Curie temperature — கியூரி வெப்பநிலை
Current loop — மின்னோட்டக் கண்ணி
Cut off frequency — வெட்டு அதிர்வெண்

D

Damping force — தடையூட்டு விசை
Debye frequency — டிபை அதிர்வெண்

Debye temperature	—	டிபை வெப்பநிலை
Defect	—	குறைபாடு
Delay line	—	தாழ்த்து மின்வழி
Density of packing	—	பொதிவு அடர்த்தி
Density of states	—	ஆற்றல் நிலைகளின் அடர்த்தி
Diamagnetism	—	டயா காந்தம்
Dielectric	—	மின்கடத்தாப் பொருள்
Dielectric constant	—	மின்கடத்தாமை எண்
Diffraction	—	விளிம்பு விலகல்
Diffusion length	—	விரவல் நீளம்
Dipole	—	இருமுனை
Dipole moment	—	இருமுனை திருப்புதிறன்
Dispersion effect	—	பரவல் விளைவு
Dissociation energy	—	பிரிகை ஆற்றல்
Domain	—	பெருங்கூறு
Domain wall	—	பெருங்கூறுச் சுவர்
Domain wall energy	—	பெருங்கூறுச் சுவர் ஆற்றல்
Donor atom	—	கொடை அணு
Donor level	—	கொடை மட்டம்
Drift velocity	—	நகர்வு திசைவேகம்

E

Edge dislocation	—	விளிம்புக் குலைவு
Effective mass	—	செயலுறு நிறை
Elastic medium	—	மீட்சியியல் ஊடகம்
Electric field	—	மின்புலம்
Electrode	—	மின் முனை
Electro magnetic spectrum	—	மின்காந்த நிறமாலை
Electron	—	எலெக்ட்ரான்
Electron cloud	—	எலெக்ட்ரான் முகில்
Electron current	—	எலெக்ட்ரான் மின்னோட்டம்
Electro negativity	—	எலெக்ட்ரான் கவர் ஆற்றல்
Electronic polarization	—	எலெக்ட்ரானிய முனைவாக்கம்
Electron pair bond	—	எலெக்ட்ரான் சோடிப் பிணைப்பு
Electron volt	—	எலெக்ட்ரான் வோல்ட்டு
Electrostriction	—	மின்பரிமாண மாற்றம்
Elemental dielectric	—	தனித்த மின்கடத்தாப் பொருள்
Emitter	—	கொடைவாய்

Emitter junction — கொடைவாய்ச் சந்தி
Enantiomorphous objects — எதிர்வடிவப் பொருள்கள்
End centred cell — முனை மையச் செல்
Energy band — ஆற்றல் பட்டை
Energy contour — ஆற்றல் உருவரைக் கோடு
Energy state — ஆற்றல் நிலை
Exchange interaction — பரிமாற்றச் செயலெதிர்ச் செயல்
External field — புறப்புலம்
Extrinsic semiconductor — புறவியலான குறைகடத்தி

F

F-centres — F-மையங்கள்
Face centred cell — முக மையச்செல்
Face Centred Cubic (FCC) — முகமைய கன சதுரம்
Fermi energy — ஃபெர்மி ஆற்றல்
Fermi level — ஃபெர்மி மட்டம்
Fermi surface — ஃபெர்மி புறப்பரப்பு
Ferri magnetism — ஃபெரி காந்தம்
Ferro electric material — ஃபெரோ மின்பொருள்
Ferro magnetism — ஃபெரோ காந்தம்
Flux — பாயம்
Flux density — பாய அடர்த்தி
Fold of the axis — அச்சின் மடக்கு
Forbidden energy — விலக்கப்பட்ட ஆற்றல்
Forbidden energy gap — விலக்கப்பட்ட ஆற்றல் இடைவெளி
Forward bias — முன்னோக்குச் சார்பு மின்னழுத்தம்
Free electron — கட்டற்ற எலெக்ட்ரான்
Frenkel imperfection — ஃப்ரெங்கல் குறைபாடு
Frequency — அதிர்வெண்

G

Glide plane — இழைவியக்கத் தளம்
Glide reflection — இழைவியக்கத் திருப்பம்
Grain — மணி
Grain boundary — மணி எல்லை
Gram molecule — கிராம் மூலக்கூறு
Group — குழு

H

Half plane — அரைத் தளம்
Hall effect — ஹால் விளைவு
Harmonic oscillator — சீரிசை அலையியற்றி
Harmonic vibration — சீரிசை அதிர்வு
Heteropolar bonds — பலபடித்தான முனைவுப் பிணைப்புகள்
Hexagonal — அறுகோணம்
Hexagonal Close Packing (HCP) — அறுகோண நெருக்கப் பொதிவு
Hole current — மின்துளை மின்னோட்டம்
Homogeneous — ஒருபடித்தான
Homopolar bond — ஒருபடித்தான முனைவுப் பிணைப்பு
Hook's Law — ஹூக் விதி
Hybrid operation — கலப்பினச் செயற்பாடு
Hydrogen bond — ஹைடிரஜன் பிணைப்பு
Hydrogen bridge — ஹைடிரஜன் பாலம்

I

Imaginary part — கற்பனைப் பகுதி
Imperfection — குறைபாடு
Improper rotation — நேரற்ற சுழற்சி
Improper rotation axis — நேரற்ற சுழற்சி அச்சு
Impurity — வேற்றுப்பொருள், மாசு
Impurity atom — மாசு அணு
Insulator — காப்பான்
Interaction — செயலெதிர்ச் செயல்
Interatomic bond — அணுவிடைப் பிணைப்பு
Interatomic distance — அணுவிடைத் தூரம்
Intercept — வெட்டுத்துண்டு
Internal energy — அக ஆற்றல்
Internal field — உட் புலம்
Internal molecular field — உள் மூலக்கூறு புலம்
Interstitial atom — அணுக்களிடை அணு, சந்து அணு
Interstitial impurity — சந்து மாசு

Intrinsic semiconductor — உள்ளார்ந்த குறைகடத்தி
Inversion centre — தலைகீழாக்க மையம்
Ionic bond — அயனிப் பிணைப்பு
Ionic crystal — அயனிப் படிகம்
Ionic polarization — அயனி முனைவாக்கம்
Isotropic — திசையொப்புப் பண்பியலான

J

Junction transistor — சந்தி டிரான்சிஸ்டர்

L

Lattice — அணிக்கோவை
Lattice energy — அணிக்கோவை ஆற்றல்
Lattice point — அணிக்கோவைப் புள்ளி
Lattice vibration — அணிக்கோவை அதிர்வியக்கம்
Line imperfection — வரிக் குறைபாடு
Local field — உட்புலம்
Longitudinal axis — நெட்டச்சு
Longitudinal mode — நெடுக்கு வகை
Lorentz force — லொரென்ட்ஸ் விசை
Lorentz number — லொரென்ட்ஸ் எண்
Lossy dielectric — இழக்கும் மின்கடத்தாப் பொருள்

M

Magnetic hysteresis — காந்தத் தயக்கம்
Magnetic induction — காந்தத் தூண்டல்
Magnetic permeability — காந்த உட்புகுதிறன்
Magnetisation — காந்தவாக்கம்
Magnetic susceptibility — காந்த ஏற்புத்திறன்
Magnetostriction — காந்தப் பரிமாண மாற்றம்
Mechanical energy — எந்திர ஆற்றல்
Medium — ஊடகம்
Melting point — உருகு நிலை
Metallic bond — உலோகப் பிணைப்பு
Miller indices — மில்லர் எண்கள்
Mirror plane — ஆடித் தளம்
Mobility — இயங்கு திறன், நகர் திறன்

Molecular bond	—	மூலக்கூறு பிணைப்பு
Monoclinic	—	ஒருசாய் கோணம்
Motif	—	பொருள் கூறு

N

Nearest neighbour	—	அணுக்க அண்டை அணு
Noble gas	—	மேதகு வாயு
Non metal	—	அலோகம்
Non-primitive cell	—	மூலமல்லாச் செல்
Normal covalency	—	இயல்பான சகபிணைப்பு
Nuclear reactor	—	அணு உலை
Nucleus	—	அணுக்கரு

O

Ohm's Law	—	ஓம் விதி
Orbit	—	சுற்றுப்பாதை
Orbital quantum number	—	வீதிநிலைக் குவான்டம் எண்
Orientational polarization	—	திசைமுகமாக்கு முனைவாக்கம்
Orthorhombic	—	சதுரம்

P

Pattern	—	பாங்கம்
Para magnetism	—	பாரா காந்தம்
Particle	—	துகள்
Pauli's Exclusion Principle	—	பாலி தவிர்த்தல் விதி
Periodic	—	காலாந்தர
Periodicity	—	மடக்குநிலை
Periodic table	—	தனிம அட்டவணை
Permittivity	—	மின் செலுத்துகைத் திறம், அனுமதிக்கும் திறம்
Phonon	—	ஃபோனன்
Photon	—	ஃபோட்டான்
Piezo electricity	—	பீசோ மின்சாரம்
Plane lattice	—	தள அணிக்கோவை
Point defect	—	புள்ளிக் குறைபாடு
Point group	—	புள்ளிக் குழு
Polar group	—	முனைவுக் குழு
Polarizability	—	முனைவாக்கத் திறன்

Polarization — முனைவாக்கம்
Polar molecule — முனைவு மூலக்கூறு
Poly crystal — பல்படிகம்
Polymer — பலபடி
Potential well — மின்னழுத்தக் கேணி
Primitive cell — மூல அலகு செல்
Pulse — துடிப்பு

Q

Qualitative — பண்பறி
Quantitative — அளவறி
Quantum number — குவான்டம் எண்

R

Rectifier — திருத்தி
Refractive index — ஒளி விலகலெண்
Relaxation time — தளர் நேரம்
Residual polarization — மீந்த முனைவாக்கம்
Resistivity — தடை எண்
Rest mass — ஓய்வுநிலை நிறை
Resultant — தொகுபயன்
Reverse bias — எதிர்ச்சார்பு மின்னழுத்தம்
Rhombohedral — சாய்சதுரம்
Roto inversion axis — சுழல் தலைகீழாக்க அச்சு
Roto reflection — சுழல் திருப்பம்

S

Saturation — தெவிட்டு நிலை
Scattering — சிதறல்
Schottky defect — ஷாட்கீக் குறைபாடு
Screw axis — திருகு அச்சு
Screw dislocation — திருகியல் குலைவு
Secondary bond — இரண்டாம்நிலைப் பிணைப்பு
Semiconductor — குறைகடத்தி
Signal — சைகை
Single crystal — தனிப்படிகம்
Solenoid — வரிச்சுருள்
Solid — திண்மம்

Space charge region — சூழ் மின்னூட்டப் பகுதி

Space group — இடக்குழு

Space lattice — வெளி அணிக்கோவை

Spatial distribution — இடப் பகிர்வு

Specific heat — வெப்ப எண்

Spin — தற்சுழற்சி

Spontaneous magnetisation — தூண்டலற்ற காந்தமாக்கம், தன்னிச்சையான காந்தமாக்கம்

Spontaneous polarization — தன்னிச்சையான முனையாக்கம்

Stability — நிலைப்பாடு

Stable structure — நிலைத்த நிலை

Stacking fault — அடுக்கக் குறைபாடு

Standing wave — நிலை அலை

Static electric field — நிலை மின்புலம்

Strain — திரிபு

Stress — தகைவு

Substitutional atom — பதிலி அணு

Substitutional impurity — பதிலி மாசு

Superconductivity — மீக் கடத்துகை

Surface imperfection — பரப்புக் குறைபாடு

Surface tension — புறப்பரப்பு இழுவிசை

Symmetry operation — சமச்சீர் செயற்பாடு

T

Temperature gradient — வெப்பநிலைச் சரிவு

Tensile force — விரிவு விசை

Tensor — டென்சார்

Tetragonal — நாற்கோணம்

Tetrahedron — நான்முகத் திண்மம்

Thermal conductivity — வெப்பக் கடத்துதிறன்

Thermodynamics — வெப்ப இயக்கவியல்

Thermal equilibrium — வெப்பச் சமநிலை

Thin film — மென் படலம்

Three fold symmetry — மும்மடக்குச் சமச்சீர்

Throw of the axis — அச்சின் எறிவு

Tilt angle — சாய்வு கோணம்

Tilt boundary — சாய்வு எல்லை

Time constant — நேர மாறிலி

Torque — இரட்டைத் திருப்புதிறன்
Transducer — ஆற்றல் மாற்றி
Transitional cloud — இடைமாறுபாட்டு முகில்
Transition elements — இடைநிலைத் தனிமங்கள்
Transition region — பெயர்வுப் பகுதி
Transition temperature — பெயர்வு வெப்பநிலை, கடக்கும் வெப்பநிலை
Transistor — டிரான்சிஸ்டர்
Translational periodicity — நேர்ப்பெயர்ச்சி மடக்குநிலை
Transverse mode — குறுக்கு வகை
Travelling wave — இயங்கு அலை
Triclinic — மூன்றுசாய் கோணம்
Twin boundary — இரட்டை எல்லை

U

Unit cell — அலகு செல்
Unit vector — அலகு வெக்டார்
Unlike atoms — ஒவ்வா அணுக்கள்
Unpaired electrons — சோடியாகாத எலெக்ட்ரான்கள்

V

Vacancy — காலியிடம்
Valence band — இணைதிறன் பட்டை
Valence electron — இணைதிறன் எலெக்ட்ரான்
Valence shell — இணைதிறன் கூடு
Valency — இணைதிறன்
Van der Waals bond — வான் டெர் வால்ஸ் பிணைப்பு
Van der Waals forces — வான் டெர் வால்ஸ் விசைகள்
Vector — வெக்டார்
Vibrational mode — அதிர்வு வகை
Vibrational motion — அதிர்வியக்கம்
Viscosity — பாகியல் தன்மை
Visible light — கண்காணும் ஒளி
Volume defect — பருமக் குறைபாடு

W

Weiss constant — வெயிஸ் மாறிலி
Weiss field — வெயிஸ் புலம்

தமிழ்நாட்டுப் பாடநூல் நிறுவனம்

சென்னை-600 031

★

தமிழில் பயில்பவர்க்குக் கல்லூரிப் பாடநூல்கள்

(Tamil Medium Books for Colleges)

1978 ஏப்ரல் முடிய 880 நூல்கள் வெளியிடப்பட்டுள்ளன

★

மேலும் விரைவில் வெளிவருபவை

மருத்துவவியல்	—	1	நூல்கள்
இயற்பியல்	—	3	,,
வேதியியல்	—	2	,,
விலங்கியல்	—	8	,,
கணிதவியல்	—	3	,,
வணிகவியல்	—	7	,,
பொருளியல்	—	3	,,
புவியியல்	—	1	,,
வரலாற்றியல்	—	11	,,
உளவியல்	—	2	,,
புள்ளியியல்	—	4	,,
அரசியல்	—	9	,,
தாவரவியல்	—	4	,,

கிடைக்குமிடம் :

தமிழ்நாட்டுப் பாடநூல் நிறுவனக் கிடங்கு

(கல்லூரிக் கல்வி இயக்குநர் அலுவலகச் சுற்றுக்குள்)

கல்லூரிச் சாலை, நுங்கம்பாக்கம்,

சென்னை - 600 006.

கல்லூரிப் பாடநூல்களுக்கு 20% கழிவு வழங்கப்படும்